Лекція №5

Динаміка твердого тіла

Викл Коваль В.В.

ФОК

2021р.

Питання

Статистичний і термодинамічний підхід до вивчення теплових властивостей макроскопічних тіл.
Термодинамічна система. Параметри стану системи. Рівноважні та нерівноважні стани. Термодинамічний процес. Квазістатичний процес. Температура. Загальний закон термодинаміки.
Основні положення молекулярно-кінетичної теорії речовини та їх експериментальне обґрунтування. Броунівський рух. Рівняння стану термодинамічної системи. Барометрична формула. Середня енергія молекули. Внутрішня енергія термодинамічної системи. Робота, що виконується тілом при змінах його об'єму. Кількість теплоти. Перший закон термодинаміки. Вічний двигун першого роду. Теплоємність. Питома і молярна теплоємність. Внутрішня енергія ідеального газу. Рівняння Майєра. Постійна адіабати. Улаштування і принцип дії теплової машини. Коефіцієнт корисної дії теплової машини. Другий закон термодинаміки. Оборотні і необоротні процеси. Цикл Карно. Перша і друга теореми Карно. Ентропія. Закон зростання ентропії. Ентропія ідеального газу.

СТАТИСТИЧНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

Макроскопічним тілом

Статистична фізика -

Термодинаміка

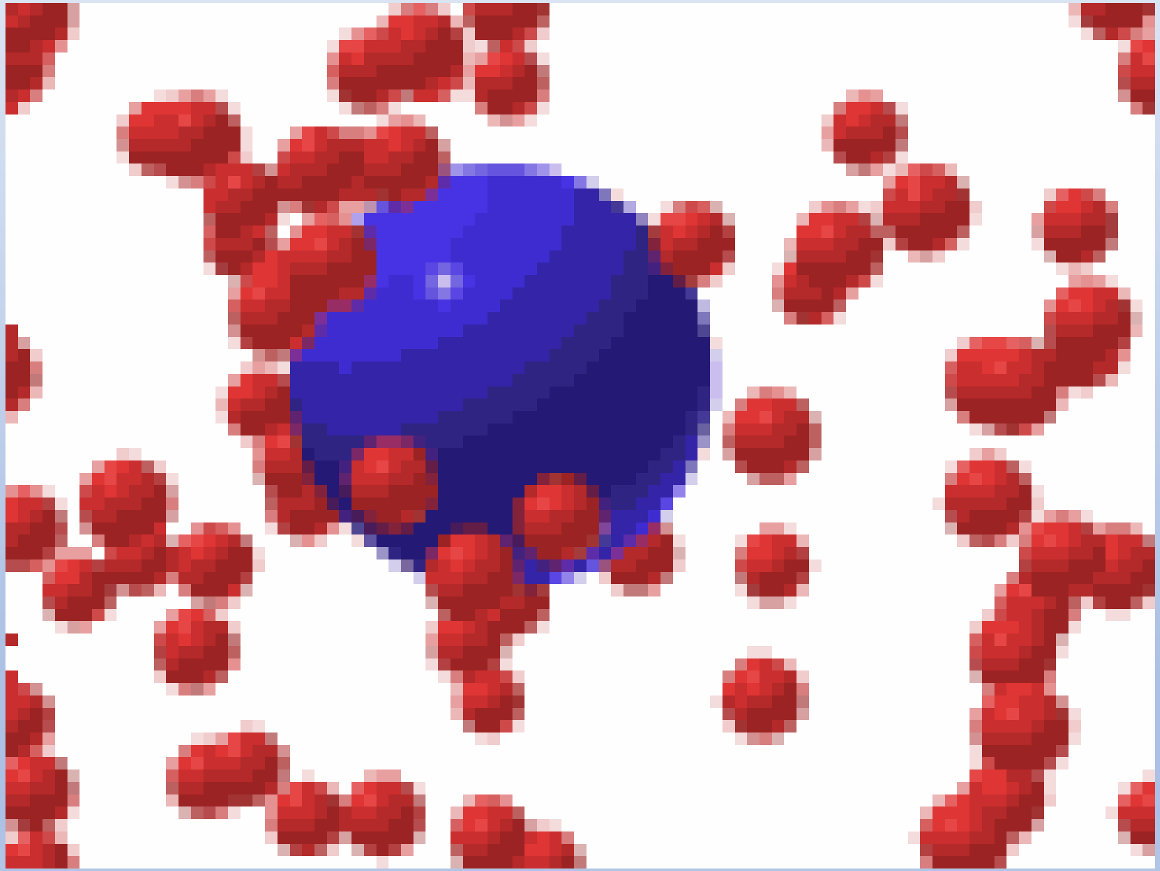
ОСНОВИ МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ

Маса однієї молекули кисню:

$$m_{O_2} = \frac{M}{N_A} = 5,3 \cdot 10^{-26}\, кг = 31,7\, а.о.м.$$

$$1 а.о.м. = 1,67 \cdot 10^{-27}\, кг$$

Експериментальним підтвердженням безперервного хаотичного руху молекул є **броунівський рух**, відкритий англійським ботаніком Броуном у 1827 р.



$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \qquad [\nu] = 1\text{моль}$$

$$N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$$

$$n = \frac{N}{V} \qquad [n] = \frac{1}{м^3}$$

Рівняння стану ідеального газу

$$pV = \frac{m}{M} RT \qquad p = nkT$$

Ізопроцеси

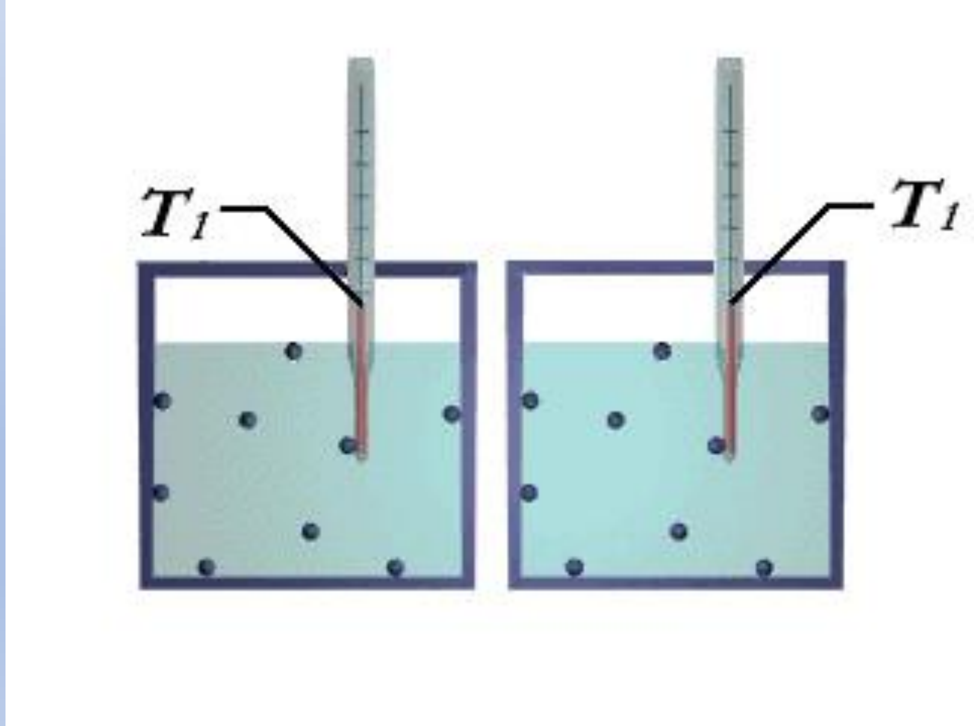
1 ізобарний процес	$p = const$
Рівняння стану	$\frac{V}{T} = const$
2 ізотермічний процес	$T = const$
Рівняння стану	$pV = const$
3 ізохорний процес	$V = const$
Рівняння стану	$\frac{p}{T} = const$

ОСНОВНЕ РІВНЯННЯ МКТ

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{пост} \rangle$$

СЕРЕДНЯ ЕНЕРГІЯ МОЛЕКУЛ

$$p = nkT \qquad p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{пост} \rangle \Rightarrow \qquad \langle \varepsilon_{пост} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

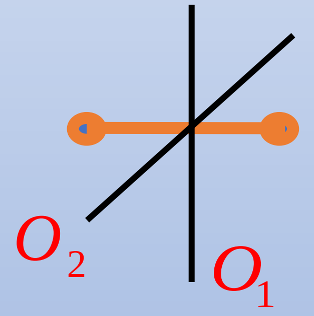


$$i = i_{пост} + i_{оберт} + 2i_{колив}$$

1-атомна молекула має 3 поступальні ступені вільності

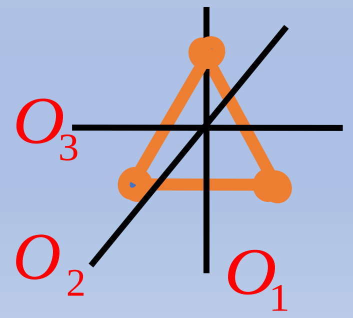
$$i = 3$$

2-атомна молекула має 3 поступальні ступені вільності та 2 обертальні



$$i = 5$$

3+-атомна молекула має 3 поступальні ступені вільності та 3 обертальні



$$i = 6$$

Закон рівномірного розподілу енергії за ступенями вільності:

$$\frac{1}{2}kT$$

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2}kT$$

Внутрішня енергія

ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

$$U = N \cdot \langle \varepsilon \rangle_{кін}$$

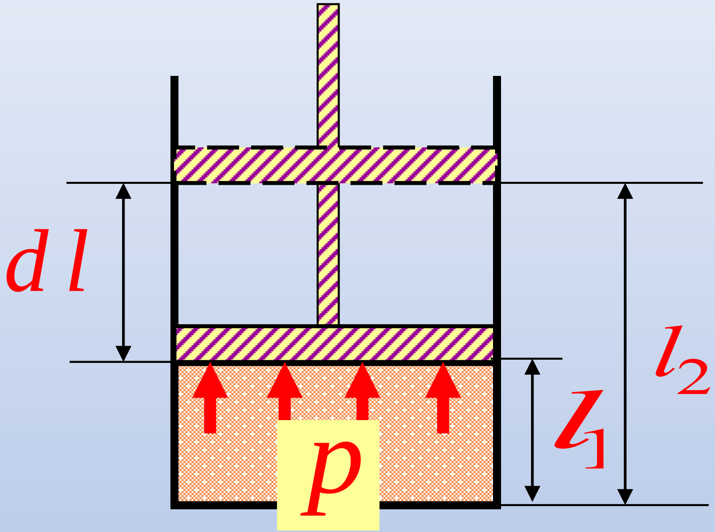
$$U = N \frac{i}{2} kT$$

$$N = N_A \cdot \frac{m}{M}$$

$$U = \frac{i}{2} \frac{m}{M} RT$$

$R = 8{,}31 \frac{Дж}{К \cdot моль}$ - молярна газова стала

МЕХАНІЧНА РОБОТА

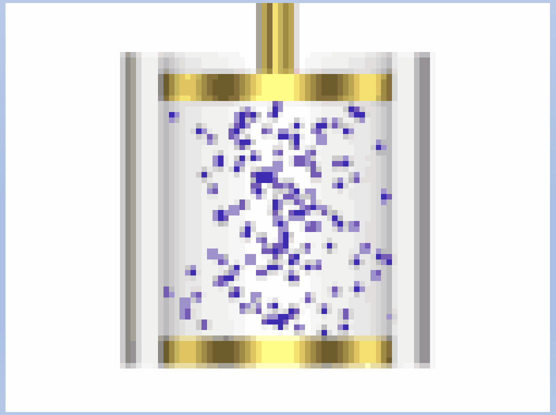


$$F = pS$$

$$dA = Fdl = pSdl = pdV$$

$$dA = pdV$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$



Робота ідеального газу в ізопроцесах

1 ізобарний процес $p = const$	$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = p\left(V_2 - V_1\right)$
2 ізотермічний процес $T = const$	$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = \frac{m}{M} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$
3 ізохорний процес $V = const$	$A = \int_{V_1}^{V_2} p\,dV = 0$

КІЛЬКІСТЬ ТЕПЛОТИ

$$C = \frac{dQ}{dT} \qquad [C] = \frac{Дж}{К}$$

$$c = \frac{dQ}{m \cdot dT} \qquad [c] = \frac{Дж}{кг \cdot К}$$

$$C_M = \frac{dQ}{\nu \cdot dT} \qquad [C_M] = \frac{Дж}{моль \cdot К}$$

ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

$$dQ = dU + dA$$

$$dQ = \frac{i}{2}\nu RdT + pdV$$

Застосування I закону термодинаміки до ізопроцесів

$$dQ = \frac{i}{2}\nu RdT + pdV$$

1 ізобарний процес $p = const$

$$Q = \frac{i}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V = \frac{i+2}{2}\nu R\Delta T = \frac{i+2}{2}p\Delta V$$

$$C_p = \frac{dQ}{\nu \cdot dT} = \frac{i+2}{2}R$$

2 ізотермічний процес $T = const$

$$dT = 0 \Rightarrow dU = 0 \Rightarrow$$

$$dQ = dA = p\,dV \qquad Q = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$C_T = \infty$$

3 ізохорний процес $V = const$

$$dV = 0 \Rightarrow dA = 0 \Rightarrow$$

$$dQ = dU = \frac{i}{2}\frac{m}{M} R\,dT \qquad Q = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$$

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

Рівняння Маєра $C_p - C_V = R$

АДІАБАТНИЙ ПРОЦЕС

$$dQ = 0$$

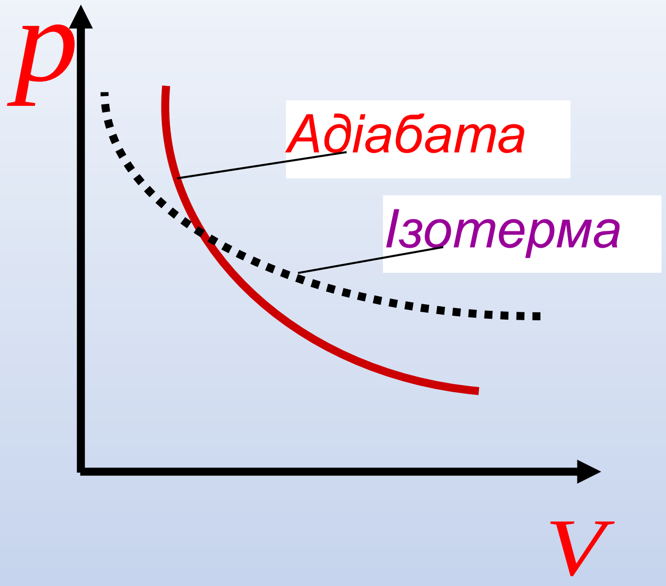
Рівняння Маєра $C_p - C_V = R$ $\quad \dfrac{C_p}{C_V} - 1 = \dfrac{R}{C_V}$

$\gamma = \dfrac{C_p}{C_V}$ **- показник Пуассона** $\quad \Rightarrow \gamma - 1 = \dfrac{R}{C_V}$

І Закон термодинаміки

$$dQ = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT + pdV \Rightarrow C_V \frac{m}{M}dT + pdV = 0$$

$p = \dfrac{m}{M}RT\dfrac{1}{V}$ **рівняння Менделєєва – Клапейрона**



Рівняння адіабати

$$T \cdot V^{\gamma-1} = const$$

$$pV^{\gamma} = const$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$$ - показник адіабати

Для одноатомного газу $\gamma = \frac{5}{3} = 1,67$

Для двохатомного газу $\gamma = \frac{7}{5} = 1,4$

Для трьохатомного газу $\gamma = \frac{8}{6} = 1,33$

ПОЛІТРОПНІ ПРОЦЕСИ

$$C = const$$

$$pV^{n} = const$$ **- рівняння політропного процесу**

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_V}$$ **- показник політропи**

$$C = \frac{nC_V - C_p}{n - 1}$$

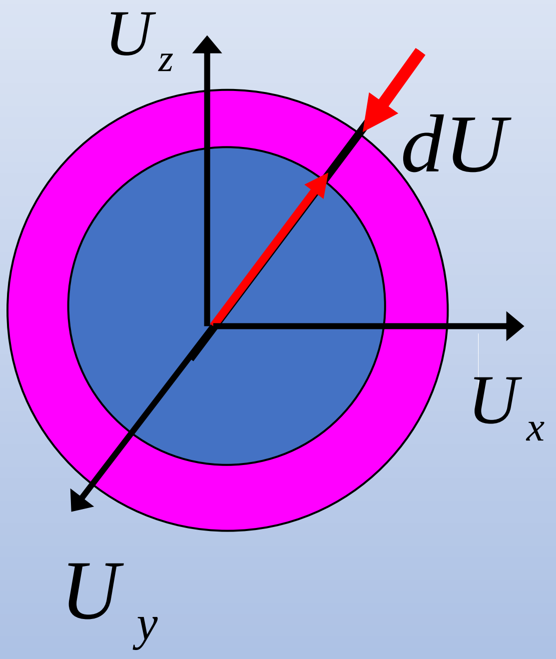
Робота при політропному процесі для $n \neq 1$

$$A = \frac{p_1 V_1}{n-1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{n-1}\right]$$

Для **ізобарного процесу**	$C = C_p \Rightarrow n = 0$
Для **ізотермічного процесу**	$n = 1$
Для **ізохорного процесу**	$C = C_V \Rightarrow n = \infty$
Для **адіабатного процесу**	$n = \gamma$

КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ГАЗІВ

ЗАКОН РОЗПОДІЛУ МОЛЕКУЛ ЗА ШВИДКОСТЯМИ І ЕНЕРГІЯМИ (розподіл Максвела 1859)



dn

U

$U + dU$

$$d\omega = 4\pi u^2 du$$

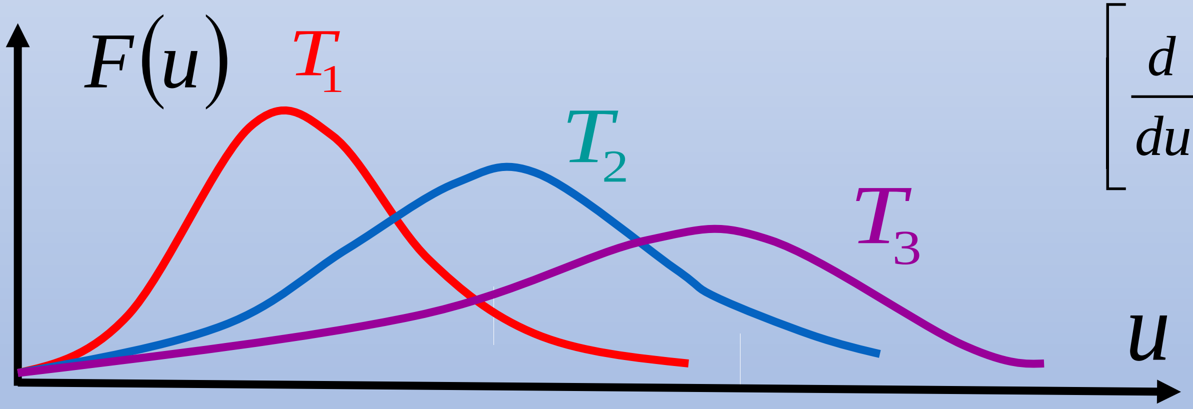
$$dn = n_0 f(u) \cdot 4\pi u^2 du = n_0 F(u) du$$

$$F(u) = \frac{dn}{n_0 du} = f(u) \cdot 4\pi u^2$$ - функція розподілу

$$F(u)du = \frac{dn}{n_0} \qquad u \qquad u+du \qquad f(u) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m_0u^2/(2kT)}$$

Закон розподілу молекул за швидкостями (закон Максвела)

$$dn = n_0\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-m_0u^2/(2kT)}\,4\pi u^2 du$$

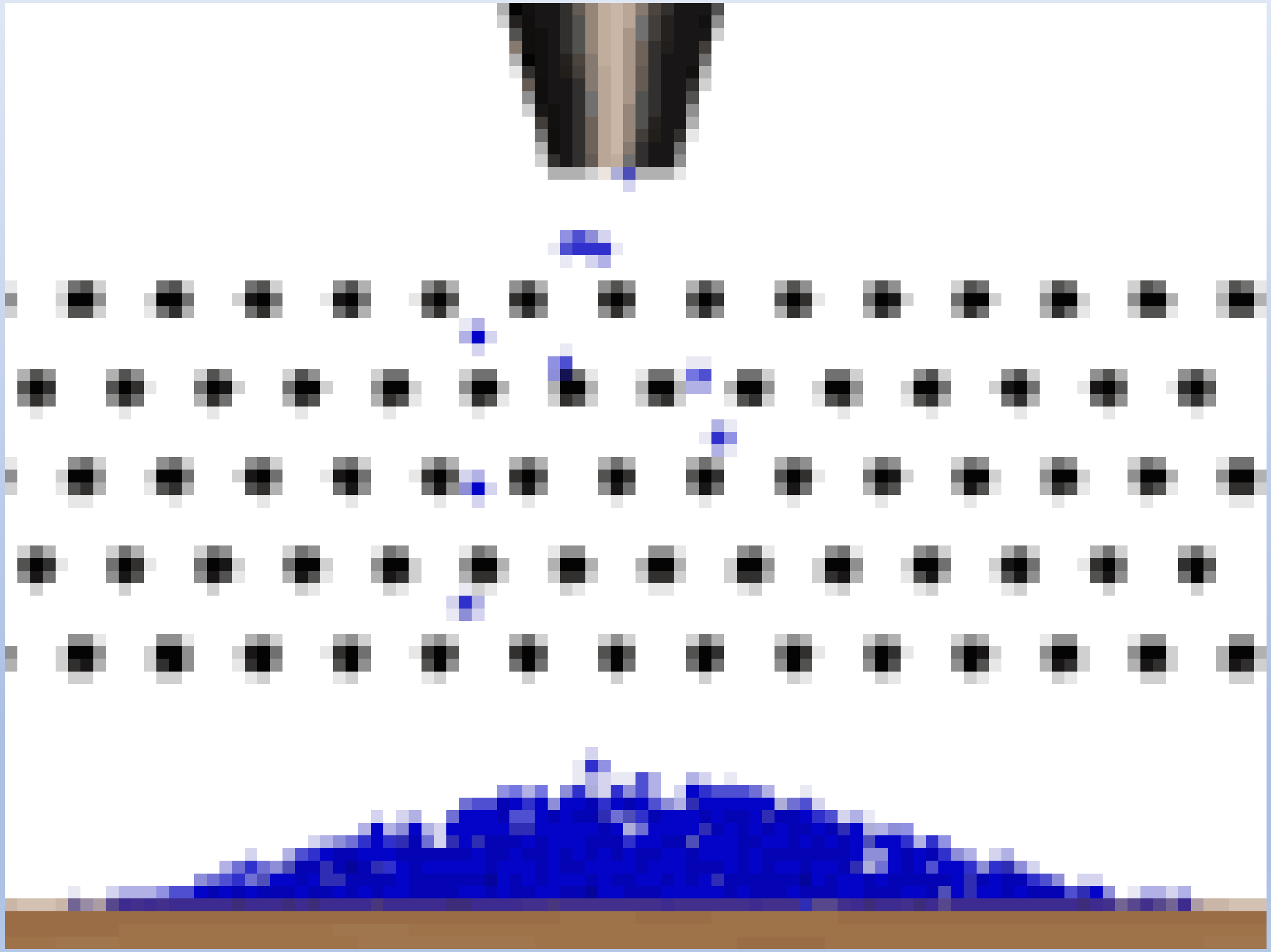


$$\left[\frac{d}{du}\left(e^{-m_0u^2/(2kT)}4\pi u^2\right)\right]_{u=u_B} = 0$$

$$u_B = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} = \langle \mathrm{v}_{\kappa\textit{в}} \rangle\sqrt{\frac{2}{3}} \qquad \langle \mathrm{v}_{\kappa\textit{в}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

Розподіл Максвелла

(дошка Гамільтона)



$$\langle u\rangle = \int_0^{n_0} uF(u)\,du$$

$$\langle x\rangle = \int_0^{n_0} xF(u)\,du$$

$$\langle u\rangle = n_0 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int_0^{\infty} u^3 e^{-m_0u^2/(2kT)}u^2\,du$$

$$\langle u\rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = u_B\sqrt{\frac{4}{\pi}} = <\mathrm{v}_{\kappa в}>\sqrt{\frac{8}{3\pi}}$$

$$dn_{W_K} = n_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-W_K/kT} \sqrt{W_K}\, dW_K$$

$$dn_{W_K} / n_0 = F_2(W_K)\, dW_K$$

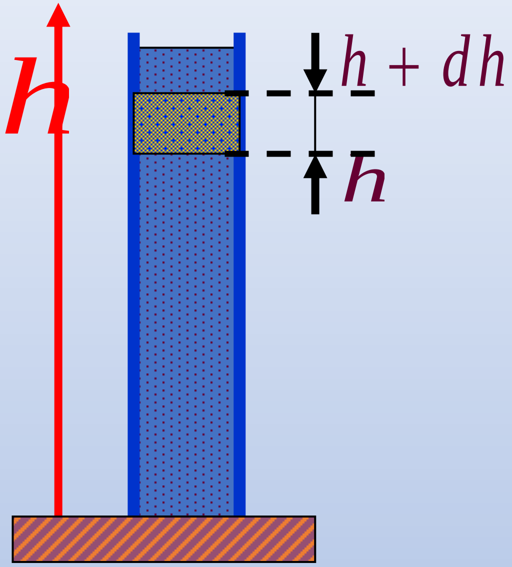
$$F_2(W_K) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-W_K/kT} \sqrt{W_K}$$

Середня кінетична енергія молекули ідеального газу:

$$\langle W_K \rangle = \int_0^{\infty} W_K F_2(W_K)\, dW_K = \frac{2}{\sqrt{\pi}\,(kT)^{3/2}} \times \int_0^{\infty} W_K e^{-W_K/kT} \sqrt{W_K}\, dW_K = \frac{3}{2} kT$$

$$\langle W_K \rangle = \frac{3}{2} kT$$

БАРОМЕТРИЧНА ФОРМУЛА



h $abcd$ dh

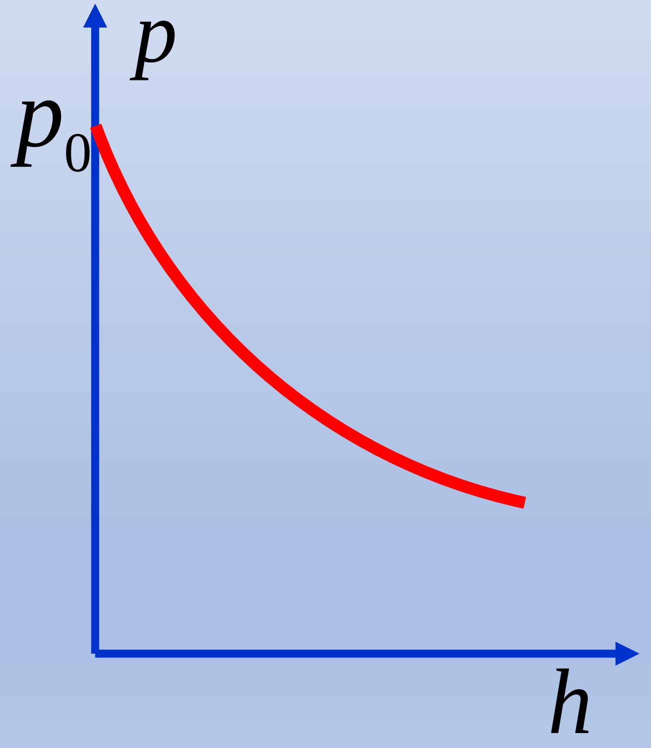
h і $h+dh$ p і $p+dp$

$$-dp = \rho g dh$$

$$pV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow p = \frac{m}{VM}RT = \frac{\rho}{M}RT \Rightarrow \rho = \frac{pM}{RT}$$

$$dp = -\frac{pM}{RT}gdh, \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{gM}{RT}dh$$

$$\ln p - \ln p_0 = -\frac{gMh}{RT}, \Rightarrow \ln\frac{p}{p_0} = -\frac{gMh}{RT}$$



$$p = p_0 e^{-\frac{gMh}{RT}}$$

Розподіл Больцмана

$$p = p_0 e^{-\frac{gMh}{RT}}$$

$$p = nkT$$

$$n = n_0 e^{-\frac{gMh}{RT}}$$

$$\frac{R}{M} = \frac{k}{m_0}$$

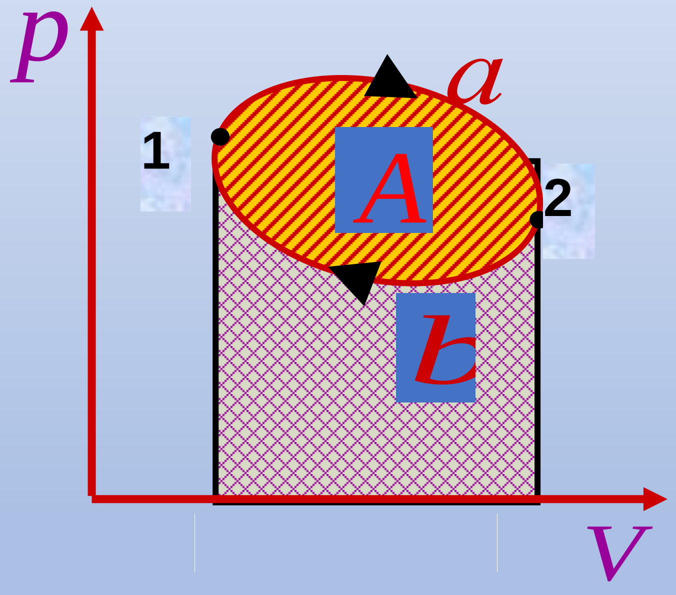
$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$$

$$mgh = W_П$$

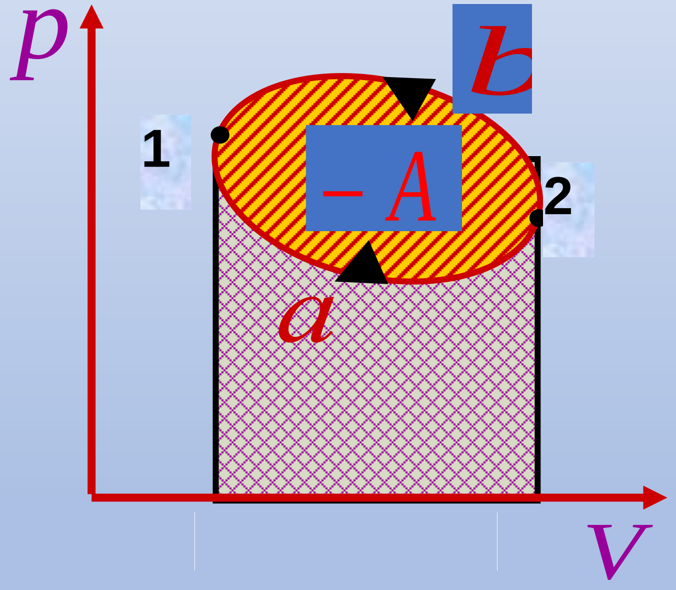
$$n = n_0 e^{-\frac{W_П}{kT}}$$

ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ. ЕНТРОПІЯ

КОЛОВІ ПРОЦЕСИ



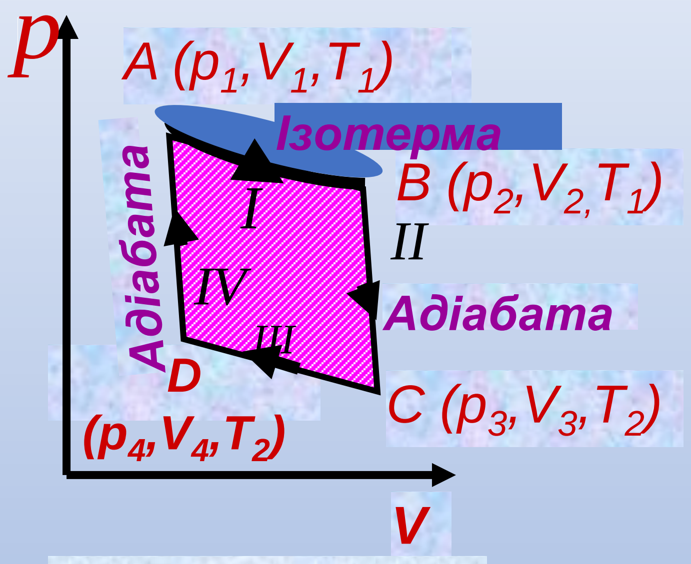
Прямий цикл



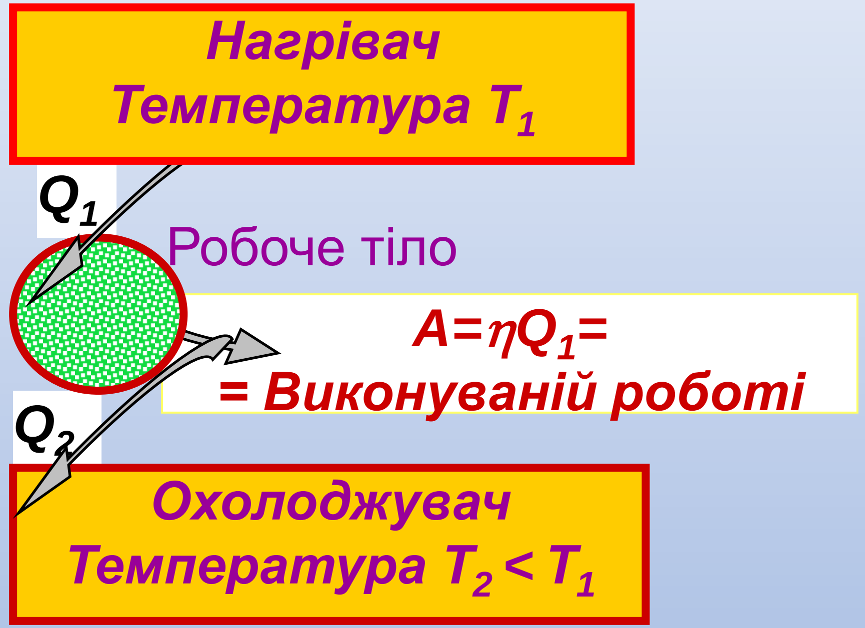
Зворотний цикл

$$\Delta Q = A$$

ЦИКЛ КАРНО (1824)



Цикл Карно



Машина Карно

БАЛАНС

$$A = A_I + A_{II} + A_{III} + A_{IV} = \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + C_V\left(T_1 - T_2\right) + \nu R T_2 \ln\frac{V_4}{V_3} + C_V\left(T_2 - T_1\right) =$$

$$= \nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1} + \nu R T_2 \ln\frac{V_4}{V_3}$$

$$T_1 \cdot V_2^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_3^{\gamma-1}$$

$$T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_4^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

$$A = \nu R\left(T_1 - T_2\right)\ln\frac{V_2}{V_1}$$

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{\nu R\left(T_1 - T_2\right)\ln\frac{V_2}{V_1}}{\nu R T_1 \ln\frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ЕНТРОПІЯ

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = const$$

$$\frac{Q}{T}$$

$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\partial Q}{T}$$

ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

$$\Delta S \geq 0$$

СТАТИСТИЧНЕ ТЛУМАЧЕННЯ ДРУГОГО ЗАКОНУ ТЕРМОДИНАМІКИ

$$S = k \ln \Omega$$

k

Ω

ЗМІНА ЕНТРОПІЇ ПРИ ТЕРМОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСАХ

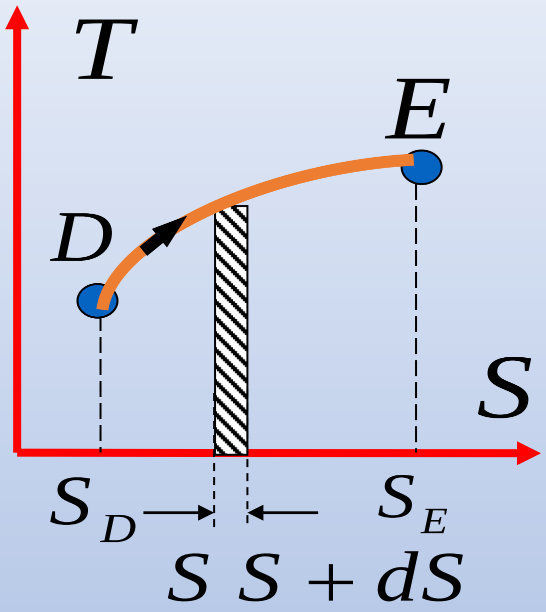
$$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\partial Q}{T}$$

$$\partial Q = dU + \partial A$$

$$dS = \frac{\partial Q}{T} = \frac{dU}{T} + \frac{pdV}{T} = \frac{m}{M} C_V \frac{dT}{T} + \frac{pdV}{T}$$

Процес	Перший закон термодинаміки	Зміна ентропії
$p = const$ Ізобарний процес	$dQ = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT + \frac{m}{M}RdT$ $= \frac{i+2}{2}\frac{m}{M}RdT = C_P\frac{m}{M}dT$	$\Delta S = \int_{T_1}^{T_2}\frac{C_P\frac{m}{M}dT}{T} =$ $= C_P\frac{m}{M}\ln\frac{T_2}{T_1}$
$V = const$ Ізохорний процес	$\partial Q = dU = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RdT =$ $= C_V\frac{m}{M}dT$	$\Delta S = C_V\frac{m}{M}\int_{T_1}^{T_2}\frac{dT}{T} =$ $= C_V\frac{m}{M}\ln\frac{T_2}{T_1}$
$T = const$ Ізотермічний процес	$dQ = dA = pdV = \frac{m}{M}RT\frac{dV}{V}$	$\Delta S = \frac{m}{M}R\int_{V_1}^{V_2}\frac{dV}{V} = \frac{m}{M}R\ln\frac{V_2}{V_1}$
$dQ = 0$ Адіабатний процес	$dQ = 0$	$\Delta S = 0$ - ізоентропійний процес

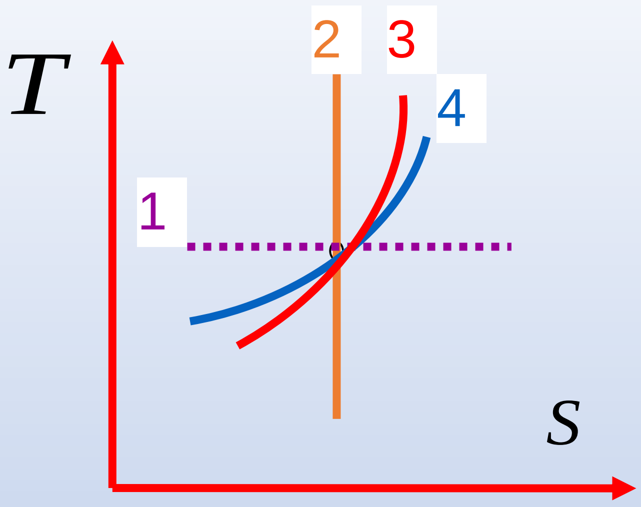
ТЕРМОДИНАМІЧНА ДІАГРАМА $T - S$ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

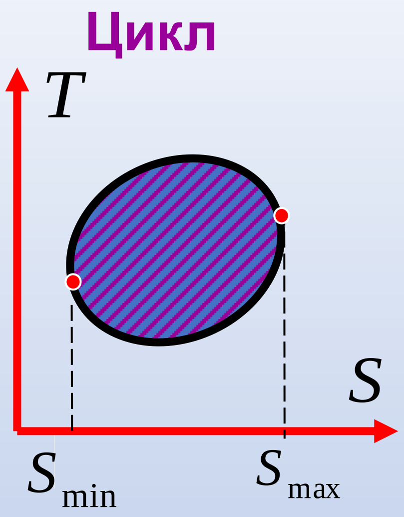


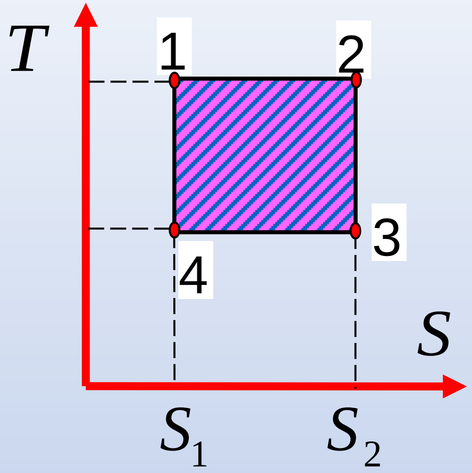
$$DES_ES_D$$

$$Q_{DE} = \int_D^E \partial Q = \int_{S_D}^{S_E} TdS$$

$$Q = T\left(S_2 - S_1\right)$$







Ізопроцеси

1 – ізотермічний,

2 – адіабатний;

3 – ізохорний;

4 – ізобарний

$$Q > 0$$

$$Q < 0$$

Цикл Карно

$$Q_1 = T_1(S_2 - S_1)$$

$$Q_2 = -T_2(S_1 - S_2)$$

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} =$$

$$\frac{T_1(S_2 - S_1) + T_2(S_1 - S_2)}{T_1(S_2 - S_1)}$$

$$= \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ентропія ідеального газу

$$\partial Q = TdS \qquad TdS = dU + pdV$$

$$dS = \frac{dU + pdV}{T} \qquad U_M = C_V \cdot T, \quad \frac{p}{T} = \frac{R}{V_M}$$

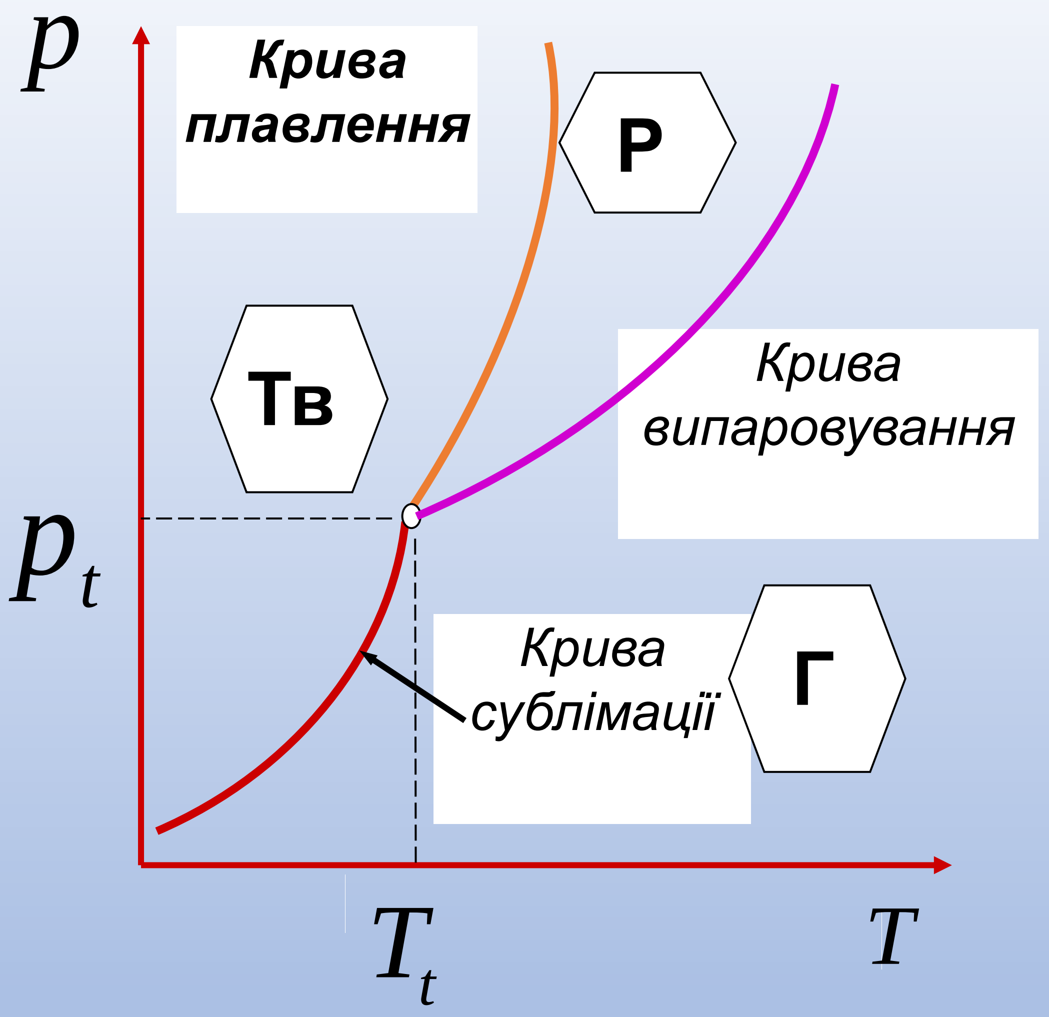
$$dS_M = \frac{dU + pdV}{T} = C_V \frac{dT}{T} + R\frac{dV_M}{V_M}$$

$$S_M = C_V \ln T + R \ln V_M + S_0$$

$$m$$

$$S = \nu \cdot S_M = \frac{m}{M} S_M$$

$$S = \nu C_V \ln T + \nu R \ln V_M + S_0$$



Діаграма стану

Ваші питання?!