

Εργασία στις συναρτήσεις

Ιωάννης Γ. Τσούλος

Η μέθοδος του τραpezίου είναι μια αριθμητική τεχνική υπολογισμού του ολοκληρώματος μιας συνάρτησης $f(x)$ σε ένα κλειστό διάστημα $[a, b]$. Η συνάρτηση αυτή προσεγγίζεται από μια τεθλασμένη γραμμή και το συνολικό ολοκλήρωμα είναι το άθροισμα μιας σειράς εμβαδών τραπεζιών σε αυτό το διάστημα αρκεί αυτό το διάστημα να διαιρεθεί σε πολλά N ομοιόμορφα τμήματα. Η διαδικασία που εφαρμόζεται είναι η ακόλουθη:

1. Θέτουμε $x_0 = a, x_N = b$
2. $x_i = x_0 + k \frac{(b-a)}{N}, k = 0, \dots, N$
3. Υπολογίζουμε τις τιμές $f(x_i), i = 0, \dots, N$
4. Υπολογίζουμε τα εμβαδά των διαδοχικών τραπεζιών που σχηματίζονται, όπως για παράδειγμα στην εικόνα 1.
5. Η προσέγγιση του εμβαδού γίνεται ως ακολούθως:

$$\int_a^b f(x)dx \simeq E_1 + E_2 + \dots + E_N \quad (1)$$

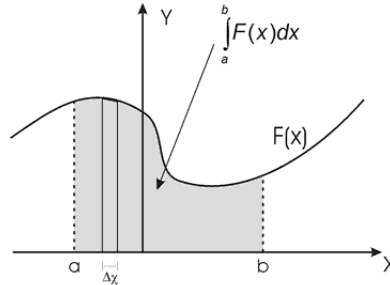
όπου

$$E_i = \frac{f(x_{i-1}) + f(x_i)}{2} (x_i - x_{i-1}) \quad (2)$$

Με βάση τα παραπάνω να γίνουν τα ακόλουθα μέρη της εργασίας

1. **Κώδικας.** Να γραφεί ένα πρόγραμμα σε γλώσσα C με δύο συναρτήσεις σε αυτό: **double fun(double x)** και **double integrate(double a, double b, int N)**. Η συνάρτηση **fun(x)** θα επιστρέφει την συνάρτηση για την οποία μας ενδιαφέρει η ολοκλήρωση. Για παράδειγμα ο κώδικας του αλγορίθμου 1 χρησιμοποιείται για να υπολογίσει την συνάρτηση $f(x) = xe^{-x}$. Η συνάρτηση **integrate()** θα υλοποιεί τον παραπάνω αλγόριθμο για ολοκλήρωση της συνάρτησης **fun(x)** στο διάστημα $[a, b]$. Η τρίτη παράμετρος (N) της **integrate()** είναι το πλήθος των διαστημάτων στα οποία θα διαιρεθεί το διάστημα $[a, b]$. Στην συνέχεια να γραφεί συνάρτηση **main()** στην οποία ο χρήστης θα μπορεί να εισάγει τα άκρα $[a, b]$ καθώς και το πλήθος των διαστημάτων N και με βάση αυτά τα στοιχεία θα καλείται η **integrate(a, b, N)**

Figure 1: Παράδειγμα σχηματισμού τραπεζίων.



Algorithm 1 Παράδειγμα συνάρτησης $\text{fun}(x)$.

```
double fun(double x)
{
    return x*exp(-x);
}
```

και το αποτέλεσμα της θα εμφανίζεται στην οθόνη. Χρησιμοποιώντας τον παραπάνω κώδικα συμπληρώστε τον πίνακα 1.

- Πιστοποίηση αποτελεσμάτων.** Για να διαπιστωθεί αν η κωδικοποίηση ήταν σωστή θα πρέπει να γίνει σύγκριση των αποτελεσμάτων με ήδη υλοποιημένες τεχνικές στο διαδίκτυο. Ένα καλό παράδειγμα αποτελεί η ιστοσελίδα <https://www.emathhelp.net/calculators/calculus-2/trapezoidal-rule-calculator/>
- Παραδοτέα.** Τα παραδοτέα έγγραφα θα πρέπει να παραδωθούν ηλεκτρονικά στην ηλεκτρονική διεύθυνση itsoulos@uoi.gr το αργότερο μέχρι τις 20/3/2021 με θέμα PROG2_ASKHSH_PROTI. Στα παραδοτέα θα περιλαμβάνονται: ο κώδικας της εφαρμογής σας και ένα ξεχωριστό αρχείο κειμένου (πχ Microsoft Word) στο οποίο θα περιλαμβάνεται ο πίνακας 1 με αποτελέσματα από την εφαρμογή σας αλλά και από την ξεχωριστή εφαρμογή του βήματος **Πιστοποίηση αποτελεσμάτων** για τις ίδιες συναρτήσεις και για τα ίδια a, b, N .

Table 1: Πίνακας αποτελεσμάτων.

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ	a	b	N	Ολοκλήρωμα
$x^3 + x + 1$	0	2	10	
$x^3 + x + 1$	0	2	50	
$e^x + 1$	0	1	10	
$e^x + 1$	0	2	20	