

# Лекція №13

Фотони. Теорія атому Бора. Хвильові властивості частинок

Викл Коваль В.В.

ФОК

2021р.

# Питання

Теплове випромінювання, енергетична світність. Закон Кірхгофа.

Універсальна функція Кірхгофа. Закон Стефана-Больцмана,

формула Віна, закон зміщення Віна. Формула Релея-Джинса.

Ультрафіолетова катастрофа. Гіпотеза Планка. Формула Планка.

Гальмівне рентгенівське випромінювання. Короткохвильова границя рентгенівського випромінювання. Зовнішній фотоефект. Закони фотоефекту. Формула Ейнштейна для фотоефекту. Фотони. Дослід

Боте. Властивості фотонів. Корпускулярно-хвильовий дуалізм світла. Ефект Комптона. Дослід Резерфорда. Ядерна модель атома.

Проблема стабільності атома з точки зору ядерної моделі атома.

Постулати Бора. Правило квантування орбіт. Досліди Франка й Герца. Спектральні закономірності у випромінюванні атома водню.

Терми. Борівська теорія водне подібного атома. Стала Рідберга.

Недоліки теорії Бора. Гіпотеза де Бройля. Співвідношення невизначеностей Гейzenберга.

# ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

## ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Потік енергії  $\Phi = \frac{dW}{dt}$   $[\Phi] = Bm$

Інтегральна випромінювальна здатність або енергетична світність

$$[R] = \frac{Bm}{M^2}$$

Випромінювальна здатність

$$R = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{dW}{dtdS}$$

$$r_{\lambda,T} = \frac{dW_\lambda}{dt \cdot dS \cdot d\lambda}$$

$$[r_{\lambda,T}] = \frac{Bm}{M^3}$$

$$\omega$$

$$\omega\!+\!\Delta\omega$$

$$\Delta \omega$$

$$r_{\omega,T}=\frac{dW_\omega}{dt\cdot dS\cdot d\omega}$$

$$\left[ r_{\omega,T}\right] =\frac{\mathcal{D}\mathcal{H}}{\mathcal{M}^2}$$

$$R=\int\limits_0^\infty r_{\omega,T}d\omega$$

$$r_{\lambda,T}=\frac{dR_{\lambda,T}}{d\lambda}$$

$$\omega=2\pi\frac{c}{\lambda}$$

$$d\omega=-2\pi\frac{c}{\lambda^2}d\lambda$$

$$~4$$

$$r_{\omega,T} = \frac{dR_{\omega,T}}{d\omega} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} \frac{dR_{\lambda,T}}{d\lambda} = -\frac{\lambda^2}{2\pi c} r_{\lambda,T}$$

## **Спектральна поглинальна здатність**

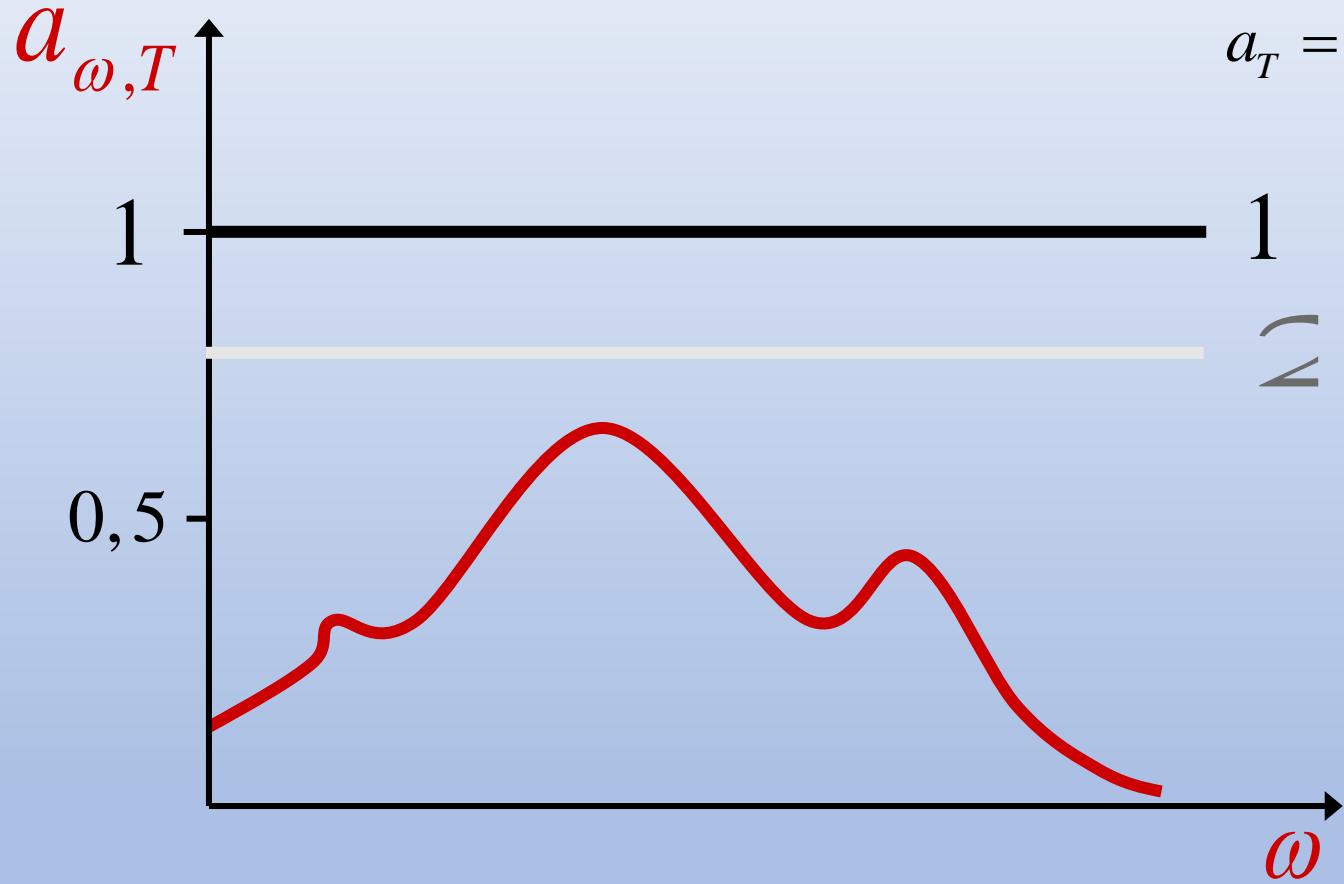
$$\begin{array}{c} \omega \\ \omega + \Delta\omega \end{array}$$

$$\begin{array}{c} d\Phi_\omega \\ d\Phi'_\omega \end{array}$$

**Поглинальна здатність (коєфіцієнт поглинання) тіла**

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_\omega}{d\Phi_\omega}$$

Інтегральна поглинальна здатність (коефіцієнт чорноти) тіла називається

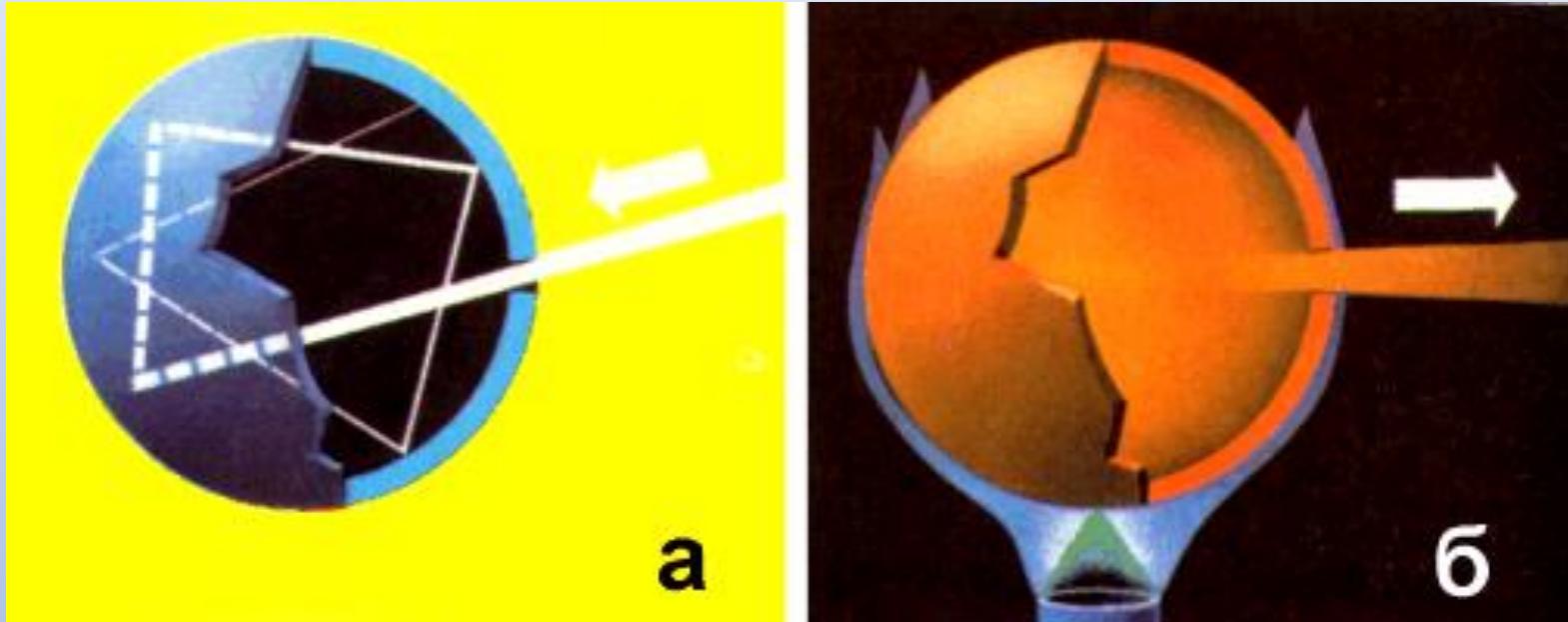


$$a_T = \frac{\int_0^{\infty} a_{\omega,T} \cdot f(\omega, T) d\omega}{\int_0^{\infty} f(\omega, T) d\omega}$$

*Поглинальна здатність 1 - абсолютно чорного тіла; 2 - сірого тіла; 3 - реального тіла*

## Абсолютно чорне тіло

$$a_T = 1$$



Моделлю *абсолютно чорного тіла* є сферична порожнина з ідеально відбиваючими стінками, у якій є отвір розміром меншим за 0.1 діаметра порожнини

# I закон теплового випромінювання – закон Кірхгофа

**Закон Кірхгофа**

$$\frac{r_{\omega,T}}{a_{\omega,T}} = f(\omega, T)$$

$$f(\lambda, T)$$

## ІІ закон теплового випромінювання – ЗАКОН СТЕФАНА – БОЛЬЦМАНА

$$R = \sigma T^4$$

$\sigma$  - стала Стефана – Больцмана,

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{Wm}{m^2 K^4}$$

**Закон Стефана – Больцмана для сірого тіла**

$$R = a_T \sigma T^4$$

$a_T$  - інтегральний коефіцієнт поглинання (коефіцієнт чорноти)

## ефективна радіаційна температура

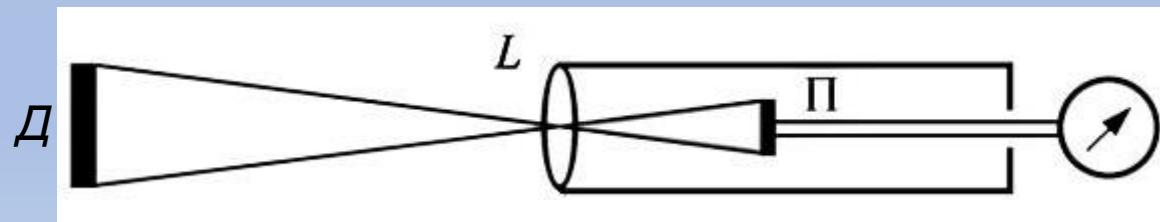
$$T_p$$

$$R = \sigma T_p^4 = a_T \sigma T^4$$

$$T_p = \sqrt[4]{a_T} T \quad T_p < T$$

$$a_T < 1$$

## Пірометр

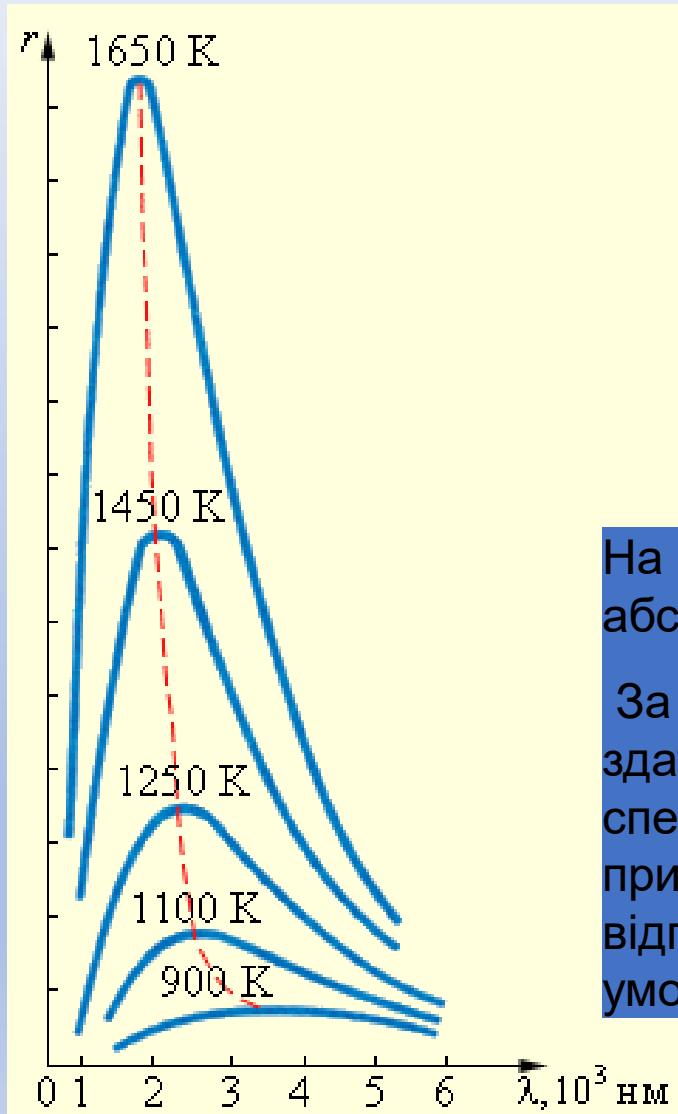


Якщо відомий інтегральний коефіцієнт поглинання матеріалу випромінювача, то за значенням радіаційної температури можна визначити його справжню температуру за формулою

$$T = \frac{T_p}{\sqrt[4]{a_T}}$$

Зокрема, якщо радіаційний пірометр покаже температуру  $T_p=933K$  при спостереженні розжареної поверхні вольфрамового випромінювача ( $a_T=0,15$ ), то його справжня температура  $T=1500K$ .

### ІІІ закон теплового випромінювання – ЗАКОН ЗМІЩЕННЯ ВІНА



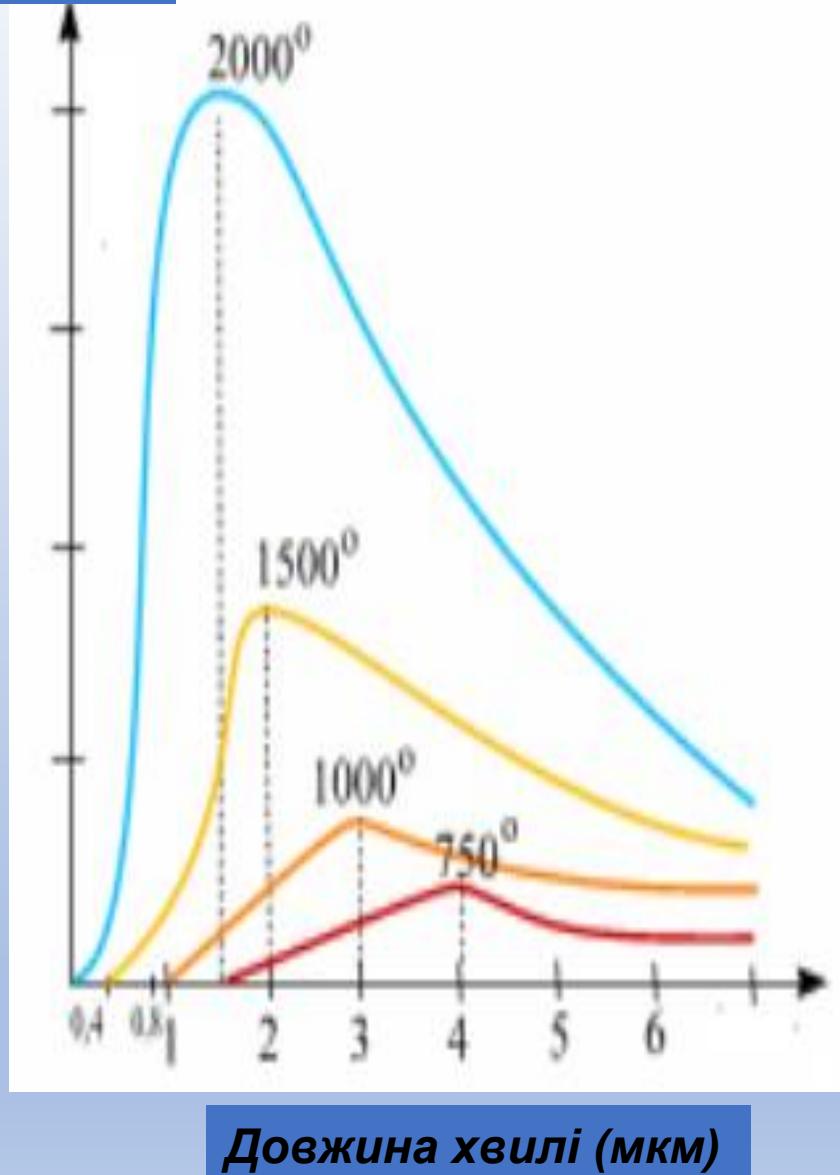
$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$$

$b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$  - стала закону зміщення Віна.

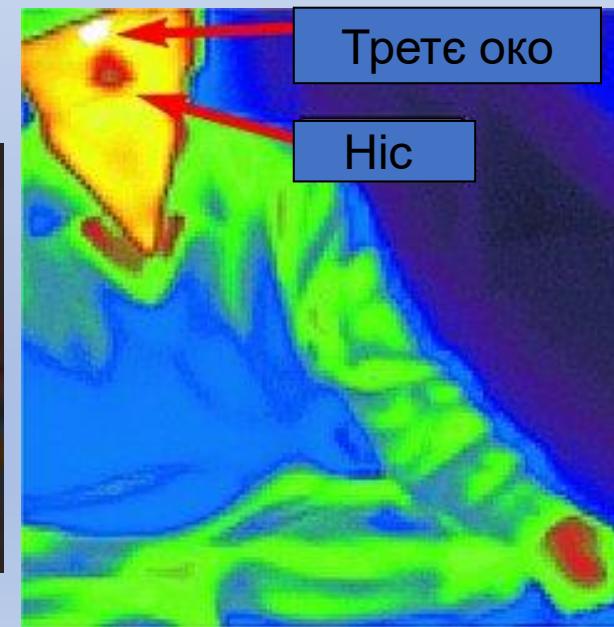
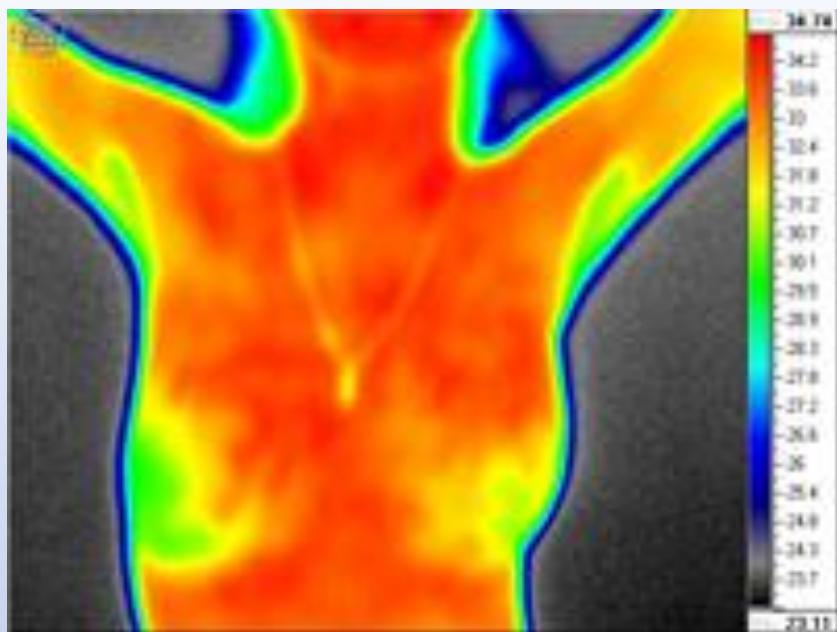
На рисунку наведений розподіл випромінювання абсолютно чорного тіла при різних температурах.

За температур  $T > 5000 \text{ К}$  максимум випромінювальної здатності знаходитьться в ультрафіолетовій області спектра. Максимум енергії випромінювання Сонця припадає на 470 нм (зелена область спектру), що відповідає температурі поверхні Сонця  $\sim 6200 \text{ К}$  (за умови, що Сонце є абсолютно чорним тілом).

## Енергія



Для всіх тіл зі збільшенням температури максимум енергії випромінювання зміщується у короткохвильову ділянку спектра, а загальна енергія випромінювання збільшується. Так, якщо батареї центрального опалювання (300K) має пік енергії у діапазоні невидимого інфрачервоного випромінювання, то розжарена поверхня Сонця (6000K) випромінює значну частину енергії у діапазоні видимого світла, а при ядерному вибуху (5000000K) більша частина енергії вибуху припадає на короткохвильове рентгенівське та гамма - випромінювання.



$$dn_{\omega} = \frac{\omega^2 d\omega}{\pi^2 c^3}$$

$$U(\omega, T) d\omega = <\varepsilon> dn_{\omega} = kT \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} d\omega$$

$$U(\omega, T) = \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} kT \quad \text{- Формула Релея – Джинса}$$

$$f(\omega, T) = \frac{c}{4} U(\omega, T)$$

$$f(\omega, T) = \frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} kT \quad \text{- Формула Релея – Джинса}$$

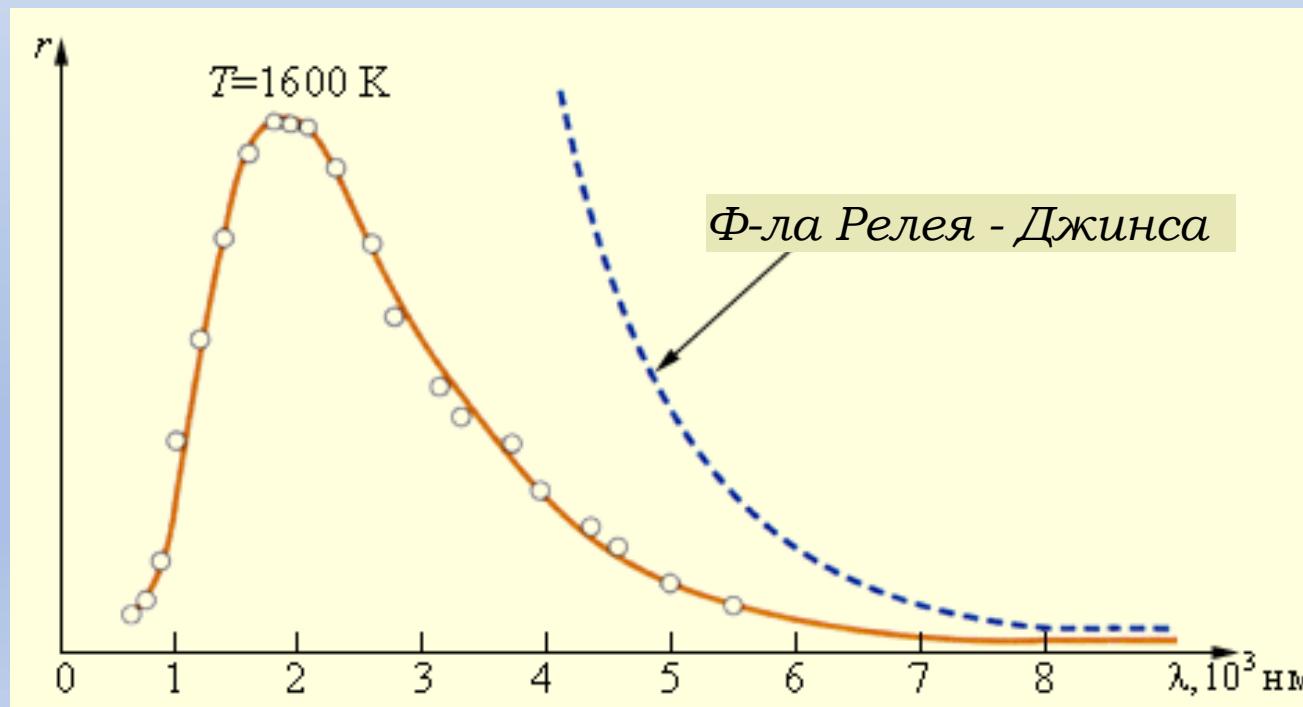
## Формула Релея – Джинса

$$r(\lambda, T) = \frac{2\pi kT}{\lambda^2}$$

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$$

$$R = \int_0^\infty r_\nu d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty$$

*"ультрафіолетова катастрофа"*  
П.С. Эренфест



## **Формула Планка**

**Енергія кванта світла**

$$\varepsilon = h\nu$$

$h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Дж·с - стала Планка.

**Формула Планка**

$$U(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1}$$

# фотоелект

Енергія фотона

$$\varepsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

Імпульс фотона



$$p_\phi = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

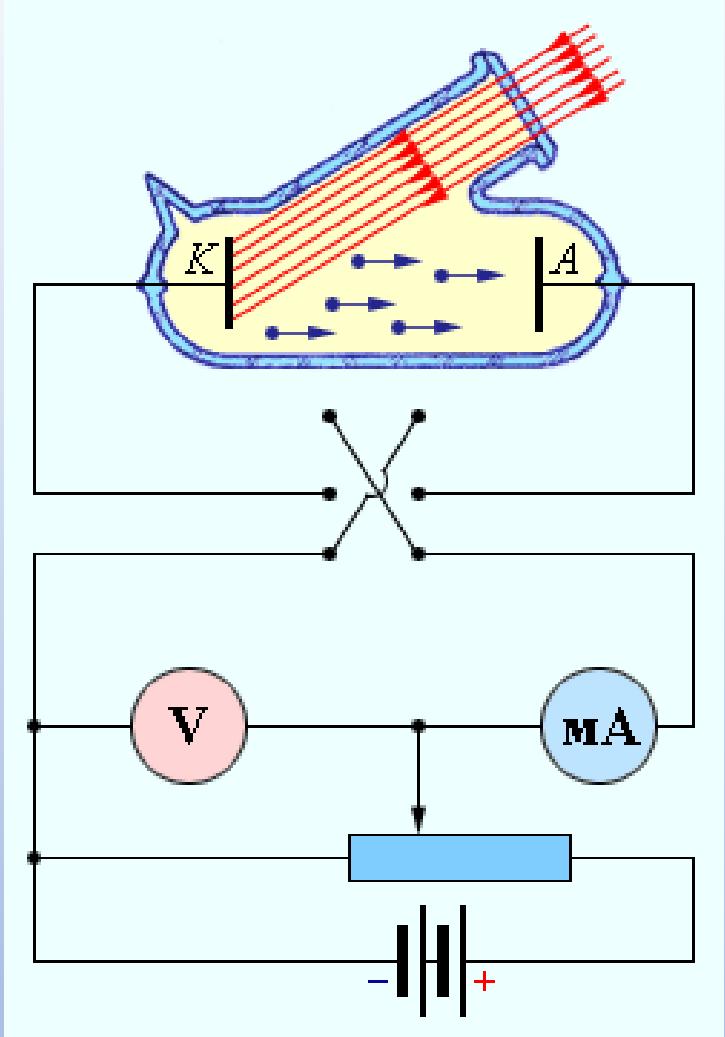
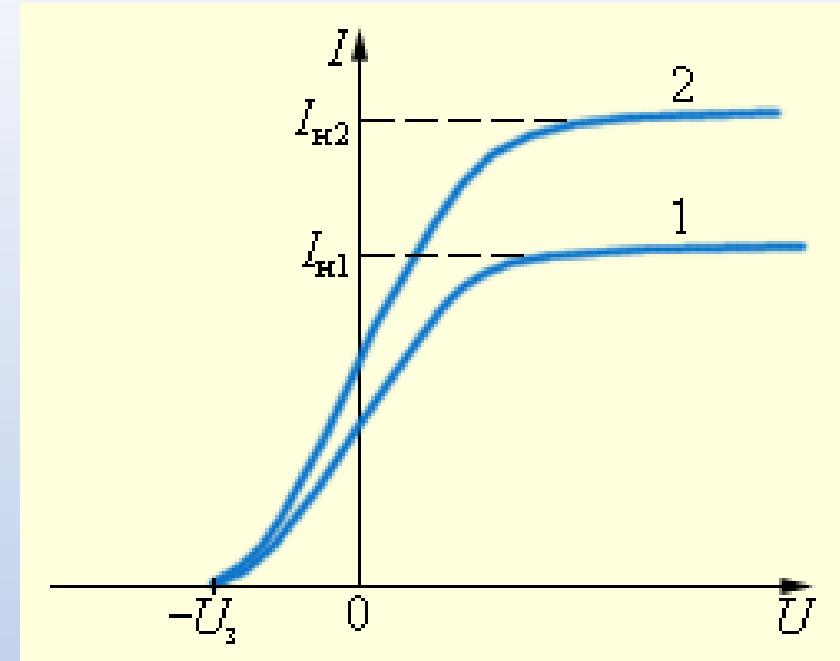


Схема експериментальної установки для вивчення фотоефекту



Залежність сили фотоструму від прикладеної напруги. Крива 2 відповідає більшій інтенсивності світлового потоку.

## Червона границя фотоефекту

$$\nu_{\min} = \frac{A}{h} \quad i \quad \lambda_{\max} = \frac{hc}{A}$$

## Рівняння Ейнштейна для фотоефекту

$$h\nu = A + \frac{mv_{\max}^2}{2}$$

# Вакуумний фотоелемент



# **Фоторезисторы**

# **Вентильні фотоелементи**

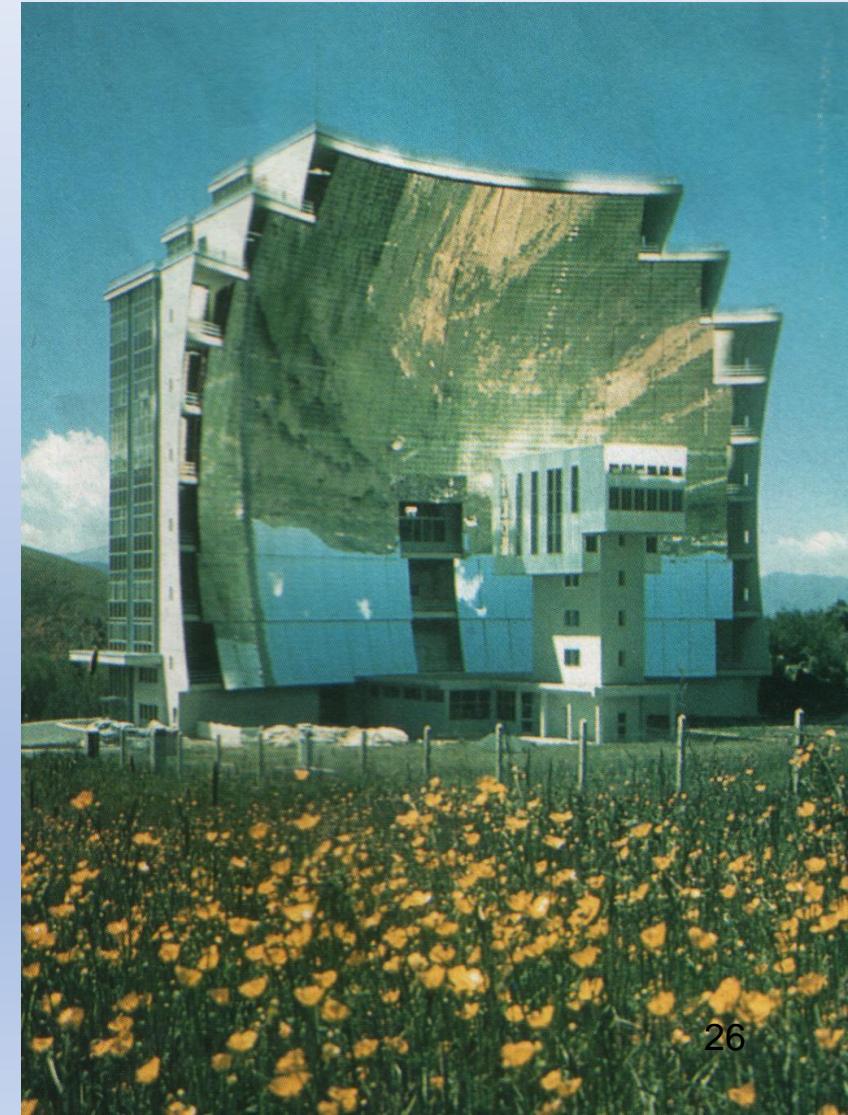
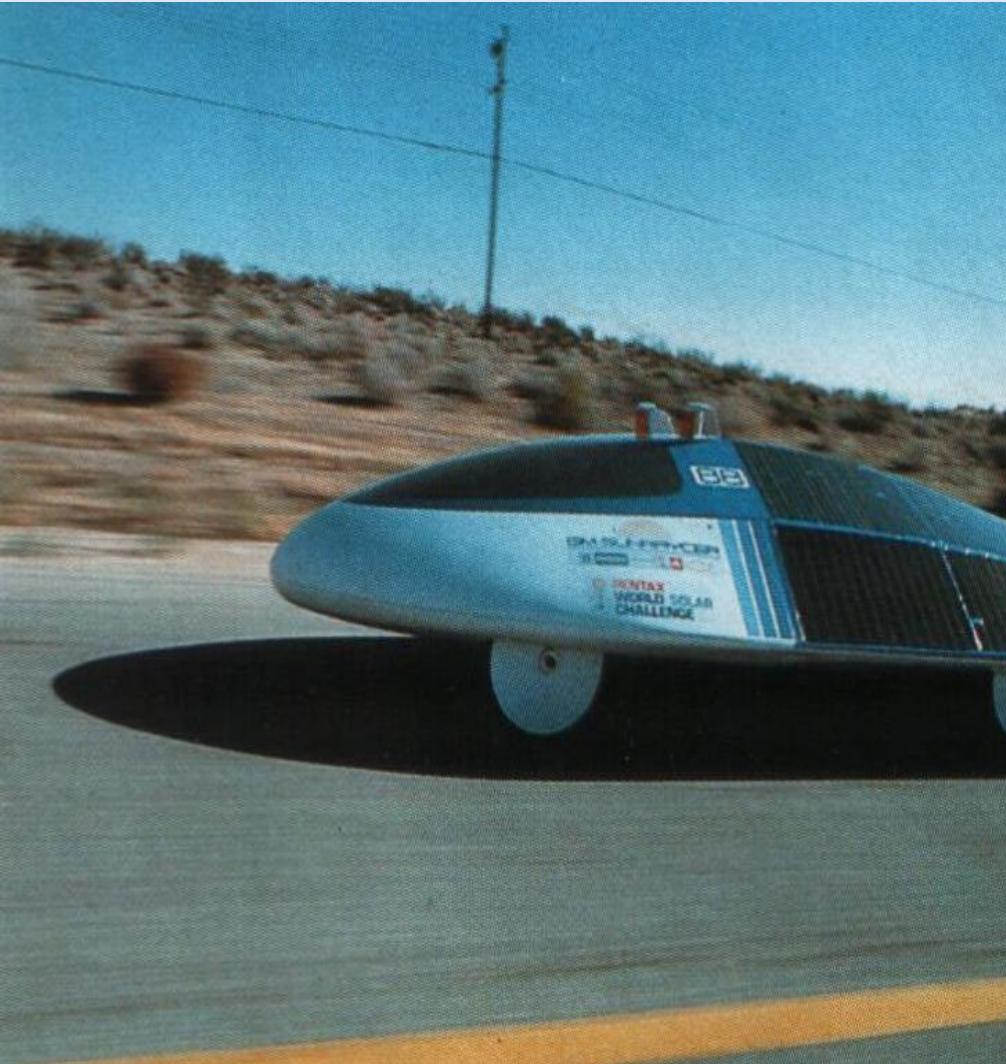
# *Сонячні батареї*



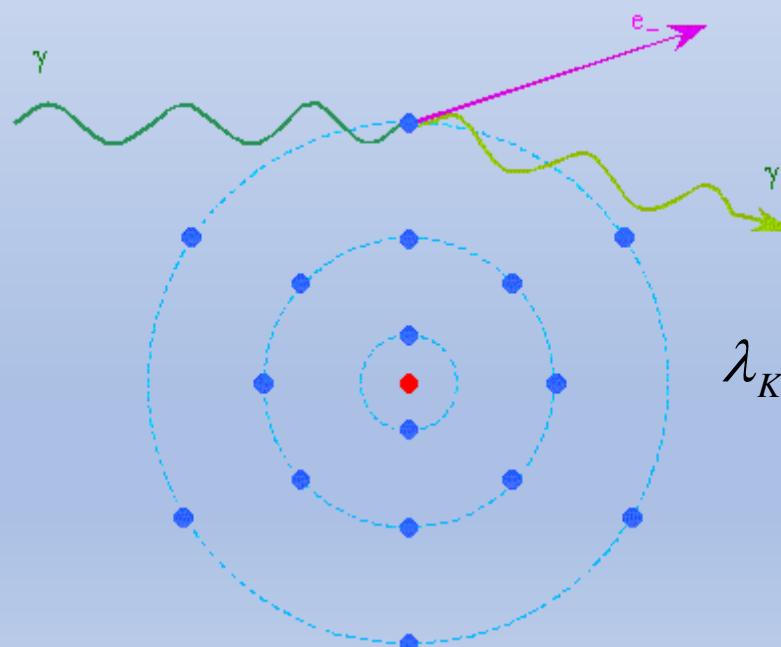
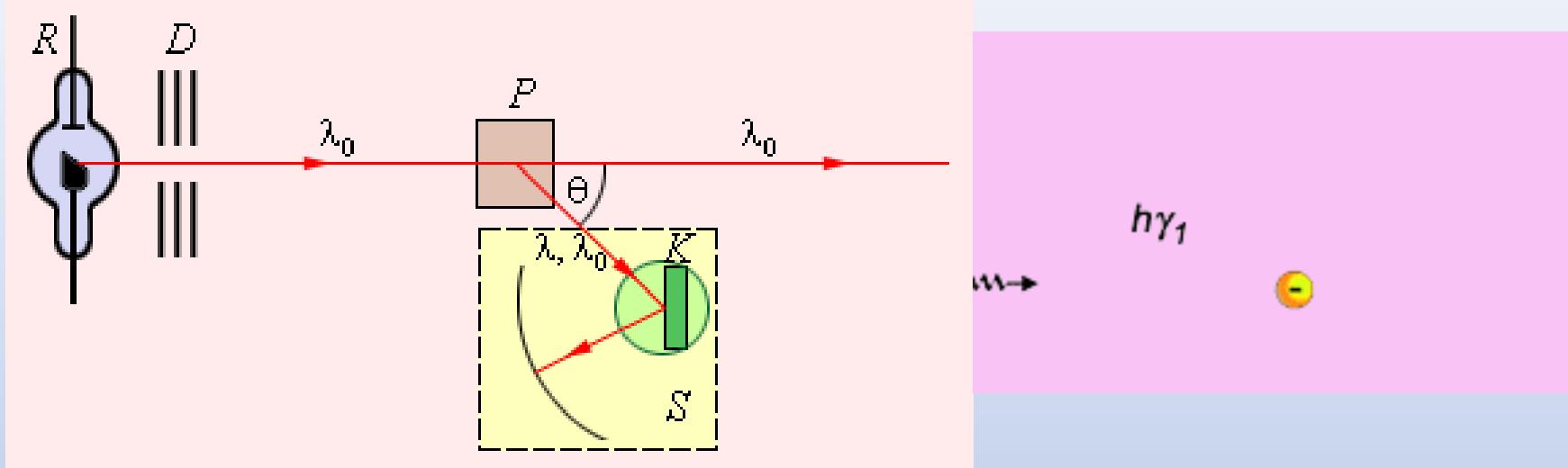
ККД складає приблизно 10%

можна збільшити до 22%

# Сонцемобіль, сонячна станція



# ЕФЕКТ КОМПТОНА



$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = 2 \lambda_K \sin^2 \left( \theta / 2 \right)$$

$$\lambda_K = \frac{h}{m_0 c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$$

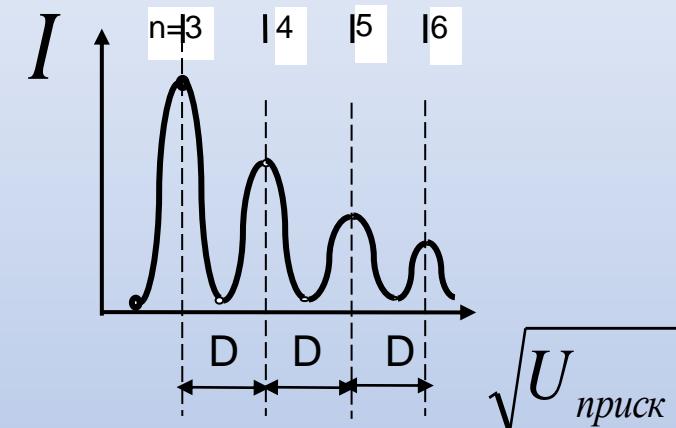
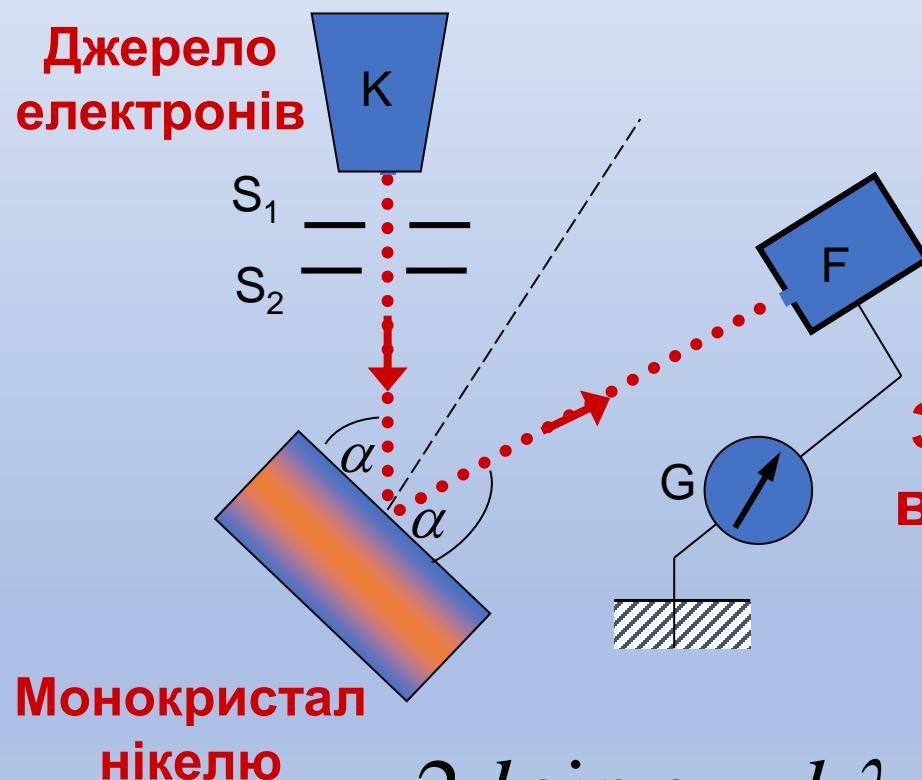
- комптонівська довжина хвилі.

# ЕЛЕМЕНТИ КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ

*Луї де Бройль*

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

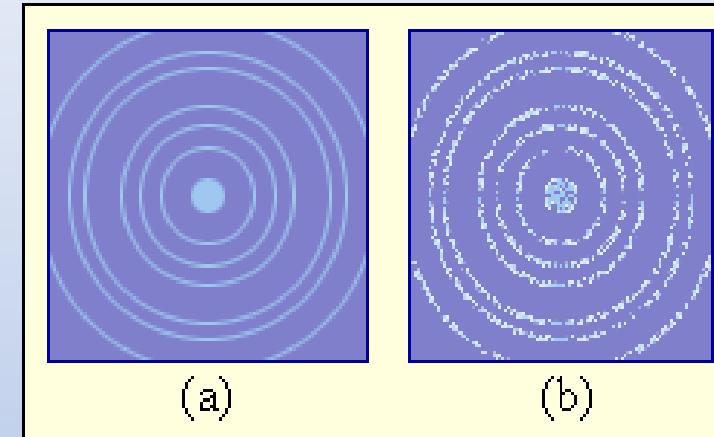
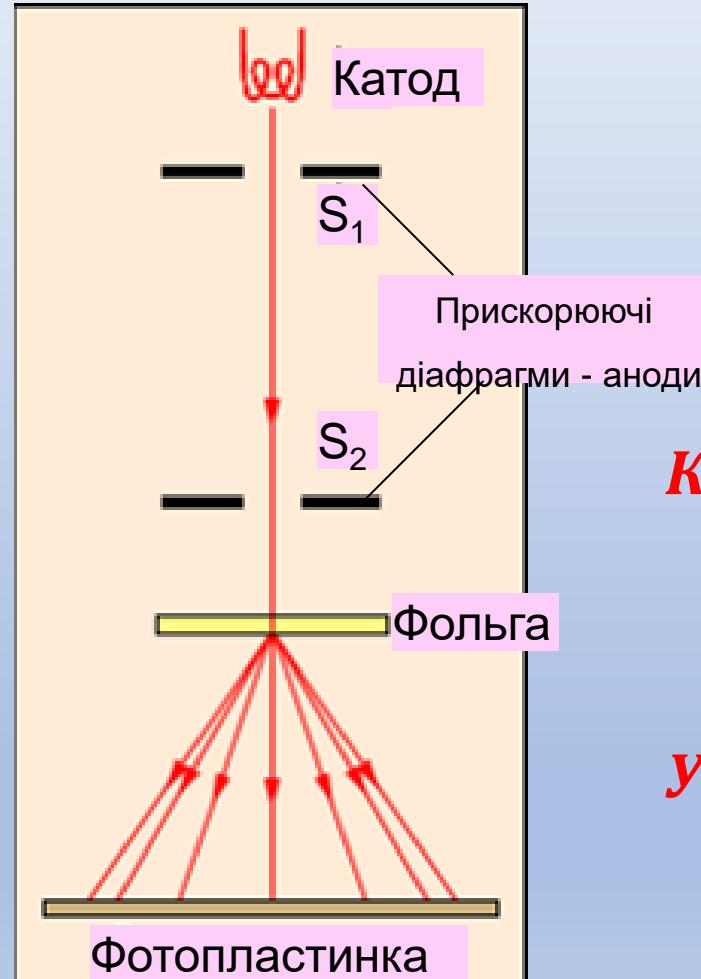
# Досліди К. Девіссона та Джермера (1927р.)



Залежність інтенсивності  
від прискорюючої напруги  
в дослідах Девіссона і  
Джермера

$$2d \sin \alpha = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

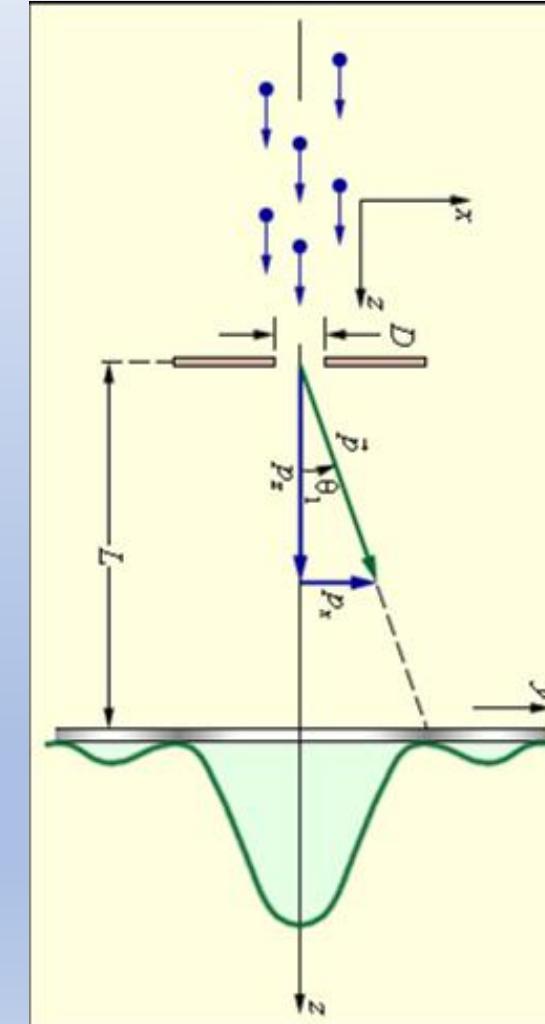
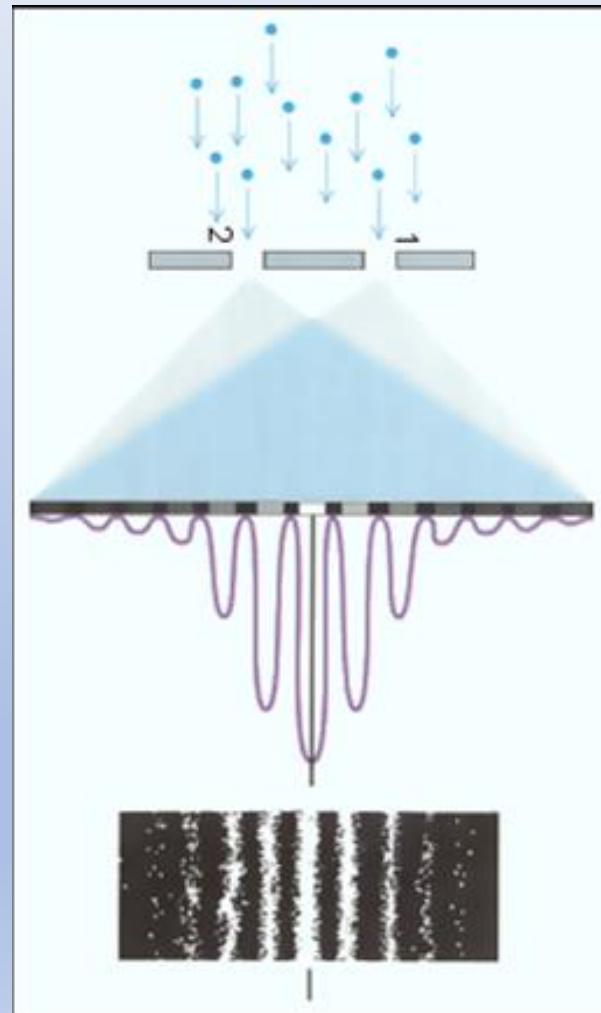
# Експерименти Тартаковського і Томсона з дифракції електронів на тонкій полікристалічній фользі із золота (1928р.)



*Картина дифракції електронів на полікристалічному зразку при тривалій експозиції (a) та при короткій експозиції (b).*

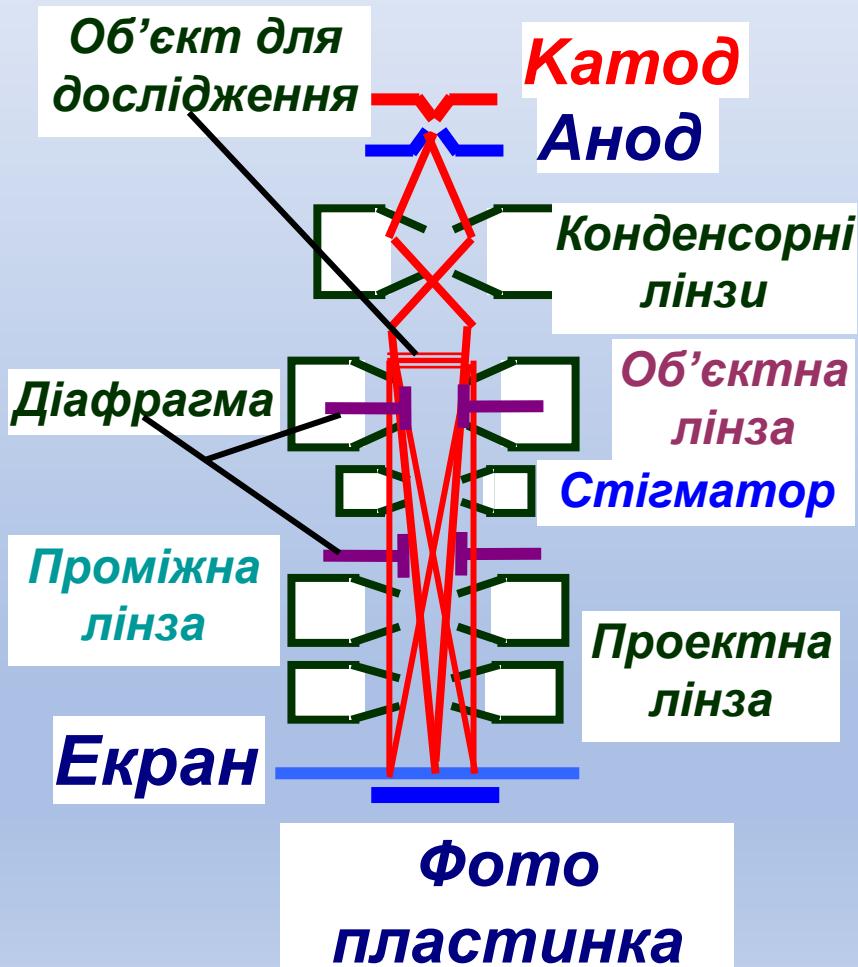
*У випадку (b) видно точки попадання окремих електронів на фотопластинку.*

# Дифракція електронів на одній та на двох щілинах



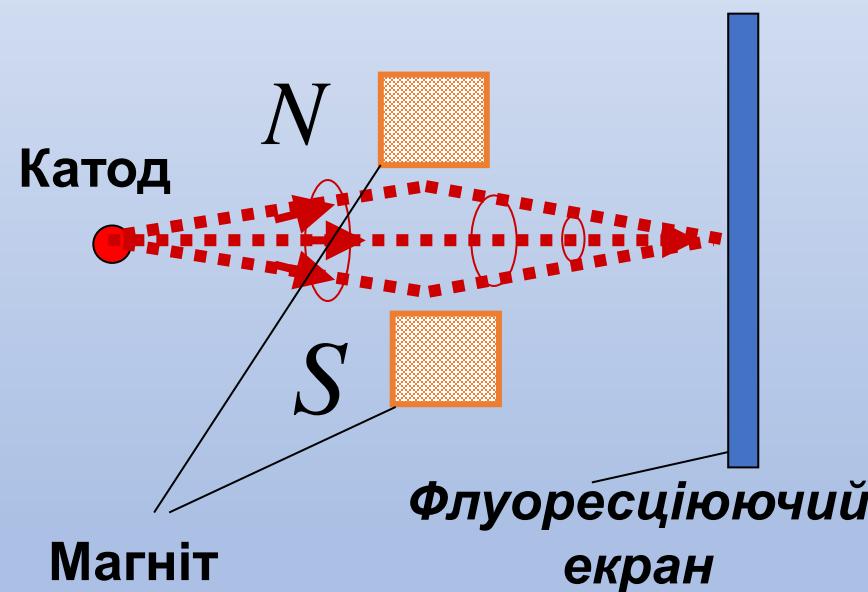
# Застосування хвиль де Бройля

## Електронний мікроскоп

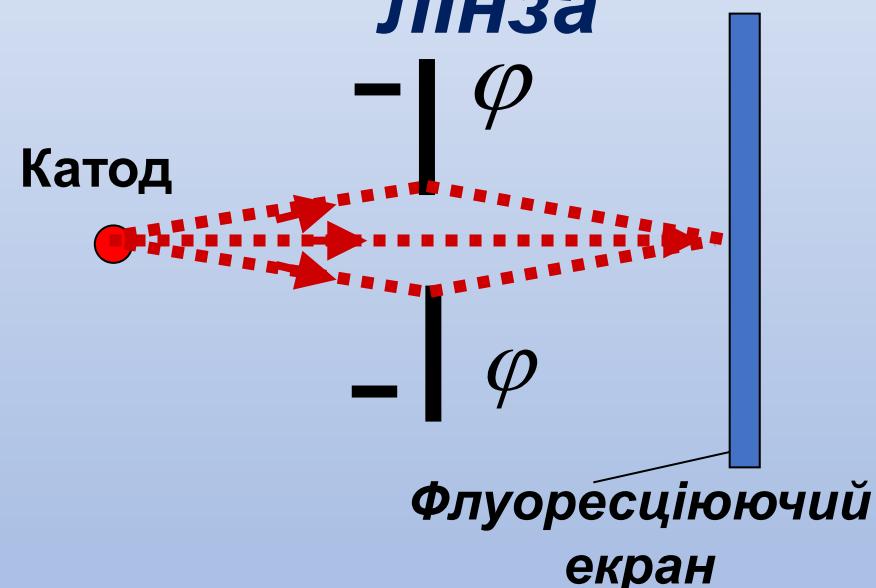


# Керування потоками заряджених частинок

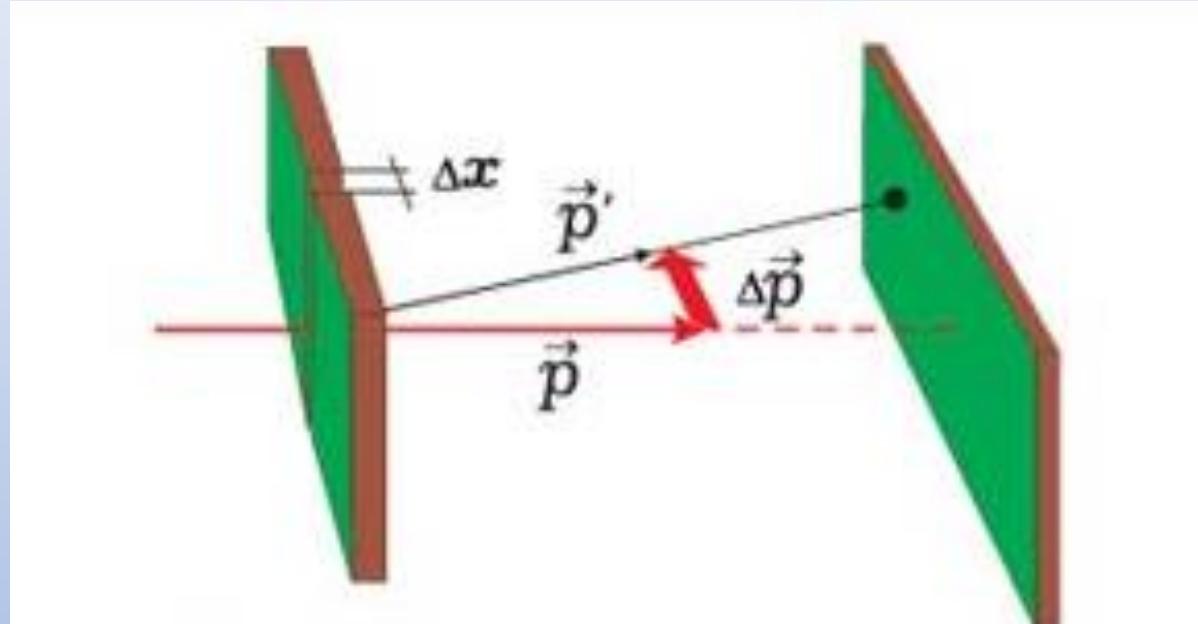
## Магнітна лінза



## Електростатична лінза



# *Співвідношення невизначеностей Гейзенберга*



$$\Delta x \Delta p \geq h$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq h$$

$$\frac{h}{\Delta t}$$

$$\Delta t < \frac{h}{E}$$

$$\Delta t > \frac{h}{E}$$

# Рівняння Шредінгера

$$\xi = A \cos(\omega t - kx) = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right)$$

Візьмемо  $\xi = \psi$        $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$

$$\omega = 2\pi\nu; \quad E = h\nu = 2\pi\hbar\nu = \hbar\omega$$

$$\psi = A \cos\left[\frac{1}{\hbar}(Et - px)\right]$$

$$\psi = A \exp\left[\left(\frac{i}{\hbar}\right)(px - Et)\right]$$

# Рівняння Шредінгера

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = A \frac{i^2 p^2}{\hbar^2} e^{\frac{i}{\hbar}(px-Et)} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi \quad p^2 = -\frac{\hbar^2}{\psi} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -A \left( \frac{iE}{\hbar} \right) e^{\frac{i}{\hbar}(px-Et)} \quad E - U = \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{i^2 E}{\hbar i} \psi \quad E = \frac{\hbar i}{\psi} \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U \psi = \hbar i \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi + U \psi = i \hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

## **Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів**

$$\psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z) e^{-\frac{i}{\hbar} Et}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} \psi e^{-\frac{i}{\hbar} Et} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + U\psi = E\psi$$

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0$$

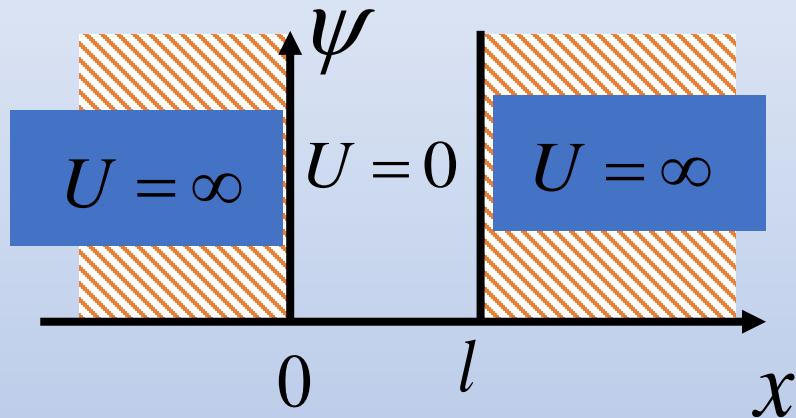
# Хвильова функція

$$dP = |\psi|^2 dV$$

$$|\psi|^2 = \frac{dP}{dV}$$

$$\int_0^\infty |\psi|^2 dV = 1$$

# ЧАСТИНКА В ОДНОВИМІРНІЙ ПРЯМОКУТНІЙ ПОТЕНЦІАЛЬНІЙ ЯМІ



$$U = 0 \quad (0 \leq x \leq l),$$
$$U = \infty \quad (x \leq 0, x \geq l)$$

# ЧАСТИНКА В ОДНОВИМІРНІЙ ПРЯМОКУТНІЙ ПОТЕНЦІАЛЬНІЙ ЯМІ

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$$

$$\psi(0) = \psi(l) = 0$$

# ЧАСТИНКА В ОДНОВИМІРНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ ПОТЕНЦІАЛЬНИЙ ЯМІ

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0$$

$$\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0$$

$$\psi(x) = A \cos kx + B \sin kx$$

# ЧАСТИНКА В ОДНОВИМІРНІЙ ПРЯМОКУТНІЙ ПОТЕНЦІАЛЬНІЙ ЯМІ

$$\psi(0) = 0$$

тоді  $A=0$ .

$$\psi(l) = 0$$

тоді  $B \sin kl = 0$

$$k_n l = \pi n \quad \text{тоді} \quad \sin kl = 0$$

$$k_n = \frac{n\pi}{l} \quad \text{де} \quad n = 1, 2, 3\dots$$

$$k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}$$

Тоді

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

# ЧАСТИНКА В ОДНОВИМІРНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ ПОТЕНЦІАЛЬНИЙ ЯМІ

$$B^2 \int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = 1$$

$$\int_0^l \sin^2 \frac{n\pi x}{l} dx = \frac{1}{2} l$$

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

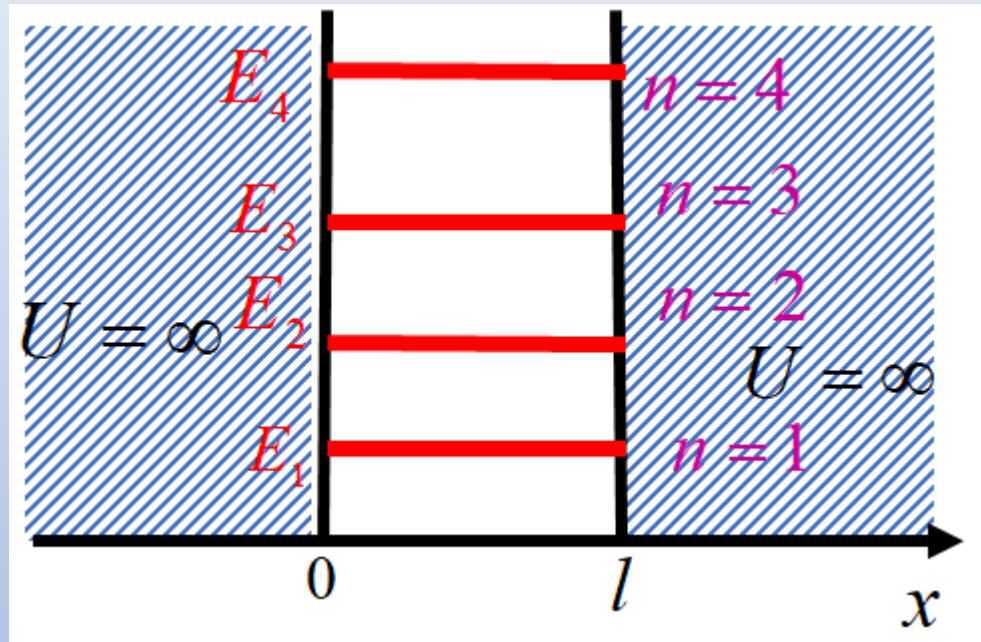
# ЧАСТИНКА В ОДНОВИМІРНІЙ ПРЯМОКУТНІЙ ПОТЕНЦІАЛЬНІЙ ЯМІ

$$\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2$$

$$k_n = n\pi/l$$

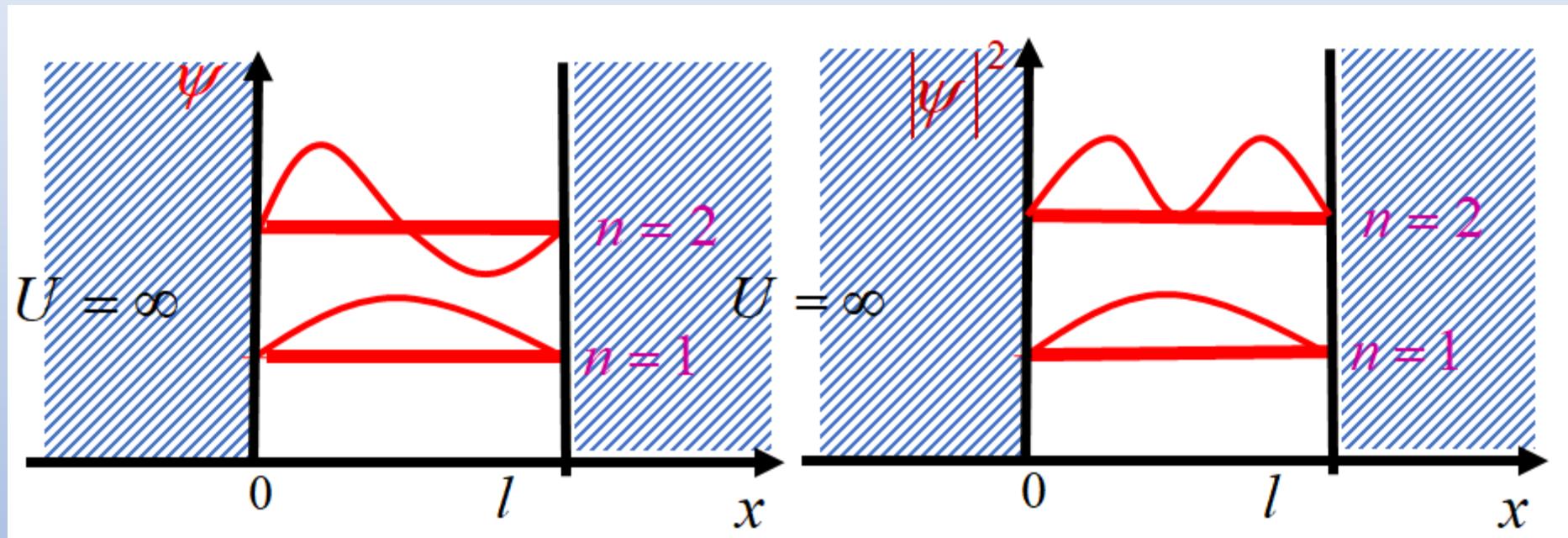
$$E_n = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{n^2 \hbar^2 \pi^2}{2ml^2}$$

## Квантування енергії частинки в потенціальній „ямі”



$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ml^2} n^2$$

# Квантування - функції та густини вірогідності в потенціальній ямі

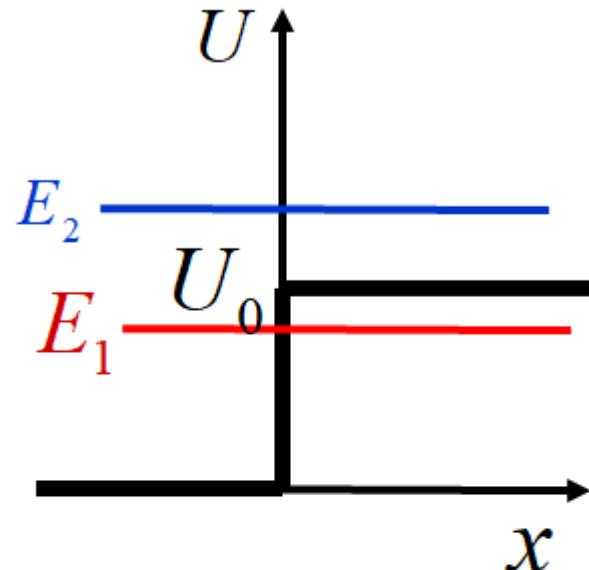


$$n=1; \psi=0, x=\begin{cases} 0 \\ l \end{cases}$$

$$\psi = \max, x = \frac{1}{2}l$$

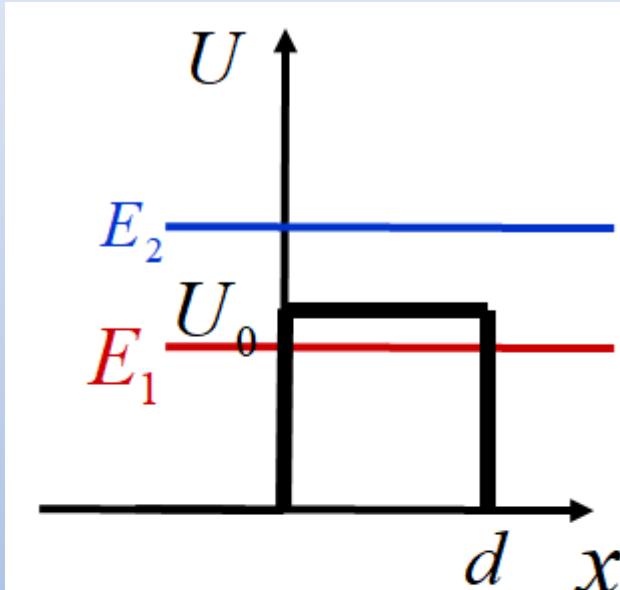
$$n=2; \psi=0, x=\begin{cases} 0 \\ \frac{1}{2}l \\ l \end{cases} \quad \psi = \max, x = \begin{cases} \frac{1}{4}l \\ \frac{3}{4}l \end{cases}$$

# ПРОХОДЖЕННЯ ЧАСТИНКИ КРІЗЬ ПОТЕНЦІАЛЬНИЙ БАР'ЄР



Потенціальний  
бар'єр у вигляді  
сходинки

Рис.1

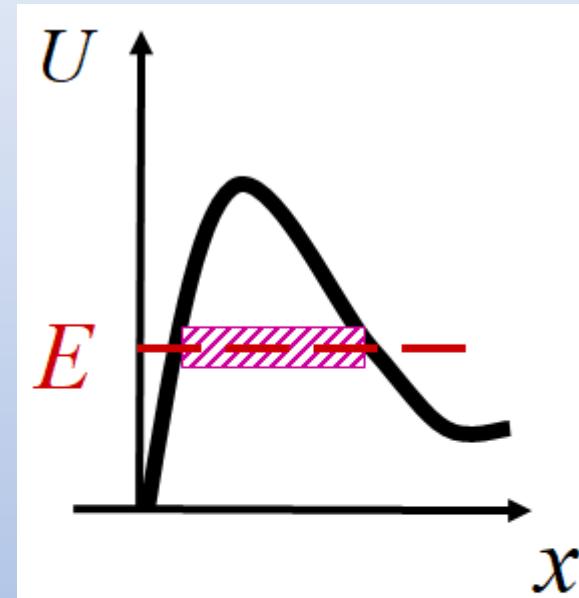


Потенціальний  
бар'єр конечної  
ширини

Рис. 2

# Тунельний ефект

$$D \approx \exp \left[ -\left( d/\hbar \right) \sqrt{8m(U_0 - E)} \right]$$



Тунельний  
ефект

Рис. 3

# Квантовий гармонічний осцилятор

$$F = -kx \quad U = \frac{kx^2}{2} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \psi = 0$$

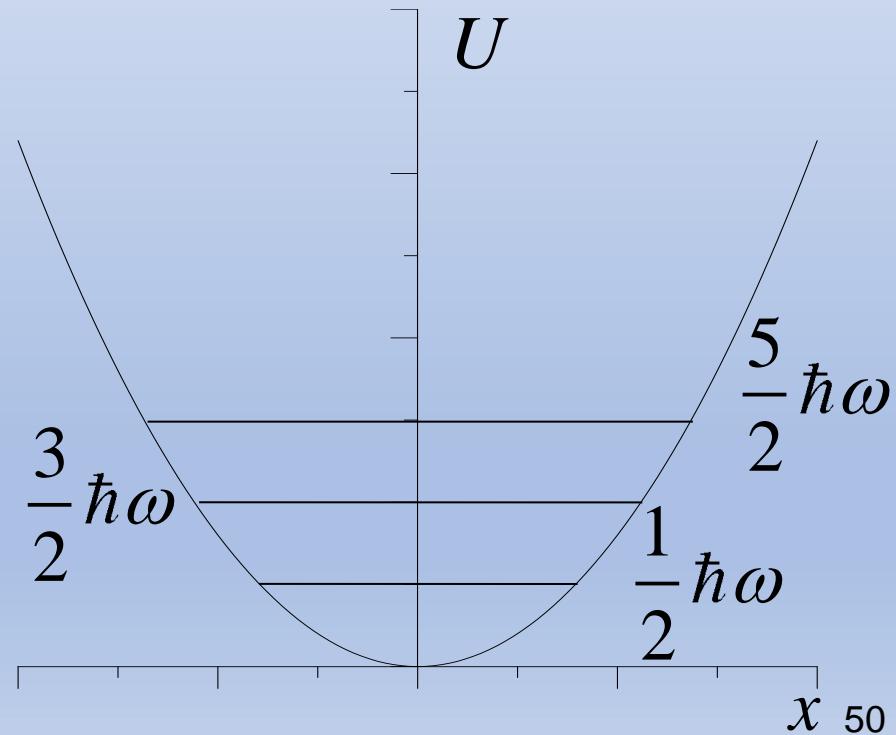
$$\psi_1 = e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2} \quad E_1 = \frac{3}{2}\hbar\omega$$

$$\psi_2 = 2e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2} \quad E_2 = \frac{5}{2}\hbar\omega$$

# Квантовий гармонічний осцилятор

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

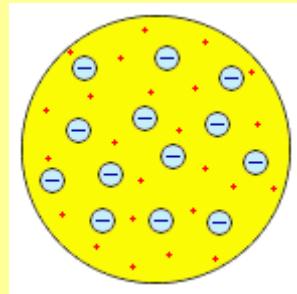
$$\Delta n = \pm 1$$



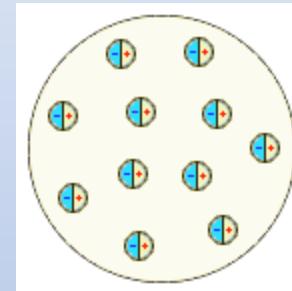
# Будова атому

1) 1901 р. Жан Перрен - ядерно-планетарна будова атома

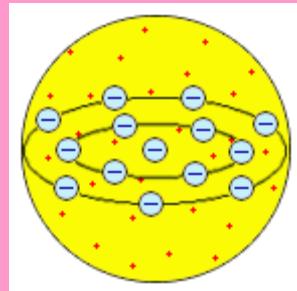
2) 1902 р. У. Томсон (лорд Кельвін).



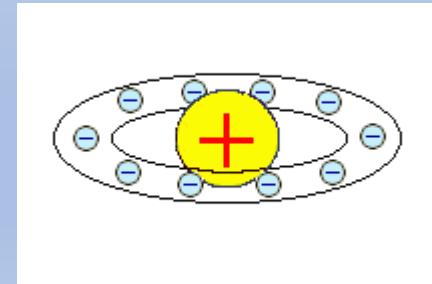
4) 1903 р. Філіп фон Ленард



3) 1903 р. Дж. Дж. Томсон.

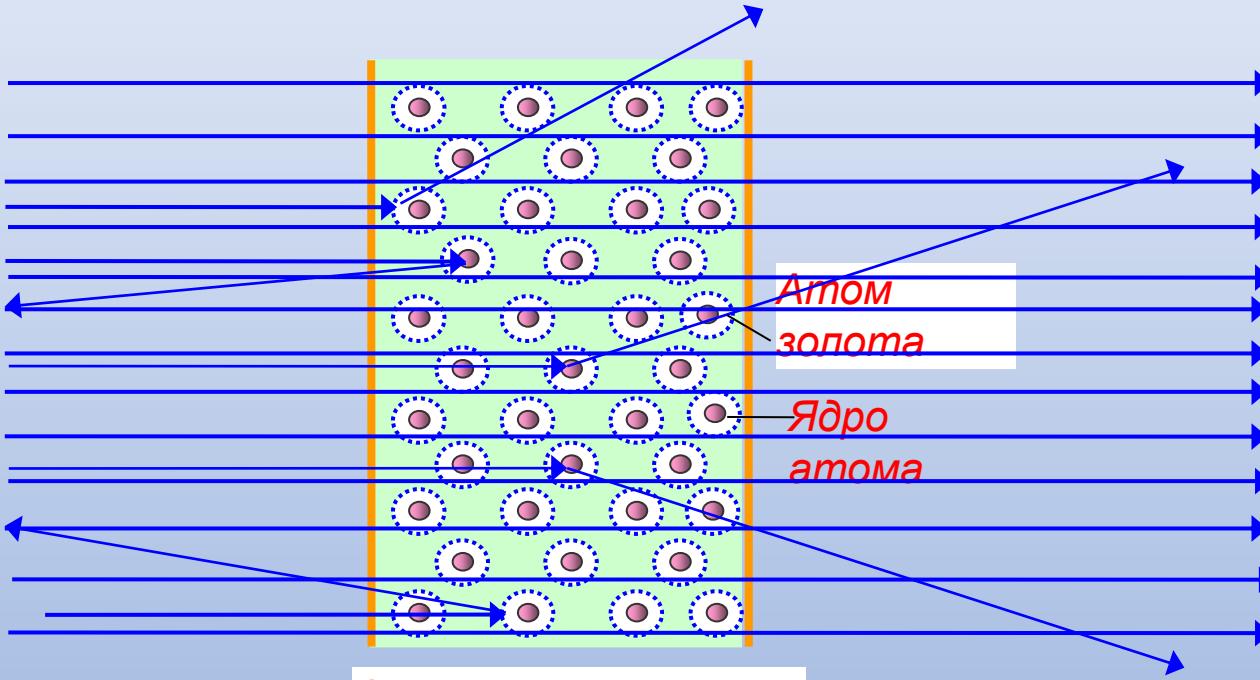


5) 1904р. Хантаро Нагаока

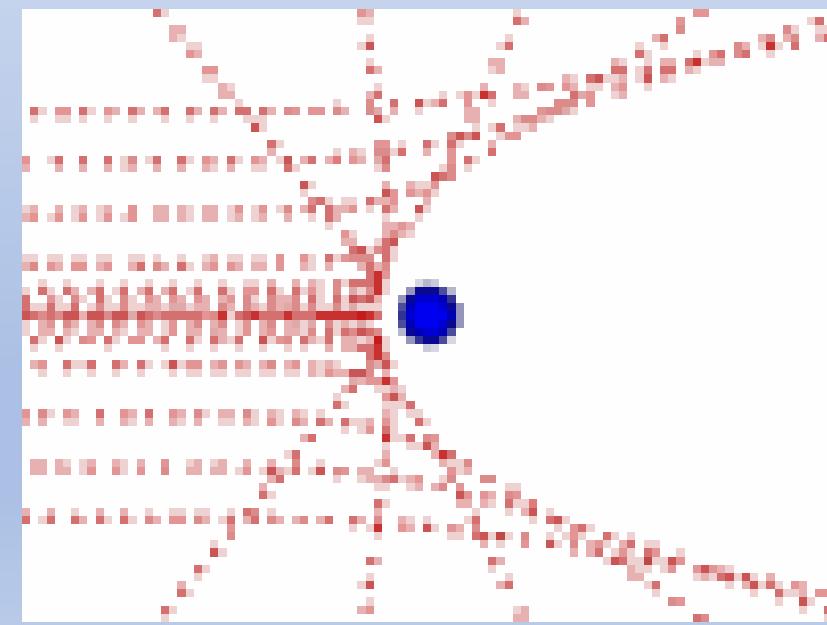
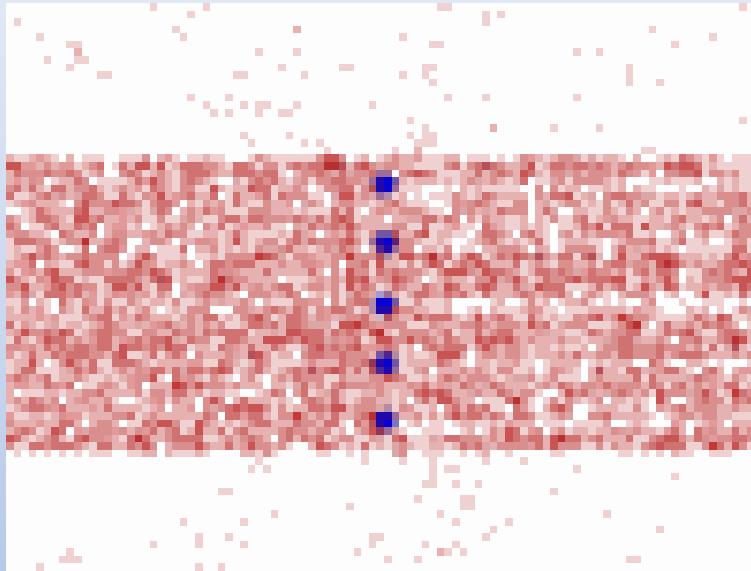


# Дослід Резерфорда з дослідження будови атома

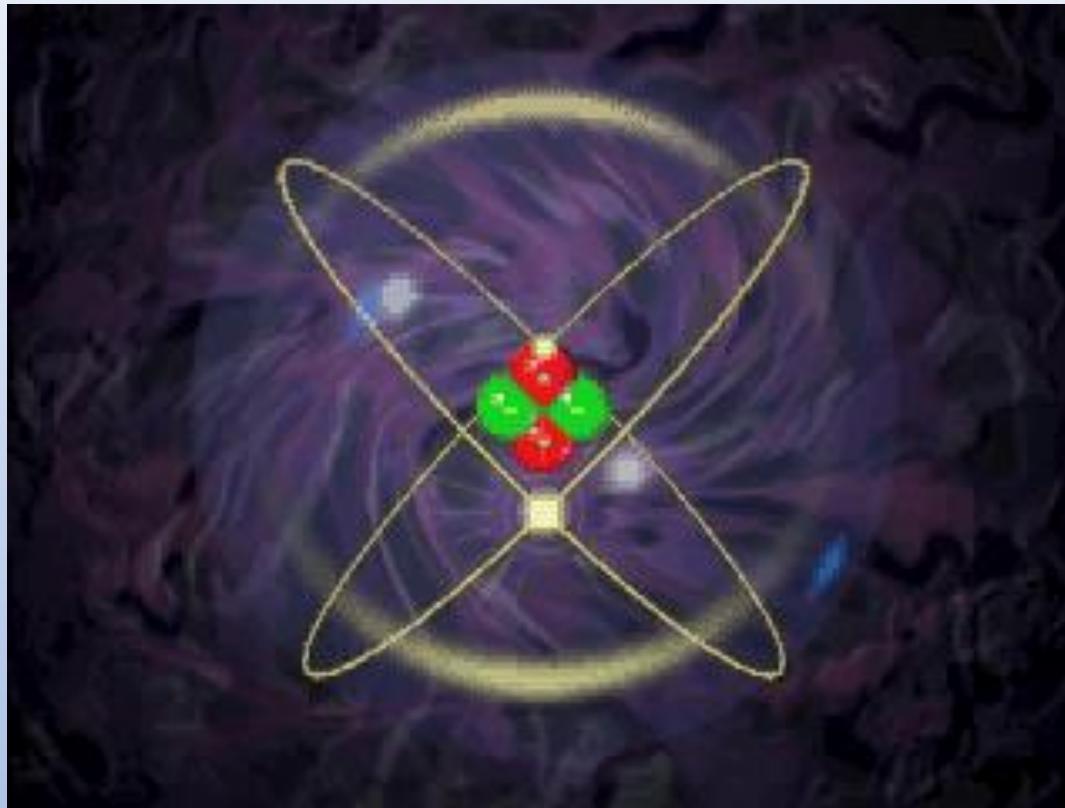
Пучок альфа - частинок



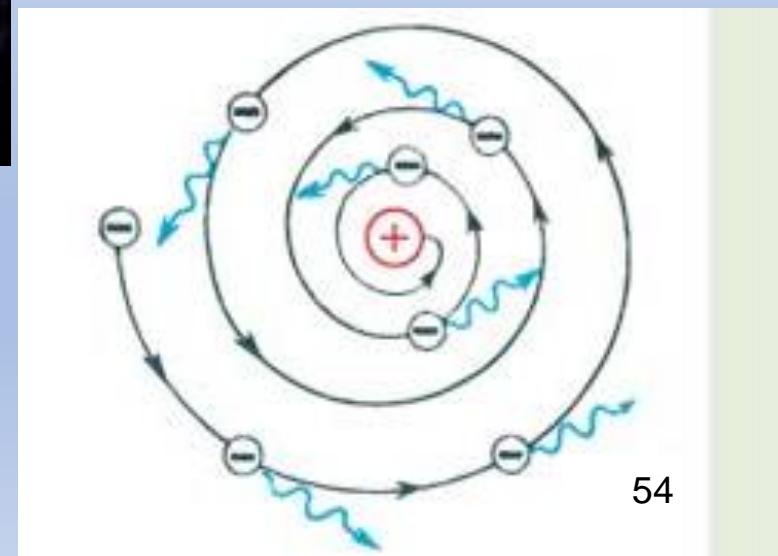
# Дослід Резерфорда



# Планетарна модель атома Резерфорда



Нестабільність атома Резерфорда



# Квантові постулати Бора

Перший постулат Бора

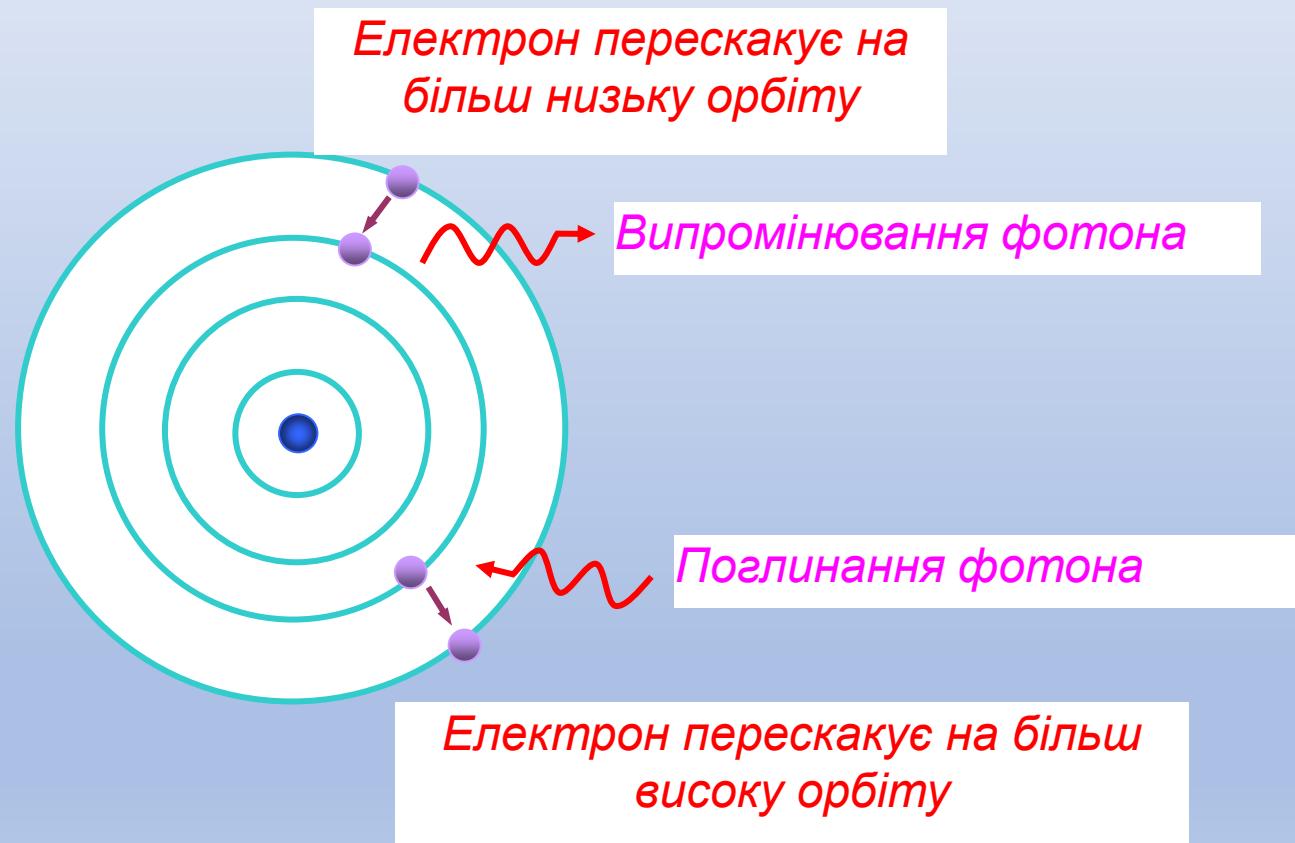
$$L = mVr = \hbar n$$

де  $(n=1, 2, 3, \dots)$

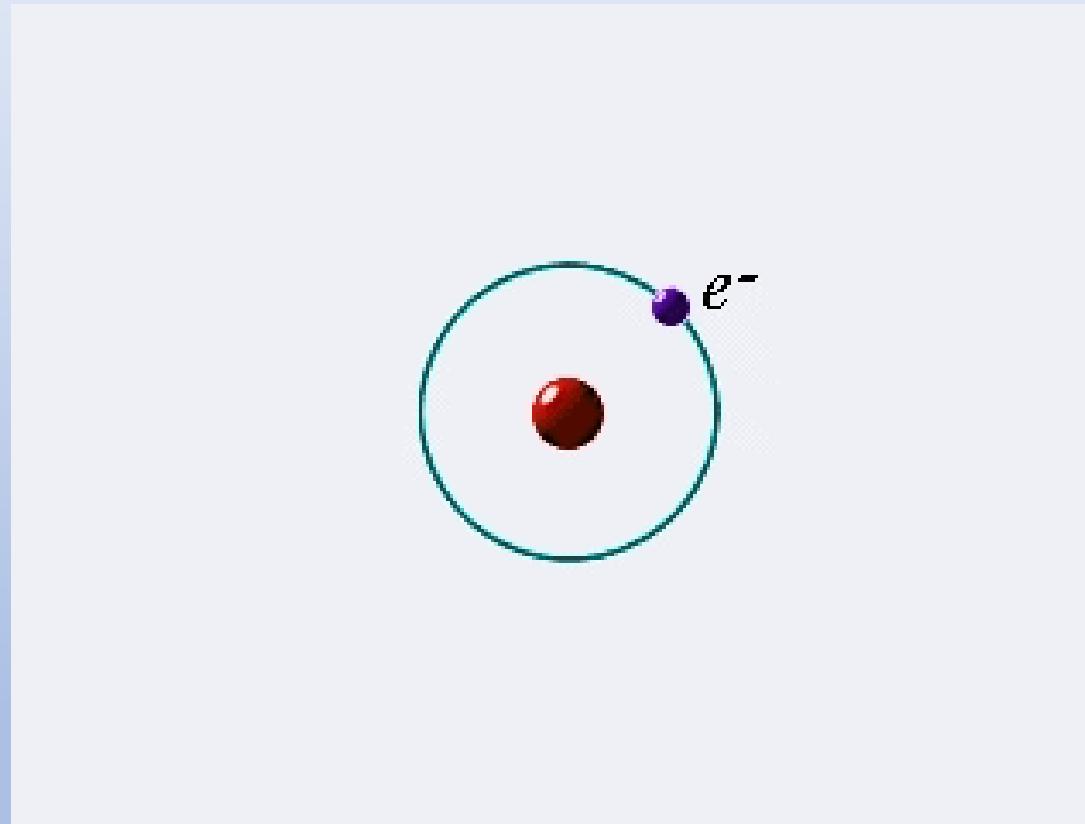
Другий постулат Бора

$$\Delta E = h\nu$$

# АТОМ ВОДНЮ В ТЕОРІЇ БОРА



# Атом водню в теорії Бора



# *Формула Бальмера*

$$F=ke^2/r^2$$

$$F=mV^2/r$$

$$mVr = n\hbar$$

$$mV^2/r = ke^2/r^2$$

$$mV^2r = ke^2$$

## *Формула Бальмера*

$$V = ke^2 / n\hbar$$

$$r = n^2 \hbar^2 / m k e^2 ; r_b = 0,529 \text{ \AA}$$

$$k = 1 / 4\pi\epsilon_0$$

$$\hbar = h / 2\pi$$

$$W = W_k + W_p$$

$$W_k = mV^2/2; W_p = -ke^2/r$$

$$W = mV^2/2 - ke^2/r.$$

$$W = -mk^2e^4/2\hbar^2n^2.$$

$$W_i = mk^2e^4/2\hbar^2$$

$$W = -W_i/n^2.$$

$$\hbar\omega = -W_i(1/n^2 - 1/m^2).$$

$$\omega = R(1/m^2 - 1/n^2),$$

$$\partial e \text{ } R = W_i/\hbar = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ } c^{-1}$$

*m = 1 - серія Лаймана, (n =2,3,4...)*

*m = 2 - серія Бальмера, (n =3,4,5...)*

*m = 3 - серія Пашена, (n =4,5,6...)*

*m = 4 - серія Брэкета, (n =5,6,7...)*

*m = 5 - серія Пфунда, (n =6,7,8...)*

$$\omega = R (1/2^2 - 1/n^2),$$

# **Формула Бальмера**

$$\hbar\omega = - W_i (1/n^2 - 1/m^2).$$

$$\omega = R (1/m^2 - 1/n^2), \text{ где } R = W_i / \hbar = 2,07 \cdot 10^{16} \text{ c}^{-1}$$

*m = 1 - серія Лаймана, (n = 2,3,4...)*

*m = 2 - серія Бальмера, (n = 3,4,5...)*

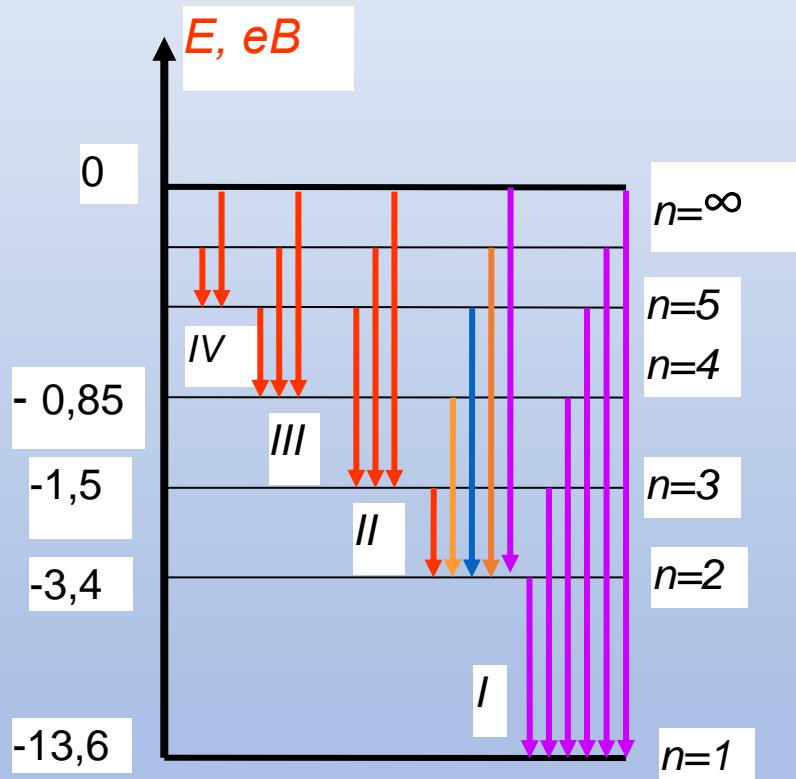
*m = 3 - серія Пашена, (n = 4,5,6...)*

*m = 4 - серія Брэкета, (n = 5,6,7...)*

*m = 5 - серія Пфунда, (n = 6,7,8...)*

$$\omega = R (1/2^2 - 1/n^2).$$

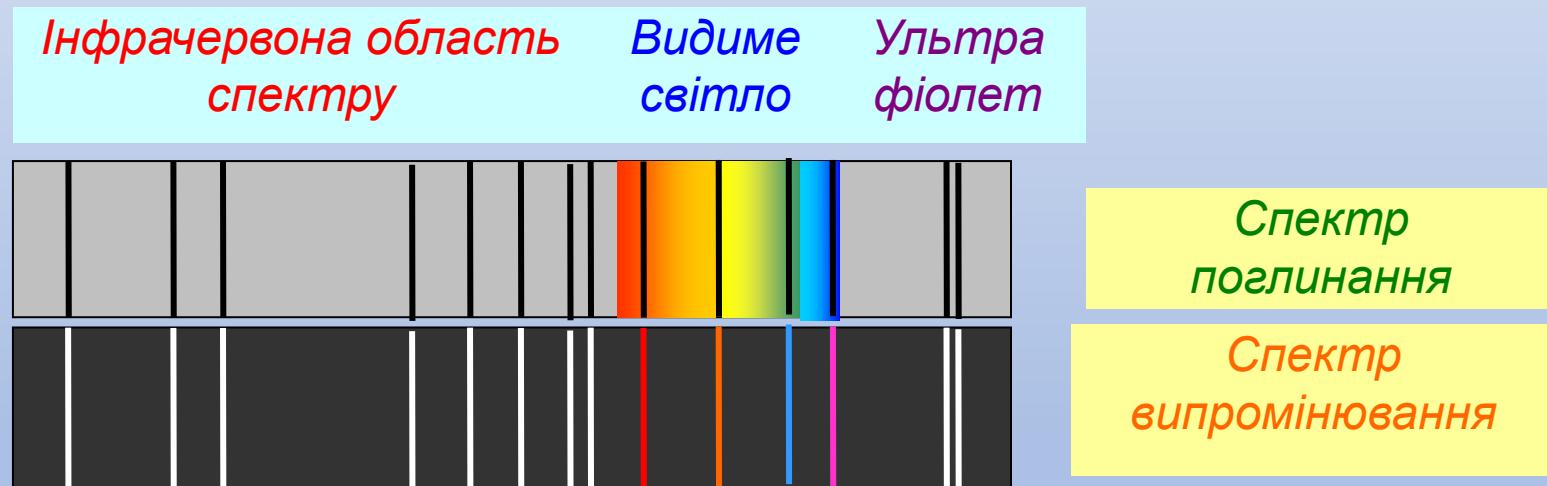
# Енергетичний спектр атома водню



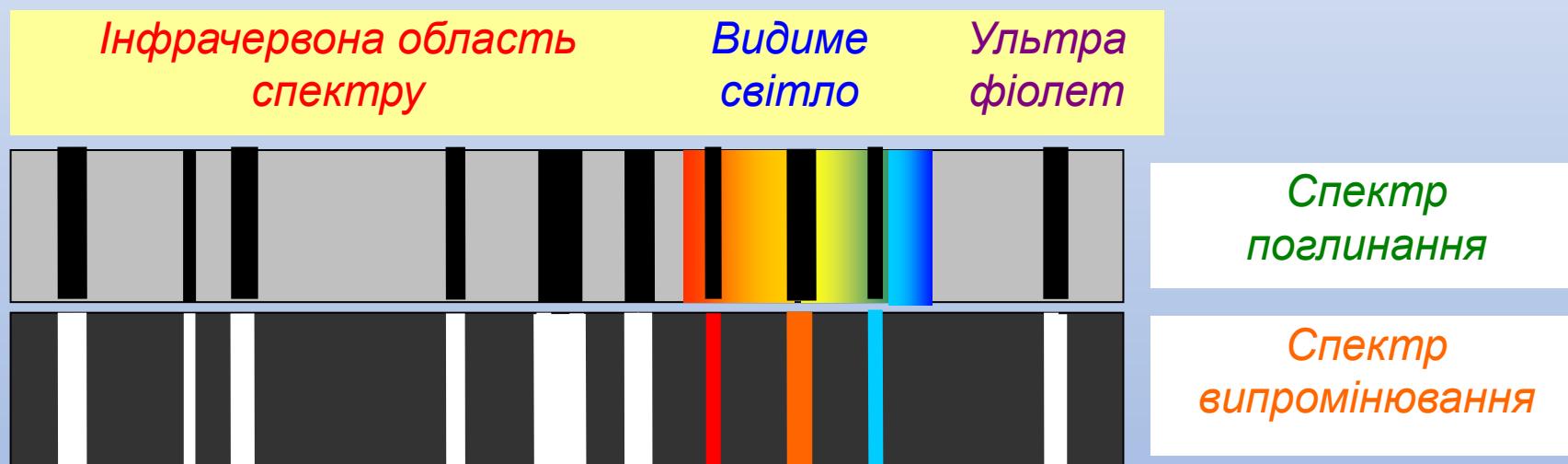
## Спектр атому водню

- I – серія Лаймана;
- II – серія Бальмера;
- III – серія Пашена;
- IV – серія Брэкета;
- V – серія Пфунда.

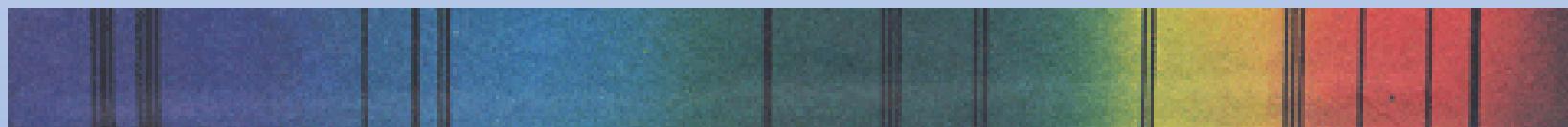
# ЛІНІЙЧАСТИЙ СПЕКТР АТОМА ВОДНЮ



# СМУГАСТИЙ СПЕКТР



# СУЦІЛЬНИЙ СПЕКТР



Уїльям Воластон у 1802 р. спостерігав темні лінії у сонячному спектрі, але знехтував спостереженнями. У 1814 р. ці лінії незалежно виявив та докладно описав Фраунгофер, який вперше застосував для отримання спектра дифракційну решітку.

# **АТОМ ВОДНЮ В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ**

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) \psi = 0$$

$$x, y, z \rightarrow r, \theta, \varphi$$

# **АТОМ ВОДНЮ В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ**

$$\Delta_{r,\theta,\varphi}\psi(r,\theta,\varphi) + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} \right) \psi(r,\theta,\varphi) = 0$$

$$\psi(r,\theta,\varphi) \rightarrow \psi_{n,l,m}$$

n=1,2,3... - головне квантове число.

$$E_n = - \left( \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \right)^2 \frac{m_e e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$$

*Азимутальне квантове число*

$$l = 0; 1; 2; \dots (n-1) \quad L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

*Магнітне квантове число т*

$$m = -l, -l+1, -l+2, \dots -1, 0, +1, \dots l-1, l$$

$$p_m = -\gamma_l L_l = \frac{eL_l}{(2m_e)}$$

$\gamma_l = \frac{e}{(2m_e)}$  - гіромагнітне відношення.

$$L_{lz} = m\hbar$$

# Спін

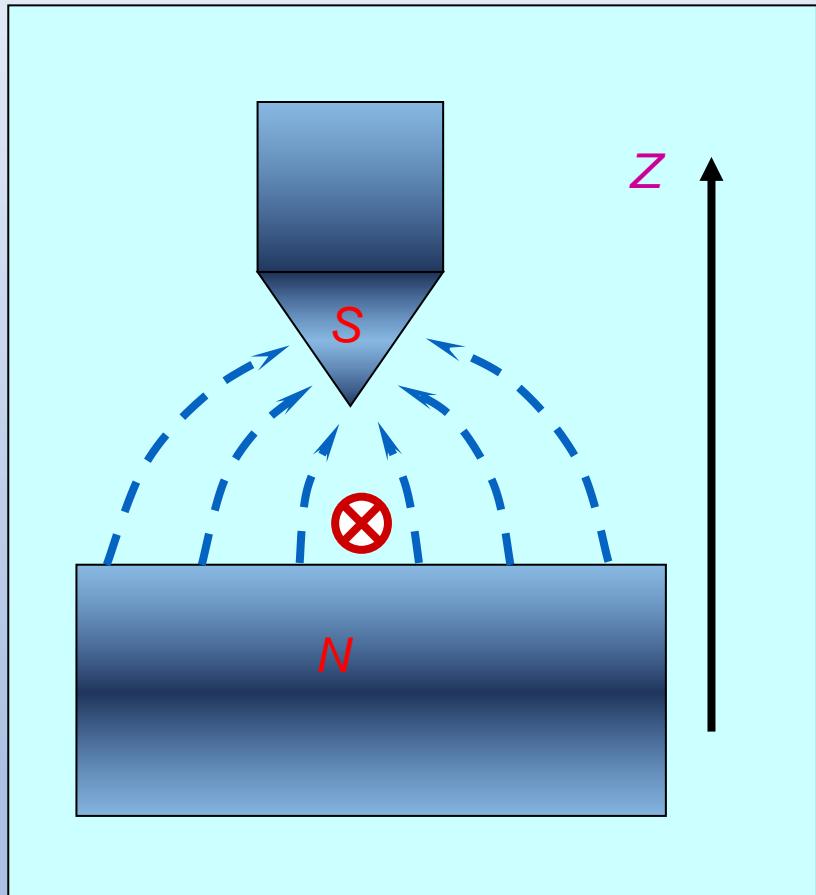
$$\mu_B = \frac{e\hbar}{(2m_e)} = 9,274 \cdot 10^{-24} \text{ Дж/}T_{л}$$

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar \quad s = \pm \frac{1}{2}$$

$$L_j = \sqrt{j(j+1)}\hbar \quad j = \left| l \pm \frac{1}{2} \right|$$

$$L_j = L_l + s$$

# Дослід Штерна – Герлаха



Прилад Штерна -  
Герлаха

# **АТОМ ВОДНЮ В КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ**

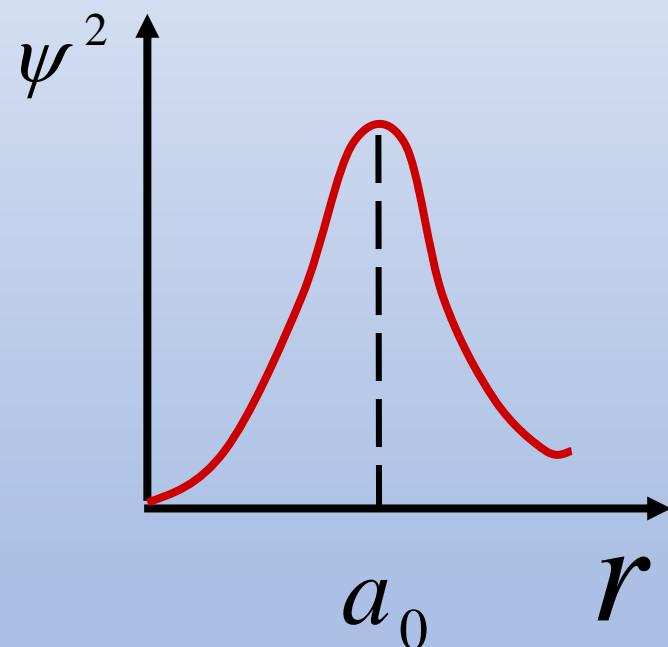
$(l = 0)$  *s - стан;*

$(l = 1)$  *p - стан;*

$(l = 2)$  *d - стан;*

$(l = 3)$  *f - стан, та т.д.*

# ОСНОВНИЙ СТАН АТОМУ ВОДНЮ



$$E_1 = -\frac{m_e e^4}{(8\hbar^2 \epsilon_0^2)}$$

# **ПРИНЦИП ПАУЛІ** **(принцип виключення)**

$$Z(n, l, m)=2$$

## **ПРАВИЛО МАДЕЛУНГА**

$$n + l$$

$$E_{n_1+l_1} > E_{n_2+l_2}$$

$$n_1 + l_1 = n_2 + l_2$$

$$n_1 > n_2$$

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = [2(n-1)+2]n = 2n^2$$

$$Z(n, l) = 2(2l+1)$$

# ПРИНЦИП ПАУЛІ

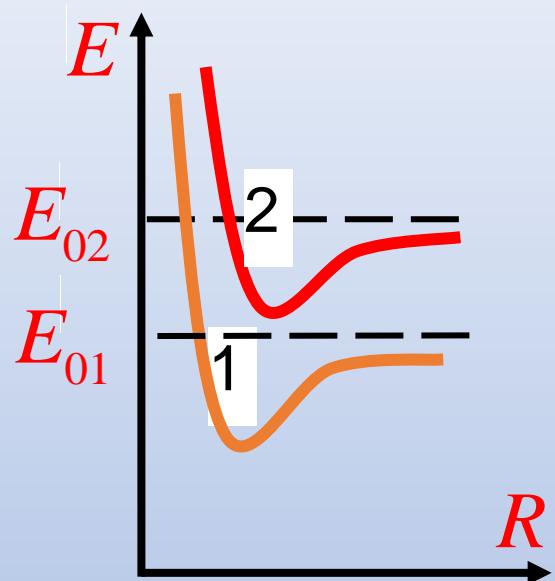
<i>n</i>	Шар	<i>Кількість електронів у станах</i>					Максимальна кількість електронів
		<b>s</b> <i>(l=0)</i>	<b>p</b> <i>(l=1)</i>	<b>d</b> <i>(l=2)</i>	<b>f</b> <i>(l=3)</i>	<b>g</b> <i>(l=4)</i>	
<b>1</b>	<b>K</b>	<b>2</b>	-	-	-	-	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>L</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	-	-	-	<b>8</b>
<b>3</b>	<b>M</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	-	-	<b>18</b>
<b>4</b>	<b>N</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>14</b>		<b>32</b>
<b>5</b>	<b>O</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>18</b>	<b>50</b>

# Періодична система хімічних елементів Д.І.Менделєєва

<b>P</b>	<b>Групи елементів</b>							
	<b>I</b>	<b>II</b>	<b>III</b>	<b>IV</b>	<b>V</b>	<b>VI</b>	<b>VII</b>	<b>VIII</b>
1	<b>1H</b> водень							<b>2He</b> гелій
2	<b>3Li</b> літій	<b>4Be</b> берилій	<b>5B</b> бор	<b>6C</b> вуглець	<b>7N</b> азот	<b>8O</b> кисень	<b>9F</b> фтор	<b>10Ne</b> неон



# Енергія молекули



$$E = E_e + E_g + E_r$$

Рисунок 1

Залежність енергії двохатомної молекули від відстані між ядрами для основного (крива 1) і збудженого (крива 2) станів

# Коливальна енергія

$$E_g = \left(\vartheta + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_g \quad \Delta \vartheta = \pm 1$$

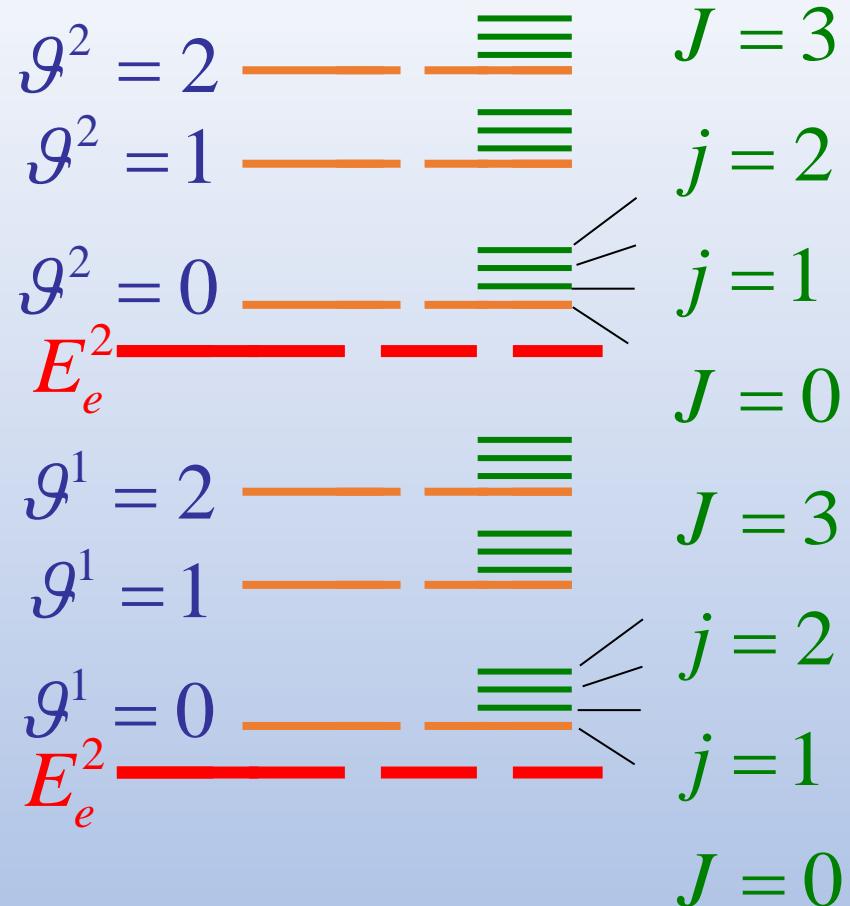
# Обертальна енергія

$$E_r = \frac{I \omega_r^2}{2} = \frac{(I \omega_r)^2}{2I} = \frac{L^2}{2I} \quad L_l = \sqrt{J(J+1)} \hbar$$

$$E_r = \frac{L^2}{2I} = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I} \quad l = 0; 1; 2; \dots (n-1) \quad \Delta J = \pm 1$$

$$E = E_e + \left(\vartheta + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_g + \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}$$

$$E_e \gg E_g \gg E_r$$



$$\Delta E = E_2 - E_1 = \Delta E_e + \Delta E_g + \Delta E_r$$

$$\Delta E_e \gg \Delta E_g \gg \Delta E_r$$

# ОБЕРТАЛЬНІ СПЕКТРИ

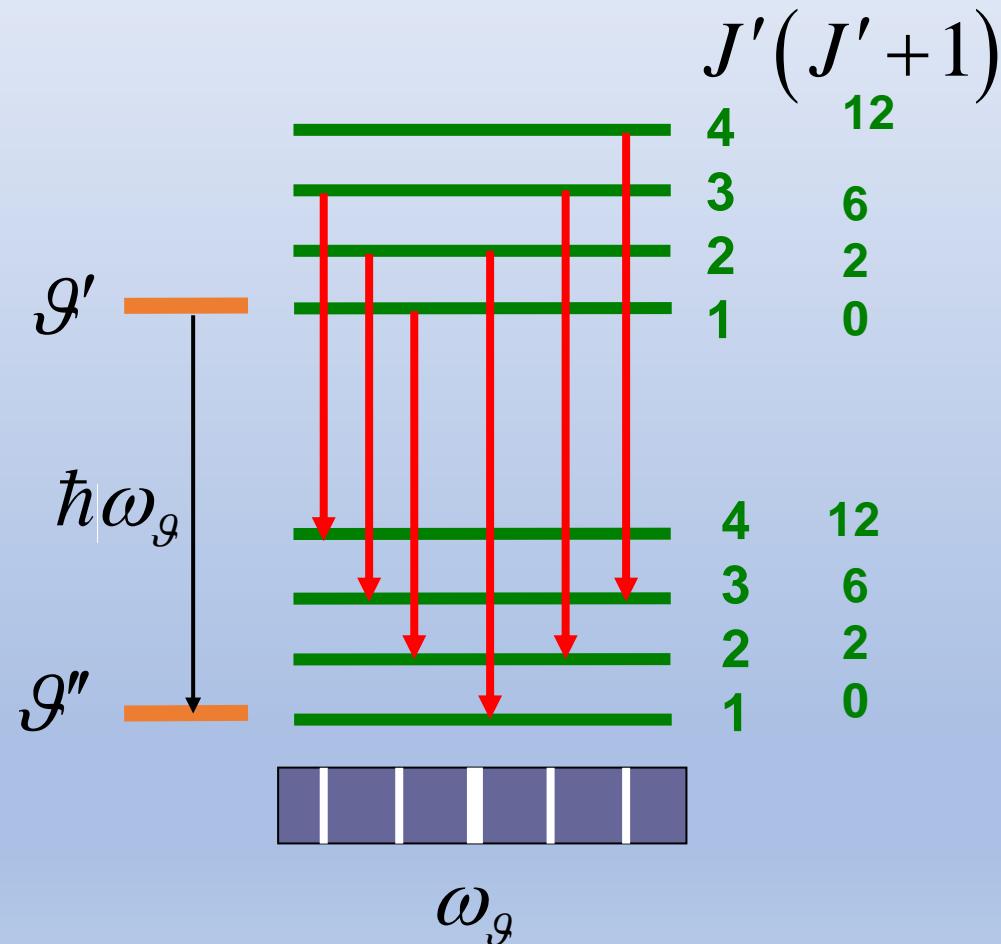


$$E_r = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2I}$$

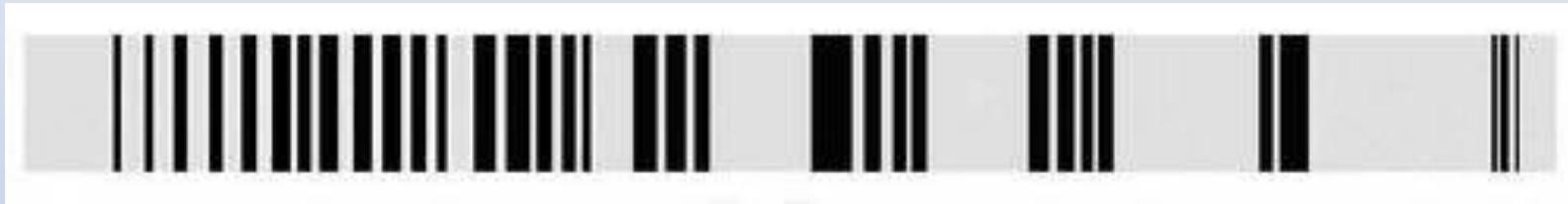
$\omega_1$   $2\omega_1$   $3\omega_1$   $4\omega_1$   $5\omega_1$

Схема виникнення  
обертальної смуги

# КОЛІВАЛЬНО-ОБЕРТАЛЬНІ СПЕКТРИ



# ЕЛЕКТРОННО - КОЛИВАЛЬНІ СПЕКТРИ



$$\Delta E_e \neq 0$$

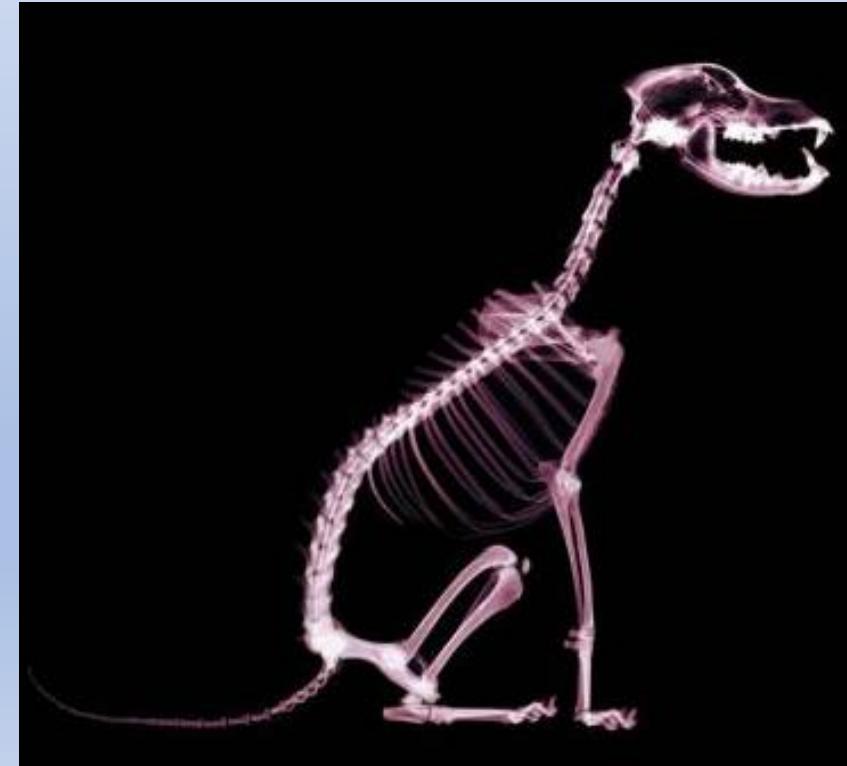
$$\Delta E_g \neq 0$$

$$\Delta E_r \neq 0$$

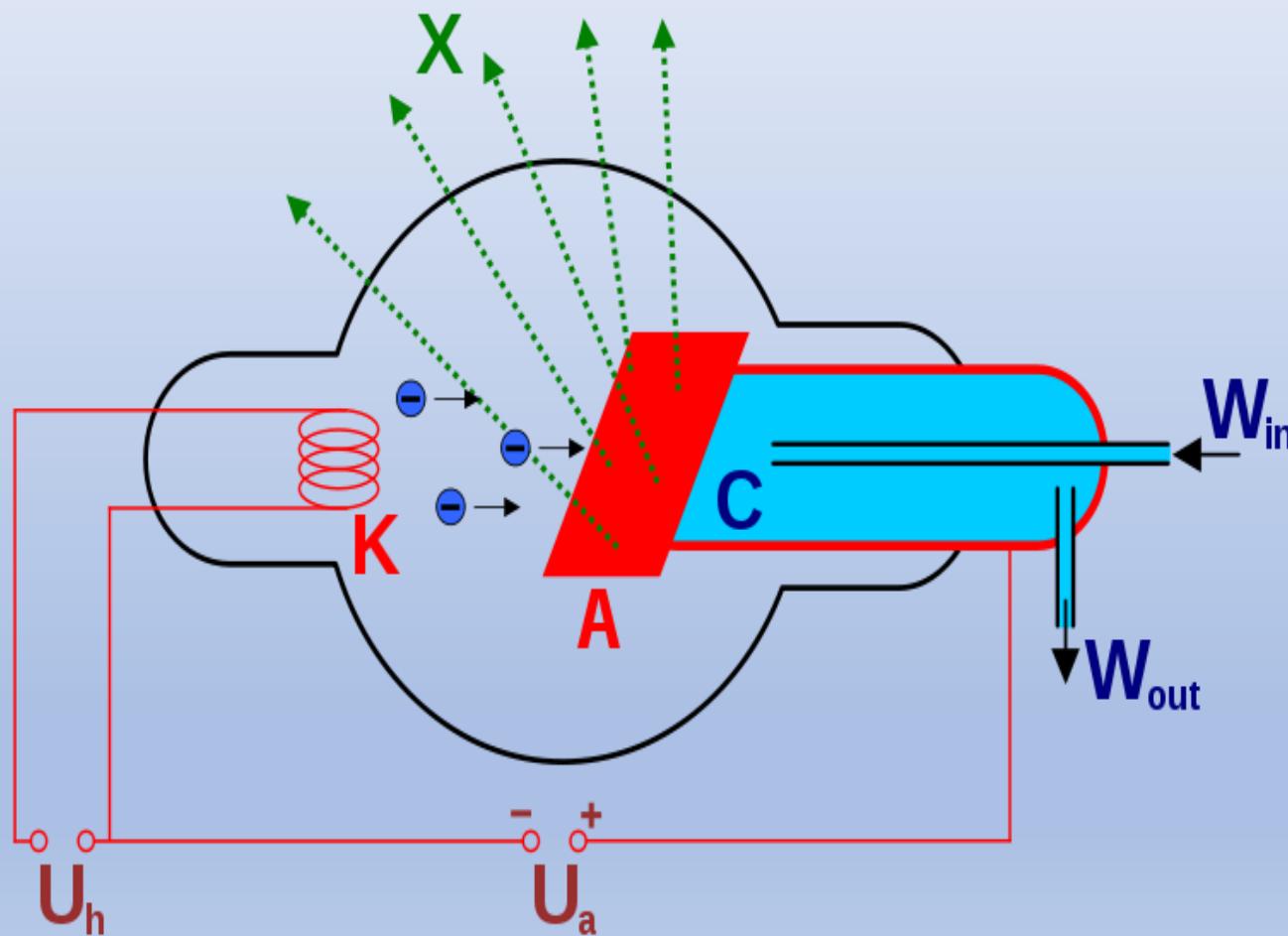
# Рентгенівські промені



$\lambda$ : від  $10^{-5}$  нм до 100  
нм



# РЕНТГЕНІВСЬКА ТРУБКА



# Рентгенівські промені



Загальний вигляд рентгенівських трубок для структурного аналізу (а), дефектоскопії (б) і медичної рентгенодіагностики (в).



**Рентгенівська  
фотографія  
(рентгенограма) руки  
своєї дружини,  
зроблена  
В. К. Рентгеном**

# Гальмівне випромінювання

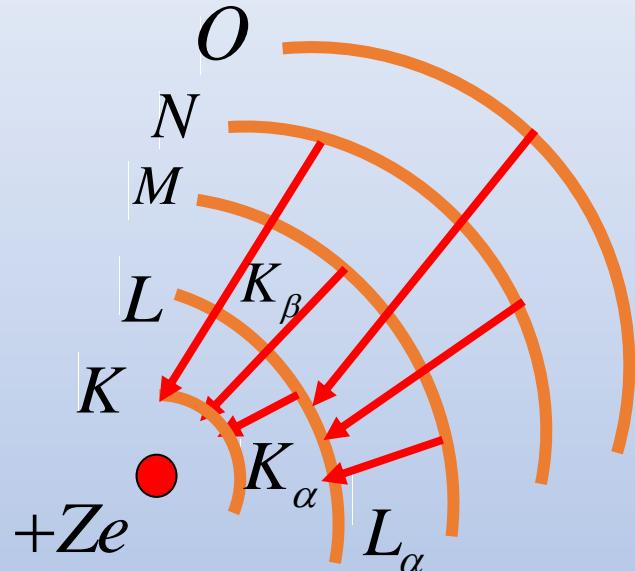
$$A = eU$$

$$A = eU = h\nu = \frac{hc}{\lambda_K}$$

$$\lambda_K = \frac{hc}{eU}$$

## Схема виникнення характеристичних рентгенівських спектрів

K-, L-, M-...електронні оболонки



$$\sqrt{\omega} = C(Z - \sigma)$$

$$C = \sqrt{R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)}$$

$\omega = 2\pi\nu$  - циклічна частота випромінювання;

$Z$  - порядковий номер хімічного елемента;

$\sigma$  - стала екранування

# Закон Мозлі

Для ліній  $K_\alpha$

$$\omega_{K_\alpha} = R(Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right)$$

Для ліній  $K_\beta$

$$\omega_{K_\beta} = R(Z-1)^2 \left( \frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

Для ліній  $L_\alpha$

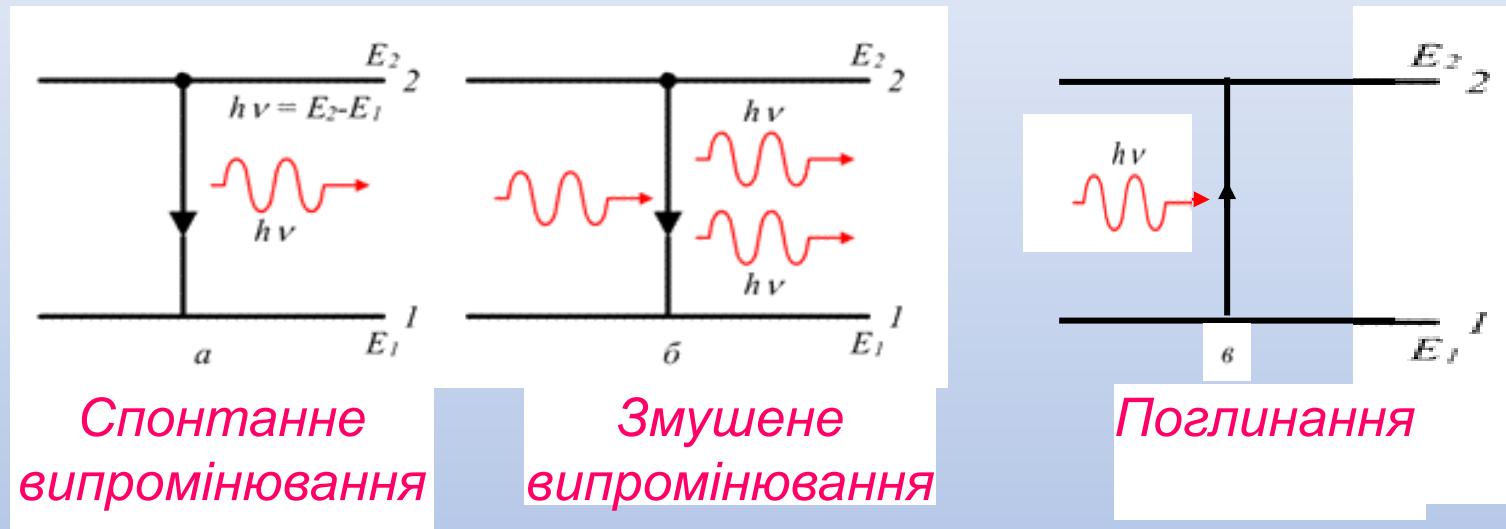
$$\omega_{L_\alpha} = R(Z-7,5)^2 \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)$$

# ВИНИКНЕННЯ РЕНТГЕНІВСЬКИХ ПРОМЕНІВ

$e^-$

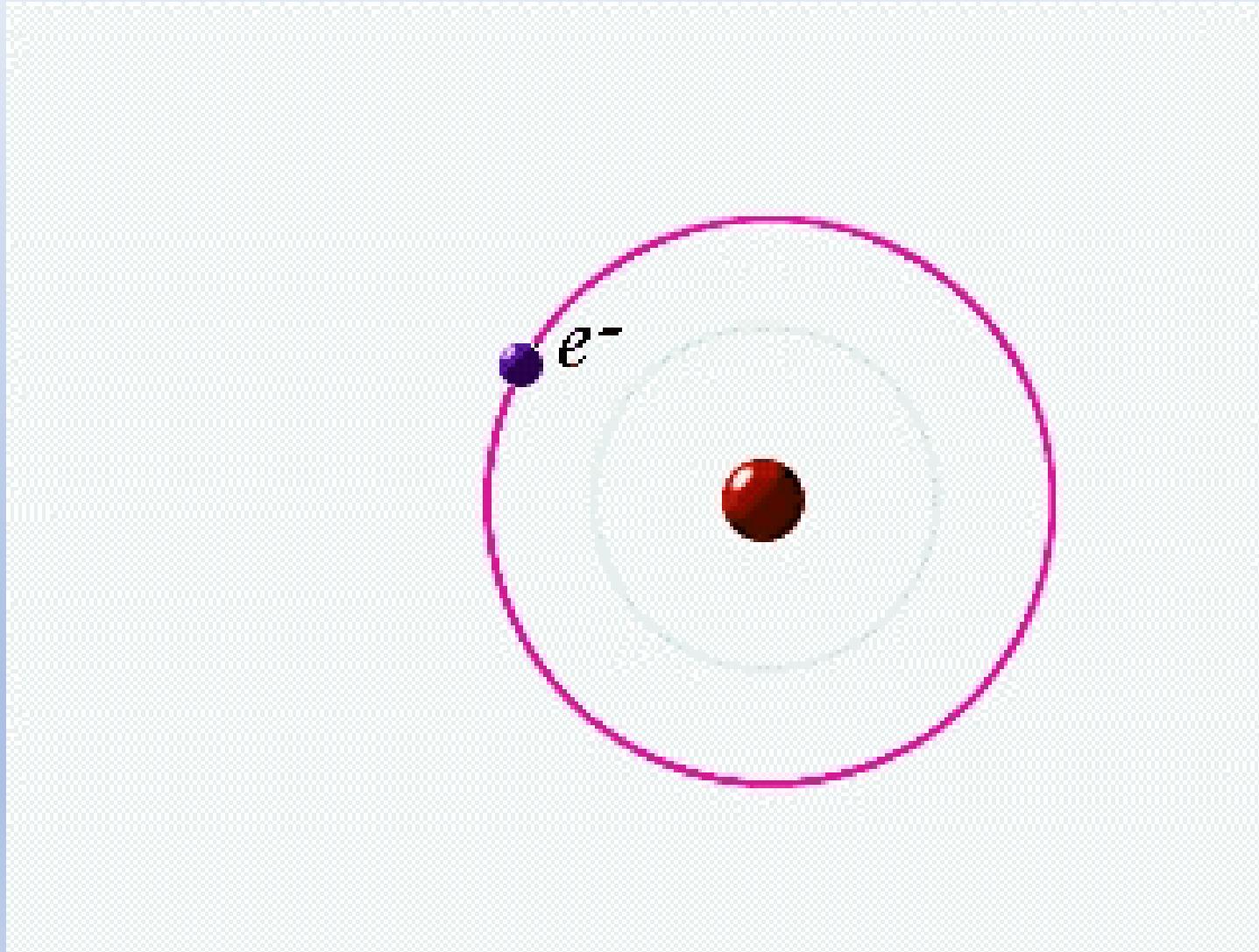
мишень

# ПРИНЦИП ДІЇ ЛАЗЕРА

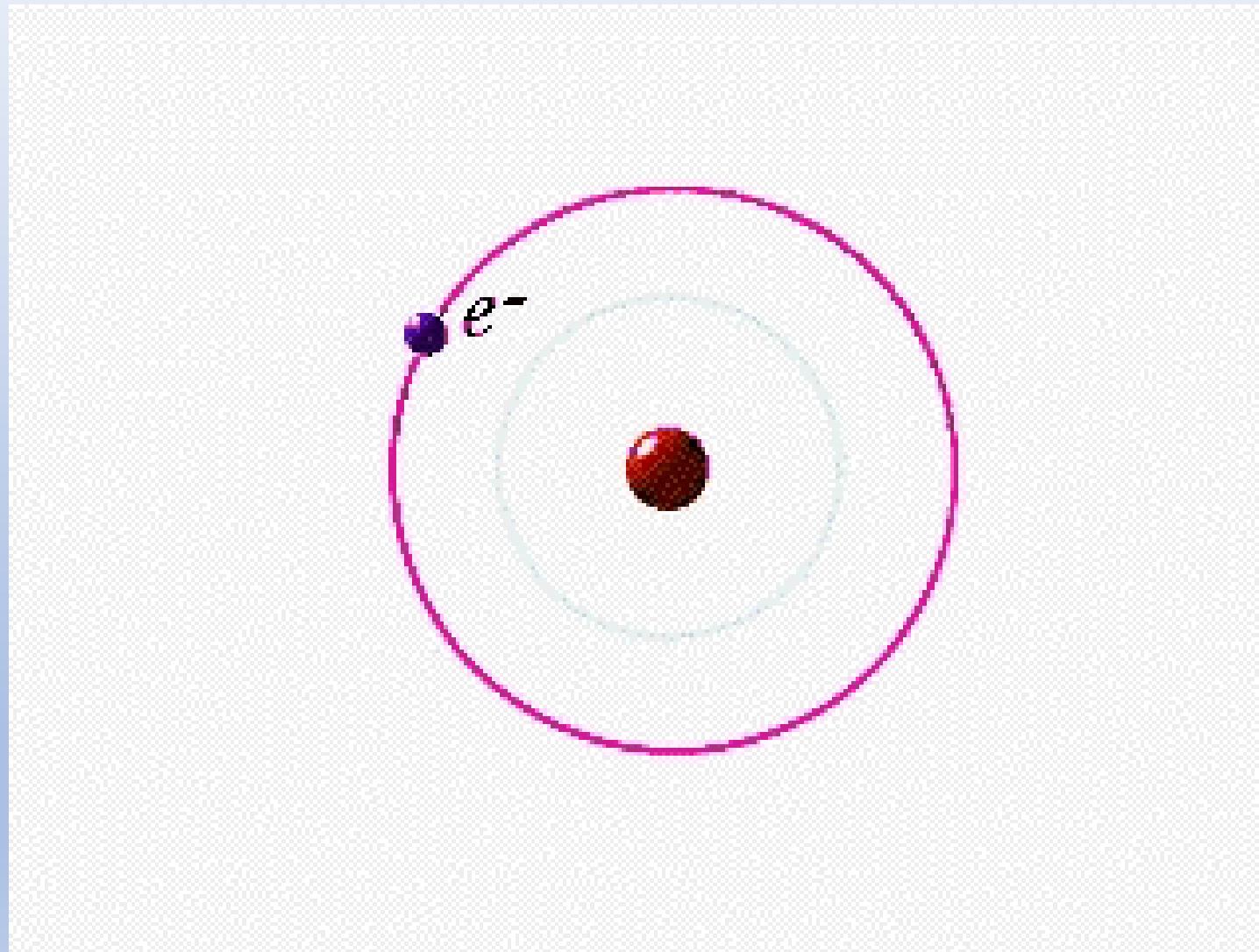


$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

# Спонтанне (самочинне) випромінювання атому

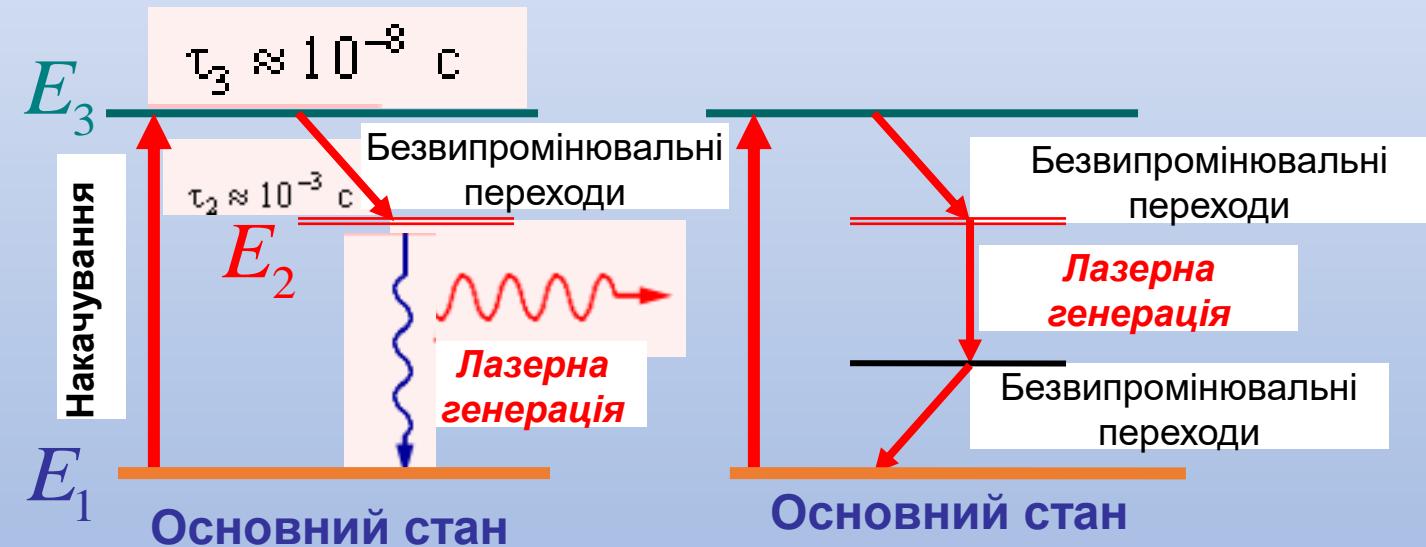


# Змушене випромінювання атому

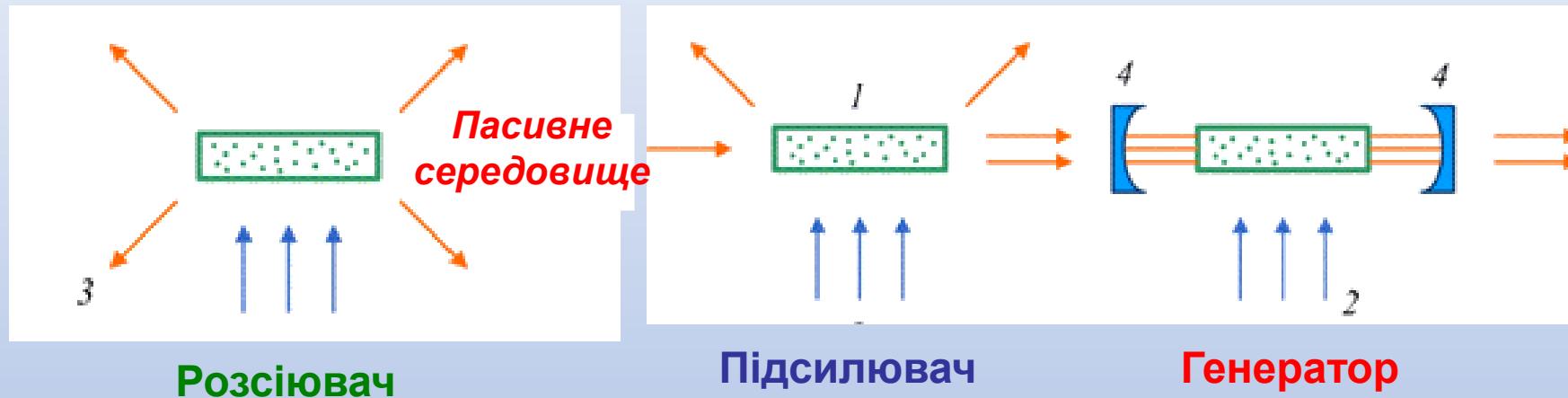


# ПРИНЦИП ДІЇ ЛАЗЕРА

Схема лазера



# Будова лазера



- 1 – активне середовище;
- 2 – система накачування;
- 3 – випромінювання;
- 4 - резонатор

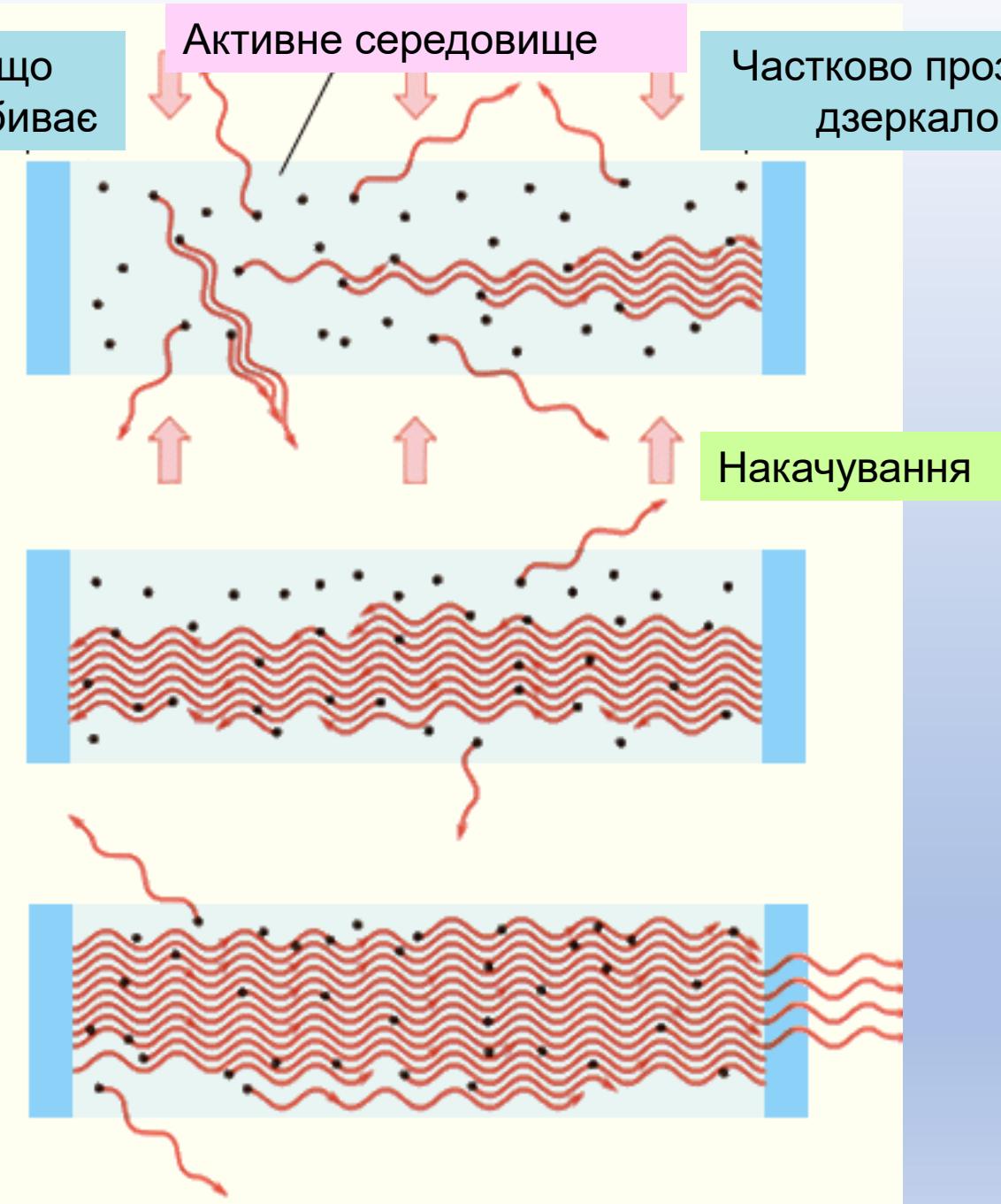
## Розвиток лавиноподібного процесу генерації у лазері

Дзеркало, що  
повністю відбиває

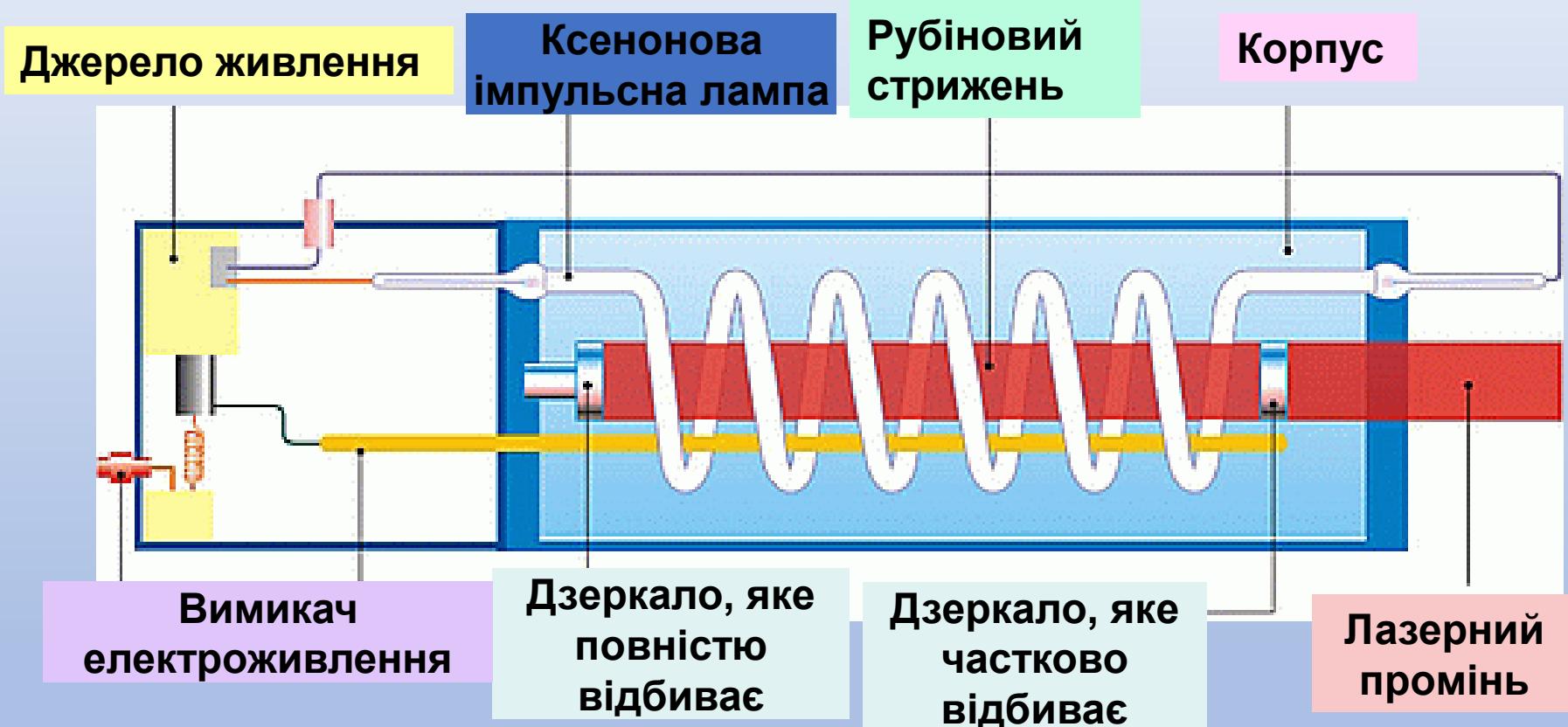
Активне середовище

Частково прозоре  
дзеркало

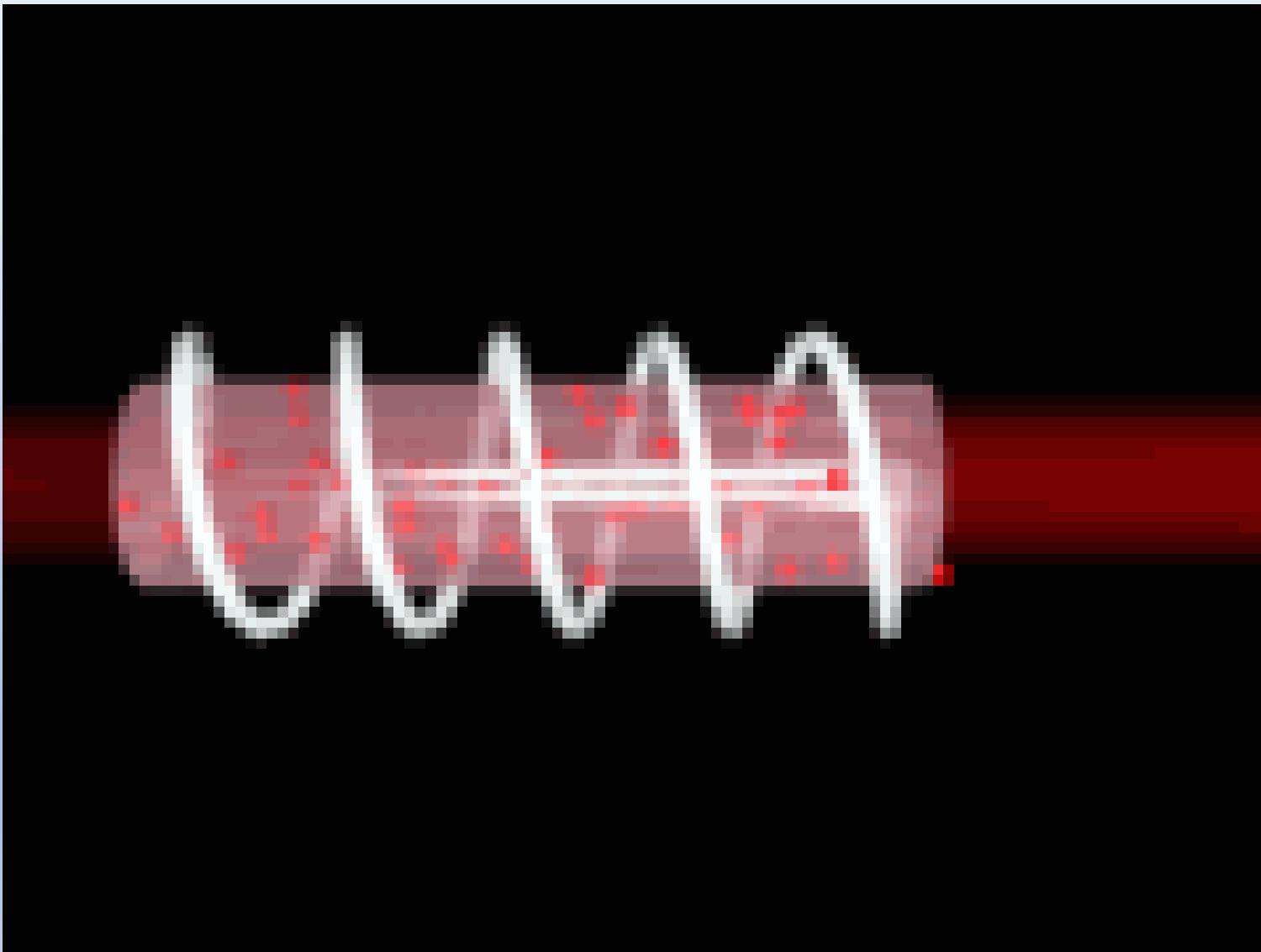
Накачування



# Схема будови лазера на рубіні



## *Рубіновий лазер*



# ВИДИ ЛАЗЕРІВ

## Газові

- гелій-неоновий
- аргоновий
- криptonовий
- ксеноновий
- азотний
- втористо-водневий
- киснево-йодний
- вуглекислотний ( $\text{CO}_2$ )
- на монооксиді вуглецю (CO)
- ексимерний

## Твердотільні

- рубіновий
- алюмінієво -ітрієвий
- на фториді ітрию-літію
- на ванадаті ітрію
- на неодимовому склі
- титан-сапфіровий
- александритовий
- оптоволоконний
- на фториді кальцію

## На парах металів

- гелій-кадмієвий
- гелій-ртутний
- гелій-селеновий
- на парах міді
- на парах золота

## Інші типи

- напівпровідниковий лазерний діод
- на фарбниках
- на вільних електронах
- псевдо-нікелево-самарієвий

# ЗАСТОСУВАННЯ ЛАЗЕРІВ

## Наука

Спектроскопія

Вимірювання відстаней

Фотохімія

Намагнічування

Інтерферометрія

Голографія

Охолодження

Термоядерний синтез

## Озброєння

Лазерна зброя

«Зоряні війни»

Приціли

Лазерний приціл

Лазерне наведення

## Медицина

Скальпель

Точкове зварювання тканин

Хірургія

Діагностика

Видалення пухлин

## Промисловість та побут

Різання, зварювання, маркування, гравірування

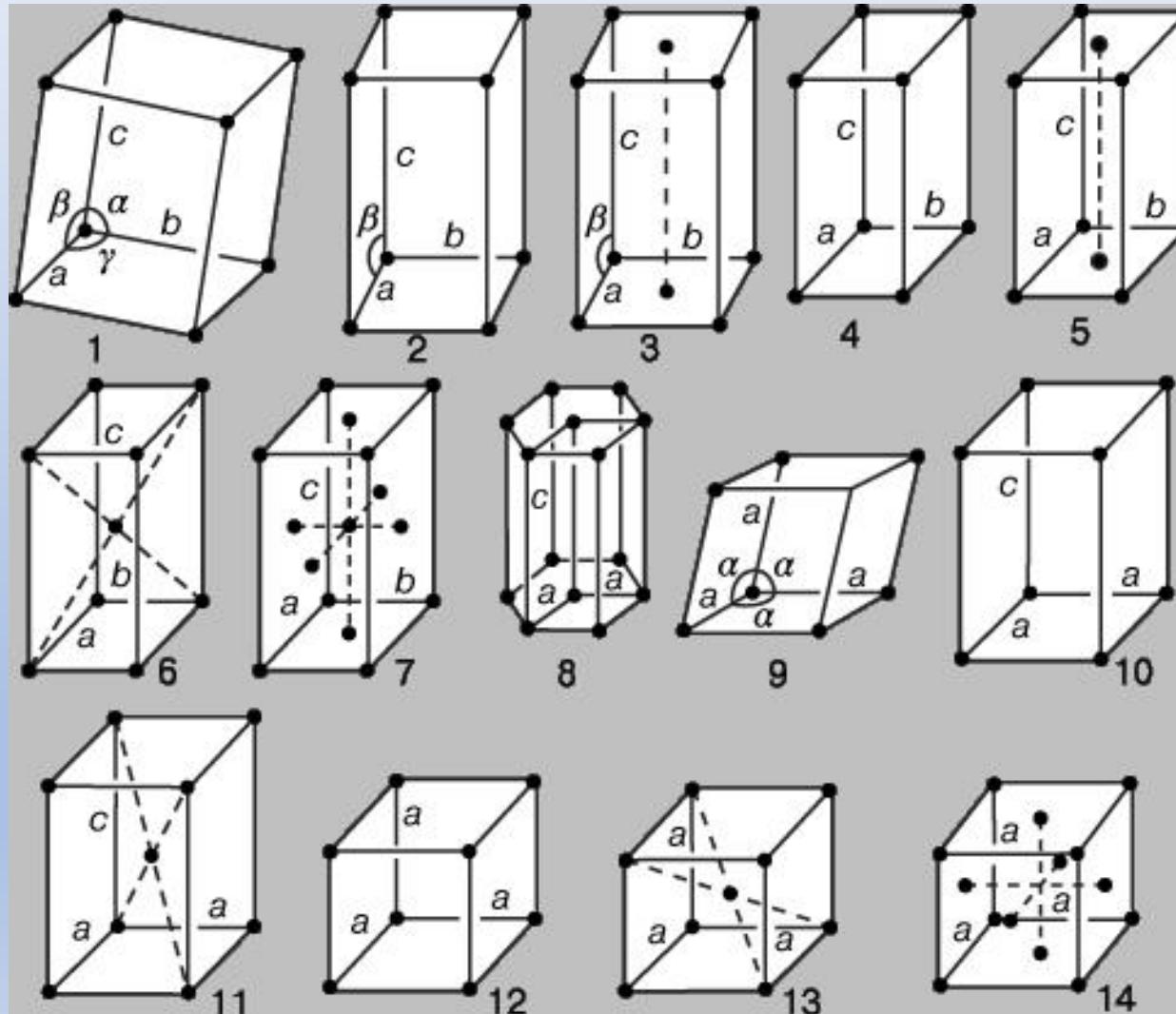
CD, DVD-програвачі, принтери, дисплеї

Фотолітографія, зчитувач штрих-коду

Оптичний зв'язок, системи навігації (л. гіроскоп)

Маніпуляції мікрооб'єктами

# ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ТВЕРДОГО ТІЛА

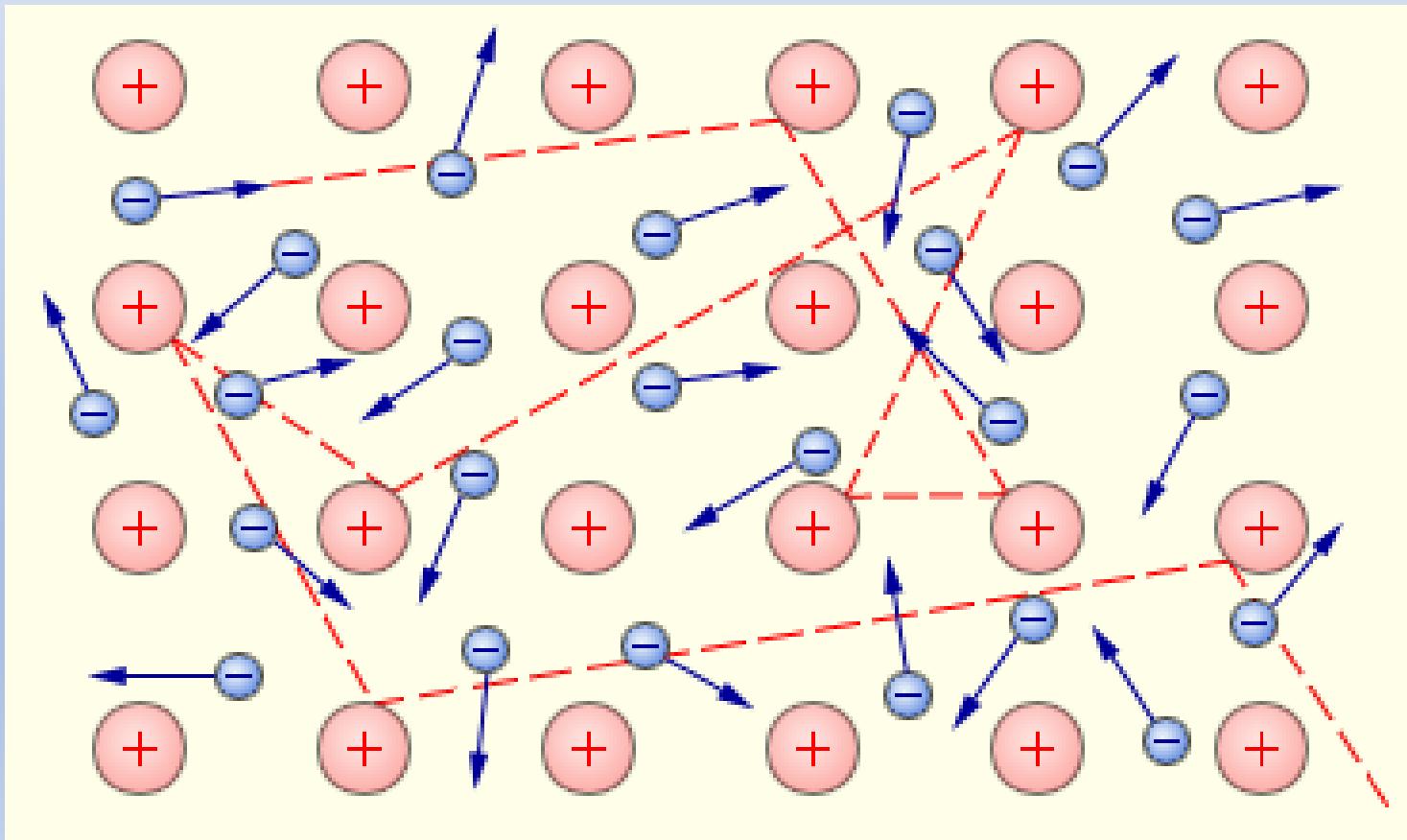


# ОСНОВИ КЛАСИЧНОЇ ЕЛЕКТРОННОЇ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОПРОВІДНОСТІ МЕТАЛІВ (Друде-Лоренц)

$$N \approx N_A$$

$$n \approx 10^{28} \div 10^{29} \text{ м}^{-3}$$

$$\langle \lambda \rangle \sim 10^{-10} \text{ м}$$



$$\frac{1}{2}m\langle {\bf v}\rangle^2=\frac{3}{2}kT$$

$$T=273K=0^{\circ}C$$

$$\left\langle {\bf v} \right\rangle \approx 10^5 \,\frac{{\cal M}}{c} \qquad \qquad \left\langle {\bf v} \right\rangle = \sqrt {\frac{{8kT}}{{\pi m}}}$$

$$\vec{j}=-ne\langle\vec{u}\rangle$$

$$\left\langle u \right\rangle = 10^{-3} \, {\cal M} \Big/ c$$

$$\left\langle u \right\rangle \Box \;\; \left\langle v \right\rangle$$

$$m\frac{d{\bf v}}{dt}=e{\bf E}$$

$$^{103}$$

$$\langle u \rangle = \frac{\langle u_{\max} \rangle}{2}$$

$$\langle u_{\max} \rangle = eE \frac{\langle \tau \rangle}{m}$$

$$\langle u \rangle = \frac{\langle u_{\max} \rangle}{2} = eE \frac{\langle \tau \rangle}{2m}$$

$$\langle \tau \rangle = \frac{\langle \lambda \rangle}{\langle v \rangle}$$

$$\langle u \rangle = eE \frac{\langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle}$$

$$j = ne^2 E \frac{\langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle}$$

$$\gamma = ne^2 \frac{\langle \lambda \rangle}{2m \langle v \rangle}$$

- питома електропровідність

$$\vec{j} = \gamma \vec{E}$$

$$W_{kp}=N\cdot 3kT+N\frac{3}{2}kT$$

$$N=N_A$$

$$W_{kp}=N_A\cdot 3kT+N_A\frac{3}{2}kT$$

$$C_\mu=\frac{dW_{kp}}{dT}=3R+\frac{3}{2}R$$

$$N_A\cdot k=R$$

$$C_\mu=\frac{9}{2}R \qquad \qquad C_\mu=3R$$

НЕДОЛІКИ КЛАСИЧНОЇ ЕЛЕКТРОННОЇ ТЕОРІЇ

ОСНОВИ СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ КВАНТОВИХ СИСТЕМ

*ПРИНЦИП НЕРОЗРІЗНЕНОСТІ  
ТОГОЖНИХ ЧАСТИНОК*

# ФЕРМІОНИ І БОЗОНИ

*Ферміони*

$$\pm \frac{\hbar}{2}$$

*Бозони*

$$\hbar$$

Принцип Паулі в загальному формульованні

# ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ ФЕРМІ - ДІРАКА

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\left[ \frac{(\varepsilon_i - \mu)}{kT} \right]} + 1}$$

$\langle n_i \rangle$  - середня кількість ферміонів з енергією  $\varepsilon_i$

$$\mu$$

$$\mu > 0$$

Ідеальний Фермі - газ

# **ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ БОЗЕ – ЕЙНШТЕЙНА**

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\left[ \frac{(\varepsilon_i - \mu)}{kT} \right]} - 1}$$

$$\mu < 0$$

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i}{kT}} - 1}$$

**Ідеальним Бозе – газом**

# ФОТОННИЙ ГАЗ

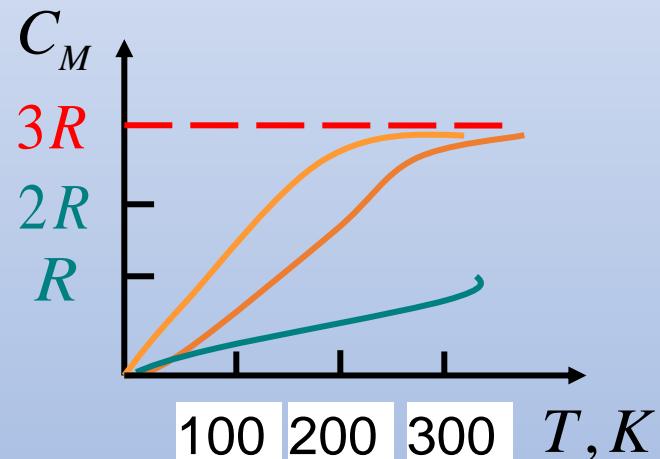
$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\varepsilon_i/kT} - 1}$$

$$\varepsilon = \hbar\omega$$

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega_i/kT} - 1}$$

# ФОНОННИЙ ГАЗ. ТЕПЛОЄМНІСТЬ КРИСТАЛІЧНОЇ РЕШІТКИ

*Закон Дюлонга і Пти*



Графік залежності молярної  
теплоємності від  
температури для реальних  
кристалів

$$C_M = \frac{dU}{dT} = 3R$$

# Теорія Ейнштейна теплосмності кристалів

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / kT} - 1} = \frac{h\nu}{e^{h\nu / kT} - 1}$$

$$U = 3N_A \langle \varepsilon \rangle = 3N_A \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$C_M = \frac{dU}{dT} = 3R \left( \frac{h\nu}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left( e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^2}$$

$$T_E = \frac{h\nu}{k} = \frac{\hbar\omega}{k}$$

$$C_M = 3R \left( \frac{T_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{T_E}{T}}}{\left( e^{\frac{T_E}{T}} - 1 \right)^2}$$

**1) При высоких температурах** ( $h\nu \ll kT$ )

$$\langle \varepsilon \rangle = kT$$

$$C_M = 3R$$

**2) При низких температурах** ( $h\nu \gg kT$ )

$$C_M = 3R \left( \frac{T_E}{T} \right)^2 e^{-T_E/T}$$

$$T \rightarrow 0 \quad \frac{T_E}{T} \rightarrow \infty \quad C_M \rightarrow 0 \quad T^3$$

# Теорія Дебая теплоємності кристалів

$3N$

**Фонон**

$$\varepsilon_i = \hbar\omega_i$$

**Імпульс фонона**

$$p = \hbar\omega/V$$

$$U = \int_0^{\nu_{\max}} h\nu dn = \frac{12\pi V h}{V^3} \int_0^{\nu_{\max}} \frac{\nu^3 d\nu}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1\right)}$$

- $\nu_{\max} = V \left( \frac{3N}{4\pi V} \right)^{1/3}$
- верхня межа частот фононів, які дають внесок в енергію теплових коливань кристалу
  - швидкість звуку в кристалі,
  - $V$  - об'єм кристалу,
  - $N$  - число частинок в кристалі.

**Характеристична температуру Дебая**  $T_D = \frac{h\nu_{\max}}{k}$

**1) Високі температури**  $T \gg T_D$   $\frac{h\nu_{\max}}{kT} \ll 1$

$$C_M = 3R$$

$$U = 3NkT$$

**2) Низькі температури**  $T \ll T_D$

$$U = \frac{4\pi^5 k^4 V}{5h^3 v^3} T^4$$

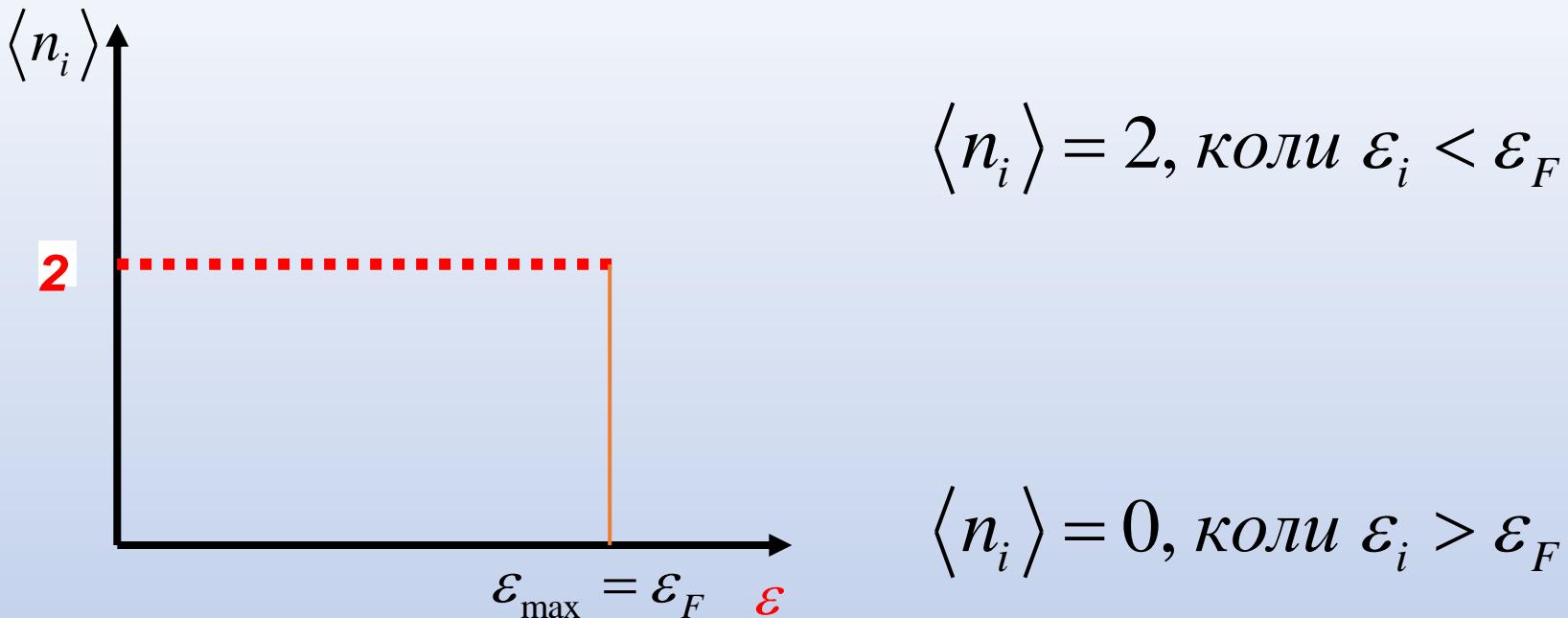
$$C_M = \frac{dU}{dT} = \frac{16\pi^5 k^4 T^3}{5h^3 V^3} = const T^3$$

# ЕЛЕКТРОННИЙ ГАЗ В МЕТАЛАХ. ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ МЕТАЛІВ

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\left[ \frac{(\varepsilon_i - \mu)}{kT} \right]} + 1}$$

$$\left( \pm \frac{1}{2} \hbar \right)$$

$$\varepsilon_i \quad \langle n_i \rangle = \frac{2}{e^{\left[ \frac{(\varepsilon_i - \varepsilon_F)}{kT} \right]} + 1}$$



*Розподіл електронів за  
енергетичними рівнями  
при абсолютному нулі*

$$\varepsilon_F(0) = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 n\right)^{2/3}$$

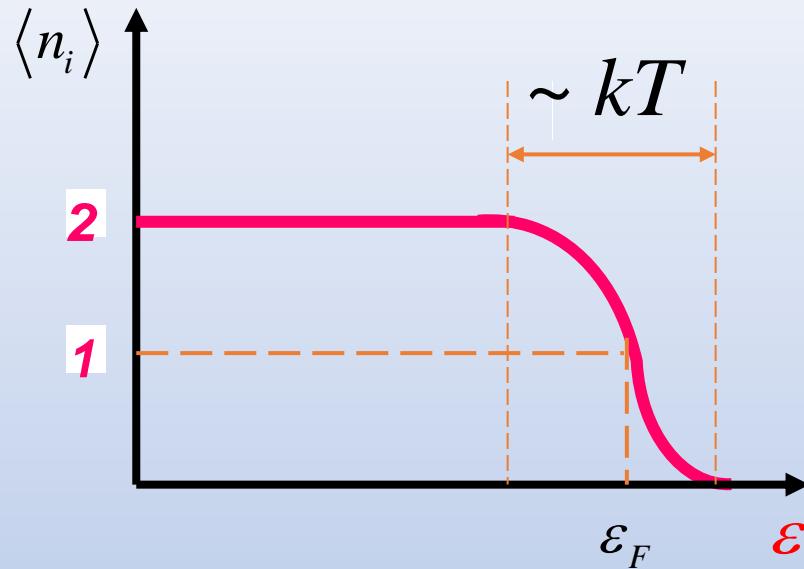
**Температура Фермі**

$$T_F = \frac{\varepsilon_F(0)}{k}$$

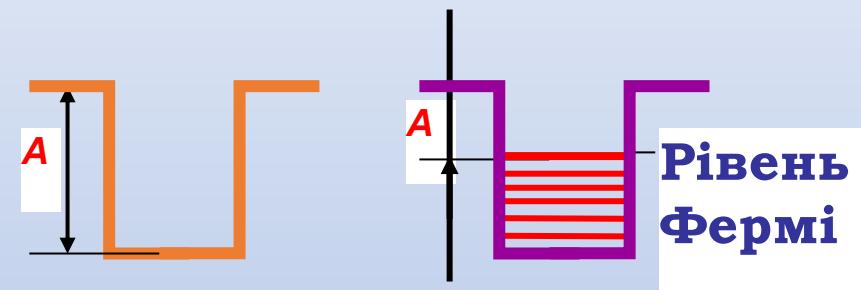
$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{5} \varepsilon_F(0)$$

$$kT \ll \varepsilon_F$$

$$\varepsilon_F \approx \varepsilon_F(0) \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{\varepsilon_F(0)} \right)^2 \right]$$



*Розподіл електронів за  
енергетичними рівнями  
при  $T > 0K$*



*класична (зліва) і квантова  
(праворуч) потенціальні ями*

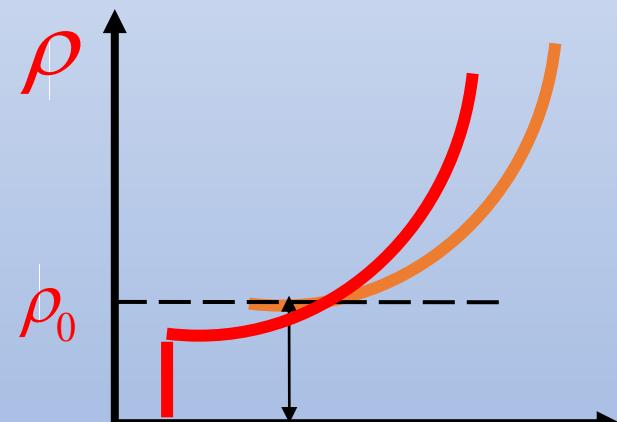
**Електропровідність металів**

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$

**Питомий опір металів**

$$\rho = \rho_{\text{колив}} + \rho_{\text{домішк}}$$

$$\rho_{\text{колив}}$$

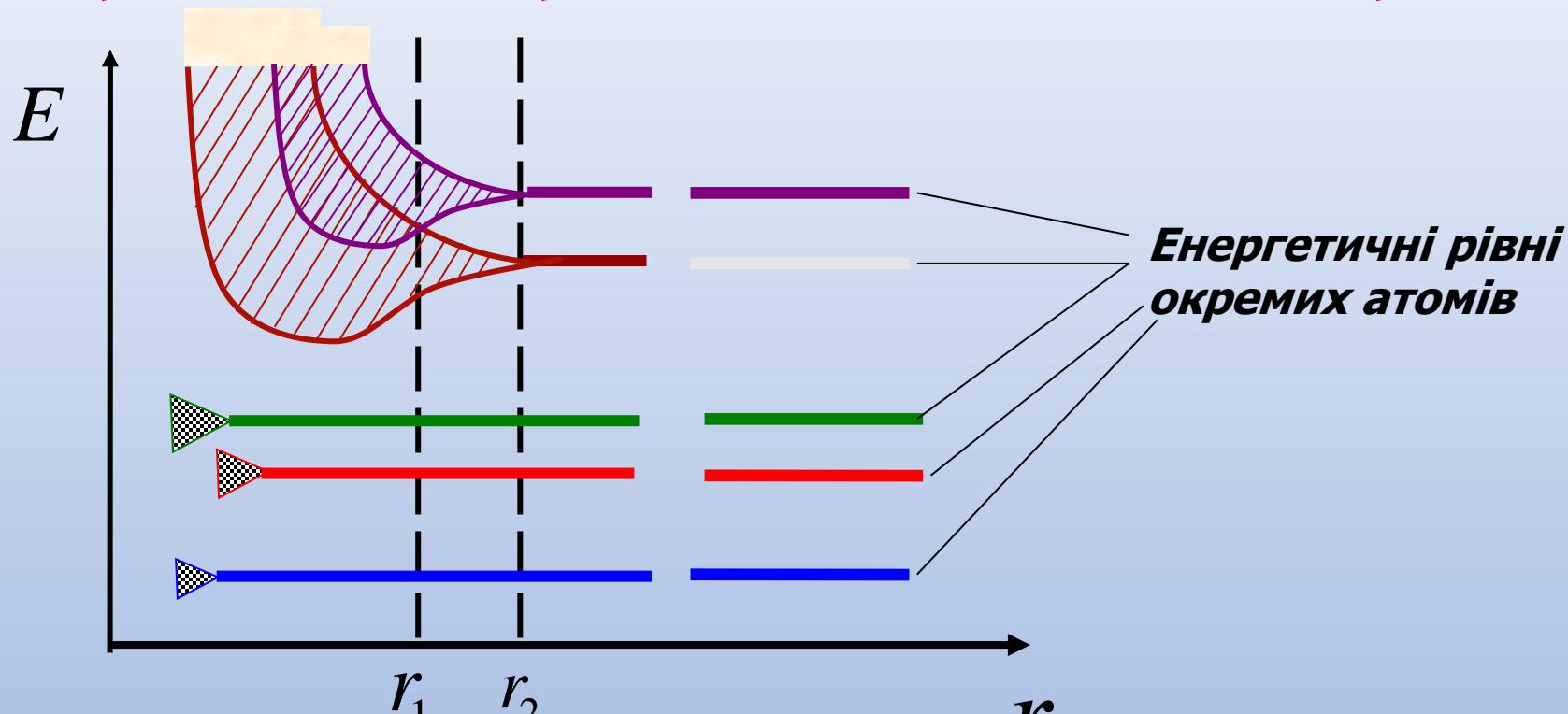


*Залежність питомого  
опору від температури*

# **Зонна теорія твердого тіла**

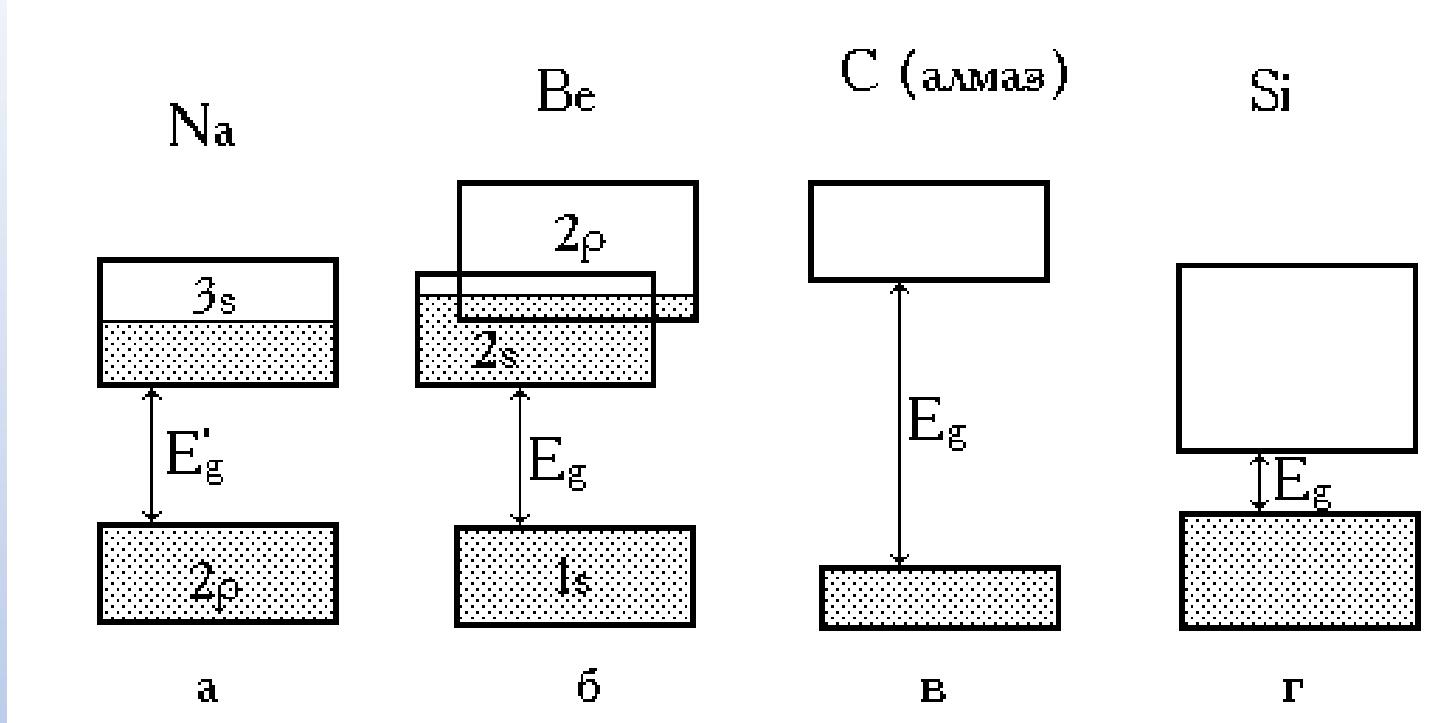
- 1. Адіабатичне наближення.**
- 2. Одноелектронне наближення**
- 3. Періодичний характер самоузгодженого поля**

# Утворення енергетичних зон в кристалі



утворення енергетичних  
зон при наближенні атомів

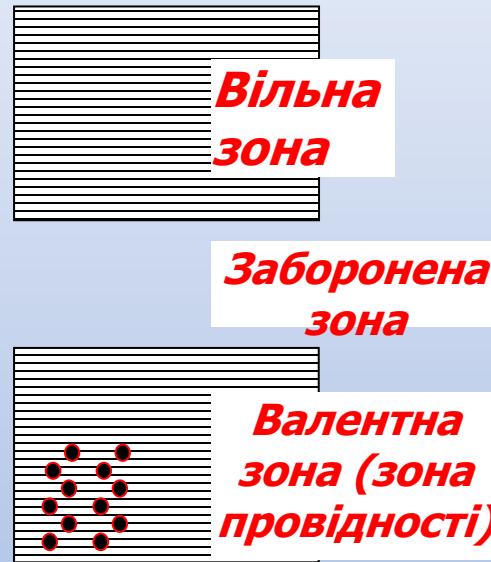
$$N_{\text{piv}} = (2l + 1)N, \quad l = 0, 1, 2, 3\dots$$



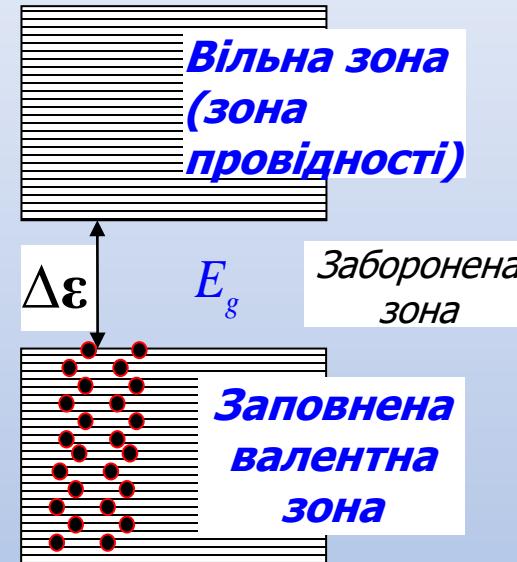
**Заповнення енергетичних зон електронами**

$E_g$  - ширина забороненої зони

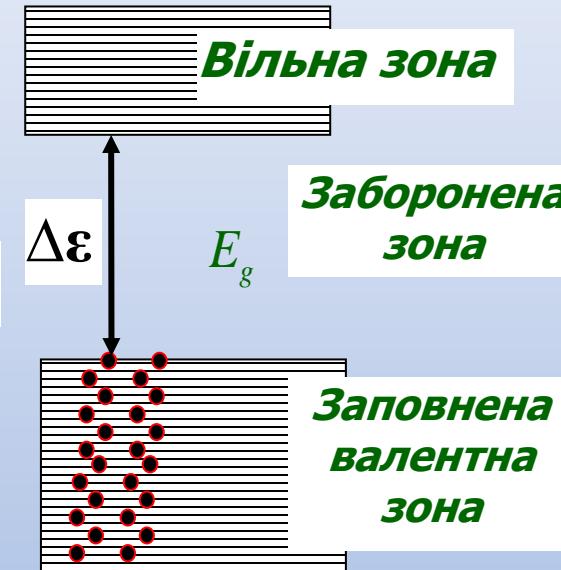
## Метал



## Напівпровідник



## Діелектрик



У типових діелектриків  $E_g > 3$  еВ. Так, в алмаза  $E_g = 5,2$  еВ; у нітриду бору  $E_g = 4,6$  еВ; в  $Al_2O_3$   $E_g = 7$  еВ.

У типових напівпровідників ширина забороненої зони менша за 3 еВ. Наприклад, у германія  $E_g = 0,66$  еВ; у кремнію  $E_g = 1,12$  еВ;

# ВЛАСНІ НАПІВПРОВІДНИКИ

ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ ВЛАСНИХ НАПІВПРОВІДНИКІВ

$$R = R_0 e^{\frac{E_g}{kT}}$$

# ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ МЕТАЛІВ

$$R = R_0(1 + \alpha t)$$

$\alpha$  - температурний коефіцієнт опору провідника.

$R_0$  - опір провідника при  $t = 0^{\circ}C$

# ДОМІШКОВА ПРОВІДНІСТЬ НАПІВПРОВІДНИКІВ

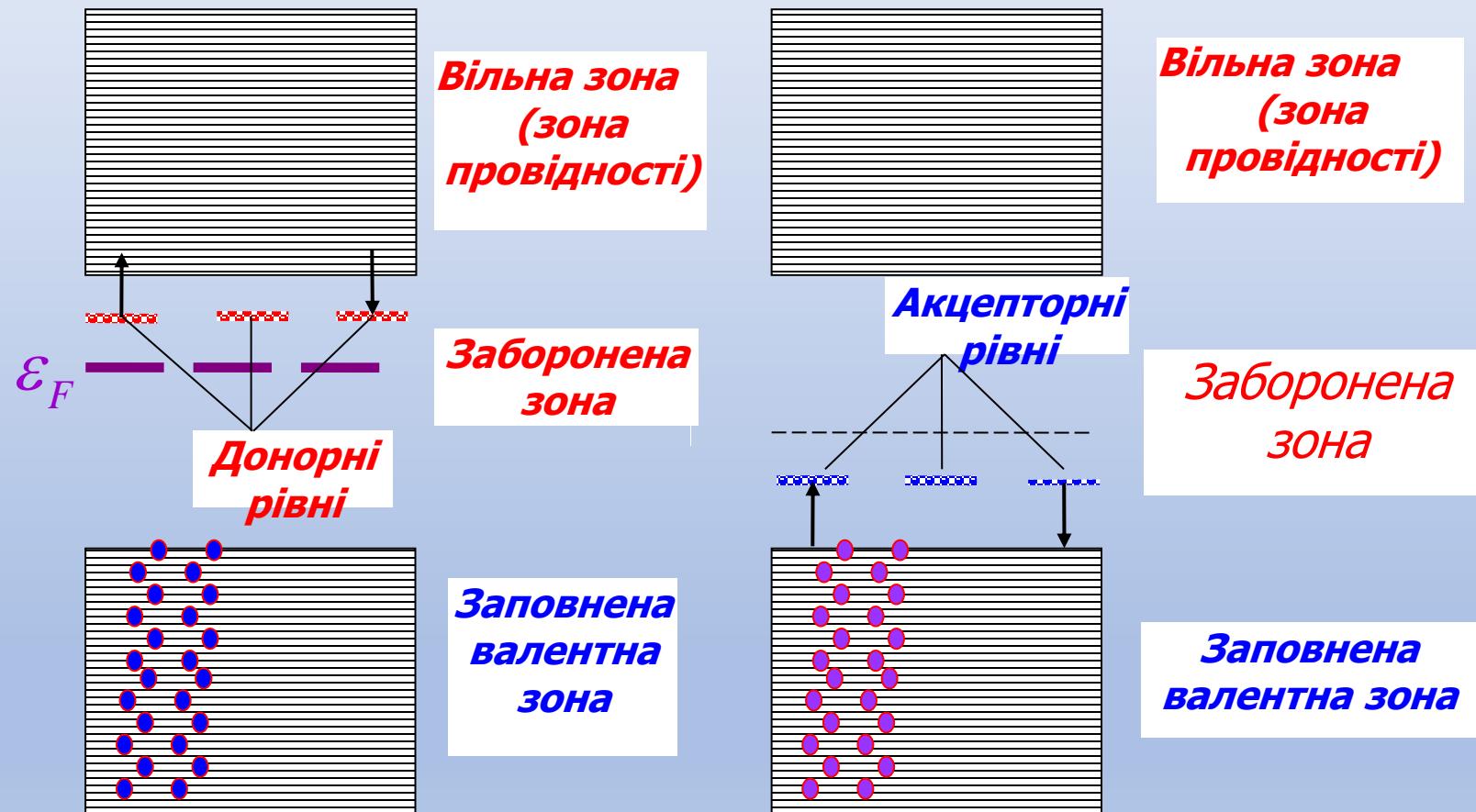
**Донорні домішки**

напівпровідниками n-типу.

**Акцепторні домішки**

напівпровідниками p-типу.

# Зонна структура домішкового напівпровідника



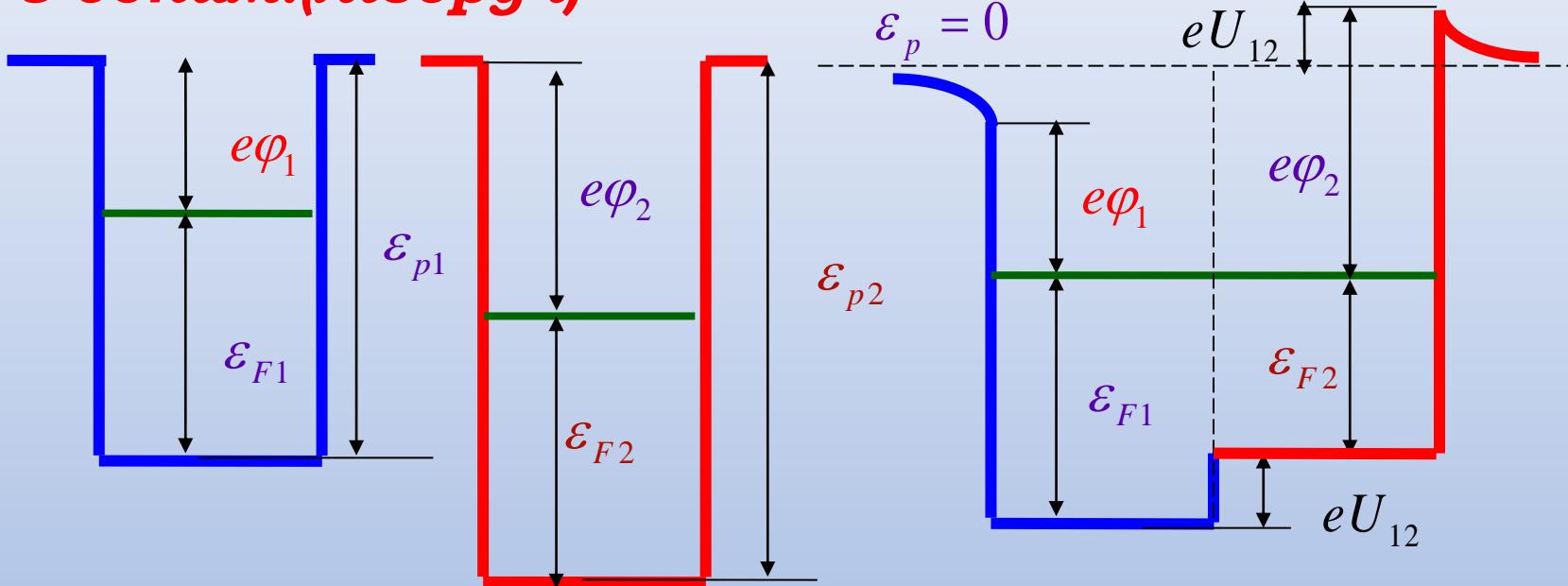
# КОНТАКТНІ ЯВИЩА

## Контакт двох металів

$$e\varphi$$

$\varphi > 0$  - потенціал металу

**Графік потенціальної енергії електрону в двох різних металах, які не стикаються (праворуч); і які знаходяться в контакти один з одним.(ліворуч)**

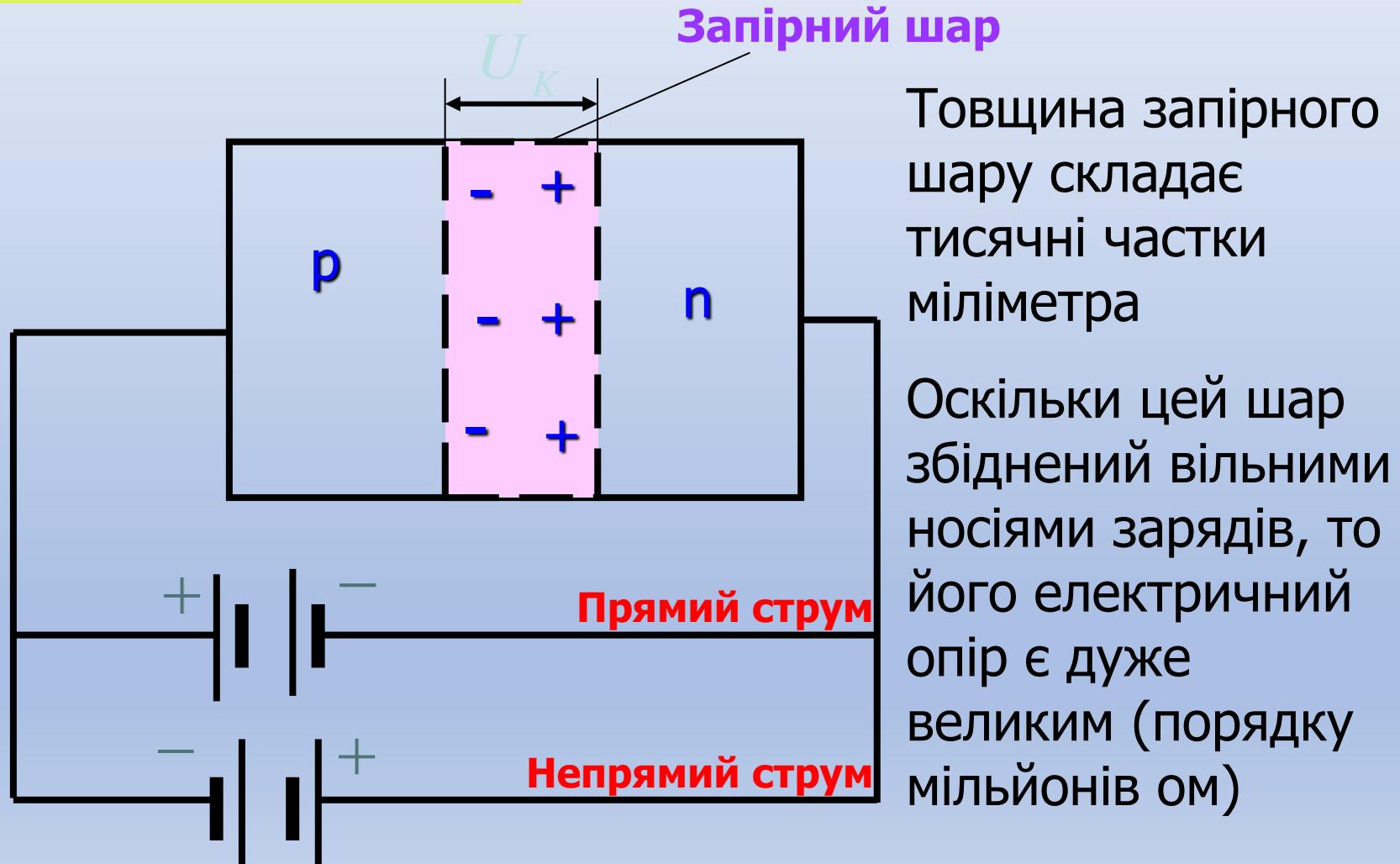


$\epsilon_{F1} \ \epsilon_{F2}$  - рівень Фермі

$eU_{12} = \epsilon_{F1} - \epsilon_{F2}$  - Контактна різниця потенціалів

# Спрощена схема контактного електричного поля

Для самостійного вивчення



Ваші питання?!