

# Лекція №1

Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

*Вступ.*

*Вектори.*

## *Кінематика поступального руху*

Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

Викл Коваль В.В.

ФОК

2021р. Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

# **Питання**

Простір і час. Система відліку. Радіус-вектор. Матеріальна точка. Траєкторія, шлях, переміщення. Середня й миттєва швидкість. Визначення переміщення і шляху тіла за його швидкістю. Прискорення. Визначення швидкості тіла за його прискоренням. Швидкість та координати тіла під час рівноприскореного руху. Тангенціальне й нормальні прискорення. Радіус кривизни. Зв'язок нормального прискорення зі швидкістю. Вектор кутового зміщення. Кутові швидкість і прискорення. Зв'язок між кутовою та лінійною швидкостями, кутовим та лінійним прискореннями.

Робочий матеріал для студії КБ-01 (01/09/2021)  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

Робочий матеріал для с  
e-mail: v.koval@

## Фізика чекає на тебе!



нтів КБ-01 (01/09/2021)  
[n.sumdu.edu.ua](http://n.sumdu.edu.ua)

# **Структура курсу**

Теорія кіл і сигналів в інформаційному та кіберпросторах	Компонентна база та елементи схемотехніки в системах захисту інформації	Основи фізики
--	---	---------------

**Тема 1. Фізичні основи класичної механіки**

**Тема 2. Основи молекулярної фізики і термодинаміки**

**Тема 3. Електрика**

**Тема 4. Магнетизм**

**Тема 5. Коливальні та хвильові процеси. Оптика.**

**Тема 6. Основи квантової фізики та фізики ядра**

**Тема 7. Основні компоненти в електронних пристроях**

**Тема 8. Пристрої аналогової електроніки; генератори коливань**

**Тема 9. Пристрої цифрової електроніки**

**Тема 10. Основи теорії кіл**

**Тема 11. Основи теорії сигналів**

**Тема 12. Методи розрахунку електричних кіл в інформаційному та кіберпросторах**

# ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РУХУ МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

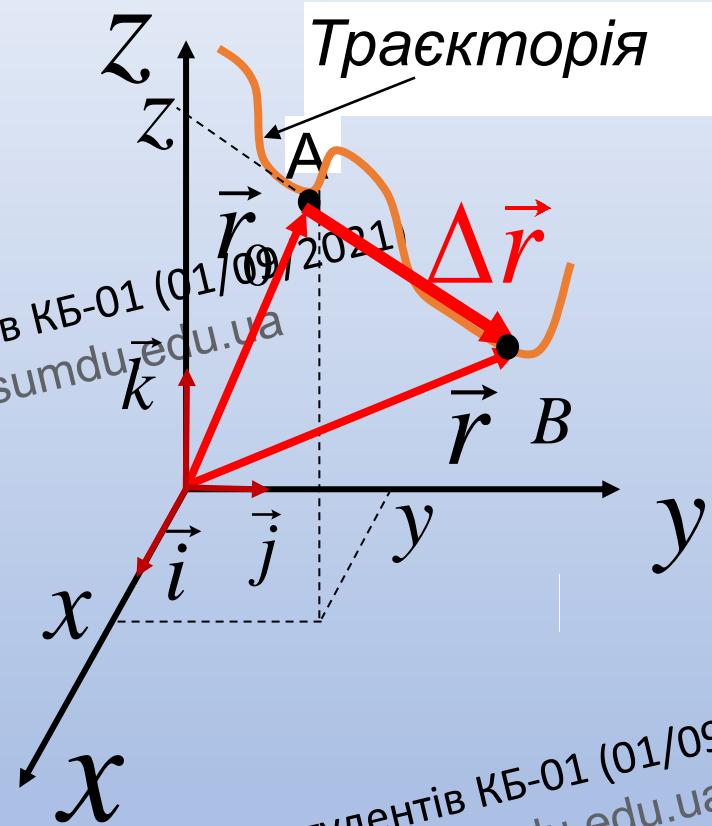
робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

• **Шлях** –

• **Радіус-вектор** –

• **Переміщення** –

• **Одиниця** вимірювання шляху  
переміщення - метр = 1м.



$$\vec{r} = xi + yj + zk$$

## §1 Вектори та їх застосування у фізиці

**У фізиці вектори використовуються дуже часто:**

P

$\vec{r}$  – радіус-вектор;

$\Delta\vec{r}$  або  $\vec{r}_{12}$  – переміщення з точки 1 в точку 2;

$\vec{v}$  – швидкість;

$\vec{a}$  – прискорення;

$\vec{\omega}$  – вектор кутової швидкості;

$\vec{F}$  – сила;

$\vec{E}$  – вектор напруженості електричного поля;

$\vec{D}$  – вектор індукції електричного поля;

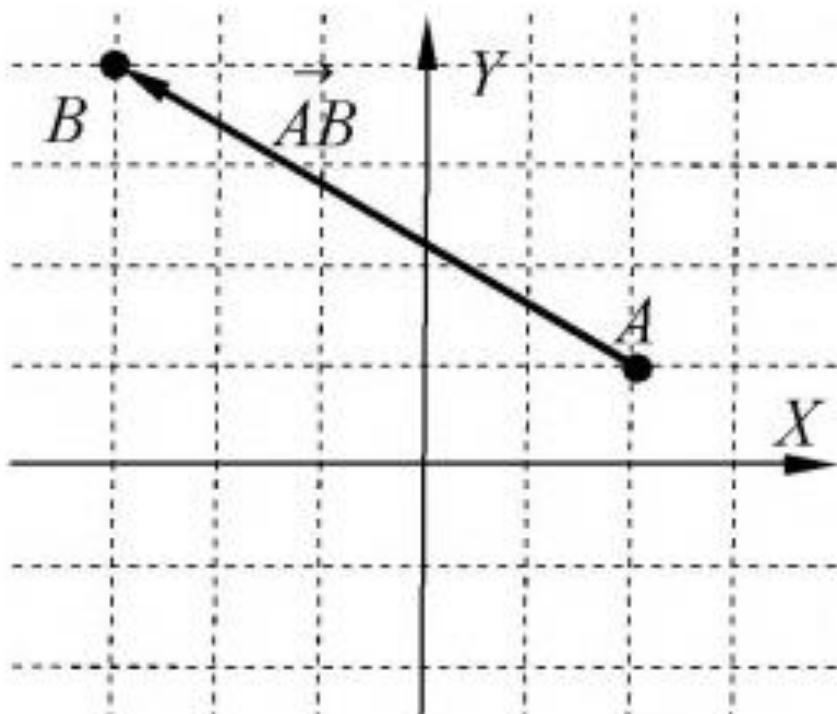
1/2021

$\vec{B}$  – вектор індукції магнітного поля;

$\vec{H}$  – вектор напруженості магнітного поля;

і так далі.

**ВЕКТОРОМ** називають величини, які характеризуються **числовим значенням (модулем)** та **напрямом**.



Вектор позначають:  $\vec{r}$  або  $\mathbf{r}$ .

Модуль:  $r = |\vec{r}| = |\mathbf{r}|$ .

Рисунок 1.1

## Додавання векторів:

робс

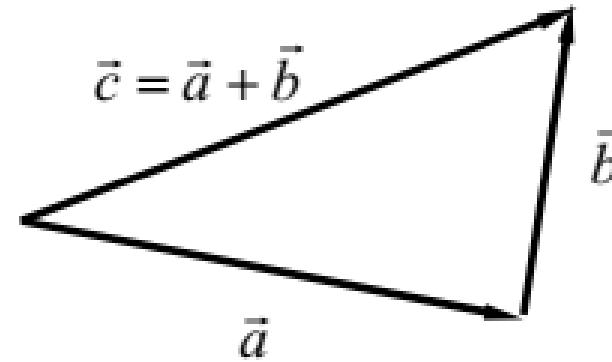
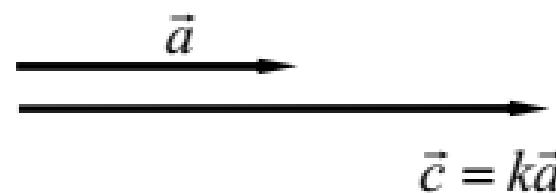


Рисунок 1.2

## Множення вектора на скаляр:

$$\vec{c} = k\vec{a}$$



1/09/2021  
ju.ua

Рисунок 1.3

## Віднімання векторів $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$

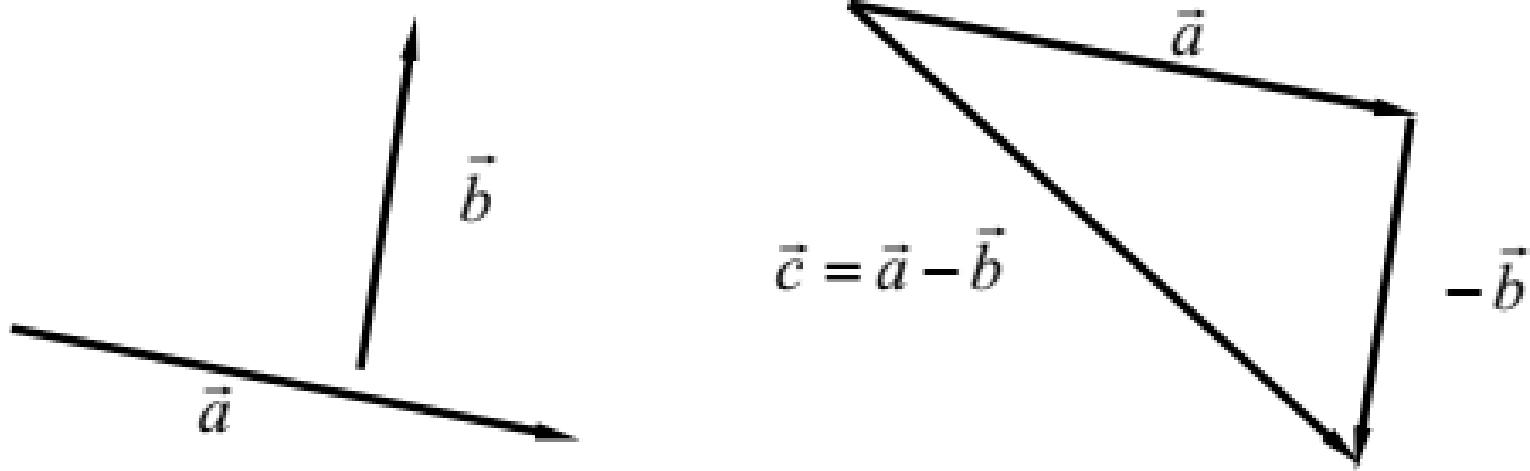


Рисунок 1.4

## Проекція вектора на вісь

Проекцію позначають  $a_x$ .

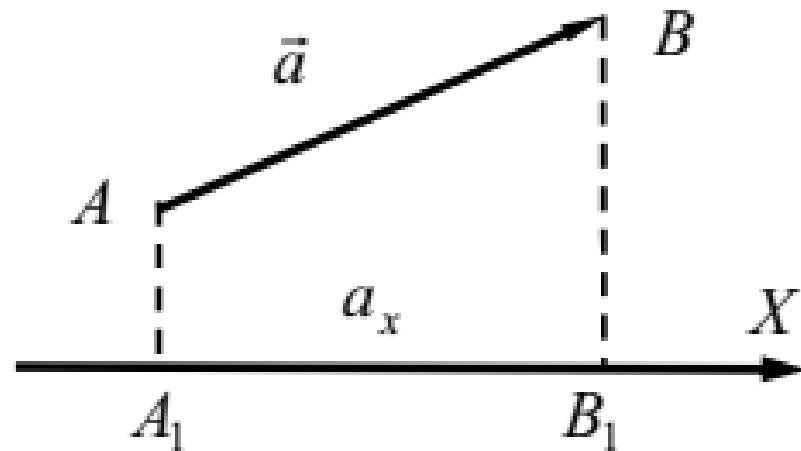


Рисунок 1.5

## Подання вектора через проекції на координатні осі. Орти

**Ортами координатних осей**  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$ ,

$\vec{e}_z$  ( $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$ ) називають вектори

**одиничної довжини**, які  
напрямлені уздовж відповідних  
осей.

Для довільного вектора

$$\vec{a} = a_x \vec{e}_x + a_y \vec{e}_y + a_z \vec{e}_z. \quad (1.1)$$

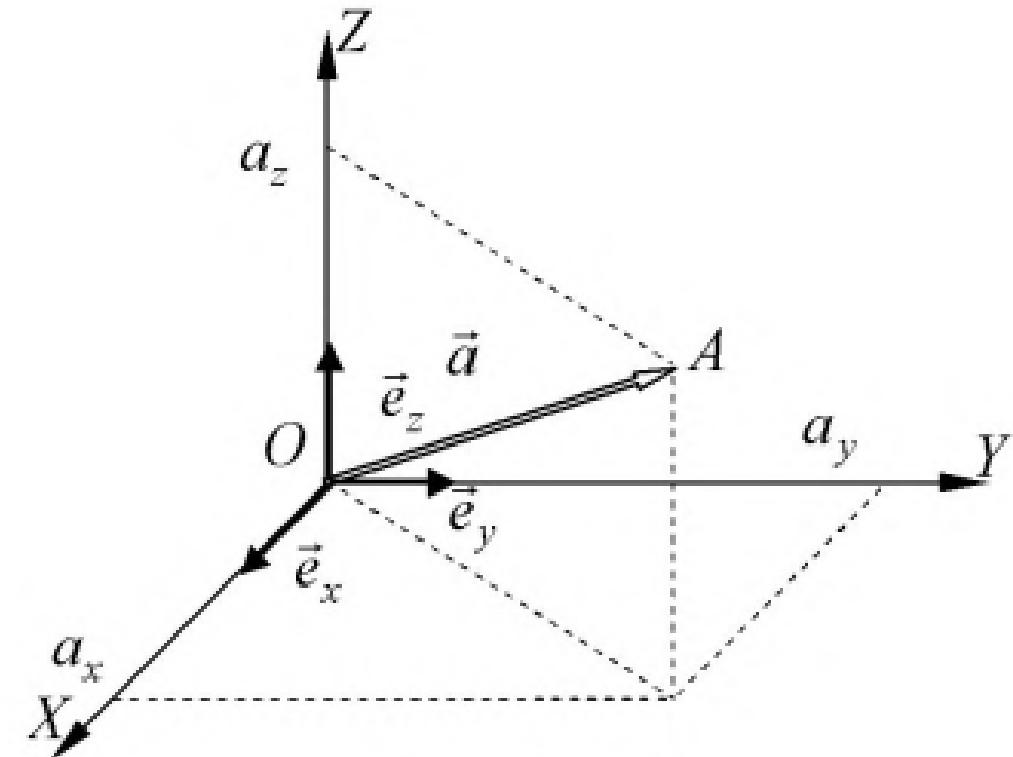


Рисунок 1.6

101/09/2021)

## Додавання великої кількості векторів

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{d} + \vec{g} + \dots \quad (1.2)$$

$$c_x = a_x + b_x + d_x + g_x + \dots,$$

$$c_y = a_y + b_y + d_y + g_y + \dots,$$

$$c_z = a_z + b_z + d_z + g_z + \dots,$$

$$\vec{c} = c_x \vec{e}_x + c_y \vec{e}_y + c_z \vec{e}_z. \quad (1.3)$$

## Співвідношення між сторонами трикутника

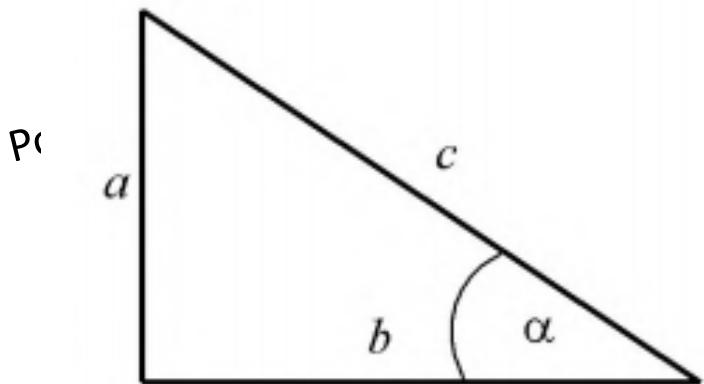


Рисунок 1.7

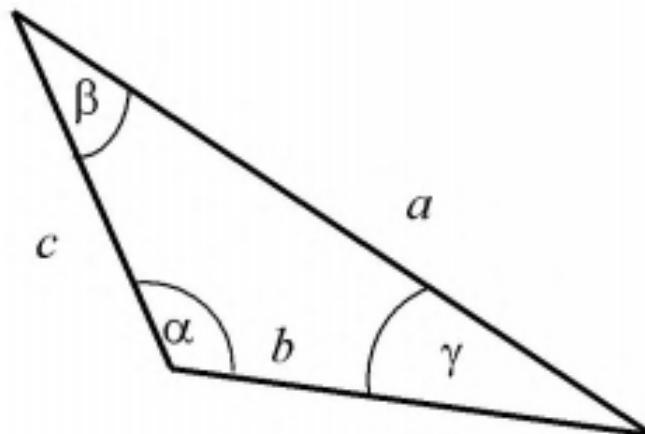


Рисунок 1.8

**1 Теорема Піфагора** для прямокутного трикутника (рис. 1.6):

$$c^2 = a^2 + b^2, \quad a = c \cdot \sin(\alpha), \quad b = c \cdot \cos(\alpha). \quad (1.4)$$

**2 Теорема косинусів** для довільного трикутника (рис. 1.7)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\gamma). \quad (1.5)$$

## Скалярний добуток векторів

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cdot \cos \alpha. \quad (1.6)$$

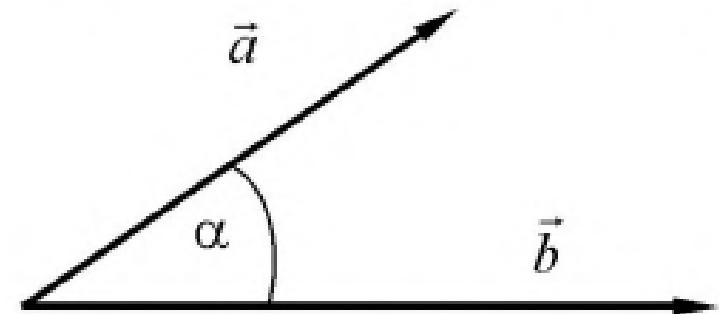


Рисунок 1.9

## Векторний добуток векторів

Символічно векторний добуток можна записати декількома способами:

$$\vec{a} \times \vec{b}, \text{ або } [\vec{a}\vec{b}], \text{ або } [\vec{a},\vec{b}], \text{ або } [\mathbf{ab}], \text{ або } \mathbf{a} \times \mathbf{b}.$$

$$c = a \cdot b \cdot \sin \alpha; \quad (1.7)$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \vec{e}_x(a_y b_z - a_z b_y) - \vec{e}_y(a_x b_z - a_z b_x) + \vec{e}_z(a_x b_y - a_y b_x) \quad (1.8)$$

## **Швидкість –**

Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}$$

**Швидкість** матеріальної точки через проекції на координатні осі і орти цих осей:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$$

Однина вимірювання швидкості:

$$[v] = \text{m/s}$$

## Визначення похідної

**Похідною функції**  $y = f(x)$  за незалежною змінною  $x$  називають:

робо'

$$f'_x(x) = y'_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \equiv \frac{df}{dx}.$$

## Таблиця похідних

Таблиця 3.1 – Таблиця похідних елементарних функцій

1  $(C)_x' = 0.$

9  $(\cos x)_x' = -\sin x.$

2  $(kx + b)_x' = k.$

10  $(\operatorname{tg} x)_x' = 1/\cos^2 x.$

3  $(x^n)_x' = n \cdot x^{n-1}.$

11  $(\operatorname{ctgx})_x' = -1/\sin^2 x.$

4  $(e^x)_x' = e^x.$

12  $(\arcsin x)_x' = 1/\sqrt{1-x^2}.$

5  $(a^x)_x' = a^x \cdot \ln a.$

13  $(\arccos x)_x' = -1/\sqrt{1-x^2}.$

6  $(\ln x)_x' = 1/x.$

14  $(\operatorname{arctg} x)_x' = 1/(1+x^2).$

7  $(\log_a x)_x' = 1/(x \ln a).$

15  $(\operatorname{arcctg} x)_x' = -1/(1+x^2).$

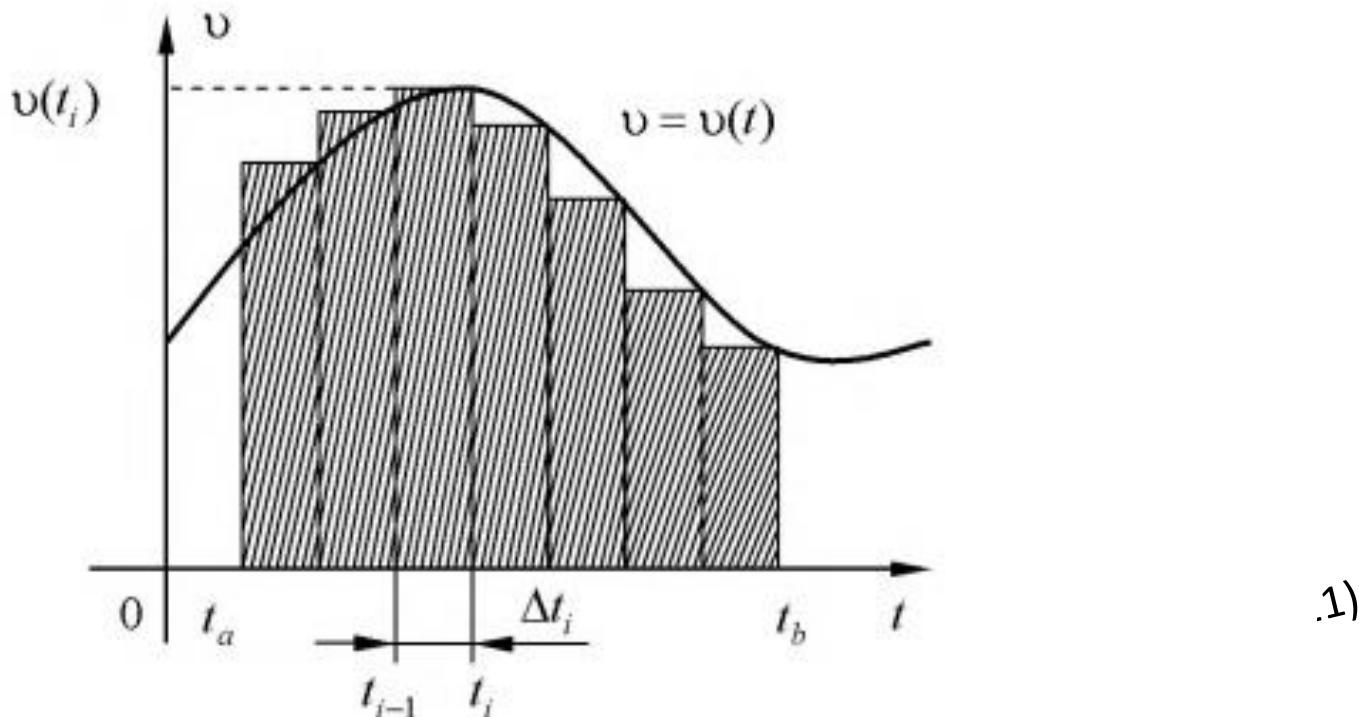
8  $(\sin x)_x' = \cos x.$

## §4 Інтеграл та його використання у фізиці

### Визначення шляху за модулем швидкості

Відомо:  $v = v(t)$  ( $v = ds / dt$ ).

Знайти: шлях за час від  $t_a$  до  $t_b$ .



.1)

Рисунок 4.1. Наближений спосіб розв'язання

$$s \approx v(t_1) \cdot \Delta t_1 + v(t_2) \cdot \Delta t_2 + \dots + v(t_i) \cdot \Delta t_i + \dots + v(t_N) \cdot \Delta t_N = \\ = \sum_{i=1}^N v(t_i) \cdot \Delta t_i. \quad (4.1)$$

$$s = \lim_{\max(\Delta t_i) \rightarrow 0} \left( \sum_{i=1}^N v(t_i) \cdot \Delta t_i \right). \quad (4.2)$$

або

$$s = \int_{t_a}^{t_b} v(t) \cdot dt. \quad (4.3)$$

## Визначений інтеграл (означення)

Нехай функція  $y = f(x)$  визначена та обмежена на замкненому інтервалі  $[a, b]$ . Розб'ємо цей інтервал на  $N$  малих інтервалів точками  $a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_N = b$ . Складемо суму (вона називається **інтегральною сумою**):

$$\begin{aligned} & f(x_1) \cdot (x_1 - x_0) + f(x_2) \cdot (x_2 - x_1) + \dots + f(x_N) \cdot (x_N - x_{N-1}) = \\ & = \sum_{i=1}^N f(x_i) \cdot (x_i - x_{i-1}) = \sum_{i=1}^N f(x_i) \cdot \Delta x_i. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Якщо існує границя інтегральної суми (4.4) за умови  $\max(\Delta x_i) \rightarrow 0$ , то границя цієї суми

$$I = \lim_{\max(\Delta x_i) \rightarrow 0} \left( \sum_{i=1}^N f(x_i) \cdot \Delta x_i \right) \quad (4.5)$$

називається **ВИЗНАЧЕНИМ ІНТЕГРАЛОМ**.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\max(\Delta x_i) \rightarrow 0} \left( \sum_{i=1}^N f(x_i) \cdot \Delta x_i \right). \quad (4.6)$$

## Первісна. Формула Ньютона-Лейбніца

Ро<sup>1</sup> 1 Функція  $F(x)$  називається **ПЕРВІСНОЮ** для функції  $f(x)$  на інтервалі  $(a,b)$ , коли для довільного  $x$  з цього інтервалу виконується рівність

$$\frac{dF}{dx} = f(x).$$

**Формула Ньютона-Лейбніца:**

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)}. \quad (3.7)$$

Таблиця 4.1 – Таблиця первісних елементарних функцій

<b>Функція</b>	<b>Первісна</b>
1 $f(x) = k$	$F(x) = kx$
2 $f(x) = x^n, (n \neq -1)$	$F(x) = x^{n+1} / (n + 1)$
3 $f(x) = 1/x$	$F(x) = \ln  x $
4 $f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
5 $f(x) = a^x$	$F(x) = a^x / \ln a$
6 $f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$
7 $f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$
8 $f(x) = 1/\sin^2 x$	$F(x) = -ctgx$
9 $f(x) = 1/\cos^2 x$	$F(x) = \operatorname{tg} x$
10 $f(x) = 1/\sqrt{1-x^2}$	$F(x) = \arcsin x$
11 $f(x) = 1/(1+x^2)$	$F(x) = \arctg x$

Робочий матеріал  
e-mail: v...

1/09/2021  
u.ua

## Приклад використання інтегралів

**Знайдемо зміну вектора швидкості  $\vec{v} - \vec{v}_0$  за час від  $t_0$  до  $t$  за відомим вектором прискорення  $\vec{a}$ .**

Робочий

Згідно з визначенням прискорення

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \quad (4.8)$$

Тоді за проміжок часу  $dt$  елементарна зміна швидкості  $d\vec{v}$  буде визначатись

$$d\vec{v} = \vec{a}(t) \cdot dt. \quad (4.9)$$

Інтегруємо праву та ліву частини

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \int_{t_0}^t d\vec{v} = \int_{t_0}^t \vec{a}(t) dt. \quad (4.10)$$

**Випадок  $\vec{a} = \overrightarrow{\text{const.}}$  3 (4.10)**

$$\vec{v} - \vec{v}_0 = \vec{a} \int_{t_0}^t dt = \vec{a} \cdot t \Big|_{t_0}^t = \vec{a}(t - t_0) \text{ або } \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}(t - t_0). \quad (4.11)$$

## Прискорення –

Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

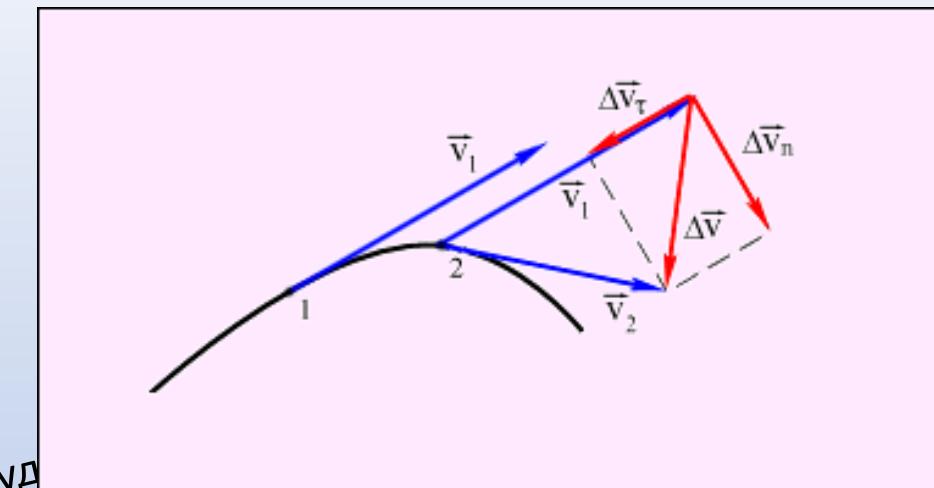
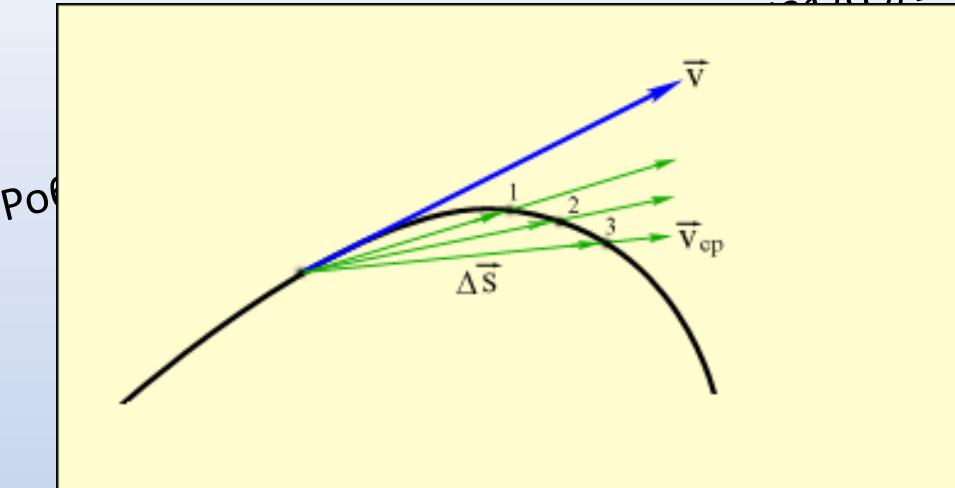
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \overset{\text{Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)}}{=} \frac{d\vec{v}}{dt} \overset{\text{e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua}}{=} \frac{d\vec{v}}{dt} \overset{\text{Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)}}{=} \vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

Однина вимірювання прискорення

$$[a] = \frac{m}{kg \cdot s^2}$$

# ОСНОВИ КІНЕМАТИКИ

109/2021)



## Скалярна середня швидкість руху

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

## Векторна середня швидкість руху

$$\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

## Середнє прискорення

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Робочий матеріал для студентів  
e-mail: v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

01/09/2021)

# **РІВНОПРИСКОРЕНИЙ РУХ**

**Рівноприскорений рух** це рух із сталим за

сталим прискоренням

$$\vec{a} = \text{const}$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t}$$

**Швидкість**  $\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

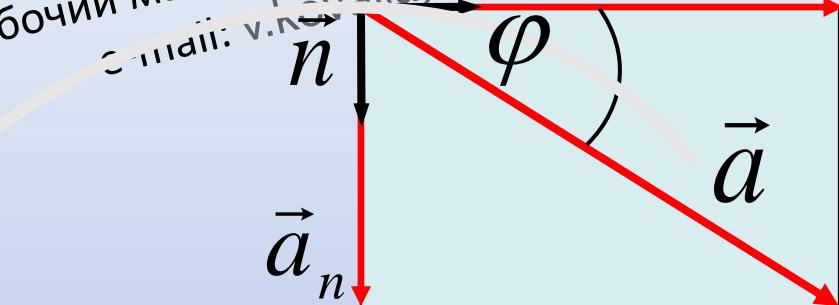
**Переміщення**

$$\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

# ПОСТУПАЛЬНИЙ КРИВОЛІНІЙНИЙ ТА ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХИ

Робочий матеріал для студентів КБ-01 (01/09/2021)  
спілк. v.koval@oeph.sumdu.edu.ua

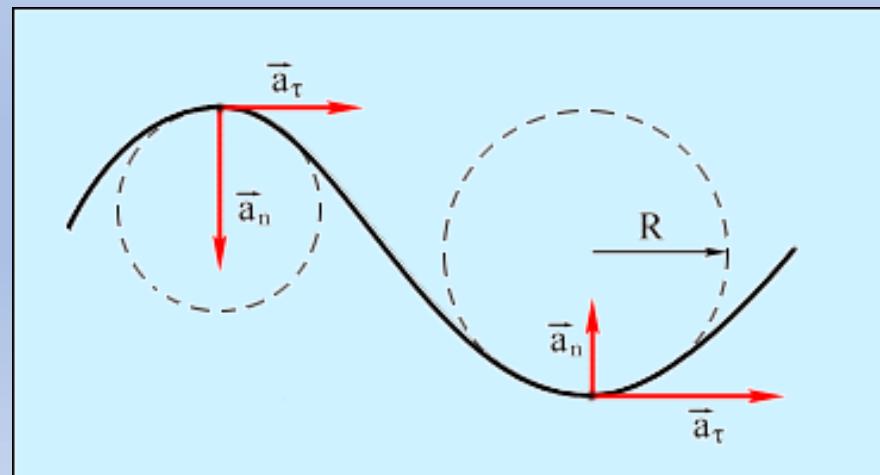


$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

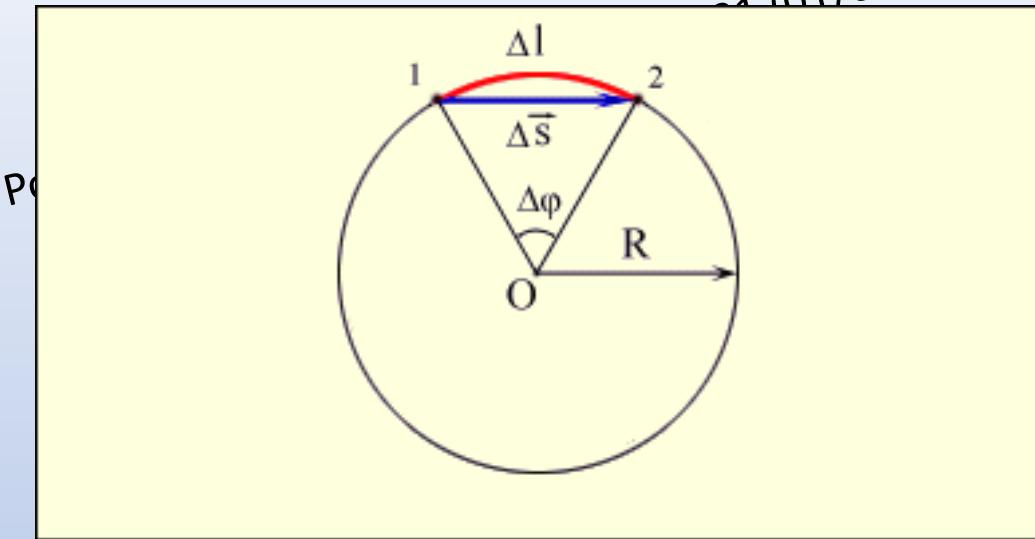
$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$$

$$\vec{a}_\tau = \frac{d\vec{v}}{dt} \vec{\tau},$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$$



# ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ



$$\vec{\varphi}$$

$$[\varphi] = 1 \text{ rad}$$

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

$$[\omega] = 1 \text{ rad/c}$$

$$\Delta \vec{r} = [\vec{\varphi} \times \vec{r}]$$

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]$$

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d^2 \vec{\varphi}}{dt^2} = \frac{d \vec{\omega}}{dt}$$

$$[\varepsilon] = 1 \text{ rad/c}^2$$

# **ЗВ'ЯЗОК МІЖ ЛІНІЙНИМ ТА КУТОВИМ ПРИСКОРЕННЯМ**

Робочий мате-  
ріал  
e-mail:

$$\vec{a}_n = \omega^2 r \vec{n}$$

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \times \vec{r}]$$

**Період обертання**

$$T = \frac{t}{N}$$

**Частота**

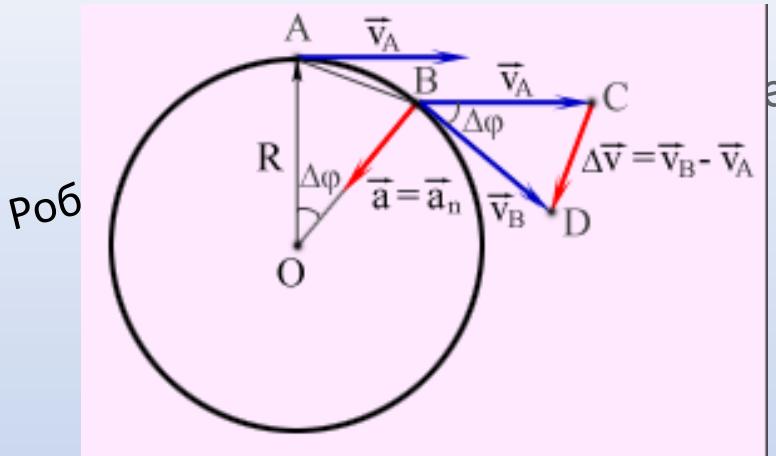
$$\nu = \frac{N}{t}$$

**Одиниці  
вимірювання**

$$[T] = 1 \text{ c}$$

$$[\nu] = 1 \text{ c}^{-1} = 1 \text{ Гц}$$

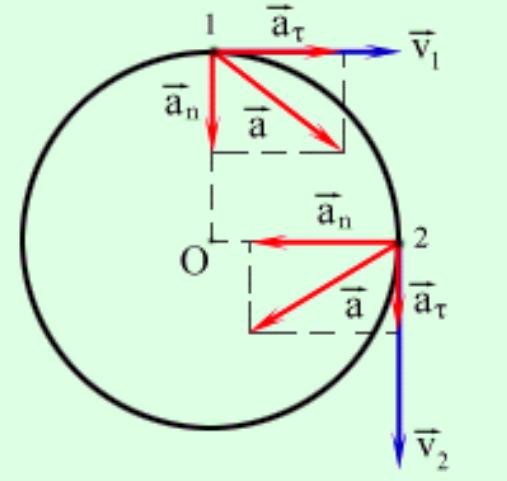
# РІВНОМІРНИЙ РУХ ТОЧКИ ПО КОЛУ



(01/09/2021)

edu.ua

Роб



Лінійна  
швидкість

Робочий

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Кутова  
швидкість

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Рівняння  
руху

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

(01/09/2021)  
академічні вчені та студенти  
Інституту фізики та математики  
Сумського національного університету

edu.ua