

# Лекція №10

Механічні та електричні коливання

Викл Коваль В.В.

ФОК

2021р.

# Питання

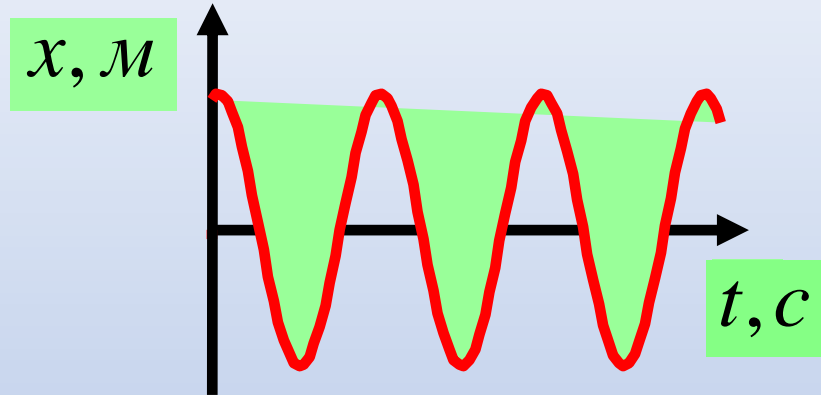
Гармонічні коливання та їх характеристики. Диференціальне рівняння гармонічних коливань. Зміна енергії при гармонічному коливанні. Періоди коливань фізичного, математичного та пружинного маятників. Електричний коливальний контур. Частота коливань. Метод векторних діаграм. Додавання двох гармонічних коливань одного напрямку й частоти. Биття. Додавання взаємно перпендикулярних коливань. Фігури Ліссажу. Диференціальне рівняння згасаючих коливань. Розв'язання диференціального рівняння згасаючих коливань. Коефіцієнт згасання, декремент згасання, логарифмічний декремент згасання, добротність. Диференціальне рівняння вимушених коливань та його розв'язання. Резонанс. Резонансна частота. Закон Ома для змінних струмів. Імпеданс. Ємнісний та індуктивний опори.

# МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

## Типи коливань за фізичною природою

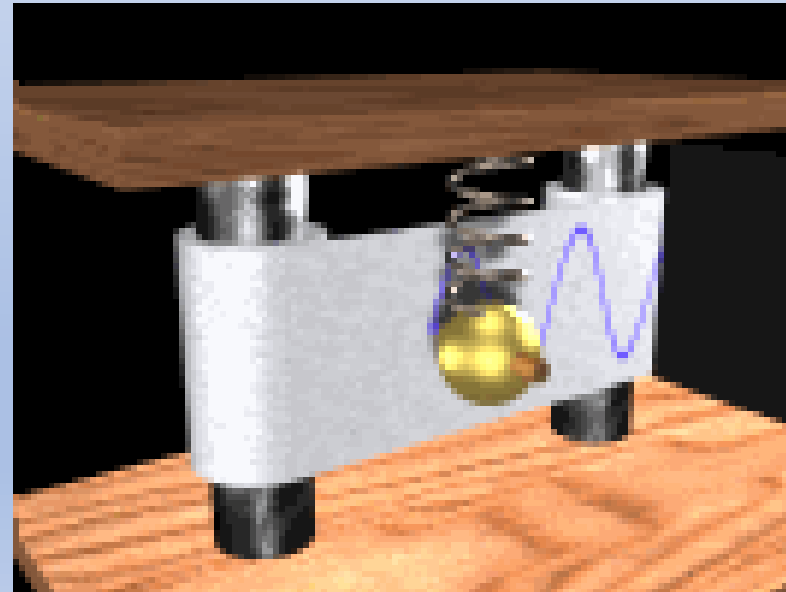
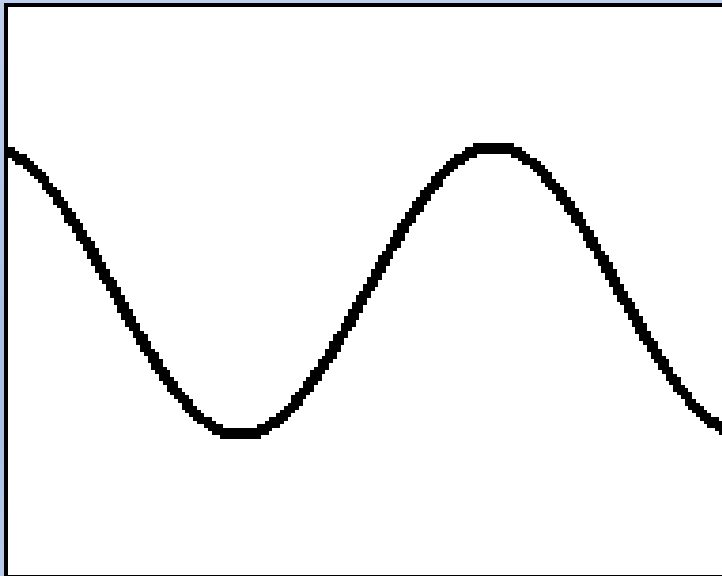


# ГАРМОНІЧНІ КОЛИВАННЯ



$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$[x] = [A] = 1\text{м}$$



$$T = \frac{t}{N}$$

$$[T] = 1c$$

$$\nu = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}$$

$$[\nu] = \frac{1}{c} = c^{-1} = 1\Gamma\mathcal{U}$$

$$\omega = 2\pi\nu$$

$$\phi = \omega_0 t + \alpha$$

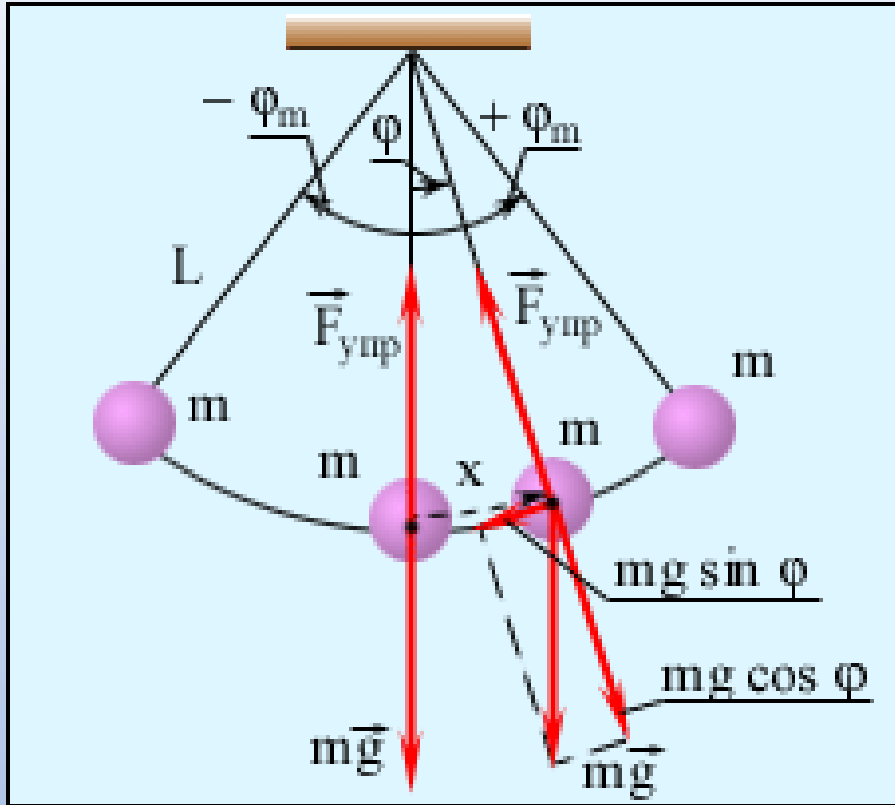
$$v = \dot{x}(t) = -\omega_0 A \sin(\omega_0 t + \alpha)$$

$$a = \dot{v} = \ddot{x}(t) = -\omega_0^2 A \cos(\omega_0 t + \alpha)$$

$$\ddot{x} = a = -\omega_0^2 x$$

$$F = ma = m\ddot{x} = -m\omega_0^2 x$$

# МАТЕМАТИЧНИЙ МАЯТНИК



$$F = ma = m\ddot{x}$$

$$F = -mg \sin \alpha$$

$$m\ddot{x} + mg \sin \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{x}{l} \Rightarrow m\ddot{x} + mg \frac{x}{l} = 0$$

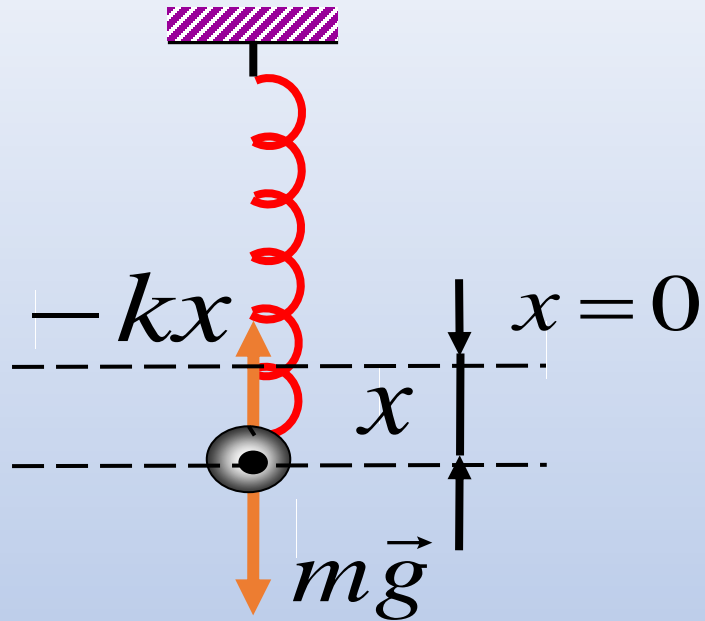
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{l} x = 0 \quad \omega_0^2 = \frac{g}{l}$$

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}} = 2\pi \sqrt{\frac{l_0}{g}}$$

# ПРУЖИННЫЙ МАЯТНИК

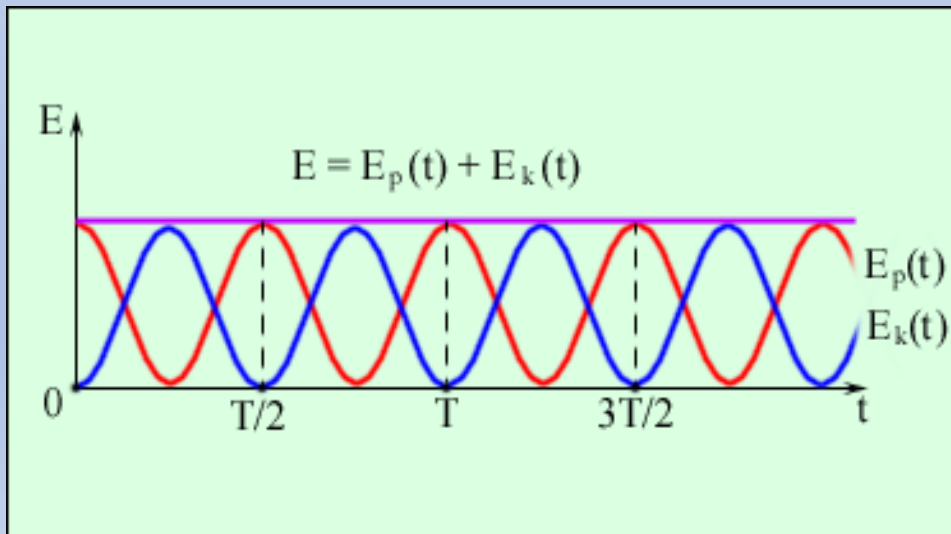


$$-kx = ma = m\ddot{x},$$

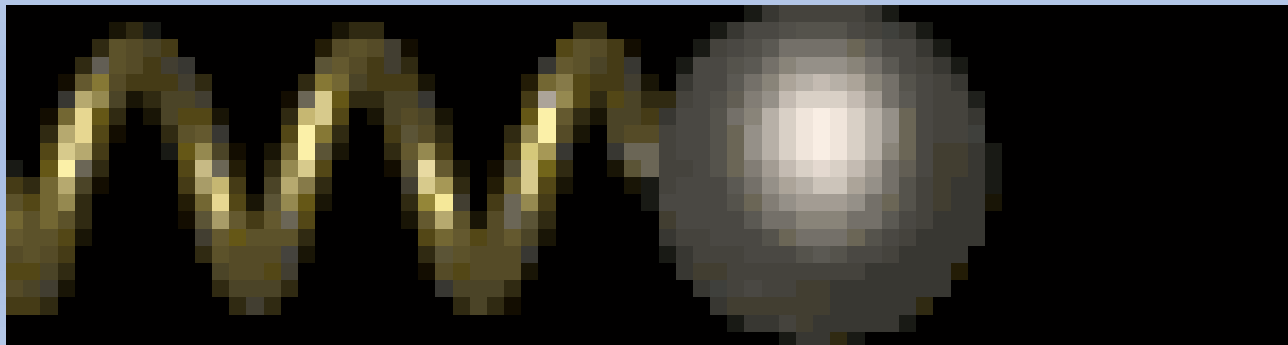
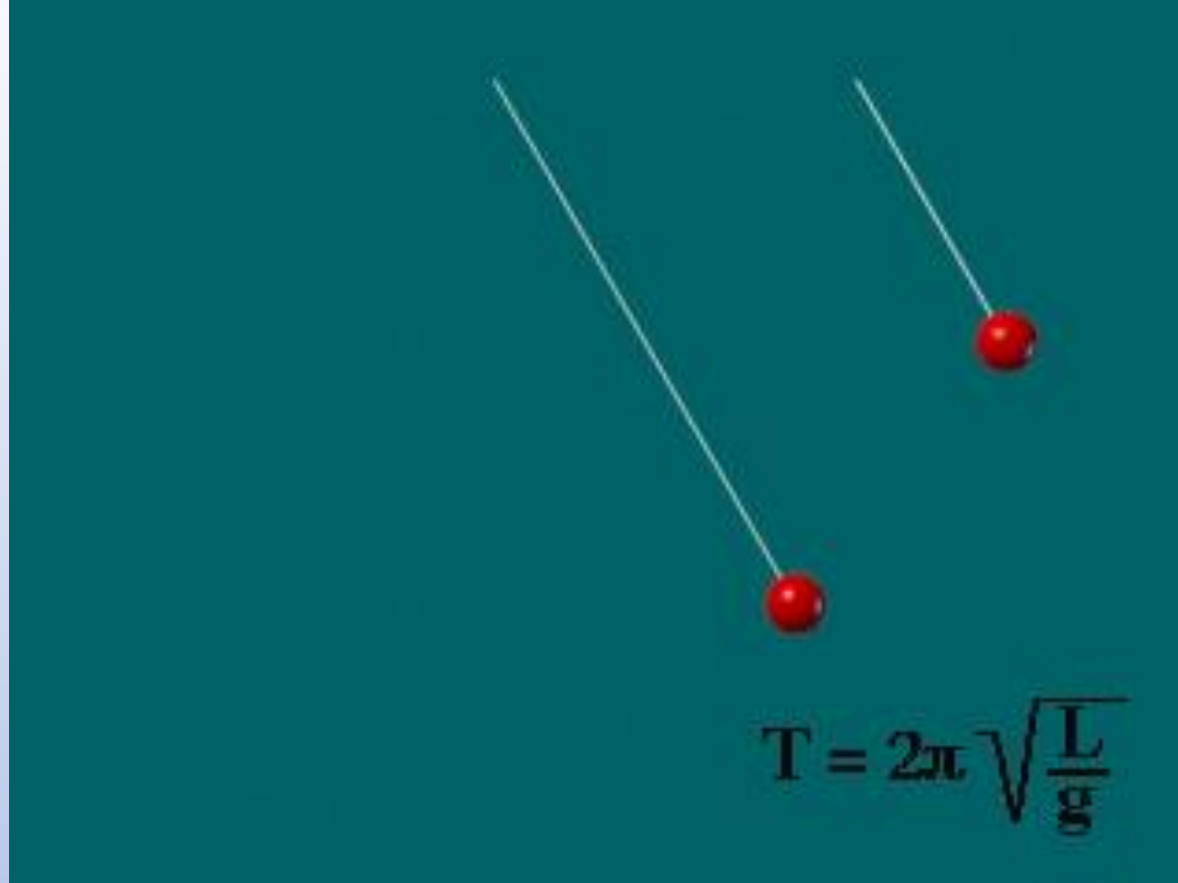
$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$W_K = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \omega_0^2 A^2 \sin^2(\omega_0 t + \alpha)$$

$$W_{II} = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \cos^2(\omega_0 t + \alpha)$$

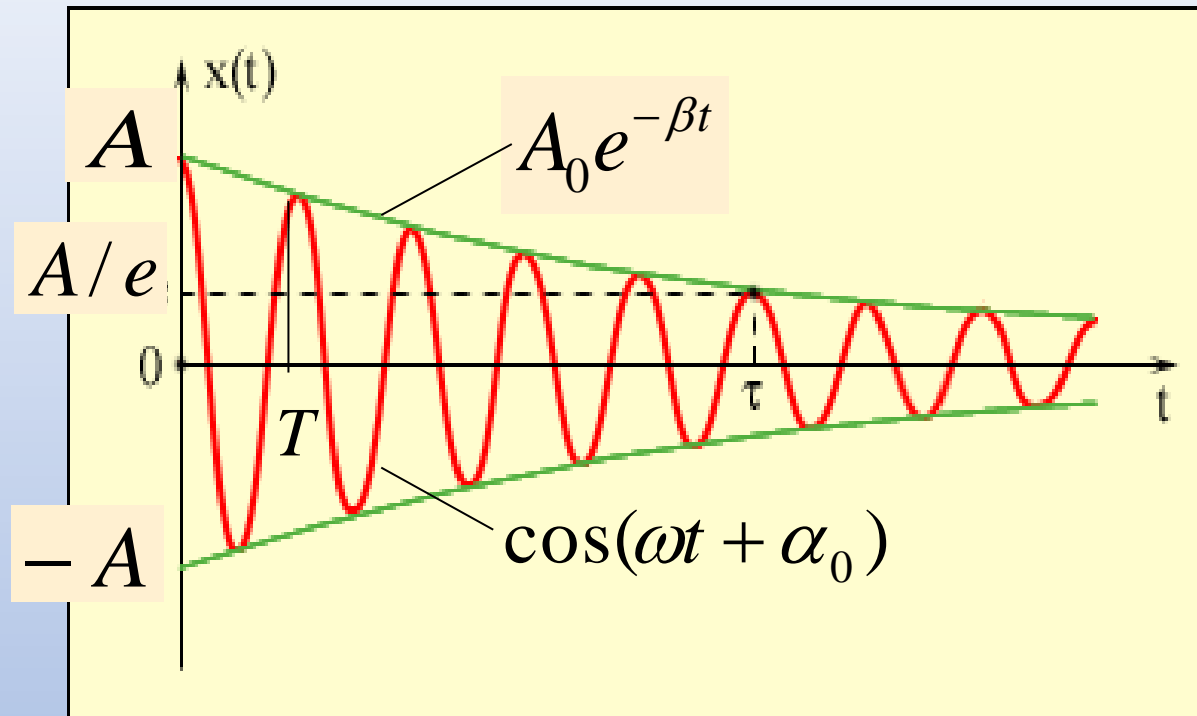


$$W = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \text{const}$$





# ЗАТУХАЮЧІ КОЛИВАННЯ



$$F_{\text{мep}} = -r\upsilon = -r\dot{x}$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = kx - r \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha_0)$$

$$A(\tau) = A_0 e^{-\beta \tau} = A_0 e^{-1}, \quad -\beta \tau = -1, \quad \beta = \tau^{-1}$$

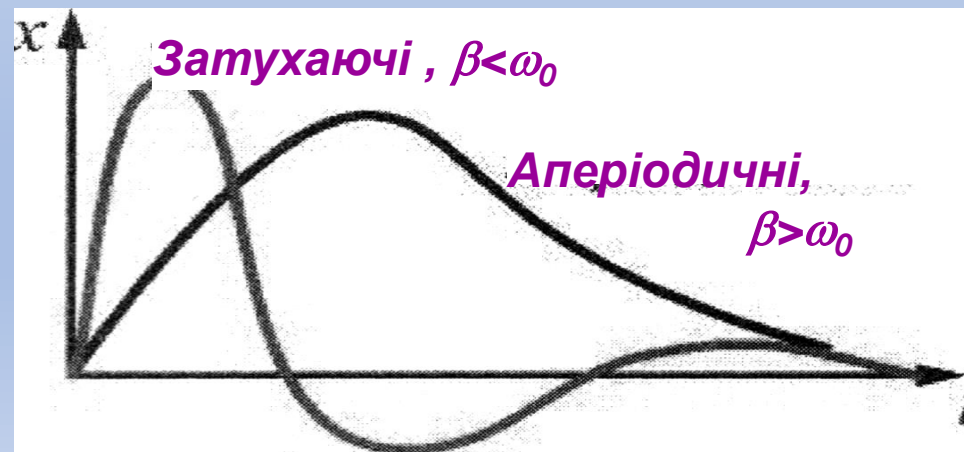
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

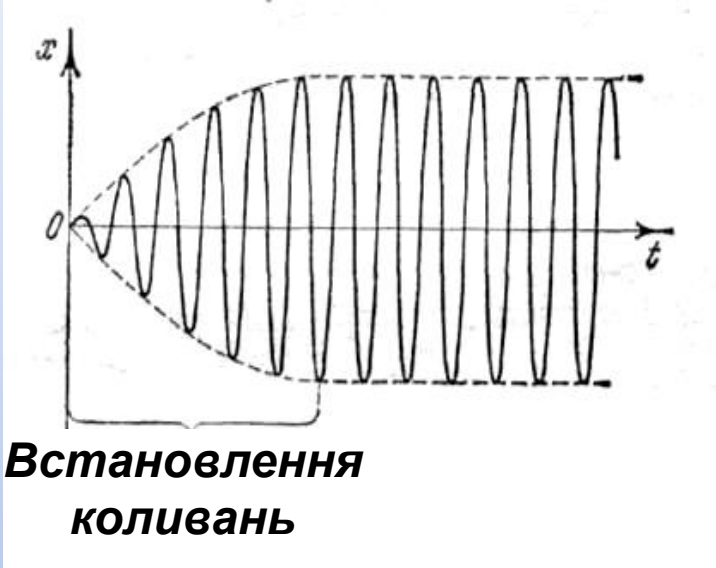
$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$$

$$\lambda = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \ln e^{\beta T} = \beta T$$

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e$$



# ВИМУШЕНІ МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ



$$ma = -kx - rv + F$$

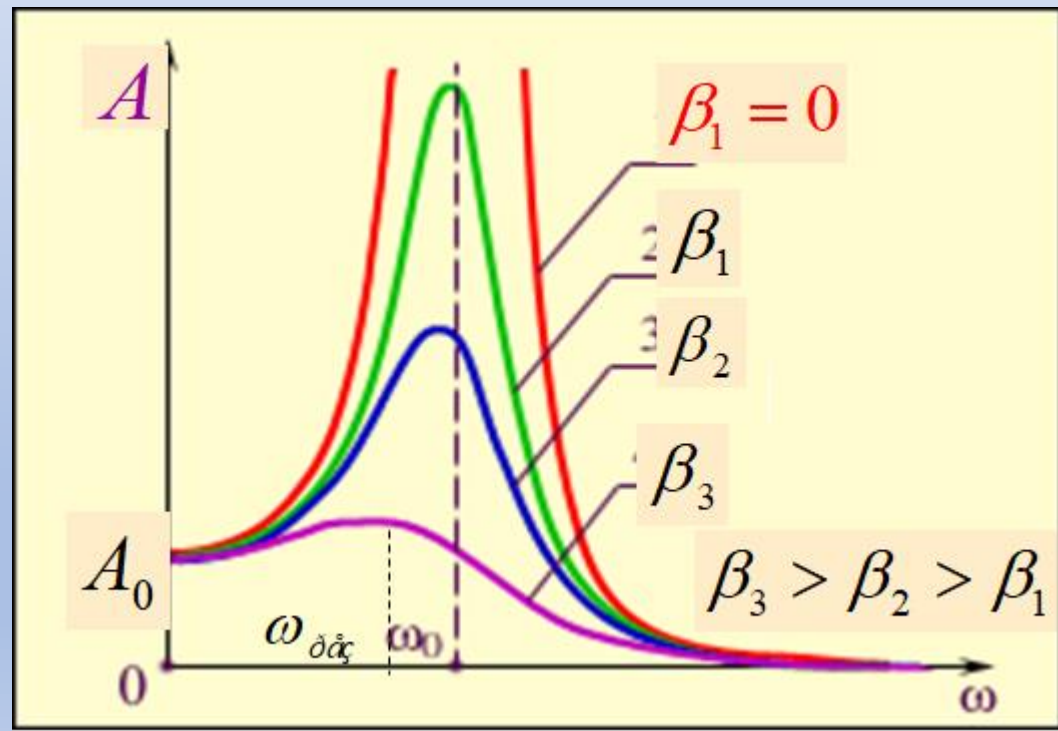
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$$

$$f_0 = \frac{F_0}{m}$$

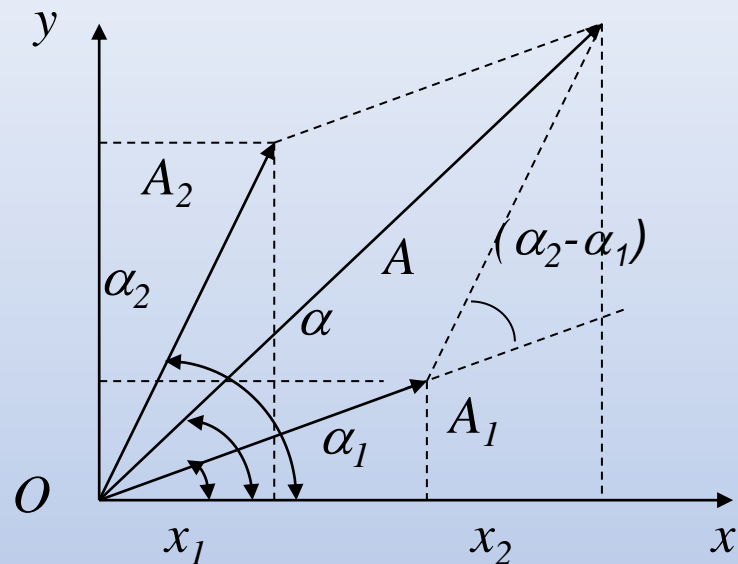
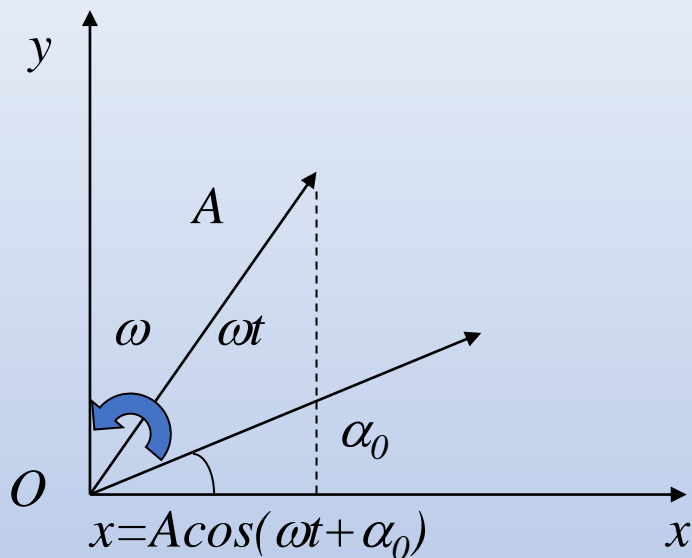
$$x = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \cos \left( \omega t - \arctg \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right)$$

$$A = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$$

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$$



## ДОДАВАННЯ КОЛИВАНЬ ОДНАКОВОГО НАПРЯМУ



$$x_1 = A_1 \sin(\omega t + \alpha_1), \quad x_2 = A_2 \sin(\omega t + \alpha_2)$$

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + A_2 \sin(\omega t + \alpha_2)$$

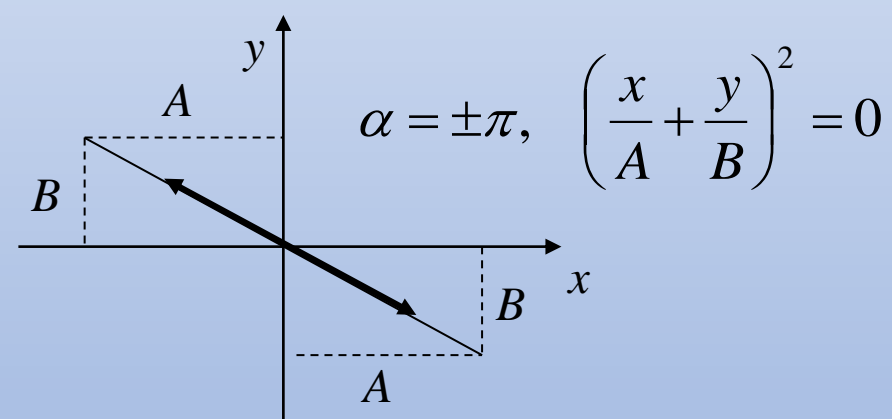
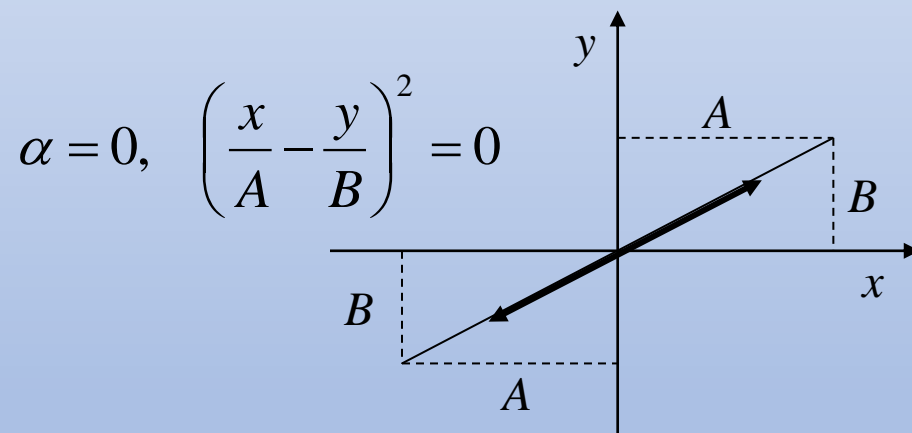
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_1 \sin \alpha_1 + A_2 \sin \alpha_2}{A_1 \cos \alpha_1 + A_2 \cos \alpha_2}, \quad A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

# ДОДАВАННЯ ВЗАЄМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИХ КОЛИВАНЬ

$$x = A \cos \omega t, \quad y = B \cos(\omega t + \alpha) = B(\cos \omega t \cos \alpha - \sin \omega t \sin \alpha)$$

$$\cos \omega t = \frac{x}{A}, \quad \sin \omega t = \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}},$$

$$\frac{y}{B} = \frac{x}{A} \cos \alpha - \sin \alpha \sqrt{1 - \frac{x^2}{A^2}}, \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - \frac{2xy}{AB} \cos \alpha = \sin^2 \alpha$$



$$\alpha = \pm \frac{\pi}{2}, \quad \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1$$

$$A = B, \quad x^2 + y^2 = A^2$$

Ваші питання?!