

शिक्षक निर्देशिका

आधारभूत तह, कक्षा ८

विषय : गणित

नेपाल सरकार

शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय

पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

सानोठिमी, भक्तपुर

प्रकाशक : नेपाल सरकार
शिक्षा, विज्ञान तथा प्रविधि मन्त्रालय
पाठ्यक्रम विकास केन्द्र
सानोठिमी, भक्तपुर

© पाठ्यक्रम विकास केन्द्र

प्रथम संस्करण : वि.सं. २०८१

(यो शिक्षक निर्देशिका पाठ्यक्रमले तोकेका विषयगत सिकाइ उपलब्ध पूरा गर्न तथा पाठ्यपुस्तकका क्रियाकलापको सहजीकरणमा शिक्षकलाई मदत पुगोस् भन्ने हेतुले विकास गरिएको हो । यसलाई अभ राम्रो बनाउन प्रयोगकर्ताका सुझाव भए केन्द्रको समन्वय तथा सम्पादन शाखामा उपलब्ध गराउनुहुन अनुरोध छ ।)

हाम्रो भनाइ

शिक्षण एउटा कला हो । पाठ्यक्रम शिक्षण सिकाइको मूल आधार हो । पाठ्यपुस्तक विद्यार्थीमा अपेक्षित दक्षता विकास गर्ने एक मुख्य साधन हो । यही पाठ्यपुस्तकको सफल र अर्थपूर्ण कार्यान्वयनका लागि शिक्षकलाई सहजीकरण गर्ने सामग्री शिक्षक निर्देशिका हो । यस पक्षलाई दृष्टिगत गर्दै पाठ्यक्रम विकास केन्द्रले विद्यालय शिक्षालाई व्यावहारिक, समयसापेक्ष र गुणस्तरीय बनाउने उद्देश्यले पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकको विकास तथा परिमार्जन कार्यलाई निरन्तरता दिँदै आएको छ । आधारभूत शिक्षाले बालबालिकामा आधारभूत साक्षरता, गणितीय अवधारणा र सिप एवम् जीवनोपयोगी सिपको विकासका साथै व्यक्तिगत स्वास्थ्य तथा सरसफाइसम्बन्धी बानीको विकास गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्छ । आधारभूत शिक्षाका माध्यमबाट बालबालिकाहरूले प्राकृतिक तथा सामाजिक वातावरणप्रति सचेत भई अनुशासन, सदाचार र स्वावलम्बन जस्ता सामाजिक एवम् चारित्रिक गुणको विकास गर्नुपर्छ । यसले विज्ञान, वातावरण र सूचना प्रविधिसम्बन्धी आधारभूत ज्ञानको विकास गराई कला तथा सौन्दर्यप्रति अभिसुचि जगाउनुपर्छ । शारीरिक तन्त्रुरुस्ती, स्वास्थ्यकर बानी एवम् सिर्जनात्मकताको विकास तथा जातजाति, धर्म, भाषा, संस्कृति, क्षेत्रप्रति सम्मान र सम्भावको विकास पनि आधारभूत शिक्षाका अपेक्षित पक्ष हुन् । दैनिक जीवनमा आइपर्ने व्यावहारिक समस्याहरूको पहिचान गरी समाधानका उपायको खोजी गर्नु पनि आधारभूत तहको शिक्षाका आवश्यक पक्ष हुन् । यी सबै पक्षको सहज प्राप्तिका लागि शिक्षण गर्ने शिक्षकलाई उचित निर्देशन दिने कार्य शिक्षक निर्देशिकाले गर्ने भएकाल सोको प्रभावकारी कार्यान्वयनका लागि यस निर्देशिकाको विकास गरिएको हो ।

यस शिक्षक निर्देशिकाको लेखन तथा सम्पादन श्री कल्यना बोगटी, श्री अनु श्रेष्ठ, श्री कविराज दाहाल, डा. श्यामप्रसाद आचार्य र श्री रामचन्द्र ढकालबाट भएको हो । निर्देशिकालाई यस रूपमा ल्याउने कार्यमा केन्द्रका महानिर्देशक श्री बैकुन्ठप्रसाद अर्याल विषय समितिका पदाधिकारी श्री हरिप्रसाद उपाध्याय, श्री प्रमिला बखती, श्री ज्ञानेन्द्र वन, श्री नवीन पौड्याल, श्री सत्यनारायण महर्जन र श्री अनुपमा शर्माको योगदान रहेको छ । यसैगरी श्री टिकाराम पोखेल, श्री राजुकान्त आचार्य, श्री लोकप्रसाद काफ्ले र श्री भरत श्रेष्ठबाट यस निर्देशिकामा रचनात्मक सुभाव प्राप्त भएको थियो । यस निर्देशिकाको भाषा सम्पादन श्री चिनाकुमारी निरौलाबाट र कला सम्पादन श्री श्रीहरि श्रेष्ठबाट भएको हो । यस निर्देशिकाको विकास तथा सम्पादन कार्यमा संलग्न सबैप्रति पाठ्यक्रम विकास केन्द्र धन्यवाद प्रकट गर्दछ ।

यसमा पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकमा निर्देश गरिएका सिकाइ सक्षकता, सिकाइ उपलब्धि, विषयवस्तुको विश्लेषण तथा सिकाइ सहजीकरणका क्रममा शिक्षकले अपनाउनुपर्ने विधि र तरिका उल्लेख गरिएको छ । यसबाट सिकाइ बालकेन्द्रित, सिकाइकेन्द्रित, अनुभवकेन्द्रित, उद्देश्यमूलक, प्रयोगमुखी र क्रियाकलापमा आधारित हुने अपेक्षा गरिएको छ । यसमा दिइएका क्रियाकलापलाई शिक्षकले आधारका रूपमा उपयोग गरी उत्पादनमूलक क्रियाकलापका माध्यमबाट विद्यार्थीको ज्ञान, सिप र धारणको विकास गराई सिकेका विषयवस्तुलाई प्रयोगिक बनाउन सक्ने छन् भन्ने अपेक्षा गरिएको छ । सिकाइ सहजीकरणका क्रममा शिक्षकलाई निरन्तर सहयोग पुऱ्याओस् भन्ने हेतुले यस निर्देशिकाको विकास गरिएको छ । कक्षामा सबै प्रकारका क्षमता भएका विद्यार्थीको सिकाइ उपलब्धिलाई वैयक्तिक रूपमै आकलन गर्न सहज होस् भन्ने ध्येय यस निर्देशिकाको रहेको छ । सिकाइ र विद्यार्थीको जीवन्त अनुभवविच तादात्म्य कायम गर्दै यसको सहज प्रयोग गर्न शिक्षकले सहजकर्ता, उत्प्रेरक, प्रवर्धक र खोजकर्ताका रूपमा भूमिकाको अपेक्षा यस निर्देशिकाले गरेको छ । यस निर्देशिकालाई अभ्य परिष्कृत पार्नका लागि शिक्षक, विद्यार्थी, अभिभावक, बुद्धिजीवी एवम् सम्पूर्ण पाठकहरूको समेत विशेष भूमिका रहने हुँदा सम्बद्ध सबैको रचनात्मक सुभावका लागि पाठ्यक्रम विकास केन्द्र हार्दिक अनुरोध गर्दछ ।

परिचय

यस निर्देशिकामा शिक्षण क्रियाकलाप सञ्चालन गर्दा पाठ्यक्रमले तोकेका सिकाइ उपलब्धि र गणितीय सिप विकास गराउने किसिमका क्रियाकलापहरू सञ्चालन गर्न सजिलो हुने गरी पाठ्यपुस्तकका प्रत्येक पृष्ठमा गर्न सकिने सम्भावित क्रियाकलापहरू दिइएका छन्। गणितीय सिप विकासका लागि परियोजना कार्यमा आधारित खोज विधि, प्रयोगात्मक विधि, स्थलगत अवलोकन आदि जस्ता विद्यार्थीलाई गरेर सिक्ने खालका विधिको अलावा समस्या समाधान विधिको चयन गर्नुपर्ने कुरालाई यस निर्देशिकाले आत्मसात् गरेको छ। प्रत्येक एकाइमा पाठ्यपुस्तकमा दिइएका पाठमा आधारित भई परिचय, शिक्षण योजना /पाठ्यांश विभाजन तालिका समेटिएका छन्। साथै कार्यघटनाअनुसार प्रत्येक दिनका लागि सिकाइ उपलब्धि, शैक्षणिक सामग्री, क्रियाकलाप, मूल्याङ्कनका विविध पक्ष उल्लेख गरिएका छन्। यसमा दिइएका क्रियाकलाप नमुना मात्र हुन्, शिक्षकले यिनकै आधारमा बढीभन्दा बढी अभ्यास क्रियाकलाप, कक्षाकार्य गराएर गणितीय दक्षता विकास गर्नुपर्ने हुन्छ।

निर्देशिका प्रयोग सम्बन्धमा

1. यस निर्देशिकामा समावेश गरिएका क्रियाकलापबाहेक अन्य थप क्रियाकलाप आवश्यक देखिएमा सोहीअनुसार दैनिक पाठ योजना बनाउन सकिने छ।
2. यस निर्देशिकामा समावेश गरिएका क्रियाकलापहरू शिक्षण सिकाइका क्रममा क्रियाकलाप छनोट गर्दा सहयोग पुऱ्याउने प्रयोजनका लागि तयार गरिएको हो। त्यसैले यसमा प्रस्तुत गरिएका क्रियाकलापहरू नमुना वा उदाहरण मात्र भएकाले शिक्षकले आफ्नो परिवेशअनुरूप क्रियाकलापहरू थप गर्न र परिमार्जन गर्न सकिने छ।
3. यस शिक्षक निर्देशिकामा पाठका लागि छुट्याइएको कार्यघटना अनुमानित मात्र भएको हुँदा शिक्षकहरूले शिक्षण सिकाइका क्रममा यसलाई परिवर्तन गर्न सक्नुहुने छ।
4. पाठगत विषयवस्तु शिक्षणका लागि उल्लिखित शैक्षणिक सामग्रीको सटटा स्थानीय रूपमा उपलब्ध हुन सक्ने उपयुक्त सामग्रीको प्रयोग गर्न सकिने छ।
5. विद्यार्थीको मूल्याङ्कनलाई सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलापको अभिन्न अडगाका रूपमा समावेश गरी सिकाइ सुधार र विकासका लागि निरन्तर पृष्ठपोषण प्रदान गर्ने माध्यमका रूपमा विकास गर्नुपर्दछ।
6. कुनै पाठ तथा एकाइ शिक्षणपश्चात् प्राप्त गर्नुपर्ने उपलब्धिमा आधारित भई विद्यार्थीको परीक्षण गर्ने र परीक्षणको नजिताका आधारमा सिकाइमा कमजोर देखिएका विद्यार्थीलाई सुधारात्मक सिकाइ क्रियाकलापमा सहभागी गराई उनीहरूकै गतिमा सिकाइ गर्ने र सुधार गर्ने अवसर प्रदान गर्नुपर्दछ।
7. प्रत्येक दिन सिकाइ सहजीकरणको क्रममा विद्यार्थी क्रियाकलापको अवलोकन गर्दै विद्यार्थीलाई दिइएको जिम्मेवारीअनुसार निर्धारित क्रियाकलापहरूमा विद्यार्थीले अवलोकन गर्ने, प्रयोग तथा परीक्षण गर्ने, शोधखोज गर्ने जस्ता सिपहरू प्रदर्शन गरे नगरेको हेरेर लेखाजोखा गर्नुपर्दछ।
8. विद्यार्थीको कार्यका आधारमा सिकाइका लागि मूल्याङ्कन तथा आन्तरिक मूल्याङ्कन प्रयोजनसमेतका लागि प्रत्येक विद्यार्थीको प्रगतिको अभिलेख राख्नुपर्दछ। उक्त अभिलेखको आधारमा सिकाइमा कठिनाइ तथा समस्या भएका विद्यार्थी पहिचान गरी थप सहयोगका लागि निरन्तर रूपमा आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुपर्ने छ।
9. विद्यार्थीको दैनिक सिकाइ लेखाजोखाका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड, २०८० मा दिइएका आधारहरू तथा रुब्रिक्सको प्रयोग गर्नुपर्ने छ।
10. प्रत्येक दिनको सिकाइ क्रियाकलाप गराउने क्रममा सिकाइमा समस्या देखिएका बालबालिकाहरूका लागि थप सहयोग गर्न प्रतिभावान् विद्यार्थीलाई प्रोत्साहित गर्ने तथा सहयोगात्मक र सहकार्य पद्धतिअनुसार सहजीकरण गर्नुपर्द।
11. शारीरिक कमजोरी वा विशेष क्षमता भएका विद्यार्थीका लागि न्यूनतम सिकाइ सुनिश्चित गर्न उपयुक्त मूल्याङ्कनका साधन विकास गरी सिकाइको लेखाजोखा गर्नुपर्ने छ।

12. सिकाइ सहयोग आवश्यकता भएका विद्यार्थीलगायत सबै विद्यार्थीका हकमा न्यूनतम सिकाइ उपलब्धि हासिल भएको सुनिश्चितता नभएसम्म पृष्ठपोषणलाई निरन्तरता (Scaffolding) दिनुपर्ने छ ।
13. विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्याङ्कन मापदण्ड, २०८० मा व्यवस्था भएबमोजिम विद्यार्थीको आन्तरिक मूल्याङ्कनको अभिलेखलाई प्रत्येक विद्यार्थीको कार्यसञ्चयिका (Portfolio) मा व्यवस्थित गरी अभिलेखीकरण गर्नुहोस् ।
14. प्रत्येक एकाइको अन्त्यमा दिइएका अभ्यासका प्रश्नलाई आधार बनाई तथा एकाइ परीक्षा लिई समग्र एकाइको मूल्याङ्कन गर्न सकिने छ ।
15. हरेक एकाइमा मूल्याङ्कनका साधन तथा क्रियाकलापलाई प्रयोग गर्दा रचनात्मक सोच, समस्या समाधान, सिकाइ तथा सञ्चार सिपलगायतका व्यवहारकुशल सिपको विकासमा मदत पुग्ने पक्षमा विशेष जोड दिनुपर्ने छ ।
16. परियोजना कार्य विद्यार्थी आफैले वास्तविक संसारमा गरेर सिक्ने (learning by doing) सिद्धान्तमा आधारित हुने भएको हुँदा पाठ्यक्रम तथा पाठ्यपुस्तकमा दिइएका परियोजना कार्य सञ्चालनका लागि योजना बनाउनुपर्ने छ । उक्त योजनामा विषयवस्तुको प्रकृतिअनुसार शिक्षकको सहयोग, अभिभावकको सहयोग, तथा विद्यार्थीले व्यक्तिगत रूपमा वा समूहमा गर्नुपर्ने हो सोको सुनिश्चित गर्नुपर्दछ । यसका अलावा उक्त परियोजना कार्य कति समयमा सम्पन्न गर्नुपर्ने हो, कक्षामा कुन दिन प्रस्तुतीकरण गर्नुपर्ने हो र उक्त परियोजना कार्यलाई आन्तरिक मूल्याङ्कनसँग जोड्नुपर्ने पक्षसमेत समेट्नुपर्ने छ ।
17. कक्षामा दिइएका कार्यमा उत्कृष्ट गर्ने विद्यार्थीलाई प्रत्येकका लागि मेरिट चिट प्रदान गर्ने व्यवस्था गरी वर्षभरिमा जुन विद्यार्थीले सबै भन्दा बढी मेरिट चिट प्राप्त गरेको हुन्छ उसलाई पुरस्कारको व्यवस्था गर्ने जस्ता कार्य गरी विद्यार्थीलाई सिकाइमा उत्प्रेरित गर्न सकिने छ ।
18. गणितीय अवधारणाहरू शिक्षण गर्दा विद्यार्थी परिचित ठोस वस्तुहरूको प्रयोग, वस्तुको चित्र, उदाहरण, विद्यार्थीका अनुभव, घटनाबाट सुरु गर्नुपर्दछ ।
19. गणितीय विषयवस्तुको नयाँ अवधारणाका लागि क्रमशः ठोस (concrete), चित्र (pictorial) र सङ्केत (abstract) चरण प्रयोग गरी शिक्षण गर्नु पर्दछ ।

विषयसूची

क्र.सं.	पाठ	पृष्ठसङ्ख्या
1.	समूह	1 - 17
2.	पूर्ण सङ्ख्या	18 - 27
3.	अनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्या	28 - 40
4.	अनुपात र समानुपात	41 - 51
5.	नाफा र नोक्सान	52 - 60
6.	ऐकिक नियम	61 - 78
7.	साधारण व्याज	79 - 92
8.	क्षेत्रफल र आयतन	93 - 125
9.	घाताइक	126 - 136
10.	बीजगणितीय अभिव्यञ्जक	137 - 153
11.	बीजीय भिन्न	154 - 167
12.	समीकरण र ग्राफ	168 - 183
13.	रेखाहरू र कोणहरू	184 - 195
14.	समतलिय आकृति	196 - 221
15.	अनुरूपता र समरूपता	222 - 229
16.	ठोस वस्तुहरू	230 - 237
17.	निर्देशाइक	238 - 248
18.	टेसेलेसन	249 - 254
19.	स्थानान्तरण	255 - 262
20.	दिशा स्थिति र स्केल ड्रइड	263 - 372
21.	तथ्याइक शास्त्र	273 - 291

पाठ १

समूह (Set)

१. परिचय

यस पाठमा अलगिगएका र खप्टिएका समूह तथा दिइएको समूहको आधारमा उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहका बारेमा अध्ययन गरिने छ। भेनचित्रको प्रयोग गरेर दुई समूहका सम्बन्धहरू पत्ता लगाइने छ। यो पाठको अध्ययनमा विद्यार्थीहरूले समूहकार्य, परियोजना कार्य गरी समूह सम्बन्धी समस्या समाधान गर्ने छन्।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

- (क) अलगिगएका र खप्टिएका समूहहरू छुट्याउन
- (ख) दिइएको समूहका आधारमा उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहहरू पहिचान गर्न
- (ग) दिइएको समूहको उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहहरू निर्माण गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ :

क्र.सं.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	सम्बन्धित पृष्ठ
१.	भेन चित्रको परिचय, प्रयोग, समूहहरूलाई व्याख्यान तथा सूचीकरण विधिमा प्रस्तुतीकरण	2	
२.	खप्टिएका र अलगिगएका समूह	1	
३.	समूहको सम्बन्धसम्बन्धी समस्या समाधान	1	
४.	परियोजना कार्यको प्रस्तुतीकरण	1	
५.	सूचीकरण विधि र भेन चित्रको प्रयोगबाट समूहको सम्बन्ध	1	
६.	उपसमूहको परिचय तथा उपसमूहहरूको निर्माण	1	
७.	उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहहरूको पहिचान र निर्माण	1	
८.	भेन चित्रबाट सर्वव्यापक समूह, उपसमूहका सदस्यहरूको पहिचान	1	
९.	परियोजना कार्य र यसको प्रस्तुतीकरण	1	

३. यस पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

समूहको परिभाषा, समूहको प्रस्तुतीकरण (व्याख्यान, सूचीकरण, समूह निर्माण विधि)

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गलतीहरू)

- वस्तुहरूको सङ्कलन र समूहविचको फरक छुट्याउन नसक्नु
- साडेकेतीकरण (⊙, ⊒, ⊓, ⊔),
- समूह पर्ने सदस्यहरूका विशेषता पहिचान गर्न कठिन
- उपसमूहहरू निर्माण गर्नमा कठिनाइ
- अपवर्त्य र गुणनखण्डमा फरक
- पूर्ण सङ्ख्या र प्राकृतिक सङ्ख्याविचमा फरक

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दिइएका समूहका सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा प्रस्तुत गर्न
- भेन चित्रको परिचय बताउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्ट पेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तको पृष्ठ १ मा दिइएको पुनरवलोकन कार्यलाई निम्न प्रश्नहरूका आधारमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) कस्ता सङ्ख्यालाई गन्ती सङ्ख्या भनिन्छ ?

(आ) सर्वव्यापक समूहमा भएका गन्ती सङ्ख्याहरू के के हुन् ?

(इ) कस्ता सङ्ख्यालाई रूढ सङ्ख्या र कस्ता सङ्ख्यालाई संयुक्त सङ्ख्या भनिन्छ ?

(ई) सर्वव्यापक समूहमा भएका रूढ सङ्ख्याहरू के के हुन् ?

(ए) अपवर्त्य भनेको के हो ? गुणनखण्ड भनेको के हो ?

(ऐ) दिइएको सर्वव्यापक समूह (U) मा 3 अपवर्त्य र 8 को गुणनखण्डहरू के के हुन् ?

(ख) माथिका प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि सर्वव्यापक समूह (U) र समूहहरू A, B, C, D र E का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

ग) सर्वव्यापक समूह (U) र समूहहरू A, B, C, D र E बिचको सम्बन्ध लेख्न लगाउनुहोस् ।

मूल्यांकन :

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

(अ) 15 सम्मका गन्ती सङ्ख्याहरूबाट 4 को अपवर्त्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस् ।

(आ) 15 सम्मका गन्ती सङ्ख्याहरूबाट 12 को गुणनखण्डहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस् ।

(इ) विद्यार्थीलाई यी क्रियाकलाप गर्न कठिनाइ परेको छ कि अवलोकन गर्नुहोस्, विद्यार्थीलाई समस्या परे नपरेको यकिन गरी विद्यार्थीबाट नै समस्या समाधानका उपाएहरू खोज्ने प्रयास गर्नुहोस् ।

(ई) विद्यार्थीबाट समाधान हुन नसकेमा आफैले उक्त समस्या कसरी समधान गर्न सकिन्छ? भनी सहजीकरण गरिदिनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) चार्टपेपरमा तयार पारिएको नमुनालाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

जस्तै : F = { स्याउ, केरा, आँप, नास्पाती, अनार }

V = { मूला, आलु, बोडी, करेला, फर्सी }

(ख) दिइएको चार्टपेपरका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) समूह F र V लाई कस्ता सदस्यहरूको समूह भनिन्छ ?

(आ) चित्रमा समूह F र V का सदस्यहरूलाई कस्तो आकृतिभित्र राखिएको छ ?

(इ) समूह F र V लाई कस्तो आकृतिभित्र राखिएको छ ?

1.0 पुनरवलोकन (Review)

यदि सर्वव्यापक समूह (U) = {10 सम्मका गन्तीका सङ्ख्याहरू} भए तलका समूह सूचीकरण विधिबाट निर्माण गर्नुहोस् र दिइएका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् ।

(क) A = {रूढ सङ्ख्याहरू}

(ख) B = {बिजोर सङ्ख्याहरू}

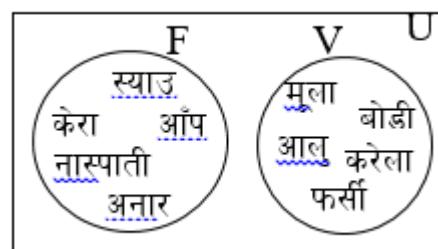
(ग) C = {3 का अपवर्त्यहरू}

(घ) D = {8 का गुणनखण्डहरू}

(ङ) E = {संयुक्त सङ्ख्याहरू}

के समूह A, B, C, D, E का सदस्यहरू सर्वव्यापक U का पनि सदस्यहरू हुन् ?

समूह A, B, C, D, E लाई समूह U को कस्तो समूह भनिन्छ ?



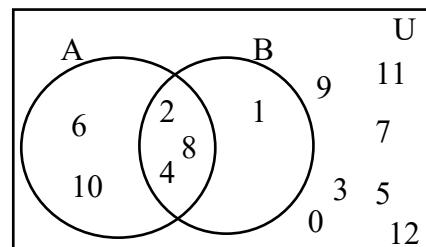
(ग) माथिका प्रश्नमा छलफल गराइसकेपछि अर्को चित्रमा पनि छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै :

$$U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 8\}$$



(अ) दिइएको चित्रमा समूह A र समूह B का सदस्यहरूलाई कस्तो आकृतिभित्र राखिएको छ ?

(आ) समूह A र B का साभा सदस्यहरूलाई चित्रमा कसरी प्रस्तुत गरिएको छ ?

(इ) माथिको चित्र र यस चित्रमा के के समानता र भिन्नताहरू छन् ?

समूह वा समूहका विभिन्न सम्बन्धहरूलाई जनाउने चित्रात्मक प्रस्तुतिलाई भेन चित्र (Venn diagram) भनिन्छ । भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्दा सर्वव्यापक समूहलाई आयतकार कोठामा र यसका अरू उपसमूहहरूलाई वृत्ताकार वा अण्डाकार आकृतिको प्रयोग गरिन्छ ।

यसको प्रयोग सन् 1880 मा गणितज्ञ John Venn ले गरेका थिए । उनकै नामबाट यस चित्रलाई भेन चित्र (Venn Diagram) भनिएको हो ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(क) ज्यामिति बाकसमा भएका समाग्रीहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस् ।

(ख) $U = \{1 \text{ देखि } 12 \text{ सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याको समूहबाट निम्न समूहहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस् ।$

$$A = \{3 \text{ का अपवर्त्यहरू}\}, B = \{12 \text{ का गुणनखण्डहरू}\}$$

(ग) भेन चित्रलाई परिभाषित गर्नुहोस् ।

गृहकार्य : दिइएको समूहलाई सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस् ।

(अ) $A = \{\text{नेपालका सात प्रदेशको समूह}\}$

(आ) $B = \{10 \text{ सम्मका गन्ती सङ्ख्याहरूको समूह}\}$

(इ) $C = \{\text{सात बारको समूह}\}$

(ई) $D = \{\text{वाह महिनाको समूह}\}$

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- भेन चित्रको प्रयोग गर्न
- भेन चित्रमा प्रस्तुत गरिएका समूहलाई सूचीकरण विधि र व्याख्यान विधिमा लेख्न

शैक्षणिक सामग्री

कक्षाकोठामा उपलब्ध सामग्रीहरू, कार्डबोर्ड तथा चार्टपेपरमा तयार सामग्रीहरू ।

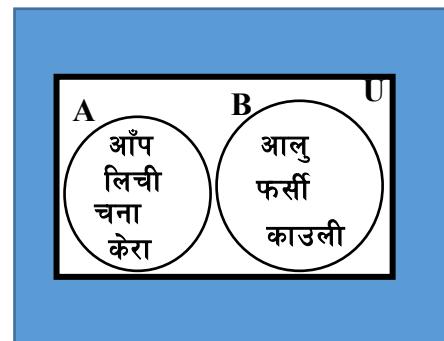
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) कार्डबोर्डमा तयार पारिएको भेन चित्रसम्बन्धी सामग्रीहरू प्रस्तुत गर्दै अगिल्लो दिनका क्रियाकलापहरूलाई पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

जस्तै :

- (अ) भेन चित्र भनेको के हो ?
- (आ) भेन चित्रमा सर्वव्यापक समूहलाई कस्तो आकृतिमा प्रस्तुत गरिएको छ ?
- (इ) सर्वव्यापक समूहमा भन्दा बाहेक अरू समूहलाई कस्तो आकृतिमा प्रस्तुत गरिएको छ ?
- (ई) कार्डबोर्डमा कतिओटा समूहहरूलाई देखाइएका छन् ?
- (उ) समूह A मा भएका सदस्यहरूलाई केको समूह भनिन्छ ?
- (ऊ) समूह B मा भएका सदस्यहरूलाई केको समूह भनिन्छ ?
- (ए) समूह A र B का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ख) यस्ता प्रश्नहरूमा छलफल गराई समस्या समाधान गर्न आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।



क्रियाकलाप 2

(क) चार्टपेपरमा निर्माण गरिएका भेन चित्र प्रस्तुत गर्नुहोस् र निम्न प्रश्नमा विद्यार्थीलाई समूहमा छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) समूह A मा कस्ता सङ्ख्याहरू छन् ?
- (अ) समूह A का सङ्ख्यालाई कस्तो सङ्ख्या भनिन्छ ?
- (इ) समूह B मा कस्ता सङ्ख्याहरू छन् ?
- (ई) समूह B का सङ्ख्यालाई कस्तो सङ्ख्या भनिन्छ ?
- (उ) सर्वव्यापक समूह U कस्तो सङ्ख्याहरूको समूह हो ?
- (ख) माथिका समूहलाई सूचीकरण विधिमा लेख्न अभ्यास गराउनुहोस् ।

जस्तै : $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$

$$A = \{3, 5, 7, 11\}$$

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$$

(ग) सूचीकरण विधिमा लेखिएका समूहहरूलाई व्याख्यान विधिमा लेख्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई आफ्ना भोलामा भएका शैक्षणिक सामग्रीहरूको सूची निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) ती समानाहरूबाट लेखन समागीहरूको छुटौ समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

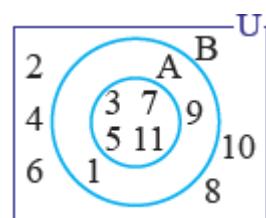
(ग) पाठ्य सामग्रीहरूको छुटौ सामग्रीहरूको पनि सूची निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अब ती समूहहरूलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नु लगाउनुहोस् ।

(ड) विद्यार्थीले निर्माण गरेका समूहलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

(च) पालैपालो एक समूहले अर्को समूहले गरेका राम्रा पक्षहरू र सुधार गर्नुपर्ने पक्षहरूका बारेमा टिपोट गर्न लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नु लगाउनुहोस् ।

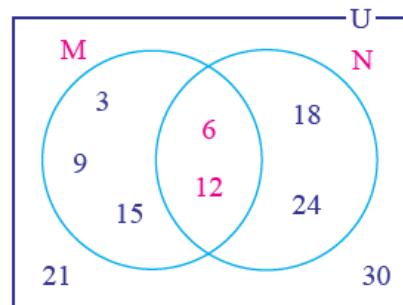
(छ) आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्दै जानुहोस् ।



मूल्यांकन :

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

- (क) दिइएको भेन चित्रमा M का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ख) दिइएको भेन चित्रमा N का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ग) दिइएको भेन चित्रबाट M र N का सदस्यहरूलाई व्याख्यान विधिबाट लेख्नुहोस् ।



गृहकार्य : दिइएको समूहलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

- (क) $U = \{\text{आँप, मेवा, केरा, अनार, अंगुर, स्याउ, सुन्तला, अम्बा, खरबुजा, लिची, नासपाती}\}$
 $A = \{\text{आँप, अड्गुर, अनार, अम्बा}\}$
 $B = \{\text{मेवा, केरा, अनार, स्याउ, सुन्तला, खरबुजा, लिची}\}$
- (ख) $U = \{\text{आलु, टमाटर, काउली, बन्दा, फर्सी, करेला, साग, लौका, परवल, सिमी}\}$
 $A = \{\text{आलु, काउली, फर्सी, करेला, लौका, परवल}\}$
 $B = \{\text{आलु, टमाटर बन्दा, साग, सिमी}\}$

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अलगिगएका र खप्टिएका समूह पहिचान गर्न
- अलगिगएका र खप्टिएका समूहलाई परिभाषित गर्न

शैक्षणिक सामग्री

कक्षाकोठामा उपलब्ध सामग्रीहरू, कार्डबोर्ड तथा चार्ट पेपरमा तयार सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) आवश्यकताअनुसार विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) समूहको नाम शैक्षणिक पाटीमा लेख्नुहोस्, जस्तै: कोसी, मधेस, बागमती, गण्डकी, लुम्बिनी, कर्णाली, सुदूरपश्चिम
- (ग) प्रत्येक समूहहरूबाट 1/1 जना विद्यार्थीलाई उठाई उनीहरूलाई मन पर्ने कुनै 2 ओटा खेलको नाम भन्न लगाउनुहोस् र उक्त खेलको नामलाई बोर्डमा टिप्पै जानुहोस् ।
जस्तै: भलिबल, फूटबल, कबद्दी, क्रिकेट, हक्की, टेनिस टेबल, व्याडमिन्टन, उसु, कराते, दौड, स्विमिङ, स्किपिङ, चुइँगी, चेस, क्यारीमबोर्ड आदि ।
- (घ) विद्यार्थीलाई यी खेलको नामहरूबाट बनेको सर्वव्यापक समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् । आवश्यक परेका अवस्थामा उनीहरूलाई सहजीकरण गर्दै जानुहोस् ।
- (ङ) सर्वव्यापक समूहमा प्रस्तुत गरिएका खेलहरूलाई कहाँ कहाँ खेल्न सकिएला भनी छलफल गराउनुहोस् ।
- (च) घरबाहिर खेल्न सकिने खेलहरूको सूची निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (छ) घरभित्र खेल्न सकिने खेलहरूको सूची निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ज) घरभित्र वा घरबाहिर दुवै ठाँउमा खेल्न सकिने खेलहरू पनि छन् कि छलफल गराउनुहोस् ।
- (झ) दिइएका खेलको नामलाई घरभित्र खेल्न सकिने खेल र घरभित्र खेल नसकिने खेल छुट्टियाई समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ञ) उक्त समूहहरूलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

- (ट) सबै समूहलाई आआफ्नो कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
 (ठ) भेनचित्रमा दुई समूहमा साभा सदस्य छ / छैन यकिन गर्न लगाउनुहोस् ।
 (ड) साभा सदस्य भएका समूहलाई खप्टिएका समूह भनिन्छ भनी बताउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

- (क) पाठ्यपूस्तकको पेज न. 1 को क्रियाकलाप 1 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
 (ख) सार्क राष्ट्र «अन्तर्गत कुन कुन देश पर्ने रहेछन् छलफल गराउनुहोस् ।
 (ग) समुद्रसँग जोडिएका राष्ट्रहरूका नाम के के रहेछन् ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (घ) समुद्रसँग नजोडिएका राष्ट्रहरूका नाम के के रहेछन् ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (ड) समुद्रसँग नजोडिएका राष्ट्रलाई के भनिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (च) पेज न. 2 मा प्रस्तुत भेन चित्रको अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
 (छ) चित्र न. 1 को भेन चित्रमा भएका समूह A र B का सदस्यहरूमा साभा सदस्य छ / छैन छलफल गराउनुहोस् ।
 (ज) चित्र न. 2 को भेन चित्र पनि अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
 (झ) चित्र न. 1 र चित्र न. 2 मा भएको भिन्नता पहिचान गर्न लगाउनुहोस् ।
 (ञ) चित्र न. 2 मा समूह A र समूह B मा साभा सदस्य छ तर चित्र न. 1 मा साभा सदस्य छैन । यसरी साभा सदस्य भएको समूहलाई कस्तो समूह भनिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (ट) साभा सदस्य नभएको समूहलाई कस्तो समूह भनिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

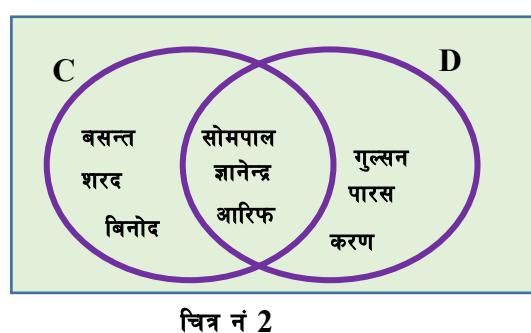
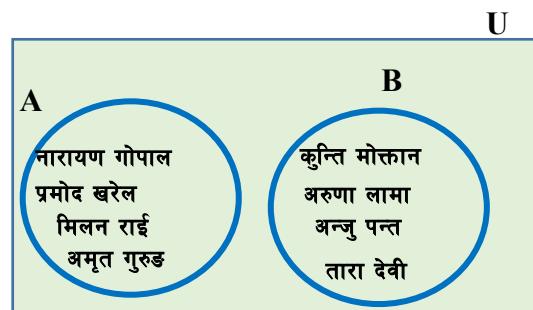
क्रियाकलाप : 3

- (क) तपाईंले बनाउनु भएको चार्टपेपरको शैक्षणिक सामग्रीलाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

जस्तै :

- (क) विद्यार्थीलाई चित्र न. 1 मा प्रस्तुत सदस्यहरूको नाम पढ्न लगाउनुहोस् । (कम्तीमा एउटा समूहको 1 जनालाई)
 (ख) चित्र न. 1 कस्ता सदस्यहरूको समूह रहेछ छलफल गराउनुहोस् ।
 (ग) चित्र न. 1 मा A र B मा साभा सदस्यहरू छ/छैन यकिन गर्न लगाउनुहोस् ।
 (घ) चित्र न. 1 मा समूह A र B कस्तो समूह हो, छलफल गराउनुहोस् ।
 (ड) चित्र न. 2 लाई अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।
 (च) चित्र न. 2 मा भएका सदस्यहरूको केसँग सम्बन्धित छन् ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (छ) विद्यार्थीलाई आफूलाई मन पर्ने क्रिकेटरको नाम भन्न लगाउनुहोस् ।
 (ज) समूह C मा भएका क्रिकेटर र समूह D भएका क्रिकेटरको नाम भन्न लगाउनुहोस् ।
 (झ) समूह C र समूह D मा साभा सदस्य छ / छैन यकिन गर्न लगाउनुहोस् ।
 (ञ) साभा सदस्य भएका समूहलाई कस्तो समूह भनिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (ट) समूह चित्र न. 1 र चित्र न. 2 मा भिन्नता पता लगाउन लगाउनुहोस् ।
 (ठ) साभा सदस्य नभएका समूहलाई कस्तो समूह भनिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

निष्कर्ष :

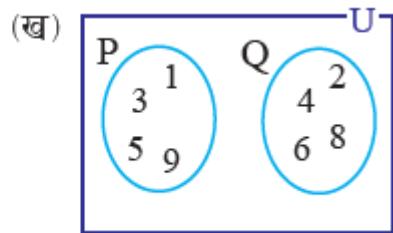
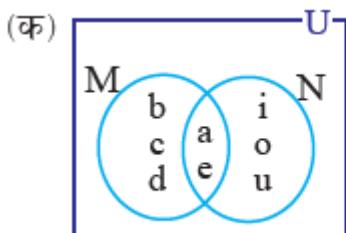


कुनै दुई वा दुईभन्दा बढी समूहहरूमा कम्तीमा एउटा साभा सदस्य र कम्तीमा एउटा फरक सदस्य छ, भने त्यस्ता समूहलाई खप्टिएका समूहहरू (Overlapping Sets) भनिन्छ । कुनै दुई वा दुईभन्दा बढी समूहहरूमा साभा सदस्यहरू छैनन् भने त्यस्ता समूहलाई अलगिगएका समूहहरू (Disjoint Sets) भनिन्छ ।

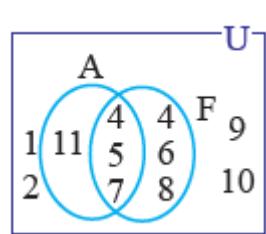
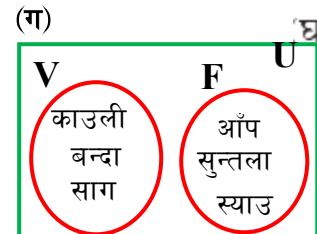
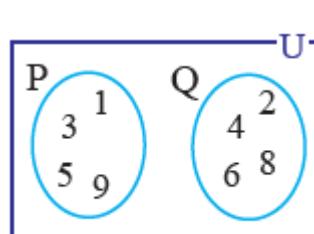
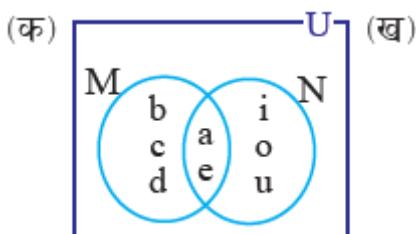
मूल्याङ्कन

दिइएका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

- (क) खप्टिएका समूह भनेको के हो ? उदाहरण प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ख) अलगिगएका समूह भनेको के हो ? उदाहरण प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ग) दिइएको समूह खप्टिएका वा अलगिगएका के कस्ता समूह हुन्, छुट्याउनुहोस् ।



गृहकार्य : 1. दिइएको भेन चित्रबाट खप्टिएका र अलगिगएका समूह छुट्याउनुहोस् ।



चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दिइएका समूहको सदस्यहरूका आधारमा समूहको सम्बन्ध पत्ता लगाउन
- दिइएको समूहलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गरी समूहको सम्बन्ध पत्ता लगाउने समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप : 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

जस्तै : काठमाडौ, ललितपुर, पोखरा, भरतपुर, विराटनगर, विरगन्ज

- (ख) प्रत्येक समूहलाई 12 सम्मका प्राकृतिक सङ्ख्याहरूको सर्वव्यापक समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै :

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

- (ग) समूह काठमाडौलाई माथिको सर्वव्यापक समूहबाट रूढ सङ्ख्याको समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै :

$$K = \{2, 3, 5, 7, 11\}$$

(घ) समूह ललितपुरलाई विजोर सद्याहाको समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : $L = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

(ङ) समूह पोखरालाई जोर सद्याहरूको समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : $P = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$

(च) समूह भरतपूरलाई 3 का अपवर्त्यहरूको समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : $V = \{3, 6, 9, 12\}$

(छ) समूह विराटनगरलाई 12 का गुणनखण्डहरूको समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : $W = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

(ज) समूह विरगञ्जलाई संयुक्त सद्याहरूको समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै:

$B = \{4, 6, 8, 9, 10, 12\}$

(झ) सबै समूहलाई आफूले निर्माण गरेको समूहका सदस्यहरूलाई कक्षामा पालैपालो भन्न लगाउनुहोस् ।

(ञ) विद्यार्थीले समूह निर्माण गर्दा गर्न सक्ने गल्तीहरूमा चनाखो हुनुहोस् । एक समूहले निर्माण गरेका समूह अर्को समूहलाई ठिक भए नभएको मूल्याइकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ट) पालैपालो 2/2 समूहको सदस्यहरू विचको सम्बन्धका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै : $K \cap B, K \cap L, P \cap L, W \cap B, P \cap B, W \cap L$ आदि ।

मूल्याइकनः निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याइकन गर्नुहोस् :

$U = \{20$ सम्मका प्राकृतिक सद्याहरू $\}, A = \{10$ सम्मका जोर सद्याहरू $\}, B = \{10$ सम्मका विजोर सद्याहरू $\}, C = \{10$ सम्मका रुढ सद्याहरू $\} \text{ र } D = \{2$ का अपवर्त्यहरू $\}$ छन् ।

(क) दिइएका समूहहरू अलगिगएका वा खपिटिएका कस्ता समूह हुन् लेख्नुहोस् र भेन चित्रमा देखाउनुहोस् ।

(अ) $A \cap B$ (आ) $A \cap D$ (इ) $B \cap C$ (ई) $C \cap D$

क्रियाकलाप 2

(क) प्रत्येक समूहका विद्यार्थीलाई पालैपालो आआफ्नो भोलामा भएका सामग्रीहरूको नाम भन्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : पुस्तक, कापी, कलम, पेन्सिल, इरेजर, सार्पनर, रुलर, कम्पास, प्रोटेक्टर, सेट स्क्वायर, डिभाइडर आदि ।

(ख) ती सामग्रीहरूबाट सर्वव्यापक समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहलाई माथिका समूहबाट 2/2 ओटा समूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै :

समूहः काठमाडौं

$A = \{\text{पुस्तक, कापी, कलम, पेन्सिल}\}$

$B = \{\text{कापी, इरेजर, रुलर, कम्पास, कलम}\}$

समूहः ललितपूर

$D = \{\text{पेन्सिल, रुलर, इरेजर, कापी, सार्पनर}\}$

$E = \{\text{रुलर, कम्पास, प्रोटेक्टर, सेट स्क्वायर, डिभाइड }\}$

समूह पोखरा

$M = \{\text{पेन्सिल, इरेजर, सार्पनर }\}$

$N = \{\text{कापी, कलम, रुलर, सेट स्क्वायर}\}$

(घ) सबै समूहलाई आआफ्नो कापीमा अगि बनाइएका समूहलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) भेन चित्रको अध्ययन गरी ती समूहको सम्बन्ध पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

(च) आफूले निर्माण गरेको भेन चित्रलाई समूहमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(छ) प्रत्येक समूहले गरेको कार्यलाई अर्को समूहबाट मूल्याइकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ज) समूहमा गरेको कार्यको असल पक्ष र सुधार गर्नु पर्ने पक्ष टिपोट गर्न लगाई समूहमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस्

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

(क) दिइएको समहलाई छटुटाछ्टुटै भेन चित्रमा प्रस्तुत गरी अलगिगएको वा खप्टिएको समूह छटुटयाउनहोस् ।

- A = {गुलाफ, कमल, सयपत्री, मखमली, जाई, चमेली, बकमबेली}

B = {लिली, लालूपाते, पारिजात, सूर्यमुखी, जाई, चमेली, बकमबेली}

C = {सयपत्री, पारिजात, मखमली, सुनाखरी, गोदावरी}

D = {पँयु, लालीगुँरास, गुलाफ, बकमबेली, दामिनी, चम्पा}

E = {शिरीष, लजावती, घडीफल, सर्वदा फल, गलवहार, सगन्धराज}

क्रियाकलाप ३

तपाईंले तयार पार्नु भएको चार्टपेपरमा भएको भेन चित्रलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् र उक्त चार्टको भेन चित्रमा निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनहोस् ।

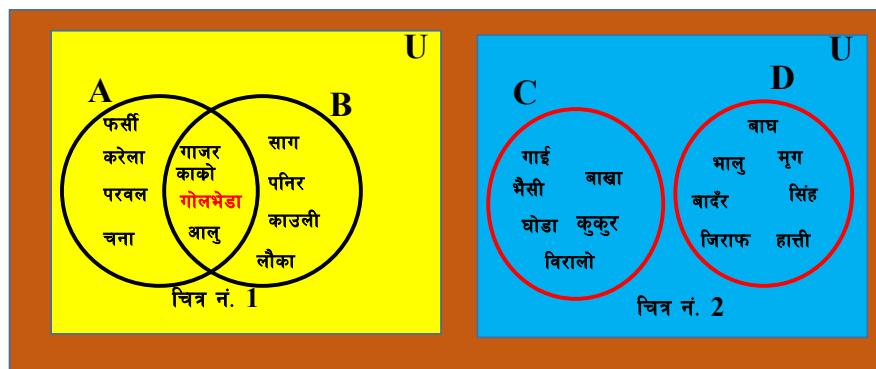
३८५

- (क) चित्र नं. 1 को भेन
चित्रमा छलफल
गराउनुहोस् ।

(क) समूह A र B कस्तो
समूह हो ?

(ख) समूह C र D कस्ते
समूह हो ?

(ग) समूह A र B लाई
किन खप्तिएका समह भनिएको हो ?



- (घ) समूह C र D लाई किन अलरिगएको समूह भनिएको हो ?
 सबै समूहका सदस्यहरूलाई पालैपालो आफ्ना उत्तर भन्न लगाउनुहोस् । एक समूहले दिइएको उत्तरलाई अर्को समूहवाट मूल्याङ्कन गर्न लगाउनुहोस् । समूहको प्रत्येक सदस्यहरूलाई पालैपालो उत्तर भन्ने मौका प्रदान गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यप्रस्तकको पेज न.5 को प्रश्न न.3 र 4 का समस्या समाधान गर्नहोस् ।

परियोजना कार्य : तपाईंको कक्षाका साथीहरूको नामलाई सर्वव्यापक समूह बनाउनुहोस् । र तल दिइएका कार्यहरू गर्नुहोस् ।

- (क) कबर्दी खेल मन पराउने र भलिबल खेल मन पराउने साथीहरूको समूहलाई छुट्टाछुट्टै दुई समूह नामकारण गर्नुहोस् । ती दुई समूहको सम्बन्धलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) ती दुई समूहहरू अलगिएको वा खापिएका हान् छुट्टयाउनुहोस् ।

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्यमार्फत समूहको सम्बन्ध देखाउन ।
- परियोजना कार्य कक्षामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, मार्कर, साइनपेन
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) सबै समूहले आफूले गर्नु पर्ने परियोजना कार्य पूरा गरेका छन् वा छैनन् यकिन गर्नुहोस् ।
- (ख) यदि कुनै समूहले परियोजना कार्य पूरा गरेका छैनन् भने पूरा गर्न गराउन आवश्यक सहजीकरण गरी दिनुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई आआफ्नो परियोजना कार्य पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) एउटा समूहले परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्दा अर्को समूहलाई त्यसको सकारात्मक पक्ष र सुधार गर्नु पर्ने पक्षको टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) प्रत्येक समूहले परियोजना कार्य प्रस्तुत गरेपछात् देहायका प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :
- (अ) कक्षामा कबर्दी खेल्न मन पराउने विद्यार्थीले भलिबल पनि खेल्न मन पराएका छन् ?
- (आ) भलिबल खेल्न मन पराउने विद्यार्थीले कबर्दी पनि खेल्न मन पराएका छन् ?
- (इ) के दुवै खेल मन पराउने विद्यार्थीहरू पनि कक्षामा छन् ?
- (उ) कबर्दी खेल खेल्ने विद्यार्थीलाई सूचीकरण विधिवाट लेख्नुहोस् ।
- (ऊ) भलिबल खेल्ने विद्यार्थीलाई सूचीकरण विधिवाट लेख्नुहोस् ।
- (ऋ) दुवै खेल खेल्ने विद्यार्थी भएको अवस्थामा त्यस्तो समूलाई के भनिन्छ होला ?
- (ए) दुवै खेल नखेल्ने तर एक खेल मात्र खेल्ने भएको अवस्थामा त्यस्तो समूहलाई के भनिन्छ होला ?
- (च) परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्दा शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गरी पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस्
- (छ) सबैको परियोजनाकार्य प्रस्तुत गरि सकेपछि प्रत्येक समूहबाट फेरि राम्रा पक्ष र सुधार गर्नु पर्ने पक्षलाई कक्षामा पालैपालो प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्यांकन

विद्यार्थीहरूले प्रस्तुत गरेका परियोजना कार्य, त्यसको प्रस्तुति र पहिचान गरेका सबल पक्ष र सुधार गर्नु पर्ने पक्षको मूल्यांकन गर्नुहोस् । मूल्यांकनमा रुब्रिक्स विधिको प्रयोग गर्नुहोस् ।

छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- व्याख्यान वा समूह निर्माण विधिमा प्रस्तुत समस्यालाई सूचीकरण विधिमा प्रस्तुत गर्न
- दिइएको सूचीकरण वा समूह निर्माण विधिमा प्रस्तुत समस्यालाई दिइएको सर्तअनुसार नयाँ समूह निर्माण गरि भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्न
- नयाँ समूहहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) आवश्यकता र विद्यार्थी सङ्ख्याका आधारमा विद्यार्थीको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।
- (ख) जोड, घटाउ, गुणन र भाग जस्ता गणितीय क्रियाहरूका बारेमा सामान्य छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) एउटा बोर्डमा एउटा समूह निर्माण गर्नुहोस् र केही सर्त समावेश गरी नयाँ समूह निर्माण गरी सूचीकरण विधिमा लेख्न लगाउनुहोस्, जस्तै:

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

- (अ) N का प्रत्येक सदस्यहरूमा 1 जोडा बन्ने समूह A
- (आ) N का प्रत्येक सदस्यहरूलाई 2 ले गुणन गर्दा बन्ने समूह B
- (इ) N मा भएका विजोर सङ्ख्याहरूको समूह D
- (ई) N मा भएका रूढ सङ्ख्याहरूको समूह E
- (उ) N मा भएका संयुक्त सङ्ख्याहरूको समूह F
- (ऊ) N मा भएका सदस्य 12 को गुणनखण्डको समूह G
- (ऋ) N मा भएका जोर सङ्ख्याहरूको समूह H
- (ए) माथिका समूहलाई बुझाउने सर्वव्यापक समूह लेख्नुहोस्।
- (ऐ) सबै समूह निर्माण गर्दा आवश्यक सहजीकरण प्रदान गर्नुहोस्।
- (ड) ती समूहका सदस्यहरूको अध्ययन गर्न लगाउनुहोस्।
- (च) माथिका समूहबाट कुनै 2/2 ओटा समूहको सम्बन्ध खोज लगाउनुहोस्, जस्तै:
समूह A र B, B र C, C र D, D र E, A र H, B र F, C र H, आदि।

मूल्याङ्कन : क्रियाकलापसँगै मूल्याङ्कन गर्दै जानुहोस्।

क्रियाकलाप 2

(क) कक्षाका केही विद्यार्थीलाई तपाईंले आज के खाजा खानु भयो वा के खानु हुन्छ भनी प्रश्न गर्नुहोस् र विद्यार्थीले दिइएको जवाफलाई पालैपालो बोर्डमा लेख्दै जानुहोस्, जस्तै :

चिउरा, विस्कुट, रोटी, मकै, भुटेको भात, दालमोठ, चाउमिन, चाउचाउ, मःम, परौठा, समोसा, पकौडा आदि।

(ख) माथि लेखिएका खाजालाई कुनै समूह बनाई सूचीकरण विधिमा लेख्न लगाउनुहोस्, जस्तै:

A = { चिउरा, विस्कुट, रोटी, मकै, भुटेको भात, दालमोठ, चाउमिन, चाउचाउ, मःम, परौठा, समोसा, पकौडा }
समूह A मा निम्न सर्त राखी नयाँ समूह निर्माण गरी सूचीकरण विधिमा लेख्न लगाउनुहोस्।

- (अ) A का पहिलो 3 ओटा सदस्यमा दुईओटा फलफूल केरा र स्याउ थप्दा बन्ने समूह B
- (आ) A का अन्तिमका पाँच सदस्यमा दुईओटा फलफूल आँप र लिची थप्दा बन्ने समूह C
- (इ) A का मैदाबाट बनेका सदस्य हटाउँदा बन्ने समूह D
- (ई) A का मैदाबाट बनेका सदस्यले बन्ने समूह E
- (उ) A मा भएका सदस्यबाट चिउरा, दालमोठ, चाउचाउ, समोसा हटाउँदा बन्ने समूह F
- (ग) माथिको समूहलाई बुझाउने सर्वव्यापक समूह लेख्नुहोस्।
- (घ) माथिका समूहहरूबाट दुई / दुईओटा समूह A र B, A र C, B र C, B र D, E र F, D र E , A र E, C र F लाई छुटाउछुटै भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस्।
- (ङ) भेन चित्रको अध्ययन गरी ती समूहहरू खपिएका वा अलगिगएका कस्ता समूह हुन् उल्लेख गर्नुहोस्।
- (च) आवश्यक सहजीकरण गर्दै पृष्ठपोषण पनि दिई जानुहोस्।

क्रियाकलाप 3

- (क) यदि $U = \{x : x \text{ एउटा } 10 \text{ वा } 10 \text{ भन्दा साना पूर्ण सङ्ख्याहरूको समूह}\}$ भए निम्न सर्तअनुसार समूह निर्माण गरि सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस्।
- (अ) U का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस्।
 - (आ) A = {10 का गुणनखण्डहरूको समूह}
 - (इ) B = { 2 को अपवर्त्यहरूको समूह}

- (इ) C = {3 को अपवर्त्यहरूको समूह }
 (ई) D = { 4 भन्दा साना सदस्यहरूको समूह }
 (उ) E = { 5 भन्दा ठुला सदस्यहरूको समूह }
 (ऊ) F = { 4 भन्दा ठुलो तर 9 भन्दा साना सदस्यहरूको समूह }
 (ख) माथिका समूहहरू A, B, C, D, E, र F मा खप्टिएका र अलगिगएका समूह छुट्ट्याउनुहोस् र ती समूहलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
 (ग) आवश्यक सहजीकरण गर्दै जानुहोस् साथै पृष्ठपोषण पनि प्रदान गर्नुहोस् ।
 (घ) आवश्यक परको अवस्थामा व्यक्तिगत शिक्षण तथा सहपाठी शिक्षण विधिको पनि प्रयोग गर्नुहोस् ।

मूल्यांकनः कक्षा क्रियाकलापसँगै मूल्यांकन गर्दै जानुहोस् ।

साताँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- उपसमूहको परिचय दिन
- उपसमूह निर्माण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

- चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई खेल खेलाउनुहोस् ।

खेलका नियमः आज कक्षाका कुनै एक विद्यार्थीको वा शिक्षक आफ्नै जन्मदिन भएको र यस उपलक्ष्यमा सबैलाई चकलेट बाझन चाहेकोले कुनै 3 ओटा चकलेटको नाम बोर्डमा टिप्पुहोस्, जस्तै : सुन्तला चकलेट, कफी चकलेट, लिची चकलेट । अब विद्यार्थीलाई यी 3 थरीका चकलेटबाट तीनै थरी चकलेट दिने वा दुई थरी चकलेट दिने वा एक थरी चकलेट मात्र दिनका लागि कुन कुन चकलेट दिन सकिन्छ, त्यसलाई समूहमा उल्लेख गर्नुहोस् र जुन समूहले पहिला समूह निर्माण सही तरिकाले गर्दछ, त्यही समूह आजको यो खेलमा प्रथम हुने र उसले तीनैओटा चकलेट खान पाउने दोस्रो हुनेले दुईओटा र तेस्रो हुने ले एउटा मात्र चकलेट पाउने कुरा बताउनुहोस् ।

(अ) विद्यार्थी सझेख्याका आधारमा समूह निर्माण गर्नुहोस् ।

(आ) कार्य पूरा गर्ने निश्चित समय तोकी दिनुहोस् ।

(इ) समय सकिने वित्तीकै खेल रोक्नुहोस् ।

(ई) कसले कति समयमा सही तरिकाले समूह निर्माण गरेका छन् रेकर्ड राख्नुहोस् ।

(उ) यसका लागि विद्यार्थीको सहयोग पनि लिन सक्नुहुने छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) एउटा समूहले गरेको कार्यलाई अर्को समूहले मूल्यांकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) समूह निर्माण गर्न नसक्ने विद्यार्थी पनि छन् कि यकिन गर्नुहोस् ।

(ग) प्रत्येक समूहले गरेका कार्यलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) विजेता घोषणा गर्नुहोस् ।

जस्तैः M = {सुन्तला चकलेट, कफी चकलेट, लिची चकलेट }

तीनओटै चकलेटबाट बनेको समूह A = {सुन्तला चकलेट, कफी चकलेट, लिची चकलेट }

दुईओटा चकलेटबाट बनेको समूह :

B = {सुन्तला चकलेट, कफी}

C = {सुन्तला चकलेट, लिची चकलेट}

D = {कफी चकलेट, लिची चकलेट}

एउटा मात्र चकलेटबाट बनेका समूह

E = {सुन्तला चकलेट}

F = {कफी चकलेट}

G = { लिची चकलेट}

(ङ) समूह M र अन्य समूहहरूको विचको सम्बन्धका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

(च) समूह A, B, C, D, E, F तथा G मा भएका सबै चकलेटहरू समूह M मा पनि छन् त्यसैले यी समूहहरू समूह M को उपसमूह हो भनी बताइदिनुहोस् ।

(छ) माथिको समूहबाट एउटा खाली समूह H पनि निर्माण गर्नुहोस् ।

(ज) M र H को सम्बन्धको बारेमा पनि छलफल गराउनुहोस् ।

(झ) खाली समूह सहित M बाट कतिओटा उपसमूहहरू निर्माण गर्न सकियो छलफल गराउनुहोस् ।

निष्कर्ष

यदि A र B दुईओटा समूह हुन् । समूह A मा भएका सबै सदस्यहरू समूह B मा पनि पर्दछन् भने समूह A लाई समूह B को उपसमूह (Subset) भनिन्छ । यसलाई सङ्केतमा $A \subset B$ जि $B \supset A$ लेखिन्छ ।

अगिको खेलका विजेतालाई चकलेट वितरण गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

(क) उपसमूह भनेको के हो ?

(ख) दिइएको समूहबाट 3 ओटा सदस्य भएका, 2 ओटा सदस्य भएका र 1 मात्र सदस्य भएका उपसमूह निर्माण गर्नुहोस् ।

A = {डेक्स, बेन्च, टेबुल}

आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- उपयुक्त र अनुपयुक्त समूहलाई परिभाषित गर्न
- उपयुक्त र अनुपयुक्त समूह छुट्ट्याई सङ्केतमा लेख्न

शैक्षणिक सामग्री

उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूह प्रस्तुत गएको चार्टपेपर, कार्डबोड, रङ्गीन मार्कर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) पाठ्यपुस्तको पेज न. 7 मा दिइएका क्रियाकलाप 3 को तस्विरबाट निम्न कार्यहरू गराउनुहोस् :

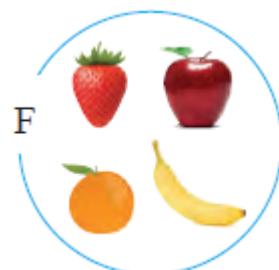
(अ) दिइएको चित्रमा फलफूलको एउटा समूह F दिइएको छ । उक्त समूहका सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्नुहोस् ।

(आ) समूह F का सबै सदस्य लिएर उपसमूह A निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(इ) समूह F का केही सदस्यहरूमात्र लिएर उपसमूह B, C, D निर्माण गर्नुहोस् ।

(ई) समूह F र उपसमूह A को सम्बन्धको बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

निष्कर्ष



यदि समूह A मा भएका केही सदस्यहरू मात्र लिएर उपसमूह B बनाइन्छ भने उपसमूह B लाई समूह A को उपयुक्त उपसमूह (Proper Subset) भनिन्छ । यसलाई सङ्केतमा $B \subset A$ जि $A \supset B$ लेखिन्छ ।

अथवा

यदि B समूह A को उपसमूह हो र उपसमूह B को सदस्य सङ्ख्या A भन्दा कम छ भने त्यस्तो उपसमूहलाई समूह A को उपयुक्त उपसमूह (Proper Subset) भनिन्छ । त्यसकारण खाली समूह सबै (खाली समूहबाहेक) समूहको उपयुक्त उपसमूह हो ।

यदि समूह A मा भएका सबै सदस्यहरू लिएर उपसमूह B बनाइन्छ भने उपसमूह B लाई समूह A को अनुपयुक्त उपसमूह (Improper Subset) भनिन्छ । यसलाई सङ्केतमा $B \subseteq A$ जि $A \supseteq B$ लेखिन्छ । वरावर समूहहरू आपसमा अनुपयुक्त उपसमूहहरू हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 2

- (क) विद्यार्थी सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूह निर्माण गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा चार्टपेपर र 2/2 ओटा रङ्गीन साइनपेन दिनुहोस् ।
- (ग) बोर्डमा एउटा समूह निर्माण गर्नुहोस्, जस्तै : $A = \{\text{सुगा, भँगेरा, काग, परेवा, चिल, ढुकुर}\}$
- (घ) सबै समूहलाई उक्त समूहबाट बन्ने 3/3 ओटा उपसमूह निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) सबै समूहलाई पालैपालो आफ्नो कार्य कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (च) प्रस्तुत गरिएको कार्यबाट कुन कुन समूहले कस्ता कस्ता उपसमूह निर्माण गर्नुभयो छलफल गराउनुहोस् ।
- (छ) आफ्नो समूहले निर्माण गरेका उपसमूह कुन हो (उपयुक्त वा अनुपयुक्त) टिपोट गर्नुहोस् ।
- (ज) साथी समूहले भनेको र आफूले गरको मिल्यो कि मिलेन यकिन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (झ) आवश्यक सहजीकरण गर्दै पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

गृहकार्य : पाठ्यपूस्तकको पृष्ठ 9 को प्रश्न न.2 र 3 का समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

नवाँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

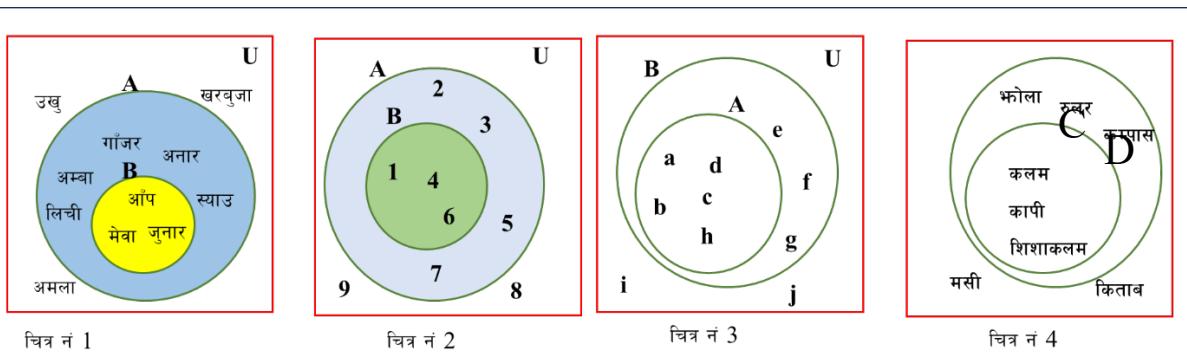
- भेन चित्रबाट सर्वव्यापक समूह, समूह र उपसमूह छुटट्याई सङ्केतमा लेख्न
- दिइएको समूहबाट उपसमूहको निर्माण गरी भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्न
- समूहबाट बन्ने सम्भाव्य उपसमूहको सङ्ख्या पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री : चार्टपेपर, ज्यामिति बाकस, विद्यार्थीका भोला, रङ्गीन साइनपेन आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) चार्टपेपरमा तयार पारिएको भेन चित्रलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस्, जस्तै :



- (अ) चित्र न. 1 मा समूह A का सदस्यहरूको नाम बताउनुहोस् ।
- (आ) चित्र न. 1 मा समूह B का सदस्यहरूको नाम बताउनुहोस् ।
- (इ) चित्र न. 1 मा सर्वव्यापक समूह U का सदस्यहरूको नाम बताउनुहोस् ।
- (ई) यसै गरी पालै पालो सबै चित्रमा भएका समूहहरूको सदस्यको नाम भन्न लगाउनुहोस् ।
- (उ) उक्त चित्रहरूमा भएका सर्वव्यापक समूह, समूह र उपसमूहका सदस्यलाई सूचीकरण विधिमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (ऊ) कुन समूह कसको उपसमूह हो छुट्ट्याउन लगाउनुहोस् ।
- (ऋ) उक्त उपसमूहहरू कस्तो प्रकारको उपसमूहहरू हुन् छुट्ट्याउन लगाउनुहोस् ।
- (ए) आवश्यक सहजीकरण गर्दै पृष्ठपोषण पनि दिँदै जानुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

- (क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 9 को प्रश्न न.1 को भेन चित्र अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।
- (अ) चित्र न. 1 मा C मा भएका सदस्यहरूको नाम भन्नुहोस् ।
- (आ) C का सदस्यलाई सूचीकरण विधिमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (इ) A का सदस्यहरूको नाम भन्नुहोस् ।
- (ई) A का सदस्यहरूलाई सूचीकरण विधिमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
- (उ) समूह A र C मध्ये कुन समूह कुन समूहको उपसमूह होलान् ?
- (ऊ) यसै गरी सबै चित्रमा पालैपालो प्रश्नोत्तर विधिको र छलफल विधिको प्रयोग गरी माथिका जस्तै प्रश्नहरूको उत्तर खोज्नुहोस् ।
- (ख) उक्त भेन चित्रका आधारमा उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूह छुट्ट्याउन लगाउनुहोस् ।
- (ग) उपयुक्त र अनुपयुक्त उपसमूहलाई सङ्केतमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) बोर्डमा केही समूहहरू लेख्नुहोस् जस्तै :

- (अ) $F = \{\text{स्याउ}\}$
- (आ) $V = \{\text{करेला, काउली}\}$
- (इ) $T = \{\text{कार, बस, रेल}\}$
- (ई) $D = \{\text{गाई, भैंसी, घोडा, खरायो}\}$

(ख) माथिका समूहहरूबाट बन्न सक्ने सबै उपसमूहहरू निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) सबैलाई एउटा तालिका निर्माण गर्न लगाउनुहोस् । उक्त तालिकामा विवरण भर्नुहोस्
जस्तै :

क्र.स.	समूह	सदस्य सङ्ख्या	उपसमूह	उपसमूहहरूको सङ्ख्या
1.	$F = \{\text{स्याउ}\}$	1	$\{\text{स्याउ}\} \{ \}$	2
2.	$V = \{\text{करेला, काउली}\}$	2	$\{\text{करेला, काउली}\}, \{\text{करेला}\}, \{\text{काउली}\}, \{ \}$	4
3.	$T = \{\text{कार, बस, रेल}\}$	3	$\{\text{कार, बस, रेल}\}, \{ \}$	8

			{कार, बस}, {कार, रेल}, {बस, रेल}, {कार}, {बस}, {रेल}, {},	
4.	$A = \{a, b, c, d\}$	4	{a, b, c, d}, {a, b, c}, {a, b, d}, {a, c, d}, {b, c, d}, {a, b}, {a, c}, {a, d}, {b, c}, {b, d}, {c, d}, {a}, {b}, {c}, {d}, {}	16
5.	$N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$	5

(घ) माथिको तालिकाका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) समूह F मा कतिओटा सदस्य छन् ?

आ) समूह F बाट कतिओटा उपसमूह निर्माण गर्न सकियो ?

(इ) समूह V मा कतिओटा सदस्यहरू छन् ?

(ई) समूह V बाट कतिओटा उपसमूहहरू निर्माण गर्न सकियो ?

(उ) समूह V बाट बनेका उपसमूहहरूको सदस्यहरू के के हुन् ?

(उ) प्रत्येक समूहबाट बनेका उपसमूहहरूको सदस्यहरूलाई अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र उपसमूहको सङ्ख्या पत्ता लगाउने सूत्र पहिचान गर्नलगाउनुहोस्, जस्तै : माथिको तालिकाअनुसार,

समूह F को जम्मा सदस्य सङ्ख्या = 1, उपसमूहको सङ्ख्या = 1 = $(2)^0$

समूह V को जम्मा सदस्य सङ्ख्या = 2, उपसमूहको सङ्ख्या = 4 = 2^2

समूह T को जम्मा सदस्य सङ्ख्या = 3, उपसमूहको सङ्ख्या = 8 = 2^3

समूह A को जम्मा सदस्य सङ्ख्या = 4, उपसमूहको सङ्ख्या = 16 = 2^4

त्यसैले, उपसमूहको सङ्ख्या = 2^{समूहको सङ्ख्या}

निष्कर्ष: यदि समूहहरूको सङ्ख्या = n भए उपसमूहहरूको सङ्ख्या = 2^n हुन्छ ।

गृहकार्य

1. यदि $P = \{2, 3, 5\}$ भए यसबाट बन्ने सबै उपसमूह निर्माण गर्नुहोस् र उपयुक्त

र अनुपयुक्त उपसमूह पनि छुट्टयाउनुहोस् ।

2. यदि $A = \{\text{आँप, केरा, मेवा, अमला}\}$ छन् भने, समूह A बाट बन्न सक्ने उपसमूह निर्माण गर्नुहोस् ।

3. पाठ्यपुस्तकको अभ्यास 1.2 का समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

(क) तपाईंको घरमा भएका व्यक्तिहरूलाई सर्वव्यापक समूह बनाई तल दिइएका कार्यहरू गर्नुहोस् ।

1. खाजाका रूपमा रोटी मन पराउनेहरूको एउटा समूह बनाउनुहोस् ।

2. रोटीअन्तर्गत गहुङ्को रोटी, मकैको रोटी वा कोदोको रोटी मन पराउनेहरूको उपसमूह बनाई त्यसलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्यमार्फत समूहको समूह, उपसमूह, उपयुक्त उपसमूह र अनुपयुक्त उपसमूहहरूको सम्बन्ध स्पष्ट पार्न
- परियोजना कार्य कक्षामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, मार्कर, साइनपेन
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप
क्रियाकलाप 1

- (क) सबै समूहले आफूले गर्नु पर्ने परियोजना कार्य पूरा गरेका छन् वा छैनन् यकिन गर्नुहोस् ।
- (ख) यदि कुनै समूहले परियोजना कार्य पूरा गरेका छैनन् भने पूरा गर्न गराउन आवश्यक सहजीकरण गरी दिनुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहलाई आआफ्नो परियोजना कार्य पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) एउटा समूहले परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्दा अर्को समूहलाई त्यसको सकारात्मक पक्ष र सुधार गर्नु पर्ने पक्षको टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) परियोजनाकार्य प्रस्तुत गर्दा शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गरी पृष्ठ पोषण प्रदान गर्नुहोस् ।
- (च) सबैको परियोजनाकार्य प्रस्तुत गरिसकेपछि प्रत्येक समूहबाट फेरि राम्रा पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्षलाई कक्षामा पालैपालो प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्यांकन

- (क) विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेका परियोजना कार्य, त्यसको प्रस्तुति र पहिचान गरेका सबल पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्षको मूल्यांकन गर्नुहोस् ।
- (ख) मूल्यांकनमा रुब्रिक्स विधिको प्रयोग गर्नुहोस् ।

पाठ २

पूर्ण सङ्ख्या (Whole Numbers)

१. परिचय

प्राचीन इजिप्टिसियन र बेबीलोनियन सभ्यतामा अड्कगणितअन्तर्गत सङ्ख्याको विकास गरिएको पाइन्छ। सङ्ख्याको विकासक्रमलाई हेर्ने हो भने सुरुमा गन्तीका सङ्ख्या 1, 2, 3, 4, ... को विकास भएको थियो। शून्यको (0) को विकास गरेपश्चात् गन्तीका सङ्ख्यामा शून्य मिसाउँदा बन्ने सङ्ख्याहरूको समूह 0, 1, 2, 3, 4, ...लाई पूर्ण सङ्ख्या भनिन्छ। यस पाठअन्तर्गत दशमलव सङ्ख्या पद्धति, द्विआधार सङ्ख्या पद्धति र पञ्च आधार सङ्ख्या पद्धतिहरू समावेश गरिएको छ। एउटा सङ्ख्या पद्धतिबाट अर्को सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्ने विषयवस्तु राखिएको छ। द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिमा 0 र 1 गरी दुईओटा अड्कहरूको प्रयोग हुन्छ भने पञ्चआधार सङ्ख्या पद्धतिमा 0, 1, 2, 3 र 4 को प्रयोग हुन्छ। द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिको प्रयोग कम्प्युटर विज्ञानमा प्रयोग गरिन्छ। यस पाठमा हाम्रो दैनिक जीवनका व्यवहारलाई पनि समावेश गरिएको छ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) द्विआधार सङ्ख्या पद्धति र पञ्चाधार सङ्ख्या पद्धतिको उदाहरणसहित परिचय दिन

(ख) दशमलव सङ्ख्या पद्धतिबाट द्विआधार र पञ्चाधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्न

(ग) द्विआधार सङ्ख्या पद्धति र पञ्चाधार सङ्ख्या पद्धतिबाट दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
१.	पूर्णसङ्ख्या, दशमलव सङ्ख्या पद्धतिको पुनर्वोलकन	1	
२.	द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिको परिचय र दशमलव सङ्ख्या पद्धतिबाट द्विआधार पद्धतिमा रूपान्तरण	1	
३.	द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिबाट दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण	1	
४.	पञ्च आधार सङ्ख्याको परिचय, दशमलव सङ्ख्याबाट पञ्च आधार पद्धति र पञ्च आधार सङ्ख्या पद्धतिबाट दशमलव पद्धतिमा रूपान्तरण	1	
५.	परियोजनाकार्यको प्रस्तुतीकरण	1	
	जम्मा घण्टा	5	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

- पूर्व ज्ञानसम्बन्धी अवधारणा, सङ्ख्यालाई विस्तारित रूपमा लेख्ने तरिका र दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा प्रयोग हुने अड्क र यसको स्थानमानको जानकारी, द्विआधार र पञ्चआधार सङ्ख्या पद्धतिमा प्रयोग हुने सङ्ख्याको बारेमा जानकारी
- सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा : एउटा पद्धतिबाट अर्को पद्धतिमा रूपान्तर गर्दा गुणन र भागको विधिको उपयुक्त तरिका प्रयोग गर्न नसक्नु

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दशमलव संख्या पद्धतिमा रहेका संख्यालाई स्थानमानमा लेख्न र तिनीहरूको विस्तारित रूपमा लेख्न
शैक्षणिक सामग्री

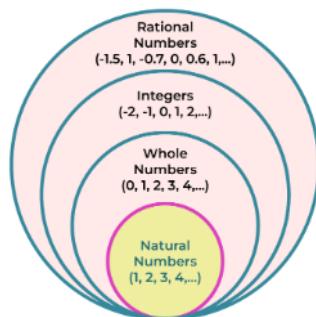
संख्या पद्धतिको चार्टहरू, दैनिक प्रयोगका सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) दिइएको चित्रका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

- दिइएको चित्रमा सबैभन्दा ठुलो समूह कुन हो ?
- दिइएको चित्रमा सबैभन्दा सानो समूह कुन हो ?
- प्राकृतिक संख्या (Natural number) र पूर्ण संख्या (Whole numbers) मा के अन्तर रहेछ ?
- पूर्णाङ्कको समूह र पूर्णसंख्याको समूहमा के अन्तर रहेछ ?



माथिको समूहमा प्राकृतिक संख्याको समूहमा 0 थपिएर बनेको समूह नै पूर्णसंख्याको समूह हो । यसलाई W ले जनाइन्छ, जहाँ

$$W = \{ 0, 1, 2, 3, 4, \dots \dots \}$$

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई 1256 लाई दशमलव संख्या पद्धतिको स्थानमान तालिकामा लेख्न अभ्यास गराउनुहोस् ।

हजार	सय	दश	एक
10^3	10^2	10^1	10^0
1	2	5	6

(ख) माथिको तालिकाबाट 1256 मा रहेका अङ्कहरूको स्थानमानलाई प्रस्तुत गर्ने अभ्यास गराउनुहोस् :

$$6 = 6 \times 1 = 6 \times 10^0 = 6$$

$$5 = 5 \times 10 = 5 \times 10^1 = 50$$

$$2 = 2 \times 100 = 2 \times 10^2 = 200$$

$$1 = 1 \times 1000 = 1 \times 10^3 = 1000$$

माथिको उदाहरणलाई एकत्रित रूपमा प्रस्तुत गर्दा,

$$\begin{aligned} 1256 &= 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 6 \times 10^0 \\ &= 1 \times 1000 + 2 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1 \\ &= 1000 + 200 + 50 + 6 \end{aligned}$$

(ग) यस्तै गरी अरू संख्यालाई दशमलव संख्या पद्धतिअनुसार स्थानमान तालिकामा लेख्न लगाई विस्तारीतरूपमा लेख्ने अभ्यास गराउनुहोस् ।

निष्कर्ष : कुनै पनि संख्यालाई 10 को प्रयोग गरी विस्तारित रूपमा लेखिन्छ, र स्थानमान तालिकामा एक, दश, सय, हजार, ... वा $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$ को रूपमा लेखिन्छ भने त्यस्ते संख्याको पद्धतिलाई दशमलव संख्या (Decimal Number System) भनिन्छ । यसमा 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 गरि जम्मा 10 ओटा अङ्कहरूको प्रयोग गरिन्छ ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

(क) तलका मध्ये कुन पूर्ण सङ्ख्याको समूह हो :

(अ) { 1, 2, 3, 4, ... }

(आ) { -1, -2, -3, -4, ... }

(इ) { 0, 2, 3, 4, ... }

(ई) { 0, -1, 1, -2, 2, ... }

(ख) तल दिइएका सङ्ख्यालाई स्थानमान तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

(अ) 12

(आ) 235

(इ) 4623

(ग) अभ्यास -2.1 को प्रश्न -1 हल गर्न लगाउनुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिको परिचय दिन
- दिइएको दशमलव पद्धतिको सङ्ख्यालाई द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्न
- दिइएको द्विआधार पद्धतिको सङ्ख्यालाई दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विद्युतको सर्किटको चित्र भएको चार्ट, दैनिक प्रयोगका सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) सँगैको चित्रमा देखाउदै, दिइएको विद्युतीय सर्किट (Electric Circuit) को उदाहरणबाट यसमा बत्ती बल्ने र निभ्ने प्रक्रियालाई सङ्ख्याका रूपमा लेख्ने अभ्यास गराउनुहोस् ।

(ख) जसमा बत्ती बल्ने प्रक्रियालाई 1 र बत्ती निभ्ने प्रक्रियालाई 0 ले साइकेतीकरण गरी विद्युतीय सर्किटलाई 0 र 1 को प्रयोग गरी लेख्ने अभ्यास गराउनुहोस् ।

(ग) 0 र 1 को मात्र प्रयोग गरी लेखिने सङ्ख्या प्रणालीलाई द्विआधार सङ्ख्या प्रणाली हो भनी स्पष्ट पारिदिनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

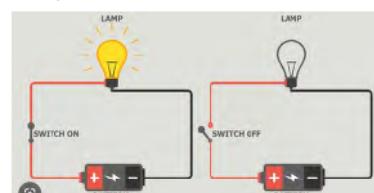
(क) दुई दुई जना विद्यार्थीको जोडीमा बस्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 1 ►

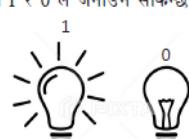
दिइएको चित्र विद्युतीय सर्किट (electrical circuit) को हो । चित्रको अवलोकन गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

(क) विद्युतीय सर्किट (electrical circuit) मा कतिओटा प्रक्रियाहरू हुन्दैन् ? ती के के हुन् ?

(ख) हामीले घरमा बाट्टे विजुली बत्ती र चित्रमा देखाइएस्तै विद्युतीय सर्किटका विच कस्तो सम्बन्ध छ ?



यहाँ विद्युतीय सर्किट (electrical circuit) मा जस्तै 'बोल्ने (on)' र 'बन्द गर्ने (off)' दुईओटा प्रक्रियाहरू हुन्दैन् । जसमा on गर्दा बत्ती बल्ने र off गर्दा बत्ती निभ्ने हुन्दै । यसलाई पनि क्रमशः सङ्केत 1 र 0 ले जनाउन सकिन्दै ।



(ख) ० देखि १५० सम्मका सङ्ख्याहरूमा ० र १ मात्र प्रयोग गरिएका सङ्ख्याहरू टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब ती सङ्ख्याहरूलाई सानोदेखि ठुलोको क्रममा क्रमशः लेख्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै ०, १, १०, ११, १००, १०१, ११०, १११

(घ) माथि प्रयोग भएका सङ्ख्याहरूलाई दशमलव सङ्ख्यासँग तुलना गर्न अभ्यास गराउनुहोस्, जस्तै:

द्विआधार सङ्ख्या प्रणाली	१	१०	११	१००	१०१	११०	१११
दशमलव सङ्ख्या प्रणाली	१	२	३	४	५	६	७	८	९

निष्कर्ष : दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा १० ओटा अड्क प्रयोग भए जस्तै द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिमा ० र १ गरी दुईओटा मात्र अड्क प्रयोग गरी सङ्ख्याहरू बनेका हुन्छन् । द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिमा सङ्ख्याहरूलाई क्रमशः गन्ती गर्दा $\{0_2, 1_2, 10_2, 11_2, 100_2, \dots\}$ हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

101_2 लाई दशमलव सङ्ख्यामा लेख्ना कति हुन्छ ? प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

(क) दशमलव सङ्ख्या प्रणालीमा हुने स्थानमान तालिका जस्तै द्विआधार सङ्ख्या प्रणालीमा पनि स्थानमान तालिका लेख्न छलफल गराउनुहोस्, जस्तै:

दशमलव सङ्ख्या प्रणालीको स्थानमान तालिका			
हजार	सय	दश	एक
10^3	10^2	10^1	10^0
३	७	०	१

द्विआधार सङ्ख्या प्रणालीको स्थानमान तालिका			
आठ	चार	दुई	एक
2^3	2^2	2^1	2^0
१	०	१	१

(ख) माथिको स्थानमान तालिकामा देखाइएको सङ्ख्यालाई विस्तारित रूपमा लेख्ने अभ्यास गराउनुहोस्, जस्तै

$$3701 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0 = 3000 + 700 + 0 + 1$$

$$1011_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 0 + 2 + 1$$

मूल्याङ्कन : 10111_2 लाई स्थानमान तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ४

(क) २७ लाई द्विआधार सङ्ख्या प्रणालीमा रूपान्तरण गर्ने प्रक्रियामा छलफल गराउनुहोस् :

$$27 = 16 + 8 + 2 + 1$$

$$= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

$$27 = 11011_2$$

२७ लाई निम्न तरिकावाट पनि द्विआधार पद्धतिमा रूपान्तरण गर्न सकिन्छ, जस्तै :

2	27	शेष	
2	13	1	- आधार 10 मा शेष 0 देखि 9 सम्म हुन्छ ।
2	6	1	- आधार 2 मा शेष 0 देखि 1 मात्र हुन्छ ।
2	3	0	तसर्थ कुनै सङ्ख्यालाई द्विआधारमा रूपान्तरण गर्ने
2	1	1	2 ले भाग गर्ने र शेष लेख्दै जाने गर्नुपर्छ ।
	0	1	

माथिको उदाहरणमा देखाइएको शेषहरूलाई तलबाट माथि लेख्न लगाउनुहोस् जसअनुरूप $27 = 11011_2$ को रूपमा लेख्न सकिन्छ ।

(ख) विद्यार्थीलाई दुई जनाको समूहमा बस्न लगाई एउटाले दशमलव सङ्ख्या पद्धतिको सङ्ख्या दिन लगाउने र अर्को साथीलाई द्विआधार पद्धतिमा रूपान्तरण गर्ने अभ्यास पालैपालो गराउनुहोस् ।

रूपान्तरण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्ष

(क) दशमलव सङ्ख्या पद्धतिबाट द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्दा दशमलवमा भएको सङ्ख्यालाई 2 ले भाग गर्दै जाने र भागफलमा 0 नआएसम्म भाग गरिरहनुपर्छ ।

(ख) अनि शेषलाई दायाँतर्फ लेख्दै जानुपर्छ र अन्त्यमा तलबाट माथितिर क्रमशः शेषलाई मिलाएर लेख्नुपर्छ ।

क्रियाकलाप 5

(क) 11011_2 लाई दशमलव सङ्ख्या प्रणालीमा रूपान्तरण गर्ने प्रक्रियामा छलफल गराउनुहोस् ।

स्थानमान तालिकाको प्रयोग गरेर

सोर	आठ	चार	दुई	एक
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1	1	0	1	1

$$\begin{aligned}
 11011_2 &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\
 &= 16 + 8 + 0 + 2 + 1 \\
 &= 27
 \end{aligned}$$

(ख) विद्यार्थीलाई दुई जनाको समूहमा बस्न लगाई एउटाले द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिको सङ्ख्या दिन लगाउने र अर्को साथीलाई दशमलव पद्धतिमा रूपान्तरण गर्ने अभ्यास पालैपालो गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कनः निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

तलका सङ्ख्यालाई दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तर गर्न दिनुहोस् ।

(क) 10101_2

(ख) 11111_2

(ग) 111101_2

माथिका सङ्ख्याबाट प्राप्त दशमलव पद्धतिका सङ्ख्यालाई पुनः द्विआधार पद्धतिमा रूपान्तरण गरी परिक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- पञ्चाधार सङ्ख्या पद्धतिको परिचय दिन
- दिइएको दशमलव सङ्ख्या पद्धतिलाई पञ्च आधार र पञ्च आधार पद्धतिमा रहेको सङ्ख्यालाई दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

पञ्चाधार पद्धतिको स्थानमान तालिकाको चार्ट, दैनीक प्रयोगका सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) 0- 59 सम्मका सङ्ख्या तालिकाबाट 0, 1, 2, 3 र 4 प्रयोग भई बनेका सङ्ख्याहरूलाई गोलो लगाउनुहोस् ।

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

(ख) अब ती सङ्ख्याहरूलाई सानोदेखि ठुलोको क्रममा क्रमशः लेख्नुहोस् ।

जस्तै 0, 1, 2, 3, 4 , 10, 11, 12, ...

(ग) गन्ती गर्दै त्यसलाई दशमलव सङ्ख्या प्रणालीका सङ्ख्याहरूसँग तुलना गरी तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै

(घ) माथि प्रयोग भएका सङ्ख्याहरूलाई दशमलव सङ्ख्यासँग तुलना गर्न अभ्यास गराउनुहोस्, जस्तै:

पञ्च आधार सङ्ख्या प्रणाली	0	1	2	3	4	10	11	12	13	14	20	21
दशमलव सङ्ख्या प्रणाली	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

(ड) माथिको तालिकामा 10 लाई 5, 11 लाई 6, 12 लाई 7 ... सँग तुलना गरि किन लेखिएको हो छलफल गराउनुहोस् ।

निष्कर्ष : दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा 10 ओटा अड्क प्रयोग गरिए जस्तै पञ्चाधार सङ्ख्या पद्धतिमा 0, 1, 2, 3, र 4 गरी पाँचओटा मात्र अड्हरूको प्रयोग गरी सङ्ख्याहरू बनेका हुन्छन् । यिनीहरूलाई गन्ती गर्दा 1, 2, 3, 4, 10, 11, 12, 13, 14 ,20 ... गरि लेखिन्छ । साथै यसलाई स्थानमान तालिकामा प्रस्तुत गर्दा क्रमशः 5 को घातको रूपमा लेखिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) दशमलव सङ्ख्या प्रणालीमा हुने स्थानमान तालिका जस्तै पञ्चआधार सङ्ख्या प्रणालीमा पनि स्थानमान तालिका लेख्न छलफल गराउनुहोस्, जस्तै:

दशलब सङ्ख्या प्रणालीको स्थानमान तालिका			
हजार	सय	दश	एक
10^3	10^2	10^1	10^0
3	7	0	1

पञ्चआधार सङ्ख्या प्रणालीको स्थानमान तालिका			
एक सय पञ्चस	पञ्चस	पाँच	एक
5^3	5^2	5^1	5^0
घ	द	द्व	1

(ख) माथिको स्थानमान तालिकामा देखाइएको सङ्ख्यालाई विस्तारित रूपमा लेख्ने अभ्यास गराउनुहोस्, जस्तै:

$$3701 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 1 \times 10^0 = 3000 + 700 + 0 + 1$$

$$3241_5 = 3 \times 5^3 + 2 \times 5^2 + 4 \times 5^1 + 1 \times 5^0 = 375 + 50 + 20 + 1$$

मूल्याङ्कन

13214_5 लाई स्थानमान तालिकामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

क्रियाकलाप 3

(क) 27 लाई द्विआधार सङ्ख्या प्रणालीमा रूपान्तरण गर्ने प्रक्रियामा छलफल गराउनुहोस्।

$$27 = 25 + 2$$

$$= 1 \times 5^2 + 2 \times 5^0$$

$$= 1 \times 5^2 + 01 \times 5^1 + 2 \times 5^0$$

$$27 = 102_5$$

$27 = 102_5$ को रूपमा लेख्न सकिन्दै।

कक्षामा आवश्यकताबनुसार समूहमा वस्नुहोस्। तल चित्रमा दिइएको जस्तै गरी 27 ओटा कलम जम्मा पानुहोस्। अब सबै कलमहरूलाई 5/5 ओटाको समूहमा विभाजन गर्नुहोस्। 5 ओटा कलमको समूहलाई 5 को घातको रूपमा लेख्नुहोस्। सोहीबनुसार 27 लाई 5 को घातका रूपमा कसरी लेख्नुभयो? साथीहरूसँग छलफल गर्नुहोस्।



यहाँ,

(ख) अब 432 लाई पञ्च आधार सङ्ख्या

$$\therefore 27 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 2$$

प्रणालीमा रूपान्तरण गर्ने प्रक्रियामा छलफल गराउनुहोस्।

यहाँ 432 लाई पञ्चआधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्दा,

$$\begin{array}{r}
 5 | 432 \\
 5 | 86 \quad 2 \\
 5 | 17 \quad 1 \\
 5 | 3 \quad 2 \\
 \quad 0 \quad 3 \\
 \hline
 432 = 3212_5
 \end{array}$$

माथिको उदाहरणमा देखाइएको शेषहरूलाई तलबाट माथि लेख्ना, $432 = 3212_5$ को रूपमा लेख्न सकिन्छ ।

रूपान्तरण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्ष

- (क) दशमलव संख्या पद्धतिबाट द्विआधार संख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्दा दशमलवमा भएको संख्यालाई 5 ले भाग गर्दै जाने र भागफलमा 0 नआएसम्म भाग गरिरहनुपर्छ ।

(ख) अनि शेषलाई दायाँतर्फ लेख्दै जानुपर्छ र अन्त्यमा तलबाट माथितिर क्रमशः शेषलाई मिलाएर लेख्नुपर्छ ।

क्रियाकलाप 4

- (क) 41032₂ लाई दशमलव संख्या प्रणालीमा रूपान्तरण गर्ने प्रक्रियामा छलफल गराउनहोस्।

स्थानमान तालिकाको प्रयोग गरेर

छ सय पच्चस	एक सय पच्चस	पच्चस	पाँच	एक
5^4	5^3	5^2	5^1	5^0
4	1	0	3	2

$$\begin{aligned}
 41032_5 &= 4 \times 5^4 + 1 \times 5^3 + 0 \times 5^2 + 3 \times 5^1 + 2 \times 5^0 \\
 &= 2500 + 125 + 0 + 15 + 2 \\
 &\equiv 2642
 \end{aligned}$$

- (ख) विद्यार्थीलाई दुई जनाको समूहमा बस्न लगाई एउटाले पञ्च आधार सङ्ख्या पद्धतिको सङ्ख्या दिन लगाउने र अर्को साथीलाई दशमलव पद्धतिमा रूपान्तरण गर्ने अभ्यास पालैपालो गराउनहोस ।

मल्याड़कन

निम्नानसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मल्यांडकन गर्नहोस :

१. तलका सङ्ग्रहालाई दशमलव सङ्ग्रह्या पद्धतिमा रूपान्तर गर्न दिनहोस :

२. माथिका सङ्ख्याबाट प्राप्त दशमलव पद्धतिका सङ्ख्यालाई पुनः पञ्च आधार पद्धतिमा रूपान्तरण गरी परीक्षण गर्न लगाउनहोस ।

चौथो दिन

सिकाई उपलब्धि

- द्विआधार पद्धतिमा रहेका सङ्ख्यालाई पञ्च आधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्ने
 - पञ्च आधार पद्धतिमा रहेका सङ्ख्यालाई द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपान्तरण गर्ने

शैक्षणिक सासगी

पञ्चाधार पद्मिको स्थानमान तालिका

सिकाइ सहजीकरण प्रक्रिया

क्रियाकलाप 1

(क) तलका दिइएका सङ्ख्याहरूलाई दशमलव सङ्ख्या पद्धतिमा रूपमान्तरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) 43_5

(आ) 10011_2

(अ)	$\begin{aligned} 43_5 &= 4 \times 5^1 + 3 \times 5^0 \\ &= 4 \times 5 + 3 \times 1 \\ &= 20 + 3 \\ &= 23_{10} \end{aligned}$	(आ)	$\begin{aligned} 10011_2 &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ &= 1 \times 16 + 0 + 0 + 1 \times 2 + 1 \times 1 \\ &= 16 + 2 + 1 \\ &= 19_{10} \end{aligned}$
-----	--	-----	--

(ख) फेरि 23 लाई द्विआधार सङ्ख्यामा र 19 लाई पञ्चआधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपमान्तरण गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) 23 लाई द्विआधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपमान्तरण गर्दा,	(आ) 19 लाई पञ्चआधार सङ्ख्या पद्धतिमा रूपमान्तरण गर्दा,
$\begin{array}{c cc} 2 & 43 \\ \hline 2 & 21 &1 \\ 2 & 10 &1 \\ 2 & 5 &0 \\ \hline 2 & 2 &1 \\ 2 & 1 &0 \\ \hline 2 & 0 &1 \end{array}$	$\begin{array}{c cc} 5 & 19 & \text{शेष} \\ \hline 5 & 3 & 4 \\ \hline 0 & & 3 \end{array}$ <p style="text-align: center;">$\therefore 19_{10} = 34_5$</p>

अतः $43_5 = 101011_2$

अतः $10011_2 = 34_5$

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा राखी निम्नानुसारको कक्षा कार्य गराउनुहोस् ।

तलका सङ्ख्याहरू पञ्च आधार भए द्विआधार र द्विआधार भए पञ्चआधार पद्धतिमा रूपमान्तरण गर्नुहोस् :

(क) 40_5 (ख) 10101_2 (ग) 31_5 (घ) 101_2 (ङ) 144_5

(च) 101110_2 (छ) 23_5 (ज) 111_5 (झ) 23_5 (ञ) 10011_2

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीहरूलाई सङ्ख्याहरू 1101_2 र 24_5 मा कुन ठुलो छ ? सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

अन्तिममा परियोजना कार्य दिने

परियोजना कार्य

क) विद्यार्थीलाई दुई समूहमा विभाजन गरी एउटा समूहले अर्को समूहलाई सङ्ख्याहरू दिई त्यसलाई सोधिएको पद्धतिमा (दशमलव पद्धतिबाट द्विआधार र पञ्चाधार साथै द्विआधार, पञ्चाधारबाट दशमलव पद्धतिमा) रूपान्तर गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । अब ती सङ्ख्याहरूलाई क्रमशः द्विआधार र पञ्च आधारमा रूपान्तरण गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई कक्षा ४ का विद्यार्थी सङ्ख्यालाई क्रमशः : दशाधार, द्विआधार, र पञ्चाधार पद्धतिमा रूपान्तर गर्न लगाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- विद्यार्थीले दिइएको परियोजना कार्य सम्पन्न गरी प्रतिवेदनसहित कक्षामा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

दिइएको परियोजना कार्यको प्रतिवेदन

सिकाइ सहजीकरण प्रक्रिया

क्रियाकलाप : १

(क) अगिल्लो दिनको परियोजना कार्यलाई समूहगतमा प्रस्तुतीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको प्रस्तुतीकरणपश्चात् अरु विद्यार्थीलाई जिज्ञासा राख्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीको प्रस्तुतिका आधारमा मूल्यांकन गर्नुका साथै आवश्यकताअनुसार पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

पाठ ३

आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरू

Rational and Irrational numbers

१. परिचय

सङ्ख्या रेखाउन सकिने सम्पूर्ण सङ्ख्याहरूलाई वास्तविक सङ्ख्या भनिन्छ । वास्तविक सङ्ख्या अन्तर्गत आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्या पर्दछन् । अन्त्य हुने र अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्यालाई आनुपातिक सङ्ख्या भनिन्छ । अन्त्यहीन पुनरावृत्त नहुने दशमलव सङ्ख्यालाई अनानुपातिक सङ्ख्या भनिन्छ । यस पाठमा आनुपातिक सङ्ख्या, अनानुपातिक सङ्ख्या र दशमलव सङ्ख्यालाई वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखेसम्बन्धी विषयवस्तुमा छलफल गरिन्छ । यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा सङ्ख्याहरूबिचको सम्बन्ध स्पष्ट हुने छ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) अनानुपातिक सङ्ख्याहरूको पहिचान गर्न

(ख) आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरूको फरक छुटट्याउन

(ग) सङ्ख्यालाई वैज्ञानिक सङ्केतमा र वैज्ञानिक सङ्केतमा भएका सङ्ख्यालाई दशमलव सङ्ख्यामा लेखन

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घन्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
१.	अनानुपातिक सङ्ख्याको परिचय दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा रूपान्तरण	२	
२.	अनानुपातिक सङ्ख्याको परिचय, आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरूको फरक	१	
३.	दशमलव सङ्ख्याको प्रकार, वास्तविक सङ्ख्याहरूको समूहलाई भेन चित्रमा प्रस्तुति	१	
४.	अनानुपातिक सङ्ख्या जस्तै: ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$) लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउने र यससँग सम्बन्धित परियोजना कार्य गर्न	२	
५.	दशमलव सङ्ख्यालाई वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्ने र वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएको सङ्ख्यालाई दशमलव सङ्ख्यामा लेख्ने ।	१	
६.	वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएका सङ्ख्याहरूको सरलीकरण गर्न, वैज्ञानिक सङ्केतसम्बन्धी परियोजना कार्य गर्न	३	
	जम्मा	१०	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान : पूर्ण सङ्ख्या, पूर्णाङ्क, सङ्ख्या रेखा, आनुपातिक सङ्ख्या, भिन्न तथा समूह उपसमूहका बारेमा

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू): भिन्न सबै आनुपातिक सङ्ख्या हुन् र दशमलव सङ्ख्या सबै अनानुपातिक सङ्ख्या हुन् ।

दिन : पहिलो र दोस्रो

सिकाइ उपलब्धि

- आनुपातिक सङ्ख्याको परिचय दिन
- दशमलव सङ्ख्यालाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

सङ्ख्या रेखाको चित्र, विभिन्न दशमलव सङ्ख्या पत्तिहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. २८ को पुनरवलोकनको (अ) र (आ) सोधिए जस्तै प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) दिइएका भिन्नहरूलाई दशमलवमा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

$$\frac{9}{4}, \frac{3}{2}, \frac{4}{7}, \frac{9}{5}, \frac{7}{3}, \frac{7}{2}, \frac{24}{5}, \frac{25}{7}, \frac{2}{3}$$

(आ) उक्त सङ्ख्याहरूमध्ये कुन कुन आनुपातिक सङ्ख्या हुन् छुट्ट्याई आनुपातिक सङ्ख्यालाई परिभाषित गर्न लगाउनुहोस् ।

(इ) माथि (अ) का सङ्ख्यालाई दशमलवमा रूपान्तर गर्दा कुन कुन दशमलव सङ्ख्याहरू अन्त्य हुने र कुन कुन अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव आयो छुट्ट्याउनुहोस् ।

(ई) दशमलव सङ्ख्याहरू अन्त्य हुने र अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलवलाई कस्तो सङ्ख्या भनिन्छ ?

(उ) विद्यार्थीको विचार सुनी सकेपछि आनुपातिक सङ्ख्या अन्त्य हुने र अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्या हो भनी स्पष्ट परिदिनुहोस् ।

यदि a र b पूर्णाङ्कहरू हुन् जहाँ, $b \neq 0$ छ भने $\frac{a}{b}$ को रूपमा व्यक्त गर्न सकिने सङ्ख्यालाई आनुपातिक सङ्ख्या (Rational Number) भनिन्छ । यसै गरी आनुपातिक सङ्ख्या अन्त्य हुने र अन्त्यहीन पुनरावृत्त दशमलव सङ्ख्या हो ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई तीन समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई निम्नानुसारका प्रश्न सोधी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

तलका दशमलवहरूलाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

समूह क : (अ) 0.23 (आ) $0.\bar{3} - 0_0.\overline{41}$

समूह ख : (अ) 0.03 (आ) $0.\overline{35} - 0_0.\overline{410}$

समूह ग : (अ) 0.17 (आ) $0.\overline{043} - 0_0.\overline{538}$

(ग) विद्यार्थीले दशमलवलाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्दा अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

(क) दशमलवलाई भिन्नमा लैजादा दशमलवमा लेखिएको सङ्ख्यालाई दशमलव नराखी अंशमा राख्ने र हरमा दशमलवको सटटा 1 लेखी दशमलव पछाडि जति अडक छन् त्यति नै मात्रामा शून्य राख्नुपर्छ ।

(ख) यदि दशमलव पछिका सङ्ख्याहरू दोहोरिएर आएका छन् भने,

(अ) एउटा मात्र दोहोरिएर आएको छ भने 10 ले गुणन गर्नुपर्छ, जस्तै $x = 0.\bar{3}$

(आ) दुईओटा मात्र दोहोरिएर आएका छन् भने 100 ले गुणन गर्नुपर्छ, जस्तै $x = 0.\overline{35}$

(इ) तीनओटा मात्र दोहोरिए आएका छन् भने 1000 ले गुणन गर्नुपर्छ, जस्तै $x = 0.\overline{043}$

मूल्याङ्कन

तल दिइए जस्तै प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

तलका दशमलव सङ्ख्याहरूलाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्नुहोस् :

- | | | |
|--------------------------|-----------------------|------------------------|
| (क) $0.\overline{5}$ | (ख) $0.\overline{7}$ | (ग) $0.\overline{24}$ |
| (घ) $3_0.\overline{132}$ | (ड) $0.\overline{27}$ | (च) $0.\overline{445}$ |

दिन : तेस्रो

सिकाइ उपलब्धि

- अनानुपातिक सङ्ख्याको परिचय दिन
- आनुपातिक र अनानुपातिक सङ्ख्याहरूको फरक छुट्याउन

शैक्षणिक सामग्री

सङ्ख्या रेखाको चित्र, विभिन्न दशमलव सङ्ख्या पत्तीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- (क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 29 को अनानुपातिक सङ्ख्यासम्बन्धी क्रियाकलाप 1 जस्तै प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।
 (अ) तलका अवस्थाहरूमा मान पत्ता लगाई अनुपातिक सङ्ख्या हुन् वा होइनन् छुट्ट्याउनुहोस् ।

- | | | |
|-------------------|--------------------------------|-----------|
| (क) 16 को वर्गमूल | (ख) $\frac{16}{25}$ को वर्गमूल | (ग) 0.23 |
| (घ) 3.3333 | (ड) 2 को वर्गमूल | (च) π |

(क) 16 को वर्गमूल 4 हुन्छ । 4 लाई $\frac{a}{b}$ को स्वरूपमा $\frac{4}{1}, \frac{8}{2}, \frac{12}{3}, \dots$ लेख्न सकिन्छ । त्यसैले 16 को वर्गमूल 4 अनुपातिक सङ्ख्या हो ।

(ख) $\frac{16}{25}$ को वर्गमूल $\frac{4}{5}$ हुन्छ । $\frac{a}{b}$ को स्वरूपमा भएकाले $\frac{16}{25}$ को वर्गमूल $\frac{4}{5}$ अनुपातिक सङ्ख्या हो ।

(ग) 0.25 लाई भिन्नमा $\frac{25}{100}$ लेखिन्छ । $\frac{a}{b}$ को स्वरूपमा $\frac{25}{100}$ भएकाले 0.25 अनुपातिक सङ्ख्या हो ।

(घ) $3.3333\dots$ लाई भिन्नमा $\frac{10}{3}$ हुन्छ । $3.3333\dots = \frac{10}{3}$ लाई $\frac{a}{b}$ को स्वरूपमा लेख्न सकिने भएकाले $3.3333\dots$ अनुपातिक सङ्ख्या हो ।

(ड) 2 को वर्गमूल $1.4421\dots$ हुन्छ । $1.4421\dots$ अन्त्यहीन पुनरावृत्त नहुने दशमलव सङ्ख्या (Non terminating and non recurring decimal number) हो । यसलाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्न सकिदैन । त्यसैले यसलाई $\frac{a}{b}$ को रूपमा लेख्न सकिदैन । तसर्थ 2 को वर्गमूल $1.4421\dots$ अनुपातिक सङ्ख्या होइन ।

(च) π को मान $3.1415926 \dots$ हुन्छ। $3.1415926 \dots$ अन्त्यहीन पुनरावृत्त नहुने दशमलव सङ्ख्या (Non terminating and non recurring decimal number) हो। यसलाई भिन्नमा रूपान्तरण गर्न सकिएन।

त्वयसैले यसलाई $\frac{a}{b}$ को रूपमा लेख्न सकिएन। तसर्थ π को मान $3.1415926 \dots$ आनुपातिक सङ्ख्या भएन।

(ख) अन्त्यहीन पुनरावृत्त नहुने दशमलव सङ्ख्या आनुपातिक सङ्ख्या भएन। यस्ता सङ्ख्यालाई अनानुपातिक सङ्ख्या भनिन्छ भनी स्पष्ट पारिदिनहोस्।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका समस्या दिई कक्षा कार्य गराउनुहोस्।

तल दिइएका सङ्ख्या आनुपातिक सङ्ख्या वा अनानुपातिक सङ्ख्या के हुन, छुटदयाउनुहोस् र किन ?

(क) $\frac{4}{3}$

(ख) $\sqrt{2}$

(ग) $\sqrt{5}$

(घ) $\frac{2}{5}$

(ङ) $\frac{10}{20}$

(च) 3.57

(छ) $3.5982\dots$

(ज) -15

(झ) $0.735\dots$

(ञ) $-\sqrt{169}$

(ट) $\sqrt{3}$

(ठ) $\sqrt{26}$

(ड) $2.\bar{5}$

(ढ) $\frac{35}{9}$

(ण) $\sqrt[3]{9}$

मूल्याङ्कन

तल दिइएको प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस्।

बिचारणीय प्रश्न : $\frac{22}{7}$ आनुपातिक सङ्ख्या हो। π अनानुपातिक सङ्ख्या हो। तर हामी $\pi = \frac{22}{7}$

मानेर समस्या समाधान गाह्यौं किन होला ?

दिन : चौथो

सिकाइ उपलब्धि

- दशमलव सङ्ख्याको प्रकार र सम्बन्धलाई तालिकामा प्रस्तुत गर्न
- वास्तविक सङ्ख्याहरूको समूहलाई भेन चित्रमा प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री : साइनपेन, चार्टपेपर, रुलर पेन्सिल

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

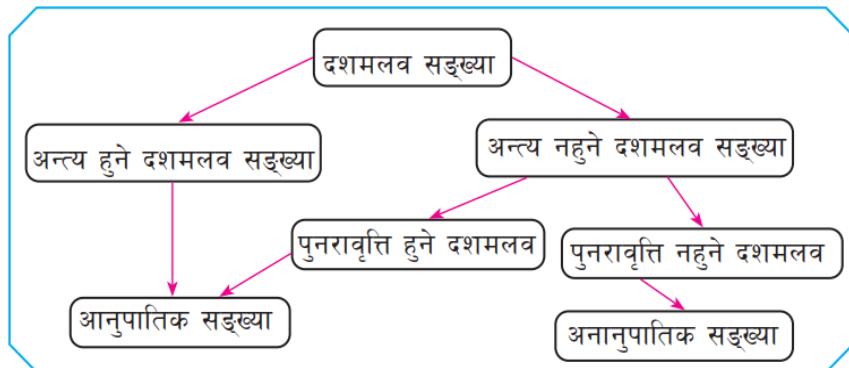
(क) विद्यार्थीलाई समूहमा राखी चार्टपेपर साइनपेन रुलर पेन्सिल दिनुहोस्।

(ख) अन्त्य हुने दशमलव सङ्ख्या, अन्त्य नहुने दशमलव सङ्ख्या (पुनरावृत्त हुने दशमलव र पुनरावृत्त नहुने दशमलव), आनुपातिक सङ्ख्या र अनानुपातिक सङ्ख्याकाबारेमा उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस्।

(ग) छलफलका आधारमा दशमलव सङ्ख्या, अन्त्य हुने दशमलव सङ्ख्या, अन्त्य नहुने दशमलव सङ्ख्या, पुनरावृत्त हुने दशमलव र पुनरावृत्त नहुने दशमलव, आनुपातिक सङ्ख्या र अनानुपातिक सङ्ख्याको सम्बन्ध देखाउने तालिका (Chart) बनाउन लगाउनुहोस्।

(घ) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस्।

दशमलव सङ्ख्यालाई निम्नानुसार तालिका (Chart) बाट देखाउन सकिन्छ :



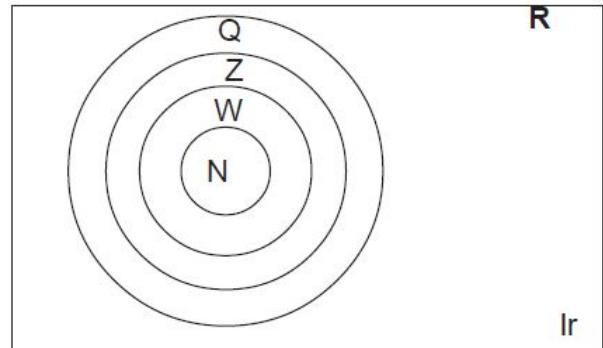
(ङ) विद्यार्थीहरूले बनाएका कार्यको कक्षाकोठामा टाँस्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा राखी चार्टपेपर साइनपेन रुलर पेन्सिल दिनुहोस् ।

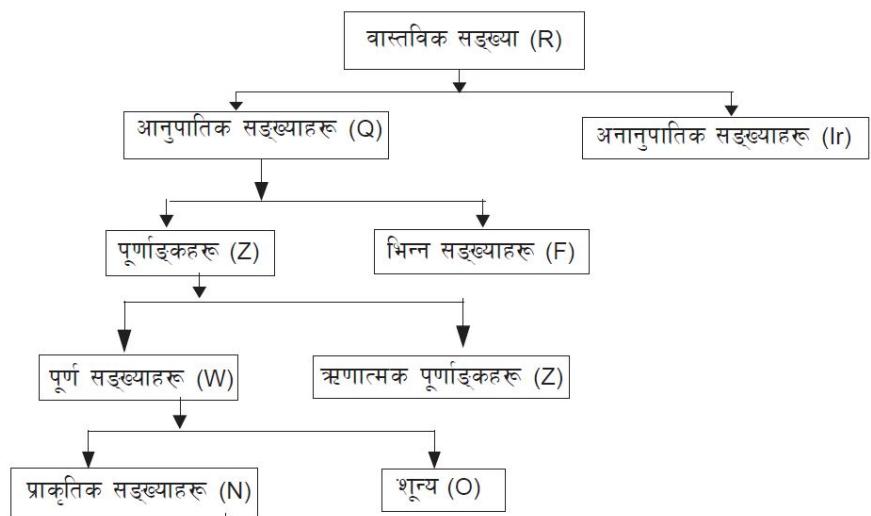
(ख) प्राकृतिक सङ्ख्या, पूर्ण सङ्ख्या, पूर्णाङ्क, आनुपातिक सङ्ख्या, अनानुपातिक सङ्ख्या र वास्तविक सङ्ख्याको बारेमा उदाहरणसहित छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) माथिको छलफलका आधारमा प्राकृतिक सङ्ख्या, पूर्ण सङ्ख्या, पूर्णाङ्क, आनुपातिक सङ्ख्या, अनानुपातिक सङ्ख्या र वास्तविक सङ्ख्याको सम्बन्ध देखाउने भेन चित्र र तालिका निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।



(घ) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।

(ङ) विद्यार्थीले बनाएका कार्यको कक्षाकोठामा टाँस्न लगाउनुहोस् ।



दिन : पाँचौं र छैटौं

सिकाइ उपलब्धि

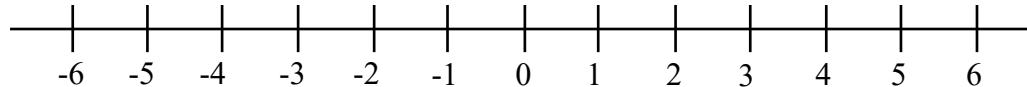
- अनानुपातिक सङ्ख्या जस्तै $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउन
- अनानुपातिक सङ्ख्यालाई सङ्ख्या रेखामा देखाउने परियोजना कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री : ग्राफ पेपर, पेन्सिल कम्पास

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

(क) दिइएका पूर्ण सङ्ख्या र आनुपातिक सङ्ख्याहरूलाई सङ्ख्या रेखामा देखाउन लगाउनुहोस् :



(ख) के अनानुपातिक सङ्ख्या $\sqrt{2}$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउन सकिन्छ ? सकिन्छ भने कसरी देखाउने होला भनी छलफल गराउनुहोस् ।

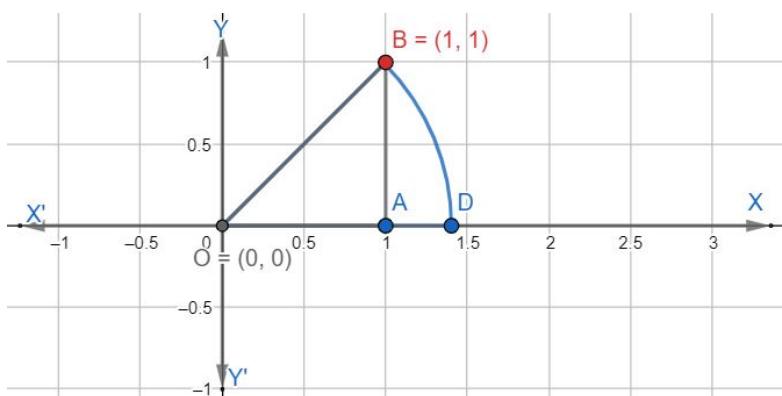
(ग) विद्यार्थीसँग छलफल गर्दै $\sqrt{2}$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाइ दिनुहोस् । (पाठ्यपूस्तकको पेज न 32 को क्रियाकलाप ३ अनुसार गराउनुहोस् ।) $\sqrt{2} = 1.4421\dots$ हुन्छ ।

पाइथागोरस साध्यानुसार समकोण त्रिभुजमा $p^2 + b^2 = h^2$ हुन्छ । यदि $p = 1$ र $b = 1$ भयो भने h को मान किति हुन्छ ? गणना गर्न लगाउनुहोस् ?

$$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \text{ हुन्छ ।}$$

$\sqrt{2}$ को लम्बाई बराबरको अर्धव्यास लिएर पेन्सिल कम्पासले सङ्ख्या रेखामा उद्गम बिन्दुबाट काटेर चिह्न लगाउने ।

ग्राफ पेपरमा सङ्ख्या रेखा खिच्ने । चित्रमा देखाए जस्तै गरी समकोण त्रिभुज OAB खिच्ने । OB को नाप $\sqrt{2}$ हुन्छ । अब OB बराबरको अर्धव्यास लिएर उद्गम बिन्दुबाट XX' मा काटेर D नाम दिने । यहाँ OB = OD हुन्छ । तसर्थ OD = $\sqrt{2}$ हुन्छ



मूल्यांकन

$\sqrt{3}$ लाई सङ्ख्या रेखामा देखाउन लगाइ विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

परियोजना / प्रयोगात्मक कार्य

विद्यार्थीलाई तिन समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । पहिलो समूहलाई $\sqrt{5}$ दोस्रो समूहलाई $\sqrt{8}$ र तेस्रो समूहलाई $\sqrt{10}$ सङ्ख्यालाई सङ्ख्या रेखामा देखाउन लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नु लगाउनुहोस् । (ग्राफपेपरलाई चार्टपेपरमा टाँसेर)

परियोजना कार्यको प्रस्तुतीकरण र मूल्यांकन

(क) ग्यालरी वर्क गराएर पालै पालो विद्यार्थीको प्रस्तुति सुन्नुहोस् ।

(ख) प्रस्तुतीका क्रममा विद्यार्थीलाई प्रश्न गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् । निर्माण प्रक्रियाका सम्बन्धमा विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्नुहोस् ।

(ग) दिइएको रुब्रिक्सको प्रयोग गरी विद्यार्थीको कार्यको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गणितीय ज्ञानको शुद्धताको मूल्याङ्कनका लागि रुब्रिक्स $\sqrt{5}$ को लागि

मूल्याङ्कनका आधारहरू	अंडक
(क) चार्टपेपरमा ग्राफ पेपर वा वर्गाङ्कित कागज टाँसेमा वा चार्टपेपरमा ग्राफ खिचेमा (ख) उक्त ग्राफ पेपरमा ठिक ढड्गले सङ्ख्या रेखा खिचेमा (ग) समकोण त्रिभुजमा कर्ण $\sqrt{5}$ का लागि लम्ब र आधार पहिचान गर्न सकेमा (घ) $\sqrt{5}$ लाई सङ्ख्या रेखामा अड्कन गर्न सकेमा	४ अंडक
(क) चार्टपेपरमा ग्राफ पेपर वा वर्गाङ्कित कागज टाँसेमा वा चार्टपेपरमा ग्राफ खिचेमा (ख) उक्त ग्राफ पेपरमा ठिक ढड्गले सङ्ख्या रेखा खिचेमा (ग) समकोण त्रिभुजमा कर्ण $\sqrt{5}$ का लागि लम्ब र आधार पहिचान गर्न सकेमा	३ अंडक
(क) चार्टपेपरमा ग्राफ पेपर वा वर्गाङ्कित कागज टाँसेमा वा चार्टपेपरमा ग्राफ खिचेमा (ख) उक्त ग्राफ पेपरमा ठिक ढड्गले सङ्ख्या रेखा खिचेमा	२ अंडक
ग्राफ पेपरमा ठिक ढड्गले सङ्ख्या रेखा खिचेमा	१ अंडक

नोट : यसका अलावा शिक्षक स्वयंले पनि रुब्रिक्स बनाई विद्यार्थीको परियोजना कार्यको मूल्याङ्कन गर्न सकिने छ ।

दिन : सातौं

सिकाइ उपलब्धि

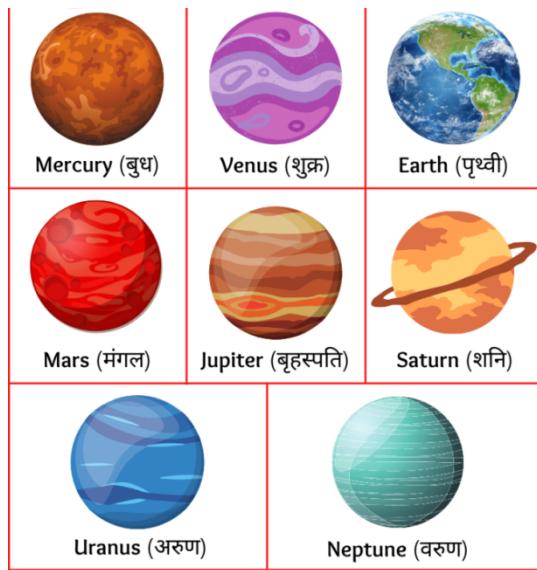
- दशमलव सङ्ख्यालाई वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्न
- वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएका सङ्ख्यालाई दशमलव सङ्ख्यामा लेख्न

शैक्षणिक सामग्री

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

(क) तल तालिकामा ग्रहहरू र सूर्यबाट यसको दुरी दिइएको छ । उक्त तालिका अध्ययन गरी तल सोधिएका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।



Average Distance of the Planets from the Sun

Planet	Average Distance (km)
Mercury	57,910,000
Venus	108,210,000
Earth	149,600,000
Mars	227,920,000
Jupiter	778,570,000
Saturn	1,433,530,000
Uranus	2,872,460,000
Neptune	4,495,060,000

- (अ) सूर्यबाट सबैभन्दा नजिक बुध ग्रह छ । सूर्यबाट यसको दुरी कति छ ।
- (आ) उक्त दुरीलाई राष्ट्रिय पद्धति र अन्तर्राष्ट्रिय पद्धतिअनुसार अक्षरमा कसरी लेखिन्छ ।
- (इ) सूर्यबाट सबैभन्दा टाढाको ग्रह कुन हो । सूर्यबाट यसको दुरी कति छ ।
- (ई) उक्त दुरीलाई राष्ट्रिय पद्धति र अन्तर्राष्ट्रिय पद्धतिअनुसार अक्षरमा कसरी लेखिन्छ ।
- (उ) सूर्यबाट पृथ्वीसम्मको दुरी कति छ ।
- (ऊ) उक्त दुरीलाई राष्ट्रिय पद्धति र अन्तर्राष्ट्रिय पद्धतिअनुसार अक्षरमा कसरी लेखिन्छ ।
- (ख) अब सूर्यबाट अरु वाँकी ग्रहसम्मको दुरी कति कति छ ?
- क्रियाकलाप २**
- (क) क्रियाकलाप १ मा सोधिएका प्रश्नमा सूर्यबाट ग्रहहरूसम्मको दुरीलाई छोटकरीमा लेख्ने तरिका उदाहरणसहित प्रस्तु पारिदिनुहोस् ।
- सूर्यबाट बुधसम्मको दुरी = $57,910,000 \text{ km} = 5.791 \times 10^7 \text{ km}$
- सूर्यबाट बरुणसम्मको दुरी = $4,495,060,000 \text{ km} = 4.49506 \times 10^9 \text{ km}$
- (ख) यसै गरी पृथ्वीको तौल र हाइड्रोजन परमाणुको तौल कति कति छ ? उक्त तौललाई पनि छोटकरीमा लेख्ने तरिका उदाहरणसहित प्रस्तु पारिदिनुहोस् ।
- (क) पृथ्वीको पिण्ड = $5,972,000,000,000,000,000,000,000 \text{ kg}$
- $$= 5.972 \times 1,000,000,000,000,000,000,000,000 \text{ kg}$$
- $$= 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$$
- (ख) हाइड्रोजन परमाणुको पिण्ड = $0.000,000,000,000,000,000,000,001,673 \text{ kg}$

$$= \frac{1673}{1,000,000,000,000,000,000,000,000,000,000}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1.673 \times 10^3}{10^{30}} \\
 &= 1.673 \times 10^{3-30} \\
 &= 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}
 \end{aligned}$$

कुनै सङ्ख्यालाई दशमलव भन्दा अगाडि एउटा मात्र अङ्क भएको सङ्ख्या र 10 को घाताङ्कको गुणनका रूपमा व्यक्त गरिन्छ, भने उक्त सङ्केत वा विधिलाई वैज्ञानिक सङ्केत भनिन्छ। धेरै ठुलो र धेरै साना सङ्ख्याहरूलाई व्यक्त गर्नका लागि वैज्ञानिक सङ्केतको प्रयोग गरिन्छ।

मूल्याङ्कन

निम्न प्रश्नहरू सोधी पाठको मूल्याङ्कन गरनुहोस्।

- (क) वैज्ञानिक सङ्केत भनेको के हो ?
 (ख) तलका सङ्ख्यालाई वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस्।
 i) 874000 ii) 0.00000567 iii) 0.07882

क्रियाकलाप ३

(क) तलका वैज्ञानिक सङ्केतहरूलाई दशमलव पद्धतिमा लेख्ने अभ्यास गराउनुहोस् :

$$(अ) 6.3 \times 10^3 \quad (आ) 3.579 \times 10^{-4}$$

$$(अ) 6.3 \times 10^3 = 6.3 \times 1000$$

$$\begin{aligned}
 &= 6300.0 \\
 &= 6300
 \end{aligned}$$

समाधान गर्दा पहिला 10 को घाताङ्कलाई विस्तारित रूपमा लेख्ने। जस्तै: $10^3 = 1000$, त्यसपछि गुणन गर्ने

$$(आ) 7.4 \times 10^{-5} = \frac{7.4}{10^5}$$

$$= \frac{7.4}{100000}$$

$$= 0.000074$$

ऋणात्मक चिह्न भएको घाताङ्कलाई हरमा लैजाने र 10 को घाताङ्कलाई विस्तारित रूपमा लेख्ने

त्यसपछि सङ्ख्याको अगाडि हरमा भएको शून्य बराबरको शून्य थपी दशमलव चिह्नलाई अगाडि बढाउने

मूल्याङ्कन

तलका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गराउनुहोस् :

(क) तलका वैज्ञानिक सङ्केतहरूलाई दशमलव पद्धतिमा लेख्ने अभ्यास गराउनुहोस्।

$$(अ) 4.579 \times 10^6 \quad (आ) 3.579 \times 10^{-4}$$

(ख) आर्गन परमाणुको अर्धव्यास $0.00000000098 m$ भए यसलाई वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्न लगाउनुहोस्।

(ग) एउटा अक्सिजन परमाणुको तौल $2.657 \times 10^{-20} kg$ हुन्छ। उक्त तौललाई दशमलव सङ्ख्यामा लेख्नुहोस्।

आठौं, नवौं र दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैज्ञानिक सङ्केतमा लेखिएका सङ्ख्याहरूको सरलीकरण गर्न
- वैज्ञानिक सङ्केतसम्बन्धी परियोजना कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

सकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका समस्या सोधी छलफलद्वारा समाधान गराउनुहोस् :

$$(अ) \text{ जोड } \text{ गर्नुहोस् } | 4.54 \times 10^{-3} + 2.4 \times 10^{-3}$$

(आ) खानेपानी बोक्ने एउटा ट्याइक्रले 1.2×10^4 लिटर र अर्को ट्याइक्रले 7.0×10^3 लिटर पानी बोक्छन्। दुवै ट्याइक्रले बोकेको पानी अट्ने एउटा खाली ट्याइक्रीमा दुवै ट्याइक्रले पानी खन्याए भने उक्त ट्याइक्रीमा कति लिटर पानी हुन्छ ? वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस्।

$$(अ) 4.54 \times 10^{-3} + 2.4 \times 10^{-3}$$

$$= (4.54 + 2.4) \times 10^{-3}$$

$$= 6.94 \times 10^{-3}$$

(आ) माथिको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$1.2 \times 10^4 + 7.0 \times 10^3$$

समाधान

$$= 1.2 \times 10^4 + 7.0 \times 10^3$$

$$= 1.2 \times 10^4 + 0.7 \times 10^4$$

$$= (1.2 + 0.7) \times 10^4$$

$$= 1.9 \times 10^4$$

मूल्यांकन

वैकल्पिक विधि

$$1.2 \times 10^4 + 7.0 \times 10^3$$

$$= 1.2 \times 10000 + 7.0 \times 1000$$

$$= 12000 + 7000$$

$$= 19000$$

$$= 1.9 \times 10^4$$

तलका प्रश्न कक्षाकार्यमा गराई विद्यार्थीको मूल्यांकन गर्नुहोस्। विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस्।

सरल गरी उत्तर वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् :

$$(क) (1.2 \times 10^5) + (5.35 \times 10^6)$$

$$(ख) 6.91 \times 10^{-2} + 2.4 \times 10^{-3}$$

(ग) एउटा ट्याइक्रीमा 3.2×10^4 लिटर पानी छ। दोस्रो ट्याइक्रीमा 1.3×10^3 लिटर पानी छ। अब दुवै ट्याइक्रीमा गरी जम्मा कति लिटर पानी हुन्छ ?

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको समस्या सोधी छलफलद्वारा समाधान गराउनुहोस् ।

(अ) घटाउ गर्नुहोस् । $4.54 \times 10^{-3} - 2.4 \times 10^{-3}$

(आ) एउटा पोखरीमा 1.8×10^8 लिटर पानी छ । यदि 1.6×10^5 लिटर पानी खोलेर पठाइयो भने पोखरीमा कति पानी बाँकी छ ? वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

(अ) $4.54 \times 10^{-3} - 2.4 \times 10^{-3}$

$$= (4.54 - 2.4) \times 10^{-3}$$

$$= 2.14 \times 10^{-3}$$

(आ) माथिको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$1.8 \times 10^8 - 1.6 \times 10^5$$

$$= 1800 \times 10^5 - 1.6 \times 10^5$$

$$= (1800 - 1.6) \times 10^5$$

$$= 1798.4 \times 10^5$$

$$= 1.7984 \times 10^8$$

वैकल्पिक विधि

$$1.8 \times 10^8 - 1.6 \times 10^5$$

$$= 1.8 \times 10000000 - 1.6 \times 100000$$

$$= 180000000 - 160000$$

$$= 179840000$$

$$= 1.7984 \times 10^8$$

मूल्यांकन

तलका प्रश्न कक्षाकार्यमा गराई विद्यार्थीको मूल्यांकन गर्नुहोस् । विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

सरल गरी उत्तर वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् :

(क) $3.67 \times 10^2 - 1.6 \times 10^1$

(ख) $8.41 \times 10^{-5} - 7.00 \times 10^{-6}$

(ग) 2.7×10^9 km टाढा पुग्नुपर्ने एउटा रकेटले 1.35×10^9 दुरी पार गरिसक्यो भने अब कति दुरी पार गर्न बाँकी रह्यो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका समस्या सोधी छलफलद्वारा समाधान गराउनुहोस् :

(अ) सरल गर्नुहोस् । $(2.0 \times 10^3) \times (4.12 \times 10^4)$

(आ) लखनको एउटा माछा पोखरीमा 1.8×10^8 लिटर पानी छ । उनका 15 ओटा माछा पोखरी छन् । यदि सबै पोखरीमा बराबर मात्रामा पानी हुने हो भने जम्मा कति लिटर पानी हुन्छ ? वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

(अ) $(2.0 \times 10^3) \times (4.12 \times 10^4)$

$$= (2.0 \times 10^3) \times (4.12 \times 10^4)$$

$$= 2.0 \times 4.12 \times 10^{3+4}$$

$$= 8.24 \times 10^7$$

(आ) माथिको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$(1.8 \times 10^8) \times 15$$

$$= (1.8 \times 15 \times 10^8)$$

$$= 27 \times 10^8$$

$$= 2.7 \times 10 \times 10^8$$

$$= 2.7 \times 10^{8+1}$$

$$= 2.7 \times 10^9$$

मूल्यांकन

तलका प्रश्न कक्षा कार्यमा गराई विद्यार्थीको मूल्यांकन गर्नुहोस् । विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् । सरल गरी उत्तर वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् :

$$(क) (4.3 \times 10^8) \times (2.0 \times 10^6)$$

$$(ख) (6.0 \times 10^3) \times (1.5 \times 10^{-2})$$

(ग) 1.2×10^4 लिटर पानी बोक्ने ट्याइकरले प्रत्येक घरमा एक एक ट्याइकरका दरले 35 घरमा पानी पुर्याउँदा कति लिटर पानी बोक्नु पर्छ ? वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका समस्या सोधी छलफलद्वारा समाधान गराउनुहोस् :

$$(अ) सरल गर्नुहोस् । \frac{9.60 \times 10^7}{1.60 \times 10^4}$$

(आ) नेपाल आयल निगमको डिपोमा 4.8×10^8 लिटर डिजल छ । प्रत्येक ट्याइकरले 1.6×10^4 लिटर डिजेल बोक्न सक्छ । नेपाल आयल निगमको डिपोमा भएको उक्त डिजेलले कतिओटा ट्याइकर भरिन्छन् ?

$$(अ) \frac{9.60 \times 10^7}{1.60 \times 10^4}$$

$$= \frac{9.60}{1.60} \times 10^{7-4}$$

$$= 6 \times 10^3$$

(आ) माथिको समस्यालाई गणितीय वाक्यमा लेख्दा,

$$\frac{4.8 \times 10^8}{1.6 \times 10^4}$$

$$= \frac{4.8}{1.6} \times 10^{8-4}$$

$$= 3.0 \times 10^4$$

मूल्यांकन

तलका प्रश्न कक्षाकार्यमा गराई विद्यार्थीको मूल्यांकन गर्नुहोस् । विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकता अनुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

सरल गरी उत्तर वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् :

$$(क) \frac{1.20 \times 10^{-8}}{3.0 \times 10^{-3}} (ख) \frac{7.8 \times 10^{-12}}{1.3 \times 10^{-13}}$$

(ग) 9.6×10^6 लिटर पेट्रोललाई 1.6×10^3 लिटरका कतिओटा बराबर द्याइकीमा राख्न सकिएला ?

क्रियाकलाप ५

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका समस्या समाधान गर्न दिनुहोस् :

समस्या : पहिलो द्याइकीमा 3.4×10^2 लिटर पानी छ र दोस्रो द्याइकीमा 4.57×10^3 लिटर पानी छ ।

(अ) दुवै द्याइकीमा गरी जम्मा कति पानी होला ? वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

(आ) पहिलो द्याइकीमा पनि दोस्रो द्याइकीमा जति पानी पर्याउन कति लिटर पानी थप्नुपर्छ गणना गर्नुहोस् ।

(इ) यदि 1 लिटर पानीको मूल्य 10 पैसा भए दोस्रो द्याइकीमा रहेको पानीको जम्मा मूल्य कति पर्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको परिवारका कम्तीमा ३ जनाको तौल सोध्नुहोस् ।

(क) उक्त तौललाई ग्राममा रूपान्तरण गरी वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

(ख) सबै जनाको जम्मा तौल कति रहेछ, वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

(ग) कुनै दुई जनाको तौलको फरक कति हुन्छ, वैज्ञानिक सङ्केतमा लेख्नुहोस् ।

माथिका समस्याको समाधान चार्टपेपरमा लेखी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् । गणितीय ज्ञानको रुचिक्स बनाई विद्यार्थी मूल्याइकन गर्नुहोस् ।

पाठ ४
अनुपात र समानुपात
(Ratio and Proportion)

१. परिचय

समान एकाइ भएका दुईओटा परिमाणहरू बिच तुलना गर्न अनुपातको प्रयोग गरिन्छ। कुनै दुई अनुपातका मानहरू बराबर हुन्छन् भने त्यस्ता अनुपातहरूलाई समानुपात भनिन्छ। यस पाठमा विद्यार्थीलाई व्यावहारिक जीवनसँग सम्बन्धित समस्याहरू समूहमा छलफल गराएर र निर्देशित खोज विधिको प्रयोग गरेर अनुपात र समानुपातका समस्याहरू समाधान गर्ने सीपको विकास गराउन सकिन्छ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) अनुपात र समानुपातसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

उल्लिखित सिकाइ उपलब्धिका लागि निम्न बमोजिमको सिकाइ योजना बनाइएको छ :

क्र.सं.	विषयवस्तु	अनुमानित घण्टा	पृष्ठसङ्ख्या
1.	अनुपातको अवधारणा र परियोजना कार्य	2	
2.	अनुपातसम्बन्धी शाब्दिक समस्याहरू	2	
3.	समानुपातको अवधारणा र व्यावहारिक समस्या	2	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

- भिन्न र भिन्नलाई लघुत्तम पदमा परिवर्तन गर्ने सिप
- अनुपात र समानुपातको परिचय

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- अनुपात र भिन्नलाई एकै रूपमा बुझ्नु
- अनुपात दुई परिमाणहरूको सङ्ख्यात्मक तुलना भनी बुझ्नु

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अनुपातको अवधारणा स्पष्ट हुन
- दुईओटा परिमाणहरू दिइएको अवस्थामा अनुपात पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

अनुपातसम्बन्धी चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) कक्षामा उपस्थित कुनै दुई विद्यार्थीको तौल टिपोट गर्नुहोस् र निम्न प्रश्नहरू माथि छलफल गराउनुहोस् ।
 (अ) रिकेश र सन्ध्याको तौलको फरक कति छ ?
 (आ) रिकेश र सन्ध्याको तौल एक आपसमा कति गुणाले कम वा बढी छ तुलना गर्नुहोस् ।

रिकेश— 48 कि.ग्रा.

सन्ध्या— 32 कि.ग्रा.

क्रियाकलाप 2

- (क) कक्षामा भएका विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसारको समूहमा विभाजन गरी तल दिइएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :
 (अ) तपाईंको कक्षामा भएका छात्र र छात्राको सङ्ख्या कति कति छ ?
 (आ) छात्र र छात्राको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
 (इ) छात्र र जम्मा विद्यार्थीको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
 (ई) छात्रा र जम्मा विद्यार्थीको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
 (उ) छात्र र जम्मा विद्यार्थीको सङ्ख्यालाई भिन्नका रूपमा लेख्नुहोस् ।
 (ऊ) छात्रा र जम्मा विद्यार्थीको सङ्ख्यालाई भिन्नका रूपमा लेख्नुहोस् ।
 (ऋ) भिन्न र अनुपातमा के फरक छ ?

क्रियाकलाप 3

- (क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 45 मा दिइएको क्रियाकलाप 1 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।
 (अ) 1 दर्जनमा कतिओटा सिसाकलम हुन्छ ?
 (आ) के सिसाकलम र कलमको सङ्ख्याको अनुपात निकाल्न सकिन्छ ? यदि सकिन्छ भने कति होला, निकाल्नुहोस् ?
 (इ) एउटा सिसाकलमको मूल्य र एउटा कलमको मूल्य निकाल्नुहोस् ।
 (ई) एउटा सिसाकलमको मूल्य र एउटा कलमको मूल्यको अनुपात निकाल्नुहोस् ।
 (उ) उक्त अनुपातको अर्थ वास्तविक मूल्यमा कस्तो रहन्छ ?

यहाँ

$$\text{एउटा सिसाकलमको मूल्य} = \frac{120}{12} = \text{रु. } 10,$$

$$\text{एउटा कलमको मूल्य} = \frac{150}{6} = \text{रु. } 25$$

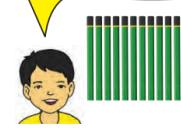
अब, एउटा सिसाकलमको मूल्य र एउटा कलमको मूल्यको

$$\text{अनुपात} = \frac{10}{25} = 2:5$$

क्रियाकलाप 1 ►

दिइएको चित्र अबलोकन गरी तलका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

1 दर्जन सिसाकलमको मूल्य रु. 120



सोभित

6 ओटा कलमको मूल्य रु. 150



सोभिना

निष्कर्ष :यदि तुलना गर्नुपर्ने परिमाणहरू a र b का एकाइ एउटै भए, a र b को अनुपातलाई $\frac{a}{b}$ वा $a:b$

तथा b र a को अनुपातलाई $\frac{b}{a}$ वा $b:a$ लेखिन्छ । $a:b$ लाई a is to b र $b:a$ लाई b is to a भनेर पढिन्छ ।

माथिको क्रियाकलापमा एउटा सिसाकलमको मूल्य रु. 2 भए एउटा कलमको मूल्य रु. 5 हुन्छ । वा एउटा

सिसाकलमको मूल्य कलमको मूल्यको 0.4 गुणा हुन्छ । वा एउटा कलमको मूल्य सिसाकलमको मूल्यको 2.5 गुणा हुन्छ ।

नोट : आधारभूत विद्यालयको कक्षा 8 मा 50 जना विद्यार्थी छन् । 30 जना छात्रा र 20 जना छात्र छन् । छात्रा र छात्राविच तुलना गर्दा अनुपातको प्रयोग गरी छात्रा : छात्र = $3:2$ लेखिन्छ । तर छात्रा वा छात्रको सङ्ख्या र जम्मा विद्यार्थीविच तुलना गर्दा छात्रा = $\frac{30}{50}$ र छात्र = $\frac{20}{50}$ लेखिन्छ ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 46 को उदाहरण 1 माथि छलफल गराउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) अब विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 49 को प्रश्न न. 1 (क) र (च) समाधान गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।

प्रश्नहरू

(क) 4hrs र 6hrs को अनुपात पता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ

$$4\text{hrs} \text{ र } 6\text{hrs} \text{ को अनुपात} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 2:3$$

(च) 40 minute र 1 hr को अनुपात पता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

1 hr लाई minute मा लैजादा,

1 hr = 60 minute हुन्छ ।

$$\text{अतः } 40 \text{ minute } \text{ र } 60 \text{ minute को अनुपात} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3} = 2:3$$

मूल्यांकन

तल दिइएको परिमाणहरूबाट अनुपात पता लगाउनुहोस् :

(क) $2 l / 850 ml$ (ख) $12 ft / 9 ft$

परियोजना कार्य

विद्यार्थी सङ्ख्याका आधारमा समूह निर्माण गरी निम्नानुसारको परियोजना कार्य गराउनुहोस् । तपाईंको छिमेकको कुनै पाँच परिवारका सदस्यहरूको उमेर टिपोट गर्नुहोस् । प्राप्त विवरणलाई 16 वर्षसम्म, 17 देखि 40 सम्म र 40 वर्षभन्दा माथिका उमेरका आधारमा तालिकीकरण गरी उक्त तीन समूहको उमेरलाई अनुपातमा प्रस्तुत गर्नुहोस् र प्राप्त निष्कर्ष कक्षामा छलफल गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अनुपातसम्बन्धी परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्यको प्रतिवेदन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) प्रत्येक समूहबाट एक जनालाई परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ख) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस् ।
- (ग) परियोजना कार्यको निष्कर्षमाथि छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्यांकन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदनलाई विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्यांकन मापदण्ड २०८० को प्रयोग गरी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

शिक्षकका लागि थप जानकारी

विद्यार्थी सङ्ख्या र कक्षाकोठालाई अनुकूल हुने गरी परियोजना कार्यको प्रस्तुतीकरणको समय समायोजन गर्न सकिने छ ।

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अनुपातसम्बन्धी शाब्दिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्न लेखनका लागि ससाना चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) तलको जस्तै प्रश्न सोधी मस्तिष्क मन्थन गराउनुहोस् ।
- हाम्रो कक्षामा छात्रको सङ्ख्या 24 र छात्राको सङ्ख्या 30 छ ।
- (अ) छात्रा र छात्रको सङ्ख्याको अनुपात कति हुन्छ ।
- (आ) यदि छात्राको सङ्ख्या 2 र छात्रको सङ्ख्या 4 ले बढ्यो भने उनीहरूको अनुपात कति हुन्छ ?

क्रियाकलाप 2

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा चार समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई स-साना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नबाट एउटा एउटा प्रश्न थुत्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) समूहमा परेको प्रश्नमा समूहमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

- (अ) एउटा गाँउमा पुरुषको जनसङ्ख्या 4568 छ । उक्त गाँउमा महिलाको जनसङ्ख्या 5710 रहेछ भने पुरुष र महिलाको जनसङ्ख्याको अनुपात कति रहेछ ।
- (आ) महेन्द्रोदय मा. वि. मा छात्र र छात्राको अनुपात 4:5 छ । यदि उक्त विद्यालयमा छात्रको सङ्ख्या 380 भए छात्राको सङ्ख्या कति होला ?
- (इ) मोहम्मद र अब्दुलले एउटा कारखानामा 2:3 को अनुपातमा लगानी गरेका रहेछन् । यदि मोहम्मदले रु. 2,00,000 लगानी गरेको रहेछ भने अब्दुलले कति लगानी गरेको रहेछ ?
- (ई) नेपाल मा.वि.को शिक्षक र विद्यार्थी अनुपात 1:32 छ । यदि उक्त विद्यालयमा जम्मा 25 जना शिक्षक भए विद्यार्थी सङ्ख्या कति होला ?

(घ) आवश्यकता अनुसार विद्यार्थीलाई थप सहायता गर्नुहोस् । नमुना चित्रण विधिबाट समस्या समाधान गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् ।

(आ) को समाधान

यहाँ,

$$\text{छात्र र छात्राको अनुपात} = 4:5$$

$$\text{छात्रको सङ्ख्या} = 380$$

$$\text{छात्राको सङ्ख्या} = ?$$

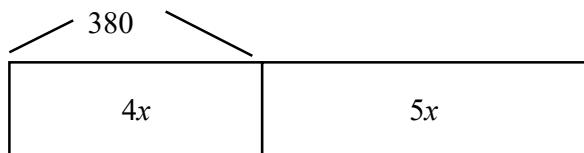
$$\frac{\text{छात्रको सङ्ख्या}}{\text{छात्राको सङ्ख्या}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{or, } \frac{380}{\text{छात्राको सङ्ख्या}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{or, छात्राको सङ्ख्या} = \frac{5}{4} \times 380$$

$$\text{or, छात्राको सङ्ख्या} = 475$$

\therefore छात्राको सङ्ख्या 475 रहेछ ।



वैकल्पिक विधि

$$\text{छात्र}$$

$$\text{छात्रा}$$

$$4x = 380$$

$$\text{or, } x = \frac{380}{4}$$

$$\text{or, } x = 95$$

$$\text{छात्राको सङ्ख्या} = 5x$$

$$= 5 \times 95$$

$$= 475$$

क्रियाकलाप 3

(क) तल दिइएको प्रश्न प्रत्येक विद्यार्थीलाई कक्षाकार्यमा दिनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीले गरेको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

प्रश्न : दुई सङ्ख्याहरू 3:4 को अनुपातमा रहेका छन् । यदि दुवै सङ्ख्यामा 6 जोड्दा 4:5 को अनुपातमा हुन्छन् भने ती सङ्ख्याहरू पता लगाउनुहोस् ।

समाधान

मानौं,

$$\text{पहिलो सद्दख्या} = 3x \quad \text{eP bf}]; |f] ; ^a\backslash Vof = 4x$$

जो डूनुपर्ने सद्दख्या = 6

प्रश्नअनुसार,

$$\frac{3x+6}{4x+6} = \frac{4}{5}$$

$$\text{or, } 15x + 30 = 16x + 24$$

$$\text{or, } 15x - 16x = 24 - 30$$

$$\therefore x = 6$$

$$\text{अतः पहिलो सद्दख्या } (3x) = 3 \times 6 = 18 \text{ र}$$

$$\text{दोस्रो सद्दख्या } (4x) = 4 \times 6 = 24$$

पहिलो सद्दख्या	3x	6
दोस्रो सद्दख्या	4x	6

मूल्यांकन

अलि र आमिरको हालको उमेरको अनुपात 3:4 रहेछ । यदि 3 वर्ष अगाडि उनीहरूको उमेरको अनुपात 2:3 थियो भने उनीहरूको हालको उमेर कति कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

(क) अब निम्न प्रश्न लेखिएको चार्टपेपर प्रस्तुत गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् । विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

A ले भन्दा B ले दोबार र B ले भन्दा C ले तेब्बर रकम जम्मा गर्दा रु. 15300 जम्मा भयो भने प्रत्येकले कति रकम जम्मा गरे होलान्?

समाधान

मानौं,

$$A \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \text{रु. } x$$

$$B \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \text{रु. } 2x$$

$$C \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \text{रु. } 3 \times 2x = \text{रु. } 6x$$

प्रश्नअनुसार,

$$x + 2x + 6x = 15300$$

$$\text{or, } 9x = 15300$$

$$\therefore x = 1700$$

$$\text{अतः } A \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \text{रु. } x = \text{रु. } 1700$$

$$B \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \text{रु. } 2x = 2 \times 1700 = \text{रु. } 3400$$

$$C \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \text{रु. } 6x = 6 \times 1700 = \text{रु. } 10200$$

x	2x	6x
15300		

नमुना चित्रण विधि

यहाँ,

$$\text{जम्मा रकम} = \text{रु. } 15300$$

A, B र C को अनुपात = 1: 2: 6

$$\text{जम्मा अनुपात} = 1 + 2 + 6 = 9$$

$$\text{अतः } A \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \frac{1}{9} \times 15300 = 1700$$

$$B \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \frac{2}{9} \times 15300 = 3400$$

$$C \text{ ले जम्मा गरेको रकम} = \frac{6}{9} \times 15300 = 10200$$

मूल्याङ्कन

त्रिभुजका कोणहरूको अनुपात $2:3:4$ भए ती कोणहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 5

(क) दुई दुई जनाको समूहमा निम्नानुसारको समस्या दिई समाधान गर्न लगाउनुहोस् । विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।

प्रश्न

समस्या : 50 लिटर मिश्रण दुधमा शुद्ध दुध र पानीको अनुपात $7:3$ छ ।

(अ) उक्त मिश्रणमा कति लिटर शुद्ध दुध र पानी रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) यदि 1 लिटर मिश्रित दुधको मूल्य रु 100 भए रु 900 मा कति लिटर दुध किन्तु सकिन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) एक जना पसलेले रु 5000 मा सबै 50 लिटर दुध किनेर ल्यायो । त्यसमा थप 5 लिटर पानी थपी सबै दुध 5% छुटमा बेचेछ भने समग्रमा उसलाई कति नाफा वा नोक्सान भयो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) यदि पसलेले उक्त कारोबारमा 10 प्रतिशत नाफा कमाउन चाह्यो भने त्यति नै दुध (पानी नमिसाइकन) प्रतिलिटर कति रुपियाँमा दुध बेच्नुपर्छ ? गणना गर्नुहोस् ।

(क) विपिन, अमृत र आशिषले $2:5:6$ को अनुपातमा लगानी गरी एउटा व्यवसाय सञ्चालन गरे । एक वर्षपछि उनीहरूले रु 65,00,000 आमदानी गरे भने प्रत्येकले कति कति रकम आमदानी गरे होलान् ?

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारको प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(क) रीता र गीता दुई दिदी बहिनी हुन् । उनीहरूको उमेर क्रमशः 8 वर्ष र 12 वर्ष छ । उनकी आमाले रु. 500 दिएर उनीहरूको उमेरको अनुपातमा बाँडेर लिन भनिन् भने

(अ) प्रत्येकले कति कति रकम पाउँछन् ?

(आ) रीताले भन्दा गीताले कति प्रतिशत रकम बढी पाउँछन्, निकाल्नुहोस् ।

(ख) रामविलासको छोरा र छोरीको उमेर क्रमशः 10 वर्ष र 6 वर्ष छ । यदि उनीहरूको उमेरको अनुपातमा जम्मा रु. 19200 खर्च गर्न पाउँछन् भने

(अ) प्रत्येकले कति कति रकम पाउँछन् ?

(आ) छोरीले भन्दा छोराले कति प्रतिशत रकम बढी पाउँछ, निकाल्नुहोस् ।

(इ) यदि एक महिनाको अतिरिक्त कक्षा शुल्क रु. 600 छ भने छोरीले आफूले पाएको रकमबाट कति महिनाको शुल्क तिर्न सकिन्न ?

पाँचौ र छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समानुपातको अवधारणा स्पष्ट हुन
- दिइएका सझ्याहरू समानुपातमा भए नभएको पत्ता लगाउन

- समानुपातसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

आयतकार कागज

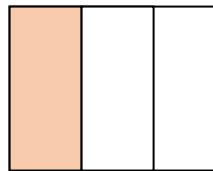
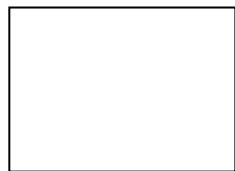
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षामा उपस्थितमध्ये केही विद्यार्थीलाई अनुपातसम्बन्धी प्रश्न सोधी अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

जस्तै :- (अ) आज कक्षामा उपस्थित छात्र र छात्राको सङ्ख्याको अनुपात कति छ ?

(ख) कक्षामा भएका प्रत्येक विद्यार्थीलाई एक एकओटा आयतकार कागज (आयताकार कागज) दिनुहोस् र पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 51 मा दिइएको जस्तै क्रियाकलाप गर्न लगाउनुहोस् ।



निष्कर्ष : कुनै दुई अनुपातहरू बराबर हुन्छन् भने त्यस्ता अनुपातलाई समानुपात भनिन्छ, जस्तै : दुईओटा एउटै एकाइमा भएका परिमाणहरू a र b को अनुपात c र d को अनुपातसँग बराबर भए a, b, c र d समानुपातमा हुन्छन् । यसलाई $a:b::c:d$ लेखिन्छ । यहाँ a र d लाई Extremes तथा b र c लाई Means भनिन्छ । Extremes र Means को छुट्टाछुट्टै गुणनफल बराबर हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

तलका सङ्ख्याहरू समानुपातमा छन् कि छैनन् जाँच लगाउनुहोस् ।

(अ) 5, 8, 10, 15 (आ) 3, 5, 6, 10

(इ) 1kg, 4kg, 6kg, 10kg (ई) 5cm, 8cm, 10cm, 16cm

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई चार समूहमा बाँडी पाठ्यपुस्तकको पेज न. 52 को उदाहरण 1 जस्तै दुई दुईओटा समस्या दिइ समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) तलका सङ्ख्याहरू समानुपातमा भए थाहा नभएका पद पत्ता लगाउनुहोस् :

(i) $a, 3, 3, 9$

(ii) $3, x, 6, 8$

(iii) $2, 5, 8, d$

(iv) $x, 2, 6, 4$

(आ) x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(i) $x : 5 = 10 : 25$

(ii) $3 : 7 = 21 : x$

(iii) $10 : x = 2 : 11$

(iv) $25 : 15 = x : 3$

(ख) उक्त समस्याहरू समाधानमा आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् :

(ग) प्रत्येक समूहको समाधान कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न न. अ iii को समाधान

यहाँ,

2, 5, 8, d समानुपातमा भएकाले

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{d}$$

or, $2d = 40$
 $\therefore d = 20$

मूल्यांकन

x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ) $x:5 = 10:25$

(आ) $30:45 = x:9$

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 52 को उदाहरण 2 समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

उदाहरण 2 सङ्ख्याहरू 4 र 5 मा कुन सङ्ख्या जोड्दा तिनीहरूको अनुपात 5:6 हुन्छ ?

समाधान

मानौं, सङ्ख्याहरू 4 र 5 मा जोड्नु पर्ने सङ्ख्या y छ ।

प्रश्न अनुसार,

$$\frac{4+y}{5+y} = \frac{5}{6}$$

or, $24 + 6y = 25 + 5y$

$\therefore y = 1$

तसर्थ, सङ्ख्याहरू 4 र 5 लाई 5:6 बनाउन दुवैमा 1 जोड्नु पर्छ ।

(ख) यसै गरी विद्यार्थीलाई पृष्ठ 54 को प्रश्न न. 4 (ग) समाधान गर्न लगाउनुहोस् र समाधान मिले नमिलेको जाच्नुहोस् ।

प्रश्न

सङ्ख्याहरू 24 र 30 लाई 3:4 बनाउन दुवैमा कति घटाउनुपर्ना ?

समाधान

मानौं,

सङ्ख्याहरू 24 र 30 मा घटाउनुपर्ने सङ्ख्या a छ ।

प्रश्न अनुसार,

$$\frac{24-a}{30-a} = \frac{3}{4}$$

or, $96 - 4a = 90 - 3a$

or, $-4a + 3a = 90 - 96$

$\therefore a = 6$

तसर्थ सङ्ख्याहरू 24 र 30 लाई 3:4 बनाउन दुवैमा 6 घटाउनुपर्छ ।

मूल्यांकन

सङ्ख्याहरू 15 र 25 लाई 2:3 बनाउन दुवैमा कति जोड्नुपर्ला ?

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 53 को उदाहरण 3

समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) आवश्यक सहजीकरण गरिसकेपछि निम्न प्रश्नहरू

सोधनुहोस् ।

(अ) केराको सङ्ख्या बढ्दा केराको मूल्य घट्छ कि बढ्छ ?

(आ) केराको सङ्ख्या घट्दा केराको मूल्य घट्छ कि बढ्छ ?

मूल्याङ्कन

(क) विद्यार्थीलाई तलको प्रश्नको उत्तर खोज्न लगाई

मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

कुनै मेसिनले 7 मिनेटमा 217 वटा कपडा काट्न सक्छ भने 372 ओटा कपडा काट्न कति समय लाग्छ होला ?

क्रियाकलाप 5

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 53 को उदाहरण 4 समूहमा अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) सङ्ख्याका आधारमा विद्यार्थीलाई तीन समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा प्रश्न कक्षाकार्यमा गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीको समूहकार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा सहायता गर्नुहोस् ।

प्रश्न

(अ) महेन्द्रोदय मा.वि. बाट A+ र A मा उत्तीर्ण हुने विद्यार्थीको अनुपात 3:5 छ । यदि A+ ल्याउने विद्यार्थी 174 भए र A ल्याउने विद्यार्थी पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) प्रदीपले गणित विषयको मासिक परीक्षामा समानुपातिक अड्क प्राप्त गर्यो । यदि प्रत्येक परीक्षामा क्रमशः 16, 20, x र 80 प्राप्त गर्यो भने x को मान कति होला ?

(इ) रीना र मीना दिदी बहिनी हुन् । कक्षा 10 मा पढ्ने रीना र कक्षा 8 मा पढ्ने मीनाले किताब किन्दा लागेको खर्चको अनुपात 3:2 छ । यदि मीनाले रु. 824 तिरिन् भने रीनाले कति तिरिन् ?

उदाहरण 3

रु. 150 मा 12 ओटा केरा पाइन्छन् भने ह. 900 मा कतिओटा केरा पाइन्छन् ?

समाधान

मानौं रु. 900 मा x ओटा केरा पाइन्छ ।

मूल्यको अनुपात = केराको अनुपात

अब,

$$\frac{150}{900} = \frac{12}{x}$$

or, $150x = 900 \times 12$

$$\therefore x = \frac{900 \times 12}{150} = 72$$

तसर्व रु. 900 मा 72 ओटा केरा पाइन्छ ।

मूल्य	केराको सङ्ख्या
रु. 150	12
रु. 900	x

उदाहरण 4

एक बता चिया पसवाने दुधको चिया बनाउदा दुध र पानीमाझ 3:5 को अनुपातमा मिलाउने गरेको छ । यदि दुई गिलास चिया बनाउदा 300 ml दुध मिलाएको रहेछ भने कति ml पानी मिलाएको छ होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौं उक्त पसवाने x ml पानी मिलाएको रहेछ ।

$$\begin{aligned} \text{अब, } & 3x = 300 \\ & \frac{300}{x} = \frac{3}{5} \\ & x = \frac{300}{3} = 100 \end{aligned}$$

$$5x = 5 \times 100 = 500$$

$$\text{or, } 3x = 300 \times 5$$

$$\therefore x = \frac{300 \times 5}{3} = 500 \text{ ml/}$$

अतः उक्त पसवाने दुई गिलास चिया बनाउदा 500 ml पानी मिलाएको रहेछ ।



क्रियाकलाप 6

(क) सबै विद्यार्थीलाई तल दिइएको प्रश्न गर्न लगाउनुहोस् । उनीहरूले गरेको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

समस्या : रोहनले आफूसँग भएको रूपियाँलाई बैड्क A र बैड्क B मा 3:2 को अनुपातमा जम्मा गरेछन् । उनले बैड्क A मा रु. 60,000 जम्मा गरेका छन् ।

(अ) रोहनले बैड्क B मा कति रकम बचत गरेका रहेछन् ?

(आ) रोहनले बैड्क A मा भन्दा बैड्क B मा कति रकम कम जम्मा गरेको रहेछ ?

(इ) दीपकले आफूसँग भएको रकम रु. 1,20,000 लाई रोहनले नै राखेको अनुपातमा बैड्क A र बैड्क B मा बचत गर्न खोजे भने कति कति रकम बैड्कमा जम्मा गर्नुपर्ला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

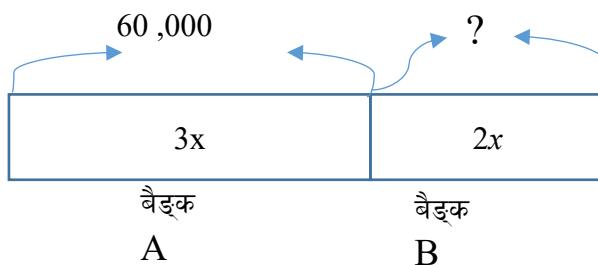
समाधान

(अ) यहाँ रोहनले बैड्क A मा जम्मा गरेको रकम $= 3x$ भए बैड्क B मा जम्मा गरेको रकम $= 2x$ हुन्छ ।

अब $3x = 60,000$

or, $x = 20,000$

$$\begin{aligned}\text{फेरी बैड्क B मा जम्मा गरेको रकम} &= 2x \\ &= 2 \times 20,000 \\ &= \text{रु. } 40,000\end{aligned}$$



(आ) यहाँ,

रोहनले बैड्क A मा जम्मा गरेको रकम = रु.

60,000

रोहनले बैड्क B मा जम्मा गरेको रकम = रु. 40,000

$$\begin{aligned}\text{रोहनले बैड्क A मा भन्दा बैड्क B जम्मा गरेको कम रकम} &= \text{रु. } 60,000 - \text{रु. } 40,000 \\ &= \text{रु. } 20,000\end{aligned}$$

(अ) यहाँ, दीपकले बैड्क A मा जम्मा गरेको रकम =

$3x$ भए बैड्क B मा जम्मा गरेको रकम $= 2x$ हुन्छ ।

प्रश्नअनुसार,

$$3x + 2x = 120000$$

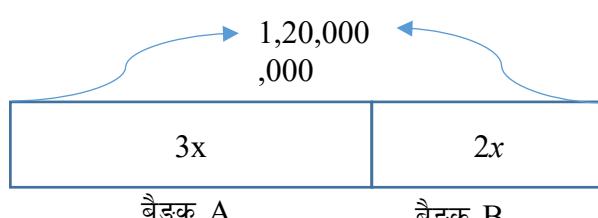
$$\text{or, } 5x = 120000$$

$$\text{or, } x = 24000$$

अतः दीपकले बैड्क A मा जम्मा गरेको रकम $= 3x$

$$= 3 \times 24,000$$

$$= \text{रु. } 72,000$$



दीपकले बैड्क B मा जम्मा गरेको रकम $= 2x$

$$= 2 \times 24,000$$

$$= \text{रु. } 48,000$$

मूल्याङ्कन

(क) एक जना दुध पसलेले दुध र पानीलाई 4:3 को अनुपातमा मिसाएर बेच्दा रहेछन् भने

(अ) 504 l दुध र पानीको मिश्रणमा कति लिटर शुद्ध दुध र पानी रहेछ, पता लगाउनुहोस् ।

(आ) उक्त मिश्रणमा दुधभन्दा पानी कति प्रतिशतले कम रहेछ, पता लगाउनुहोस् ।

(इ) यदि 1 लिटर मिश्रित दुधको मूल्य रु 120 भए रु 1320 मा कति लिटर दुध किन्तु सकिन्छ ? पता लगाउनुहोस् ।

(ख) रामविलासको छोरा र छोरीको उमेर क्रमशः 10 वर्ष र 6 वर्ष छ । यदि उनीहरूको उमेरको अनुपातमा जम्मा रु. 19200 खर्च गर्न पाउँछन् भने

(अ) प्रत्येकले कति कति रकम पाउँछन् ?

(आ) छोरीले भन्दा छोराले कति प्रतिशत रकम बढी पाउँछ, निकाल्नुहोस् ।

(इ) यदि एक महिनाको अतिरिक्त कक्षा शुल्क रु. 600 छ भने छोरीले आफूले पाएको रकमबाट कति महिनाको शुल्क तिर्न सकिन्छ ?

पाठ ५
नाफा र नोक्सान
(Profit and Loss)

१. परिचय

यस पाठमा व्यावहारिक जीवनमा अत्यन्तै उपयोगी यस पाठमा नाफा, नोक्सान र छुटसम्बन्धी विषयवस्तु समावेश गरिएको छ । सामानहरूको खरिद विक्रीमा नाफा राखेर अझकित मूल्य कायम गर्ने, क्रेतालाई सामान खरिदमा आकर्षण गर्न विक्री गर्दा छुट दिने गरिन्छ । अझकित मूल्यमा छुट समावेश रहदाँ कसरी नाफा वा नोक्सान पत्ता लगाउन सकिन्छ भन्ने नै यस पाठको मूल ध्येय हो । यस पाठमा विद्यार्थीको दैनिक जीवनसँग सम्बन्ध राख्ने नाफा र नोक्सानसम्बन्धी समस्याहरूको समाधान गरिन्छ । यस पाठमा हासिल हुने सिकाइ उपलब्धि निम्नानुसार छन् :

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) छुट प्रतिशत समावेश भएका नाफा र नोक्सानसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

यस पाठको लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ :

क्र.स.	विषयवस्तु	अनुमानित घण्टा	पृष्ठसङ्ख्या
1.	अझकित मूल्य, छुट, छुट प्रतिशत र विक्रय मूल्यको अवधारणा	1	
2.	अझकित मूल्य र छुट रकम वा छुट प्रतिशत दिइएको अवस्थामा विक्रय मूल्य पत्ता लगाउने	1	
3.	विक्रय मूल्य र छुट प्रतिशत दिइएको अवस्थामा अझकित मूल्य पत्ता लगाउने अझकित मूल्य र विक्रय मूल्य दिइएको अवस्थामा छुट वा छुट प्रतिशत पत्ता लगाउने	1	
4.	छुट प्रतिशत समावेश भएका नाफा र नोक्सानसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्ने र परियोजना कार्य गर्न	3	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

- नाफा र नोक्सान प्रतिशतको अवधारणा

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- अझकित मूल्य, क्रय मूल्य र विक्रय मूल्यविचको भिन्नता

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अझकित मूल्य, छुट, छुट प्रतिशत र विक्रय मूल्यको अवधारणा बताउन

शैक्षणिक सामग्री

सूत्र लेखिएको चार्टपेपर, छुट मूल्य समावेश भएका विलहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 56 मा उल्लिखित पुनरवलोकन अध्ययन गर्न लगाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) पाइन्टको क्रय मूल्य र विक्रय मूल्य कति कति रहेछ ?
- (आ) स्विटरको क्रय मूल्य र विक्रय मूल्यमा कुन बढी रहेछ ?
- (इ) उक्त पाइन्ट बेच्दा पसलेलाई नाफा वा घाटा के हुन्छ ? कति प्रतिशत हुन्छ ?
- (ई) स्विटर बेच्दा उक्त पसलेलाई नाफा वा घाटा के हुन्छ ? कति प्रतिशत हुन्छ ?
- (ए) नाफा वा नोक्सान प्रतिशत पत्ता लगाउन कुन सूत्रको प्रयोग गर्नुहुन्छ ?

निष्कर्ष : किनेको मूल्य (क्रय मूल्य) भन्दा बेचेको मूल्य (विक्रय मूल्य) बढी भएमा नाफा र क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य कम भएमा नोक्सान हुन्छ ।

जानकारी राखौं ।

$$\text{नाफा प्रतिशत} = \frac{\text{वास्तविक नाफा}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\% \rightarrow \frac{\text{वि.मू.} - \text{क्र.मू.}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\%$$

$$\text{नोक्सान प्रतिशत} = \frac{\text{वास्तविक नोक्सान}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\% \rightarrow \frac{\text{क्र.मू.} - \text{वि.मू.}}{\text{क्र.मू.}} \times 100\%$$

क्रियाकलाप 2

(क) तल दिइएको पसलको बिल र सामानको मूल्य सूची भएको चित्रलाई चार्टपेपरमा टाँसेर प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई चार्टपेपरको अध्ययन गर्न लगाइ प्रत्येक

विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरूको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् :

- (अ) 10 ओटा ज्यामिति बक्सको सुरुको मूल्य कति रहेछ ?
- (आ) ज्यामिति बक्स किन्दा कति प्रतिशत छुट दिइएको छ ?
- (इ) क्रेताले ज्यामिति बक्स किन्दा कति छुट पाएको छ ?
- (ई) पसलेले ज्यामिति बक्स विक्री गर्दा कति रकम पाउने रहेछ ?
- (उ) छुट रकम कसरी निकालिन्छ ?
- (ऊ) जुताको अड्कित मूल्य, छुट रकम कति कति रहेछ ? उक्त जुतालाई उपभोक्ताले कति रूपियाँ तिनु पर्ला ?
- (ए) कुन कुन अवस्थामा समानमा छुट दिने गरिन्छ ?



रु. 3000



रु. 450 छुट

पान: १२३४५६७८९	ठूँ नम: शिवाय			
वि.नं:	सीतापाइला, काठमाडौं भिति :			
श्री	ठेगाना			
क्रेता को पान नं :	[]			
क्र.स.	विवरण	परिमाण	दर	रुकम रु.
1	ज्यामिति बक्स	10	180	1800
अधरेपी: रु. एक हजार छ सय बीस मात्र		जम्मा	1800	
...10...% छुट		180		
कुल जम्मा		1620		
क्रेता	मूलचूक लिनेदिने ।	विक्रेता		

नाफा नोक्सानसम्बन्धी शब्दावलीहरू

- (क) व्यापारीले सामानको मूल्य निर्धारण गरी ग्राहकलाई बताउने मूल्यलाई अङ्कित मूल्य (marked price) भनिन्छ ।
- (ख) कुनै वस्तुको अङ्कित मूल्यमा केही रकम कम गरी बिक्री गरिएको छ भने उक्त कम गरिएको रकमलाई छुट (discount) भनिन्छ ।
- (ग) अङ्कित मूल्यमा केही छुट गरेर सामान बेचिन्छ भने छुटपछिको मूल्यलाई विक्रय मूल्य भनिन्छ ।
- (घ) विक्रय मूल्य = अङ्कित मूल्य - छुट रकम हुन्छ ।
- (ङ) छुट रकम = अङ्कित मूल्यको छुट प्रतिशत
 $= MP \times \text{छुट प्रतिशत हुन्छ}$ ।
- (च) छुट प्रतिशत = $\frac{\text{discount}}{MP} \times 100\%$

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीहरूलाई निम्नानुसारका प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

- (क) अङ्कित मूल्य भनेको के हो ?
 (ख) छुट रकम वस्तुको कुन मूल्यमा दिइन्छ ?

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अङ्कित मूल्य र छुट रकम वा छुट प्रतिशत दिइएको अवस्थामा विक्रय मूल्य पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्डहरू, चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नसोधी मस्तिष्क मन्थन गराउनुहोस् ।

दिइएको तालिकाका आधारमा विक्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् :

सामग्री	अङ्कित मूल्य	छुट
मोबाइल	रु. 15000	रु. 750

समाधान

मोबाइलको अङ्कित मूल्य (MP) = रु. 15000

छुट (D) = रु. 750

विक्रय मूल्य (SP) = ?

हामीलाई थाहा छ,

वि. मू. (SP) = अ.मू.(MP) - छुट

$$= 15000 - 750$$

$$= \text{रु. } 14250$$

∴ मोबाइलको मूल्य रु. 14250 पर्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीलाई चार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) कक्षाकोठामा निम्नअनुसारको चार्ट प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ग) दिइएको चार्टका आधारमा समूहगत रूपमा निम्न प्रश्न सोधी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।



समूह (क)

- (अ) ज्याकेटको अङ्गकित मूल्य कति रहेछ ?
- (आ) ज्याकेट किन्दा कति प्रतिशत छुट दिइएको रहेछ ?
- (इ) ज्याकेट किन्दा कति रकम छुट पाइने रहेछ ?
- (ई) ज्याकेटको विक्रय मूल्य कति हो ?
- (उ) ज्याकेटको सुरुको मूल्य र किन्दा तिर्नुपर्ने मूल्यविच तुलना गर्नुहोस् ।

समूह (ख)

- (अ) टिस्टर्टको अङ्गकित मूल्य कति रहेछ ?
- (आ) टिस्टर्ट किन्दा कति प्रतिशत छुट दिइएको रहेछ ?
- (इ) टिस्टर्ट किन्दा कति रकम छुट पाइने रहेछ ?
- (ई) टिस्टर्टको विक्रय मूल्य कति हो ?
- (उ) टिस्टर्टको सुरुको मूल्य र किन्दा तिर्नुपर्ने मूल्यविच तुलना गर्नुहोस् ।

समूह (ग)

- (अ) जुताको अङ्गकित मूल्य कति रहेछ ?
- (आ) जुता किन्दा कति रकम छुट पाइने रहेछ ?
- (इ) जुताको विक्रय मूल्य कति हो ?
- (ई) जुता किन्दा कति प्रतिशत छुट दिइएको रहेछ ?
- (उ) ज्याकेटको सुरुको मूल्य र किन्दा तिर्नुपर्ने मूल्यविच तुलना गर्नुहोस् ।

समूह (घ)

- (अ) प्यान्टको अङ्गकित मूल्य कति रहेछ ?
- (आ) प्यान्ट किन्दा कति प्रतिशत छुट दिइएको रहेछ ?
- (इ) प्यान्ट किन्दा कति रकम छुट पाइने रहेछ ?
- (ई) प्यान्टको विक्रय मूल्य कति हो ?

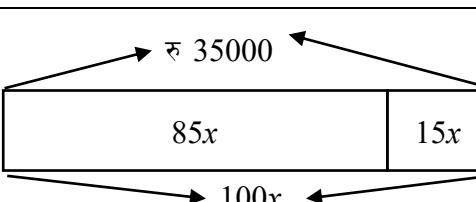
- (उ) प्यान्टको सुरुको मूल्य र किन्दा तिरुपर्ने मूल्यबिच तुलना गर्नुहोस् ।
 (घ) एउटा समूहले समाधान अर्को समूहसँग साटेर मिले नमिलेको परीक्षण गर्न लगाउनहोस् ।
 (ड) विद्यार्थीले परीक्षण गरेको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

- (क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्न सोधी कक्षा कार्य गराउनुहोस् ।
 दिइएको तालिकाका आधारमा विक्रय मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

सामग्री	अड्कित मूल्य	छुट प्रतिशत
पलड	रु. 35000	15%

समाधान

पहिलो तरिका	दोस्रो तरिका
<p>पलडको अड्कित मूल्य (MP) = रु. 35000 छुट (D) = 15% विक्रय मूल्य (SP) = ? हामीलाई थाहा छ, छुट रकम = रु. 35000 को 15% $= 35000 \times \frac{15}{100}$ $= \text{रु. } 5250$ वि. मू. (SP) = अ.मू.(MP) - छुट $= 35000 - 5250$ $= \text{रु. } 29750$</p>	 $100x = 3500$ $\text{or, } x = \frac{3500}{100}$ $\text{or, } x = 35$ <p>अतः विक्रय मूल्य = $85x$ $= 85 \times 350$ $= \text{रु. } 29750$</p> <p>∴ पलडको मूल्य रु. 29750 पर्छ ।</p>

- (ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 62 मा भएको प्रश्न न. 1 र 2 समाधान गनुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- विक्रय मूल्य र छुट प्रतिशत दिइएको अवस्थामा अड्कित मूल्य पत्ता लगाउन
- अड्कित मूल्य र विक्रय मूल्य दिइएको अवस्थामा छुट वा छुट प्रतिशत पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

फ्लास कार्डहरू, चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 59 मा भएको उदाहरण 2 वा यस्तै प्रश्न निर्माण गरी छलफलबाट समाधान गराउनुहोस् ।

समस्या

दिइएको तालिकाका आधारमा अड्कित मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

सामग्री	विक्रय मूल्य	छुट प्रतिशत
ल्यापटप	रु. 135000	10%

समाधान

पहिलो तरिका	दोस्रो तरिका
<p>ल्यापटपको विक्रय मूल्य (SP) = रु. 135000 छुट (D) = 10% अङ्गकित मूल्य (MP) = x हामीलाई थाहा छ, वि. मू. (SP) = अ.मू. (MP) - अ.मू. को छुट % Or, $135000 = x - x \times 10\%$ Or, $135000 = x - \frac{10x}{100}$ Or, $135000 = \frac{100x - 10x}{100}$ Or, $135000 \times 100 = 90x$ Or, $x = \frac{135000 \times 100}{90}$ $\therefore x = 150000$ ∴ ल्यापटपको अङ्गकित मूल्य रु. 1,50,000 रहेछ।</p>	<p>रु. 135000 $90x$ $10x$ $100x$</p> <p>Or, $90x = 135000$ $Or, x = \frac{135000}{90}$ $Or, x = 1500$ अब अङ्गकित मूल्य (SP) = $100x$ $= 100 \times 1500$ $= 150000$ \therefore ल्यापटपको अङ्गकित मूल्य रु. 1,50,000 रहेछ।</p>

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्न सोधी कक्षा कार्य गराउनुहोस्।
 दिइएको तालिकाका आधारमा छुट प्रतिशत पत्ता लगाउनुहोस् :

सामग्री	अङ्गकित मूल्य	विक्रय मूल्य
किताब	रु. 575	रु. 460

समाधान

किताबको अङ्गकित मूल्य (MP) = रु. 575
 विक्रय मूल्य (SP) = रु. 460
 छुट प्रतिशत = ?
 हामीलाई थाहा छ,
 छुट रकम = अङ्गकित मूल्य - विक्रय मूल्य
 $= 575 - 460$
 $= 115$

(ख) छुट प्रतिशत पत्ता लगाउने सूत्र के हो भनी विद्यार्थीलाई मस्तिष्क मन्थन गराउनुहोस्।

$$\begin{aligned}
 \text{छुट प्रतिशत} &= \frac{\text{discount}}{\text{MP}} \times 100\% \\
 &= \frac{115}{575} \times 100\% \\
 &= 20\%
 \end{aligned}$$

(ग) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस्।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई तलका जस्तै प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस्।

तल दिइएको अङ्गकित मूल्य र विक्रय मूल्यका आधारमा छुट प्रतिशत निकाल्नुहोस् :

सामग्रीहरू (Items)	अड्कित मूल्य (Marked Price)	विक्रय मूल्य (Selling Price)
आइरन	रु. 1800	1530
टेलिफोन सेट	रु. 2500	2200

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 62 मा भएको प्रश्न न.3 र 4 समाधान गर्नुहोस् ।

चौथो, पाँचौं र छैठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- छुट प्रतिशत समावेश भएका नाफा र नोक्सानसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न
- छुट प्रतिशत समावेश भएका नाफा र नोक्सानसम्बन्धी परियोजना कार्य गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्न लेखनका लागि ससाना चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई तीन समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा प्रश्न सोधी कक्षा कार्य गराउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समूह A : एउटा भोलाको अड्कित मूल्य रु. 1800 छ । यदि पसलेले 25% छुट दिन्छ भने सो भोला किन्दा ग्राहकले कति रकम तिर्नुपर्ला ?

समूह B : रमिताले एउटा घडी 18% छुटमा किन्दा रु.2460 मा किनिन् भने सो घडीको अड्कित मूल्य कति होला, पता लगाउनुहोस् ।

समूह C : एउटा पसलेले स्विटरको अड्कित मूल्य रु. 6500 राखेको छ । यदि आर्यनले उक्त स्विटर रु. 5000 मा किन्यो भने कति प्रतिशत छुट पायो होला ?

(ख) विद्यार्थीले गरेको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा थप सहायता गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 63 मा भएको प्रश्न न. 7 वा यस्तै अर्को प्रश्नमा छलफल गर्दै समाधान गरी दिनुहोस् ।

प्रश्न

एउटा पसलेले रु 1400 मा टर्च किने छन् । त्यस टर्चको अड्कित मूल्य क्रय मूल्यको 40% ले बढी तोक्यो । यदि पसलेले उक्त टर्चलाई 20% छुटमा बेच्यो भने,

(क) उक्त टर्चको अड्कित मूल्य कति होला ?

(ख) क्रेताले कति रुपियाँ छुट पायो ?

(ग) पसलेले कति रुपियाँमा उक्त टर्च बेच्यो ?

(घ) पसलेले उक्त टर्चवाट कति रुपियाँ नाफा वा नोक्सान भयो, पता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

टर्चको क्रय मूल्य (CP) = रु. 1400

प्रश्नानुसार,

(क) अङ्कित मूल्य (MP) = क्रय मूल्य + क्रय मूल्य को 40%

$$= 1400 + 1400 \times \frac{40}{100}$$

$$= 1400 + 560$$

$$= \text{रु. } 1960$$

(ख) छुट (D) = ?

हामीलाई थाहा छ ,

छुट = अङ्कित मूल्य को छुट प्रतिशत

$$= \text{रु. } 1960 \times \frac{20}{100}$$

$$= \text{रु. } 392$$

(ग) विक्रय मूल्य (SP) = ?

हामीलाई थाहा छ ,

$$\begin{aligned} \text{वि. मू. (SP)} &= \text{अ.मू. (MP)} - \text{छुट} \\ &= 1960 - 392 \\ &= \text{रु. } 1568 \end{aligned}$$

(घ) यहाँ, टर्चको क्रय मूल्यभन्दा विक्रय मूल्य बढी भएकाले नाफा हुन्छ ।

हामीलाई थाहा छ ,

$$\begin{aligned} \text{नाफा} &= \text{वि. मू. (SP)} - \text{क्रय मूल्य (CP)} \\ &= 1568 - 1400 \\ &= \text{रु. } 168 \end{aligned}$$

मूल्यांकन

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 63 मा भएको प्रश्न न. 8 वा यस्तै प्रश्न कक्षा कार्य दिई विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।

एउटा मोबाइलको क्रय मूल्य रु 21000 छ । त्यस मोबाइलको अङ्कित मूल्य क्रय मूल्यको 30% ले बढी छ । यदि पसलेले उक्त टर्चलाई 20% छुटमा बेच्यो भने,

(क) उक्त मोबाइलको अङ्कित मूल्य कति होला ?

(ख) क्रेताले कति रुपियाँ छुट पायो ?

(ग) पसलेले कति रुपियाँमा उक्त मोबाइल बेच्यो ?

(घ) पसलेले उक्त मोबाइलबाट कति प्रतिशत नाफा गर्यो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाँचौं दिन

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको प्रश्न सोधी छलफलका माध्यमबाट समाधान गराउनुहोस् ।

एउटा सुपरमार्केटमा दसैँ तिहारको समयको मोबाइल र ल्यापटपको अङ्कित मूल्य तल देखाइएको छ ।

(अ) रु.20000 पर्ने मोबाइल छुटपछि रु 17000 मा किन्न सकिने रहेछ भने मोबाइलमा कति छुट दिइएको रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) ल्यापटपमा 20% छुट दिई बेच्दा कति रकम छुट पाउँछन, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) ल्यापटप 20% छुटमा बेच्दा 15% नाफा भयो भने उक्त ल्यापटपको क्रय मूल्य कति रहेछ ?

(ई) एउटा पसलेले 20% छुटपछि किनेको उक्त ल्यापटपमा 10% नाफा राखेर बेच्ने हो भने उक्त ल्यापटपको विक्री मूल्य कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।



RS. 20000



RS. 86250

मूल्याङ्कन

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 64 मा भएको प्रश्न न. 10 वा यस्तै प्रश्न कक्षा कार्य दिई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।

रहमानले एउटा सुटकेसको अड्कित मूल्य रु. 6000 तोक्यो । यदि उसले 15% छुट दिएर बेच्दा उसलाई रु. 500 नाफा भयो भने,

(क) कति रुपियाँ छुट दियो ?

(ख) कति रुपियाँमा उक्त कम्प्युटर बेच्यो ?

(ग) रहमानले कति रुपियाँमा उक्त सुटकेस किनेको रहेछ ?

(घ) उसलाई उक्त सुटकेसबाट कति प्रतिशत नाफा भयो, पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

तपाईंको घरमा दैनिक रूपमा प्रयोग हुने कुनै 5 ओटा सामानको विवरण तयार गर्नुहोस् । ती विवरणका आधारमा नजिकैको पसलमा गई तिनीहरूको अड्कित मूल्य, विक्रय मूल्य र छुट पत्ता लगाउनुहोस् । त्यसपछि ती जानकारीबाट नाफा वा नोक्सान के भयो, पत्ता लगाई त्यसको प्रतिशतसमेत निकालेर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पेज न. 63 मा भएको प्रश्नहरूमा अभ्यास गर्नुहोस् ।

छैटौँ दिन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

परियोजना कार्य

तपाईंको घरमा दैनिक रूपमा प्रयोग हुने कुनै पाँचओटा सामानको विवरण तयार गर्नुहोस् । ती विवरणका आधारमा नजिकैको पसलमा गई तिनीहरूको अड्कित मूल्य, विक्रय मूल्य र छुट पत्ता लगाउनुहोस् । ती सामानलाई कति कतिमा किन्तु भएको रहेछ ? परिवारका सदस्यलाई सोधेर टिपोट गर्नुहोस् । त्यसपछि ती जानकारीबाट नाफा वा नोक्सान के भयो, पत्ता लगाई त्यसको प्रतिशत समेत निकालेर कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(क) विद्यार्थीलाई पालैपालो परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस् ।

(ग) परियोजनाको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) गणितीय ज्ञानको शुद्धताको मूल्याङ्कनका लागि रुक्रिक्स बनाई मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ ६

ऐकिक नियम (Unitary Method)

१. परिचय

एकाइ परिमाणको मान पत्ता लगाएर वा एकाइ परिमाणको मान थाहा भएको अवस्थामा उस्तै आवश्यक परिमाणहरूको मान पत्ता लगाउने गणितीय विधिलाई ऐकिक नियम भनिन्छ। त्यस्तै दुईओटा चरहरूमा यदि एउटा चरको मान परिवर्तन हुँदा अर्को चरको मान पनि परिवर्तन हुन्छ भने ती चरहरू विचरणमा छन् भन्न सकिन्छ। यस पाठमा दैनिक जीवनमा प्रयोग हुने क्रियाकलापको उदाहरणबाट विद्यार्थीलाई तीनओटा चरको समस्यासँग परिचित गराई प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणको नियमबाट समस्या समाधान सिपको विकास गराउन सकिन्छ। यस पाठमा हासिल हुने सिकाइ उपलब्धि निम्नानुसार छन् :

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणको प्रयोग गरी तीनओटा सम्म चल समावेश भएका समस्या समाधान गर्न यस पाठको लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ :

क्र.स.	विषयवस्तु	अनुमानित घण्टा	पृष्ठसङ्ख्या
1.	प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणको अवधारणा	1	
2.	दुईओटा चर भएका समस्या समाधानमा प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणको प्रयोग	2	
3.	तीनओटा चर भएका समस्या समाधानमा प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणको प्रयोग	4	
4.	परियोजना कार्य	1	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

- अनुपात र समानुपातसम्बन्धी नियमहरू

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणमा चरहरूको अनुपात लिँदा एउटै तरिका वा विपरीत तरिकाले लिने

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणको अवधारणामा स्पष्ट हुन
- प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरण छुटूट्याउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 65 को पुनरवलोकन अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्न लिखित प्रश्नहरूमाथि छलफल गराउनुहोस्।

- (अ) समय बढाउदै जादा बसले पार गरेको दुरी के भएको छ ?
- (आ) बसले पार गरेको दुरी र समयबिच कस्तो सम्बन्ध रहेको छ ?
- (इ) समय घटाउदै जादा काम पूरा गर्न आवश्यक पर्ने मानिसको सङ्ख्या के भएको छ ?
- (ई) कुनै काम गर्न लाग्ने दिन र कामदारको सङ्ख्याबिच कस्तो सम्बन्ध रहेको छ ?

निष्कर्ष : दुईओटा चरहरूमध्ये एउटा चरमा वृद्धि वा कमी हुँदा अर्को चरमा पनि सोही अनुपातमा वृद्धि वा कमी हुन्छ भने यसलाई प्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ । त्यसै गरी एउटा चरमा वृद्धि हुँदा अर्को चरमा पनि सोही अनुपातमा कमी हुन्छ र एउटा चरमा कमी हुँदा अर्को चरमा पनि सोही अनुपातमा वृद्धि हुन्छ भने यसलाई अप्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई दुई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) दुवै समूहलाई एक एकओटा समूहमा दिएर दिइएका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

समूह A

सुन्तलाको सङ्ख्या	15	10	8	5	4	1
मूल्य (रु.)	300	200	?	100	80	?

- (अ) सुन्तलाको सङ्ख्या बढाउदा मूल्यमा के असर पर्दै ?
- (आ) 1 ओटा सुन्तलाको मूल्य कति पर्दै ?
- (इ) 10 ओटा सुन्तलाको मूल्य कति पर्दै ?
- (ई) 5 ओटा सुन्तलाको मूल्य कति पर्दै ?
- (उ) सुन्तलाको सङ्ख्या घटाउदा मूल्यमा के असर पर्दै ?
- (ऊ) माथिका प्रश्नको छलफलका आधारमा दिइएको समस्या कुन विचरणमा पर्दै ?

समूह B

काम पूरा गर्न लाग्ने दिन	2	4	3	6	9	1
कामदारको सङ्ख्या	18	9	?	6	4	?

- (अ) कामदारको सङ्ख्या बढाउदा काम पूरा गर्न लाग्ने समय घटेको छ कि बढेको छ ?
- (आ) कामदारको सङ्ख्या घटाउदै जादा काम पूरा गर्न लाग्ने समय घटेको छ कि बढेको छ ?
- (इ) 4 दिनमा काम पूरा गर्न कति कामदारको आवश्यकता पर्दै ?
- (ई) 6 दिनमा काम पूरा गर्न कति कामदारको आवश्यकता पर्दै ?

(उ) १ दिनमा काम पूरा गर्न कति कामदारको आवश्यकता पर्छ ?

(ऊ) माथिका प्रश्नको छलफलका आधारमा दिइएको समस्या कुन विचरणमा पर्छ ?

समूह A को निष्कर्ष

सुन्तलाको परिमाण बढौं जादा रकम बढौं गएको र सुन्तलाको परिमाण घटौं जादा खाजा रकम पनि घटौं गएको छ । अर्थात् एउटा चलराशि (सुन्तलाको परिमाण) बढदा अर्को चलराशि (रकम) बढौं जाने वा एउटा चलराशि (सुन्तलाको सङ्ख्या) घटदा अर्को चलराशि (रकम) घटौं जानुलाई प्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ ।

समूह B को निष्कर्ष

कामदारको सङ्ख्या बढौं जादा काम पूरा गर्न लाग्ने दिन घटौं गएको र कामदारको सङ्ख्या घटौं जादा काम पूरा गर्न लाग्ने दिन बढौं गएको छ । अर्थात् एउटा चलराशि (कामदार सङ्ख्या) बढदा अर्को चलराशि-काम पूरा गर्न लाग्ने दिन घटौं जानुलाई अप्रत्यक्ष विचरण भनिन्छ ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

(क) तलका तथ्यहरू प्रत्यक्ष विचरण वा अप्रत्यक्ष विचरण के हुन् छुट्टयाउनुहोस् ।

(अ) सिसाकलमको सङ्ख्या र मूल्य

(आ) कामदारको सङ्ख्या र काम पूरा गर्न लाग्ने समय

(इ) मोटरसाइकलको गति र यसले पार गर्ने दुरी

(ई) बसको गति र निश्चित दुरी पार गर्न लाग्ने समय

(ख) एउटा चरमा बृद्धि हुँदा अर्को चरमा पनि सोही अनुपातमा कमी हुन्छ भने त्यसलाई के भनिन्छ ?

(ग) एउटा चरको मान घटदा अर्को चरको पनि मान घट्छ भने त्यसलाई के भनिन्छ ?

(घ) प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणमा के फरक छ ?

गृहकार्य

तलका तथ्यहरू प्रत्यक्ष विचरण (Direct Variation) भए D र अप्रत्यक्ष विचरण (Indirect Variation) भए I चिह्न लगाउनुहोस् :

(क) वृत्तको व्यासको लम्बाई र त्यसको परिधिको नापिचको सम्बन्ध

(ख) छात्रावासमा भएका विद्यार्थी सङ्ख्या र निश्चित रासनले खानपुग्ने दिनिचको सम्बन्ध

(ग) निश्चित समय र निश्चित व्याजदरमा जम्मा गरिएको सावाँ र व्याजचिको सम्बन्ध

(घ) यातायातका साधनको गति र त्यसले पार गरेको दुरीचिको सम्बन्ध

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुईओटा चर समावेश भएका प्रत्यक्ष विचरणको प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्न लेखनका लागि चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

(क) विद्यार्थीलाई तलका प्रश्न वा यस्तै अरु प्रश्न सोधी अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(अ) प्रत्यक्ष विचरणमा चरहरूचिको अनुपातलाई कसरी प्रयोग गरिन्छ ?

(आ) मोबाइलको व्याट्रीको चार्ज र प्रयोग गरेको समय कस्तो प्रकारको विचरण हो ?

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 66 मा रहेको क्रियाकलाप 1 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्न लिखित प्रश्नहरू माथि छलफल गराउनुहोस्।

(अ) एउटा सिसाकलमको मूल्य भार्गव र भूमिकामध्ये कसलाई

बढी पर्यो ?

(आ) भार्गवसँग भएको सिसाकलम र भूमिकासँग भएको

सिसाकलमको अनुपात कति होला ?

(इ) भार्गवले तिरेको 10 ओटा सिसाकलमको मूल्य र भूमिकाले तिरेको 8 ओटा सिसाकलमको मूल्यको अनुपात कति होला ?

(ई) के सिसाकलमको सङ्ख्याको अनुपात र सिसाकलमको मूल्यको अनुपात बराबर छन् ?

(उ) यदि भूमिकाले 12 ओटा सिसाकलम किनेकी भए कति रुपैया तिर्नुपर्ने थियो ?

(ऊ) यदि भार्गवले 12 ओटा सिसाकलम किनेकी भए कति रुपैया तिर्नुपर्ने थियो ?

निष्कर्ष: प्रत्यक्ष विचरणका चरहरू समानुपातमा हुन्छन्।

क्रियाकलाप 1

तलको चित्रमा भार्गव र भूमिकाले किनेको सिसाकलम र त्यसको मूल्य दिइएको छ। यसैका आधारमा तलका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् :

10 ओटा सिसाकलमको मूल्य रु. 150



भार्गव

8 ओटा सिसाकलमको मूल्य रु. 120



भूमिका

क्रियाकलाप 2

(क) सङ्ख्याका आधारमा विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गरी प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा समस्या भएको फ्लास कार्ड बाँड्नुहोस्।

समस्या : यदि 4 दर्जन कलमको मूल्य रु. 576 पर्छ भने रु. 228 मा कतिओटा कलम किन्तु सकिन्छ ?

(ख) दिइएको समस्या समाधान गर्न निम्नानुसारका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) 48 ओटा कलमको मूल्य रु. 576 पर्छ भने 1 ओटा

कलमको मूल्य धेरै हुन्छ कि थोरै?

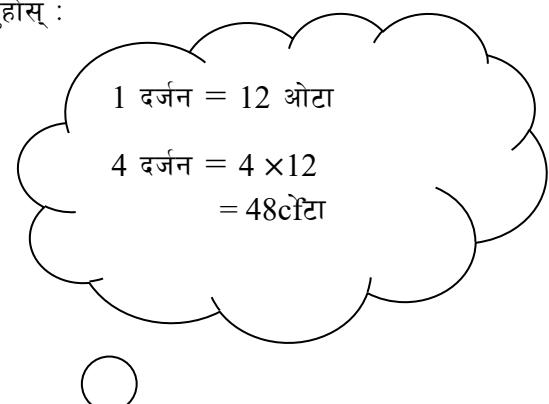
(आ) थोरै हुन्छ भने गुणन गर्ने कि भाग गर्ने ?

यहाँ,

रु. 576 मा 48 ओटा कलम पाइन्छ ।

रु. 1 मा $\frac{48}{576}$ ओटा कलम पाइन्छ ।

$$\text{रु. } 228 \text{ मा } \frac{48}{576} \times 228 = 19 \text{ ओटा कलम पाइन्छ ।}$$



वैकल्पिक तरिका

(अ) यहाँ चल राशिहरू के के हुन् ? (कलमको सङ्ख्या र कलमको मूल्य)

(आ) 4 दर्जन कलममा कतिओटा कलम हुन्छ ? ($4 \times 12 = 48$)

(इ) यस प्रश्नमा पत्ता लगाउनु पर्ने के हो ? (228 ओटा कलमको मूल्य) ○

समाधान

यहाँ,

कलमको सङ्ख्या	कलमको मूल्य (रु.)
48	576
X (मानौं)	228

कलमको सङ्ख्या र कलमको मूल्यबीच प्रत्यक्ष विचरण भएकाले

$$\frac{48}{x} = \frac{576}{228} [\because \text{प्रत्यक्ष विचरणका चरहरू समानुपातमा हुन्छन्.]$$

$$\Rightarrow 48 \times 228 = x \times 576$$

$$\Rightarrow x = \frac{48 \times 228}{576}$$

$$\therefore x = 19$$

तसर्थ, रु. 228 मा 19 ओटा कलम किन्त सकिन्छ ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई कक्षा कार्यको लागि निम्नानुसारको समस्या दिनुहोस् ।

समस्या: यदि एउटा बस 40 km प्रति घण्टाको दरले गुड्दा कुनै दुरी 4 घण्टामा पूरा गर्दछ । यदि उक्त बसको गति बढेर 50 km प्रति घण्टा भयो भने उक्त दुरी पार गर्न कति समय लाग्छ ?

(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार सुझाव दिनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

बसको गति (km/hr)	समय (घण्टा)
40	4
50	x (मानौ)

बसको गति र निश्चित दुरी पार गर्न लाग्ने समयबिच प्रत्यक्ष विचरण भएकाले

$$\begin{aligned} \frac{40}{50} &= \frac{4}{x} \\ \Rightarrow 40 \times x &= 50 \times 4 \\ \Rightarrow x &= \frac{50 \times 4}{40} \\ \therefore x &= 5 \end{aligned}$$

तसर्थ, उक्त दुरी पार गर्न 5 घण्टा लाग्छ ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पुस्तकको सङ्ख्या	मूल्य (रु.)
x	y

(क) माथिको चित्रले कुन विचरण जनाउँछ ?

सिपाहीको सङ्ख्या	रासन (कि.ग्रा.)
x	y

(ख) माथिको चित्रले कुन विचरण जनाउँछ ?

(ग) एक जना धावकले 45 मिनेटमा 18 km दौड पूरा गर्न सक्छ, भने 30 km दुरी पार गर्न कति समय लाग्ना ? पता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको समस्या सोधी कक्षाकार्य गराउनुहोस् ।

समस्या: ओटा 5 ओटा कापी र 4 ओटा कलमको मूल्य रु. 330 पर्छ । यदि एउटा कापीको मूल्य रु. 50 भए एउटा कलमको मूल्य कति होला ?

समाधान

यहाँ,

5 ओटा कापी र 4 ओटा कलमको जम्मा मूल्य = रु. 330

1 ओटा कापीको मूल्य = रु. 50

5 ओटा कापीको मूल्य = रु. $5 \times 50 =$ रु. 250

अब,

4 ओटा कलमको मूल्य = जम्मा मूल्य - 5 ओटा कापीको मूल्य

$$= \text{रु.}(330 - 250)$$

$$= \text{रु.} 80$$

4 ओटा कलमको मूल्य = रु. 80

1 ओटा कलमको मूल्य = ? = $\frac{80}{4} =$ रु. 20

\therefore 1 ओटा कलमको मूल्य रु. 20 पर्छ ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको प्रश्न सोधी समाधान गर्न लगाई मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(क) 3 ओटा कुर्सी र 4 ओटा टेबुलको जम्मा मूल्य रु. 7,540 पर्छ । यदि एउटा कुर्सीको मूल्य रु. 220

पर्छ भने एउटा टेबुलको मूल्य पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) 5 ओटा गाई र 2 ओटा गोरुको जम्मा मूल्य रु. 1,35,000 छ । यदि एउटा गोरुको मूल्य रु. 17,500 भए
एउटा गाईको मूल्य कति होला ?

गृहकार्य

(क) एउटा मालबाहक ट्रक 48km प्रति घण्टाले गुड्डा कुनै दुरी 6 घण्टामा पूरा गर्दछ । यदि उक्त ट्रकको गति
घटेर 36km प्रति घण्टा भयो भने उक्त दुरी कति घण्टामा पार गर्ला ?

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अप्रत्यक्ष विचरणको प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्न लेखनका लागि चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) उपस्थित विद्यार्थीमध्ये रूढ सङ्ख्या रोल न. भएका विद्यार्थीलाई अप्रत्यक्ष विचरणको एक एकओटा उदाहरण भन्न लगाई मस्तिष्क मन्थन गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 74 मा रहेको उदाहरण 3 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमाथि छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) कामदारको सङ्ख्या र काम पूरा गर्न लाने समय कस्तो प्रकारको विचरण हो ?

(आ) कामदारको सङ्ख्या घट्दा कार्य दिनमा कस्तो असर पर्छ ?

(इ) कामदारको सङ्ख्या र कार्यदिनको अनुपात एउटै तरिकाले लिइन्छ कि विपरीत तरिकाले ?

(ई)

कामदारको सङ्ख्या	कार्य दिन
a	b

माथिको चित्रले कुन विचरण जनाउँछ ?

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई अप्रत्यक्ष विचरणसँग सम्बन्धित प्रश्न लेखिएको चार्टपेपर प्रस्तुत गर्नुहोस् र समाधानका लागि आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

कुनै एउटा व्यारेकमा 4000 जना सिपाहीलाई 1 महिना पुग्ने रासन छ । उक्त रासन 48 दिनलाई पुऱ्याउन कति जना सिपाहीलाई अन्यत्र सार्नुपर्ना ?

(ख) शिक्षकले विद्यार्थीलाई देहायका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) 30 दिनका लागि 4000 जना सिपाहीलाई पुग्ने रासन छ भने 1 दिनका लागि धेरै सिपाहीलाई पुऱ्छ कि थोरै सिपाहीलाई ? (धेरै सिपाहीलाई)

(आ) धेरै सिपाहीलाई हो भने गुणन गर्ने कि भाग गर्ने ? (गुणन गर्ने)

(इ) 1 दिनलाई 12000 जनालाई पुग्ने रासन छ भने 48 दिनको लागि धेरैलाई पुऱ्छ कि थोरै जनालाई ? (थोरै जनालाई)

(ई) थोरै हुन्छ भने गुणन गर्ने कि भाग गर्ने ? (भाग गर्ने)

समाधान

यहाँ,

30 दिनका लागि 4000 जना सिपाहीलाई पुग्ने रासन छ ।

1 दिनका लागि $30 \times 4000 = 12000$ जना सिपाहीलाई पुग्ने रासन छ ।

48 दिनका लागि $\frac{12000}{48} = 2500$ जना सिपाहीलाई पुग्ने रासन छ ।

[व्यारेकमा 4000 जना सिपाही छ र रासन 2500 जनालाई मात्र पुऱ्छ भने कति जना सिपाहीलाई अन्यत्र सार्नुपर्छ ? यसका लागि के गर्नेघटाउने]

$$\therefore \text{अन्यत्र सार्नुपर्ने सिपाहीको सङ्ख्या} = 4000 - 2500 = 1500$$

अर्को तरिका,

यो समस्यालाई समस्या समाधान विधिको प्रयोगद्वारा समाधान गरिएको छ ।

समस्याको बुझाइ

(अ) विद्यार्थीलाई प्रश्न पढ्न लगाउनुहोस् ।

(आ) शिक्षकले विद्यार्थीलाई प्रश्नमा दिइएको सूचना र पत्ता लगाउनु पर्ने विषयवस्तु टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

व्यारेकमा कति जना सिपाही छन् ? (4000 जना)

4000 जना सिपाहीलाई कति दिन पुग्ने रासन छ ? (1 महिना = 30 दिन)

त्यतिकै रासन कति दिनसम्म पुऱ्याउने पर्ने छ ? (48 दिन)

त्यतिकै रासन 48 दिन सम्म पुऱ्याउन के गर्नुपर्छ ? (सिपाही सङ्ख्या घटाउनुपर्छ)

दोस्रो चरण: समस्याको योजना

(अ) सिपाहीको सङ्ख्या बढाउ रासन पुग्ने दिन बढाउ कि घट्छ ? सिपाहीको सङ्ख्या घटाउ रासन पुग्ने दिन बढाउ कि घट्छ ? जस्ता प्रश्न सोधी दिइएको समस्या प्रत्यक्ष वा अप्रत्यक्ष कस्तो विचरण हो पत्ता लगाउन भन्नुहोस् । यसैका आधारमा सिपाहीको सङ्ख्या बढाउ रासन पुग्ने दिन घट्ने र सिपाहीको सङ्ख्या घटाउ रासन पुग्ने दिन बढ्ने हुनाले यो अप्रत्यक्ष विचरण हो । त्यसैले,

पहिला तालिका बनाएर एउटा बाण चिह्न तल र अर्को बाण चिह्न माथि फकाई सोहीअनुसार लेख्नुपर्छ ।

सिपाहीको सङ्ख्या	दिन
4000	30
x (मानौं)	48

तेस्रो चरण: समस्याको कार्यान्वयन

सिपाहीको सझ्या र रासन पुग्ने दिनबिच अप्रत्यक्ष विचरण भएकाले ,

$$\begin{aligned}\frac{4000}{x} &= \frac{48}{30} \\ \Rightarrow 4000 \times 30 &= x \times 48 \\ \Rightarrow x &= \frac{4000 \times 30}{48} \\ \therefore x &= 2500\end{aligned}$$

[व्यारेकमा 4000 जना सिपाही छ र रासन 2500 जनालाई मात्र पुग्छ भने कति जना सिपाहीलाई अन्यत्र सार्नुपर्छ ? यसका लागि के गर्नेघटाउने]

\therefore अन्यत्र सार्नुपर्ने सिपाहीको सझ्या $= 4000 - 2500 = 1500$

माथिको जस्तै गरी विद्यार्थीलाई योजनाको कार्यान्वयन गर्न लगाउनुहोस् ।

चौथो चरण : फर्केर हेर्ने

(क) विद्यार्थीलाई माथिको समस्या र समाधान फेरि एक पटक समूहमा छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्यांकन

निम्न लिखित प्रश्न विद्यार्थीलाई समाधान गर्न लगाइ मूल्यांकन गराउनुहोस् ।

(अ) कुनै काम पूरा गर्न 15 जनालाई 24 दिन लाग्छ भने उक्त काम 18 दिनमा सक्न थप कति कामदारको आवश्यकता पर्छ ?

समाधान

24 दिनमा कुनै काम सक्न 15 जनाको आवश्यकता पर्छ ।

1 दिनमा कुनै काम सक्न $15 \times 24 = 360$ जनाको आवश्यकता पर्छ ।

18 दिनमा कुनै काम सक्न $\frac{360}{18} = 20$ जनाको आवश्यकता पर्छ ।

अर्को तरिका,

कामदारको सझ्या	कार्य दिन
15	24
x (मानौं)	18

कामदारको सझ्या र कार्यदिनबिच अप्रत्यक्ष विचरण भएकाले,

$$\begin{aligned}\frac{15}{x} &= \frac{18}{24} \\ \Rightarrow 15 \times 24 &= x \times 18 \\ \Rightarrow x &= \frac{15 \times 24}{18} \\ \therefore x &= 20\end{aligned}$$

\therefore थप गर्नुपर्ने कामदारको सझ्या $= 20 - 15 = 5$

मूल्यांकन

विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको प्रश्न सोधी समाधान गर्न लगाई मूल्यांकन गर्नुहोस् :

(क)

बसको गति	समय
x	y

माथिको चित्रले कुन विचरण जनाउँछ ?

(ख) कुनै काम पूरा गर्न 12 जनालाई 14 दिन लाग्छ । यदि कामदार थपेर 21 जना बनाइयो भने उक्त काम कति दिनमा सकिएला ?

गृहकार्य

(क) कुनै एउटा व्यारेकमा 200 जना सिपाहीलाई 30 दिन पुग्ने रासन छ । उक्त रासन 40 दिनलाई पुच्चाउन कति जना सिपाहीलाई अन्यत्र सार्नुपर्ना ?

(ख) एउटा मोटरसाइकल 30 km प्रति घण्टाका दरले गुड्डा कुनै दुरी पार गर्न 6 घण्टा लाग्छ । यदि उसलाई 5 घण्टामा उक्त दुरी पार गर्नुपर्यो भने उक्त माटेरसाइकलको गति कतिले बढाउनु पर्ना ?

चौथो र पाँचौ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- तीनओटा चर समावेश भएका प्रत्यक्ष विचरणको समस्या समाधान गर्न शैक्षणिक सामग्री

प्रश्न लेखका लागि चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई दुईओटा चल समावेश भएका प्रत्यक्ष विचरणका समस्या समाधान गर्नमा कुनै कठिनाई भए नभएको यकिन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 67 मा रहेको क्रियाकलाप 2 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमाथि छलफल गराउनुहोस् । आवश्यक परेको ठाँउमा सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) दिइएको उदाहरणमा कतिओटा चरहरू छन् र ती के के हुन् ?

क्रियाकलाप 2

तलको अवस्थाको अध्ययन गरी छलफल गर्नुहोस् :

10 जना मानिसले 20 दिनमा ₹1,60,000 कमाउँछन् भने

(आ) मानिसको सझ्या र आम्दानीबिच कस्तो सम्बन्ध छ ?

(क) 1 जना मानिसले 1 दिनमा कति कमाउँछन् ?

(इ) काम गर्ने दिन र आम्दानीबिच कस्तो सम्बन्ध छ ?

(ख) उही दरले 15 जना मानिसले 10 दिनमा कति कमाउँछन् ?

(ई) पाठ्यपुस्तकमा एकैतिर फर्किएका बाण चिह्नले के जनाउँछ ?

निष्कर्ष

मानिसको सझ्या बढाउनीहरूको आम्दानी पनि बढाउने र मानिसको सझ्या घट्दा आम्दानी पनि घट्छ । तसर्थ, मानिस र आयबिच प्रत्यक्ष सम्बन्ध छ । त्यस्तै मनिसले धेरै दिन काम गर्न्यो भने उसको आम्दानी पनि बढाउने र थोरै दिन काम गरेमा आम्दानी पनि घट्ने हुन्छ । तसर्थ, काम गरेको दिन र आम्दानीबिच प्रत्यक्ष सम्बन्ध हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई निम्नअनुसारको समस्या सोधी छलफलका माध्यमले समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : पाठ्यपुस्तक 30 जना मानिसले एउटा 600 मि.लामो पर्खाल 20 दिनमा बनाउँछन् । 15 जना मानिसले 18 दिनमा त्यस्तै कति मि. लामो पर्खाल बनाउँछन् ।

समाधान

यहाँ,

20 दिनमा 30 जना मानिसले 600 मि. लामो पर्खाल बनाउँछन् ।

(दिन र काम : प्रत्यक्ष विचरण)

1 दिनमा 30 जना मानिसले $\frac{600}{20}$ मि. लामो पर्खाल बनाउँछ ।

(मानिस र काम : प्रत्यक्ष विचरण)

1 दिनमा 1 जना मानिसले $\frac{600}{20 \times 30}$ मि. लामो पर्खाल बनाउँछ ।

(दिन र काम : प्रत्यक्ष विचरण)

18 दिनमा 1 जना मानिसले $\frac{600 \times 18}{20 \times 30}$ मि. लामो पर्खाल बनाउँछ ।

(मानिस र काम : प्रत्यक्ष विचरण)

18 दिनमा 15 जना मानिसले $\frac{600 \times 18 \times 15}{20 \times 30}$ मि. लामो पर्खाल बनाउँछन् ।
 $= 270$ मि. लामो पर्खाल बनाउँछन् ।

अर्को तरिका

यहाँ,

मानिस	दिन	पर्खालको लम्बाइ (मि.)
30	20	600
15	18	x(मानौं)

अब, काम र मानिस : प्रत्यक्ष विचरण, काम र दिन : प्रत्यक्ष विचरण भएकाले,

$$\frac{x}{600} = \frac{15}{30} \times \frac{18}{20}$$

$$\text{or, } x = \frac{15}{30} \times \frac{18}{20} \times 600$$

$$\therefore x = 270$$

अतः 18 दिनमा 15 जना मानिसहरूले 270 मि. लामो पर्खाल बनाउँछन् ।

क्रियाकलाप 3

(क) तल दिइए जस्तै समस्या विद्यार्थीलाई दिनुहोस् ।

समस्या : यदि 48 जना मानिसलाई 30 दिनका लागि 700 के.जी. चामल चाहिए भने

(अ) 40 जना मानिसलाई 36 दिनका लागि कति के.जी. चामल चाहिएला ?

(आ) प्रति के.जी. चामलको मूल्य रु. 60 का दरले 40 जना मानिसलाई 36 दिनको लागि जम्मा मूल्य कति पर्ला ?

(ख) विद्यार्थी तल दिइए जस्तै प्रश्नमा छलफल गराउदै समस्याको समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) दिइएको प्रश्नमा कतिओटा चर छन् ? (3 ओटा)

(आ) ती चरहरू के के हन् ? (मानिस, दिन र चामल)

- (इ) चामलको परिमाण र मानिसको सङ्ख्या कस्तो विचरण हो ? (प्रत्यक्ष विचरण)
 (ई) चामलको परिमाण र दिन कस्तो विचरण हो ? (प्रत्यक्ष विचरण)
 (ग) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

समाधान

(अ) यहाँ,

मानिसको सङ्ख्या	दिन	चामल(के.जी.)
48 ↑	30 ↑	700 ↑
40 ↓	36 ↓	x (मानौं)

चामलको परिमाणसँग मानिसको सङ्ख्या र समय (दिन) को प्रत्यक्ष विचरण भएकाले,

$$\begin{aligned} \frac{700}{x} &= \frac{48}{40} \times \frac{30}{36} \\ \Rightarrow x &= \frac{40}{48} \times \frac{36}{30} \times 700 \\ \Rightarrow x &= 700 \text{ के.जी.} \end{aligned}$$

∴ 40 जना मानिसलाई 36 दिनका लागि 700 के.जी. चामल चाहिन्छ ।

(घ) (आ) को समस्या समाधान गर्न विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरू सोध्नुहोस् ।

- दिइएको प्रश्नमा कतिओटा चर छन् ? (2 ओटा)
- ती चरहरू के के हुन् ? (चामल र मूल्य)
- चामलको परिमाण र मूल्य कस्तो विचरण हो ? (प्रत्यक्ष विचरण)

यहाँ,

चामल (के.जी.)	मूल्य(रु.)
1	60
700 ↓	x (मानौं) ↓

चामलको मात्रा र मूल्यबिच प्रत्यक्ष विचरण भएकाले

$$\begin{aligned} \frac{60}{x} &= \frac{1}{700} \\ \Rightarrow x &= 700 \times 60 \\ \therefore x &= 42000 \end{aligned}$$

तसर्थ, आवश्यक चामलको मूल्य रु. 42000 पर्छ ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(क) 20 जना मानिसहरूले 80 मिटर लामो पर्खाल 8 दिनमा बनाउँछन् भने, 60 मिटरको पर्खाल 24 दिनमा बनाउन कति मानिस चाहिएलान् ?

(ख) इशानले नेपाल बैंक लिमिटेडमा रु. 6,000 तीन वर्षका लागि जम्मा गर्दछन् । उनले तीन वर्षको अन्तमा जम्मा व्याज रु. 1,800 प्राप्त गर्दछन् भने सोही साधारण व्याज दरले 4 वर्षमा रु. 10,000 को कति व्याज प्राप्त गर्नु, पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याको आधारमा उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नहरू बाँझ्नुहोस् ।

समस्या

- 6 जना मानिस र 8 जना केटाले 4 दिनमा 30 रोपनीको बाली काट्न सक्छन् । यदि 4 केटा बराबर 2 मानिसले बाली काट्न सक्ने क्षमता छ भने, 14 जना मानिसले र 8 जना केटाले 8 दिनमा कति रोपनी काट्न सक्लान् ?

2. यदि 25 जना मानिसले 30 दिनमा रु. 5,00,000 कमाउँछन् भने
- (अ) 1 जना मानिसले 1 दिनमा कति कमाउँछन् ?
- (आ) कति जना मानिसले 10 दिनमा रु. 5,00,000 कमाउँछन् ?
- (इ) 25 जना मानिसलाई रु. 1,00,000 कमाउँन कति दिन लाग्ना ?
- (ई) 5 जना मानिसले 40 दिनमा कति कमाउँछन् ?
- (ग) समूहमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै (1) को समस्या समाधानका लागि,
दिइएको प्रश्नमा कतिओटा चर छन् ? (3 ओटा)
ती चरहरू के के हुन् ? (काम गर्ने मान्छे, दिन र रोपनी)
[विद्यार्थीले मानिस, केटा, दिन र रोपनी गरी 4 ओटा भन्न सक्छन्।]
के मानिस र केटाको काम गर्ने क्षमता एकै छ ? (छैन)
कसको काम गर्ने क्षमता बढी छ ? (मानिसको)
4 केटा बराबर कति मानिसले काम गर्न सक्छ ? (2 जना)
8 केटा बराबर कति मानिसले काम गर्न सक्छ ? (4 जना)
8 केटाको सट्टामा 4 जना मानिस राख्न सकिन्छ ? (सकिन्छ)
(घ) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस्।

समाधान

(अ) यहाँ,

$$4 \text{ जना केटाको क्षमता} = 2 \text{ जना मानिसको क्षमता}$$

$$1 \text{ जना केटाको क्षमता} = \frac{2}{4} \text{ जना मानिसको क्षमता}$$

$$8 \text{ जना केटाको क्षमता} = \frac{2}{4} \times 8 = 4 \text{ जना मानिसको क्षमता}$$

मानिस र बालीबिच प्रत्यक्ष कि अप्रत्यक्ष विचरण हुन्छ ? (प्रत्यक्ष)

दिन र बालीबिच प्रत्यक्ष कि अप्रत्यक्ष विचरण हुन्छ ? (प्रत्यक्ष)

मानिसको सडख्या	दिन	बाली(रोपनी)
$(6+4)=10$	4	30
$(14+4)=18$	8	x (मानौं)

जग्गाको क्षेत्रफल (रोपनी) सँग मानिसको सडख्या र दिनको प्रत्यक्ष विचरण भएकाले

$$\begin{aligned} \frac{10}{18} \times \frac{4}{8} &= \frac{30}{x} \\ \Rightarrow x &= \frac{18}{10} \times \frac{8}{4} \times 30 \\ \Rightarrow x &= 108 \text{ रोपनी} \end{aligned}$$

\therefore 14 जना मानिस र 8 जना केटाले 8 दिनमा 108 रोपनी बाली काट्न सक्छन्।

(2) को समाधान

यदि 25 जना मानिसले 30 दिनमा रु. 5,00,000 कमाउँछन् भने

(अ) 1 जना मानिसले 1 दिनमा कति कमाउँछन् ?

यहाँ,

मानिसको सडख्या	दिन	आमदानी (रु.)
25	30	5,00,000
1	1	x (मानौं)

आमदानीसँग मानिसको सडख्या र दिन प्रत्यक्ष विचरण भएकाले,

$$\frac{25}{1} \times \frac{30}{1} = \frac{5,00,0000}{x}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{25} \times \frac{1}{30} \times 5,00,000$$

$$\Rightarrow x = \text{रु. } 666.67$$

\therefore 1 जना मानिसले 1 दिनमा रु. 666.67 कमाउँछ ।

(आ) कति जना मानिसले 10 दिनमा रु. 5,00,000 कमाउँछन् ?

यहाँ,

मानिसको सङ्ख्या	दिन	आमदानी (रु.)
25	30	5,00,000
x (मानौ)	10	5,00,000

मानिसको सङ्ख्या र आमदानी त्यस्तै दिन र आमदानीबिच प्रत्यक्ष विचरण भएकाले

$$\frac{25}{x} \times \frac{30}{10} = \frac{5,00,0000}{5,00,000}$$

$$\Rightarrow x = 25 \times \frac{30}{10}$$

$$\Rightarrow x = 75$$

\therefore 75 जना मानिसले 10 दिनमा रु. 5,00,000 कमाउँछ ।

मूल्यांकन

प्रश्न न. (इ) र (ई) विद्यार्थीलाई अभ्यास गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

(क) 15 जना मानिसले 50 मि. लामो पर्खाल 8 दिनमा बनाउन सक्छन् भने, 16 जना मानिसले 12 दिनमा कति मि. लामो पर्खाल बनाउन सक्छन् ।

छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- तीनओटा चर समावेश भएका अप्रत्यक्ष विचरणको समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

प्रश्न लेखनका लागि चार्टपेपरहरू र फ्लास कार्डहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 71 मा रहेको क्रियाकलाप 3 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नमाथि छलफल गराउनुहोस् ।

एउटा सम्बायका 10 जना मानिस मिलेर 14 दिनमा एउटा बाँसको टहरा निर्माण गरेछन् । त्यसै गरी सोही नापको अर्को टहरा 7 जना मानिसले निर्माण सम्पन्न गर्ने गरी जिम्मा लिएछन् ।

(अ) मानिस र प्रति दिन कार्य घण्टाबिच कस्तो सम्बन्ध छ ?

(आ) दिन र प्रति दिन कार्य घण्टाबिच कस्तो सम्बन्ध छ ?

(इ) पाठ्यपुस्तकको तालिकामा विपरीत दिशातर्फ दिइएको वाण चिह्नले के जनाउँछ ?

(क) यदि पहिलो टहरा निर्माण गर्न उनीहरूले 8 घण्टाका दरले काम गरेका रहेछन् भने दोस्रो टहरा निर्माण कार्य 16 दिनमा सम्पन्न गर्न 7 जना मानिसलाई कति घण्टाका दरले काम गर्नुपर्ला ?

(ख) ती 7 जना मानिसले 8 घण्टाकै दरले काम गरे भने उनीहरूलाई दोस्रो टहरा निर्माण गर्न कति दिन काम गर्नुपर्दछ होला ?

निष्कर्ष

मानिसको सङ्ख्या बढौदै जादाँ उनीहरूले प्रतिदिन काम गर्ने दर (कार्यघण्टा) घट्ने र मानिसको सङ्ख्या घटौदै जादाँ प्रतिदिन काम गर्ने दर बढ्छ । त्यसै दैनिक कार्यघण्टा घटाउँदा काम सम्पन्न गर्न आवश्यक दिन घट्ने र दैनिक कार्यघण्टा बढाउँदा काम सम्पन्न गर्न आवश्यक दिन घट्ने हुन्छ । त्यसै गरी मानिसको सङ्ख्या बढौदा काम पूरा हुन लाग्ने दिन घट्ने र मानिसको सङ्ख्या घट्दा काम पूरा हुन लाग्ने दिन बढ्ने हुन्छ । त्यसैले प्रति दिन काम गर्ने घण्टा र मानिसबिच तथा प्रति दिन काम गर्ने घण्टा र काम पूरा हुन लाग्ने दिनबिच, मानिस र काम पूरा हुन लाग्ने दिनबिच पनि अप्रत्यक्ष विचरण हुन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) निम्नलिखित समस्या लेखिएको चार्टपेपर प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

समस्या : 10 जना मानिसले प्रति दिन 7 घण्टाका दरले 2 दिनमा एउटा सडक निर्माण गर्न सक्छन् भने समान नाप भएको सडक 5 जना मानिसले 14 दिनमा प्रति दिनको कति घण्टाको दरले काम गर्दा निर्माण सम्पन्न गर्न सक्छन् ?

(ख) निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउदै समस्या समाधानमा विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) दिइएको प्रश्नमा कतिओटा चर छन् ? (3 ओटा)

(आ) ती चरहरू के के हुन् ? (काम गर्ने मानिस, दिन र प्रति दिन कार्यघण्टा)

(इ) प्रति दिन कार्यघण्टा र मानिसको सङ्ख्या कस्तो विचरण हो ? (अप्रत्यक्ष विचरण)

(ई) प्रति दिन कार्यघण्टा र दिन कस्तो विचरण हो ? (अप्रत्यक्ष विचरण)

यहाँ,

मानिसको सङ्ख्या	दिन	प्रति दिन कार्यघण्टा
10	2	7
5	14	x (मानौं)

प्रति दिन कार्यघण्टासँग मानिसको सङ्ख्या र दिन अप्रत्यक्ष विचरण भएकाले,

$$\begin{aligned} \frac{x}{7} &= \frac{10}{5} \times \frac{2}{14} \\ \Rightarrow x &= \frac{10}{5} \times \frac{2}{14} \times 7 \\ \therefore x &= 2 \end{aligned}$$

अर्को तरिका,

(क) यहाँ,

10 मानिसले 2 दिनमा काम सकाउन प्रति दिन 7 घण्टाका दरले काम गर्नु पर्छ ।

(मानिस र प्रति दिन काम गर्ने घण्टा अप्रत्यक्ष विचरण)

1 मानिसले 2 दिनमा काम सकाउन प्रति दिन 7×10 घण्टाका दरले काम गर्नु पर्छ ।

(दिन र प्रति दिन काम गर्ने घण्टा अप्रत्यक्ष विचरण)

1 मानिसले 1 दिनमा काम सकाउन प्रति दिन $2 \times 10 \times 7$ घण्टाका दरले काम गर्नुपर्छ ।

(मानिस र प्रति दिन काम गर्ने घण्टा अप्रत्यक्ष विचरण)

5 मानिसले 1 दिनमा काम सकाउन प्रति दिन $\frac{2 \times 10 \times 7}{5}$ घण्टाका दरले काम गर्नुपर्छ ।

(दिन र प्रति दिन काम गर्ने घण्टा अप्रत्यक्ष विचरण)

$$5 \text{ मानिसले } 14 \text{ दिनमा काम सकाउन प्रति दिन } \frac{2 \times 10 \times 7}{5 \times 14} \text{ घण्टाका दरले काम गर्नुपर्छ।}$$

$$= 2 \text{ घण्टाका दरले काम गर्नुपर्छ।}$$

अतः 5 जना मानिसले 14 दिनमा प्रति दिनको 2 घण्टाको दरले काम गर्दा निर्माण सम्पन्न गर्न सक्छन्।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्न सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस्।

एउटा 54 मि. लामो पर्खाल 18 जना मानिसले 10 दिनमा बनाउन सक्छन् भने 66 मि. लामो पर्खाल 22 दिनमा निर्माण सम्पन्न गर्न समान क्षमता भएका मानिस कति जना चाहिएलान् ?

सातौं दिन

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको समस्या दिई कक्षा कार्य गर्न लगाउनुहोस्। विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस्।

समस्या : 24 दिनमा 6 ओटा घरमा रड लगाउन 32 जना मानिस चाहिन्छ भने,

(अ) एक जना मानिसले 6 ओटा घरमा रड लगाउन कति दिन लाग्ला ?

(आ) 8 दिनमा काम पूरा गर्ने हो भने कति जना मानिस थप गर्नुपर्ला ?

(अ) यहाँ,

32 जना मानिसलाई 6 ओटा घरमा रड लगाउन 24 दिन लाग्छ।

$\therefore 1$ जना मानिसलाई 6 ओटा घरमा रड लगाउन 24×32 दिन लाग्छ।

$$= 768 \text{ दिन लाग्छ।}$$

यो समस्यालाई समानुपात प्रयोग गरेर पनि समाधान गर्न सकिन्छ।

मानिस	घर	कार्य दिन
32	6	24
1	6	x (मानौं)

अब,

$$\frac{x}{24} = \frac{32}{1} \times \frac{6}{6}$$

$$\text{or, } x = 32 \times 24$$

$$x = 768$$

तसर्थ, 1 जना मानिसलाई 6 ओटा घरमा रड लगाउन 768 दिन लाग्छ।

(आ) यहाँ,

24 दिनमा 6 ओटा घरमा रड लगाउन 32 जना मानिस चाहिन्छ ।

1 दिनमा 6 ओटा घरमा रड लगाउन 32×24 जना मानिस चाहिन्छ ।

$$8 \text{ दिनमा } 6 \text{ ओटा घरमा रड लगाउन } \frac{32 \times 24}{8} \text{ जना मानिस चाहिन्छ ।}$$

$$= 96 \text{ जना मानिस चाहिन्छ ।}$$

\therefore थप गर्नु पर्ने मानिसको सङ्ख्या $= 96 - 32 = 64$ जना ।

यसलाई समानुपात प्रयोग गरेर पनि गर्न सकिन्छ ।

कार्य दिन	घर	मानिस
24	6	32
8	6	x (मानौं)

अब,

$$\frac{x}{32} = \frac{24}{8} \times \frac{6}{6}$$

$$\text{or, } x = 32 \times 3$$

$$x = 96$$

\therefore थप गर्नु पर्ने मानिसको सङ्ख्या $= 96 - 32 = 64$ जना ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको समस्या (प्रत्यक्ष र अप्रत्यक्ष मिश्रित) दिनुहोस् ।

समस्या : 20 जना मानिसले 40 मि. लामो र 20 मि. चौडा भएको पार्क बनाउन 25 दिन लाग्छ भने, 50 जना मानिसलाई 50 मि. लामो र 40 मि. चौडा भएको पार्क बनाउन कति दिन लाग्ला ?

(ख) विद्यार्थीसँग समस्यामा दिइएको के छ ? निकाल्नु पर्ने के छ ? दिनसँग मानिसको सङ्ख्या र पार्कको क्षेत्रफलको सम्बन्ध प्रत्यक्ष वा अप्रत्यक्ष कस्तो हो छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीसँगको छलफलका आधारमा तालिका बनाई समाधान गरिदिनुहोस् ।

यहाँ,

मानिसको सङ्ख्या	पार्कको क्षेत्रफल	दिन
20	$40 \times 20 = 800 \text{ m}^2$	25
50	$50 \times 40 = 2000 \text{ m}^2$	x (मानौं)

काम गर्ने दिनसँग मानिसको सङ्ख्या र पार्कको क्षेत्रफल अप्रत्यक्ष विचरण भएकाले,

$$\begin{aligned} \frac{x}{25} &= \frac{20}{50} \times \frac{2000}{800} \\ \Rightarrow x &= \frac{20}{50} \times \frac{2000}{800} \times 25 \\ \therefore x &= 4 \end{aligned}$$

अर्को तरिका,

(क) यहाँ,

20 जना मानिसले 800 m^2 को पार्क बनाउन 25 दिन लाग्छ ।

(मानिस र काम गर्ने दिन अप्रत्यक्ष विचरण)

1 जना मानिसले 800 m^2 को पार्क बनाउन 25×20 दिन लाग्छ ।

(दिन र पार्कको क्षेत्रफल प्रत्यक्ष विचरण)

1 जना मानिसले 1 m^2 को पार्क बनाउन $\frac{25 \times 20}{800}$ दिन लाग्छ ।

(मानिस र काम गर्ने दिन अप्रत्यक्ष विचरण)

50 जना मानिसले 1 m^2 को पार्क बनाउन $\frac{25 \times 20}{800 \times 50}$ दिन लाग्छ ।

(दिन र पार्कको क्षेत्रफल प्रत्यक्ष विचरण)

50 जना मानिसले 2000 m^2 को पार्क बनाउन $\frac{25 \times 20 \times 2000}{800 \times 50}$ दिन लाग्छ ।

= 25 दिन लाग्छ ।

अतः 50 जना मानिसले $50 \times 40 = 2000 \text{ m}^2$ पार्क बनाउन 25 दिन लाग्छ ।

मूल्याङ्कन

10 जना सिकर्मीले 20 दिनमा रु. 1,20,000 कमाउँछ भने 1 जना सिकर्मीले 5 दिनमा कति कमाउँछ ? प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

एक जना शिक्षकले कक्षा 8 का विद्यार्थीको दुईओटा समूह बनाउनुभएछ । समूह A मा 10 जना विद्यार्थी राख्नुभएछ भने समूह B मा 12 जना विद्यार्थी राख्नुभएछ । दुवै समूहलाई एकै खालका परियोजना कार्य दिनुभएछ । समूह A ले दैनिक 5 घण्टाको दरले 30 दिनमा काम सम्पन्न गरेछ । समूह B ले 30 दिनमै काम सम्पन्न गर्न दैनिक कति घण्टा काम गर्नुपर्ला ?

आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्यको प्रतिवेदन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

परियोजना कार्य

हाम्रो दैनिक जीवनमा प्रयोग भइरहेका प्रत्यक्ष विचरण र अप्रत्यक्ष विचरणसम्बन्धी 3/ 3 ओटा उदाहरण खोजिगरी टिपोट गर्नुहोस् र उक्त टिपोट कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(क) विद्यार्थीलाई पालैपालो परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस् ।

(ग) परियोजनाको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्यांकन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदन रुब्रिक्सको प्रयोग गरी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

पाठ ७
साधारण व्याज
(Simple Interest)

१. परिचय

मानिसले दैनिक जीवनयापनका क्रममा कुनै बैद्यक तथा वित्तीय संस्थामा रकम जम्मा गर्ने गर्दछन् । केही समयपश्चात् हामीले उक्त रकम निकाल्न चाहेमा बैद्यक तथा वित्तीय संस्थाले केही रकम थप गरेर दिन्छ । यदि हामीले केही रकम बैद्यक तथा वित्तीय संस्थामा ऋण लिएको भए पनि उसलाई केही समयपश्चात् हामीले केही रकम थप गरेर दिनुपर्छ । बैद्यकमा जम्मा गरेको रकमलाई सावाँ, थपिएको रकमलाई व्याज भनिन्छ भने रु. 100 को एक वर्षमा आउने व्याजलाई व्याजदर भनिन्छ । पैसाको लेनदेन (बचत गर्दा वा ऋण लिँदा) गर्दा कसरी व्याजको हिसाब गरिन्छ भनेर पत्ता लगाउन सिकाउनु नै यस पाठको मूल उद्देश्य हो । यो पाठ पढिसकेपछि विद्यार्थी ऐकिक नियम वा सूत्रको प्रयोग गरेर साधारण व्याजसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न सक्षम हुने छन् :

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

- (क) साधारण व्याजसम्बन्धी अवधारणा विकास गर्न
- (ख) साधारण व्याजसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

यस पाठको लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना / पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.स.	विषयवस्तु	अनुमानित घण्टा	पृष्ठसङ्ख्या
1.	सावाँ, समय, व्याजदर, व्याज र मिश्रधनको अवधारणा	1	79-81
2.	साधारण व्याज पत्ता लगाउन ऐकिक नियमको प्रयोग	1	82, 84
3.	साधारण व्याजसम्बन्धी शाब्दिक समस्या	3	84-85
4.	मिश्रधन	2	85-89
5.	परियोजना कार्य	1	90

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान :

- प्रतिशतको अवधारणा, ऐकिक नियम

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा :

- वार्षिक व्याजदर प्रयोग गरेर समस्या समाधान गर्दा समयलाई वर्षमा रूपान्तरण गर्नुपर्छ ।

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- सावाँ, समय, व्याजदर, व्याज र मिश्रधनको अवधारणा बताउन
- व्याज र मिश्रधनका विचको भिन्नता

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई आफ्नो बसोबासको क्षेत्र वरपर बचत समूह वा सहकारी वा बैडक भए नभएको जानकारी लिनुहोस् ।

क्र.स.	संस्थाको नाम
१.	
२.	
३.	
४.	

(ख) ती सङ्घ संस्थाले हामीलाई दिने सेवाका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) अब उपस्थित विद्यार्थीमध्ये कति विद्यार्थी वा विद्यार्थीका परिवारको सदस्यको उल्लिखित संस्थाहरूमा खाता छ ? जानकारी लिई. उनीहरूले त्यहाँबाट लिएको सेवाको टिपोट गर्नुहोस् ।

जस्तै,

गोकुलले कुखुरापालन गर्नका लागि नजिकैको सहकारी संस्थाबाट रु. 2 वर्षका लागि रु.10,000 रकम ऋण लिए । उक्त सहकारीले रु. 100 को 1 वर्षको ब्याज रु. 8 को दरले ब्याज तिर्नुपर्ने सर्त राख्यो भने निम्न प्रश्नहरूको उत्तर माथि छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) गोकुलले सहकारी संस्थाबाट कति रकम ऋण लिएका रहेछन् ?
- (आ) सहकारीमा रु. 100 को 1 वर्षको ब्याज कति तिर्नुपर्छ ?
- (इ) सहकारीमा रु. 1000 को 1 वर्षको ब्याज कति तिर्नुपर्छ ?
- (ई) सहकारीमा रु. 5000 को 1 वर्षको ब्याज कति तिर्नुपर्छ ?
- (उ) सहकारीमा रु. 10000 को 1 वर्षको ब्याज कति तिर्नुपर्छ ?
- (ऊ) सहकारीमा रु. 10000 को 2 वर्षको ब्याज कति तिर्नुपर्छ ?
- (ए) गोकुलले 2 वर्षको अन्त्यमा ऋण लिएको रु.10000 सहित कति रकम सहकारीलाई बुझाउनुपर्ला ?

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई साधारण ब्याजसम्बन्धी एउटा समस्या भएको चार्टपेपर प्रस्तुत गर्नुहोस् र सावाँ, समय, ब्याजदर र ब्याजको अवधारणामा स्पष्ट हुन सहजीकरण गर्नुहोस् ।

समस्या

लालीगुराँस बालक्लबले राष्ट्रिय वाणिज्य बैडकमा 2 वर्षका लागि रु. 6500 जम्मा गरेको छ । 2 वर्षको अन्त्यमा यदि बैडकले रु.7150 बाल क्लबलाई फिर्ता गय्यो भने निम्न प्रश्नहरू माथि छलफल गर्नुहोस् :

- (अ) लालीगुराँस बालक्लबले राष्ट्रिय वाणिज्य बैडकमा जम्मा गरेको रकमलाई के भनिन्छ ?
- (आ) लालीगुराँस बालक्लबले राष्ट्रिय वाणिज्य बैडकमा कति समयको लागि रकम जम्मा गरेको छ ?
- (इ) बैडकले रु. 6500 मा कति रकम थप गरेर बाल क्लबलाई फिर्ता गरेको छ ?
- (ई) बैडकले थप गरेको रकमलाई के भनिन्छ ?
- (उ) बैडकले फिर्ता गरेको रकम रु. 7150 लाई के भनिन्छ ?
- (ऊ) रु.6500 को 2 वर्षको ब्याज रु.650 हुन्छ भने रु. 100 को 1 वर्षको ब्याज कति हुन्छ ?

समाधान

(अ) लालीगुराँस बालक्लबले राष्ट्रिय वाणिज्य बैडकमा जम्मा गरेको रकमलाई सावाँ भनिन्छ ।

- (आ) लालीगुराँस बालकलबले राष्ट्रिय वाणिज्य बैंडकमा 2 वर्षका लागि रकम जम्मा गरेको छ ।
 (इ) बैंडकले रु. 6500 मा रु.650 थप गरेर बालकलबलाई फिर्ता गरेको छ ।
 (ई) बैंडकले थप गरेको रकम रु. 650 लाई ब्याज भनिन्छ ।
 (उ) बैंडकले फिर्ता गरेको रकम रु. 7150 लाई मिश्रधन भनिन्छ ।
 (ऊ) यहाँ,

रु.6500को 2वर्षको ब्याज रु.650 हुन्छ ।

$$\text{रु.1 को 2वर्षको ब्याज } \text{रु.} \frac{650}{6500} \text{ हुन्छ ।}$$

$$\text{रु.1 को 1वर्षको ब्याज } \text{रु.} \frac{650}{6500 \times 2} \text{ हुन्छ ।}$$

$$\text{रु.100 को 1वर्षको ब्याज } \text{रु.} \frac{650 \times 100}{6500 \times 2} = \text{रु. 5 हुन्छ ।}$$



प्रति रु. 100 को 1 वर्षको ब्याजलाई ब्याजदर भनिन्छ ।

माथिको अवस्थामा ब्याजदर 5% हुन्छ । ब्याजदरलाई प्रतिशतमा लेखिन्छ ।

निष्कर्ष

- मूलधन वा सावाँ (Principal - P) : ऋण लिएको वा दिइएको रकम वा वित्तीय संस्थामा बचत गरिएको रकमलाई मूलधन वा सावाँ (Principal - P) भनिन्छ ।
- ब्याज (Interest- I) : सावाँमा कुनै निश्चित अवधिपछि थप हुने रकमलाई ब्याज (Interest- I) भनिन्छ ।
- ब्याजदर (Rate of interest – R) : रु.100 को 1 वर्षको ब्याजलाई नै ब्याजदर (Rate of Interest – R) भनिन्छ ।
- समय (Time- T) : कुनै व्यक्तिले एउटा निश्चित अवधिका लागि ऋण लिएको वा दिइएको हुन्छ । यो निश्चित अवधिलाई समय (Time- T) भनिन्छ ।
- मिश्रधन (Amount – A) : सावाँ र ब्याज गरी एकमुष्ट हुन आउने रकमलाई मिश्रधन भनिन्छ ।

मूल्याङ्कन

तलका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

- (अ) ब्याज भनेको के हो ?
 (आ) सावाँ भनेको के हो ?
 (इ) ब्याजदर भन्नाले के बुझिन्छ ?
 (ई) 30 महिनालाई वर्षमा लेख्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- ऐकिक नियमको प्रयोग गरी साधारण ब्याज पता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकनका लागि विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्नहरू माथि छलफल गराउनुहोस् । आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्नुहोस् ।

नेपाल बैंडकबाट रु. 20,000 ऋण लिएको राजन सप्लायर्सले 5 वर्षपछि जम्मा रु. 27,000 बुझायो । यसका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नहरू सोध्नुहोस् :

(अ) दिइएको प्रश्नमा रु. 20,000, 5 वर्ष र रु. 27,000 ले के के जनाउँछ ?

(आ) राजन सप्लायर्सले कति रकम व्याज बुझायो ?

(इ) नेपाल बैंडकले कति व्याजदरमा ऋण दिइएको छ ?

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई ऐकिक नियमको प्रयोग गरेर साधारण व्याज पत्ता लगाउनका लागि ऐकिक नियमको सामान्य नियमहरू पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 82 मा भएको उदाहरण 1 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र नवुभेको ठाँउमा सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई दिइएका जस्ता समस्या सोधी समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

समस्या : ऐकिक नियमको प्रयोग गरी साधारण व्याज पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ) सावाँ= रु.7750 व्याजदर = 6% प्रतिवर्ष समय = 3 वर्ष

(आ) सावाँ= रु.4500 व्याजदर = 12% प्रतिवर्ष समय = 5वर्ष

(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(अ) समाधान

यहाँ,

6% प्रतिवर्ष व्याजदरको अर्थअनुसार,

रु.100 को 1वर्षको व्याज रु.6हुन्छ ।

रु.1 को 1वर्षको व्याज $\frac{6}{100}$ हुन्छ ।

रु.7750 को 1वर्षको व्याज $\frac{6 \times 7750}{100}$ हुन्छ ।

रु.7750 को 3वर्षको व्याज $\frac{6 \times 7750 \times 3}{100}$ =रु.1395हुन्छ ।

(आ) समाधान

यहाँ,

12% प्रतिवर्ष व्याजदरको अर्थअनुसार,

रु.100 को 1वर्षको व्याज रु. 12 हुन्छ ।

रु.1 को 1वर्षको व्याज $\frac{12}{100}$ हुन्छ ।

रु.4500 को 1वर्षको व्याज $\frac{12 \times 4500}{100}$ हुन्छ ।

रु.4500 को 5 वर्षको व्याज $\frac{12 \times 4500 \times 5}{100}$ =रु.2700 हुन्छ ।

(ग) विद्यार्थीलाई यस्तै किसिमका अन्य समस्या दिई कक्षाकार्य गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

ऐकिक नियमबाट साधारण व्याज (I) पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) सावाँ = रु. 500 व्याज दर (R) = 10% समय = 3 वर्ष
- (ख) सावाँ = रु. 5,200 व्याज दर (R) = 12% समय = 5 वर्ष
- (ग) सावाँ = रु. 3,300 व्याज दर (R) = 7.5% समय = 3 वर्ष 6 महिना
- (घ) सावाँ = रु. 1,200 व्याज दर (R) = 3% समय = 3 वर्ष 3 महिना

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- साधारण व्याजसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

सूत्र लेखिएको चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) ऐकिक नियमको प्रयोग गरी विद्यार्थीलाई दिइएको अवस्थामा साधारण व्याज पता लगाउन दिनुहोस्।

समस्या: सजिनाले वार्षिक 8% व्याजदरमा रु. 1,00,000 बैंडकमा जम्मा गरिन् भने 6 वर्षपछि कति व्याज पाउँछन्?

समाधान

यहाँ, 8% प्रतिवर्ष व्याजदरको अर्थअनुसार,
रु.100 को 1 वर्षको व्याज रु. 8 हुन्छ।

रु.1 को 1 वर्षको व्याज रु. $\frac{8}{100}$ हुन्छ।

रु.100000 को 1 वर्षको व्याज रु. $\frac{8 \times 100000}{100}$ हुन्छ।

रु.100000 को 6 वर्षको व्याज रु. $\frac{8 \times 100000 \times 6}{100} =$ रु. 48,000 हुन्छ।

(ख) माथिको समस्यामा सावाँ, समय, व्याजदर र व्याज कुन कुन हुन् छुट्याउन लगाउनुहोस्।

सावाँ = रु. 1,00,000

समय = 6 वर्ष

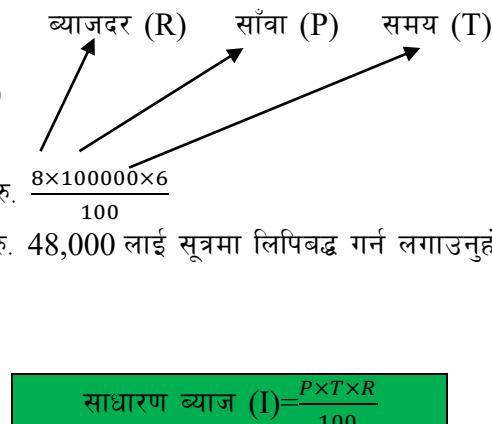
व्याजदर = 8%

व्याज = रु. 48,000

(ग) माथिको समस्यामा,

$$\text{रु. } 100000 \text{ को } 6 \text{ वर्षको व्याज} = \text{रु. } \frac{8 \times 100000 \times 6}{100} \\ = \text{रु. } 48,000 \text{ लाई सूत्रमा लिपिबद्ध गर्न लगाउनुहोस्।}$$

$$\text{व्याज (I)} = \frac{P \times T \times R}{100} \text{ हुन्छ।}$$



साधारण व्याज (I) = $\frac{P \times T \times R}{100}$

क्रियाकलाप 2

(क) सूत्र प्रयोग गरी विद्यार्थीलाई माथि उल्लिखित प्रश्नको साधारण व्याज निकाल्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस्।

(अ) सजिनाले वार्षिक 8% ब्याजदरमा रु. 1,00,000 बैंडकमा जम्मा गरिन् भने 6 वर्षपछि कति ब्याज पाउँछन् ?

समाधान

$$\text{सावाँ (P)} = \text{रु. } 1,00,000$$

$$\text{ब्याजदर (R)} = 8\%$$

$$\text{समय (T)} = 6 \text{ वर्ष}$$

$$\text{ब्याज (I)} = ?$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned} (I) &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ &= \frac{100000 \times 6 \times 8}{100} \\ &= \text{रु. } 48,000 \end{aligned}$$

सजिनाले 6 वर्षमा रु.48,000 ब्याज पाउँछन् ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई सझखाका आधारमा उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा प्रश्न भएको फ्लास कार्ड बाइँहुहोस् ।

प्रश्न

सूत्रको प्रयोग गरी साधारण ब्याज निकाल्नुहोस् :

(अ) सावाँ = रु.1250	ब्याजदर = 10% प्रतिवर्ष	समय = 3 वर्ष 6 महिना
(आ) सावाँ = रु.9200	ब्याजदर = 7.5% प्रतिवर्ष	समय = 5 महिना
(इ) सावाँ = रु.6400	ब्याजदर = 5% प्रतिवर्ष	समय = 2 वर्ष
(ई) सावाँ = रु.11550	ब्याजदर = $6\frac{2}{3}\%$ प्रतिवर्ष	समय = 5 वर्ष

समाधान

अ) यहाँ,

$$\text{सावाँ (P)} = \text{रु. } 1250$$

$$\text{ब्याजदर (R)} = 10\%$$

$$\text{समय (T)} = 3 \text{ वर्ष } 6 \text{ महिना} = (3 + \frac{6}{12}) \text{ वर्ष} = 3.5 \text{ वर्ष}$$

$$\text{ब्याज (I)} = ?$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned} (I) &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ &= \frac{1250 \times 3.5 \times 10}{100} \\ &= \text{रु. } 437.5 \end{aligned}$$

(ख) यसरी तै अन्य प्रश्नहरू विद्यार्थीले गरे नगरेको परीक्षण गर्नुहोस् र आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।



चौथो दिन

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई साधारण ब्याज निकाल्ने सूत्र लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ख) त्यसबाट सावाँ, ब्याजदर, समय निकाल्ने अन्य सूत्रहरू निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) आवश्यकताअनुसार सहजीकरण पनि गर्दै जानुहोस् ।

$$\text{साधारण ब्याज } (I) = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$\text{सावाँ } (P) = \frac{I \times 100}{T \times R}$$

$$\text{समय } (T) = \frac{I \times 100}{P \times R}$$

$$\text{ब्याजदर } (R) = \frac{I \times 100}{P \times T}$$

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई तीनओटा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई 1/1 ओटा प्रश्न भएको फ्लास कार्ड बाइँचुहोस् ।

समस्याहरू

(अ) सावाँ = रु. 1500, ब्याजदर = 10% र ब्याज = रु. 150 छ भने समय पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) सावाँ = रु. 7200, ब्याज = रु. 1080 र समय = 5 वर्ष छ भने ब्याजदर कति रहेछ ?

(इ) ब्याज = रु. 640, ब्याजदर = 8% र समय = 4 वर्ष छ भने सावाँ पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई तीनओटै समस्याको समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीले समस्या समाधान गरिसकेपछि नजिकैको साथीसँग बसेर मिले नमिलेको परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।

साथै आफैले पनि कक्षाकार्यको अवलोकन गरी थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

समाधान

(अ) यहाँ, सावाँ (P) = रु. 1500

ब्याजदर (R) = 10%

ब्याज (I) = रु. 150

समय = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$(I) = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$\Rightarrow 150 = \frac{1500 \times T \times 10}{100}$$

$$\Rightarrow 15000T = 150 \times 100$$

$$\Rightarrow T = 1 \text{ वर्ष}$$

सिधै समय निकाल्न,

$$\text{समय}(T) = \frac{I \times 100}{P \times R}$$

$$= \frac{150 \times 100}{1500 \times 10}$$

$$= 1 \text{ वर्ष}$$

(आ) यहाँ, सावाँ (P) = रु. 7200

ब्याज (I) = रु. 1080

समय (T) = 5 वर्ष

ब्याजदर (R) = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$(I) = \frac{P \times T \times R}{100}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow 1080 &= \frac{7200 \times 5 \times R}{100} \\ \Rightarrow 7200 \times 5 \times R &= 1080 \times 100 \\ \Rightarrow R &= \frac{1080 \times 100}{7200 \times 5} \\ \therefore R &= 3\%\end{aligned}$$

सिद्धै व्याजदर निकालन्,

$$\begin{aligned}\text{व्याजदर (R)} &= \frac{I \times 100}{P \times T} \\ &= \frac{1080 \times 100}{7200 \times 5} \\ &= 3\%\end{aligned}$$

(इ) यहाँ व्याज (I) = रु. 640

$$\begin{aligned}\text{समय (T)} &= 4 \text{ वर्ष} \\ \text{व्याजदर (R)} &= 8\% \\ \text{सावाँ (P)} &=?\end{aligned}$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned}(I) &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ \Rightarrow 640 &= \frac{P \times 4 \times 8}{100} \\ \Rightarrow 32P &= 640 \times 100 \\ \Rightarrow P &= \frac{640 \times 100}{32} \\ \therefore P &= \text{रु. } 2000\end{aligned}$$

सिद्धै सावाँ निकालन्,

$$\begin{aligned}\text{सावाँ (P)} &= \frac{I \times 100}{T \times R} \\ &= \frac{640 \times 100}{4 \times 8} \\ &= \text{रु. } 2000\end{aligned}$$

गृहकार्य

1. समय (T) पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) सावाँ = रु. 1,260	व्याज दर (R) = 5%	व्याज = रु. 378
(ख) सावाँ = रु. 1,250	व्याज दर (R) = 13%	व्याज = रु. 650
(ग) सावाँ = रु. 4,500	व्याज दर (R) = 4%	व्याज = रु. 900

2. व्याजदर (R) पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) सावाँ = रु. 7,200	समय (T) = 5 वर्ष	व्याज = रु. 1,080
(ख) सावाँ = रु. 6,000	समय (T) = 3 वर्ष 6 महिना	व्याज = रु. 1,155
(ग) सावाँ = रु. 2,160	समय (T) = 4 वर्ष	व्याज = रु. 648

3. सावाँ (P) पत्ता लगाउनुहोस् :

(क) व्याज दर (R) = 9%	समय (T) = 9 वर्ष	व्याज = रु. 810
-----------------------	------------------	-----------------

(ख) व्याज दर (R) = 4.8% समय(T) = 1 महिना व्याज = रु. 39.96

(ग) व्याज दर (R) = $6\frac{2}{3}\%$ समय (T) = 5 वर्ष व्याज = रु. 400

पाचौं दिन

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तको पृष्ठ 82 मा भएको उदाहरण 2 अध्ययन गर्न लगाई छलफल गराउनुहोस्।

(ख) शैक्षणिक पाटीमा निम्नानुसारको समस्या लेखी समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

समस्या : इमरानले रु. 100 को 1 वर्षको व्याज रु. 6 को दरले नेपाल बैड्कबाट 3 वर्षका लागि रु. 50,000 बचत गरेका रहेछन्।

(अ) 3 वर्षको अन्त्यमा इमरानले बैड्कबाट कति व्याज पाउँछन् ?

(आ) यदि इमरानले बैड्कबाट उक्त रकम 5 वर्षपछि निकालेको भए कति रुपियाँ व्याज पाउँछन् ?

(इ) यदि इमरानले आफूले जम्मा गरेको रकम रु.50,000 आफ्ना छोराछोरीलाई 2:3 को अनुपातमा बाँडिन् भने प्रत्येकले कति कति रकम पाउँछन् ?

समाधान

(अ) यहाँ, सावाँ (P) = रु. 50,000

व्याजदर (R) = 6%

समय (T) = 3 वर्ष

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned}(I) &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ &= \frac{50000 \times 3 \times 6}{100} \\ &= \text{रु. } 9,000\end{aligned}$$

अतः इमरानले 3 वर्षको अन्त्यमा बैड्कबाट रु.9,000 व्याज पाउँछन्।

(आ) यहाँ, सावाँ (P) = रु. 50,000

व्याजदर (R) = 6%

समय (T) = 5 वर्ष

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned}(I) &= \frac{P \times T \times R}{100} \\ &= \frac{50000 \times 5 \times 6}{100} \\ &= \text{रु. } 15000\end{aligned}$$

अतः इमरानले 3 वर्षको अन्त्यमा बैड्कबाट रु.15,000 व्याज पाउँछन्।

(इ) यहाँ,

मानौं,

छोरालाई दिइएको रकम = $2x$ र छोरीलाई दिइएको रकम = $3x$

प्रश्नअनुसार,

$$2x + 3x = 50000$$

$$\text{or, } 5x = 50000$$

$$\therefore x = 10000$$

अतः छोरीलाई दिइएको रकम = $(2x) = 2 \times 10000 = \text{रु. } 20000$

छोरीलाई दिइएको रकम = $(3x) = 3 \times 10000 = \text{रु. } 30000$

(ग) समाधानका कममा विद्यार्थीको मूल्याङ्कन पनि गर्दै जानुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 83 मा भएको उदाहरण 3 अध्ययन गर्न लगाई आवश्यक छुलफल गराउनुहोस् ।

(ख) निम्नलिखित समस्या लेखिएको चार्टपेपर प्रस्तुत गर्नुहोस् र समाधानका लागि विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्नुहोस् ।

समस्या : इशाले हिमाल बचतमा 4 वर्षको लागि रु. 4500 बचत गर्दा रु. 900 व्याज पाइन् भने व्याजदर पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ,

सावाँ (P) = रु. 4500

व्याज (I) = रु. 900

समय (T) = 4 वर्ष

व्याजदर (R) = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{समय}(R) = \frac{I \times 100}{P \times T}$$

$$= \frac{900 \times 100}{4500 \times 4}$$
$$= 5\%$$

मूल्याङ्कन

सोही व्याजदरमा इशाले 6 वर्ष रकम जम्मा गरेको भए कति व्याज प्राप्त गर्न्थन् ?

गृहकार्य

1. गझगाले वार्षिक 7% का दरले व्याज पाउने गरी रु. 3,500 नेपाल बैड्क लिमिटेडमा जम्मा गरिन् भने 4 वर्षपछि उनले कति व्याज पाउँछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. सन्देशले वार्षिक 6.6% व्याज दरमा बैड्कबाट रु. 18,000 ऋण लिए भने 30 महिनापछि उनले बैड्कमा कति व्याज बुझाउनुपर्ना, पत्ता लगाउनुहोस् ।
3. भार्गवले राष्ट्रिय वाणिज्य बैड्कबाट कुनै रकमको 4 वर्षपछि रु. 550 व्याज पाए । यदि उनले 5.5% व्याज दरमा उक्त रकम व्याजबापत पाएका रहेछन् भने उनले कति रकम जम्मा गरेका रहेछन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
4. करिस्माले रु. 7,600 बैड्कमा राखेबापत बैड्कले 3 वर्षपछि रु. 1,254 व्याज दियो भने व्याज दर कतिरहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
5. 10% व्याज दरले रु. 1,080 को 4 वर्षमा आउने व्याज बराबरको रकम पाउनका लागि रु. 900 लाई 12% व्याजदरले कति वर्ष जम्मा गर्नुपर्ने हुन्छ ।

छैटाँ र साताँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- मिश्रधन समावेश भएका साधारण व्याजका समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

दैनिक प्रयोगका सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई निम्न अवस्थाको अध्ययन गर्न लगाई मिश्रधनको अवधारणा स्पष्ट गराउनुहोस्। लुनिभाले आफ्नो आमदानीबाट रु. 35,000 कुनै बैड्कमा 10 वर्षका लागि जम्मा गरिन्। यदि बैड्कले वार्षिक 7% व्याजदरले व्याज दिन्छ भने,

(अ) लुनिभाले व्याज स्वरूप कति रकम प्राप्त गर्दछन् ?

(आ) सावाँ र व्याज गरी एकमुष्ट रूपमा कति प्राप्त गर्दछन् ?

(इ) सावाँ र व्याज गरी एकमुस्ट प्राप्त गर्ने रकमलाई के भनिन्छ ?

(ख) विद्यार्थीलाई माथिको समस्याबाट व्याज पत्ता लगाउन भन्नहोस्।

(अ) यहाँ,

सावाँ (P) = रु. 35,000

व्याजदर (R) = 7%

समय (T) = 10 वर्ष

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned}
 (I) &= \frac{P \times T \times R}{100} \\
 &= \frac{35000 \times 10 \times 7}{100} \\
 &= \text{₹} 24500
 \end{aligned}$$

- $$\begin{aligned}
 \text{(आ) लुनिभाले सावाँ र ब्याज गरी एकमुष्ट प्राप्त गर्ने रकम} &= \text{सावाँ} + \text{ब्याज} \\
 &= 35,000 + .24500 \\
 &= \text{रु. } 59,500
 \end{aligned}$$

(इ) सावाँ र व्याज गरी एकमष्ट प्राप्त गर्ने रकमलाई मिश्रधन भनिन्छ ।

निश्चित समयपश्चात् कुनै पनि सावाँ रकममा ब्याज थप गरी एकमुष्ट प्रदान गरिने रकमलाई मिश्रधन भनिन्छ । यसलाई A ले जनाइन्छ ।

∴ मिश्रधन [Amount (A)] = सार्वा [Principal (P)] + व्याज [Interest (I)] हैं।

मूल्याङ्कन

तलका मध्ये कून चाहि गलत छ ?

$$\text{i) } I = A - P \quad \text{ii) } P = A - I \quad \text{iii) } A = P + I \quad \text{iv) } I = A + P$$

क्रियाकलाप 2

- (क) सावाँ रु. P को समय T वर्षका लागि R% प्रतिवर्ष व्याजदरका दरले व्याज रु I दिइएको अवस्थामा मिश्रधन (A) पता लगाउने सत्र विद्यार्थीलाई दई दई जनाको समहमा बसी पता लगाउन दिनहोस ।

समाधान

हासीलाई थाहा छ

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 88 मा भएको उदाहरण 3 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र बुझे नवुभेको यकिन गर्नुहोस् ।

(ख) अब विद्यार्थीलाई तलको जस्तै समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : इन्दिराले वार्षिक 5% व्याजदरले रु. 40,000 बैडकमा बचत गर्दा आउने व्याजको 5% आयकर तिर्नुपर्छ भने 4 वर्षपछि उनले जम्मा कति रकम प्राप्त गर्नेको होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{सावाँ (P)} = \text{रु. } 40,000$$

$$\text{व्याजदर (R)} = 5\%$$

$$\text{समय (T)} = 4 \text{ वर्ष}$$

$$\text{मिश्रधन (A)} = ?$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned} \text{मिश्रधन (A)} &= P \left(\frac{100+TR}{100} \right) \\ &= 40000 \left(\frac{100+4 \times 5}{100} \right) \\ &= 40000 \left(\frac{100+20}{100} \right) \\ &= 40000 \times \frac{120}{100} \\ &= \text{रु. } 48000 \end{aligned}$$

अब,

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned} \text{व्याज (I)} &= A - P \\ &= 48000 - 40000 \\ &= \text{रु. } 8000 \end{aligned}$$

आयकर = व्याजको 5%

$$\begin{aligned} &= \text{रु. } 8000 \times \frac{5}{100} \\ &= \text{रु. } 400 \end{aligned}$$

तसर्थ, इन्दिराले 4 वर्षपछि प्राप्त गर्ने रकम = $48000 - 400$

$$= \text{रु. } 47,600$$

क्रियाकलाप 3

(क) तल दिइएको समस्या दिएर कक्षाकार्य गराउनुहोस् ।

समस्या : रमेशले वार्षिक 10 % व्याजदरले 4 वर्षका लागि रु 80,000 बैडकमा बचत गर्नेको होला, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(क) साधारण व्याज पत्ता लगाउने सूत्र लेख्नुहोस् ।

(ख) रमेशले 2 वर्षमा जम्मा कति व्याज पाउने छन् । पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) रमेशले 2 वर्षपछि जम्मा गरेको रकमबाट रु 30,000 बैडकबाट भिकेछन् भने 4 वर्षको अन्त्यमा कति मिश्रधन पाउछन् ? गणना गर्नुहोस् ।

(घ) रमेशले सोही व्याजदरमा बचत रकमको तीन गुणा मिश्रधन प्राप्त गर्न कति समय कुर्नुपर्छ ? गणना गर्नुहोस् ।

(ङ) रमेशले 2 वर्षपछि बैडकबाट भिकेको रु 30,000 रकम आफ्ना छोराछोरीको शिक्षा र स्वास्थ्यमा 3:2 को अनुपातमा खर्च गरेछन् भने शिक्षामा कति रकम खर्च गरेछन् पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

आफ्नो नजिकैको वित्तीय संस्था वा बैडकमा जानुहोस् वा इन्टरनेटबाट खोजी गरी फरक फरक खाताको व्याजदरको जानकारी लिनुहोस् र कुन खातामा रकम जम्मा गर्दा वार्षिक रूपमा बढी व्याज पाइदोरहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्यको प्रतिवेदन तयार गर्न
- परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्यको प्रतिवेदन, विभिन्न बैड्क वा वित्तीय संस्थाको व्याजदरको

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

परियोजना कार्य

आफ्नो नजिकैको वित्तीय संस्था वा बैड्कमा जानुहोस् वा इन्टरनेटबाट खोजी गरी फरक फरक खाताको व्याजदरको जानकारी लिनुहोस् र कुन खातामा रकम जम्मा गर्दा वार्षिक रूपमा बढी व्याज पाइदोरहेछ ? पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

- (क) विद्यार्थीलाई पालैपालो परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
(ख) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस् ।
(ग) परियोजनाको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस् ।
(घ) प्रत्येक विद्यार्थीको परियोजना कार्यको सबल पक्ष र कमजोरी प्रस्त पारिदिनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदन रुचिक्सको प्रयोग गरी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ : ८
क्षेत्रफल र आयतन (Area and Volume)

१. परिचय

समतल सतहमा कुनै वस्तुको सतहले ओगटेको ठाँउलाई क्षेत्रफल भनिन्छ। यस पाठमा विभिन्न प्रकारका त्रिभुजाकार, चतुर्भुजाकार र वृत्ताकार ज्यामितीय आकृतिको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने, सूत्र स्थापित गर्ने र त्यससँग सम्बन्धित गणितीय समस्याहरू समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ। प्रश्नोत्तर, छलफल, व्यक्तिगत र समूह कार्यहरूबाट वरपरका त्रिभुजाकार, चतुर्भुजाकार र वृत्ताकार ज्यामितीय आकृतिको क्षेत्रफलसम्बन्धी व्यावहारिक समस्या समाधान गर्ने क्षमताको विकास हुने छ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

- (क) त्रिभुज र चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन
- (ख) वृत्तको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र स्थापित गरी प्रयोग गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना र पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ।

क्र. स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घन्टी	पाठ्यपुस्तकमा भएको पृष्ठ सङ्ख्या
1.	त्रिभुजको प्रकार र समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल	1	
2.	त्रिभुजको क्षेत्रफल	1	
3.	समकोण त्रिभुज, समबाहु त्रिभुज र समद्विबाहु त्रिभुजका क्षेत्रफल	2	
4.	चतुर्भुजको प्रकार र समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल	1	
5.	समबाहु चतुर्भुज र समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल	2	
6.	चतुर्भुजको क्षेत्रफल	1	
7.	त्रिभुजाकार र चतुर्भुजाकार सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू	3	
8.	वृत्तको क्षेत्रफल	2	
9.	वृत्ताकार सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू	1	
10.	परियोजना कार्य	1	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

- त्रिभुजाकार, आयताकार र वृत्ताकार सतहको अवधारणा
- पाइथागोरस साध्य

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- त्रिभुजको उचाइ त्रिभुजभित्रै मात्र हुनुपर्छ, भन्ने अवधारणा
- समकोणी त्रिभुजको लम्ब नै उचाइ हो भनेर थाहा नपाउनु
- समलम्ब चतुर्भुजका आधारहरू तेस्रो रेखामात्र हो भनेर बुझ्नु

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र स्थापित गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

ग्राफपेपर, रुलर, आयताकार चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

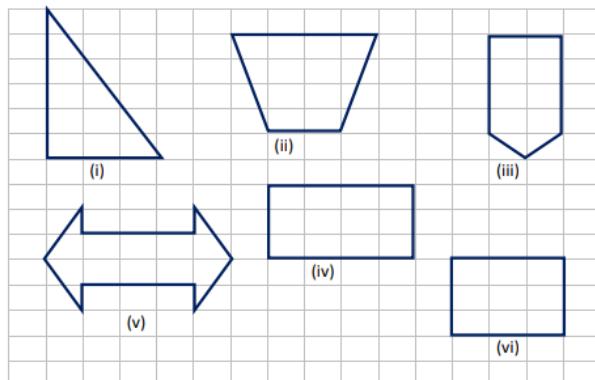
(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 91 मा भएको पुनरबलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) वर्गाकार कोठाहरूको सदृश्या गनेर दिइएका आकृतिहरूको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ग) वर्गाकार कोठाहरू गन्ने क्रममा कोठाको अंशहरूलाई गनेर जोड्न पनि सिकाउनुहोस् ।

निष्कर्ष

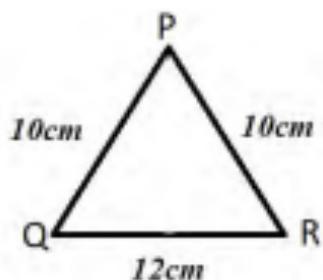
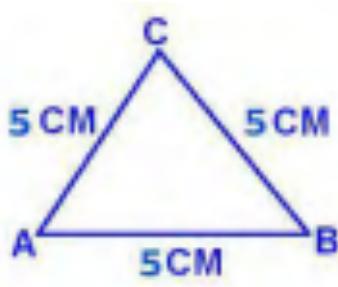
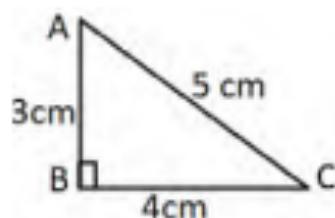
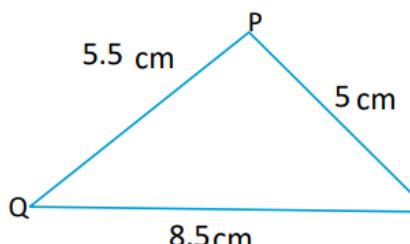
तल बगाडिकृत कागजमा दिइएका आकृतिहरूको क्षेत्रफल किति होला, जोडीमा छलफल गर्नुहोस् । प्राप्त निष्कर्षलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



समतल सतहमा कुनै वस्तुको सतहले ओगटेको ठाँउलाई क्षेत्रफल भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई तल दिइएका त्रिभुजहरूलाई भुजा र कोणका आधारमा वर्गीकरण गर्न लगाउनुहोस् ।

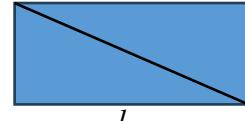


(ख) विद्यार्थीको उत्तरलाई छलफल विधिद्वारा निष्कर्षमा पुऱ्याउनुहोस् र त्रिभुजको प्रकार स्पष्ट पार्नुहोस् :

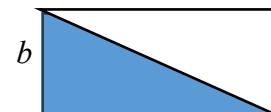
भुजाका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण	कोणका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण
समवाहु त्रिभुज	न्यूनकोणी त्रिभुज
समद्विवाहु त्रिभुज	अधिककोणी त्रिभुज
विषमवाहु त्रिभुज	समकोणी त्रिभुज

क्रियाकलाप 3

(क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई फरक फरक नापको आयताकार पेपर बाढ़नुहोस् ।



(ख) चित्रमा देखाए जस्तै गरी आयतभित्र एउटा विकर्ण खिच्न लगाउनुहोस् ।



(ग) दिइएको आयतलाई ध्यानपूर्वक पट्याएर काट्न लगाउनुहोस् ।

(घ) काटिएको टुक्राहरू समकोण त्रिभुजमा विभाजन भएको जानकारी गराउदै एउटा त्रिभुजलाई अर्को त्रिभुज माथि खप्ट्याउन लगाउनुहोस् ।

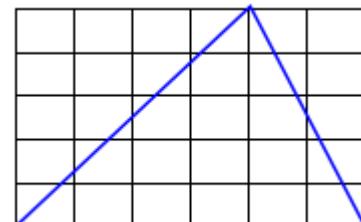
(ङ) आयतको क्षेत्रफल = $2 \times$ समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \text{ आयतको क्षेत्रफल}$$

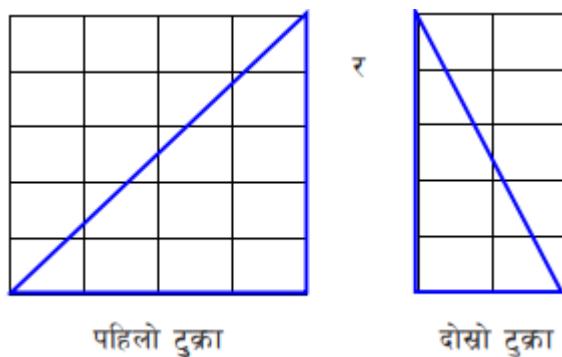
$$= \frac{1}{2} l \times b$$

क्रियाकलाप 4

(क) फेरि विद्यार्थीलाई समान नापको त्रिभुज बनाइएको $1/1$ ओटा आयताकार वर्गाङ्कित कागज बाढ़नुहोस् ।



(ख) चित्रमा देखाए जस्तै गरी त्रिभुजलाई दुई समकोणी त्रिभुजमा विभाजन गर्न लगाउनुहोस् ।



पहिलो टुक्रा

दोस्रो टुक्रा

(ग) अब दुवै आयताकार कागजको टुक्रालाई पट्याएर दुवै टुक्राको क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् ।

पहिलो टुक्राबाट,

त्रिभुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आयताकार कागज (टुक्रा पारेपछि) को क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5$$

$$= 10 \text{ वर्ग एकाइ}$$

दोस्रो टुक्राबाट,

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुजको क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \text{ आयताकार कागज } (\text{टुक्रा पारेपांचि}) \text{ को क्षेत्रफल} \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times 5 \\ &= 5 \text{ वर्ग एकाइ} \end{aligned}$$

$$\text{त्रिभुजको जम्मा क्षेत्रफल} = 10 + 5 = 15 \text{ वर्ग एकाइ}$$

यहाँ,

$$\begin{aligned} \text{आयताकार कागज } (\text{टुक्रा नपारिएको}) \text{ को क्षेत्रफल} &= \text{आधार} \times \text{उचाइ} \\ &= 6 \times 5 \\ &= 30 \text{ वर्ग एकाइ} \end{aligned}$$

(घ) अब त्रिभुज र आयताकार कागजको क्षेत्रफललाई तुलना गर्दा,

$$\begin{aligned} \text{त्रिभुजको क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} \text{ आयतको क्षेत्रफल} \\ &= \frac{1}{2} l \times b \end{aligned}$$

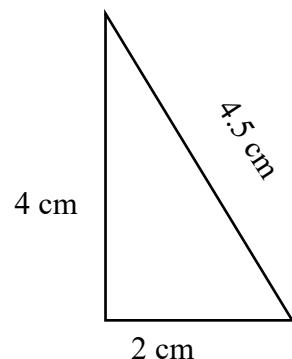
निष्कर्ष

समकोण त्रिभुजको आधार b र लम्ब p क्षेत्रफल (A) $= \frac{1}{2} b \times p$ हुन्छ। नोट: समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजमा दुई भुजाहरू लम्ब र आधार बराबर हुने भएकाले समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल (A) $= \frac{p^2}{2}$ वा $\frac{b^2}{2}$

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्नहरू सोधी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(क) दिइएको त्रिभुजको परिमिति र क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस्।

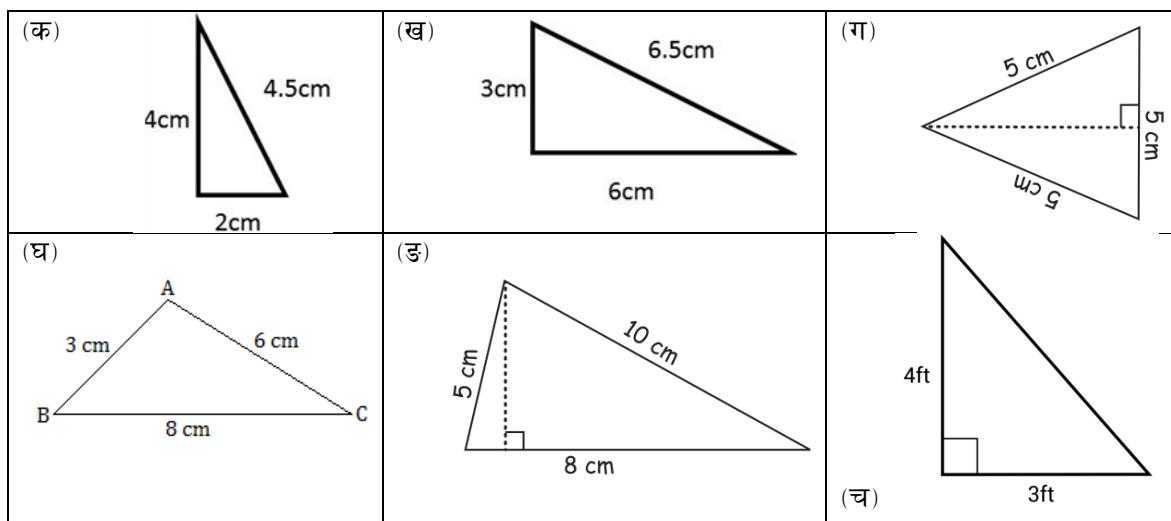


(ख) यदि कुनै समकोण त्रिभुजको आधार 3 से.मि.र लम्ब 5 से.मि. भए, उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

(ग) दुई भुजाहरू लम्ब र आधार बराबर भएको समकोणी त्रिभुजलाई के भनिन्छ ? उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाले सूत्र पता लगाउनुहोस्।

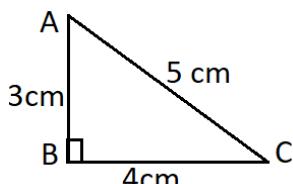
गृहकार्य

(क) तल दिइएको त्रिभुजहरूको परिमिति पत्ता लगाउनुहोस् :

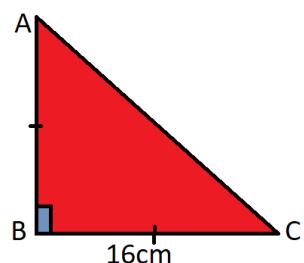


(ख) दिइएको त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :

(अ)



आ)



दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- आधार र उचाइ थाहा भएको अवस्थामा त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र स्थापित गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

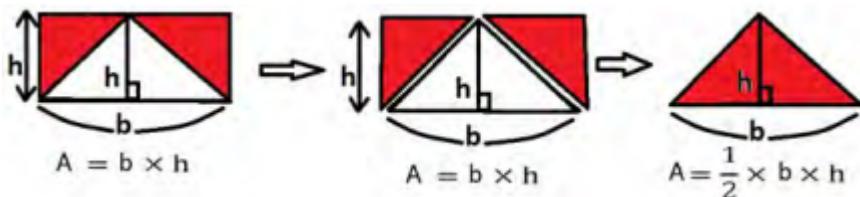
ग्राफपेपर, रुलर, आयताकार चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई फरक फरक नापको आयताकार पेपर बाढनुहोस् जसको आधार (b) र उचाइ (h) छ।

(ख) विद्यार्थीलाई आयतभित्र एउटा त्रिभुज खिच्न लगाई शीर्षबिन्दुबाट आधारमा लम्ब खिच्न लगाउनुहोस्।



(ग) अब त्रिभुजलाई शीर्षविन्दुबाट पट्याएर पट्याइएको भाग काटन लगाउनुहोस् र पहिलेको त्रिभुज माथि कटिएको भाग मिलाएर राख्न लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{आयतको क्षेत्रफल} = 2 \times \text{त्रिभुजको क्षेत्रफल}$$

$$\text{त्रिभुजको क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} \text{ आयतको क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} b \times h$$

अन्त्यमा विद्यार्थीको तीनैओटा समूहलाई आफ्नो कार्यको नतिजा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् र निष्कर्ष प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई समान नापको अधिककोणी त्रिभुज बनाइएको $1/1$ ओटा आयताकार वर्गाङ्कित कागज बाँझनुहोस् ।

(ख) ΔABC को क्षेत्रफल निकाल्न विद्यार्थीलाई सहजीकरण गराउनुहोस् ।

हामीलाई थाहा छ ,

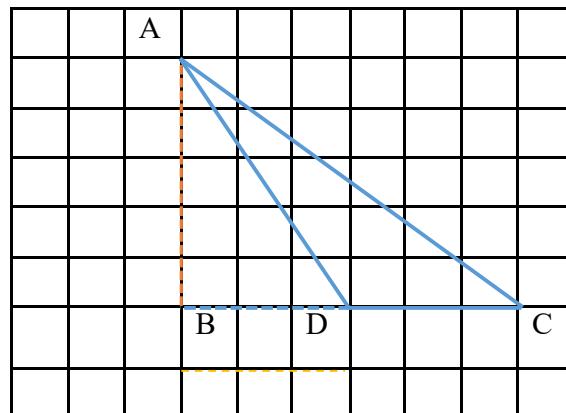
$$\Delta ABC \text{ को क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} BC \times AB$$

$$\text{Or, } \Delta ABC \text{ को क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (BD + CD) \times AB$$

$$\text{Or, } \Delta ABC \text{ को क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} BD \times AB + \frac{1}{2} CD \times AB$$

$$\text{Or, } \Delta ABC \text{ को क्षेत्रफल} = \Delta ABD \text{ को क्षेत्रफल} + \frac{1}{2} CD \times AB$$

$$\therefore \Delta ADC \text{ को क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} CD \times AB$$



फेरि,

$$\Delta ABC \text{ को क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} BC \times AB$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 6$$

$$= 18 \text{ वर्ग एकाइ}$$

विद्यार्थीलाई वर्गाकार कोठाको सङ्ख्या गनेर आफ्नो उत्तर परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।

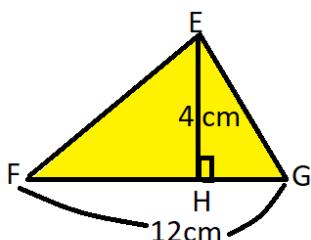
निष्कर्ष

आधारको लम्बाइ b र उचाइ h भए त्रिभुजको क्षेत्रफल (A) = $\frac{1}{2}$ आधार \times उचाइ हुन्छ ।

$$= \frac{1}{2} \times b \times h$$

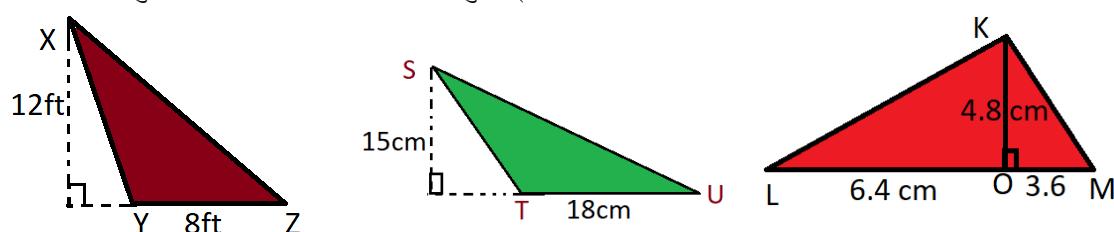
मूल्यांकन

दिइएको त्रिभुजको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् :



गृहकार्य

दिइएको त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् :



तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समवाहु त्रिभुज र समद्विबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल पता लगाउने सूत्र स्थापित गर्न
- सूत्र प्रयोग गरेर दिइएका विभिन्न नापका त्रिभुजको क्षेत्रफल पता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

ग्राफपेपर, रुलर, त्रिभुजाकार पेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) निम्नलिखित प्रश्नहरू सोधी विद्यार्थीलाई अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस्।
- (अ) तीनैओटा भुजा बराबर भएको त्रिभुजलाई के भनिन्छ ?
- (आ) आधारको लम्बाइ b र उचाइ h दिइएको अवस्थामा त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र के हो ?
- (इ) समद्विबाहु त्रिभुज भनेको के हो ?
- (ख) छलफल विधिद्वारा पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञानको परीक्षण गर्नुहोस्।
- (अ) समकोणी त्रिभुजमा आधार, कर्ण र लम्बको सम्बन्ध लेख्नुहोस्।
- (आ) समवाहु त्रिभुजको शीर्षकोणको अर्धकले आधार भुजालाई कहाँनेर काट्छ ?

क्रियाकलाप 2

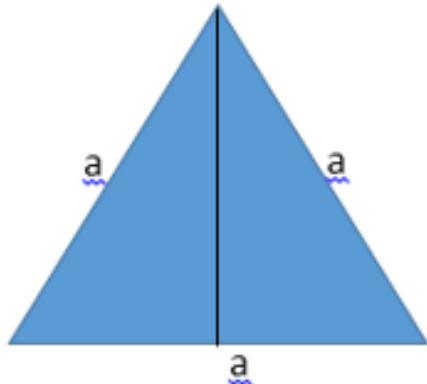
(क) विद्यार्थीलाई 1/1 ओटा उचाइ h भएको समवाहु त्रिभुजकाकार पेपर बाँड्नुहोस् अथवा एउटा समवाहु त्रिभुज खिचेर काटन लगाउनुहोस् ।

(ख) त्रिभुजको कुनै एउटा शीर्षकोणलाई आधा बनाउने गरी पट्याउन लगाई पट्याएको भागबाट काट्न लगाउनुहोस् ।

(ग) काटिएको भागलाई चित्रमा देखाए जस्तै गरेर मिलाएर राखुहोस् ।

चित्रबाट,

समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल = आयतको क्षेत्रफल



अब,

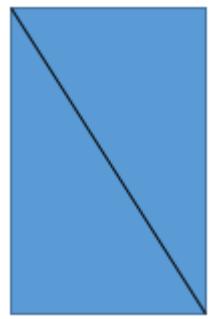
पाइथागोरस साध्य अनसार,

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\text{Or, } h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\text{Or, } h = \sqrt{\frac{4a^2 - a^2}{4}}$$

$$\text{Or, } h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$$



h को मान समीकरण (i) मा रख्दा,

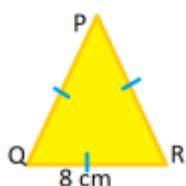
$$\text{अतः समबाहु त्रिभुजको क्षेत्रफल} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

त्यसरी,

समबाहु त्रिभुजको परिमिति (P) = $3a$

मूल्याङ्कन

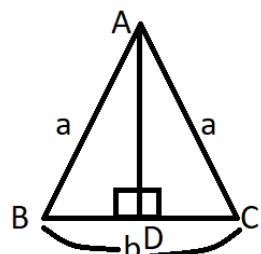
दिइएको त्रिभ्युजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनहोस् :



क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई 1/1 ओटा समद्विबाहु त्रिभुज खिची काटन लगाउनुहोस् ।
पत्ता लगाउन सूत्र स्थापित गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

‘समद्विबाहु त्रिभुज ABC मा बराबर भुजाहरू AB= AC = a र आधार BC = b छ ।



शीर्षकोण A बाट आधार BC मा लम्ब AD खिच्नुहोस् जसले आधारलाई समद्विभाजन गर्दछ ।

$$BD = CD = \frac{b}{2}$$

अब,

पाइथागोरस साध्य अनुसार,

$$AD^2 = AB^2 - BD^2$$

$$\text{Or, } AD^2 = a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2$$

$$\text{Or, } AD = \sqrt{\frac{4a^2 - b^2}{4}} = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2}$$

अतः समद्विबाहु त्रिभुज ABC को क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ आधार \times उचाइ

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} BC \times AD \\ &= \frac{b}{2} \times \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2} \\ &= \frac{b}{4} \sqrt{4a^2 - b^2} \end{aligned}$$

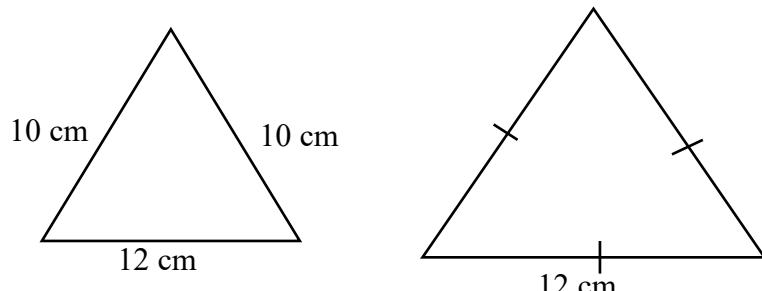
समद्विबाहु त्रिभुजको शीर्षकोणबाट आधारमा खिचिएको लम्बले आधारलाई समद्विभाजन गर्दछ ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 103 मा भएको उदाहरण 1(क) अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र दिइएको जस्तै अन्य त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल निकाल्ने अभ्यास गराउनुहोस् ।

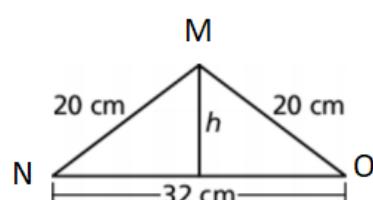
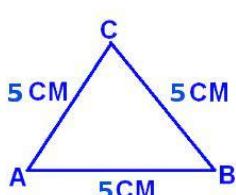
प्रश्न

दिइएका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् ।



गूहकार्य

दिइएका त्रिभुजहरूको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् :



पाचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल पता लगाउने सूत्र स्थापित गर्न
- सूत्र प्रयोग गरेर समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल पता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

रुलर, कार्डबोर्ड, वर्गाङ्कित कागज

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) निम्नलिखित प्रश्नहरू सोधी विद्यार्थीलाई अगिल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस् ।
(अ) चारओटा सीधा रेखाहरू मिलेर बनेको बन्दी आकृतिलाई के भनिन्छ ?
(आ) आफ्नो वरपर भएका चतुर्भुजाकार आकृतिको उदाहरण भन्नुहोस् ।
(इ) तपाईंले थाहा पाउनु भएको चतुर्भुजका प्रकार के हुन् ?
(ख) छलफलद्वारा चतुर्भुजको प्रकारहरू स्पष्ट पार्नुहोस् ।

जस्तै: आयत, वर्ग, समानान्तर चतुर्भुज, समबाहु चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज, चड्गा

क्रियाकलाप 2

- (क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको आयत र समानान्तर चतुर्भुज खिचिएको वर्गाङ्कित कागज देखाउनुहोस् र निम्न प्रश्न माथि छलफल गराउनुहोस् :
(अ) वर्गाकार कोठाहरू गनेर आयतको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
(आ) वर्गाकार कोठाहरू गनेर समानान्तर चतुर्भुजको आधार र उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।
(इ) वर्गाकार कोठाहरू गनेर आयत र समानान्तर चतुर्भुजले ओगटेको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

यहाँ,

$$\text{आयतको लम्बाइ} = 6 \text{ एकाइ}$$

$$\text{आयतको चौडाइ} = 4 \text{ एकाइ}$$

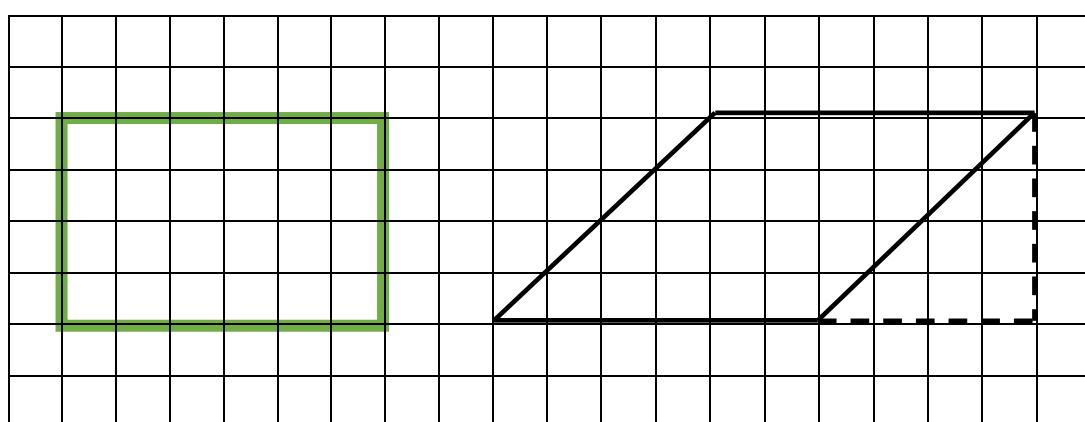
$$\text{आयतको क्षेत्रफल} = 24 \text{ वर्ग एकाइ} = \text{लम्बाइ} \times \text{चौडाइ}$$

त्यस्तै,

$$\text{समानान्तर चतुर्भुजको आधार} = 6 \text{ एकाइ}$$

$$\text{समानान्तर चतुर्भुजको उचाइ} = 4 \text{ एकाइ}$$

$$\text{समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल} = 24 \text{ वर्ग एकाइ} = \text{आधार} \times \text{उचाइ}$$



क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई कार्डबोर्डको प्रयोग गरेर एउटा समानान्तर चतुर्भुजाकार आकृति काट्न लगाउनुहोस् जसको आधार b र उचाइ h मान्नुहोस्।

(ख) चित्रमा देखाए जस्तै गरी कार्डबोर्डलाई पट्याइ पट्याइएको भागबाट काटेर अर्कोतर्फ जोड्न लगाउनुहोस्।

यहाँ,

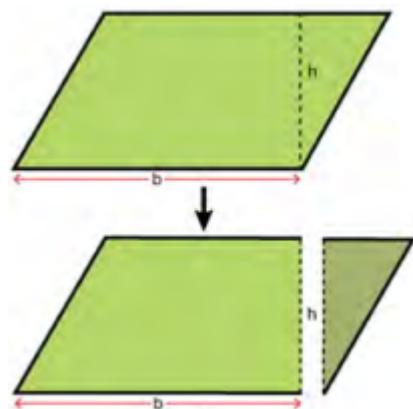
आयतको क्षेत्रफल = लम्बाइ \times चौडाइ = $b \times h$

चित्रबाट,

आयतको क्षेत्रफल = समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल

तसर्थ, समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल = आधार \times उचाइ

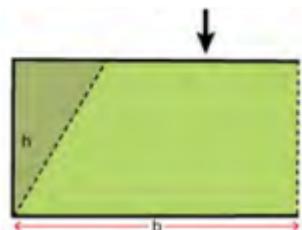
$$= b \times h$$



निष्कर्ष

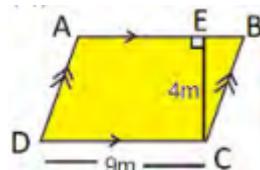
समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल = आधार \times उचाइ

$$= b \times h$$



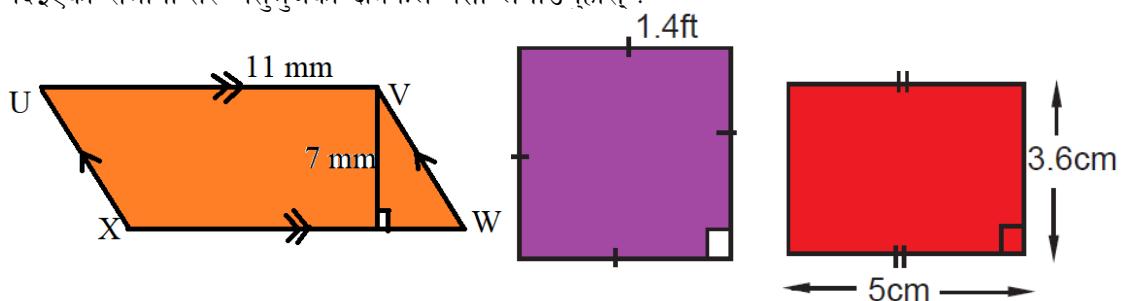
मूल्याङ्कन

दिइएको समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :



गृहकार्य

दिइएको समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :



छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समबाहु चतुर्भुज र समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल पता लगाउने सूत्र स्थापित गर्ने
- सूत्र प्रयोग गरेर समबाहु चतुर्भुज र समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल पता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

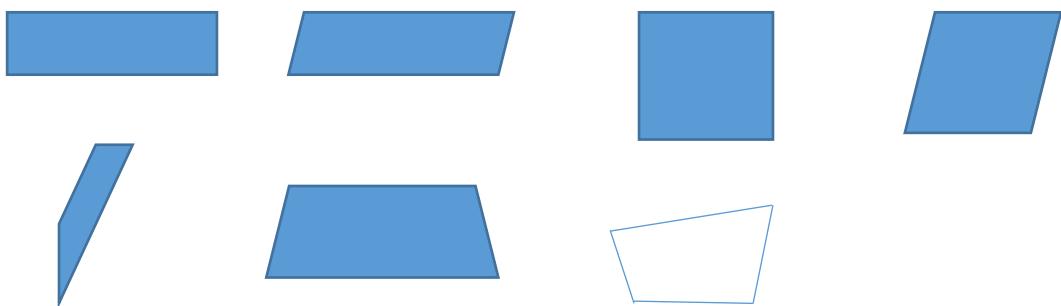
वर्गाङ्कित कागज, रुलर, आयताकार चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

समबाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल (Area of Rhombus)

(क) विद्यार्थीलाई दिइएका चतुर्भुजहरू कस्ता प्रकारका चतुर्भुज हुन् लेख्न लगाएर कक्षाको सुरुआत गर्नुहोस् ।



(ख) प्रत्येक चतुर्भुजमा विकर्ण खिच्न लगाउनुहोस् साथै वर्ग र समबाहु चतुर्भुजको भिन्नता प्रष्ट पार्नुहोस् ।

(ग) वर्गाङ्कित कागजमा चित्रमा देखाए जस्तै समबाहु त्रिभुज खिच्न लगाउनुहोस् ।

(घ) वर्गाकार कोठाहरू गनेर समबाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल लेख्न लगाउनुहोस् ।

समबाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल = 18 वर्ग एकाइ

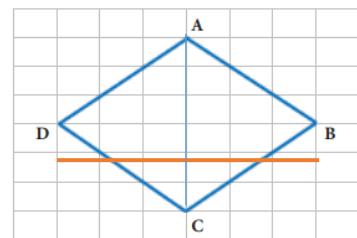
(ङ) समबाहु चतुर्भुजका विशेषता छलफल गराउदै विकर्णहरू आपसमा लम्ब हुने गरी प्रतिच्छेदन हुने कुरा प्रस्तु पार्नुहोस् ।

यहाँ,

सँगैको चित्रमा समबाहु चतुर्भुज ABCD का विकर्णहरू AC (d_1) र BD (d_2) खिचिएको छ । समबाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू आपसमा लम्ब हुने गरी प्रतिच्छेदन हुने भएकाले $AO \perp BD$ र $CO \perp BD$ हुन्छ ।

अब समबाहु चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल (A) = ΔABD को क्षेत्रफल + ΔCBD को क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times AO \times BD + \frac{1}{2} \times CO \times BD \\
 &= \frac{1}{2} \times BD(AO + CO) \\
 &= \frac{1}{2} \times BD \times AC \\
 &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2
 \end{aligned}$$

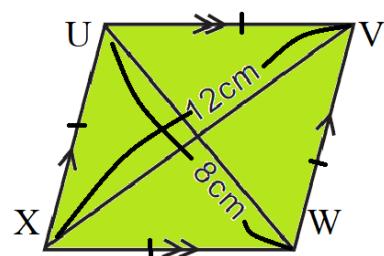
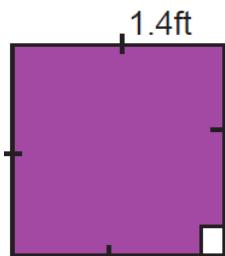
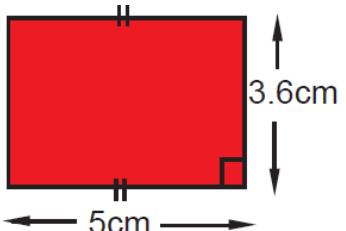


अतः समवाहु चतुर्भुजको क्षेत्रफल (A) = $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 = \frac{d_1 \times d_2}{2}$ हुन्छ ।

मूल्यांकन

दिइएको चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् :

(अ)



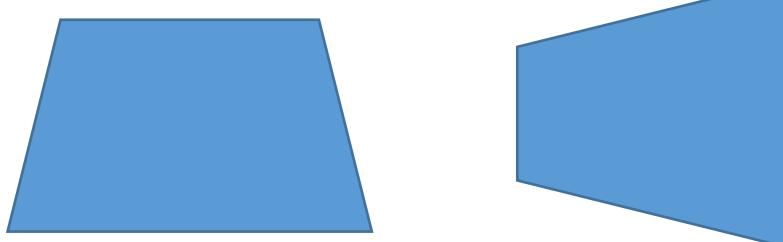
क्रियाकलाप 2 समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल (Area of Trapezium)

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरू सोधी कक्षाको सुरुआत गर्नुहोस् :

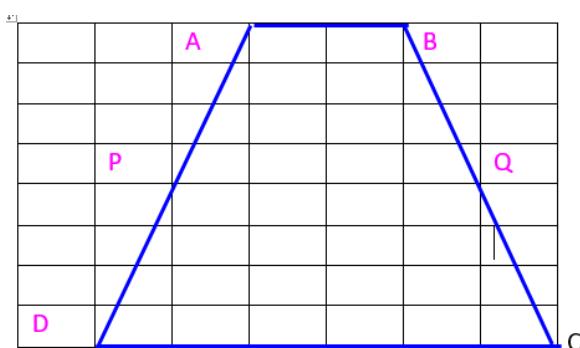
(अ) समलम्ब चतुर्भुज भनेको के हो ?

(आ) एउटा समलम्ब चतुर्भुज खिची उचाइ र आधारको नाम लेख्नुहोस् ।

(इ) दिइएको चित्रमा आधार पता लगाउनुहोस् :

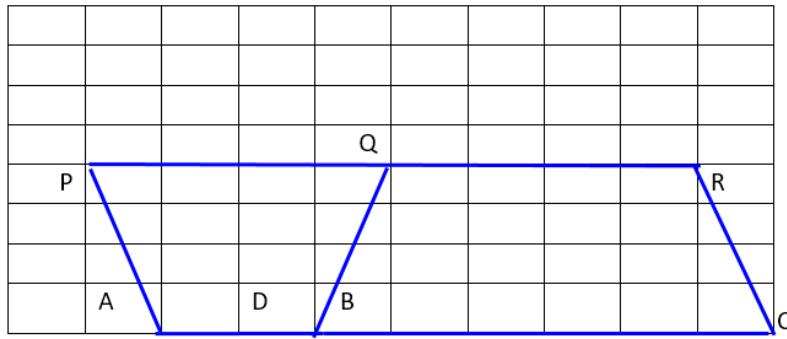


(ख) अब विद्यार्थीलाई वर्गांकित कागजमा एउटा समलम्ब चतुर्भुज बनाउन लगाउनुहोस् र वर्गाकार कोठाको सझाया गनेर बनाएको समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल पता लगाई जोडीमा छलफल गराउनुहोस् ।



$$\therefore \text{समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल} = 32 \text{ वर्ग एकाइ}$$

(ग) AD र BC को मध्य बिन्दु पता लगाई समलम्ब चतुर्भुजबाट समानान्तर चतुर्भुज बनाउन विद्यार्थीलाई सहजीकरण गर्नुहोस् ।



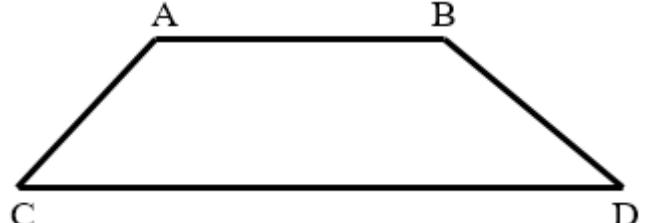
यहाँ,

समलम्ब चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल = समानान्तर चतुर्भुज ACRP को क्षेत्रफल = आधार × उचाइ

$$= (2 + 6) \times 4$$

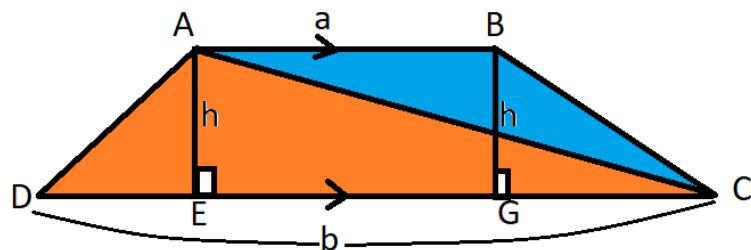
$$= (AB + DC) \times \text{उचाइ} \text{को आधा हुन्छ।}$$

तसर्थ समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (माथिल्लो भुजा + तल्लो भुजा वा समानान्तर भुजाहरूको योगफल) × उचाइ (समानान्तर रेखाहरू विचको लम्ब दुरी)



(घ) माथिको अवधारणा विद्यार्थीले बुझे नबुझेको यकिन गरेर विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको समलम्ब चतुर्भुज खिच्न लगाउनुहोस्।

(ङ) माथिको चित्रमा समानान्तर रेखाहरू AB (a) र CD (b) पत्ता लगाइ AE ⊥ CD र BG ⊥ CD खिच्न लगाउनुहोस् साथै विकर्ण AC पनि खिच्न लगाउनुहोस्।



अब, समलम्ब चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल (A) = ΔADC को क्षेत्रफल + ΔABC को क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times CD \times AE + \frac{1}{2} \times AB \times BG$$

$$= \frac{1}{2} \times b \times h + \frac{1}{2} \times a \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$$

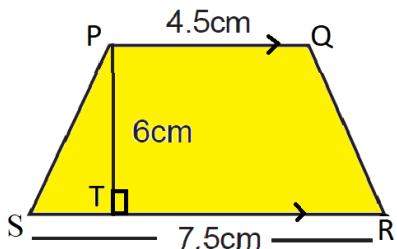
अतः समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल (A) = $\frac{1}{2} \times h \times (a + b)$

$$= \frac{1}{2} \times \text{उचाइ} \times \text{समानान्तर भुजाको योगफल हुन्छ।}$$

मूल्याङ्कन

दिइएको चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् :

(अ)



आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- चतुर्भुजको क्षेत्रफल पता लगाउने सूत्र स्थापित गर्न
- सूत्र प्रयोग गरेर चतुर्भुजको क्षेत्रफल पता लगाउन

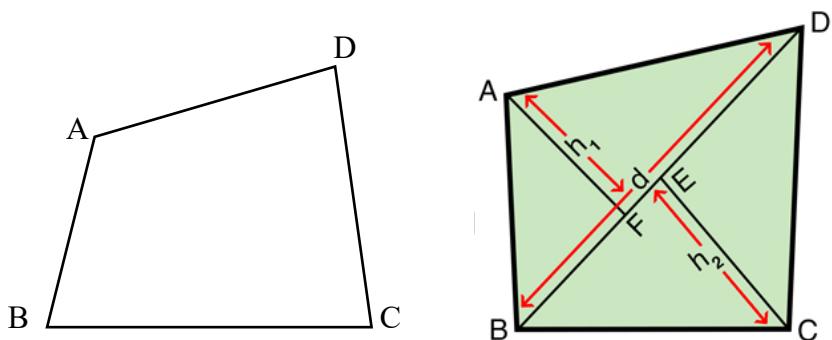
शैक्षणिक सामग्री

रुलर, आयताकार चाटपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1 चतुर्भुजको क्षेत्रफल (Area of Quadrilateral)

(क) विद्यार्थीलाई चतुर्भुज ABCD को उचाइ र क्षेत्रफल निकाल्न लगाउनुहोस् :



(ख) विद्यार्थीको प्रतिक्रियापछि चित्रमा देखाए जस्तै चतुर्भुज ABCD मा विकर्ण BD खिच्न लगाई शीर्षविन्दुहरू A र C बाट विकर्ण BD मा $AF \perp BD$ र $CE \perp BD$ लम्बहरू खिच्न लगाउनुहोस् जहाँ ΔABD को उचाइ (AF) = h_1 र ΔCBD को उचाइ (CE) = h_2 छ।

अब, चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल (A) = ΔABD को क्षेत्रफल + ΔCBD को क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AF + \frac{1}{2} \times BD \times CE$$

$$= \frac{1}{2} \times d \times h_1 + \frac{1}{2} \times d \times h_2$$

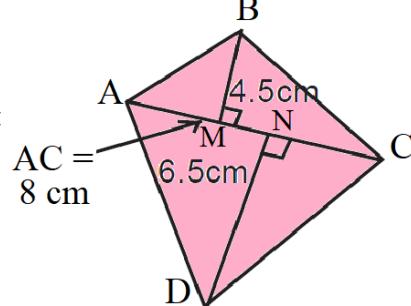
$$= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$$

अतः चतुर्भुजको क्षेत्रफल (A) = $\frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2)$

= $\frac{1}{2} \times \text{विकर्ण} \times \text{विकर्णमा खिचिएको लम्ब वा उचाइको योगफल हुन्छ}$

मूल्याङ्कन

दिइएको चतुर्भुजहरूको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :



परियोजना कार्य

एउटा A4 साइजको पेपर लिनुहोस्। त्यसका विचमा 5 cm लम्बाई भएको एउटा समबाहु चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस्। त्यो समबाहु चतुर्भुजलाई कैंचीको सहयोगले त्यहाँबाट काटेर निकाल्नुहोस्। अब बाँकी भागको क्षेत्रफल पत्ता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

कार्डबोर्ड पेपरको प्रयोग गरेर चतुर्भुजका विभिन्न प्रकारका आकार काट्नुहोस्। उक्त टुक्राहरूलाई चार्टपेपरमा टाँसेर विशेषतासहित कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

नवौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजाकार र चतुर्भुजाकार सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

सूत्र लेखिएको चार्टपेपर

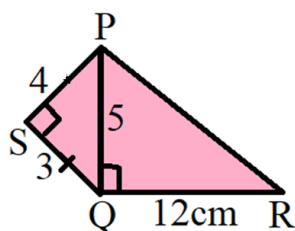
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 105 मा दिइएको उदाहरण 2 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र उनीहरूले नबुझेको ठाउँमा सहजीकरण गराउनुहोस्।

(ख) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस्।

(अ)



- माथिको चित्र कुन आकारको हो ?
- उक्त चित्रलाई कतिओटा त्रिभुजमा टुक्राउन सकिन्छ ?
- समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र भन्नुहोस् ।
- उक्त ज्यामितीय आकृतिको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

चतुर्भुज PSQR दुईओटा समकोण त्रिभुजहरू PQR र PQS मिलेर बनेको बुझाउदै चतुर्भुज PSQR को क्षेत्रफल = Δ PQR को क्षेत्रफल + Δ PQS को क्षेत्रफल हुन्छ भन्ने कुरा प्रस्तु पार्ने

यहाँ,

समकोणी Δ PQS को लागि,

समकोण त्रिभुजको आधार (b) = 3cm

समकोण त्रिभुजको लम्ब (p) = 4cm

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल } (A_1) = \frac{1}{2} \times p \times b = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6\text{cm}^2$$

समकोणी Δ PQR का लागि,

समकोण त्रिभुजको आधार (b) = 12cm

समकोण त्रिभुजको लम्ब (p) = 5cm

$$\therefore \text{समकोण त्रिभुजको क्षेत्रफल } (A_2) = \frac{1}{2} \times p \times b = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30\text{cm}^2$$

अब, दिइएको ज्यामितीय आकृतिको क्षेत्रफल (A) = $A_1 + A_2$

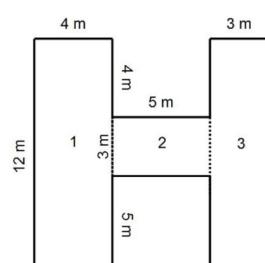
$$= 6 + 30$$

$$= 36\text{cm}^2$$

(आ)

- सँगैको चित्रलाई कतिओटा आयतमा टुक्राउन सकिन्छ ?
- आयतको क्षेत्रफल निकाल्ने सूत्र भन्नुहोस् ।
- उक्त ज्यामितीय आकृतिको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीले निकालेको उत्तर मिले नमिलेको परीक्षण गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।



समाधान

दिइएको चित्रलाई तीनओटा आयत मिलेर बनेको छ र तीनओटा आयतको क्षेत्रफललाई जोडेर उक्त आयतको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन सकिन्छ भन्ने कुरा स्पष्ट पार्ने

तसर्थ

दिइएको आकृतिको क्षेत्रफल . पहिलो आयतको क्षेत्रफल + दोस्रो आयतको क्षेत्रफल + तेस्रो आयतको क्षेत्रफल हुन्छ ।

यहाँ, पहिलो आयतको लम्बाई (l_1) = 12 m,

चौडाई (b_1) = 4 m

$$\therefore \text{पहिलो आयतको क्षेत्रफल } (A_1) = l_1 \times b_1 = 12 \times 4 = 48 \text{ m}^2$$

दोस्रो आयतको लम्बाई (l_2) = 5 m,

चौडाई (b_2) = 3 m

$$\therefore \text{दोस्रो आयतको क्षेत्रफल } (A_2) = l_2 \times b_2 = 5 \times 3 = 15 \text{ m}^2$$

तेस्रो आयतको लम्बाई (l_3) = 12 m,

चौडाई (b_3) = 3 m

$$\therefore \text{तेस्रो आयतको क्षेत्रफल } (A_3) = l_3 \times b_3 = 12 \times 3 = 36 \text{ m}^2$$

अब,

$$\text{दिइएको आकृतिको क्षेत्रफल } (A) = (A_1) + (A_2) + (A_3)$$

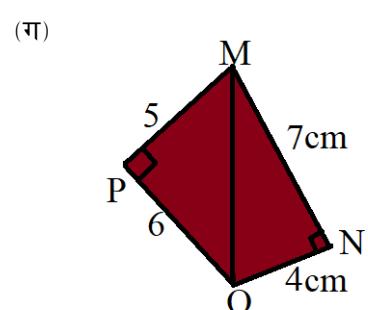
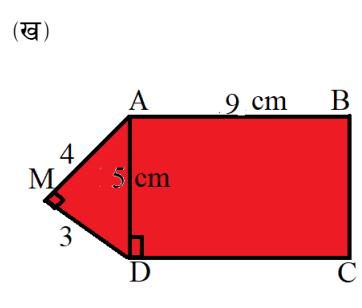
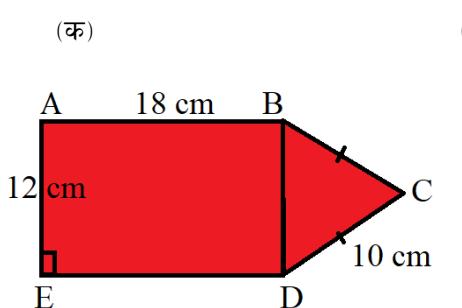
$$= 48 + 15 + 36$$

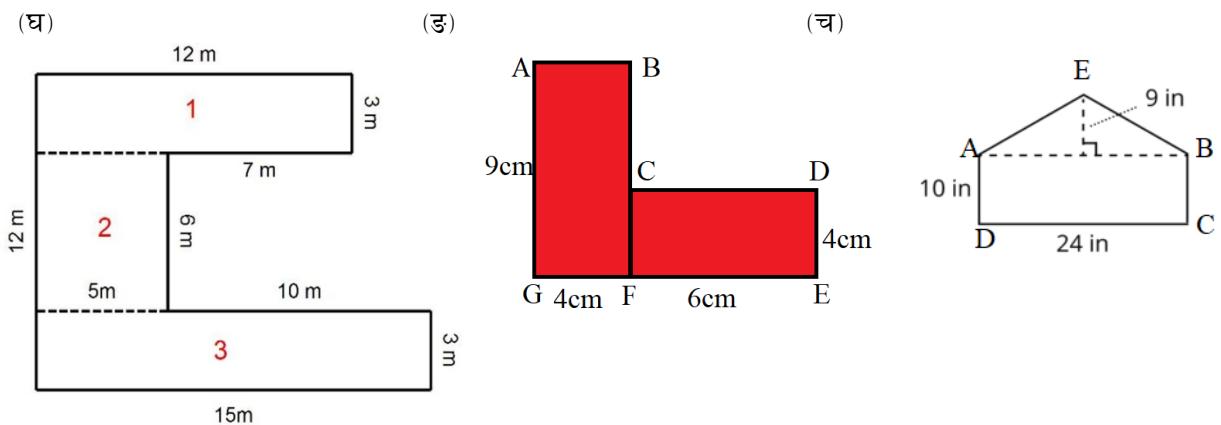
$$= 99 \text{ m}^2$$

(ग) विद्यार्थीले निकालेको उत्तर मिले नमिलेको परीक्षण गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

गृहकार्य

दिइएका ज्यामितीय आकृतिको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :





दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजाकार र चतुर्भुजाकार सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

सूत्र लेखिएको चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 106 मा दिइएको उदाहरण 3 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र उनीहरूले नवुभेको ठाउँमा सहजीकरण गराउनुहोस्।

(ख) विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

(अ)

- सगैको चित्र केको हो ?
- समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल निकाले सूत्र भन्नुहोस्।
- कुन कुन भुजाले समलम्ब चतुर्भुजको आधार र उचाइलाई जनाउँछ ?
- उक्त ज्यामितीय आकृतिको छाया पारेको भागको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन के गर्नुपर्छ ?

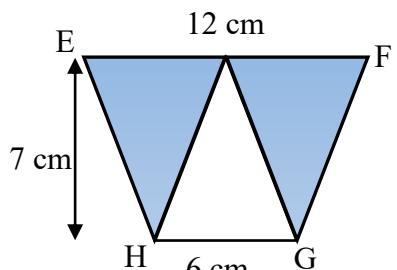
समाधान

समलम्ब चतुर्भुज EFGH को क्षेत्रफलबाट ΔGHJ को क्षेत्रफल घटाउँदा छाया पारेको भागको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन सकिन्छ, भन्ने कुरा स्पष्ट पार्ने

समलम्ब चतुर्भुज EFGH मा,

समानान्तर भुजाहरू $a = EF = 12 \text{ cm}$, $b = GH = 6 \text{ cm}$

उचाइ (h) = 7 cm



$$\begin{aligned}
 \therefore \text{समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल } (A_1) &= \frac{1}{2} \times h \times (a + b) \\
 &= \frac{1}{2} \times 7 \times (12 + 6) \\
 &= \frac{1}{2} \times 7 \times 18 \\
 &= 63 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

फेरि, Δ GHJ का लागि,

$$\text{त्रिभुजको आधार } (b) = 6 \text{ cm}$$

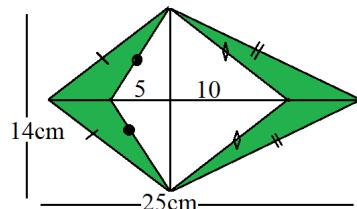
$$\text{त्रिभुजको उचाइ } (h) = 7 \text{ cm}$$

$$\therefore \Delta \text{GHJ }] \text{ को क्षेत्रफल } (A_2) = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 6 \times 7 = 21 \text{ cm}^2$$

$$\text{अब, छाया पारिएको भागको क्षेत्रफल } (A) = A_1 - A_2$$

$$= 63 - 21$$

$$= 42 \text{ cm}^2$$



- दिइएको चित्रमा छाया पारेको भागको क्षेत्रफल पत्ता लगाउन के गर्नुपर्छ, पत्ता लगाइ छाया पारेको भागको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

चड्गाको क्षेत्रफलबाट चतुर्भुजको क्षेत्रफल घटाउँदा छाया पारेको भागको क्षेत्रफल आउछ भनी प्रस्तु पारिदिनुहोस् ।

यहाँ,

चड्गाका लागि,

$$\text{विकर्ण } (d_1) = 25 \text{ cm}$$

$$\text{विकर्ण } (d_2) = 14 \text{ cm},$$

$$\therefore \text{चड्गाको क्षेत्रफल } (A_1) = \frac{1}{2} d_1 \times d_2 = \frac{1}{2} \times 25 \times 14 = 175 \text{ cm}^2$$

चतुर्भुजका लागि,

$$\text{उचाइ } h_1 = 5 \text{ cm}, h_2 = 10 \text{ cm}$$

$$\text{विकर्ण } (d) = 14 \text{ cm}$$

$$\text{क्षेत्रफल } (A_2) = ?$$

हामीलाई थाहा छ,

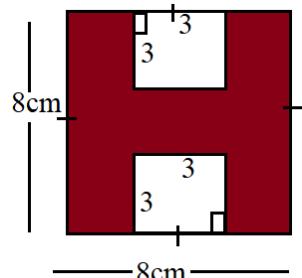
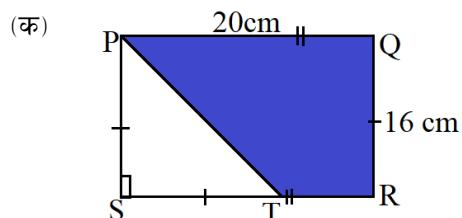
$$\begin{aligned}
 \text{चतुर्भुजको क्षेत्रफल } (A_2) &= \frac{1}{2} \times d \times (h_1 + h_2) \\
 &= \frac{1}{2} \times 14 \times (5 + 10) \\
 &= \frac{1}{2} \times 14 \times 15 \\
 &= 105 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

अब, छाया पारिएको भागको क्षेत्रफल (A) = $A_1 - A_2$

$$\begin{aligned}
 &= 175 - 105 \\
 &= 70 \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

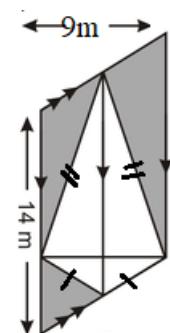
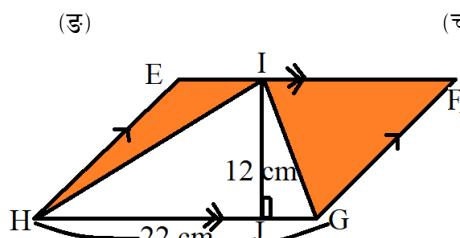
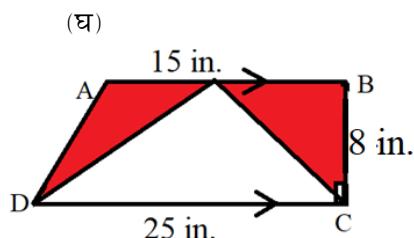
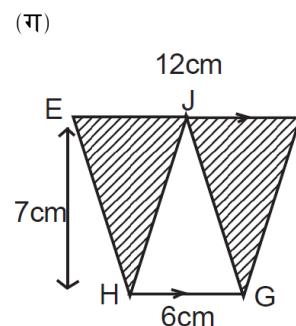
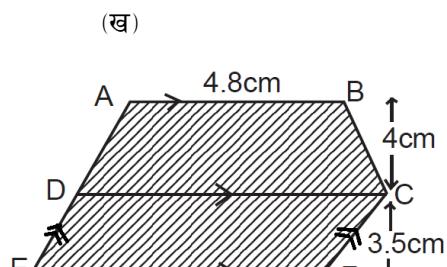
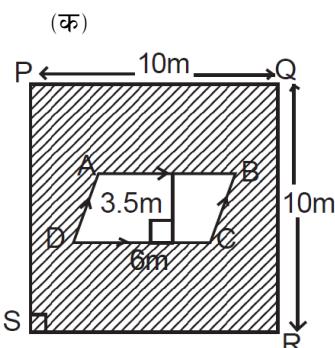
मूल्याङ्कन

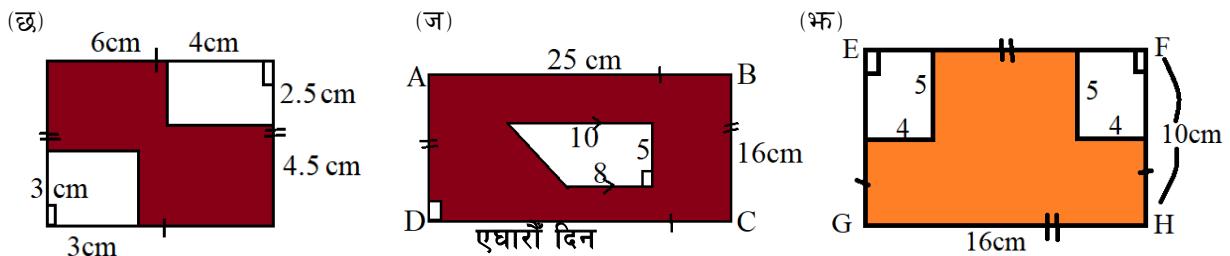
दिइएका चित्रहरूमा छाया पारिएका भागको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :



गृहकार्य

दिइएका चित्रहरूमा छाया पारिएका भागको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् :





सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजाकार र चतुर्भुजाकार सतहको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

सूत्र लेखिएको चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

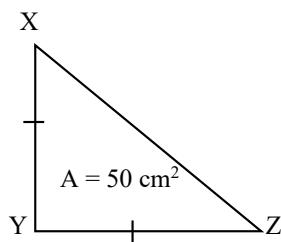
(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 107 मा दिइएको उदाहरण 4 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र उनीहरूले नबुझेको ठाउँमा सहजीकरण गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई निम्नलिसखत प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

दिइएका चित्रमा x को मान निकाल्नुहोस् :

(अ)

- दिइएको त्रिभुज कस्तो प्रकारको त्रिभुज हो ?
- उक्त त्रिभुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र के हो ?



समाधान

हामीलाई थाहा छ ,

समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज XYZ को क्षेत्रफल (A) = $\frac{p^2}{2}$

$$\text{Or, } 50 = \frac{x^2}{2}$$

$$\text{Or, } x^2 = 100$$

$$\therefore x = 10\text{cm}$$

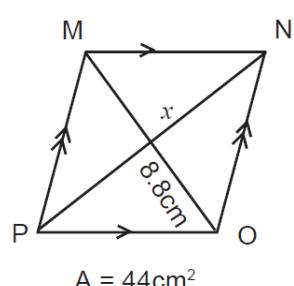
(आ)

- दिइएको चतुर्भुज कस्तो प्रकारको चतुर्भुज हो ?
- उक्त चतुर्भुजको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र के हो ?

समाधान

समवाहु चतुर्भुज MNOP को एउटा विकर्ण = (d1) = MO = 8.8 cm

समवाहु चतुर्भुज MNOP को अर्को विकर्ण = (d2) = PN = x cm



समवाहु चतुर्भुज MNOP को क्षेत्रफल (A) = ?
हामीलाई थाहा छ ,

$$\text{समवाहु चतुर्भुज MNOP को क्षेत्रफल } (A) = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

$$\text{Or, } 44 = \frac{1}{2} \times 8.8 \times x$$

$$\text{Or, } x = \frac{88}{8.8}$$

$$\therefore x = 10 \text{ cm}$$

क्रियाकलाप 4

- (क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 107 मा दिइएको उदाहरण 5 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र उनीहरूले नबुझेका ठाउँमा सहजीकरण गर्नुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस्
- (अ) एउटा 120 मिटर लम्बाइ र 110 मिटर चौडाइ भएको आयताकार बगैँचाको विचमा 18 मिटर लामो र 9 मिटर चौडाइ भएको भलिबल कोर्ट बनाइएको छ । भलिबल कोर्टबाहेक बगैँचाको क्षेत्रफल कति होला ?

समाधान

$$\text{आयतकार बगैँचाको लम्बाइ } (l_1) = 120 \text{ m}$$

$$\text{आयतकार खेतको चौडाइ } (b_1) = 110 \text{ m}$$

$$\therefore \text{आयतकार खेतको क्षेत्रफल } (A_1) = l_1 \times b_1 = 120 \times 110 = 13200 \text{ m}^2$$

$$\text{फेरि, भलिबल कोर्टको लम्बाइ } (l_2) = 18 \text{ m}$$

$$\text{भलिबल कोर्टको चौडाइ } (b_2) = 9 \text{ m}$$

$$\therefore \text{भलिबल कोर्टको क्षेत्रफल } (A_2) = l_2 \times b_2 = 18 \times 9 = 162 \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{अब, भलिबल कोर्टबाहेकको आयतकार बगैँचाको क्षेत्रफल } (A) &= A_1 - A_2 \\ &= 13200 - 162 \\ &= 13038 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

(ग) विद्यार्थीको उत्तर मिले नमिलेको परीक्षण गरी आवश्यक पृष्ठपोषण दिनुहोस् ।

(आ) 9 फिट लामो र 7 फिट चौडा भएको पर्वालमा कतिओटा 1 वर्ग फिटका बोर्डहरू नखप्टाईकन टाँस्न सकिएला ?

समाधान

$$\text{पर्वालको लम्बाइ } (l) = 9 \text{ ft}$$

$$\text{पर्वालको चौडाइ } (b) = 7 \text{ ft}$$

$$\therefore \text{पर्वालको क्षेत्रफल } (A_1) = l \times b = 9 \times 7 = 63 \text{ ft}^2$$

फेरि,

$$\text{वर्गाकार बोर्डको क्षेत्रफल } (A_2) = 1 \text{ ft}^2$$

$$\therefore \text{आवश्यक बोर्डको सदूच्या} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{63}{1} = 63$$

गृहकार्य

(क) एउटा 200 मिटर लम्बाइ र 120 मिटर चौडाइ भएको आयताकार जमिनमा 40 मिटर लामो र 30 मिटर चौडाइ भएको भवन बनाइएको छ भने

(अ) जमिनको क्षेत्रफल कति होला ?

(आ) भवनको क्षेत्रफल कति होला ?

(इ) भवनबाहेको क्षेत्रफल कति होला ?

(ख) 25 मिटर लम्बाइ र 3 मिटर चौडाइ भएको पर्खालमा कतिओटा 1 वर्ग मिटरका प्लाई नखप्टाईकन टाँस्न सकिएला ?

(ग) एउटा वर्गाकार खेतको परिमिति 200 फिट छ भने,

(अ) उक्त खेतको लम्बाइ कति होला ?

(आ) उक्त खेतको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(घ) एउटा वर्गाकार चउरको वरिपरि लगाएको पर्खालको लम्बाइ 80 मिटर छ भने,

(अ) उक्त चउरको लम्बाइ कति होला ?

(आ) उक्त चउरको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(ङ) एउटा आयताकार कोठाको लम्बाइ 15 ft र परिमिति 54 ft छ भने,

(अ) उक्त कोठाको चौडाइ कति होला ?

(आ) उक्त कोठाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

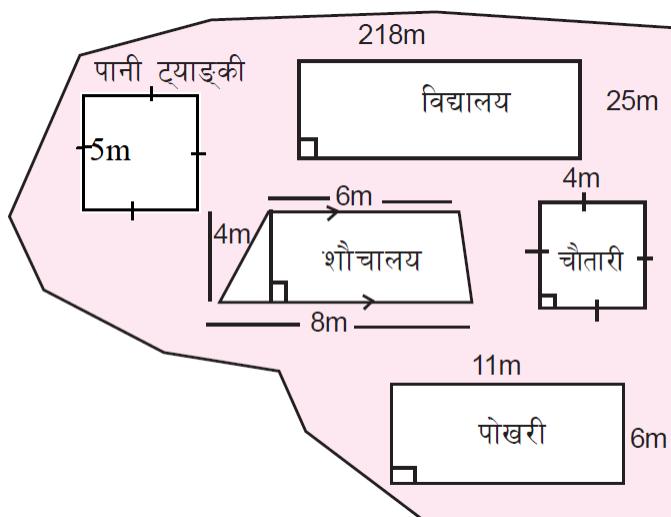
(च) एउटा आयताकार कोठाको लम्बाइ चौडाइको दोब्बर छ । यदि परिमिति 60 ft छ भने,

(अ) उक्त कोठाको लम्बाइ र चौडाइ कति कति होला ?

(आ) उक्त कोठामा कार्पेट विछ्याउन कति वर्ग फिट कार्पेट चाहिन्छ ?

(छ) सँगैको चित्रमा एउटा गाउँका विभिन्न महावृपूर्ण ठाउँहरू दिइएको छ । चित्र हेरी निम्नलिखित ठाउँहरूको क्षेत्रफल पत्ता लगाउनुहोस् :

- (क) सार्वजनिक शौचालय
- (ख) पोखरी
- (ग) विद्यालय
- (घ) चौतारी
- (ङ) पानी ट्याङ्की



परियोजना कार्य

एउटा A4 साइजको पेपर लिनुहोस् । त्यसका विचमा 5 cm लम्बाई भएको एउटा समबाहु चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् । त्यो समबाहु चतुर्भुजलाई कैचीको सहयोगले त्यहाँवाट काटेर निकाल्नुहोस् । अब बाँकी भागको क्षेत्रफल पत्ता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

बाहें दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वृत्तको क्षेत्रफल पत्ता लगाउने सूत्र स्थापित गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

कार्डबोर्ड पेपर, कैची, रुलर, धागो

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई आफ्नो वरपर भएका वृत्ताकार आकृतिहरूको उदाहरण लेख्न लगाई निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

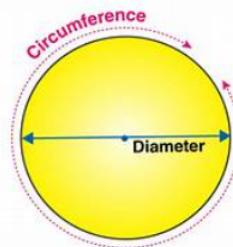
(अ) वृत्तको परिधि र व्यास भन्नाले के बुझिन्छ ?

(आ) सूत्रको प्रयोग नगरीकन कसरी वृत्तको परिधि र व्यास पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

(ख) विद्यार्थीलाई आफ्नो इच्छाअनुसारको नापको वृत्त खिचेर काट्न लगाउनुहोस् । उक्त वृत्तको बाहिरी घेरालाई धागोले घेरेर धागोको नाप नापी परिधि र व्यास नाप्न लगाउनुहोस् ।

(ग) वृत्तको परिधि र त्यसको व्यासको अनुपातलाई साथीहरूका विचमा तलना गर्न लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष



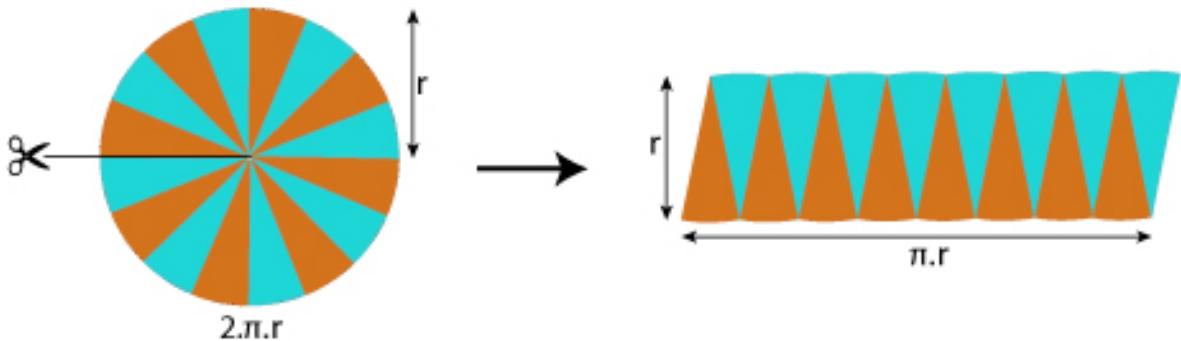
कुनै पनि वृत्तको वरिपरिको घेरोको लम्बाइलाई परिधि (circumference) भनिन्छ । वृत्तको परिधि र त्यसको व्यासको अनुपातलाई π (Pie) ले जनाइन्छ । तसर्थ, $\pi = \frac{C}{d}$ वा $C = \pi d = 2\pi r$ हुन्छ । सामान्यतया π को अनुमानित मान (approximate value) $\frac{22}{7}$ वा 3.14 हुन्छ । त्यसैले समस्या समाधान गर्दा π को मान $\frac{22}{7}$ वा 3.14 राखिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई कार्डबोर्डमा एउटा वृत्त खिच्न लगाउनुहोस् ।

(ख) उक्त वृत्तलाई काटी फरक फरक समूहलाई 4, 8, 16, 32,.....बराबर भागमा पट्याउन लगाई ती टुक्रालाई काटेर दुई अलग अलग रड लगाउन लगाई चित्रमा देखाए जस्तै गरी मिलाएर समानान्तर चतुर्भुज बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीको क्रियाकलापको सूक्ष्म अध्ययन गरी आवश्यक ठाउँमा सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।



(घ) समानान्तर चतुर्भुज बनाउँदा जति धेरै टुक्रा बनायो त्यति नै स्पष्ट हुने तथ्य बताउदै यसरी बनेको वृत्तका क्षेत्रफल समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल सँग बराबर हुने अवधारणा पनि प्रस्त पार्नुहोस् ।

अब,

वृत्तको अर्धव्यास r भएकाले परिधि $2\pi r$ हुन्छ ।

तसर्थ, समानान्तर चतुर्भुजको उचाइ (h) = r हुन्छ ।

समानान्तर चतुर्भुजको आधार (b) = $\frac{2\pi r}{2} = \pi r$

समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल (A) = $b \times h = \pi r \times r = \pi r^2$

अतः वृत्तको क्षेत्रफल = πr^2

व्यासको आधा अर्धव्यास हुने भएकाले $r = \frac{d}{2}$ राख्दा,

वृत्तको क्षेत्रफल (A) = $\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi d^2$ हुन्छ ।

अथवा

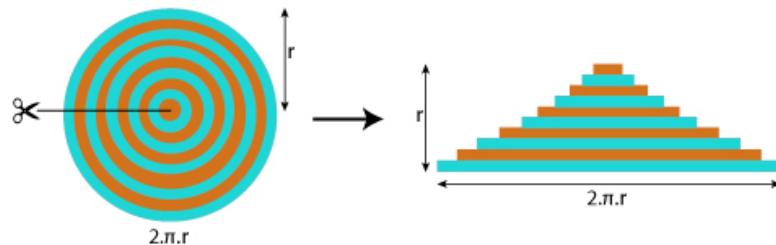
माथिका क्रियाकलापसँगै विद्यार्थीलाई निम्न क्रियाकलाप पनि गराउन सकिन्छ :

(क) विद्यार्थीलाई सझावाका आधारमा उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई कार्डबोर्डबाट अर्धव्यास r भएको एउटा वृत्त बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ख) उक्त वृत्तलाई चित्रमा देखाए जस्तै केन्द्रविन्दुमा एउटा किला राखेर उक्त किलाको वरिपरि वृत्ताकार सतहमा ढाकिने गरी धाँगो टाँसेर ढाक्न लगाउनुहोस् ।

(ग) यसरी बनेको धागोको क्षेत्रफल र वृत्तको क्षेत्रफल बराबर हुने अवधारणा पनि प्रस्त पार्नुहोस् । त्यस्तै धागोको सबैभन्दा बाहिरको धेराको लम्बाइ वृत्तको परिधिसँग बराबर हुने तथ्य पनि प्रस्त पार्नुहोस् ।

(घ) अब वृत्तलाई कैचीले परिधिबाट केन्द्रसम्म सिधा काटर फुकाउन लगाई चित्रमा देखाए जस्तै त्रिभुज बनाउन लगाउनुहोस् ।



त्रिभुजको उचाइ (h) = r

त्रिभुजको आधार (b) = वृत्तको परिधि = $2\pi r$

$$\text{त्रिभुजको क्षेत्रफल } (A) = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 2\pi r \times r = \pi r^2$$

$$\text{अतः वृत्तको क्षेत्रफल } (A) = \pi r^2$$

$$\text{व्यासको आधा अर्धव्यास हुने भएकाले } r = \frac{d}{2} \text{ राख्दा,}$$

$$\text{वृत्तको क्षेत्रफल } (A) = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi d^2 \text{ हुन्छ।}$$

अर्धव्यास 'r' भएको वृत्तको क्षेत्रफल = πr^2 हुन्छ।

$$\text{त्यस्तै व्यास } d \text{ हुँदा वृत्तको क्षेत्रफल } (A) = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \pi d^2 \text{ हुन्छ।}$$

तेरैं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- सूत्र प्रयोग गरेर वृत्तको क्षेत्रफल पता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

सूत्र लेखिएको चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 116 मा भएको उदाहरण 1 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

प्रश्न

व्यास 6 cm भएको वृत्तको परिधि र क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस्।

समाधान

यहाँ,

वृत्तको व्यास (d) = 6cm

वृत्तको क्षेत्रफल (A) =?

वृत्तको परिधि (C) =?

वृत्तको अर्धव्यास (r) = $\frac{6}{2}$ cm = 3 cm

वृत्तको क्षेत्रफल (A) =?

हामीलाई थाहा छ।

वृत्तको परिधि (C) = $2\pi r = 2 \times 3.14 \times 3 = 18.84$ cm

वृत्तको क्षेत्रफल (A) = $\pi r^2 = 3.14 \times 3 \times 3 = 28.26$ cm²

अर्को तरिका,

वृत्तको व्यास (d) = 6 cm

वृत्तको क्षेत्रफल (A) = ?

वृत्तको परिधि (C) = ?

हामीलाई थाहा छ ।

वृत्तको परिधि (C) = $\pi d = 3.14 \times 6 = 18.84 \text{ cm}$

$$\text{वृत्तको क्षेत्रफल } (A) = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{3.14 \times 6 \times 6}{4} = 28.26 \text{ cm}^2$$

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 117 मा भएको उदाहरण 3 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्न

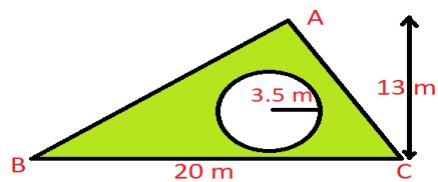
प्रश्न
छाया पारिएको भागको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् : [$\pi = 3.14$]
समाधान

यहाँ चित्रमा दिइएको पूरा भाग एउटा त्रिभुज हो । छाया नपारेको भाग वृत रहेको छ ।

(क) यहाँ, ΔABC मा, आधार (b) = 20 m

$$\text{उचाइ (h)} = 13 \text{ m}$$

हामीलाई थाहा छ ।



$$\begin{aligned}\text{त्रिभुजको क्षेत्रफल } (A_1) &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 13 \\ &= 130 \text{ m}^2\end{aligned}$$

वृत्तको अर्धव्यास (r) = 3.5 m

हामीलाई थाहा छ ।

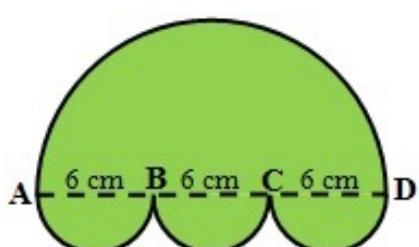
वृत्तको क्षेत्रफल (A₂) = $\pi r^2 = 3.14 \times 3.5 \times 3.5 = 38.465 \text{ m}^2$

अब,

$$\begin{aligned}\text{छाया पारिएको भागको क्षेत्रफल } (A) &= A_1 - A_2 \\ &= 130 - 38.465 \\ &= 91.535 \text{ m}^2\end{aligned}$$

मूल्यांकन

(अ) छाया पारिएको भागको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् : [$\pi = 3.14$]

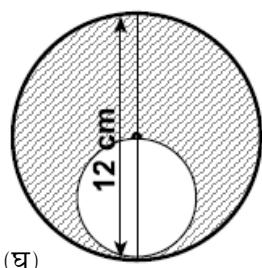


(आ) परिधि 34.54 cm भएको वृत्तको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् । $\pi = 3.14$]

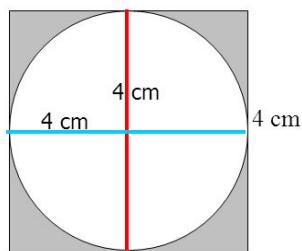
(इ) क्षेत्रफल 616 m^2 भएको वृत्तको अर्धव्यास पता लगाउनुहोस् । $\left[\pi = \frac{22}{7}\right]$

गृहकार्य

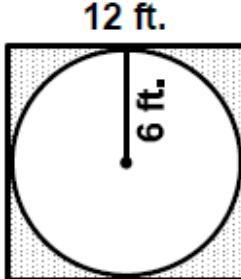
1. निम्नलिखित परिधि भएको वृत्तको क्षेत्रफल पता लगाउनुहोस् । $[\pi = 3.14]$
 - (क) 34.54 cm
 - (ख) 65.94 m
 - (ग) 18.84 inch
 - (घ) 113.04 m
 - (ड) 376.80 ft
 - (च) 157 m
2. निम्नलिखित क्षेत्रफल भएको वृत्तको अर्धव्यास पता लगाउनुहोस् : $\left[\pi = \frac{22}{7}\right]$
 - (क) 154 cm^2
 - (ख) 346.5 ft^2
 - (ग) 616 m^2
 - (घ) 1386 m^2
 - (ड) 38.5 km^2
 - (च) 3850 ft^2
3. तलका चित्रहरूको छाया पारिएको भागको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् : $[\pi = 3.14]$
 - (क)
 - (ख)
 - (ग)
 - (घ)
 - (ङ)
 - (ज)
 - (च)
 - (झ)
 - (झ.)
 - (म)
 - (झ.)
 - (म.)



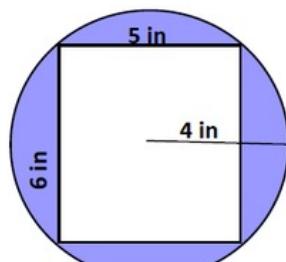
(घ)



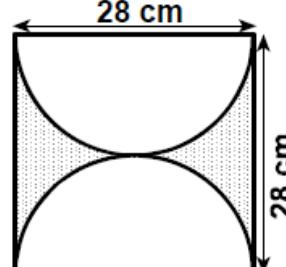
(ङ)



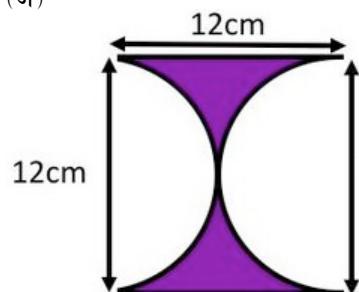
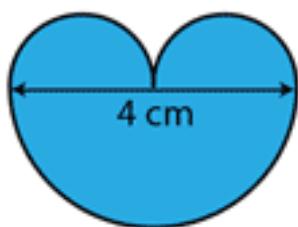
(ज)



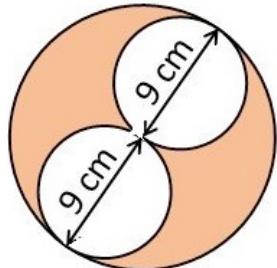
(म)



(झ.)



(म.)



चौधौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वृत्तको क्षेत्रफलसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

सूत्र लेखिएको चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप ज

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्न समाधान गर्न लगाएर अगिल्लो दिनको कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस्।

प्रश्न

एउटा 153.86 m^2 क्षेत्रफल भएको वृत्ताकार खेल मैदानलाई ढलान गरियो भने उक्त मैदानको ढलान गरेको भागको व्यास कति होला ? साथै उक्त मैदानको ढलानको वरिपरिको घेरा कति मिटर होला ? ($\pi = 3.14$)

समाधान

यहाँ वृत्ताकार खेल मैदानको क्षेत्रफल (A) = 153.86 m^2

वृत्तको व्यास (d) = ?

मैदानको ढलानको वरिपरिको घेरा (c) = ?

हामीलाई थाहा छ,

वृत्ताकार खेलमैदानको क्षेत्रफल (A) = 153.86 m^2

$$or, \frac{1}{4} \pi d^2 = 153.86 \text{ m}^2$$

$$or, \frac{1}{4} \times 3.14 \times d^2 = 153.86$$

$$or, d^2 = \frac{153.86 \times 4}{3.14}$$

$$or, d^2 = 196$$

$$or, d = 14 \text{ m}$$

अब, वृत्तको परिधि (C) = $\pi d = 3.14 \times 14 = 43.96 \text{ m}$

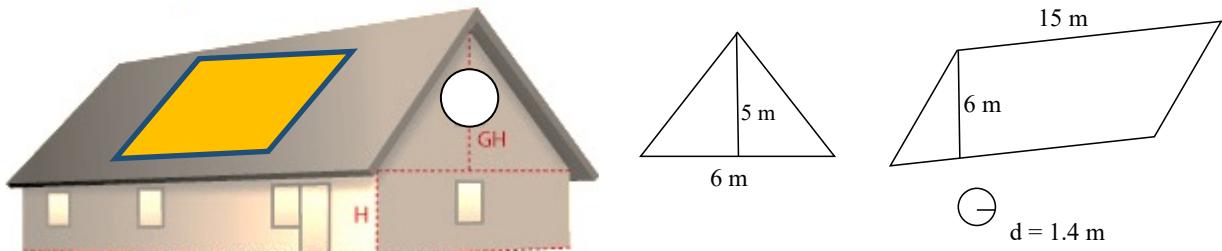
क्रियाकलाप 2

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 119 मा दिइएको उदाहरण 5 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र उनीहरूले नबुझेका ठाउँमा सहजीकरण गराउनुहोस्।

(ख) विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस्।

प्रश्न

दिइएको घरको चित्रमा त्रिभुज, समानान्तर चतुर्भुजाकार तथा वृत्ताकार आकृति देख्न सकिन्छ । जसको नमूना दायाँ भागमा नापसहित देखाइएको छ :



(अ) वृत्तको व्यास र अर्धव्यासको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

(आ) उक्त घरको अगाडि देखिने त्रिभुजाकार सतहको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) घरको अगाडिको भागमा देखिएको वृत्ताकार भागबाहेक त्रिभुजाकार सतहमा प्रतिवर्गमिटर $\text{रु } 50$ का दरले रड लगाउँदा कति खर्च लाग्छ ?

(ई) माथि देखिएको छानोका बिचमा भएको समानान्तर चतुर्भुजाकार क्षेत्रमा प्रतिवर्गमिटरमा जम्मा 10 ओटा टायल लाग्छ भने दुवै छानोमा जम्मा कति टायल लाग्छ, गणना गर्नुहोस् ।

समाधान

(अ) वृत्तको व्यास यसको अर्धव्यासको दुई गुणा हुन्छ ।

OR

$$d = 2r$$

(आ) यहाँ,

त्रिभुजाकार सतहको आधार (b) = 6 m

त्रिभुजाकार सतहको ऊचाइ (h) = 5 m

हामीलाई थाहा छ ।

$$\text{त्रिभुजको क्षेत्रफल } (A_1) = \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 5$$

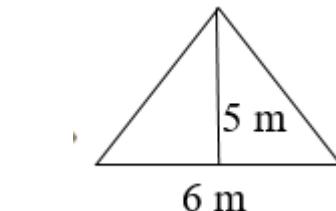
$$= 15 \text{ m}^2$$

(इ) घरको अगाडिको भागमा देखिएको वृत्ताकार भागको व्यास

$$\text{वृत्तको क्षेत्रफल } (A_2) = \frac{1}{4} \pi d^2 = \frac{3.14 \times 1.4 \times 1.4}{4} = 1.5386 \text{ m}^2$$

घरको अगाडिको भागमा देखिएको त्रिभुजाकार सतहको क्षेत्रफल (A) = 15 m^2

वृत्ताकार भागबाहेक त्रिभुजाकार सतहको क्षेत्रफल (A) = $A_1 - A_2$



$$(d) = 1.4 \text{ m}$$

$$d = 1.4$$

$$= 15 - 1.5386$$

$$= 13.4614 \text{ m}^2$$

प्रतिवर्गमिटर रड लगाउने दर (R) = रु. 50/m²

जम्मा खर्च (T) = ?

हामीलाई थाहा छ ।

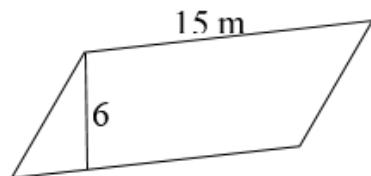
$$\begin{aligned}(T) &= R \times A \\ &= 50 \times 13.4614 \\ &= \text{रु. } 673.07\end{aligned}$$

(ई) छानोका विचमा भएको समानान्तर चतुर्भुजको आधार (b) = 15 m

छानाका विचमा भएको समानान्तर चतुर्भुजको उचाइ (h) = 6 m

छानाका विचमा भएको समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल (A) = ?

हामीलाई थाहा छ,



$$\begin{aligned}\text{समानान्तर चतुर्भुजको क्षेत्रफल } (A) &= b \times h \\ &= 15 \times 6 \\ &= 90 \text{ m}^2\end{aligned}$$

प्रतिवर्गमिटरमा टायलको सङ्ख्या (N) = 10

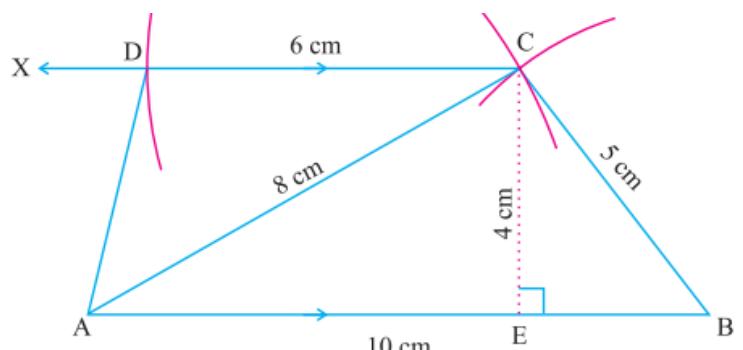
दुवै छानाका लागि आवश्यक जम्मा टायलको सङ्ख्या = $2 \times 10 \times 90 = 1800$

मूल्यांकन

(क) चित्रमा समलम्ब चतुर्भुजको रचना देखाइएको छ, जहाँ $CD = 6 \text{ cm}$, $AE = 10 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$, $BC = 5 \text{ cm}$ र $EC = 4 \text{ cm}$ छ ।

(अ) भुजा AB को नाप कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) समलम्ब चतुर्भुजको क्षेत्रफल कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।



(ख) एक जना धावकले वृत्ताकार धावन मार्गमा 4 फैन्को मार्दा 3520 मिटर दौड पूरा गयो भने

(अ) त्यस धावनमार्गको वरिपरिको लम्बाइ कति होला ? ($\pi = \frac{22}{7}$)

(आ) त्यसको व्यास कति होला ?

(इ) त्यस धावनमार्गले कति क्षेत्रफल ओगटेको छ ?

(ई) त्यस धावनमार्गको वरिपरि तारजाली राख्न प्रतिमिटर रु. 600 का दरले जम्मा कति खर्च लाग्ला ?

गृहकार्य

(क) शर्मिलाले 5cm अर्धव्यास भएको एउटा वृत्त खिचिन् । त्यसैगरी प्रकाशले पनि 7cm अर्धव्यास भएको अर्को वृत्त खिच्यो । अब कसले खिचेको वृत्तको क्षेत्रफल धेरै छ र कतिले धेरै छ ? ($\pi = 3.14$)

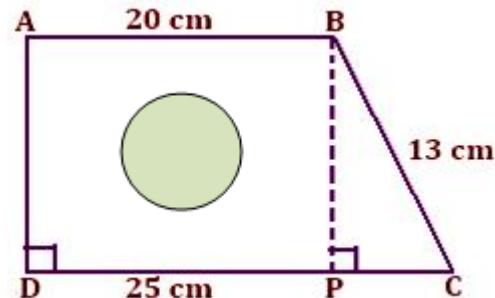
(ख) सलमानले 14 m अर्धव्यास भएको एउटा इनार खन्यो । त्यसैगरी प्रमिलाले पनि 18 m अर्धव्यास भएको अर्को इनार खनिन् । अब कसको इनारले जग्गा कम ओगट्छ र कतिले धेरै ओगट्छ ? ($\pi = 3.14$)

(ख) दिइएको चित्रमा ABCD समलम्ब चतुर्भुज र BPC समकोणी त्रिभुज हो, जहाँ AB = 20cm, DC = 25 cm र BC = 13 cm छ ।

(अ) समलम्ब चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल कति हुन्छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) समलम्ब चतुर्भुज ABCD को क्षेत्रफल र समकोणी त्रिभुज BPC को क्षेत्रफलभन्दा कति गुणा बढी छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ग) एउटा वृत्ताकार पोखरीको क्षेत्रफल 616 m^2 छ । ($\pi = \frac{22}{7}$)



पन्थाँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

(क) परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्ने

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

परियोजना कार्य

(क) तपाईंको वरिपरि पाइने कुनै 3 ओटा वृत्ताकार वस्तुको नाम लेख्नुहोस् । अब ती वस्तुहरू को व्यास नाप्नुहोस् र त्यसका परिधि र क्षेत्रफल निकाली कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) 18 cm लामो धागोका तीन टुक्रे लिनुहोस् । अब उक्त धागोबाट क्रमशः एउटा वर्ग, एउटा आयत र एउटा वृत्त बनाउनुहोस् । अब तिनीहरूको क्षेत्रफल पत्ता लगाई सबैभन्दा कम र सबैभन्दा बढी क्षेत्रफल कुन आकृतिको भयो, छलफल गर्नुहोस् ।

(क) विद्यार्थीलाई पालैपालो परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस् ।

(ग) परियोजनाको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्यांकन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदन मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

पाठ 9

घातांक (Indices)

१. पाठको परिचय

यस पाठमा घातांकका नियमहरूको प्रयोग गरी सरल गर्ने समस्यालाई समवेश गरिएको छ। गुणनसँग सम्बन्धित गणितीय आधारभूत क्रियाहरूलाई सरल रूपमा व्यक्त गर्ने विधि नै घातांक हो, जस्तै :कुनै अंडक 2 लाई 98 पटक गुणन गर्नु पर्दा गुणन चिह्न प्रयोग गरी लेख्नु धेरै लामो, धेरै समय लाग्ने र धेरै स्थान ओगट्ने हुन्छ। यसलाई छोटो, कम समयमा लेख्न र पढनका लागि घातांकको प्रयोग गरी लेख्नु उपयुक्त हुन्छ। यस पाठमा सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप गर्दा आगमन विधिको प्रयोगबाट घातांकका नियमहरू पत्ता लगाउने र तत्सम्बन्धी सरल गराउने कार्य गरी सिकाइ सिप र समस्या समाधान सिपको विकासमा जोड दिइएको छ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) घातांकका नियम प्रयोग गरी सरल गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना र पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ :

क्र.सं.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकमा सम्बन्धित पृष्ठ
1.	पुनरवलोकन, घातांकसम्बन्धी आधारभूत धारणा	1	
2.	$a^m \times a^n = a^{m+n}$ / $a^m \div a^n = a^{m-n}$ स्वरूपको घातांकको नियम प्रयोग गरी सरलीकरण	1	
3.	$x^0 = 1$, $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ र $(x^m)^n = x^{mn}$ स्वरूपको नियम प्रयोग गरी सरलीकरण	1	
4.	$(xy)^m = x^m y^m$ $\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m}$ स्वरूपको नियम प्रयोग गरी सरलीकरण	1	
5.	परियोजना कार्य	1	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

(ख) घातांकको नियमको प्रयोग

(ग) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपमा गर्ने गलतीहरू)

$$x^2 \text{ लाई } x \times 2 = 2x \text{ का रूपमा लेख्नु}$$

$$-(y)^2 \text{ लाई } -y \times -y \text{ का रूपमा लेख्न}$$

$$x^{-m} \text{ लाई } \frac{1}{x^m} \text{ का रूपमा लेख्न}$$

$$x^3 \times x^2 = x$$

$$(3x^3)^2 = 3x^6$$

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- लगातार गुणन क्रियालाई घाताडकको रूपमा लेखन
- घाताडको अवधारणा बताउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्ट पेपर, पाठ्यपुस्तक, कक्षाकोठामा उपलब्ध वस्तुहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) मस्तिष्क मन्थनका लागि एउटा प्रश्न दिनुहोस्, जस्तै : (3 – 11 2 – 11)

प्रक्रिया

- यो प्रश्नलाई यसरी पढ्नुहोस् बोर्डमा नलेख्नुहोस् ।
- Three minus one one two minus one one लाई जोड्नुहोस् ।
- यसका लागि 1 मिनेट समय दिनुहोस् विद्यार्थीले दिइएका उत्तर सही छ वा छैन कक्षाको अन्तमा भन्नुहोस् ।

आजको यस घन्टीमा विद्यार्थीले लगातार गुणनको रूपमा लेखिएका सङ्ख्यालाई घाताडकका रूपमा लेखन सिक्ने छन् ।

क्रियाकलाप 2

(क) निम्नलिखित सङ्ख्याहरू बोर्डमा लेख्नुहोस् र ती सङ्ख्याहरूका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

जस्तै :

- (अ) 1, 4, 9, 25, 36, 49, 64, 81, 100
 (आ) 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000
 (ख) प्रश्न न.अ) को सङ्ख्यालाई कस्तो सङ्ख्या भनिन्छ होला ?
 (ग) प्रश्न न. आ) को सङ्ख्याहरूलाई कस्तो सङ्ख्या भनिन्छ होला ?
 (घ) यी प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि ती सङ्ख्याहरूलाई फरक फरक तरिकाले कापीमा लेख्न लगाउनुहोस् ।
 (ड) विद्यार्थीले कसरी लेखेका छन् अवलोकन गर्नुहोस् र उनीहरूले लेखेको तरिकालाई बोर्डमा लेखिदिनुहोस् ।

जस्तै:

$$1 = 1 \times 1$$

$$1 = 1^2$$

$$1 = 1$$

$$4 = 2 \times 2$$

$$4 = 2^2$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$9 = 3 \times 3$$

$$9 = 3^2$$

$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$

$$16 = 4 \times 4 \quad 16 = 4^2 \text{ आदि ।}$$

(च) माथिको ढाँचाका आधारमा निम्नलिखित थप प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = ?$$

$$a \times a \times a \times a = ?$$

$$p \times p \times p \times p \times p \times p = ?$$

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 1 मा दिइएको पुनरवलोकन कार्यलाई निम्न प्रश्नहरूको आधारमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

- (अ) व्याक्टेरियाको सङ्ख्या कसरी बढ्दै गएको छ ?
 (आ) कति समयको फरकमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या बढ्दै गएको छ ?
 (इ) कति समयको व्याक्टेरियको सङ्ख्या पत्ता लगाउनुपर्ने रहेछ ?

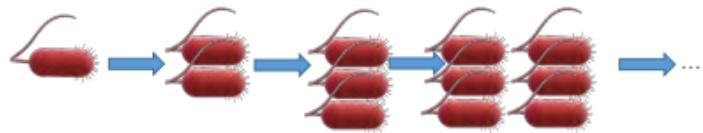
माथिका प्रश्नमा छलफल गराइसकेपछि व्याक्टेरियाको बढ्दो सङ्ख्यालाई कसरी लेखिएको छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

- (अ) सुरुको व्याक्टेरियाको सङ्ख्या कति छ ?
 (आ) पहिलो विस मिनेटको सङ्ख्या कति छ ?
 (इ) दोस्रो विस मिनेटको सङ्ख्या कति छ ?
 (ई) तेस्रो विस मिनेटको सङ्ख्या नि ?
 (च) यस्ता प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि ती सङ्ख्याहरूलाई कसरी लेखिएको छ ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (छ) एउटै सङ्ख्यालाई त्यही सङ्ख्याले धेरै पटक गुणन गरेको अवस्थामा छोटो रूपमा लेख्नु पर्दा के गर्न सकिने रहेछ ?

निष्कर्ष: कुनै सङ्ख्यालाई त्यही सङ्ख्याले धेरै पटक गुणन गर्ने क्रियालाई छोटो रूपमा व्यक्त गर्न घाताङ्कको प्रयोग गरिन्छ ।

9.0 पुनरबलोकन (Review)

यदि कुनै व्याक्टेरिया उसको लागि अनुकूल समयमा प्रत्येक विस मिनेटमा दोब्बर हुँदै जान्छ भने एउटाचाट वृद्धि हुँदै जाँदा एक सय विस मिनेटमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या कति पुऱ्ठ होला, छलफल गर्नुहोस् :



- (क) सुरुमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या = 1
 (ख) पहिलो विस मिनेटमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या = $2 = 2^1$
 (ग) दोस्रो विस मिनेटमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या = $2 \times 2 = 2^2 = 4$
 (घ) तेस्रो विस मिनेटमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या = $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
 (ड) चौथो विस मिनेटमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या = $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$
 (च) पाचौं विस मिनेटमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$
 (छ) छैठौं विस मिनेटमा व्याक्टेरियाको सङ्ख्या = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$
- कुनै सङ्ख्यालाई त्यही सङ्ख्याले धेरै पटक गुणन गर्ने क्रियालाई जनाउन घाताङ्कको प्रयोग गरिन्छ ।
- a^n मा a आधार र n लाई घाताङ्क भनिन्छ ।
 आधार $\rightarrow 2^6$ \leftarrow घाताङ्क

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई लगातार गुणन क्रियालाई घाताङ्कका रूपमा लेख्न अभ्यास गराउनुहोस् जस्तै:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 = ?$$

$$12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 = ?$$

$$m \times m \times m = ?$$

$$a \times a \times a \times a \times a \times a = ?$$

(ख) माथिको क्रियाकलाप गराइसकेपछि निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) 2^4 मा 2 लाई कति पटक 2 ले गुणन गरिन्छ ?
 (आ) 3^2 मा 3 लाई कति पटक 3 ले गुणन गरिन्छ ?
 (इ) y^3 मा y लाई कति पटक y ले गुणन गरिन्छ ?
 (ई) 2^4 मा 2 लाई के भनिन्छ होला ?
 (उ) 2^4 मा 4 लाई के भनिन्छ ?
 (ऊ) 3^5 मा 3 लाई के भनिन्छ होला ?
 (ऋ) 3^5 मा 5 लाई के भनिन्छ ?

माथिका प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि यदि कुनै सङ्ख्यालाई x^m को रूपमा व्यक्त गरिएको छ भने x लाई आधार र m लाई घाताङ्क भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 4

(क) तलको तालिकालाई अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

घातांकका नियम	नतिजा	गुणनका रूपमा	नतिजा
$3^2 = 3 \times 3$	9	$3 \times 2 = 3 + 3$	6
$2^3 = 2 \times 2 \times 2$	8	$2 \times 3 = 2 + 2 + 2$	6
$5^2 = 5 \times 5$	25	$5 \times 2 = 5 + 5$	10
$x^3 = x \times x \times x$	x^3	$x \times 3 = x + x + x$	$3x$
$m^4 = m \times m \times m \times m$	m^4	$m \times 4 = m + m + m + m$	$4m$

(अ) माथिको तालिकामा 3^2 र 3×2 गर्दा नतिजा के देखियो ?

(आ) 2^3 र 2×3 मा के फरक रहेछ ?

(इ) 3^2 र 3×2 मा के फरक रहेछ ?

(ई) के m^4 लाई $m \times 4$ गर्न सकिन्छ ?

(ख) यी प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि चार्टपेपरमा बनाएको तल देखाइएको जस्तो तालिका बोर्डको साइडमा टाँसी दिनुहोस् :

घातांकका नियम	नतिजा	गुणनका रूपमा	नतिजा
$3^2 = 3 \times 3$	9	$3 \times 2 = 3 + 3$	6
$2^3 = 2 \times 2 \times 2$	8	$2 \times 3 = 2 + 2 + 2$	6
$5^2 = 5 \times 5$	25	$5 \times 2 = 5 + 5$	10
$x^3 = x \times x \times x$	x^3	$x \times 3 = x + x + x$	$3x$
$m^4 = m \times m \times m \times m$	m^4	$m \times 4 = m + m + m + m$	$4m$

$$a^m \neq m \times a$$

मूल्यांकन

तलका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

(क) x^m मा आधार र घातांक छुट्याउनुहोस् ।

(ख) 5^6 लाई लगातार गुणन क्रियाका रूपमा व्यक्त गर्नुहोस् ।

(ग) $a \times a \times a \times a \times a \times a$ लाई घातांकका रूपमा लेख्नुहोस् ।

(घ) 3^4 र 3×4 मा के फरक छ ?

गृहकार्य

(क) 4, 25, 36, 49 लाई लगातार गणितीय क्रियाका रूपमा लेख्नुहोस् ।

(ख) लगातार गुणन क्रियाका रूपमा दिइएका समस्यालाई घातांकको रूपमा लेख्नुहोस् ।

(अ) $p \times p \times p$

(आ) $m \times m \times m \times m \times m$

(ग) x^m र $m \times x$ लाई कसरी लेखिन्छ ?

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- घातांकको गुणनका नियम $a^m \times a^n = a^{m+n}$ प्रयोग गरी सरल गर्न
- घातांकको भागको नियम $a^m \div a^n = a^{m-n}$ प्रयोग गरी सरल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

कार्डबोर्ड तथा चार्टपेपरमा तयार गरेका सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) अगिल्लो दिन सिकेका लगातार गुणन क्रियाका बारेमा छोटकरीमा छलफल गराउनुहोस् ।
- (ख) तपाइले चार्टपेपरमा तयार पार्नु भएको लगातार गुणन क्रियासम्बन्धी तालिकालाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

लगातार गुणन क्रिया	फरक तरिका	घाताङ्कको नियम
2×2	$2^1 \times 2^1$	2^{1+1}
$2 \times 2 \times 2 = 2^3$	$2^2 \times 2^1$	2^{2+1}
$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$	$2^2 \times 2^2$	2^{2+2}
$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	$2^3 \times 2^2$	2^{3+2}
.....
$a \times a \times a \times a \times a \times a$	$a^4 \times a^2$	a^{4+2}
$a \times a \dots \times a$	$a^m \times a^n$	a^{m+n}

(ग) विद्यार्थीलाई निम्नलिखित ढाँचालाई पूरा गर्न अभ्यास गराउनुहोस् :

$$2 + 3 = \dots \quad 3 + 4 = \dots \quad 3 + 7 = \dots \quad m + n = \dots$$

$$5^2 \times 5^3 = (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5) = 5^5 = 5^{2+3}$$

$$4^3 \times 4^4 = ?$$

$$x^3 \times x^7 = ?$$

$$2y^m \times 3y^n = ?$$

$$3a^5 \times 4a^3 = ?$$

निष्कर्षः एउटै आधार भएका घातहरूको गुणन गर्दा आधार उही रहन्छ भने घाताङ्कहरू जोडिन्छ ।

$$x^m \times x^n = x^{m+n}$$

क्रियाकलापसँगै मूल्याङ्कन गर्दै आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

$$8 \div 4 = ?, \quad 9 \div 3 = ?, \quad 16 \div 4 = ?$$

(ख) माथिका समस्यालाई फरक फरक तरिकाले समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

विद्यार्थीले उक्त समस्यालाई निम्नानुसार गर्न सक्ने छन् :

$$\text{जस्तै : } 8 \div 4 = \frac{8}{4} = 2$$

$$\begin{array}{r} 8 \div 4 \\ = 4) 8 (2 \\ \underline{- 8} \\ 0 \end{array}$$

$$8 \div 4 = \frac{4 \times 2}{4} = 2$$

$$8 \div 4 = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2$$

(ग) माथिका फरक फरक तरिकाहरूमध्ये कुन तरिकालाई घाताडकका रूपमा लेख्न सकिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

$$8 \div 4 = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = 2^1$$

$$8 \div 4 = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2^3}{2^2} = 2^{3-2}$$

$$27 \div 9 = \frac{3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} = \frac{3^3}{3^2} = 3^{3-2}$$

$$125 \div 25 = \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} = \frac{5^3}{5^2} = 5^{3-2}$$

$$64 \div 4 = ?$$

$$216 \div 6 = ?$$

(ड) माथिका उदाहरणहरूको ढाँचाअनुसार दिइएका समस्याहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) $\frac{6^5}{6^2} = \dots \frac{7^9}{7^3} = \dots \frac{x^5}{x^2} = \dots \frac{a^x}{a^y} = \dots$

(आ) ढाँचाका आधारमा घाताडकको भागको नियम लेख्न लगाउनुहोस् :

निष्कर्षः एउटै आधार भएका घाताडकहरूको भाग गर्दा आधार उही रहिरहन्छ अंशको घाताडकबाट हरको

घाताडकलाई घटाइन्छ । $x^m \div x^n = x^{m-n}$

मूल्याडकन : तलका समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

(क) 3^4 लाई लगातार गुणनका रूपमा लेख्नुहोस् ।

(ख) $5^4 \times 5^6$ लाई गुणन नियमका अधारमा लेख्नुहोस् ।

(ग) $x^a \times x^b$ लाई गुणन नियमको आधारमा लेख्नुहोस् ।

(घ) $5^4 \div 5^3$ लाई घाताडकको भागका रूपमा लेख्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) दिइएको प्रश्नहरूलाई जोडीमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) $-2 \times -2 = ?$

(आ) $-2 \times 2 = ?$

(इ) $(-2x)^2 = ?$

(ई) $-(2x)^2 = ?$

(ख) यस्ता प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि तलका समस्याहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

(अ) $(2x^2 \times 2x^5) = (2 \times 2) \times (x^2 \times x^3) = 2^2 \times x^{2+3} = 4x^5$

(आ) $(-2a^4 \times 5a^3) = -10a^{4+3} = -10a^7$

(इ) $(-3m^4) \times (-4m^3) \times (2m) = 24m^{4+3+1} = 24m^8$

(ई) $(pq) \times (p^3q^3) \times (pq^2) = p^{1+3+1} \cdot q^{1+3+2} = p^5q^6$

(उ) $2^7 \div 2^3 = 2^{7-3} = 2^4$

(ऊ) $4^4 \div 4 = ?$

(ऋ) $x^5 \div x^3 = ?$

(ए) $24x^9 \div 6x^4 = 4x^{9-4} = 4x^5$

(ग) आवश्यकता अनुसार सहजीकरण गर्दै पृष्ठपोषण पनि प्रदान गर्नुहोस् ।

(घ) कक्षा क्रियाकलापसँगै मूल्याडकन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 128 को प्रश्न नं. 1 र 2 को समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $x^0 = 1$ स्वरूपका घाताङ्कको नियम प्रयोग गरी सरल गर्न
- $x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ र
- $(x^m)^n = x^{mn}$ स्वरूपका घाताङ्कको नियम प्रयोग गरी सरल गर्न

शैक्षणिक सामग्री

कार्डबोर्ड तथा चार्टपेपरमा तयार सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) आवश्यकताअनुसार विद्यार्थीहरूलाई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् :

(ख) तलका समस्याहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

$$1 - 1 = 0, 2 - 2 = ?, 30 - 30 = ?, 100 - 100 = ?$$

$$x - x = 0, a - a = ? m - m = ?$$

$$\text{त्यसैगरी } 1 \div 1 = 1, 2 \div 2 = 1, 3 \div 3 = ? 10 \div 10 = ?$$

(ग) माथिका क्रियाकलापका आधारमा $0 \div 0$ के हुन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

घ) तल दिइएका समस्याबाट घाताङ्कको शून्य नियम स्थापित गर्न लगाउनुहोस् ।

$$4^1 \div 4^1, 3^5 \div 3^5, x^m \div x^n$$

$$\text{जस्तै : } 3^5 \div 3^5 = 3^{5-5}$$

$$1 = 3^0$$

$$5^3 \div 5^3 = 5^{3-3}$$

$$\text{or, } 1 = 5^0$$

.....

$$x^m \div x^m = x^0 = 1 [x \neq 0]$$

निष्कर्ष: शून्यबाहेक कुनै पनि सङ्ख्याको घाताङ्क शून्य छ भने त्यसको मान 1 हुन्छ ।

मूल्याङ्कन : घाताङ्कको शून्य नियम प्रयोग गरी सरलीकरण गर्नुहोस् :

$$(2x)^0 = ? \quad (-3y)^0 = ? \quad (xy)^0 = ? \quad \left(\frac{x}{y}\right)^0 = ?$$

क्रियाकलाप 2

(क) दिइएका समस्याहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

$$0 + 1 = 1, 0 + 2 = 2 ..$$

$$0 - 1 = -1, 0 - 2 = ?, 0 - 3 = -3$$

$$(ख) 3^{-1} = 3^{0-1} (\text{किन ?})$$

$$= 3^0 \div 3^1 (\text{कसरी ?})$$

$$= \frac{3^0}{3^1}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\frac{3}{5}} \\
 (\text{ग}) \quad 5^{-4} &= 5^{0-4} \\
 &= 5^0 \div 5^4 \\
 &= \frac{5^0}{5^4} \\
 &= \frac{1}{5^4}
 \end{aligned}$$

(घ) माथिको ढाँचाका आधारमा x^{-n} मान निकाल्न लगाउनुहोस् ।

$$(\text{ङ}) \quad \frac{1}{x^{-1}} = \frac{x^0}{x^{-1}} = x^0 \div x^{(-1)} = x^{0-(-1)} = x^{0+1} = x^1 = x$$

(च) आश्यकताअनुसार थप अभ्यास गराउनुहोस् ।

निष्कर्ष

यदि अंशमा आधारको घाताङ्क ऋणात्मक छ भने, हरमा उही आधारमा घाताङ्क धनात्मकमा लेखिने रहेछ ।

$x^{-m} = \frac{1}{x^m}$ यसैगरी हरमा आधारको घाताङ्क ऋणात्मक छ भने, अंशमा उही आधारमा घाताङ्क धनात्मकमा लेख्नुपर्छ ।

क्रियाकलाप 3

(क) दिइएका समस्यालाई जोडीमा छलफल गराउनुहोस् ।

$$(2^2)^3 = (2^2) \times (2^2) \times (2^2) = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

$$2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

(अ) यहाँ 2^2 लाई किन 3 पटक गुणन गरिएको होला ?

(आ) यस्तै $2/2$ ओटा प्रश्न बनाई एकले बनाएको प्रश्नलाई अर्कोले समाधान गर्नुहोस् ।

(ख) आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गर्दै जानुहोस् ।

(ग) जोडीमा गरेको कार्यलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको कार्यका आधारमा $(x^m)^n = x^{mn}$ हुन्छ भनी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

(ङ) तलका समस्यालाई कक्षामा छलफल गराउनुहोस् :

$$(x^a)^b \times (x^b)^c \times (x^c)^a$$

(अ) दिइएको प्रश्नमा घाताङ्कसम्बन्धी कुन कुन नियम प्रयोग गर्न सकिन्छ ?

(आ) घाताङ्कको नियम प्रयोग गरी समस्या समाधान गर्न अभ्यास गराउनुहोस् ।

$$\text{जस्तै: } x^{a b} \times x^{b c} \times x^{c a} = x^{ab+bc+ca}$$

(इ) अभ्यासका लागि थप समस्याहरू तयार गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) सहजीकरण गर्ने क्रममा विद्यार्थीको सक्रिय सहभागिताको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य : दिइएका समस्याहरू समाधान गर्नुहोस् ।

$$(\text{क}) \quad (3x)^0 \qquad (\text{ख}) \quad 3^0 \times a^0 \qquad (\text{ग}) \quad \frac{(4x)^0}{a^0}$$

$$(\text{घ}) \quad 3^{-1} \qquad (\text{ङ}) \quad (-2y)^{-1} \qquad (\text{च}) \quad (3x^0)^3$$

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $(xy)^m = x^m y^m$ स्वरूपका घाताङ्क का नियम प्रयोग गरी सरल गर्ने
- $\left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m}$ स्वरूपका घाताङ्क का नियम प्रयोग गरी सरल गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई आवश्यकताका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । प्रत्येक समूहलाई $(2 \times 3)^2$ र $2^2 \times 3^2$ तथा $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ र $\frac{2^2}{3^2}$ लाई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई यस्तै 5/5 ओटा प्रश्न निर्माण गरी एउटा समूहले निर्माण गरेको प्रश्न अर्को समूहबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) आवश्यकताअनुसार शिक्षकले सहजीकरण गर्दै जानुहोस् ।
- (घ) समूहमा गरको कार्यलाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- (ङ) एउटा समूहले गरेको प्रस्तुतीकरणलाई अर्को समूहबाट सबल पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्ष टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।
- (च) विद्यार्थीले गरेका कार्यलाई आधार मानी निष्कर्षमा पुर्याउनुहोस् ।

$$\text{जस्तै } (2 \times 3)^2 = (6)^2 = 36$$

$$2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

$$(4 \times 3)^2 = 12^2 = 144$$

$$4^2 \times 3^2 = 16 \times 9 = 144$$

त्यसैले, $(xy)^m = x^m y^m$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{125}{216}$$

$$\frac{5^3}{6^3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{6 \times 6 \times 6} = \frac{125}{216}$$

$$\text{त्यसैले, } \left(\frac{x}{y}\right)^m = \frac{x^m}{y^m}$$

कक्षा क्रियाकलापसँगै मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

- (क) घाताङ्कको यी नियमका आधारमा सरल गर्न अभ्यास गराउनुहोस् ।

$$\text{जस्तै : } (2xy)^2 = 2^2 x^2 y^2 = 4x^2 y^2$$

$$(3a^2b)^3 = 3^3 a^{2 \times 3} b^3 = 27a^6b^3$$

$$16m^2n^2 = ?$$

$$\left(\frac{4a}{5b}\right)^2 = ?$$

$$(m^2 n^3)^4 \times (m^3 n^4) = \dots$$

$$\left(\frac{a^3 b^2}{2c^4 d^2}\right)^3 = ?$$

$$\frac{3^4 \times 36^2}{9^2 \times 6^4} \text{ मा}$$

(अ) हरको आधार एउटै छ ? अंशको आधार ?

(आ) हर तथा अंशको आधार एउटै गर्न के के गर्न सकिन्दै ?

(इ) घाताङ्क एउटै भएको घात पनि छन् ?

(ई) यदि एउटै घाताङ्क भएको घात गुणन तथा भागका रूपमा भए घाताङ्कलाई के गर्न सकिन्दै ?

(ख) माथिका प्रश्नहरूमा छलफल गराईसकेपछि समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीले गरेका कार्यलाई अबलोकन गर्नुहोस् र आवश्यक परेमा सहजीकरण गर्नुहोस् ।

कृयाकलाप सँगै मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

निष्कर्ष

यदि घाताङ्कको पनि घाताङ्क छ भने ती घाताङ्कहरूलाई गुणन गरिन्छ । $(x^m)^n = x^{mn}$

मूल्याङ्कन : दिइएका समस्या समाधान गर्न लगाई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

$$(क) \frac{2^2 \times 4^2}{8^2}$$

$$(ख) \frac{5^3 \times 125^3}{25^3}$$

$$(ग) \frac{4^4 \times 5^5}{25^2 \times 16^2}$$

गृहकार्य

खाली ठाउँमा उपयुक्त सझिख्या भर्नुहोस् :

$$(क) x^\square = 8^2$$

$$(ख) (3x^\square)^2 = 9x^6$$

$$(ग) (4x)^\square = 1$$

प्रमाणित गर्नुहोस् :

$$(क) \frac{x^{m+n+2} \times x^{m+n+2}}{x^{2(m+n+1)}} = x^2$$

$$(ख) \frac{x^{p-q+1} \times x^{q-r+1} \times x^{r-p+1}}{x^3} = 1$$

परियोजना कार्य

एउटा बाल क्लबले जनचेतना मूलक समाचारलाई प्रचार प्रसार गर्नका लागि “एक दिनमा एक जना मानिसले उक्त समाचार थप 5 जनालाई भन्नु पर्ने छ र उक्त 5 जनाले फेरि अर्को दिन प्रत्येकले थप 5/5 जनालाई भन्नुपर्ने छ” । सो नियम पालना गरी एक जनाबाट भन्न सुरु गरेको समचार पाचौं दिनसम्म कर्ति जना मानिस विच पुग्छ होला ? घाताङ्कको नियम प्रयोग गरी पत्ता लगाउनुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्य कसरी गर्ने सहजीकरण गर्नुहोस् । अर्को दिन कक्षामा आफूले तयार गरेको परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्नुहोस्

पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्यमार्फत लगातार गुणनका रूपमा आएका सझिख्यालाई घाताङ्कका रूपमा देखाई व्यावहारिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, मार्कर, साइनपेन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- आजको पाठमा विद्यार्थीहरूले आफूले तयार गरेको परियोजना कार्यलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्ने छन् । यसरी परियोजना कार्य गर्दा विद्यार्थीमा अगाडि आएर बोल्ने बानीको विकास हुन्छ साथै सहयोगी भावनाको विकास हुन्छ ।
- (क) सबै समूहले आफूले गर्नु पर्ने परियोजना कार्य पूरा गरेका छन् वा छैनन् यकिन गर्नुहोस् ।
- (ख) यदि कुनै समूहले परियोजना कार्य पूरा गरेका छैनन् भने पूरा नगर्नुको कारण पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (ग) केही विद्यार्थीलाई आफूनो परियोजना कार्य पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) परियोजना नगरेका विद्यार्थीलाई परियोजना कार्य प्रस्तुत गरेका साथीको सकारात्मक पक्ष र सुधार गर्नु पर्ने पक्षको टिपोट गर्न लगाउनुहोस् र त्यसैका आधारमा पूनः अकों परियोजना कार्य गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ङ) केही विद्यार्थीले परियोजना कार्य प्रस्तुत गरेपश्चात् देहायका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :
- (अ) पहिलो दिनमा कति जनाले समाचार पाएका रहेछन् ?
- (आ) दोस्रो दिन कति जनाले समाचार पाए ?
- (इ) तेस्रो र चौथो दिनमा कति कति जनाले समाचार पाएका रहेछन् ।
- (ई) यदि पहिलो दिन ५ जनाको साटो ३ जनाले मात्र समाचार पाएका थिए र दोस्रो, तेस्रो दिन पाउने सङ्ख्या त्यसरी नै बढेको भए चौथो दिन समाचार पाउने सङ्ख्या कति हुन्यो होला ?
- (च) परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्दा शिक्षकले आवश्यक सहजीकरण गरी पृष्ठ पोषण प्रदान गर्नुहोस्
- (छ) परियोजना कार्य प्रस्तुत गरिसकेपछि परियोजना कार्यको राम्रा पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्षलाई कक्षामा पालैपालो प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्यांकन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेका परियोजना कार्य, त्यसको प्रस्तुति र पहिचान गरेका सबल पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्षको मूल्यांकन गर्नुहोस् । मूल्यांकनमा रुब्रिक्स विधिको प्रयोग गर्नुहोस् ।

पाठ 10
बीजीय अभिव्यञ्जक
(Algebraic Expression)

१. पाठ परिचय

बीजीय अभिव्यञ्जक चल राशि र अचल राशिका विचमा गणितका आधारभूत क्रिया भएर बन्छ । यस पाठमा $a^2 - b^2$, $ax^2 + bx + c$ स्वरूपका बीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण, बीजीय अभिव्यञ्जकका महत्तम समापवर्तक र लघुत्तम समापवर्त्य निकाल्नेसम्बन्धी समस्या समाधान गरिन्छ । बीज गणितका सबै खाले विषयवस्तुको शिक्षणमा खण्डीकरण आधारभूत ज्ञान भएकाले बीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्दा टायलहरूको प्रयोग गरिएको छ । यसले बीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरणलाई चित्रात्मक ढड्गाले प्रस्तुतु गर्ने भएकाले विद्यार्थीमा खण्डीकरणसम्बन्धी स्पष्ट धारणा बस्छ भन्ने विश्वास राखिएको छ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

- (क) बीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न
- (ख) बीजीय अभिव्यञ्जकको महत्तम समापवर्तक र लघुत्तम समापवर्त्य पत्तालगाउन

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना र पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	पृष्ठ	अ. घन्टा
1.	पद एकित्रित गरी खण्डीकरण	130,132	1
2.	$a^2 - b^2$ स्वरूपका खण्डीकरण	134	1
3.	पूर्ण वर्ग हुने त्रिपदीय अभिव्यञ्जहरूको खण्डीकरण	137	2
4.	$ax^2 + bx + c$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण	141	3
5.	परियोजना कार्य	149	1
6.	बीजीय भिन्नहरूको महत्तम समापवर्तक र लघुत्तम समापवर्त्य	150,153	2

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

- (क) यस पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान जस्तै: बीजीय अभिव्यञ्जक, चल राशि, अचल राशि, गुणनखण्ड, बीजीय अभिव्यञ्जकको पद आदि के कति छ पत्ता लगाउनु पर्द्ध ।
- (ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू) ($a + b$)² लाई $a^2 + b^2$ र $(a - b)$ ² लाई $a^2 - b^2$ का रूपमा लेख्ने, $4x^2$ लाई $(4x)^2$ का रूपमा लेख्ने, $-(a - b)$ लाई $a + b$ लेख्ने आदि ।

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- साभा गुणनखण्ड भएका बीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न
- पदहरूलाई एकत्रित गरी बीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्ट पेपर, कार्डबोड, रडगीन साइनपेनहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) चल राशि र अचल राशि भनेको के हो ?

(आ) चल राशि र अचल राशिको उदाहरण दिनुहोस् ।

(इ) गणितीय 4 क्रियाहरू के के हुन् ? चल राशि र अचल राशिविच गणितीय क्रियाहरू गर्यो भने के हुन्छ होता ?

(ई) बीजीय अभिव्यञ्जकलाई कसरी परिभाषित गर्ने होला ?

चल राशि र अचल राशिहरूविच गणितीय क्रियाहरू गरी बन्ने अभिव्यञ्जकलाई बीजीय अभिव्यञ्जक भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) तलका उदाहरणमा विद्यार्थीलाई समूहमा अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् :

$$x(x - 5) = x^2 - 5x$$

$$x(3x + 2) = 3x^2 + 2x$$

$$(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$$

$$(x + 2)(x - 1) = x^2 + x - 2$$

(ख) माथिका उदाहरणहरू अध्ययन गरिसकेपछि निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) $x(x - 5)$ कस्तो स्वरूपको अभिव्यञ्जक हो ?

(आ) के $x^2 - 5x$ लाई x र $(x - 5)$ ले निःशेष भाग जान्छ ?

(इ) x र $(x - 5)$ लाई $x^2 - 5x$ को के भन्न सकिन्छ ?

(ई) के x ले $3x^2 + 2x$ निःशेष भाग जान्छ ? त्यसो भए x लाई $3x^2 + 2x$ को के भनिन्छ ?

(उ) $3x^2 + 2x$ लाई निःशेष भाग अर्को पद पनि छ ?

(ऊ) $x^2 - 4$ लाई निःशेष भाग जाने कुन कुन पद हो ?

(ऋ) $(x + 2)$ र $(x - 1)$ लाई $x^2 + x - 2$ को के भनिन्छ ?

(ग) यी प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि बीजीय अभिव्यञ्जकको गुणनखण्ड र खण्डीकरण भनेको के रहेछ ? भनी सोधनुहोस् ।

कुनै बीजीय अभिव्यञ्जकलाई निःशेष भाग जाने अरू बीजीय अभिव्यञ्जकलाई उक्त दिइएको बीजीय अभिव्यञ्जकको गुणनखण्डहरू भनिन्छ । कुनै बीजीय अभिव्यञ्जकलाई उसैका गुणनखण्डहरू गुणनका रूपमा व्यक्त गर्नुलाई नै खण्डीकरण (Factorization) गर्नु भनिन्छ ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(क) बीजीय अभिव्यञ्जकको गुणनखण्ड भनेको के हो ?

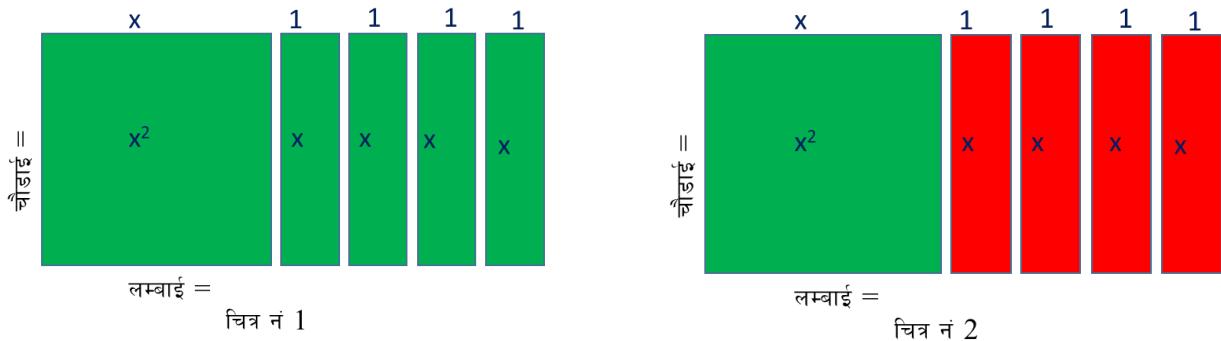
(ख) खण्डीकरण भनेको के हो ?

(ग) $4x^2 + x$ को गुणनखण्ड पत्ता लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 131 को क्रियाकलाप 2 लाई अवालोकन गर्न लगाउनुहोस् र जोडी साथीमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) क्रियाकलाप 2 मा छलफल गराइसकेपछि दिइएको चित्रलाई अवलोकन गर्न लगाई तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।



- (अ) दिइएको चित्रमा हरियो र रातो रडले के को सङ्केत गरको रहेछ ?
- (आ) चित्र न. 1 र 2 मा हरियो रडका पत्तीहरू कतिओटा छन् ?
- (इ) चित्र न. 2 मा रातो रडको कतिओटा पत्तीहरू छन् ?
- (ई) चित्र न. 1 मा सबै हरियो पत्तीलाई जोड्दा जम्मा क्षेत्रफल, लम्बाइ र चौडाइ कति कति हुन्छ ?
- (उ) चित्र न. 2 मा सबै पत्तीहरू जोड्दा बन्ने आयातको जम्मा क्षेत्रफल, लम्बाइ र चौडाइ कति कति हुन्छ ?
- (ऊ) यदि चित्र न. 1 मा $x = 5$ राख्दा उक्त आयातको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?
- (ऋ) यदि चित्र न. 2 मा $x = 6$ राख्दा उक्त आयातको क्षेत्रफल कति हुन्छ ?

यहाँ चित्र न. 1 मा एउटा धनात्मक x^2 र 3 ओटा धनात्मक x छन्। त्यसैले चित्र न. 1 मा भएका सबै पत्तीहरूको जम्मा क्षेत्रफल $x^2 + 3x$ हुन्छ। त्यसै गरी चित्र न. 2 मा एउटा धनात्मक x^2 र 3 ओटा ऋणात्मक x छन्। त्यसैले चित्र न. 2 मा भएका सबै पत्तीहरूको जम्मा क्षेत्रफल $x^2 - 3x$ हुन्छ। अब चित्र न. 1 मा आयातको लम्बाइ $x + 3$ र चौडाइ x हुन्छ।

त्यसैले $x^2 + 3x = (x + 3)x = x(x+3)$ भयो। यसलाई दुवै पदमा साभा x र बाँकी $(x+3)$ को गुणनफलको रूपमा लेख्न सकिन्छ। त्यसैगरी चित्र न. 2 मा आयातको लम्बाइ $x - 3$ र चौडाइ x हुन्छ।

त्यसैले $x^2 - 3x = (x - 3)x = x(x-3)$ भयो। यसलाई दुवै पदमा साभा x र बाँकी $(x-3)$ को गुणनफलका रूपमा लेख्न सकिन्छ।

मूल्यांकन

$3x^2 - 9x$ को खण्डीकरण गर्न लगाई विद्यार्थीको मूल्यांकन गर्नुहोस्।

क्रियाकलाप 4

(क) दिइएको प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) $ax + bx + ay + by$ मा कतिओटा पदहरू छन् ?
- (आ) के सबै पदहरूमा साभा गुणन खण्ड छ ?
- (इ) यदि सबै पदहरूमा साभा गुणनखण्ड नभए के गर्ने ?
- (ई) कुन कुन पदमा साभा गुणनखण्ड छ ?

(ख) यी प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि उक्त अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न अभ्यास गराउनुहोस्।

जस्तै :

$$\begin{aligned}
 & ax + bx + ay + by \\
 &= x(a + b) + y(a + b) \\
 &= (a + b)(x + y)
 \end{aligned}$$

(ग) यस समस्यालाई अर्को तरिकाले पनि गर्न सकिन्छ कि सकिन्दैन भनी छलफल गराउनुहोस् र विद्यार्थीको कार्यलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस्।

(घ) यदि कृतै बहुपदीय अभिव्यञ्जकमा साभा गुणनखण्ड नभएमा के गर्न सकिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

खण्डीकरण गर्नुहोस्

- (क) $6a + 3b$
- (ख) $3x^2 + 6x + 9$
- (ग) $a - b + a^2 - ab$
- (घ) $2a^2 - 15 + 5a - 6a$

गृहकार्य : पाठ्यपुस्तकको पेज.न. 133 को प्रश्न न. 1 र 2 गर्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $(a^2 - b^2)$ स्वरूपको वीजीय अभिव्यञ्जकको पहिचान गर्न
- $(a^2 - b^2)$ स्वरूपको वीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

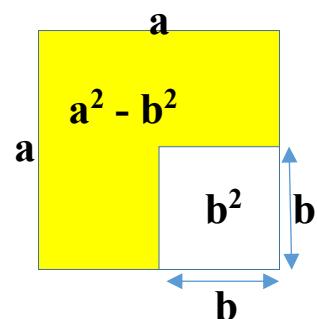
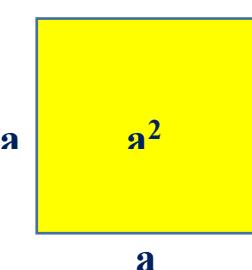
चार्टपेपर, कैची, रुलर पेन्सिल

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

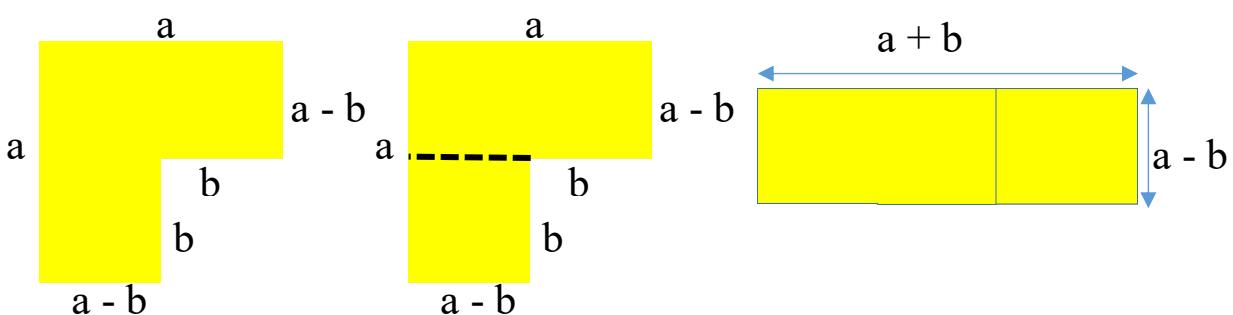
क्रियाकलाप 1

- (क) a एकाइ लम्बाइ भएको एउटा वर्गाकार कागज ($\text{क्षेत्रफल } a^2$) जोडिमा वितरण गर्नुहोस् । अब दिइएको निर्देशनअनुसार विद्यार्थीलाई क्रियाकलाप गर्दै जान भन्नुहोस् ।
- (अ) उक्त वर्गबाट b एकाइ लम्बाइ भएको वर्ग काटेर निकाल्नुहोस् ।

- (आ) a^2 क्षेत्रफल भएको वर्गबाट b^2 क्षेत्रफल भएको वर्ग घटाउदा वर्गमा कति क्षेत्रफल बाकी रहन्छ ?



- (इ) बाकी क्षेत्रफल $a^2 - b^2$ को नमूना



- इ) चित्रमा देखाएजस्तै काटेर बाकी भागलाई अर्को पट्टि मिलाउनुहोस् ।

(ख) अब विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) वर्गबाट वर्गलाई घटाउदाँ कस्तो आकृति बन्दो रहेछ ?

आ) उक्त आकृतिको लम्बाइ र चौडाइ कति कति छ ?

(इ) आयताकार आकृतिको क्षेत्रफल कति भयो

(ई) माथिको क्रियाकलापबाट $a^2 - b^2$ बराबर कर्ति हुन्छ ?

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

$$p^2 - q^2 = ? \quad 100 - m^2 = ? \quad n^2 - 25 = ?$$

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई समहूमा विभाजन गरी निम्नानुसारका समस्या समाधान गर्न लगाई समूहगत प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।

खण्डीकरण गर्नुहोस् :

$$(अ) x^2 - 9y^2 \quad (आ) 3a^2 - 12b^2$$

$$(इ) (25 - \frac{1}{a^2}) \quad (ई) 5(a-b)^2 - 20$$

समाधान

$\begin{aligned} (अ) x^2 - 9y^2 \\ = x^2 - (3y)^2 \\ = (x + 3y)(x - 3y) \end{aligned}$	$\begin{aligned} 3a^2 - 12b^2 \\ = 3(a^2 - 4b^2) \\ = 3\{a^2 - (2b)^2\} \\ = 3(a + 2b)(a - 2b) \end{aligned}$
$\begin{aligned} (25 - \frac{1}{a^2}) \\ = 5^2 - \left(\frac{1}{a}\right)^2 \\ = (5 + \frac{1}{a})(5 - \frac{1}{a}) \end{aligned}$	$\begin{aligned} 5(a-b)^2 - 20 \\ = 5\{(a-b)^2 - 4\} \\ = 5\{(a-b)^2 - 2^2\} \\ = 5\{(a-b+2)(a-b-2)\} \end{aligned}$

(ख) विद्यार्थीले गरेका कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा थप सहायता गर्नुहोस् ।

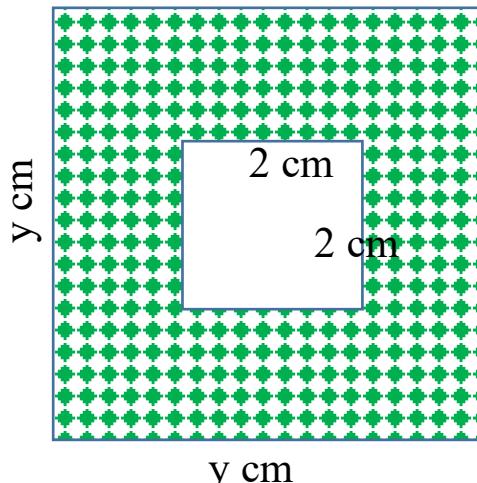
मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

(क) खण्डीकरण गर्नुहोस् :

- | | |
|------------------|--|
| (अ) $4m^2 - n^2$ | (आ) $c^2 - 9d^2$ |
| (इ) $3a^2 - 27$ | (ई) $\frac{16x^2}{49} - \frac{25}{9y^2}$ |

(ख) दिइएको चित्रमा छाया पारिएको भागको क्षेत्रफल पत्ता



गृहकार्य

खण्डीकरण गर्नुहोस् :

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| (क) $x^2 - 4$ | (ख) $a^2 - 4b^2$ |
| (ग) $9x^2 - y^2$ | (घ) $5x^2 - 20y^2$ |
| (ड) $13a^2 - 117b^2$ | (च) $25 - \frac{1}{9y^2}$ |
| (छ) $121x^2 - \frac{1}{y^2}$ | (ज) $2p^2 - \frac{50}{q^2}$ |

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $(a \pm b)^2$ को विस्तारित र गुणनखण्डका रूपमा व्यक्त गर्ने
- पूर्ण वर्ग हुने त्रिपदीय अभिव्यञ्जहरूको खण्डीकरण

शैक्षणिक सामग्री : कार्डबोर्ड, चार्टपेपर आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) तलका क्रियाकलापमा आधारित भएर कक्षामा छलफल गराउनुहोस् :

यदि $x^2 = x \times x$, $y^2 = y \times y$, $a^2 = a \times a$ हुन्छ भने

$$(a + b)^2 = ?, \quad (a - b)^2 = ?$$

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)$$

यसलाई $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ लेख्न सकिन्छ ।

ख) $(a - b)^2$ लाई पनि माथिको तरिकाले व्यक्त गर्न लगाउनुहोस् ।

	गुणनखण्डका रूपमा	विस्तारित रूपमा
--	------------------	-----------------

$(a + b)^2$	$(a + b)(a + b)$	$(a^2 + 2ab + b^2)$
$(a - b)^2$?	?

(ख) विद्यार्थीलाई दिइएका प्रश्न सोधी खाली ठाँउ भर्न लगाउनुहोस् :

पूर्ण वर्ग बनाउन खाली ठाँउमा कति राख्नुपर्ना ?

$$a^2 + \dots + 9 \quad 9 - \dots + b^2$$

$$4x^2 + \dots + y^2 \quad m^2 - \dots 36n^2$$

$$81c^2 - \dots + 25d^2$$

(ग) माथिका समस्या समाधान गर्न निम्नानुसारका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) प्रत्येक प्रश्नमा पहिलो र अन्तिम पदलाई पूर्ण वर्ग बनाउन के गर्न सकिन्छ ?

(आ) पहिलो र अन्तिम पदलाई पूर्णवर्ग सङ्ख्यामा परिवर्तन गरिसकेपछि $a^2 + 2ab + b^2$ सँग तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

$$\text{जस्तै : } a^2 + \dots + 9$$

$$= a^2 + \dots + 3^2 [\text{पहिलो र अन्तिम पदलाई पूर्ण सङ्ख्या बनाउँदा}]$$

$$= a^2 + 2.a.3 + 3^2 [a^2 + 2ab + b^2 \text{ को स्वरूपमा लेख्दा}]$$

$$= (a + 3)^2$$

त्यसैले, $a^2 + \dots + 9$ लाई पूर्ण वर्ग बनाउन $2.a.3 = 6a$ राख्नुपर्छ ।

(घ) त्यसैगरी अरू समस्या समाधान गरिसकेपछि एक जना विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् अरू विद्यार्थीलाई मिले नमिलेको परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।

पहिलो पद	बिचको पद	अन्तिम पद	पूर्ग
a^2	$\pm 2ab$	b^2	$(a \pm b)^2$
a^2	$\pm 2 \cdot a \cdot 3 = 6ab$	$9 = 3^2$	$(a \pm 3)^2$
$4x^2 = (2x)^2$	$2 \cdot 2x \cdot y = 4xy$	y^2	?
$81c^2 = (9c)^2$	$2 \cdot 9c \cdot 5d = 90cd$	$25d^2 = (5d)^2$?
$225m^2$?	$64n^2$?

क्रियाकलाप 2

(क) वर्ग हुने त्रिपदीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न विद्यार्थीहरूलाई समूहमा निम्न बीजीय अभिव्यञ्जकहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

$$(अ) p^2 + 8pq + 4q^2 \quad (\text{आ}) 9x^2 - 12xy + 4y^2 \quad (\text{इ}) a^2 + 22a + 121$$

बीजीय अभिव्यञ्जक	पहिलो पद	अन्तिम पद	बिचको पद	पूर्ण वर्ग	गुणनखण्ड
$p^2 + 8pq + 16q^2$	p^2	$16q^2 = (4q)^2$	$2 \cdot p \cdot 4q = 8pq$	$(p + 4q)^2$	$(p + 4q)$ $(p + 4q)$
$9x^2 - 12xy + 4y^2$	$9x^2 = (3x)^2$	$4y^2 = (2y)^2$	$2 \cdot 3x \cdot 2y = 12xy$	$(3x - 2y)^2$	$(3x - 2y)$ $(3x - 2y)$

$a^2 + 22a + 121$	a^2	$121 = 11^2$	$2 \cdot a \cdot 11 = 22a$	$(a + 11)^2$	$(a + 11)$ $(a + 11)$
-------------------	-------	--------------	----------------------------	--------------	--------------------------

मूल्यांकन

तलको समस्या सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

$$p^2 + 8pq + 4q^2$$

क्रियाकलाप 3 :

(क) $(a^2 + 2ab + b^2 - c^2)$ स्वरूपका खण्डीकरण गर्न आवश्यकताअनुसार विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) तलका समस्या समाधान गर्न सहजीकरण गरिदिनुहोस् :

(अ) $a^2 + 12a + 36 - b^2$ (आ) $y^2 + 16y + 64 - z^2$

$$a^2 + 12a + 36 - b^2$$

$$= (a^2 + 2 \cdot a \cdot 6 + 6^2 - b^2) [a^2 + 2ab + b^2 \text{ को स्वरूपमा लेख्दा }]$$

$$= (a + 6)^2 - b^2$$

$$= (a + 6 + b)(a + 6 - b) [a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) \text{ को रूपमा लेख्दा }]$$

(ग) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी थप आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

मूल्यांकन

निम्नलिखित प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

खण्डीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) $a^2 + 12a + 36$ (आ) $y^2 + 14y + 49$

(इ) $a^2 + 12a + 36 - b^2$ (ई) $y^2 + 16y + 64 - z^2$

पाँचौं, छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $ax^2 + bx + c$ स्वरूपको बीजीय अभिव्यञ्जकहरूका बीजीय पत्तीहरूलाई मिलाएर राख्न
- $ax^2 + bx + c$ स्वरूपका बीजीय अभिव्यञ्जकमा गुणनफल ac र योगफल b सँग बराबर हुने दुई सद्ध्या पत्तालगाउन ।
- $ax^2 + bx - c$ स्वरूपका बीजीय अभिव्यञ्जकमा गुणनफल ac र फरक b सँग बराबर हुने दुई सद्ध्या पत्तालगाउन ।
- $ax^2 + bx + c$ स्वरूपका बीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण गर्न ।

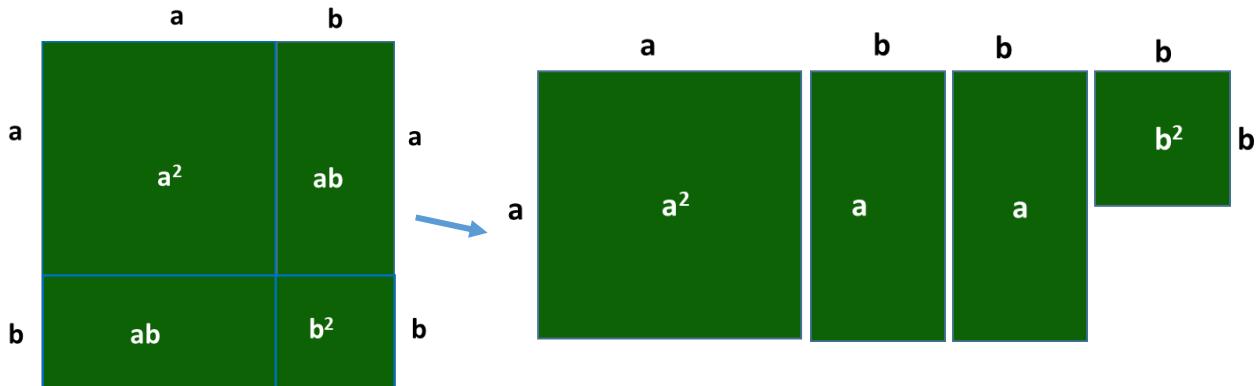
शैक्षणिक सामग्री

कार्डबोर्ड, चार्टपेपर, कैंची, बीजीय पत्ती आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ को नमुना चित्र।



चित्र न. 1

चित्र न. 2

(क) माथिको चित्र न. 1 र चित्र न. 2 लाई अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) चित्र न 1 मा कति वटा हरियो पत्तीहरू छन् ? के सबै पत्तीहरूको क्षेत्रफल बराबर छ ?

इ) चित्र न. 1 र चित्र न. 2 मा के फरक छ ? चित्र न. 2 को क्षेत्रफल कति हो ?

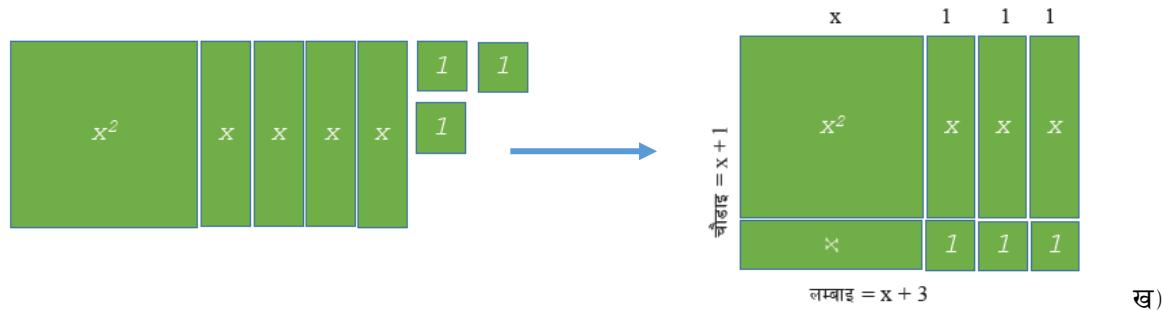
ई) चित्र न. 1 अनुसार $(a+b)^2$ को विस्तारित रूप के हुन्दै ?

मूल्याङ्कन

$(x+y)^2$ को नमुना चित्र तयार पार्न लगाई उक्त चित्रका आधारमा $(x+y)^2$ लाई विस्तारित रूपमा लेख्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

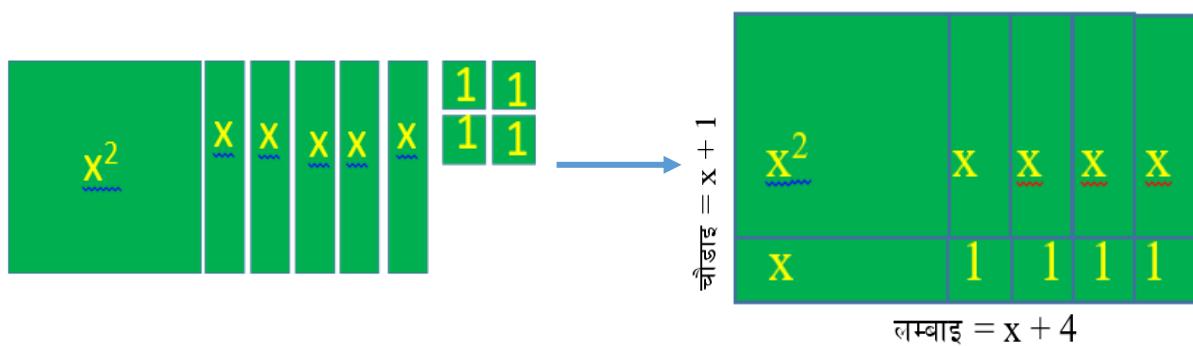
(क) पाठ्पूस्तकको पृष्ठ न. 141 को क्रियाकलापलाई समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।



विद्यार्थीलाई पनि यस्तै बीजीय पत्तीहरू वितरण गर्नुहोस् ।

जस्तै $x^2 + 5x + 4$ का लागि एउटा x^2 , 5 ओटा x र 4 ओटा 1 (एकाई वर्ग) दिनुहोस् ।

(ग) अब यी पत्तीहरूलाई मिलाएर आयात बनाउन लगाई उक्त आयातको लम्बाई र चौडाई पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।



यहाँ, लम्बाइ = $x + 4$, चौडाइ = $x + 1$

त्यसैले, $x^2 + 5x + 4$ लाई खण्डीकरण गर्दा

$$x^2 + 5x + 4 = (x + 1)(x + 4)$$

जाँचेर हेर्दा

$$(x + 1)(x + 4) = x(x + 4) + 1(x + 4)$$

$$= x^2 + 4x + 1x + 4$$

$$= x^2 + (4 + 1)x + 4$$

$$= x^2 + 5x + 4 \text{ हुन्छ।}$$

अतः $x^2 + 5x + 4$ लाई खण्डीकरण गर्दा दोस्रो पदमा रहेको x को गुणाइक 5 को सट्टामा

$(4 + 1)$ लेख्न सक्छौं तर कसरी ?

अब $4 = 1 \times 4$ र $1 + 4 = 5$ हुन्छ। त्यसैले 5 लाई दुई भागमा 1 र 4 मा टुक्राइएको छ जसको योगफल 5 र गुणनफल 4 हुन्छ।

मूल्याङ्कन

तलका वीजीय अभिव्यञ्जकको खण्डीकरण वीजीय टायल्सको प्रयोग गरी गर्न लगाई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस्।

(अ) $x^2 + 5x + 4$

(आ) $x^2 + 3x + 2$

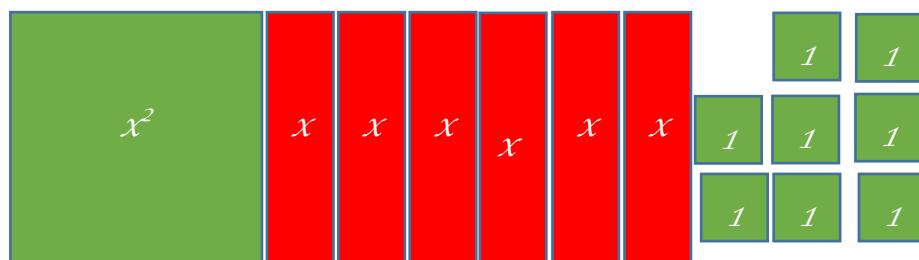
क्रियाकलाप 3

(क) पाठ्पूस्तकको पृष्ठ न. 142 को क्रियाकलाप 6 लाई समूहमा छलफल गराउनुहोस्।

(धनात्मक र ऋणात्मक सझख्यालाई क्रमशः हरियो र रातो रडले जनाइएको छ। यस प्रकारको वीजीय पत्तीहरूलाई मिलाएर आयत बनाउँदा त्यस आयतको लम्बाइ र चौडाइ कति कति आएको छ? छलफल गराई निष्कर्ष दिनुहोस्।)

(ख) विद्यार्थीलाई पनि यस्तै वीजीय पत्तीहरू वितरण गर्नुहोस्।

जस्तै $x^2 - 6x + 8$ यहाँ एउटा धनात्मक x^2 , 6 ओटा ऋणात्मक x र 8 ओटा धनात्मक 1 (एकाइ वर्ग रहेका छन्।



(ग) अब यी पत्तीहरूलाई मिलाएर आयत बनाउन लगाई उक्त आयतको लम्बाइ र चौडाइ पता लगाउन लगाउनुहोस्।

वीजीय पत्तीहरूलाई मिलाएर आयत बनाउँदा,

यहाँ, लम्बाइ = $x - 4$, चौडाइ = $x - 1$ हुन्छ। त्यसैले, $x^2 - 6x + 8$ लाई खण्डीकरण गर्दा

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2)$$

घ) $x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2)$ जाँचेर हेर्न लगाउनुहोस्।

ड) अतः $x^2 - 6x + 8$ लाई खण्डीकरण गर्दा,

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 4)(x - 2)$$

$x - 4$

$$x^2 - 6x + 8$$

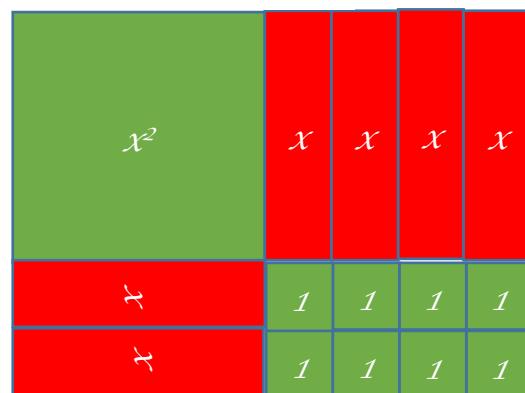
$$= x^2 - (4 + 2)x + 8$$

$x - 2$

$$= x^2 - 4x - 2x + 8$$

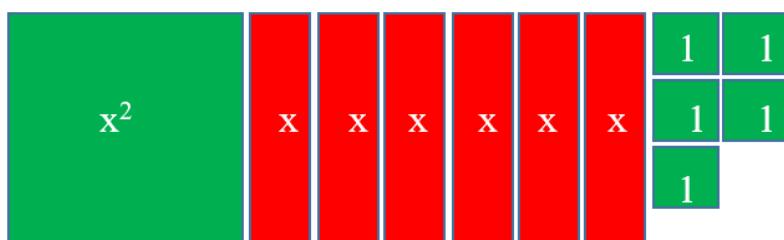
$$= x(x - 4) - 2(x - 4)$$

$$= (x - 4)(x - 2)$$



मूल्यांकन

विद्यार्थीलाई $x^2 - 6x + 8$ को वीजीय पत्तीहरू मिलाएर आयात बनाई लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउने अभ्यास गराई मूल्यांकन गर्नुहोस्।



छैटौं दिन

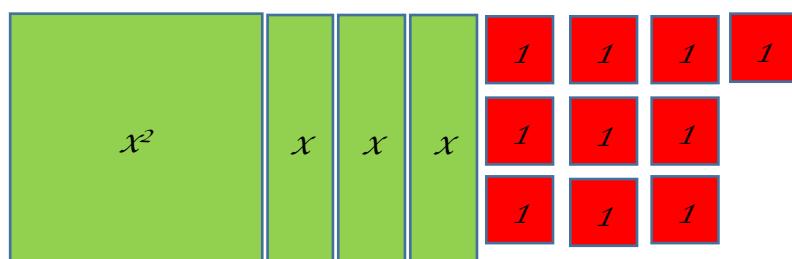
क्रियाकलाप 4

(क) पाठ्पुस्तकको पृष्ठ न. 143 मा को क्रियाकलाप 7 लाई समूहमा छलफल गराउनुहोस्। त्यसका आधामा दिइएका वीजीय पत्तीहरूको प्रयोग गरी आयात बनाउने क्रियाकलाप समूहमा छलफल गरी प्राप्त अभिव्यञ्जकलाई खण्डीकरण गर्नुहोस्।

(ख) विद्यार्थीलाई पनि यस्तै वीजीय पत्तीहरू वितरण गर्नुहोस्।

जस्तै $x^2 + 3x - 10$ यहाँ एउटा धनात्मक x^2 , 3 ओटा धनात्मक x र 10 ओटा ऋणात्मक 1 (एकाइ वर्ग रहेका छन्।

$$x^2 + 3x - 10$$



(ग) अब यी पत्तीहरूलाई मिलाएर आयात बनाउन लगाई उक्त आयातको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउन लगाउनुहोस्। वीजीय पत्तीहरूलाई मिलाएर आयत बनाउँदा

यहाँ दिइएका बीजीय पत्तीहरूले आयत नबनेको हुनाले एउटा धनात्मक $2x$ र एउटा ऋणात्मक

$2x$ का पत्तीहरू थप गरिएको छ। धनात्मक र ऋणात्मक बराबर थप्दा परिमाणमा फरक पढैन्।

जम्मा क्षेत्रफल = $x^2 + 3x - 10$, लम्बाइ = $x + 5$, चौडाइ = $x - 2$ हुन्छ।

तसर्थ $x^2 + 3x - 10$ लाई खण्डीकरण गर्दा,
 $x^2 + 3x - 10 = (x + 5)(x - 2)$ हुन्छ।

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 10 &= x^2 + (5 - 2)x - 10 \\ &= x^2 + 5x - 2x - 10 \\ &= x(x + 5) - 2(x + 5) \\ &= (x + 5)(x - 2) \end{aligned}$$

अतः $x^2 + 3x - 10$ लाई खण्डीकरण गर्दा दोस्रो पदमा रहेको x को गुणाङ्क 3 को सट्टामा $(5 - 2)$ लेब्ज सकियो, तर कसरी?

हामीलाई थाहा छ, $10 = 5 \times 2$ र $5 - 2 = 3$ हुन्छ।

मूल्याङ्कन

$x^2 + 4x - 21$ को बीजीय पत्ती दिई खण्डीकरण गर्न लगाई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस्। विद्यार्थीका कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस्।

साताँ दिन

क्रियाकलाप 5

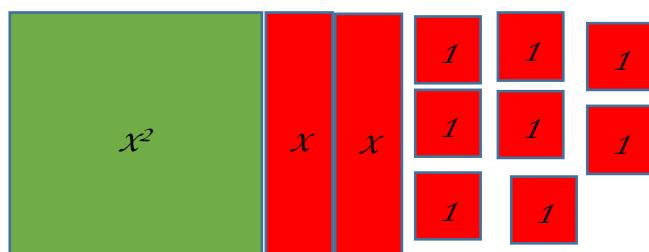
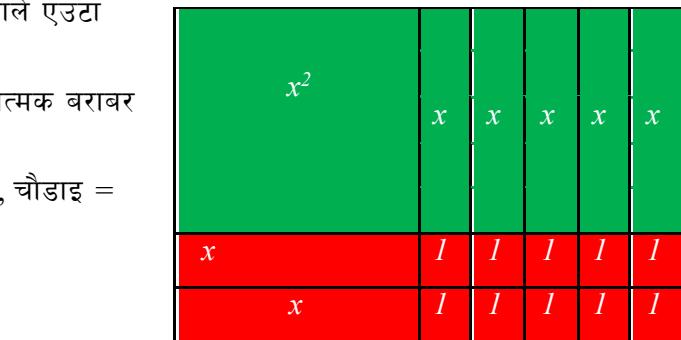
(क) पाठ्पुस्तकको पृष्ठ न. 144 मा को क्रियाकलाप 8 लाई समूहमा छलफल गराउनुहोस्। त्यसका आधारमा दिइएका बीजीय पत्तीहरूको प्रयोग गरी आयत बनाउने क्रियाकलाप समूहमा छलफल गरी प्राप्त अभिव्यञ्जकलाई खण्डीकरण गर्नुहोस्।

(ख) विद्यार्थीलाई पनि यस्तै बीजीय पत्तीहरू वितरण गर्नुहोस्।

जस्तै: $x^2 - 2x - 8$ यहाँ एउटा धनात्मक x^2 , 2

ओटा ऋणात्मक x र 8 ओटा ऋणात्मक 1 (एकाई वर्ग रहेका छन्।

(ग) अब यी पत्तीहरूलाई मिलाएर आयत बनाउन लगाई उक्त आयातको लम्बाइ र चौडाइ पत्ता लगाउन लगाउनुहोस्। बीजीय पत्तीहरूलाई मिलाएर आयत बनाउँदा,



दिइएका पत्तीहरूले आयत नबनेका हुनाले 2 ओटा धनात्मक x र 2 ओटा ऋणात्मक x का पत्तीहरू थप गरिएको छ।

धनात्मक र ऋणात्मक बराबर थप्दा परिमाणमा फरक पढैन्।

जम्मा क्षेत्रफल = $x^2 - 2x - 8$ लम्बाइ = $x + 2$, चौडाइ = $x - 4$ हुन्छ।

तसर्थ $x^2 - 2x - 8$ लाई खण्डीकरण गर्दा,

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) \text{ हुन्छ।}$$

$$x^2 - 2x - 8$$

$$= x^2 - (4 - 2)x - 8$$

$$= x^2 - 4x + 2x - 8$$

$$= x(x - 4) + 2(x - 4)$$

$$= (x - 4)(x + 2)$$

अतः $x^2 - 2x - 8$ लाई खण्डीकरण गर्दा दोस्रो पदमा

रहेको x को गुणाङ्क 2 को सटामा

(4 - 2) लेख्न सकियो, तर कसरी ?

हामीलाई थाहा छ, $8 = 4 \times 2$ र $4 - 2 = 2$ हुन्छ।

x^2		
x	1	1

मूल्याङ्कन

$x^2 - x - 20$ को बीजीय पत्ती दिई खण्डीकरण गर्न लगाई विचारी मूल्याङ्कन गर्नुहोस्। विचारीका कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस्।

नोट

$ax^2 + bx + c$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्दा

(क) सर्वप्रथम a र c को गुणनफल पत्ता लगाउने

(ख) गुणन गर्दा a र c को गुणनफलसँग बराबर हुने अवस्थाहरू मध्ये c धनात्मक भएमा जोड्दा र ऋणात्मक भएमा घटाउँदा b हुने अवस्था पत्ता लगाउने, जस्तै:

(अ) $ax^2 + 5x + 6$ मा $a = 1, b = 5$ र $c = 6$ छ। 1 र 6 को गुणनफल 6 छ। $c = 6$

धनात्मक भएकाले जोड्दा 5 हुने र गुणन गर्दा 6 हुने दुईओटा सङ्ख्या 3 र 2 हुन्।

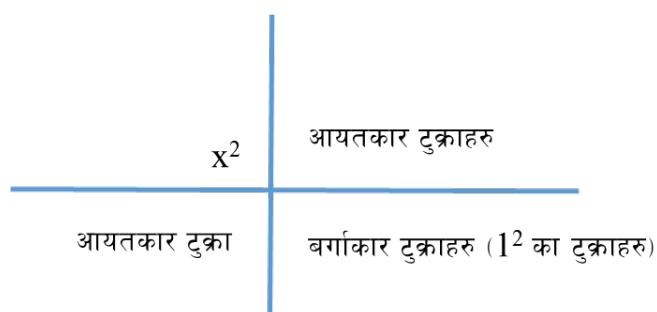
(आ) $ax^2 + 5x - 6$ मा $a = 1, b = 5$ र $c = -6$ छ। 1 र 6 को गुणनफल 6 छ। $c = -6$

ऋणात्मक भएकाले घटाउँदा अन्तर 5 हुने र गुणन गर्दा 6 हुने दुईओटा सङ्ख्या 6 र 1 हुन्।

(ग) पहिलो दुईओटा पदबाट र पछिल्लो दुईओटा पदबाट साभा लिई गुणन खण्ड पत्ता लगाउने,

यसरी $ax^2 + bx + c$ स्वरूपका अभिव्यञ्जकहरूको खण्डीकरण गर्न सकिन्छ।

बीजीय पत्तीहरू मिलाउँदा दिइएको ढाँचाअनुसार मिलाउनुहोस्।



क्रियाकलाप : 6

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 146 को उदाहरणलाई समूममा छलफल गराउनुहोस् । दुई सझ्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् जसको गुणनफल P र अन्तर D छ ।

(अ) $P = 18$, $D = 3$ (ख) $P = 30$, $D = 7$

	गुणनफल (P)	अन्तर (D)	आवश्यक सझ्याहरू
18	1×18	18 - 1	6 र 3
	2×9	9 - 2	
	3×6	6 - 3	
30	1×30	30 - 1	3 र 5
	5×6	6 - 5	
	10×3	10 - 3	

मूल्याङ्कन

$b^2 - 7b - 120$ को खण्डीकरण गर्न लगाई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्न लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

- बीजीय पत्तीहरूको प्रयोग गरेर $x^2 - 4$, $x^2 + 8x + 16$ खण्डीकरण गरी चार्टपेपरमा चित्र बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- बीजीय पत्तीहरूको प्रयोग गरेर $x^2 - 10x + 21$ खण्डीकरण गरी चार्टपेपरमा चित्र बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- बीजीय पत्तीहरूको प्रयोग गरेर $x^2 + 2x - 15$ खण्डीकरण गरी चार्टपेपरमा चित्र बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
- बीजीय पत्तीहरूको प्रयोग गरेर $2x^2 - x - 3$ खण्डीकरण गरी चार्टपेपरमा चित्र बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- बीजीय पत्तीहरूको प्रयोग गरी बीजीय अभिव्यञ्जकको प्रदर्शन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्य गरेको चार्टपेपर, कार्डबोर्ड, रङ्गीन साइनपेन आदि

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

- (क) सबै समूले आफूले गर्नु पर्ने परियोजना कार्य पूरा गरेका छन् वा छैनन् यकिन गर्नुहोस् ।
 (ख) यदि कुनै समूले परियोजना कार्य पूरा गरेका छैनन् भने पूरा नगर्नुको कारण पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ग) केही विद्यार्थीलाई आफ्नो परियोजना कार्य पालैपालो कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
 (घ) परियोजना नगरेका विद्यार्थीलाई परियोजना कार्य प्रस्तुत गरेका साथीको सकारात्मक पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्षको टिपोट गर्न लगाउनुहोस् र कक्षामा परियोजना कार्य गर्न लगाउनुहोस् ।

(ड) क्रियाकलापसँगै मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेका परियोजना कार्य, त्यसको प्रस्तुत र पहिचान गरेका सबल पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्षको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(ख) मूल्याङ्कनमा रुब्रिक्स विधिको प्रयोग गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

खण्डीकरण गर्नुहोस् :

(क) $3x^2 + 5x + 2$

(घ) $4 a^2 - 8a + 3$

(छ) $5x^2 - 14x - 3$

(ज) $6 b^2 - 4b - 10$

(ख) $3x^2 - 4x + 1$

(ड) $15 p^2 - 13p + 2$

(ज) $10x^2 - 3x - 1$

(ट) $21x^2 + 25x + 4$

(ग) $7x^2 - 30x + 8$

(च) $12 a^2 - 32a + 5$

(भ) $15p^2 - 13p + 2$

(ठ) $12a^2 + 28ab - 5b^2$

नवाँ र दसाँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- बीजीय अभिव्यञ्जकको म.स. र ल.स. को अवधारणा स्पष्ट हुन
- बीजीय अभिव्यञ्जकको म.स. र ल.स. पत्तालगाउन

शैक्षणिक सामग्री

गुणनखण्ड लेखीएका पतीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

सङ्ख्याका आधारमा विद्यार्थीको समूह निर्माण गन्नुहोस् ।

केही सङ्ख्याहरू दिई ती सङ्ख्याको म.स.र ल.स पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

जस्तै 6 र 8 को म.स. पत्ता लगाउनुहोस्

रुढ खण्डीकरण विधिबाट म.स पत्ता लगाउँदा,

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

$$\text{म.स.} = \text{साभा गुणनखण्ड} = 2$$

$$\text{ल.स.} = \text{साभा गुणनखण्ड} \times \text{बाँकी गुणनखण्ड} = 2 \times 3 \times 2 \times 2$$

भाग विधिबाट म.स पत्ता लगाउँदा,

$$6) 8 (1$$

$$\underline{-6}$$

$$2) 2 (1$$

$$\underline{-2}$$

$$0$$

अतः 6 र 8 को म.स. = 2

भाग विधिबाट ल.स पत्ता लगाउँदा,

$$\begin{array}{r} 2 | 6, 8 \\ 2 | 3, 4 \end{array}$$

अतः $6 \text{ र } 8$ को ल.स. = $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$

(ख) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 151 क्रियाकलाप 10 र पृष्ठ 154 लाई अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र समूहमा छलफल गराउनुहोस्। छलफलबाट आएको निष्कर्षलाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

दिइएका बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको सबैभन्दा ठुलो साभा गुणनखण्डलाई ती

अभिव्यञ्जकहरूको महत्तम समापवर्तक (Highest Common Factor) भनिन्छ।

यसलाई छोटकरीमा म.स. (HCF) लेखिन्छ। दिइएका बीजीय अभिव्यञ्जकहरूका सबै

साभा गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाली म.स. पत्ता लगाइन्छ।

दुई वा दुईभन्दा बढी बीजीय अभिव्यञ्जकहरूको लघुत्तम समापवर्त्य (Lowest Common Multiple) भनेको ती अभिव्यञ्जकहरूले निःशेष भाग जाने सबैभन्दा सानो बीजीय अभिव्यञ्जक हो। यसलाई छोटकरीमा ल.स. (LCM) लेखिन्छ। दिइएका बीजीय अभिव्यञ्जकहरूका सबै साभा गुणनखण्डहरू र बाँकी गुणनखण्डहरूको गुणनफल निकाली ल.स. पत्ता लगाइन्छ।

मूल्यांकन्

निम्नलिखित प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

(अ) म.स. भनेको के हो ?

(आ) ल.स. भनेको के हो ?

(इ) गुणनखण्ड भनेको के हो ?

(ई) 12 र 18 का गुणनखण्ड पत्ता लगाई म.स र ल.स. पत्ता लगाउनुहोस्।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई निम्नलिखित समस्याहरूमा जोडी समूहमा छलफल गराई म.स.र ल.स. पत्ता लगाउन भन्नुहोस्।

(अ) $4x^2$ र $3x^3$ (आ) $3a^2b$ र $6ab^2$ (इ) $4m + 5n$ र $8m^2 + 10mn$

(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार थप सहायता गर्नुहोस्।

जस्तै : $4m + 5n$ र $8m^2 + 10mn$

पहिलो अभिव्यञ्जक : $4mn + 5n^2$

$$= n(4m + 5n)$$

दोस्रो अभिव्यञ्जक : $8m^2 + 10mn$

$$= 2m(4m + 5n)$$

यहाँ पहिलो र दोस्रो अभिव्यञ्जकमा साभा गुणनखण्ड = $(4m + n)$

त्यसैले म.स = साभा गुणन खण्ड = $(4m + n)$

$$\begin{aligned} \text{ल. स.} &= \text{साभा गुणनखण्ड} \times \text{बाँकी गुणनखण्ड} = (4m + n) \times 2 \times 2m \\ &= 4m(4m + n) \end{aligned}$$

क्रियाकलाप 3

(क) दिइएका जस्ता प्रश्नहरू दिई म.स. र ल.स. पत्ता लगाउने कक्षा कार्य गराउनुहोस् :

(अ) $a^2 + 5a + 6$ र $a^2 + a - 6$

(आ) $x^2 - 11x + 10$ र $x^2 - x$

ਮੂਲ्यਾਙਕਨ

निम्नलिखित प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

गृहकार्य

1. દુર્ઝોટા બીજીય અભિવ્યક્તક ક્રમશ: $x^2 + 5x + 6$ ર $x^2 - 4$ છન્હ ભને

- (क) दिइएका अभिव्यञ्जकको महत्तम समापवर्तक पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (ख) दिइएका अभिव्यञ्जकको लघूतम समापवर्तक पत्ता लगाउनहोस् ।

2. दुईओटा बीजीय अभिव्यञ्जक क्रमशः $x^2 - 5x - 6$ र $x^2 + 2x + 1$ छन् भने

- क) दिइएका अभिव्यञ्जकको महत्तम समापवर्तक पत्ता लगाउनुहोस्।

- ख) दिइएका अभिव्यञ्जकको लघुतम समापवर्तक पत्ता लगाउन् होस् ।

3. दुईओटा बीजीय अभिव्यञ्जक क्रमशः $x^3 + 8x^2 + 16x$ र $x^3 + x^2 - 12x$ छन् भने

- (क) दिइएका अभिव्यञ्जकको महत्तम समापवर्तक पत्ता लगाउनुहोस् ।

- (ख) दिइएका अभिव्यञ्जकको लघूतम समापवर्तक पत्ता लगाउनुहोस् ।

पाठ 11
बीजीय भिन्न
(Algebraic Fraction)

१. पाठ परिचय

अंश (Numerator) र हर (Denominator) दुवैमा बीजीय अभिव्यञ्जक प्रयोग गरिएका भिन्नलाई बीजीय भिन्न (Algebraic Fraction) भनिन्छ । यस पाठमा विद्यार्थीले बीजीय भिन्न र यसका आधारभूत क्रियाहरू जोड घटाउ गुणन र भागका बारेमा अध्ययन गर्दछन् ।

सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) बीजीय भिन्नको परिचय दिन

(ख) बीजीय भिन्नको सरल गर्न

यस पाठको लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.सं.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पृष्ठ
1.	बीजीय भिन्नको परिचय	1	
2.	समान हर भएका बीजीय भिन्नको जोड तथा घटाउ	1	
3.	असमान हर भएका बीजीय भिन्नको जोड तथा घटाउ	2	
4.	बीजीय भिन्नको गुणन तथा भाग	2	
5.	परियोजना	1	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) यस पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान जस्तै : भिन्न $a^2 - b^2$, $(a \pm b)^2$ को गुणनखण्ड, $ax^2 + bx + c$ स्वरूपको खण्डीकरण

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू)
 $(a + b)^2$ लाई $a^2 + b^2$ र $(a - b)^2$ लाई $a^2 - b^2$ को रूपमा लेख्ने,
 $4x^2$ लाई $(4x)^2$ को रूपमा लेख्ने, $-(a - b)$ लाई $a + b$ लेख्ने आदि ।

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- बीजीय भिन्नको परिचय दिन
- बीजीय भिन्नलाई लघुतम पदमा लैजान

शैक्षणिक सामग्री

सूत्रपत्तीहरू, खण्डीकरणको नियम लेखिएको चार्टपेपर आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप1

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र निम्न प्रश्नहरूमा आधारित रहेर समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) भिन्न भनेको के हो ? भिन्नको उदाहरण दिनुहोस् ।

(आ) $\frac{3}{7}, \frac{2}{9} / \frac{7}{15}$ का अंश (Numerator) र हर (Denominator) कति कति छन्, लेख्नुहोस् ।

(इ) बीजीय अभिव्यञ्जक भनेको के हो ? बीजीय अभिव्यञ्जकका उदाहरण लेख्नुहोस् ।

(ई) एउटा वर्गाकार खेतको क्षेत्रफल $x^2 - 2xy + y^2$ भए उक्त खेतको लम्बाई कति रहेछ ?

(उ) $4, 7, 9, \frac{2}{3}, \frac{7}{9}, \frac{5}{8}$ कस्ता सङ्ख्याहरू हुन् ?

(ऊ) $\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{x}{2y}, \frac{x+1}{x}, \frac{x}{x+1}$ मा अंश (Numerator) र हर (Denominator) दुवैमा के प्रयोग गरिएको छ ?

(ऋ) कुनै पनि भिन्नको अंश (Numerator) र हर (Denominator) दुवैमा बीजीय अभिव्यञ्जक प्रयोग गरिएको भिन्नलाई भनिन्छ ?

निष्कर्ष

अंश (Numerator) र हर (Denominator) दुवैमा बीजीय अभिव्यञ्जक प्रयोग गरिएका भिन्नलाई बीजीय भिन्न (Algebraic Fraction) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप2

(क) विद्यार्थीलाई दिइएका भिन्नका समस्या दिई लघुतम पदमा लैजाने प्रक्रियामा समूहमा छलफल गराउनुहोस् :

$$(क) \frac{4x^2}{5x^3}$$

$$(ख) \frac{3a^2b^3}{7a^2b}$$

$$(ग) \frac{m^2+2mn+n^2}{m^2-n^2}$$

$$(घ) \frac{5a^3-45a}{4a^2-12a}$$

$$(ड) \frac{(p-3)^3}{2p-6}$$

$$(च) \frac{x^2+2x-15}{x^2+9x+20}$$

(ख) छलफल गर्दै समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समाधान गर्दा ध्यान दिनु पर्ने पक्षहरू

(अ) भिन्नको सरल गर्नु पूर्व बीजीय भिन्नको हर र अंश मा कस्ता कस्ता बीजीय अभिव्यञ्जकको प्रयोग भएको छ, ती बीजीय अभिव्यञ्जकको स्वरूपका बारेमा जानकारी राख्नु पर्ने

(आ) बीजीय भिन्नको हर र अंशमा प्रयोग भएका बीजीय अभिव्यञ्जकहरूलाई खण्डीकरण हुने भए खण्डीकरण गर्ने

समाधान

$$\text{यहाँ } \frac{4x^2}{5x^3}$$

$$= \frac{4x \cdot x}{5x \cdot x \cdot x} = \frac{4}{5x}$$

$$\text{त्यसै गरी } \frac{a^2+4a+4^2}{a^2-4}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2}{a^2 - 2^2} \quad [a^2 + 2 \cdot a \cdot 2 + 2^2 \Rightarrow (a+b)^2 \text{ को स्वरूपमा}] \\
 &= \frac{(a+2)^2}{(a+2)(a-2)} \quad [a^2 - 2^2 \Rightarrow a^2 - b^2 \text{ को स्वरूप}] \\
 &= \frac{a+2}{a-2}
 \end{aligned}$$

जरूरती: $\frac{x^2+2x-15}{x^2+9x+20}$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{x^2+(5-3)x-15}{x^2+(5+4)x+20} \\
 &= \frac{x^2+5x-3x-15}{x^2+5x+4x+20} \\
 &= \frac{x(x+5)-3(x+5)}{x(x+5)+4(x+5)} \\
 &= \frac{(x+5)(x-3)}{(x+5)(x+4)} \\
 &= \frac{x-3}{x+4}
 \end{aligned}$$

मूल्यांकन

तल दिइएका वीजीय भिन्नहरूको सरल गर्नुहोस् ।

(क) $\frac{2x^3}{6xy} V - \frac{3m^2-18n^2}{m^2+3n} U - \frac{x^2-9x+18}{x^2-7x+6}$

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समान हर भएका भिन्नहरूको सरल गर्न

शैक्षणिक सामग्रीहरू

सूत्रपत्तीहरू, खण्डीकरणको नियम लेखिएको चार्टपेपर आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप1

(क) विद्यार्थीलाई समूहगत रूपमा पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 161 को क्रियाकलाप2 अध्ययन गर्न लगाई समूहगत प्रस्तुति गर्न लगाउनुहोस् ।

(क) $\frac{2}{3} + \frac{4}{3}$ यी समान हर भएका भिन्न हुन् ।

$$= \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2+4}{3}$$

$$= \frac{6}{3} = 2$$

(ग) $\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x-y}$ यी समान हर भएका भिन्न हुन्, त्यसैले,

$$= \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x-y} [\text{एउटा मात्र हर राखेर अंशमा घटाउ किया गरियो।}]$$

$$= \frac{x-y}{x-y} = 1$$

यदि वीजीय भिन्नको हर उही छ भने अंशहरूको मात्र जोड वा घटाउ गरिन्छ। हरलाई जस्ताको त्यस्तै राख्ने र सरल गरी न्यूनतम पदमा लैजानु पर्छ।

(ख) प्रत्येक समूहले माथिको जस्तै वीजीय भिन्नसम्बन्धी प्रश्नहरू निर्माण गरी एउटा समूहले निर्माण गरेका प्रश्नलाई अर्को समूहले समाधान गर्नुहोस् र कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

$$(अ) \frac{2a}{y} + \frac{3b}{y} \text{cf} - \frac{3}{m+n} + \frac{5}{m+n} 0 - \frac{ab}{a-b} - \frac{ab}{a-b}$$

$$(ई) \frac{3x^2}{x+y} + \frac{6xy+3y^2}{x+y} p - \frac{m^2}{m^2-5m+6} - \frac{2m}{m^2-5m+6}$$

$$\text{समाधान } (ई) \frac{3x^2}{x+y} + \frac{6xy+3y^2}{x+y}$$

$$\text{यहाँ } \frac{3x^2}{x+y} + \frac{6xy+3y^2}{x+y}$$

$$= \frac{3x^2+6xy+3y^2}{x+y} [\text{समान हर भएकोले एउटा मात्र हर राखेर जोड किया गरियो।}]$$

$$= \frac{3(x^2+2xy+y^2)}{(x+y)} [\text{अंशमा साभा गुणनखण्ड } 3 \text{ भएकाले साभा लिइयो }]$$

$$= \frac{3(x+y)^2}{(x+y)} [(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ स्वरूपमा रूपान्तर गरियो }]$$

$$= \frac{3(x+y)(x+y)}{(x+y)}$$

$$= 3(x+y)$$

$$(उ) \frac{m^2}{m^2-5m+6} - \frac{2m}{m^2-5m+6}$$

$$\text{यहाँ, } \frac{m^2}{m^2-5m+6} - \frac{2m}{m^2-5m+6}$$

$$= \frac{m^2-2m}{m^2-5m+6} [\text{समान हर भएकाले एउटा मात्र हर राखेर घटाउ किया गरेको }]$$

$$= \frac{m(m-2)}{m^2-(3+2)m+6} [\text{हरमा भएको अभिव्यञ्जकलाई गुणनखण्ड क्रिया गरेको }]$$

$$= \frac{m(m-2)}{m^2-3m-2m+6}$$

$$= \frac{m(m-2)}{m(m-3)-2(m-3)}$$

$$= \frac{m(m-2)}{(m-3)(m-2)}$$

$$= \frac{m}{(m-3)}$$

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

सरल गर्नुहोस् ।

$$(क) \frac{2x}{x+y} + \frac{3x}{x+y} V - \frac{x+1}{3} - \frac{2x-3}{3} U - \frac{x^2}{x^2-4x+3} - \frac{3x}{x^2-4x+3}$$

गृहकार्य : पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 163 को प्रश्न न. 2 को समस्या समाधान गर्नुहोस् ।

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- असमान हर भएका भिन्नको सरल गर्न

शैक्षणिक सामग्रीहरू

सूत्रपत्तीहरू, खण्डीकरणको नियम लेखिएको चार्टपेपर आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप1

(क) मस्तिष्क मन्थनका लागि निम्न प्रश्न गर्नुहोस् ।

6 tea (read as sixty) packet in my jacket, 1 is lost. 59 is not correct answer, what is the correct answer? [Ans: 5]

क्रियाकलाप2

(क) विद्यार्थीलाई तलका प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् :

$$(अ) \frac{5}{6} + \frac{3}{4} \quad (आ) \frac{5}{7} - \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{3}$$

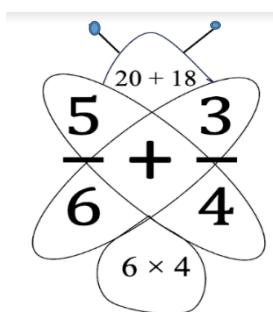
$$= \frac{5 \times 3}{7 \times 3} - \frac{2 \times 7}{3 \times 7} \quad [\text{पहिलो भिन्नलाई } 3 \text{ ले र दोस्रो भिन्नलाई } 7 \text{ ले तल माथि गुणन गुणन गरेको होला ?}]$$

$$= \frac{15}{21} - \frac{14}{21}$$

$$= \frac{15-14}{21}$$

$$= \frac{1}{21}$$

असमान हर भिन्नको सरल (Butterflying method)



$$= \frac{20+18}{6 \times 4} = \frac{38}{24} = \frac{19}{12}$$

(ख) माथिको क्रियाकलापबाट असमान हर भएका भिन्नहरूको सरल गर्दा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू भन्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(ग) अब माथिको जस्तै गरी असमान हर भएका वीजीय भिन्नको सरल गर्ने कक्षाकार्य गराउनुहोस् ।

सरल गर्नुहोस् ।

$$(इ) \frac{2x}{x+3} + \frac{5}{x+3} \quad (\text{ई}) \frac{x}{x-7} - \frac{y}{x+7} \quad (i) \frac{x}{x^2-y^2} - \frac{y}{x-y}$$

त्यसैगरी, $\frac{x}{x-7} - \frac{y}{x+7}$ भिन्नलाई समान हर भएको भिन्न बनाउन के गर्न सकिन्छ ? छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

$\frac{x}{x^2-y^2} - \frac{y}{x-y}$ भिन्नलाई समान हर बनाउन के गर्नुपर्छ, छलफल गराउनुहोस् ।

$$\begin{aligned} \text{जस्तै : } & \frac{x}{x^2-y^2} - \frac{y}{x-y} \\ &= \frac{x}{(x-y)(x+y)} - \frac{y}{x-y} \quad [a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \text{ को स्वरूपमा लेखे }] \end{aligned}$$

[दोस्रो भिन्नको हरलाई पहिलो भिन्नको हरसँग बराबर (समान) बनाउन के गर्नुपर्छ ?]

$$\begin{aligned} &= \frac{x}{(x-y)(x+y)} - \frac{y(x+y)}{(x-y)(x+y)} \quad [(x+y) \text{ तल माथि गुणन गरेको }] \\ &= \frac{x-y(x+y)}{(x-y)(x+y)} \\ &= \frac{x-xy-y^2}{(x-y)(x+y)} \end{aligned}$$

यस समस्यालाई अर्को तरिकाले पनि समाधान गर्न सकिन्छ, छलफल गराउनुहोस् ।

$$\begin{aligned} & \frac{x}{x^2-y^2} - \frac{y}{x-y} \\ &= \frac{x}{(x+y)(x-y)} - \frac{y}{x-y} \end{aligned}$$

$\text{पहिलो भिन्नको हर} = (x + y) (x - y)$ $\text{दोस्रो भिन्नको हर} = (x - y)$ $\text{ल.स.} = (x - y)(x + y)$

$= \frac{x - y(x+y)}{(x+y)(x-y)}$ [भिन्नको हरमा ल.स. राखी भिन्नको हरले ल.स. लाई भाग गरेर सोही भिन्नको अंशलाई गुणन गरेको ।]

$$= \frac{x-xy-y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$\frac{x}{2-x} - \frac{2-x}{x}$ [यस प्रकारको भिन्न सरल गर्दा butterfly method बाट गर्ने भन्न पनि सकिन्छ ।]

$= \frac{x \times x - (2-x)(2-x)}{(2-x)x}$ [भिन्नको हरमा ल.स. राखी भिन्नको हरले ल.स. लाई भाग गरेर सोही भिन्नको अंशलाई गुणन गरेको ।]

$$= \frac{x^2 - (2-x)^2}{x(2-x)}$$

$$= \frac{x^2 - (2^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + x^2)}{x(2-x)}$$

$$= \frac{x^2 - (4 - 4x + x^2)}{x(2-x)}$$

$$= \frac{x^2 - 4 + 4x - x^2}{x(2-x)}$$

$$= \frac{4x - 4}{x(2-x)}$$

बीजीय भिन्नको सरल गर्दा,

(क) बीजीय भिन्नको हर असमान भएमा सबैभन्दा पहिला हरहरू समान बनाई सरल गर्नुपर्ने रहेछ । वा

(ख) बीजीय भिन्नको हरहरूको लघुतम समापवर्त्य (ल.स.) निकालेर भिन्नको हरमा ल.स. राखी भिन्नको हरले

ल.स. लाई भाग गरी भागफलले सोही भिन्नको अंशलाई गुणन गरी सरल गर्नुपर्ने रहेछ । अन्त्यमा भिन्नलाई

न्यूनतम पदमा लैजानु पर्दछ ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

सरल गर्नुहोस् :

(क) $\frac{x}{2(x-2)} - \frac{1}{(x-2)}$

(ख) $\frac{a}{a+b} + \frac{b}{a-b}$

(ग) $\frac{3}{x-a} + \frac{4}{x+a}$

(घ) $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{x-1}$

(ङ) $\frac{x+3}{x-5} - \frac{x+5}{x-3}$

(च) $\frac{x+7}{x-7} - \frac{x}{7-x}$

क्रियाकलाप 4

(क) दिइएको बीजीय भिन्नका स्वरूप पहिचान गरी ती भिन्नलाई सरल गर्दा के के गर्नुपर्छ जोडीमा छलफल गरी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) $\frac{x+2}{x^2+x} - \frac{3}{x^2-x-2}$

(आ) $\frac{1}{x-3} + \frac{3x-5}{x^2-5x+6}$

(इ) $\frac{2x-1}{x^2+4x} - \frac{x-2}{x^2+2x-8}$

$$\text{जरूरी : } \frac{x+2}{x^2+x} - \frac{3}{x^2-x-2}$$

यहाँ पहिलो भिन्नको हर $x^2 + x = x(x + 1)$ [दुवै पदमा x भएकाले साखा लिएको]

दोस्रो भिन्नको हर $= x^2 - x - 2$ [ax² - bx - 2 को स्वरूप]

$$= x^2 - (2 - 1)x - 2$$

$$= x^2 - 2x + x - 2$$

$$= x(x - 2) + 1(x - 2)$$

$$= (x + 1)(x - 2)$$

$$\text{ल.स. } = (x + 1) x (x - 2) = x(x + 1)(x - 2)$$

$$\frac{x+2}{x^2+x} - \frac{3}{x^2-x-2}$$

$$= \frac{x+2}{x(x+1)} - \frac{3}{(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{(x+2)(x-2)-3x}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2-2^2-3x}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2-4-3x}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2-3x-4}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2-(4-1)x-4}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{x^2-4x+x-4}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{x(x-4)+1(x-4)}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-4)(x+1)}{x(x+1)(x-2)}$$

$$= \frac{(x-4)}{x(x-2)}$$

गृहकार्य

सरल गन्तुहोस् :

$$(क) \frac{2x-1}{x^2+4x} - \frac{x-2}{x^2+2x-8} \quad V - \frac{2a}{a-1} - \frac{a^2+3}{a^2-1}$$

$$(ख) \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a-b}{a+b} \quad (ग) \frac{a}{a^2+3a+2} - \frac{2}{a^2-1}$$

दिन : पाँचौं र छौटौं

सिकाइ उपलब्धि

- वीजीय भिन्नको गुणन गर्न
- वीजीय भिन्नको भाग गर्न

शैक्षणिक सामग्रीहरू

सूत्रपतीहरू, खण्डीकरणको नियम लेखिएको चार्ट पेपर आदि

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षा सुरु गर्नु पहिला 2 मिनेट भएपनि ध्यान गराउनुहोस् ।

(ख) बीजीय भिन्नको गुणन गर्न पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 171 को क्रियाकलाप 5 अध्ययन गरी जोडीमा छलफल गराउनुहोस् । त्यस्तै प्रश्न निर्माण गर्न लगाई छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) $\frac{5}{7}$ लाई $\frac{3}{8}$ ले गुणन गर्दा कति हुन्छ ?

(आ) $\frac{x}{2}$ लाई $\frac{6}{x^2}$ ले गुणन गर्दा कति हुन्छ ?

(इ) $\frac{x}{2}$ लाई $\frac{6}{x^2}$ ले भाग गर्दा कति हुन्छ ?

यहाँ $\frac{5}{7}$ लाई $\frac{3}{8}$ ले गुणन गर्दा,

$$\frac{5}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{5 \times 3}{7 \times 8} = \frac{15}{56}$$

(आ) $\frac{x}{2}$ लाई $\frac{6}{x^2}$ ले गुणन गर्दा कति हुन्छ ?

$$\begin{aligned} &= \frac{x}{2} \times \frac{6}{x^2} \\ &= \frac{6x}{2x^2} \\ &= \frac{3}{x} \end{aligned}$$

भिन्नहरूविच गुणन गर्दा अंशसँग अंश र हरसँग हरले गुणन गर्नुपर्ने रहेछ ।

(इ) $\frac{x}{2}$ लाई $\frac{6}{x^2}$ ले भाग गर्दा,

$$\cdot = \frac{x}{2} \div \frac{6}{x^2}$$

$$\cdot = \frac{x}{2} \times 1 \div \frac{6}{x^2}$$

$$= \frac{x}{2} \times \frac{x^2}{6} \times \frac{6}{x^2} \div \frac{6}{x^2} [\text{भाजकलाई 1 बनाउँदा}]$$

$$= \frac{x}{2} \times \frac{x^2}{6} \times 1$$

$$= \frac{x^3}{12}$$

(ग) माथिको दुई उदाहरणबाट के निष्कर्ष आँउछ ? छलफल गराउनुहोस्, छलफलबाट आएको नतिजालाई लेखुहोस् ।

निष्कर्षकृतै भिन्नलाई अर्को भिन्नले भाग गर्दा र भाजक भिन्नको व्युतक्रमले उक्त भिन्नलाई गुणन गर्दा एउटै नतिजा आउने रहेछ । अर्थात् कुनै भिन्नलाई अर्को भिन्नले भाग गर्दा भाग चिह्नलाई गुणन चिह्नमा परिवर्तन गरेर भाजक भिन्नको हरलाई अंश र अंशलाई हर बनाई सरल गर्नु पर्ने रहेछ ।

मूल्यांकन

तलका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

(अ) भिन्नलाई गुणन गर्दा के गर्नुपर्छ ?

(आ) भिन्नलाई भाग गर्दा के गर्नुपर्छ ?

$$(इ) \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = ? \quad (ई) \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = ?$$

$$(उ) \frac{2}{7} \div \frac{3}{5} = ? \quad (ऊ) \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = ?$$

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई ४ समूहमा विभाजन गरी दिइएका एक एकओटा प्रश्नहरू दिनुहोस् ।

(ख) पहिला एक्लाएक्लै त्यसपश्चात् जोडीमा हुँदै समूहगत प्रस्तुति दिन लगाउनुहोस् ।

$$(अ) \frac{a^2 - b^2}{a+b} \times \frac{a+b}{(a-b)^2}$$

$$(आ) \frac{m^2 + 2mn + n^2}{m^2 - n^2} \times \frac{m-n}{m+n}$$

$$(इ) \frac{x^2 - 6x + 9}{3y - xy} \times \frac{4x - 12}{x - 3}$$

$$(ई) \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2a + ab + 2b} \times \frac{a+2}{a+3}$$

(ग) विद्यार्थीलाई आवश्यकताअनुसार सहजीकरण गरिदिनुहोस् :

$$(अ) \frac{a^2 - b^2}{a+b} \times \frac{a+b}{(a-b)^2} = \frac{(a+b)(a-b)}{(a+b)} \times \frac{(a+b)}{(a-b)(a-b)} \quad [a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \text{ स्वरूप }]$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a-b)} = \frac{(a+b)}{(a-b)}$$

$$(आ) \frac{m^2 + 2mn + n^2}{m^2 - n^2} \times \frac{m-n}{m+n}$$

$$= \frac{(m+n)^2}{(m+n)(m-n)} \times \frac{m-n}{m+n} [(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2] \text{ र } [a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)]$$

$$= \frac{(m+n)(m+n)}{(m+n)(m-n)} \times \frac{m-n}{m+n} = 1$$

$$(इ) \frac{x^2 - 6x + 9}{3y - xy} \times \frac{4x - 12}{x - 3}$$

$$= \frac{(x-3)^2}{y(3-x)} \times \frac{4(x-3)}{x-3} [(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2] \text{ र साफा गुणनखण्ड भएको}$$

$$= \frac{(3-x)^2}{y(3-x)} \times 4 \quad [(a-b)^2 = (b-a)^2]$$

$$= \frac{4(3-x)}{y}$$

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्यांकन गन्तव्यहोस् :

तलका बीजीय भिन्नहरूको गुणन गर्नुहोस् :

$$(क) \frac{7a^2b}{8c} \times \frac{4c^2}{14ab^2} \quad (ख) \frac{x-y}{x+y} \times \frac{x}{y}$$

$$(ग) \frac{x^2-y^2}{x+y} \times \frac{x+y}{(x-y)^2} \quad (घ) \frac{a^2-b^2}{a^2+2a+ab+2b} \times \frac{a+2}{a+3}$$

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीको जोडी समूह बनाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरू एकआपसमा सोधन लगाउनुहोस् :

$$(अ) (a+b)^2 = \quad (आ) (a-b)^2 = \quad (इ) a^2 - b^2 =$$

(ख) माथिका प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि निम्नलिखित प्रश्नहरूको समाधान कसरी गरिन्छ ? अभ्यास गराउनुहोस्, जस्तै :

$$(अ) \frac{3xy}{4ab} \div \frac{6y}{5b} \quad (आ) \frac{x}{7} \div \frac{x^2}{14} \quad (इ) \frac{x^2-1}{y^2} \div \frac{x-1}{y}$$

$$\text{यहाँ } (अ) \frac{3xy}{4ab} \div \frac{6y}{5b} = \frac{3xy}{4ab} \times \frac{5b}{6y} = \frac{5x}{8a}$$

$$(आ) \frac{x}{7} \div \frac{x^2}{14} = \frac{x}{7} \times \frac{14}{x^2} = \frac{2}{x}$$

$$(इ) \frac{x^2-1}{y^2} \div \frac{x-1}{y} = \frac{x^2-1}{y^2} \times \frac{y}{x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{y^2} \times \frac{y}{x-1} = \frac{x+1}{y}$$

(ग) विद्यार्थीलाई यस्तै 2/2 ओटा प्रश्न बनाई एउटा समूहले निर्माण गरेका प्रश्नलाई अर्को समूहबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अर्को समूहले समाधान गरेका प्रश्नको मूल्यांकन पनि गर्न लगाउनुहोस् तर शिक्षक आफैले पनि पुनः परीक्षण गरी पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई दिइएको बीजीय भिन्नहरूको सरल गर्न लगाउनुहोस् :

$$\text{जस्तै : } (अ) \frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x-y}{x+y} \quad (आ) \frac{x^2+12x+36}{x^2-16} \div \frac{3x+18}{2x^2+8x}$$

(ख) विद्यार्थीले समस्या समाधान गर्दा अवलोकन गर्नुहोस् र आवश्यकताका आधारमा थप सहायता प्रदान गर्नुहोस्, जस्तैः

$$\begin{aligned} \frac{x^2-y^2}{x+y} &\div \frac{x-y}{x+y} = \\ \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)} &\div \frac{x-y}{x+y} \\ &= \frac{(x+y)(x-y)}{(x+y)} \times \frac{(x+y)}{(x-y)} \\ &= (x+y) \end{aligned}$$

अब,

$$\begin{aligned} \frac{x^2+12x+36}{x^2-16} &\div \frac{3x+18}{2x^2+8x} \\ &= \frac{(x+6)^2}{x^2-4^2} \div \frac{3(x+6)}{2x(x+4)} \\ &= \frac{(x+6)(x+6)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{2x(x+4)}{3(x+6)} \\ &= \frac{2x(x+6)}{3(x-4)} \end{aligned}$$

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

सरल गर्नुहोस् :

(क) $\frac{a^2}{b^2} \div \frac{a}{b}$	(ख) $\frac{3xy}{4ab} \div \frac{6y}{5b}$	(ग) $\frac{x}{7} \div \frac{x^2}{14}$
(घ) $\frac{6a^2b}{7x^2y} \div \frac{6ab^2}{7y^2}$	(ङ) $\frac{a^2-b^2}{a} \div \frac{a-b}{b}$	(च) $\frac{x^2-1}{y^2} \div \frac{x-1}{y}$

क्रियाकलाप 5

(क) माथिका प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि गुणन र भाग सम्मिलित निम्नलिखित प्रश्नहरू सोधी कक्षा कार्य गराउनुहोस् :

सरल गर्नुहोस् :

$$(अ) \frac{x^2-11+30}{x^2-7x+10} \times \frac{5x-10}{x^2-8x+12} \quad (आ) \frac{a^2+3a+2}{a^2-4a-12} \div \frac{a^2-a-6}{a^2-9a+18} \quad \text{इ(इ)} \left(\frac{3x}{(x-1)} \times \frac{1}{(x+1)} \right) \div \frac{3}{x^2-1}$$

$$\begin{aligned} \text{यहाँ } &\frac{x^2-11+30}{x^2-7x+10} \times \frac{5x-10}{x^2-8x+12} \\ &= \frac{x^2-(6+5)x+30}{x^2-(5+2)x+10} \times \frac{5(x-2)}{x^2-(6+2)x+12} = \frac{x^2-6x-5x+30}{x^2-5x-2x+10} \times \frac{5(x-2)}{x^2-6x-2x+12} \end{aligned}$$

$$= \frac{x(x-6)-5(x-6)}{x(x-5)-2(x-5)} \times \frac{5(x-2)}{x(x-6)-2(x-6)} = \frac{(x-6)(x-5)}{(x-5)(x-2)} \times \frac{5(x-2)}{(x-6)(x-2)} = \frac{5}{(x-2)}$$

$$(3T) \frac{a^2+3a+2}{a^2-4a-12} \div \frac{a^2-a-6}{a^2-9a+18}$$

$$\begin{aligned} & \frac{a^2+3a+2}{a^2-4a-12} \div \frac{a^2-a-6}{a^2-9a+18} \\ &= \frac{(a+2)(a+1)}{(a-6)(a+2)} \div \frac{(a-3)(a+2)}{(a-6)(a-3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(a+2)(a+1)}{(a-6)(a+2)} \times \frac{(a-3)(a-6)}{(a-3)(a+2)} \\ &= \frac{(a+1)}{(a+2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^2 + 3a + 2 \\ &= a^2 + (2 + 1)a + 2 \\ &= a^2 + 2a + a + 2 \\ &= a(a + 2) + 1(a + 2) \\ &= (a + 2)(a + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^2 - 4a - 12 \\ &= a^2 - (6 - 2)a - 12 \\ &= a^2 - 6a + 2a - 12 \\ &= a(a - 6) + 2(a - 6) \\ &= (a - 6)(a + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^2 - a - 6 \\ &= a^2 - (3 - 2)a - 6 \\ &= a^2 - 3a + 2a - 6 \\ &= a(a - 3) + 2(a - 3) \\ &= (a - 3)(a + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a^2 - 9a + 18 \\ &= a^2 - (6 + 3)a + 18 \\ &= a^2 - 6a - 3a + 18 \\ &= a(a - 6) - 3(a - 6) \\ &= (a - 6)(a + 3) \end{aligned}$$

$$इ) \left(\frac{3x}{(x-1)} \times \frac{1}{(x+1)} \right) \div \frac{3}{x^2-1}$$

समाधानसंगै छलफल गर्नुहोस् :

$$\left(\frac{3x}{(x-1)} \times \frac{1}{(x+1)} \right) \div \frac{3}{x^2-1} [गुणन भाग र कोष्ठकमध्ये पहिला कुनको कार्य गर्नुपर्छ ?]$$

$$= \frac{3x}{(x-1)(x+1)} \div \frac{3}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{3x}{(x-1)(x+1)} \times \frac{(x-1)(x+1)}{3} = x$$

मूल्यांकन

सरल गर्नुहोस् :

$$(क) \frac{xy-x+2y-2}{3y+2x+xy+6} \div \frac{xy-x+5y-5}{x^2+8x+15} \quad (ख)) \frac{x-4}{x+4} \times \frac{x-3}{x+3} \div \frac{x^2-7x+12}{x^2+7x+12}$$

गृहकार्य

सरल गर्नुहोस् :

$$(अ) \frac{x^2-y^2}{y^2} \div \frac{x^2+xy}{xy} \quad (आ) \frac{a}{a^2+3a+2} - \frac{2}{a^2-1} \quad इ) \frac{x^2-8x+15}{x^2-14x+45} \div \frac{x^2-2x-15}{x^2-8x-9}$$

परियोजना कार्य : सङ्ख्याका आधारमा विद्यार्थीलाई 3 / 4 समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई छुट्टाछुट्टै परियोजना कार्य दिनुहोस् ।

समूह क	चौडाइ ($a - 2$) एकाइ र क्षेत्रफल ($a^2 + 3a - 10$) वर्ग एकाइ भएको एउटा गलैंचा छ । उही चौडाइ भएको अर्को गलैंचा क्षेत्रफल ($a^2 + a - 6$) वर्ग एकाइ छ । (क) दुवै गलैंचाको लम्बाइ कर्ति कर्ति हुनेरहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
--------	--

	(ख) दुईओटा गलैंचालाई चौडाइहरूसँगै मिलाएर राख्ने हो भने जम्मा लम्बाइ कति हुन्छ ? चार्ट पेपरमा चित्र बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
समूह ख	<p>चौडाइ ($a+2$) एकाइ र क्षेत्रफल ($a^2 + 3a - 10$) वर्ग एकाइ भएको एउटा गलैंचा छ । उही चौडाइ भएको अर्को गलैंचा क्षेत्रफल ($a^2 + a - 6$) वर्ग एकाइ छ ।</p> <p>(क) दुवै गलैंचाको लम्बाइ कति कति हुनेरहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।</p> <p>(ख) दुईओटा गलैंचालाई चौडाइहरूसँगै मिलाएर राख्ने हो भने जम्मा लम्बाइ कति हुन्छ ? चार्ट पेपरमा चित्र बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।</p>

सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्यको प्रस्तुति गर्न सक्ने

शैक्षणिक सामग्रीहरू

परियोजना कार्यका सामग्री तथा प्रतिवेदन

सहजीकरण क्रियाकलाप

(क) सबै विद्यार्थीले परियोजना कार्य पूरा गरेका छन् या छैनन् यकिन गर्नुहोस् ।

(ख) अगिल्लो पाठमा परियोजना कार्य प्रस्तुत नगरेको समूहलाई परियोजना कार्यलाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) प्रस्तुत परियोजना कार्यको सबल पक्ष र सुधार गर्नुपर्ने पक्षका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) परियोजना कार्य गर्दा आइपरेका समस्याहरूका बारेमा पनि छलफल गराउनुहोस् ।

एउटा समूहले गरेका कार्यको मूल्याङ्कन अर्को समूहलाई गराउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन : रुप्रिक्सको प्रयोग गरी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ १२

समीकरण र ग्राफ

(Equation and Graph)

१. पाठको परिचय

फरक फरक स्वरूपमा व्यक्त गरिएका बराबर मान दिने वीजीय अभिव्यञ्जकहरूलाई बराबर (=) चिह्नको प्रयोग गरी बनाइएको गणितीय वाक्यलाई समीकरण भनिन्छ । समीकरणमा चल र अचलराशिहरूमध्ये चल राशिको मान पत्ता लगाइन्छ, जुन मानले प्रत्येक गणितीय खुला वाक्यहरूमा बराबर चिह्नको दायाँ र बायाँको मान बराबर बनाउँछ । यस पाठमा दुई चलराशिहरूको प्रयोग गरी बनेका दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरणलाई ग्राफमा प्रस्तुत गरी चलराशिहरूको मान पत्ता लगाउने समस्या प्रस्तुत गरिएको छ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरण हल गर्न

(ख) वर्ग समीकरण हल गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	पुनरवलोकन, दुईचलयुक्त रेखीय समीकरणलाई ग्राफमा देखाउन	1	
2.	दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरणलाई लेखाचित्र विधिबाट हल गर्न	2	
3.	शाब्दिक समस्यालाई समीकरणमा प्रस्तुत गरी लेखा चित्रमा प्रस्तुत गर्न	2	
4.	वर्ग समीकरणको परिचय, दुई ओटा पद बाट बनेको वर्ग समीकरणको हल गर्न	1	
5.	$ax^2 + bx + c = 0$ स्वरूपको वर्ग समीकरणको हल गर्न चल राशि दिइएको अवस्थामा वर्ग समीकरण पत्ता लगाउन	2	
	जम्मा	8	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान : चल राशि, अचल राशि, अभिव्यञ्जक आदिका बारेमा छलफल गरी पाठको सुरुआत गर्ने

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू): ग्राफमा सङ्ख्या रेखामा सङ्ख्यालाई मिलाउन नसक्नु, शाब्दिक समस्यालाई समीकरणमा प्रस्तुत गर्दा 'ले बढी र गुणा बढीमा' फरक छुट्याउन नसक्नु, दोब्बर, तेब्बर, आधा आदिलाई समीकरणमा प्रस्तुत गर्न नसक्नु, वर्षपछि वा अगिमा फरक छुट्याउन नसक्नु आदि ।

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई चलयुक्त समीकरणको परिचय दिन
- समीकरणलाई ग्राफमा प्रस्तुत गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

सङ्ख्या रेखाको चित्र, ग्राफपेपर आदि

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) दिइएका समीकरणहरू अध्ययन गरी तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस्, जस्तै :

$$\text{i) } x + y = 8, \quad \text{ii) } 2x + 3y = 12$$

(अ) यहाँ x र y लाई के भनिन्छ ?

(आ) x र y बाहेकका सङ्ख्यालाई के भनिन्छ ?

(इ) दिइएको समीकरणमा x र y को घाताङ्क कति छ ?

(ई) दुई चलयुक्त समीकरण भनेको के हो ?

(उ) दिइएको समीकरणलाई तालिकामा प्रस्तुत गरी सम्भावित उत्तरलाई तालिकामा देखाउनुहोस् ।

(ऊ) दिइएको समीकरणलाई ग्राफमा प्रस्तुत गर्न अभ्यास गराउनुहोस्, जस्तै:

यहाँ, x र y लाई चल राशि भनिन्छ । x र y बाहेकको सङ्ख्यालाई अचल राशि भनिन्छ । दिइएको समीकरणमा x र y को घाताङ्क 1 छ । दुई चल राशि भएको, घाताङ्क 1 र बराबर चिह्न भएको समीकरणलाई दुई चलयुक्त समीकरण भनिन्छ ।

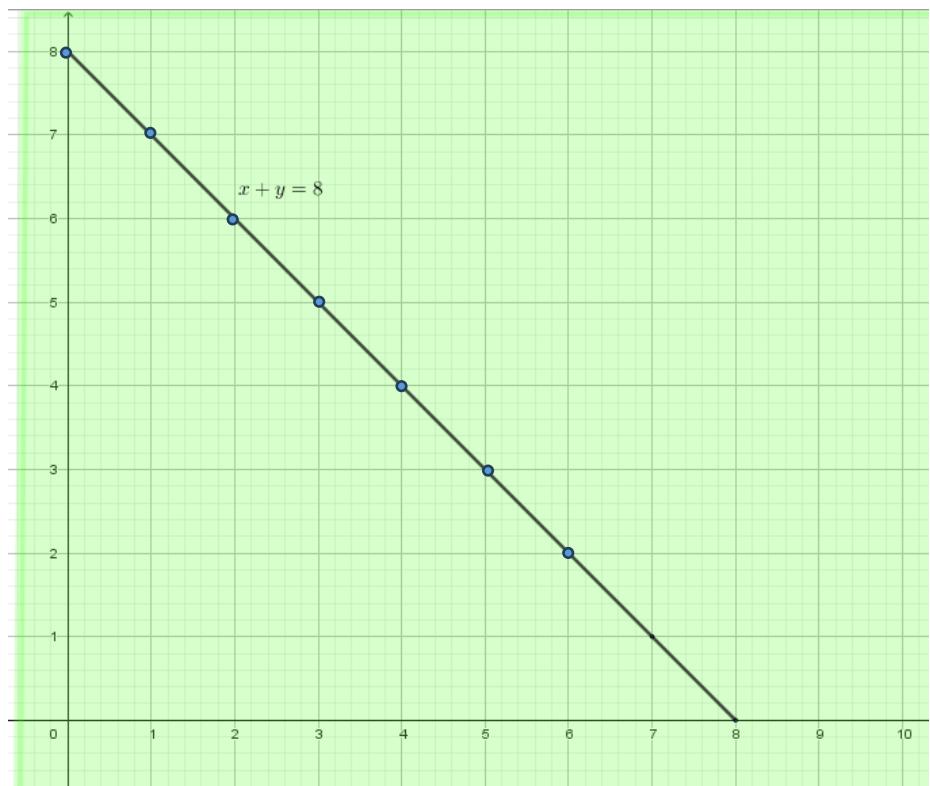
दिइएको समीकरण $x + y = 8 \Rightarrow x = 8 - y$

तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

$$\begin{aligned} y &= 8 \text{ राख्दा } x = 8 - 8 = 0 \\ y &= 7 \text{ राख्दा, } x = 8 - 7 = 1 \\ y &= 6 \text{ राख्दा, } x = 8 - 6 = 2 \\ y &= 5 \text{ राख्दा, } x = 8 - 5 = 3 \\ &\dots \end{aligned}$$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	8	7	6	5	4	3	2

माथिको तालिकाबाट क्रमजोडाहरू $(0, 8), (1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3)$ र $(6, 2)$ लाई ग्राफमा प्रस्तुत गर्दा



त्यसै गरी $2x + 3y = 12$ लाई तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

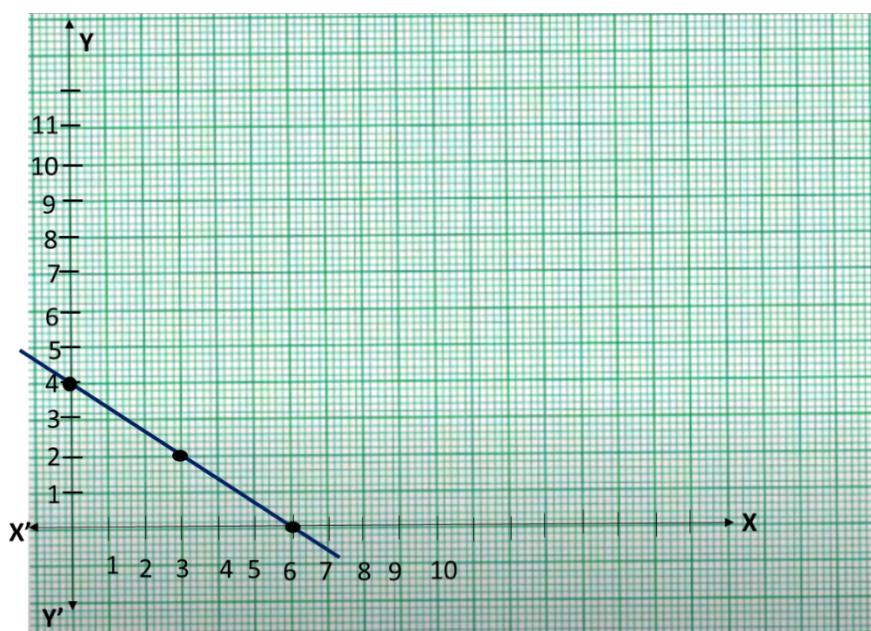
$$2x = 12 - 3y$$

$$\text{or, } x = \frac{(12-3y)}{2}$$

x	6	3	0
y	0	2	4

यहाँ, $y = 0, x = \frac{12-3 \times 0}{2} = 6$
$y = 2, x = \frac{12-3 \times 2}{2} = 3$
$y = 4, x = \frac{12-3 \times 4}{2}$

माथिको तालिकाबाट क्रमजोडाहरू $(6, 0)$, $(3, 2)$ र $(0, 4)$ लाई ग्राफमा प्रस्तुत गर्दा,



(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस्।

मूल्यांकन

दिइएका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

(अ) समीकरण भनेको के हो ?

(आ) दुई चलयुक्त रेखीय समीकरण भनेको के हो ?

(इ) $x + 2y = 5$ को सम्भावित उत्तरलाई तालिकामा प्रस्तुत गरी ग्राफमा देखाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 177 को पुनरवलोकनलाई अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र जोडीमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) पाठ्यपुस्तकमा दिइए जस्तै प्रश्नहरू निर्माण गरी समूहमा छलफल गराउनुहोस्, जस्तै: महेशले x ओटा रातो कलम र y ओटा कालो कलम गरी जम्मा 5 ओटा कलमहरू किनेर ल्याएका रहेछन् भने,

(अ) माथिको गणितीय वाक्यलाई समीकरणमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(आ) महेशले कति कतिओटा रातो कलम र कालो कलम ल्याउन सक्छन् ? सम्भावित उत्तरलाई तालिकामा देखाउनुहोस्

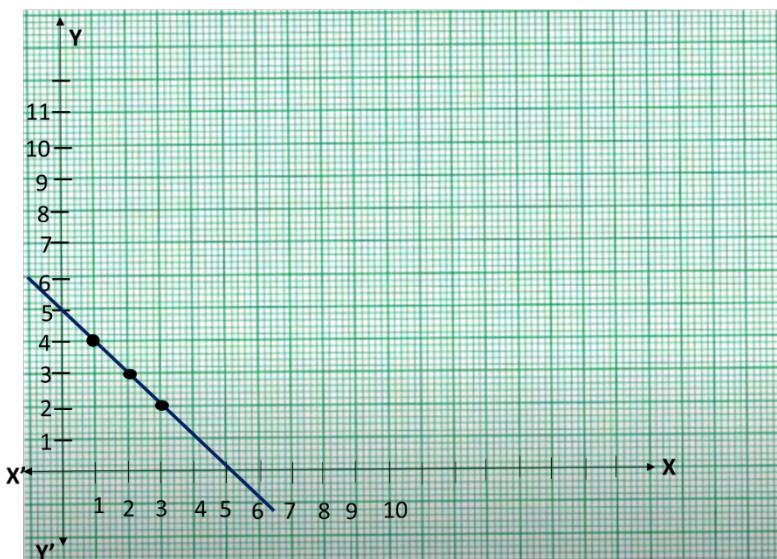
(इ) चल राशिका मानलाई ग्राफमा देखाउनुहोस् ।

यहाँ, महेशसँग जम्मा कलम सङ्ख्या = 5,
रातो कलमको सङ्ख्या = x , कालो कलमको सङ्ख्या = y
त्यसैले (अ) उक्त गणितीय वाक्यलाई ग्राफमा देखाउँदा,
 $x + y = 5$
(आ) सम्भावित उत्तरलाई तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

x	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0

माथिको तालिकालाई ग्राफमा देखाउँदा,

यहाँ, $x = 0$ राख्दा, $y = 5$
 $x = 1$ राख्दा, $y = 4$
 $x = 2$ राख्दा, $y = 3$
 $x = 3$, राख्दा, $y = 2$
 $x = 4$ राख्दा, $y = 1$
 $x = 5$ राख्दा, $y = 0$



मूल्यांकन

दिइएको गणितीय वाक्यलाई समीकरणमा लेख्नुहोस् र उक्त समीकरणको सम्भावित उत्तरलाई तालिकामा देखाई ग्राफमा देखाउनुहोस् :

(क) राकेशले x ओटा आँप र y ओटा नासपाती किनेर ल्याएछन् । राकेशसँग आँप र केरा गरी जम्मा 15 ओटा फलफूल रहेछन् ।

(ख) सपनाले x kg आलु र y kg प्याज किनेर ल्याइछन् । आलु र प्याज जम्मा 11 kg रहेछ ।

दोस्रो र तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरणको परिचय दिन
- दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरणलाई लेखाचित्र विधिवाट हल गर्न
- लेखाचित्र विधिवाट प्राप्त मानलाई परीक्षण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर, ग्राफ पेपर आदि।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 177 को दुई चलयुक्त युगपतरेखीय समीकरणसम्बन्धी क्रियाकलाप 1 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्नलिखित प्रश्नहरूमा जोडीमा छलफल गराउनुहोस् :

- निर्मलाले जम्मा कतिओटा आँप ल्याउनु भएको रहेछ ?
- अस्मि र अनिषाले पाउने आँपको सङ्ख्यालाई के ले जनाइएको छ ?
- पहिलो सर्तअनुसार x को मान बढाई जाँदा y को मान के हुन्छ ?
- दोस्रो सर्तअनुसार y को मान बढाई जाँदा x को मान के हुन्छ ?
- यदि निर्मलाले 10 ओटा आँप ल्याउनु भएको भए माथिको तथ्यलाई समीकरणमा लेख्नुहोस् ।
- यदि निर्मलाले अस्मिलाई, अनिषालाई भन्दा 3 ओटा आँप कम दिनुभएको भए उक्त सर्तलाई समीकरणमा देखाउनुहोस् ।
- यदि अस्मिले अनिषाले भन्दा दोब्बर आँप पाउने भए उक्त सर्तलाई समीकरणमा देखाउनुहोस् ।
- माथिको प्रश्नहरूमा छलफल गराइसकेपछि x र y को मान पत्ता लगाउन गणितीय वाक्यलाई समीकरणमा लेखी सम्भावित उत्तरलाई तालिकामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) क्रियाकलाप 1 मा 1 / 1 ओटा प्रश्न निर्माण गर्न लगाउनुहोस् र उक्त प्रश्नलाई तालिकामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै:

- रविले आफूसँग भएको 7 ओटा चकलेट आफ्ना रमेश र रमिलालाई बाँडने हो भने उनीहरूले कति कतिओटा चकलेट पाउँछन् ?
- यदि रविले रमेशलाई भन्दा रमीलालाई 3 ओटा बढी चकलेट दिइएका थिए भने रविले रमेश र रमिलालाई कति कतिओटा चकलेट दिइएका रहेछन् ? साथीसँग छलफल गरी पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ रमेशले पाउने चकलेटको सङ्ख्या = x र रमिलाले पाउने चकलेटको सङ्ख्या = y मानौं

अब दिइएको प्रश्नअनुसार रमेश र रमिलाले पाउने चकलेट सङ्ख्यालाई तालिकामा देखाउँदा,

X	1	2	3	4	5	6	7
y	6	5	4	3	2	1	0
जम्मा चकलेट	7	7	7	7	7	7	7

माथिको तालिकाअनुसार रमेश र रमिलाले पाउने चकलेट सबै अवस्थामा 7 छ। त्यसैले,

$$x + y = 7 \dots\dots (i) \text{ हुन्छ।}$$

फेरि दोस्रो सर्तअनुसार यदि रविले रमेशलाई भन्दा रमिलालाई 3 ओटा बढी चकलेट दिइएको छ, भने उक्त तथ्यलाई पनि तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	3	4	5	6	7	8	9	10
जम्मा चकलेट	3	5	7	9	11	13	15	17

माथिको तालिकाअनुसार, रमेशले पाउने चक्कलेटको सङ्ख्याभन्दा रमिलाले पाउने चक्कलेटको सङ्ख्या ३ ले बढी छ, त्यसैले, $x = y + 3$

or, $x - y = 3$ (ii) हृत्क ।

दुवै तालिकालाई अध्ययन गर्दा, रविले आफूसँग भएको 7 ओटा चकलेटमध्ये रमेशलाई भन्दा रमिलालाई 3 ओटा चकलेट बढी दिने हो भने रमेशलाई 2 ओटा र रमिलालाई 5 ओटा दिन सकिन्छ ।

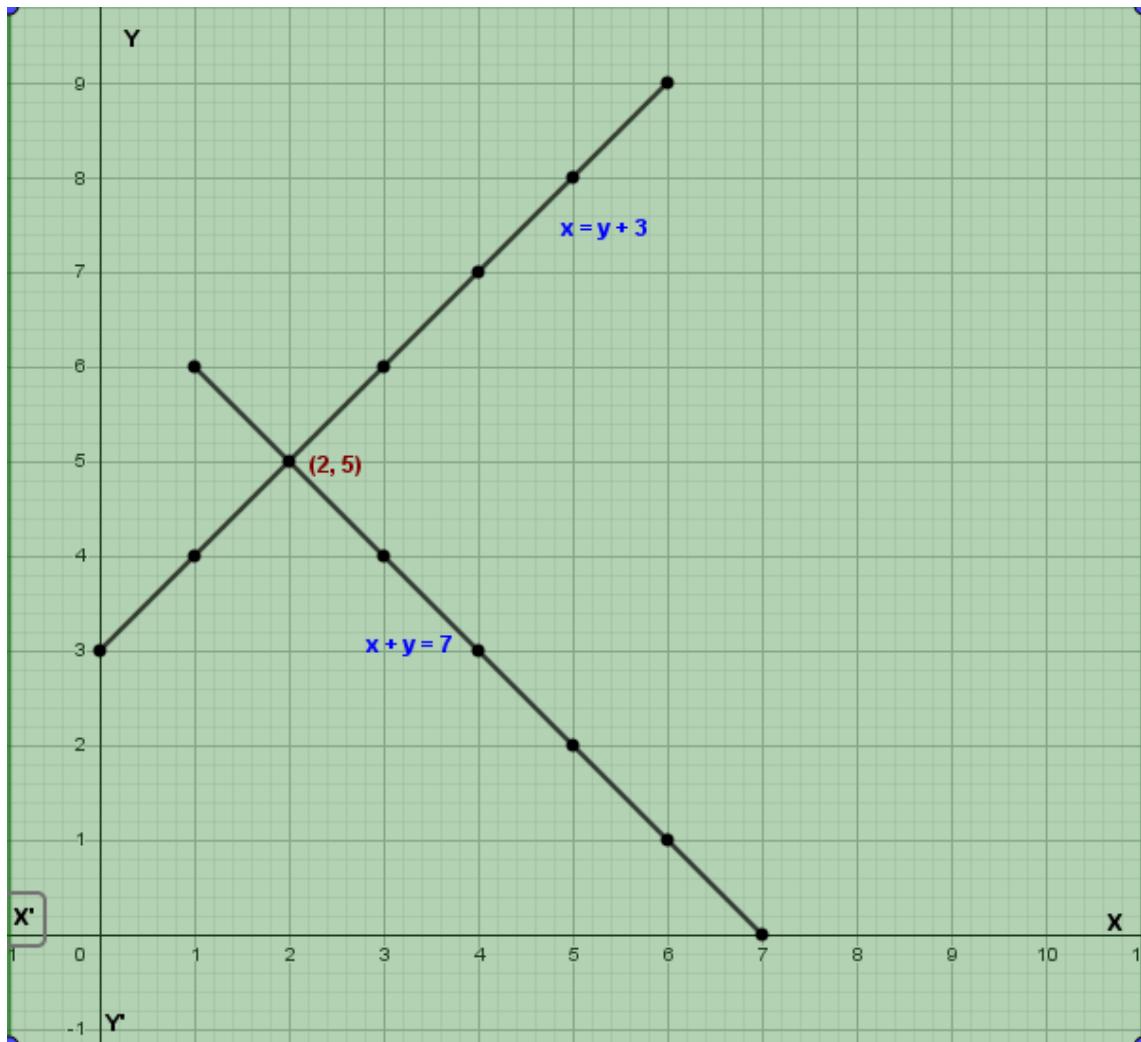
माथिका दुवै समीकरणलाई ग्राफमा देखाउँदा ,

$$\text{यहाँ, } x + y = 7 \dots\dots\dots \text{(i) र}$$

$x = y + 3$ (ii) को क्रमजोड़ा हरूलाई ग्राफमा भर्दा दुवै समीकरण एउटा विन्दु $(2, 5)$ मा प्रतिच्छेदित भएका छन् । त्यसैले, $x = 2, y = 5$ हुन्छ ।

अतः रमेशले पाउने चकलेटको सङ्ख्या(x) = 2 ओटा

रमिलाले पाउने चकलेटको सङ्ख्या (y) = 5 ओटा



(ख) अब $x = 2$ र $y = 5$ लाई माथिका दुवै समीकरणमा राख्दा सन्तुलन हुन्छ वा हुँदैन परीक्षण गर्न लगाउनुहोस्।

निष्कर्ष

कुनै दुईओटा रेखीय समीकरणहरू ग्राफमा प्रस्तुत गर्दा समीकरणलाई प्रतिनिधित्व गर्ने रेखाहरू एउटा बिन्दुमा मात्र प्रतिच्छेदित हुन्छन् अथवा काटिन्छन् भने उक्त समीकरणहरूलाई युगपतरेखीय समीकरण (**simultaneous**

equations) भनिन्छ । काटिएको विन्दुको मान नै उक्त दुईओटा रेखीय समीकरणहरूको हल हुन्छ । रेखीय समीकरणहरू ग्राफमा प्रस्तुत गरी समाधान गर्ने विधिलाई लेखाचित्र विधि भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई $\frac{4}{4}$ जनाको समूह बनाउनुहोस् । प्रत्येक समूहलाई $\frac{1}{1}$ ओटा जोडी समीकरण दिनुहोस्, जस्तै:

समूह क	समूह ख	समूह ग	समूह घ
$x + y = 6$	$2x + y = 6$, $x = 2y$	$x + 2y = 5$, $x = y + 2$	$x + y = 7$, $x - 2y = 5$
$x - y = 4$			

(ख) प्रत्येक समूहलाई माथिको समीकरणलाई क्रियाकलाप 2 को जस्तै गरी तालिका निर्माण गर्न लगाई उक्त तालिकाबाट प्राप्त क्रमजोडालाई ग्राफमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) ग्राफबाट प्राप्त उत्तर मिले नमिलेको परीक्षण पनि गर्न लगाउनुहोस् ।

जस्तै : $3x + y = 7$ (i) or, $y = 7 - 3x$

$x = 2y$ (ii)

समीकरण (i) लाई तालिकामा प्रस्तुत गर्दा ,

x	0	1	2
y	7	4	1

माथिको तालिकाबाट, $3x + y = 7$ मा पर्ने विन्दुहरू क्रमशः :
(0, 7), (1, 4) र (2, 1) छन् ।

त्यसैगरी,

समीकरण (ii) लाई तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

x	0	2	4
y	0	1	2

माथिको तालिकाबाट, $x = 2y$
मा पर्ने विन्दुहरू क्रमशः : (0, 0),
(2, 1) र (4, 2) छन् ।
अब यी विन्दुहरूलाई ग्राफमा
प्रस्तुत गर्दा,
ग्राफमा दुई समीकरणहरू

$3x + y = 7$ र $x = 2y$ एक
आपसमा बिन्दु (2, 1) मा
काटिएका छन् ।

त्यसैले यी समीकरणहरूमा x र
y को मानहरू क्रमशः 2 र 1
हुन्छ ।

परीक्षण गर्दा (जाँचेर हेर्दा)

$x = 2$ र $y = 1$ क्रमशः

समीकरण (i) र (ii) मा राख्दा

यहाँ, $y = 7 - 3x$

$x = 0$ राख्दा, $y = 7 - 3 \times 0 = 7$

$x = 1$ राख्दा, $y = 7 - 3 \times 1 = 4$

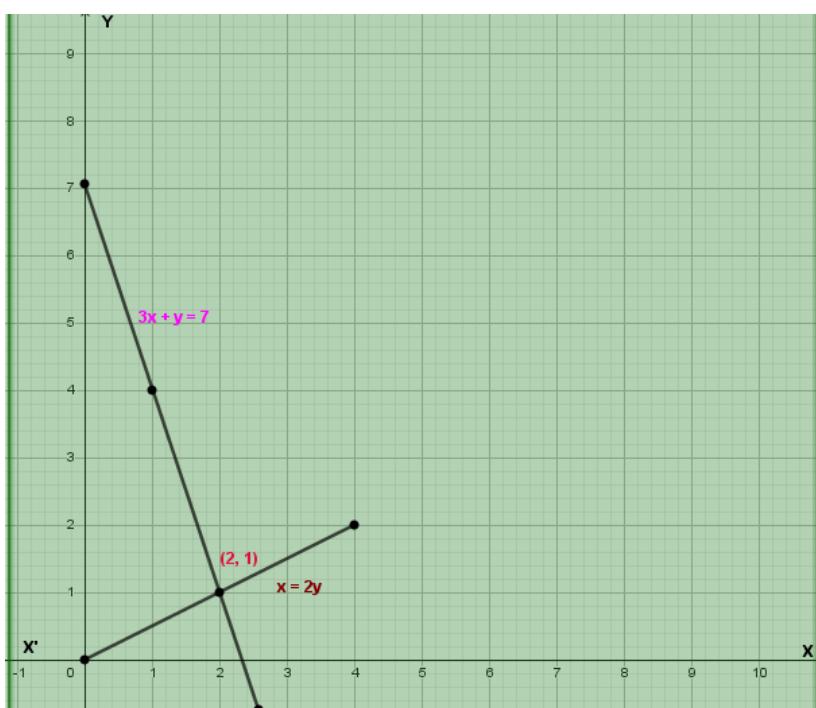
$x = 2$ राख्दा, $y = 7 - 3 \times 2 = 1$

यहाँ, $x = 2y$

$y = 0$ राख्दा, $x = 2 \times 0 = 0$

$y = 1$ राख्दा, $x = 2 \times 1 = 2$

$y = 2$ राख्दा, $x = 2 \times 2 = 4$



L.H.S = $3x + 2y = 3 \times 2 + 1 = 7 = R.H.S$ त्यसै गरी

$x = 2$ र $y = 1$ समीकरण $x = 2y$ मा राख्दा,

L.H.S. = $x = 2$

R.H.S = $2y = 2 \times 1 = 2$

अतः L.H.S = R.H.S.

(घ) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार पृष्ठपोषण दिँदै जानुहोस्।

दिन : चौथो र पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- शाब्दिक समस्यालाई समीकरणमा प्रस्तुत गर्न
- समीकरणमा प्रस्तुत समस्यालाई ग्राफमा प्रस्तुत गरी चलराशिको मान पत्ता लगाउन
- ग्राफबाट प्राप्त मानलाई परीक्षण गर्न

शैक्षणिक सामाग्र

ग्राफपेपर, पेन्सिल, ग्राफ डिप्पिंग, रुलर, चार्टपेपर आदि।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) दिइएका शाब्दिक समस्याहरूमा पढ्न लगाउनुहोस्।

(अ) दुईओटा सङ्ख्याको योगफल 20 छ र फरक 10 छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस्।

(आ) दुईओटा सङ्ख्याको योगफल 18 छ र ठुलो सङ्ख्या सानो सङ्ख्याको दुई गुणा ठुलो छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस्।

(इ) दुई सङ्ख्याको फरक 5 छ र सानो सङ्ख्याको 5 गुणा र ठुलो सङ्ख्याको 4 गुणा बराबर छ भने ती सङ्ख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस्।

(ख) विद्यार्थीलाई शाब्दिक समस्यालाई कसरी समीकरणका रूपमा लेख्न सकिन्छ ? स्पष्ट पार्न निम्नानुसारका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

जस्तै :

(क) प्रत्येक प्रश्नमा हामीले पत्ता लगाउनु पर्ने सङ्ख्या कतिओटा रहेछन् ?

(ख) ती दुईओटा सङ्ख्यालाई के ले साइकेतीकरण गर्न सकिएला ?

(ग) योगफललाई के ले जनाइन्छ ? फरकलाई केले जनाइन्छ ?

(घ) गुणा भन्नाले के बुझिन्छ ? दोब्बर भनेको के हो ?

(ग) विद्यार्थीलाई शाब्दिक समस्याबाट समीकरण बनाउन लगाई ग्राफ विधिबाट समाधान गर्न लगाउनुहोस्।

शाब्दिक समस्यामा थाहा नभएका दुई सङ्ख्या ग्राफ विधिबाट पत्ता लगाउँदा ध्यान दिनुपर्ने कुराहरू :

(क) दिइएको समस्यालाई राम्रोसँग पढेर चलराशि राखेर समीकरण निर्माण गर्ने

(ख) प्रत्येक समीकरणमा कुनै एउटा चलराशिको मान मानेर अर्को चलराशिको मान निकाली तालिकामा प्रस्तुत गर्ने

- (ग) तालिकाका आधारमा ग्राफमा भरी सोहीअनुसार दुईओटा सरल रेखा खिच्ने
 (घ) दुई सरल रेखा एकआपसमा काटिएको बिन्दुको निर्देशाङ्क नै आवश्यक सङ्ख्या हो ।

(अ) का लागि

मानौं, ती दुई सङ्ख्याहरू x र y छन् ।

$$\text{प्रश्नअनुसार, } x + y = 20 \dots\dots\dots \text{(i) or, } x = 20 - y$$

$$x - y = 10 \dots\dots\dots \text{(ii) or, } x = 10 + y$$

समीकरण (i) लाई तालिकामा प्रस्तुत गर्दा,

x	20	15	10	5
y	0	5	10	15

समीकरणलाई तालिकामा प्रस्तुत गर्दा विद्यार्थीलाई पालैपालो x र y का सम्भावित मानहरू भन्न लगाउनुहोस् ।

$x = 20 - y$ मा y को मान 0, 5, 10, 15 राख्दा,
 $x = 20, 15, 10, 5$ हुन्छ ।

तसर्थ, $(20, 0), (15, 5), (10, 10)$ र $(5, 15)$ समीकरण

(i) मा पर्ने बिन्दुहरू हुन् ।

त्यसै गरी,

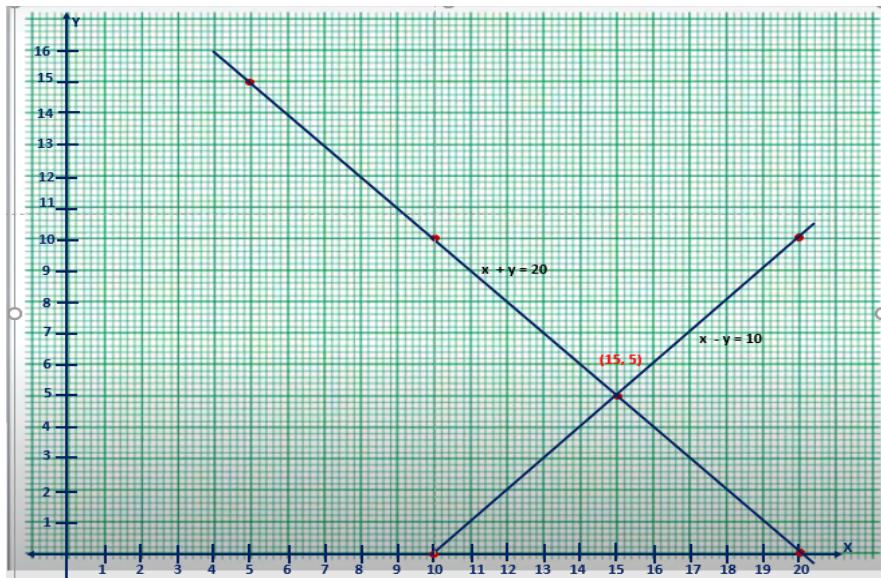
समीकरण (ii) लाई तालिकामा प्रस्तुत गर्दा, $y = 0, 5$ र 10 राख्दा,

x	10	15	0
y	0	5	10

तसर्थ, $(10, 0), (15, 5)$ र $(0, 10)$ समीकरण (ii) मा पर्ने बिन्दुहरू हुन् ।

अब यी बिन्दुहरूलाई ग्राफमा भर्न लगाउनुहोस् :

जस्तै :



ग्राफमा $x + y = 20$ र $x - y = 10$ समीकरणहरू बिन्दु $(15, 5)$ प्रतिच्छेदित (काटिएका छन्) भएका छन् । अतः $x = 15$ र $y = 10$ नै समीकरण (i) र (ii) को हल हो ।

त्यसैले ती दुई सङ्ख्याहरू 15 र 5 हो जसको योगफल 20 र फरक 10 हुन्छ ।

त्यसै गरी

प्रश्न न. (आ) मा छलफल गराउँदा, दुईओटा सडख्याको योगफल 18 छ र ठुलो सडख्या सानो सडख्याको दुई गुणा ठुलो छ भने ती सडख्याहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

मानौँ, x र y दुईओटा सद्व्याहरू छन्, जसमा $x > y$ छ ।

$$\text{अब प्रश्नानुसार, } x + y = 18 \dots\dots\dots (ii)$$

$$x = 2y \dots\dots\dots (ii)$$

अब यी समीकरणलाई पनि ग्राफमा भर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) तल दिझए जस्तै प्रश्न विद्यार्थीलाई दिनहोस् ।

समस्या : कमलाको अहिलेको उमेर विमलाको भन्दा ५ वर्ष बढी छ। कमलाको ५ वर्षपछिको उमेर विमलाको अहिलेको भन्दा दोब्बर हन्छ भने उनीहरूको अहिलेको उमेर कति कति होला ?

(ख) माथिको समस्याका लागि निम्नानुसारको प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) कमला र विमलामध्ये कसको उमेर बढी छ ?

(आ) कमलाको अहिलेको उमेर विमलाको भन्दा कति वर्षले बढी छ ?

(इ) कमलाको अहिलेको उमेरलाई x वर्ष र विमलाको अहिलेको उमेरलाई y वर्ष मान्ने हो भने पहिलो सर्तअनुसार उनीहरूको उमेरको सम्बन्धलाई समीकरणमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ई) कमलाको अहिलेको उमेर x वर्ष छ भने 5 वर्षपछि उनको उमेर कति वर्ष हुन्छ ?

(उ) विमलाको अहिलेको उमेरको दोब्बर भनेको कति वर्ष हो ?

(ऊ) दोस्रो सर्तलाई पनि समीकरणमा प्रस्तूत गर्नहोस ।

$$\text{जस्तै : } x = y + 5 \dots\dots\dots (i)$$

$$x + y = 2y \dots\dots\dots (ii)$$

(ग) अब समीकरणलाई तालिकामा प्रस्तुत गर्न लगाई ग्राफमा भर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(घ) ग्राफमा भरी सकेपश्चात् x र y को मान दुवै समीकरणमा राख्दा समीकरण सन्तुलन हुन्छ वा हुदैन परीक्षण पनि गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) दिइएको चित्रसहितको प्रश्न विद्यार्थीलाई अध्ययन गर्न लगाउनहोस् ।

चित्रमा देखाएअन्सारको कापी र कलमको संयुक्त मूल्य तल उल्लेख गरिएको छ :



(अ) एउटा कापीको मूल्यलाई x र एउटा कलमको मूल्यलाई y मानी समीकरण बनाउनुहोस्।

(आ) एउटा कापी र एउटा कलमको मूल्य कति कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) तपाइँसँग रु 450 छ। तपाइँले बरावर सङ्ख्यामा कापी र कलम किन्नपर्ने छ। यस्तो अवस्थामा तपाइँ कतिओटा कापी र कलम बरावर सङ्ख्यामा किन्न सक्नुहुन्छ, गणना गर्नुहोस्।

(ई) यदि कापी र कलमको मूल्य 10% ले बढेमा 3 ओटा कापी र 2 ओटा कलमको मूल्य कति कति पर्छ ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) चित्रका आधारमा तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) पहिलो चित्रमा कति कतिओटा कलम र कापी देखाइएको छ ?

(आ) दोस्रो चित्रमा कति कतिओटा कलम र कापी देखाइएको छ ?

(इ) पहिलो चित्रमा कापी र कलमको जम्मा मूल्य कति रहेछ ?

(ई) दोस्रो चित्रमा कापी र कलमको जम्मा मूल्य कति रहेछ ?

(ग) पहिलो चित्रको समस्यालाई समीकरणमा लेख्न लगाउनहोस् :

$$3x + 4y = 320 \dots\dots\dots (i)$$

(घ) दोस्रो चित्रको समस्यालाई समीकरणमा लेख्न लगाउनहोस् ।

$$5x + 2y = 300 \dots\dots\dots (ii)$$

(३) दुवै समीकरणलाई तालिकामा प्रस्तुत गरि ग्राफमा भर्न सहजीकरण गर्नहोस् ।

(च) ग्राफबाट एउटा कापी र एउटा कलमको मूल्य पत्ता लगाउन भन्नहोस् ।

(छ) यसै गरी अरु प्रश्नको पनि समाधान गर्न लगाउनहोस् ।

मल्याड्कन

1. $x + 2y = 8$ र $x + y = 5$ लेखा चित्रको प्रयोग गरी दिइएका समीकरणहरूको हल गर्नहोस ।

2. आँगनमा केही विरालाहरू र केही कुखुराहरू छन्। तपाईंले त्यहाँबाट कुल 10 टाउको र 26 खुट्टा गणना गर्नभयो, अब पत्ता लगाउनहोस् कि त्यहाँ कतिओटा विराला र कतिओटा कुखरा रहेछन्?

छैटौं दिन

सिकाई उपलब्धि

- वर्ग समीकरणको परिचय दिन
 - दई पद भएको वर्ग समीकरण हल गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

वर्ग समीकरणको परिभाषा लेखिएको कार्ड बोर्ड, चल राशि र अचल राशि लेखिएका शब्द पत्तीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) दिइएका समस्याहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

$$x - 4 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 + 5x = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

(अ) माथि दिइएका प्रश्नहरूमा कतिओटा चलराशिहरू छन् ?

(आ) प्रत्येक प्रश्नमा x को डिग्री कति छ ?

(इ) प्रत्येक प्रश्नमा x का सम्भावित मान कति होला ?

(ई) माथिका समीकरणहरूमा के फरक छ ?

यहाँ पहिलो समीकरण $x - 4 = 0$ मा चलराशि x को सबैभन्दा ठुलो घाताङ्क 1 छ,

त्यसैले, $x - 4 = 0$

or, $x = 4$

अतः उक्त समीकरणलाई एक चलयुक्त रेखीय समीकरण भनिन्छ ।

त्यसै गरी $x^2 - 4 = 0$ मा x को ठुलो घाताङ्क 2 छ ।

त्यसैले $x^2 - 4 = 0$

or, $x^2 - 2^2 = 0$

or, $(x + 2)(x - 2) = 0$

(ग) दुई गुणनखण्डको गुणनफल 0 हुन्छ भने यी दुईमध्ये एउटा शून्य हुनैपर्छ । किन, छलफल गराउनुहोस् ।

Either, $x + 2 = 0$

OR, $x - 2 = 0$

$\therefore x = -2$

$\therefore x = 2$

यहाँ, x को मान 2 र -2 हुन्छ ।

त्यसैले घाताङ्क 2 भएको समीकरणलाई वर्ग समीकरण भनिन्छ ।

$x^2 + 5x = 0$ मा x को घाताङ्क 2 छ ।

$x^2 + 5x = 0$

or, $x(x + 5) = 0$

[दुवै पदमा x साभा छ, त्यसैले x साभा लिएको]

Either, $x = 0$

or, $x + 5 = 0$

$\therefore x = -5$

[5 लाई बायाँबाट दायाँतर्फ लैजादा]

त्यसैले यस्तो समीकरणलाई पनि वर्ग समीकरण भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 2

(क) दिइएका समीकरणहरू कस्ता समीकरणहरू हुन् छुट्ट्याउनुहोस् र उक्त समीकरणमा चलराशिको मान पता लगाउने कक्षाकार्य दिनुहोस् ।

(अ) $x + 3 = 0$ (आ) $x - 5 = 0$ (इ) $x^2 - 9 = 0$ (ई) $4x^2 - 36 = 0$

(ख) विद्यार्थीले कक्षाकार्य गरेको अवलोकन गरी आवश्यताका आधारमा थप सहायता गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(क) रेखीय समीकरण भनेको के हो ?

(ख) कस्तो समीकरणलाई वर्ग समीकरण भनिन्छ ?

(ग) रेखीय समीकरणमा चलराशिको सम्भावित मान कतिओटा हुन्छ ?

(घ) वर्ग समीकरणमा चलराशिको सम्भावित मान कतिओटा हुन्छ ?

(ड) हल गर्नुहोस् :

(अ) $x^2 - 9 = 0$ (आ) $x^2 - 2x = 0$ (इ) $x^2 + 4x = 0$ (ई) $2x^2 + 5x = 0$

सातौं र आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- $ax^2 + bx + c = 0$ स्वरूपका वर्ग समीकरण हल गर्ने
- चलराशिको मान दिइएको अवस्थामा वर्ग समीकरण पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गरी दिइए जस्ता प्रश्नहरू सोधी कक्षाकार्य गराउनुहोस्।

(अ) $x^2 + 8x + 16 = 0$ (आ) $x^2 + 2x + 1 = 0$ (इ) $y^2 + 7y + 12 = 0$

(ख) विद्यार्थीले कक्षाकार्यमा गरेको कामको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा थप सहायता दिनुहोस्, जस्तै
:

यहाँ,

(अ) $x^2 + 8x + 16 = 0$

or, $x^2 + 2 \cdot x \cdot 4 + 4^2 = 0$ [$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ स्वरूप]

or, $(x + 4)^2 = 0$

or, $(x + 4)(x + 4) = 0$

Either, $x + 4 = 0$

$\therefore x = -4$

Or, $x + 4 = 0$

$\therefore x = -4$

त्यसैले $x = 4, -4$ हुन्छ।

(आ) $x^2 + 2x + 1 = 0$

[$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ स्वरूप]

माथिको जस्तै गरी समस्या समाधान गर्न सहजीकरण गर्नुहोस्।

(ग) $y^2 + 7y + 12 = 0$

or, $y^2 + (3 + 4)y + 12 = 0$ [$ax^2 + bx + c$ स्वरूप]

or, $y^2 + 3y + 4y + 12 = 0$

or, $y(y + 3) + 4(y + 3) = 0$

or, $(y + 3)(y + 4) = 0$

पहिलो पद र अन्तिम पदको गुणनफल $1 \times 12 = 12$
 12 का गुणनखण्डहरू = 1, 2, 3, 4, 6, 12
 योगफल = 7 = 3 + 4

Either, $y + 3 = 0$

$\therefore y = -3$

Or, $y + 4 = 0$

$\therefore y = -4$

अतः $y = -3, -4$ हुन्छ।

(इ) $2x^2 - x - 6 = 0$

or, $2x^2 - (4 - 3)x - 6 = 0$ [$ax^2 - bx - c = 0$ स्वरूप]

$$\text{or, } 2x^2 - 4x + 3x - 6 = 0$$

$$\text{or, } 2x(x - 2) + 3(x - 2) = 0$$

$$\text{or, } (x - 2)(2x + 3) = 0$$

पहिलो पद र अन्तिम पदको गुणनफल $1 \times 12 = 12$

12 का गुणनखण्डहरू = 1, 2, 3, 4, 6, 12

फरक = 1 = 4 - 3

$$\text{Either, } x - 2 = 0$$

$$\therefore x = 2$$

$$\text{Or, } 2x + 3 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}$$

$$\text{अतः } x = 2, -\frac{3}{2} \text{ हुन्छ।}$$

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्नको हल गर्न लगाउनुहोस् :

$$(क) x^2 + 6x + 9 = 0 \quad (ख) x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(ग) x^2 + 11x + 18 = 0 \quad (घ) y^2 - 8y + 15 = 0$$

क्रियाकलाप 2

(क) तल दिइए जस्ता थप प्रश्न विद्यार्थीलाई कक्षाकोठामा समूहगत रूपमा कक्षाकार्य गर्न दिनुहोस् :

$$(अ) x^2 - 10x - 24 = 0 \quad (आ) 2x^2 + x - 6 = 0 \quad (इ) y^2 - 7y - 30 = 0$$

(ख) विद्यार्थीको कार्यको सूक्ष्म अवलोकन गरी आवश्यकतानुसार थप सहायता प्रदान गर्नुहोस्।

यहाँ,

$$(क) x^2 - 10x - 24 = 0 \quad [ax^2 - bx - c = 0 \text{ स्वरूप }]$$

$$\text{or, } x^2 - (12 - 2)x - 24 = 0$$

$$\text{or, } x^2 - 12x + 2x - 24 = 0$$

$$\text{or, } x(x - 12) + 2(x - 12) = 0$$

$$\text{or, } (x - 12)(x + 2) = 0$$

$$\text{Either, } x - 12 = 0$$

पहिलो पद र अन्तिम पदको गुणनफल $1 \times 24 = 24$

24 का गुणनखण्डहरू = 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 र 24

फरक = 10 = 12 - 2

$$\therefore x = 12$$

$$\text{or, } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$$\text{त्यसैले } x = 12, -2 \text{ हुन्छ।}$$

$$(ख) 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$\text{or, } 2x^2 + (4 - 3)x - 6 = 0 \quad [ax^2 - bx - c = 0 \text{ स्वरूप }]$$

$$\begin{aligned} \text{or, } & 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 0 \\ \text{or, } & 2x(x+2) - 3(x+2) = 0 \\ \text{or, } & (x+2)(2x-3) = 0 \end{aligned}$$

पहिलो पद र अन्तिम पदको गुणनफल $2 \times 6 = 12$
12 का गुणनखण्डहरू = 1, 2, 3, 4, 6 र 12
 फ्रक = 1 = 4 - 3

Either, $x + 2 = 0$

$$\therefore x = -2$$

$$\text{Or, } 2x - 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

$$\text{अतः } x = -2, \frac{3}{2} \text{ हुन्छ।}$$

अभ्यासका लागि थप समस्या समधान गर्न लगाउनुहोस्।

मूल्यांकन

तलका जस्तै प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस्।

हल गर्नुहोस् :

$$(क) 3x^2 - 11x - 20 = 0$$

$$(ख) x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(ग) y^2 - y - 2 = 0$$

क्रियाकलाप 3

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 185 को उदाहरण 2 मा छलफल गराउनुहोस्।

(ख) तलका प्रश्नहरूमा चलराशिहरू x को मानहरू दिइएको छ, उक्त मानका आधारमा वर्ग समीकरण छलफल गरी पत्ता लगाउन भन्नुहोस्।

$$(अ) x = 1, 3$$

$$(आ) x = 2, -3$$

समाधान,

$$\text{यहाँ, } x = 1, 3$$

x को मान 1 छ, त्यसैले, $x = 1$

$$\text{or, } x - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (i)$$

त्यसैगरी, x को मान 3 छ। त्यसैले, $x = 3$

$$\text{or, } x - 3 = 0 \quad \dots\dots\dots (ii)$$

समीकरण (i) र (ii) बाट

$$(x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\text{or, } x(x - 3) - 1(x - 3) = 0$$

$$\text{or, } x^2 - 3x - x + 3 = 0$$

$$\text{or, } x^2 - 4x + 3 = 0$$

आवश्यक समीकरण $x^2 - 4x + 3 = 0$ हो ।

(ग) विद्यार्थीले समस्याको समाधान गर्दा अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठपोषण पनि प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारको प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

1. x को मान 1 र 2 हुने वर्ग समीकरण पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. y को मान 3 र -2 हुने वर्ग समीकरण पत्ता लगाउनुहोस् ।

रेखा र कोणहरू

(Lines and Angles)

१. परिचय

रेखा र कोणहरू गणितको आधारभूत अवधारणा हो । विद्यालय तहदेखि उच्च तहसम्म रेखा र कोणहरूको प्रयोग भइरहन्छ । गणित प्रतिको सकारात्मक धारणा बनाउन यो पाठ कोसेहुङ्गा हुने छ । आधारभूत तहमा रेखा र कोणहरूको धारणा सिकाइ प्रस्तु भएमा माथिल्लो तहमा गणितीय क्रियाकलापमा सिकारुलाई अभ्यस्त राख्न सकिन्छ । यस पाठबाट विद्यार्थीमा दुईओटा सीधा तथा समानान्तर रेखाहरूलाई छेदकले काटदा बन्ने विभिन्न जोडा कोणहरूसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्ने गणितीय ज्ञानको विकास हुन्छ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) दुईओटा सिधा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने कोणहरूको पहिचान गर्न

(ख) दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने कोणहरूको सम्बन्धको परीक्षण गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.सं.	पाठ्यवस्तु	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ	अनुमानित घण्टा
1.	दुईओटा सिधा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने कोणहरू बताउन	192	1
2.	दुईओटा सिधा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने एकान्तर कोण, कमागत भित्रिकोण र सङ्गत कोण छुट्याउन ।	193-194	1
3.	दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने एकान्तर कोणहरू, सङ्गत कोणहरू र कमागत भित्रीकोणहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन	194-198	2
4.	दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने एकान्तर कोण, कमागत भित्रीकोण, सङ्गतकोणहरूसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न	202-203	1
5.	परियोजना कार्य	203	1

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

कोणको मापन, कोणको रचना गर्न, समानान्तर रेखा तथा लम्ब रेखाको रचना

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- आधार रेखा र परिकमी रेखा सम्बन्धमा धारणा स्पष्ट नहुनु
- कोण नाप्दा (0°) बाट सुरु नगर्नु

- दुईओटा सिधा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बन्ने कोणहरू (एकान्तर कोण, क्रमागत भिन्नीकोण, सङ्गत कोण)को सम्बन्धमा रेखाहरू समानान्तर नहुँदा पनि रेखाहरू समानान्तर हुँदाको अवस्थाको प्रयोग गर्नु
- आसन्न र अनासन्न कोण छुट्याउन नसक्नु
- छेदकको एकैतिर पर्ने कोणहरू र छेदकको दुवैतर्फ पर्ने कोणहरू छुट्याउन नसक्नु

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुईओटा सिधा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बन्ने कोणहरू बताउन

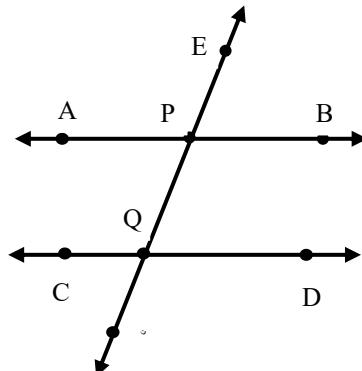
शैक्षणिक सामग्री

फरक वा समान नाप भएका सिन्काहरू, टेप

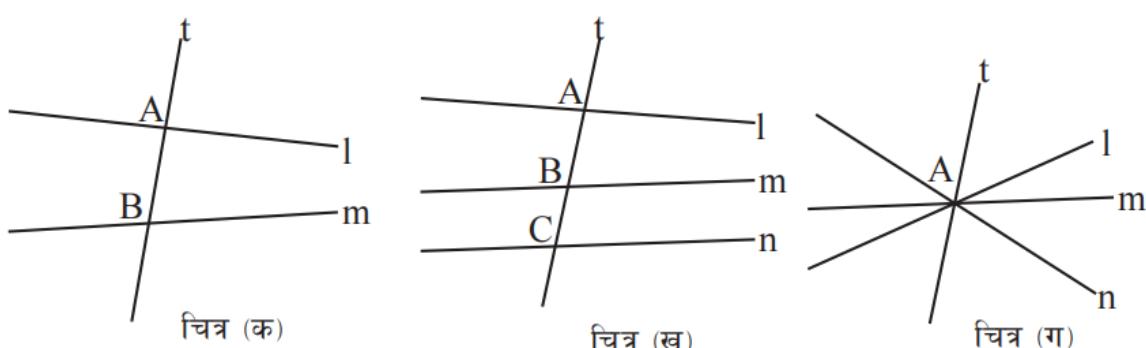
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- (क) कक्षाकोठाका ढोका, भ्याल, भुइँ, छत, डेस्क, बेन्चमा भएका रेखा र कोणहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् ।
- (ख) प्रतिच्छेदित र समानान्तर रेखाहरूको उदाहरण जस्तै : भ्यालको ग्रिल, छतको छेउको रेलिङ, नदीको दुई किनारा, पुलको दुई किनारा जस्ता व्यावहारिक उदाहरण प्रस्तुत गर्दै प्रतिच्छेदित र समानान्तर रेखाहरू खिच्न लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप २



- (क) चित्र (क), (ख) र (ग) मा के के फरक छन् विद्यार्थीलाई छलफल गर्न लगाउनुहोस् र निष्कर्ष बताउनुहोस् ।
 (ख) चित्र (क) मा l र m दुई सिधा रेखाहरू हुन भने रेखा t ले l र m लाई दुई फरक फरक विन्दु A र B मा काटेको छ । र चित्र (ख) मा रेखा l , m , n लाई रेखा t ले फरक फरक विन्दु A , B र C मा काटेको छ तर चित्र (ग) मा रेखा l , m , n लाई रेखा t ले एउटै विन्दु A मा काटेको छ ।

(घ)

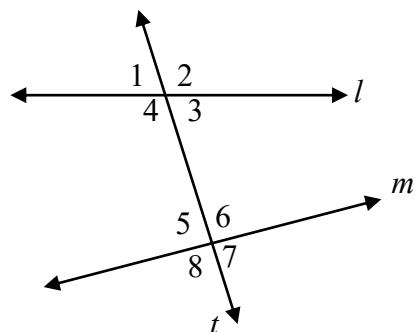
पार्नुहोस् ।

निष्कर्ष : दुई वा सोभन्दा बढी सिधारेखालाई फरक फरक विन्दुमा काट्ने रेखालाई छेदक भनिन्छ ।

क्रियाकलाप ३

(क) फरक वा समान नाप भएका सिन्काहरू लिएर टेपको सहायताले दिइएको चित्र जस्तै बनाउनुहोस् । निम्न प्रश्नहरूको उत्तर विद्यार्थीलाई पालैपालो सोच्नुहोस् :

- (अ) जम्मा कतिओटा कोणहरू बनेका छन् ?
- (आ) छेदकको एकैतिर पर्ने कोणहरू कुन कुन हुन् ?
- (इ) छेदकको दुवैतिर पर्ने कोणहरू कुन कुन हुन् ?
- (ई) भित्री कोणहरूको नाम लेख्नुहोस् ।
- (उ) बाहिरी कोणहरूको नाम लेख्नुहोस् ।



मूल्यांकन : तलका प्रश्नहरू सोधी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

- (क) दिइएको चित्रमा छेदकको नाम लेख्नुहोस् ।
- (ख) दिइएको चित्रका आधारमा तालिका भर्नुहोस् ।

छेदकको एकैतिर परेका कोणहरू	छेदकको दुवैतिर परेका कोणहरू	भित्री कोणहरू	बाहिरी कोणहरू

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुईओटा सिधा रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बन्ने एकान्तर कोण, क्रमागत भित्रीकोण र सङ्गत कोण छुट्टियाउन

शैक्षणिक सामग्री

फरक वा समान नाप भएका सिन्काहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) दिइएको चित्रमा बनेका कोणहरूको सूची बनाउन लगाउनुहोस् :

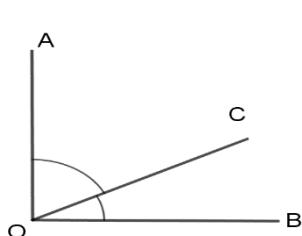


figure i

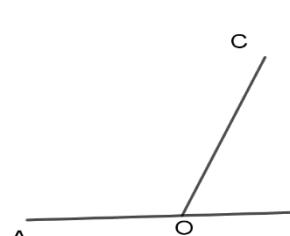


Figure ii

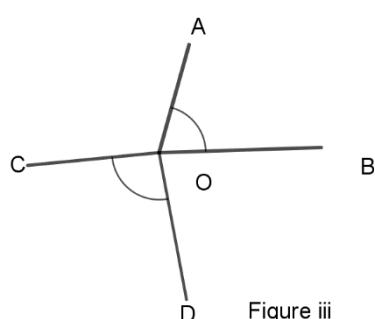


Figure iii

चित्र (i)				
चित्र (ii)				

चित्र (iii)				
-------------	--	--	--	--

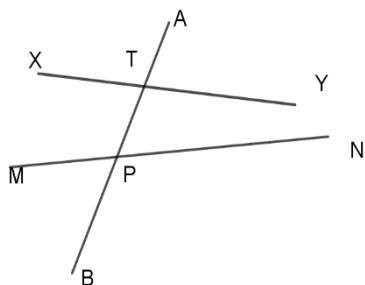
(ख) चित्र न. I र II मा बनेका कोणहरू तथा चित्र न. III मा बनेका कोणहरूमा के के समानता र भिन्नता छन् ? छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) सूचीबाट आसन्न कोणहरू, अनासन्न कोणहरू के के छन् ? छुट्ट्याएर लेख्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न. I र II बनेका कोणहरू $\angle AOC$ र $\angle BOC$ आसन्न हुन् । चित्र न III मा बनेका कोणहरूमध्ये $\angle AOB$ र $\angle AOC$, $\angle AOC$ र $\angle COD$, $\angle COD$ र $\angle BOD$, $\angle AOB$ र $\angle BOD$ cf; Gg sf]0f x'g\ eg] $\angle AOB$ र $\angle COD$ तथा $\angle DOB$ र $\angle COA$ अनासन्न कोणहरू हुन् ।

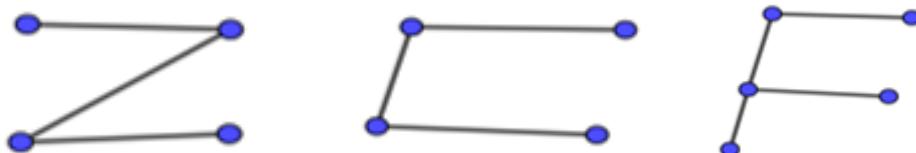
क्रियाकलाप 2

दिइएको चित्रबाट आसन्न कोणहरू, अनासन्न कोणहरू के के छन् ? सूची बनाउन लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप 3

(क) सिन्काको सहायताले Z, C, F आकारका का नमुनाहरू बनाउन लगाउनुहोस् र त्यस्तै आकृति कापीमा बनाउन लगाउनुहोस् ।



(ख) Z, C, F shaped का नमुनाहरूमा कस्ता कस्ता जोडी कोणहरू बनेका छन् छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) छेदकको दुवैतिर परेका अनासन्न भित्री कोणहरूलाई के भनिन्छ ?

(आ) छेदकको एकैतिर परेका एउटा बाहिरी र अर्को भित्री अनासन्न जोडी कोणहरूलाई के भनिन्छ ?

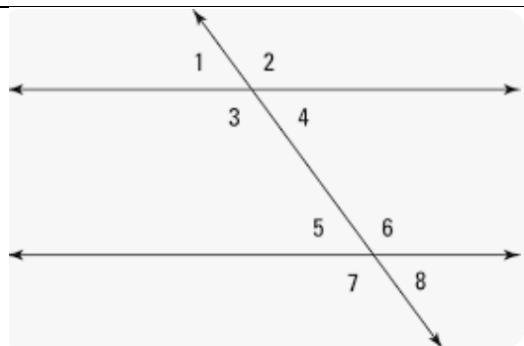
(इ) छेदकको दुवैतिर परेका भित्री अनासन्न जोडी कोणहरूलाई के भनिन्छ ?

निष्कर्ष : Z आकारमा बनेका कोणहरूलाई एकान्तर कोण भनिन्छ । C आकारमा मा बनेका कोणहरूलाई कमागत भित्री कोण भनिन्छ । F आकारमा मा बनेका कोणहरूलाई सझगत कोण भनिन्छ ।

एकान्तर कोणहरू : दुई सिधा रेखालाई एउटा छेदकले काटदा छेदकको दुवैतिर परेका अनासन्न भित्री कोणहरूलाई एकान्तर कोण भनिन्छ । सँगैको चित्रमा 3 र 6 तथा 4 र 5 एकान्तर कोणहरू हुन् ।

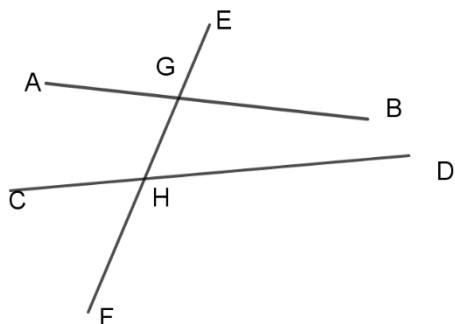
सङ्गत कोणहरू : दुई सिधा रेखालाई एउटा छेदकले काटदा छेदकको एकैतिर परेका एउटा बाहिरी र अर्को भित्री अनासन्न जोडी कोणलाई सङ्गत कोण भनिन्छ । सँगैको चित्रमा 1 र 5, 3 र 7, 2 र 6 तथा 4 र 8 सङ्गत कोणहरू हुन् ।

कमागत भित्री कोणहरू : दुई सिधा रेखालाई एउटा छेदकले काटदा छेदकको एकैतिर परेका भित्री कोणहरूलाई कमागत भित्री कोण भनिन्छ । सँगैको चित्रमा 3 र 5 तथा 4 र 6 कमागत भित्री कोणहरू हुन् ।



मूल्यांकन

दिइएको चित्रबाट एकान्तर कोण, सङ्गत कोण र कमागत भित्री कोणहरूको सूची बनाउन लगाउनुहोस् ।



तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने एकान्तर कोणहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन
- दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने कमागत भित्रीकोणहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन
- दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने सङ्गत कोणहरूको सम्बन्ध पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

फरक वा समान नाप भएका सिन्काहरू वा Mathematical Software(GeoGebra, Mathigon, OpenBoard)

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) हाम्रो दैनिक जीवनमा समानान्तर रेखाहरूको प्रयोग कहाँ कहाँ भएको छ, छलफल गर्नुहोस् ।

जस्तै: White board को दुई किनारा

(ख) समानान्तर रेखाहरू कसरी खिच्ने होला, छलफल गर्नुहोस् ।

(ग) सेट स्क्वायरको प्रयोग गरी समानान्तर रेखा खिच्न लगाई छेदकले काट्न लगाउनुहोस् ।

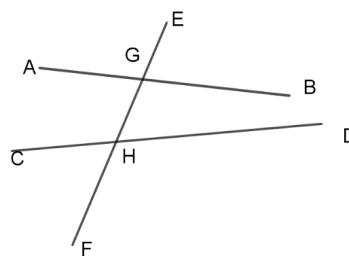
(घ) दुई समानान्तर रेखालाई छेदकले काटदा बन्ने एकान्तर कोणहरूको सूची बनाउन लगाउनुहोस् ।

प्रोट्रियाक्टरको सहायताले ती एकान्तर कोणहरूको नाप लिन

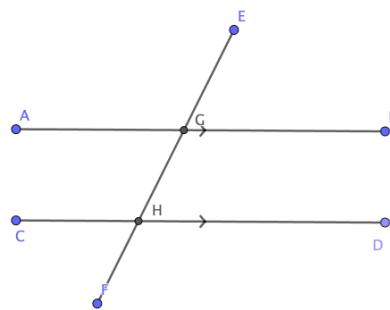
लगाउनुहोस् ।

तालिका भर्न

लगाउनुहोस् ।



तलको



(ङ) सँगैको चित्रमा एकान्तर कोणहरूको सूची बनाउन लगाउनुहोस् ।

(च) प्रोट्रियाक्टरको सहायताले ती एकान्तर कोणहरूको नाप लिन लगाउनुहोस् । तलको तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।

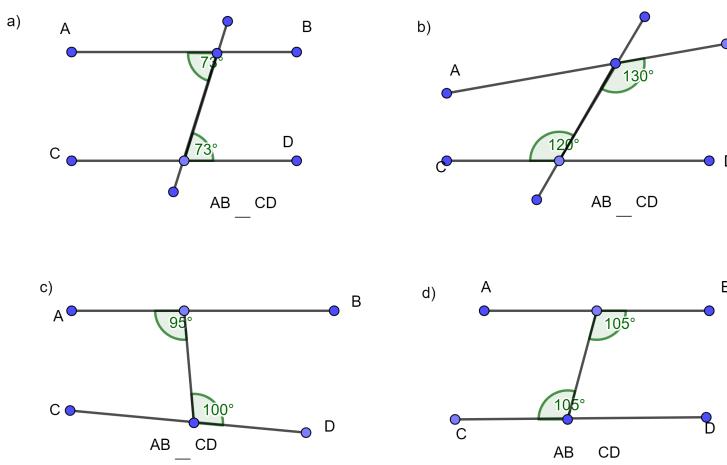
चित्र	जोडी 1		जोडी 2		परिणाम (एकान्तर कोणहरू विचको सम्बन्ध)	रेखाको अवस्था (समानान्तर भए, नभएको)
	$\angle AGH$	$\angle GHD$	$\angle BGH$	$\angle CHG$		
(क)						
(ख)						

माथिको क्रियाकलापका आधारमा एकान्तर कोणहरूको सम्बन्ध तुलना गर्न लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष : दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काटदा बन्ने एकान्तर कोणको नाप बराबर हुन्छ ।

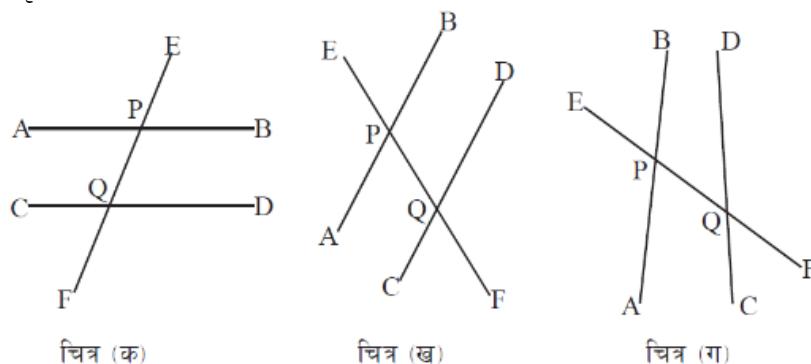
मूल्यांकन

- Mathematical Software (GeoGebra, Mathigon, OpenBoard) को प्रयोगबाट एकान्तर कोणहरूको सम्बन्ध देखाउनुहोस् ।
- तल चित्रमा दिइएको एकान्तर कोणहरूका आधारमा $AB//CD$ छन् वा छैनन्, छुट्याउनुहोस् ।



क्रियाकलाप 2

(क) पाठ्यपुस्तको पृष्ठ 196 मा दिइएको क्रियाकलाप 4 मा भएको तालिका विद्यार्थीलाई भर्न लगाउनुहोस् ।

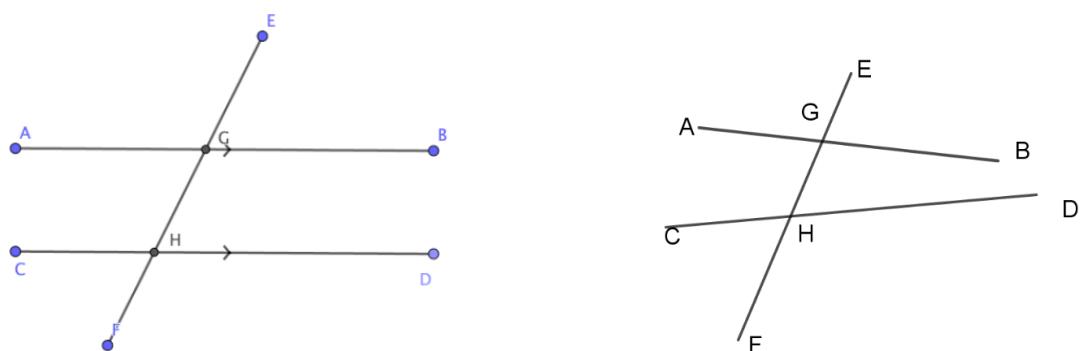


माथिको चित्रमा भएका सङ्गत कोणहरूको नाप प्रोट्याक्टरको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् र तलको तालिकामा भर्नुहोस् । साथै सेटस्वाएरको प्रयोग गरी प्रत्येक चित्रमा दिइएका सिध्या रेखाहरू समानान्तर भए नभएको समेत यकिन गरी तालिकामा भर्नुहोस् ।

चित्र	जोडी 1		जोडी 2		जोडी 3		जोडी 4		परिणाम (सङ्गत कोणहरू विचको सम्बन्ध) रेखाको अवस्था (समानान्तर भए नभएको)
	$\angle EPA$	$\angle PQC$	$\angle EPB$	$\angle PQD$	$\angle APQ$	$\angle CQF$	$\angle BPQ$	$\angle DQF$	
(क)									
(ख)									
(ग)									

निष्कर्ष: दुई समानान्तर रेखाहरूलाई छेदकले काटदा बन्ने सङ्गत कोणहरूको नाप बराबर हुन्छ ।

मूल्यांकन



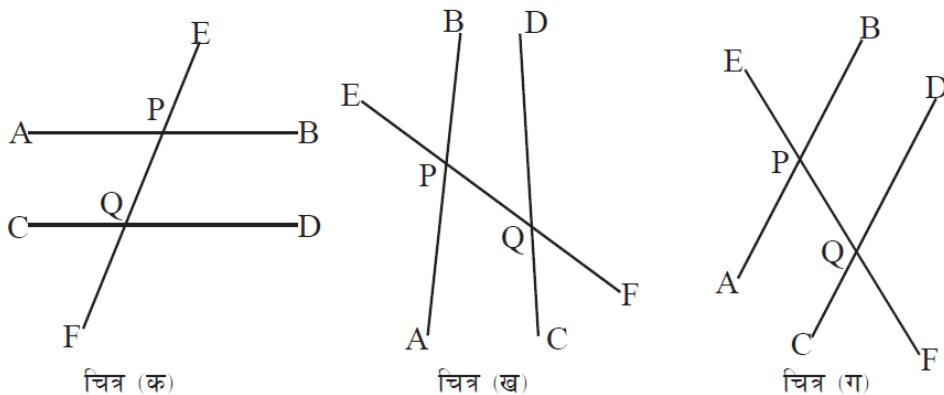
माथिको चित्रमा सङ्गत कोणहरूको नाप लिई तलको तालिका भर्न लगाउनुहोस् :

चित्र	जोडी 1	जोडी 2	जोडी 3	जोडी 4		

निष्कर्षः दुई समानान्तर रेखाहरूलाई छेदकले काटदा बन्ने सझात कोणहरूको नाप बराबर हुन्छ ।

क्रियाकलाप 3

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 197-198 मा दिइएको क्रियाकलाप 5 मा भएको तालिका विद्यार्थीलाई भर्न लगाउनुहोस्।

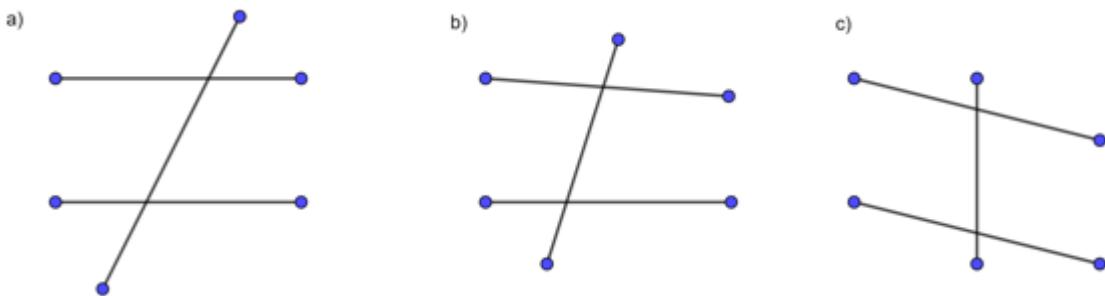


माथिको चित्रमा भएका क्रमागत भित्री कोणहरूको नाप प्रोट्याक्टरको प्रयोग गरी नाप्नुहोस् र तलको तालिकामा भर्नुहोस् । साथै सेटस्वाएरको प्रयोग गरी प्रत्येक चित्रमा दिइएका सिधा रेखाहरू समानान्तर भए नभएको समेत यकिन गरी तालिकामा भर्न्होस् ।

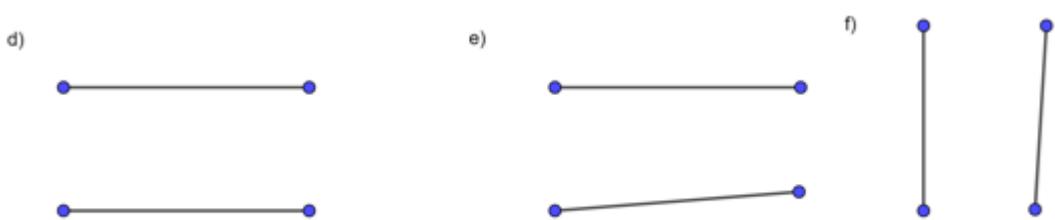
निष्कर्षः दई समानान्तर रेखाहरूलाई छेदकले काटदा बन्ने क्रमागत भित्री कोणहरूको योग दई समकोण हन्छ ।

मल्याड़कन

(क) तलका रेखाहरू समानान्तर छन् वा छैनन भन्ने कुरा कोणहरू नापेर छुट्ट्याउनुहोस् ।

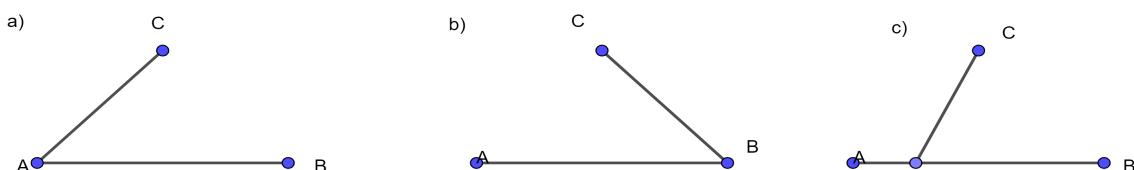


(ख) दिइएका सिधा रेखाहरूमा छेदक खिचेर कोण नापी दिइएका सिधा रेखाहरू समानान्तर भए नभएको जाँच्नुहोस् ।



गृहकार्य

AB र CD हुने गरी तलका चित्रमा CD रेखा खिच्नुहोस् :



पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुईओटा समानान्तर रेखाहरूलाई एउटा छेदकले काट्दा बन्ने एकान्तर कोण, कमागत भित्रीकोण, सङ्गत कोणसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

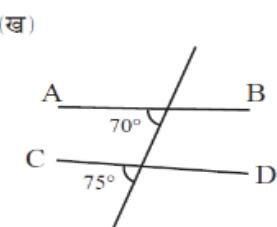
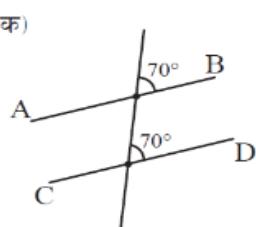
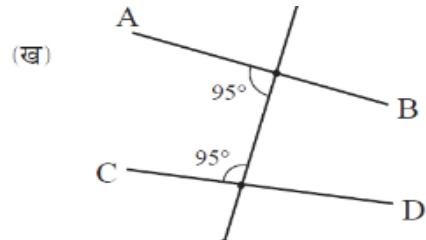
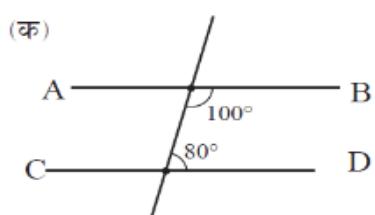
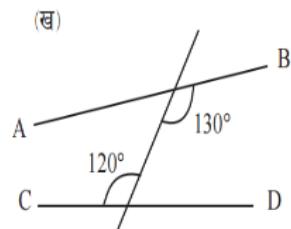
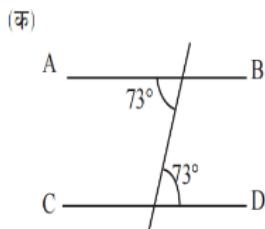
शैक्षणिक सामग्री

एकान्तर कोण, कमागत भित्रीकोण, सङ्गत कोणसम्बन्धी प्रश्नहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) दिइएका कुन चित्रमा रेखाहरू AB, CD समानान्तर छन् र कुन चित्रमा समानान्तर छैनन, छलफल गर्नुहोस् ।

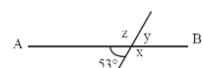
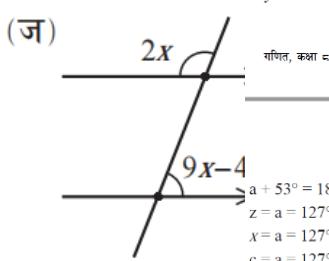
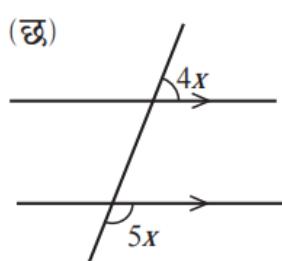


क्रियाकलाप 2

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 199 मा दिइएको उदाहरण 4 विद्यार्थीलाई अध्ययन गर्न लगाउनुहोस्।

सर्वे दिइएको चित्रमा रेखा AB र CD समानात्मक रेखाहरू हुन् । दिइएको कोणका आंशरमा वाँकी कोणको नाम पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) अब विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 203 मा दिइएका निम्नलिखित प्रश्नहरू समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।



$$\begin{aligned} b &= 53^\circ && \text{(सङ्गति कोणहरूको योग } 180^\circ \text{ हुन्छ)} \\ d &= 53^\circ && \text{(एकान्तर कोणहरूको योगहरू } 180^\circ \text{ हुन्छ)} \\ y &= d = 53^\circ && \text{(d र y सङ्गति कोणहरूको योगहरू } 180^\circ \text{ हुन्छ)} \end{aligned}$$

993

अ) चित्र छ भा कोण $4x / 5x$ को सम्बन्ध के हुन्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

(आ) समस्या समाधान विधिको प्रयोग गरी x को मान पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

(इ) चित्र ज भा कोण $2x / 9x - 40^\circ$ को सम्बन्ध के हुन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।

(ई) समस्या समाधान विधिको प्रयोग गरी x को मान पत्ता लगाउन लगाउनुहोस्।

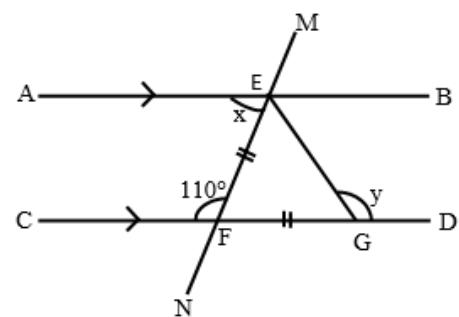
मूल्यांकन

दिइएको चित्रमा समानान्तर रेखाखण्डहरू AB र CD लाई MN ले क्रमशः E / F मा प्रतिच्छेदन गरेको छ। चित्रको अवलोकन गरी तलका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस्।

(क) चित्रबाट, $\angle MEA$ सँग बराबर हुने सङ्गति कोण लेख्नुहोस्।

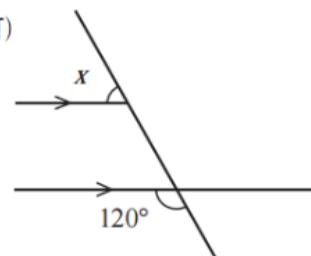
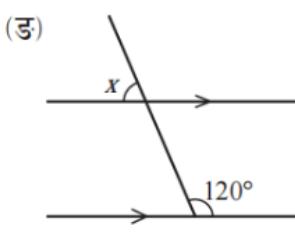
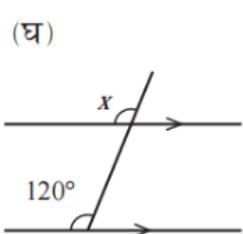
(ख) यदि $\angle CFE = 110^\circ$ भए x को मान कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस्।

(ग) यदि $EF = FG$ भए y को मान कति हुन्छ ? पत्ता लगाउनुहोस्।



गृहकार्य

तलका चित्रबाट x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्यको प्रतिवेदन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

परियोजना कार्य

- लामो खालको बाँसको सिन्का वा मोटो खालका लट्ठीहरू लिई दुईओटा सिधा लट्ठीमाथि पर्ने गरी एकअकोलाई बाँध्नुहोस्। पालैपालो प्रत्यक लट्ठीलाई फरक फरक कोण बनाउने गरी घुमाउनुहोस्।
- उक्त अवस्थामा जोडी कोण एकान्तर, सङ्गत, क्रमागत छुट्टिने गरी सङ्केत गर्नुहोस्।
- लट्ठी घुमाउदा बनेका महोर्वपूर्ण कोणहरूको अवस्थालाई नोट गर्नुहोस्।
- तपाईंले निकालेका कुराहरू सबै प्रस्तुतिका लागी चार्टपेपरमा तयार गर्नुहोस्।
- चार्टपेपर कक्षाको भित्तामा टाँसेर प्रस्तुति गर्नुहोस्। साथै साथीको प्रस्तुतिमा तपाईंको कुरा आएको नआएको टिपोट गरी छलफल गर्नुहोस्।

परियोजना कार्यको प्रस्तुति

- विद्यार्थीले गरेर ल्याएका परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।
- परियोजना कार्यको प्रस्तुत गर्दा बाँकी विद्यार्थीका जिज्ञासाहरू प्रस्तुत कर्ताद्वारा समाधान गर्न उत्प्रेरित गराउनुहोस् ।
- आवश्यक भएमा सहजीकरण गर्दै विद्यार्थीको उत्तरका आधारमा आवश्यक पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

- विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदन रुब्रिक्सको प्रयोग गरी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ १४

समतलीय आकृति (Plane Figures)

१. परिचय

यस पाठमा त्रिभुज, चतुर्भुजका गुणहरूको प्रयोगात्मक विधिबाट परीक्षण गरी प्रयोग गरिन्छ। बहुभुजको पहिचान गर्न र नियमित बहुभुजको भित्री तथा बाहिरी कोणहरूको नाप पत्ता लगाइन्छ। आगमन विधिको प्रयोग गरिने भएकाले गणितीय धारणाको विकास गर्न सजिलो हुन्छ। माध्यमिक तहमा गणितीय ज्ञान हासिल गर्न उपयोगी हुन्छ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

- (क) त्रिभुजका गुणहरूको खोजी गरी प्रयोगबाट परीक्षण गर्न
- (ख) चतुर्भुज (समबाहु चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज र चड्गा) का गुणहरूको खोजी गरी परीक्षण गर्न
- (ग) दिइएको अवस्थामा आयत, वर्ग र समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्न
- (घ) बहुभुजको पहिचान गर्न र नियमित बहुभुजको भित्री तथा बाहिरी कोणहरूको नाप पत्ता लगाई तिनीहरूका विचको सम्बन्ध स्थापित गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ।

क्र.सं.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	त्रिभुजका गुणहरूको पहिचान, परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न	5	
2.	समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरूको परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न	1	
3.	समबाहु चतुर्भुजका गुणहरूको पहिचान, परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न	2	
4.	चड्गाका गुणहरूको पहिचान, परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न	2	
5.	समलम्ब चतुर्भुजका गुणहरूको पहिचान, परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न	1	
6.	आयत र वर्गको रचना	1	
7.	समानान्तर चतुर्भुजको रचना	1	
8.	बहुभुजको पहिचान गर्न र नियमित बहुभुजका भित्री र बाहिरी कोणहरूको नाप पत्ता लगाउन	1	
9.	परियोजना कार्य	1	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

- कोण नाप्न, त्रिभुजको वर्गीकरण, आयत, वर्ग र समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको पुनरबलोकन, पाइथागोरस साध्यअनुसार लम्ब, आधार र कर्णको सम्बन्ध

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरू छुट्याउन नसक्नु
- वर्ग र आयत पनि समानान्तर चतुर्भुज हुन भन्न नसक्नु
- वर्ग, आयत र समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्दा आयत र समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको प्रयोग नगर्नु
- बहुभुजका भित्री कोणहरूको योगफल र नियमित बहुभुजका बाहिरी कोणहरूको नाप पत्ता लगाउन भुक्तिकर्तु

पहिलो र दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजका तीनओटा भित्री कोणहरूको योगफल 180° हुन्छ भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्न शैक्षणिक सामग्री

कैंची, चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

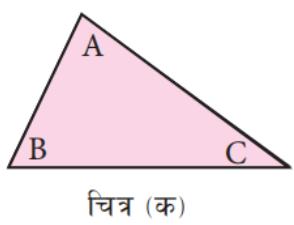
क्रियाकलाप 1

- (क) भुजा र कोणको आधारमा त्रिभुजलाई कति तरिकाबाट वर्गीकरण गर्न सकिन्छ ? छलफल गराउनुहोस् ।
 (ख) विद्यार्थीको उत्तरलाई छलफल विधिद्वारा निष्कर्षमा पुऱ्याउनुहोस् र त्रिभुजको प्रकार स्पष्ट पार्नुहोस् :

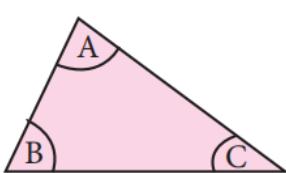
भुजाका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण	कोणका आधारमा त्रिभुजको वर्गीकरण
समबाहु त्रिभुज	न्युनकोणी त्रिभुज
समद्विबाहु त्रिभुज	अधिककोणी त्रिभुज
विषमबाहु त्रिभुज	समकोणी त्रिभुज

क्रियाकलाप 2

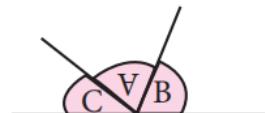
- (क) उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीको समूह विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) समूहगत रूपमा चार्टपेपर दिएर कैंचीको सहायताले विभिन्न आकार र प्रकारका त्रिभुज बनाउन लगाउनुहोस् ।
 (ग) त्रिभुजका शीर्ष कोणहरू अडकित गरी काट्न लगाउनुहोस् ।
 (घ) प्रत्येक शीर्षकोणलाई चित्रमा देखाए जस्तै गरी मिलाएर राख्न लगाउनुहोस् ।



चित्र (क)



चित्र (ख)



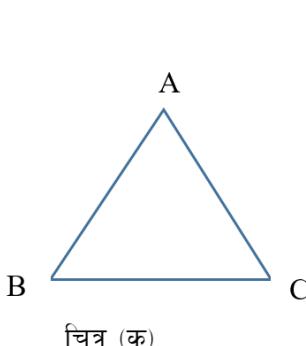
चित्र (ग)

- (ङ) सरल रेखाको एकैतिर बनेका कोणहरूको योगफल कति हुन्छ ? छलफल गर्नुहोस् र निष्कर्ष प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

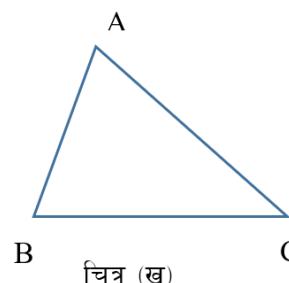
त्रिभुजका तीनओटा भित्री कोणहरूको योगफल 180° हुन्छ ।

क्रियाकलाप ३

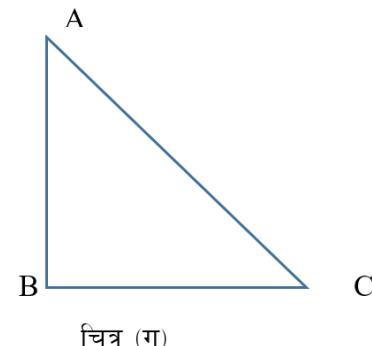
(क) विद्यार्थीलाई विभिन्न आकार र प्रकारका तीनओटा त्रिभुज खिच्न लगाउनुहोस् ।



चित्र (क)



ਚਿਤ੍ਰ (ਖ)



चित्र (ग)

चित्र न.	$\angle BAC$	$\angle ABC$	$\angle BCA$	$\angle BAC + \angle ABC + \angle BCA$	नतिजा
(क)					
(ख)					
(ग)					

(ख) प्रोट्याक्टरको सहायताले तीनओटा त्रिभुजहरूका प्रत्येक कोणहरूको नाप लिई तलको तालिका भर्न लगाउनहोस् र निष्कर्ष निकाल्नहोस् ।

त्रिभजका तीनओटा भित्री कोणहरूको योगफल 180° हन्छ ।

क्रियाकलाप 4

(क) कागज पट्टयाएर पनि त्रिभुजका कोणहरूले सरलकोण बनाएर देखाउदै त्रिभुजका तीनओटा भित्री कोणहरूको योगफल 180° हन्छ भनी निष्कर्षमा पग्नहोस् ।

थप कार्य

- कुनै पनि त्रिभुजका दुईओटा भुजाहरूको लम्बाइको योगफल तेस्रो भुजाको लम्बाइभन्दा बढी हुन्छ ।
 - त्रिभुजको कुनै एउटा भुजा लम्ब्याउँदा बन्ने बाहिरी कोण उक्त कोणसँग अनासन्न दुईओटा भित्री कोणहरूको योगफलसँग वरावर हुन्छ ।

क्रियाकलाप 5

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 209 मा भएको उदाहरण अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र निम्न प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्न दिइएको चित्रका आधारमा x को मान पत्ता लगाउनहोस् :

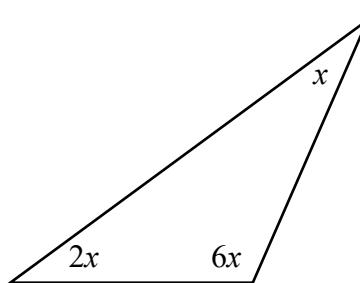
समाधान

यहाँ,

$2x + 6x + x = 180^\circ \therefore$ त्रिभुजको भित्री कोणहरूको योगफल 180° हुने भएकाले ।

$$\text{or, } 9x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 20^\circ$$

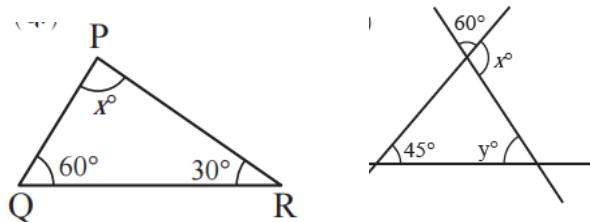


अतः x को मान 20° हुन्छ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

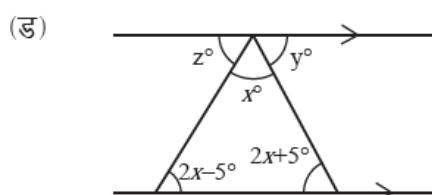
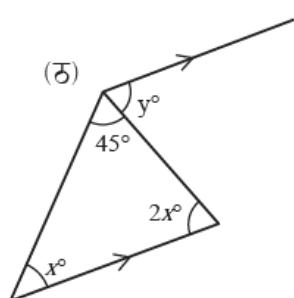
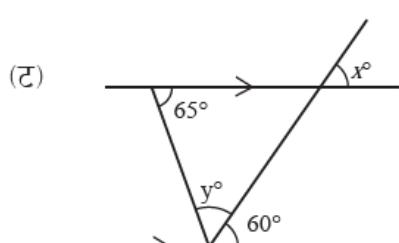
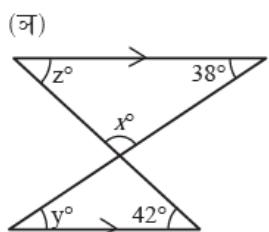
- (क) त्रिभुजको तीनओटा भिन्नी कोणहरूको योगफल कति हुन्छ ?
 (ख) दिइएको चित्रबाट x र y को मान पत्ता लगाउनुहोस्।



- (ग) यदि एउटा त्रिभुजका भिन्नी कोणहरू $2:3:4$ को अनुपातमा छन् भने ती कोणहरू पत्ता लगाउनुहोस्।

गृहकार्य

- (क) दिइएको चित्रबाट x , y र z को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



सिकाइ उपलब्धि

- समबाहु त्रिभुजका सबै कोणहरू बराबर हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्न
- समबाहु त्रिभुजसँग सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न

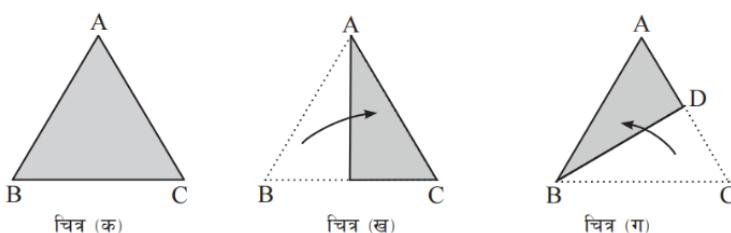
शैक्षणिक सामग्री

A4 साइजको पेपर, चार्टपेपर, कैची, कम्पास, पेन्सिल, स्केल आदि

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नहरू सोधी अगल्लो कक्षाको पुनरवलोकन गराउनुहोस्।
- (अ) त्रिभुजको तीनओटा भित्री कोणहरूको योगफल कति हुन्छ ?
- (आ) समबाहु त्रिभुज भनेको के हो ?
- (ख) उपयुक्त सझायामा विद्यार्थीको समूह निर्माण गर्नुहोस्।
- (ग) समबाहु त्रिभुजको रचना कसरी गर्ने होला, छलफल गर्नुहोस्।
- (घ) कम्पास, पेन्सिल र स्केलको सहायताले प्रत्येक विद्यार्थीलाई चार्टपेपरमा समबाहु त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस्।
- (ङ) चित्रमा देखाए जस्तै समबाहु त्रिभुजलाई पट्याउन लगाउनुहोस् र छलफल गरी निष्कर्ष प्रस्तुत गर्नुहोस्।



(अ) चित्रमा समबाहु त्रिभुज ABC को शीर्षविन्दु B लाई C मा पर्ने गरी पट्याउँदा कोण B र कोण C को सम्बन्ध कस्तो हुन्छ ?

(आ) शीर्षविन्दु C लाई A मा पर्ने गरी पट्याउँदा कोण C र कोण A को सम्बन्ध कस्तो हुन्छ ?

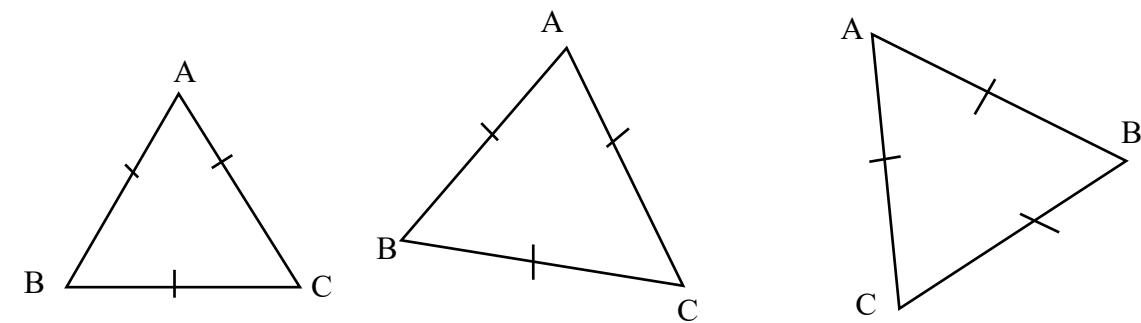
(इ) के समबाहु त्रिभुजका सबै कोणहरू बराबर हुन्छन् ?

यहाँ चित्र ख मा $\angle B = \angle C$ तथा चित्रमा ग मा $\angle A = \angle C$ बराबर हुन्छ। त्यसैले $\angle A = \angle B = \angle C$ हुन्छन्।

समबाहु त्रिभुजका सबै कोणहरू बराबर हुन्छन्। त्यसैले प्रत्येक कोण 60° र 60° का हुन्छन्।

क्रियाकलाप 2

- (क) प्रत्येक विद्यार्थीलाई चित्रमा दिइए जस्तै गरी फरक फरक नाप भएका तीनओटा समबाहु त्रिभुजहरू बनाउन लगाउनुहोस्।



चित्र (क)

चित्र (ख)

चित्र (ग)

अब प्रोट्याक्टरको सहायताले माथिका प्रत्येक त्रिभुजका भित्री कोणहरूको नाप लिई तल दिइएको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न.	$\angle BAC$	$\angle ABC$	$\angle BCA$	नतिजा
(क)				
(ख)				
(ग)				

(ख) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट प्राप्त नतिजा कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् साथै सबै विद्यार्थीको नतिजा एउटै आए नआएको छलफल गर्नुहोस् ।

समबाहु त्रिभुजका सबै कोणहरू बराबर हुन्छन् । त्यसैले प्रत्येक कोण 60° र 60° का हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 3

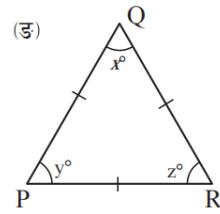
(क) दिइएको चित्रका आधारमा निम्न प्रश्नहरू माथि छलफल गराउनुहोस् : (

(अ) दिइएको त्रिभुज कस्तो त्रिभुज हो ?

(आ) दिइएको चित्रबाट x, y, z को मान कसरी पत्ता लगाउनु हुन्छ ?

(इ) $x^\circ = y^\circ = Z^\circ = 60^\circ$ कसरी हुन्छ ?

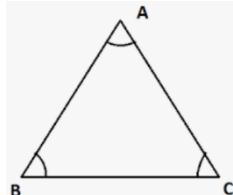
(ख) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।



मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

दिइएको त्रिभुजमा भुजा र कोणको नाप लिई कुन किसिमको त्रिभुज हो, पत्ता लगाउनुहोस् ।



चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरूको परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

A4 साइजको पेपर, चार्टपेपर, कैची, कम्पास, पेन्सिल, स्केल आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।

(ख) समद्विबाहु त्रिभुज भनेको के हो ? यसको रचना कसरी गर्ने होला ? छलफल गर्नुहोस् ।

(ग) आयतकार कागजलाई फोल्ड गरेर कसरी समद्विबाहु त्रिभुज बनाउन सकिन्छ, छलफल गरी बनाउन लगाउनुहोस् ।

(घ) आधार भुजा र बराबर भुजाका बारेमा छलफल गर्नुहोस् ।

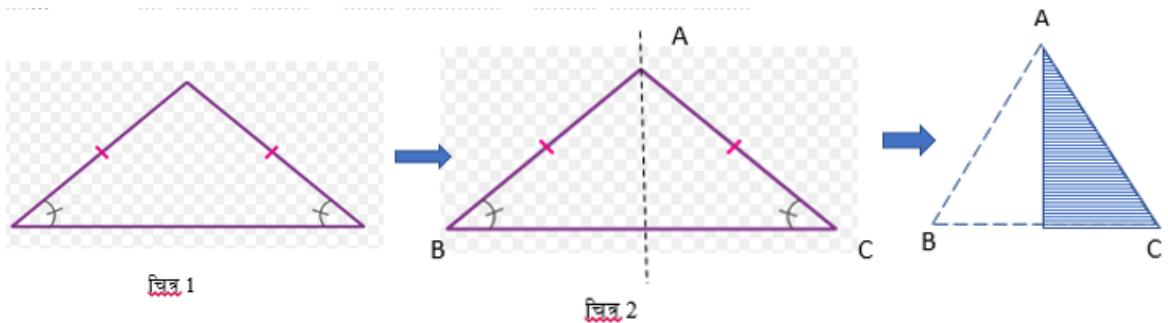
क्रियाकलाप 2

(क) एउटा आयतकार कागजमा दुईओटा भुजाहरू बराबर भएको एउटा त्रिभुज बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ख) त्यसलाई कैचीको सहायताबाट काटेर निकाल्न भन्नुहोस् ।

(ग) अब उक्त त्रिभुजमा भएका बराबर भुजाहरूलाई चित्रमा देखाए जस्तै गरी चिह्न लगाउनुहोस् र आधारका कोणहरूलाई पनि चिह्न लगाउनुहोस् ।

(घ) अब चित्रमा देखाइएको जस्तै गरी शीर्षबिन्दु B र C लाई खप्टिने गरी पट्याउनुहोस् ।



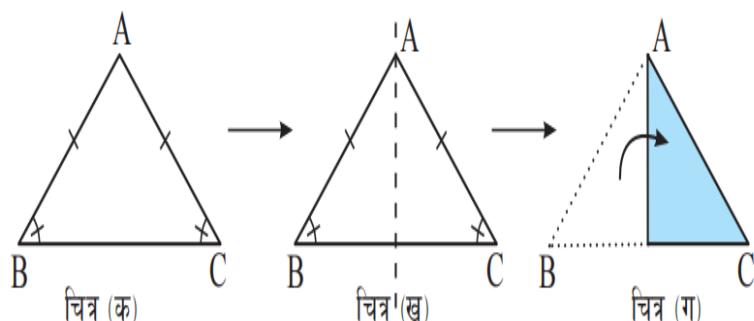
(ङ) अब कोण B र C को विचको सम्बन्ध पत्ता लगाउन साथीसँग छलफल गरी निष्कर्ष प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) कम्पास, पेन्सिल, स्केलको सहायताले समद्विबाहु त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) रचना गरेका समद्विबाहु त्रिभुजलाई कैचीले काटेर चित्रमा देखाए जस्तै गरी पट्याउन लगाउनुहोस् ।

(ग) समद्विबाहु त्रिभुजको कोण A लाई कैचीले काटेर कोण B मा खप्टाउन लगाउनुहोस् ।



(घ) चित्र पट्याउदा आधारका कोणहरूमा के सम्बन्ध देखियो ? छलफल गरी निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) कोण A लाई कोण B मा खप्टाउदा के निष्कर्ष आयो ? छलफल गर्नुहोस् ।

निष्कर्ष : समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 4

(समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरू बराबर हुन्छन् ।)

(क) चित्रमा देखाइए जस्तै फरक फरक नापका समद्विबाहु त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरूको नाप लिई तलको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न.	$\angle ABC$	$\angle ACB$	परिणाम
क			
ख			
ग			

(ग) के निष्कर्ष आयो ? छलफल गरी लेख्न लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष : समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

मूल्यांकन

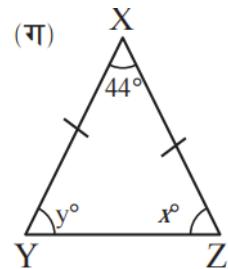
दिइएका जस्तै प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

(क) तलका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :

(अ) दिइएको त्रिभुज कस्तो त्रिभुज हो ?

(आ) x र y को सम्बन्ध के छ ?

(इ) x र y को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

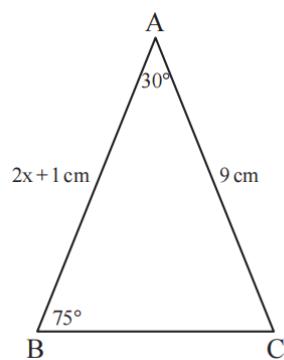


(ख) दिइएको चित्रबाट निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

(अ) $\angle C$ को मान कति होला ?

(आ) दिइएको त्रिभुज कस्तो किसिमको त्रिभुज हो ?

(इ) x को मान कसरी पत्ता लगाउन सकिन्दै ?



पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरूको परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्न शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपरमा बनाइएका समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) A4 साइजको पेपरलाई फोल्ड गरेर समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज बनाउन लगाउनुहोस् । (आवश्यक परे पेपरबाट समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज बनाउन सहयोग गर्नुहोस् ।)

(ख) चार्टपेपरमा बनाइएका समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजहरू प्रदेशन गरी निम्नलिखित प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् ।

(अ) यी कस्ता त्रिभुजहरू हुन ?

(आ) समद्विबाहु त्रिभुजहरूका आधारका कोणहरूको सम्बन्ध के हुन्दै ?

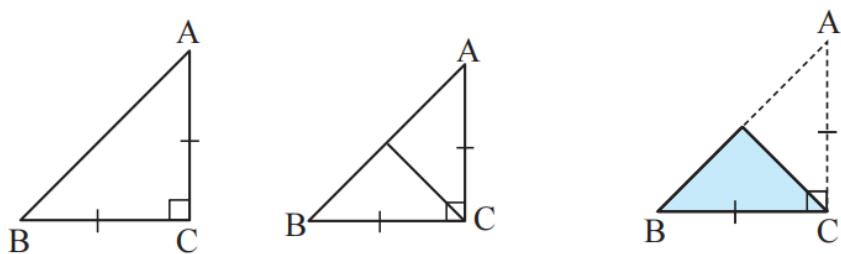
क्रियाकलाप 2

(क) उपयुक्त सझायामा विद्यार्थीको समूह विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज कसरी बनाउने होला ? छलफल गर्नुहोस् ।

(ग) कम्पास, पेन्सिल, स्केलको सहायताले समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजको रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजलाई चित्रमा देखाइए जस्तै गरी पट्याउन लगाउनुहोस् ।



(इ) नतिजा के प्राप्त भयो ? टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

च $\angle A = \angle B$ प्रयोग गरी $\angle A + \angle B + \angle C = 180$

or, $\angle A = \angle B = 45^\circ$ हुन्छ भनी देखाउनुहोस् ।

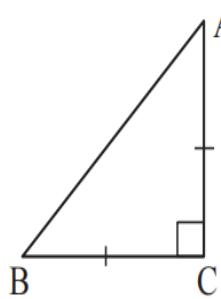
(छ) समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष : समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजका प्रत्येक आधारका कोणहरू बराबर 45° हुन्छन् ।

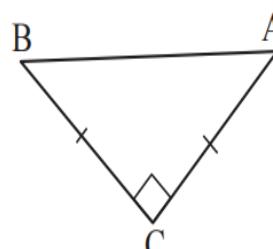
क्रियाकलाप 3

(समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरू बराबर 45° हुन्छ ।)

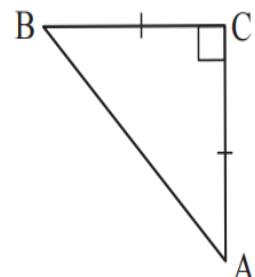
(क) विभिन्न नापका तीनओटा समकोणी समद्विबाहु त्रिभुज खिच्न लगाउनुहोस् ।



चित्र (क)



चित्र (ख)



चित्र (ग)

(ख) $\angle CAB, \angle CBA$ को नाप लिई तलको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न	$\angle CAB$	$\angle CBA$	नतिजा
(क)			
(ख)			
(ग)			

(ग) समूहगत रूपमा नतिजा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

निष्कर्ष : समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजका आधारका कोणहरू बराबर 45° हुन्छन् ।

समकोणी समद्विबाहु त्रिभुजको कर्णको मध्यविन्दु र समकोण बनाउने शीर्षविन्दु जोड्ने रेखा र समकोण $\angle ACB$ को सम्बन्ध के हुन्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

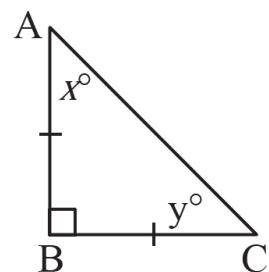
(क) दिइएको चित्रबाट निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् :

- (अ) x को मान कर्ति हुन्छ ?
- (आ) x र y को सम्बन्ध के हुन्छ ?
- (इ) दिइएको त्रिभुज कस्तो किसिमको त्रिभुज हो ?

(ख) ΔABC मा $\angle BAC = 45^\circ$, $\angle ABC = 2 \angle BCA$ भए,

(अ) $\angle ABC$ र $\angle BCA$ को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) ΔABC कस्तो प्रकारको त्रिभुज हो ? कारणसहित लेख्नुहोस् ।



छैटौं र सातौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समवाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने गरी समद्विभाजित हुन्छन् भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्न
- समवाहु चतुर्भुजका प्रत्येक विकर्णले शीर्षकोणलाई आधा गर्दछ भनी प्रयोगात्मक परीक्षण गर्न
- समवाहु चतुर्भुजसम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

बराबर नाप भएका सिन्का, जुस पाइप, जियोबोर्ड

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई चारओटा भुजाहरू मिलेर बनेको बन्द आकृतिका बारेमा जानकारी गराउँदै विभिन्न आकारका चतुर्भुजहरू जियोबोर्डमा प्रदर्शन गर्दै चतुर्भुजका प्रकारहरूसँग परिचित गराउनुहोस् ।

जस्तै: आयत, वर्ग, समानान्तर चतुर्भुज, समवाहु चतुर्भुज, समलम्ब चतुर्भुज, चड्गा

(ख) उपयुक्त सझ्यामा विद्यार्थीको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।

(ग) बराबर नाप भएका सिन्का वा जुस पाइप समूहगत रूपमा ४/४ ओटा गरी बाढ्नुहोस् ।

(घ) बाडिएका सिन्का र जुस पाइपले विभिन्न आकारका बन्द आकृति बनाउन लगाउनुहोस् ।

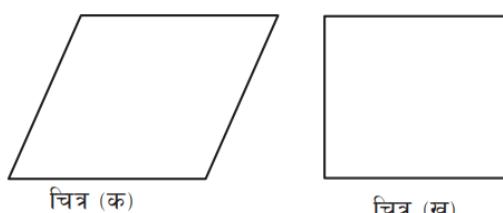
(ड) कस्ता कस्ता आकृतिहरू बने टिपोट गर्न

लगाउनुहोस् ।

(ड) ती बन्द आकृतिको समानताहरू र असमानताहरू
टिपोट गर्न लगाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

आवश्यकताअनुसार शिक्षकले सहजीकरण गर्नुहोस् ।



क्र.सं.	समानताहरू	असमानताहरू
(अ)	चारओटै भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।	वर्गमा सबै कोणहरू 90° का हुन्छन् तर समवाहु चतुर्भुजमा हुन्दैनन् ।
(आ)	चारओटै कोणहरूको योगफल 360° हुन्छन् ।	वर्गका सबै कोणहरू बराबर हुन्छन् तर समवाहु चतुर्भुजमा सम्मुख कोणहरू मात्र बराबर हुन्छन् ।

(इ)	विपरीत भुजाहरू समानान्तर हुन्छन् ।	वर्गका विकर्णहरूको लम्बाइ बराबर हुन्छन् तर समबाहु चतुर्भुजमा हुदैनन् ।
सबै वर्गहरू समभुज चतुर्भुजहरू हुन् तर सबै समबाहु चतुर्भुजहरू वर्ग हुदैनन् ।		

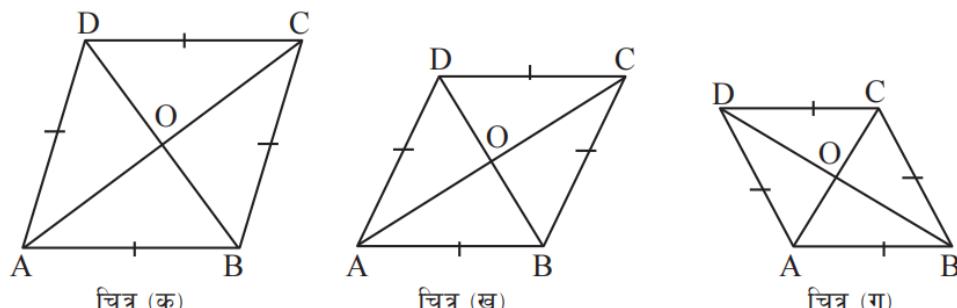
क्रियाकलाप 2

- (क) उपयुक्त सङ्ख्यामा विद्यार्थीको समूह निर्माण गर्नुहोस् ।
 (ख) समबाहु चतुर्भुजको रचना कसरी गर्ने होला ? छलफल गरी रचना गर्न लगाउनुहोस् । आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।
 (ग) उक्त समबाहु चतुर्भुजलाई कैंचीले काट्न लगाउनुहोस् ।
 (घ) अब कागज फोल्ड गरेर विकर्णहरू विचमा के सम्बन्ध देखियो ? छलफल गरी निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

समबाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू आपसमा समद्विभाजन हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 3

- (क) फरक फरक नापका तीनओटा समबाहु चतुर्भुज खिची विकर्णहरू खिच्न लगाउनुहोस् ।



चित्र न.	AO	CO	BO	DO	$\angle AOB$	$\angle BOC$	नतिजा
(क)							
(ख)							
(ग)							

निष्कर्ष :

- (ग) माथिको प्रयोगात्मक परीक्षणबाट प्राप्त नतिजा कक्षामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

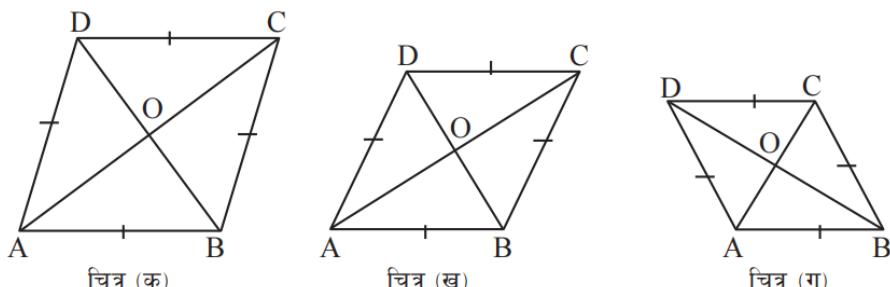
- (घ) सबै विद्यार्थीको नतीजा एउटै आए नआएको छलफल गराउनुहोस् ।

- (ड) एउटै निष्कर्ष नआएमा विद्यार्थीलाई थप सहायता गर्नुहोस् ।

समबाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समकोण हुने गरी समद्विभाजित हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 4

- (क) विद्यार्थीलाई तीन तीन जनाको समूहमा बस्न लगाउनुहोस् ।
 (ख) प्रत्येकलाई एक एकओटा फरक फरक नापका समबाहु चतुर्भुज खिची विकर्णहरू खिच्न लगाउनुहोस् ।



(ग) शीर्षकोणहरूलाई विकर्णले काटदा बनेका कोणहरू प्रोट्याक्टरको सहायताले नापी तलको तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न	$\angle ADB$	$\angle BDC$	$\angle ACD$	$\angle ABD$	$\angle CBD$	$\angle BAC$	$\angle CAD$	नतिजा
(क)								
(ख)								
(ग)								

(ग) निष्कर्ष के आयो ? के सबैको निष्कर्ष एउटै आयो ? आएन भने कति फरक आयो समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समबाहु चतुर्भुजका प्रत्येक विकर्णले शीर्षकोणलाई आधा गर्दछ, ।

क्रियाकलाप 5

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 222 मा भएको उदाहरण 1 को (क) अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

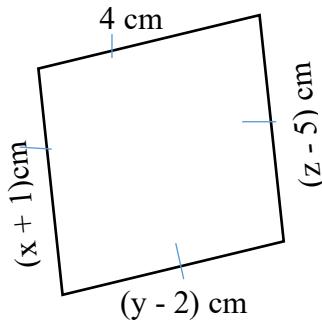
(ख) विद्यार्थीलाई उक्त उदाहरणमा कुनै समस्या भएमा थप सहायता गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

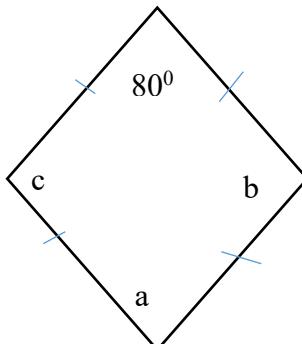
विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्नको समाधान गर्न लगाई कक्षाकार्यमार्फत मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(क) दिइएका चतुर्भुजहरूमा $a, b, c, x, y \text{ र } z$ का मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(अ)



(आ)



(अ) को समाधान

(अ) दिइएको चतुर्भुज एउटा समबाहु चतुर्भुज हो । जसमा चारैओटा भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।

त्यसैले

$$x + 1 = 4$$

$$\text{or, } x = 3 \text{ cm}$$

$$y - 2 = 4$$

$$\text{or, } y = 6 \text{ cm}$$

$$z - 5 = 4$$

$$\text{or, } z = 9 \text{ cm}$$

(आ) को समाधान

(आ) दिइएको चतुर्भुज एउटा समबाहु चतुर्भुज हो । जसमा सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

त्यसैले,

$$\text{i) } a = 80^\circ$$

$$\text{ii) } a + b = 180^\circ [\because \text{क्रमागत भित्री कोणको योगफल हुन्छ ।}]$$

$$\text{or, } 80 + b = 180^\circ$$

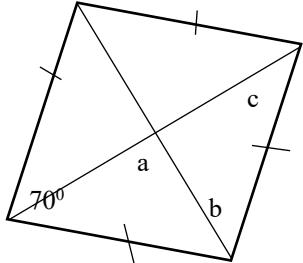
$$\text{or, } b = 100^\circ$$

$$\text{iii) } c = b = 100^\circ$$

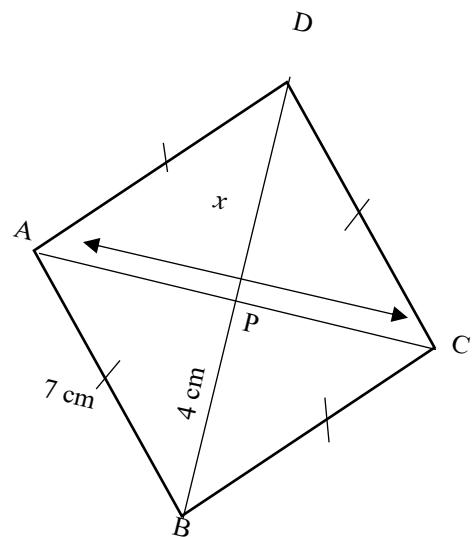
गृहकार्य

दिइएका चतुर्भुजहरूमा a, b, c र x का मानहरू पत्ता लगाउनुहोस् ।

(अ)



(आ)



आठौं र नवौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- चड्गाका गुणहरूको पहिचान र परीक्षण गर्न

(यसको लामो विकर्णले छोटो विकर्णलाई समकोण हुने गरी समद्विभाजन गर्दछ । बराबर नुहने भुजाहरूबिच बनेका कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

- चड्गासम्बन्धी समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न आकारका चड्गाहरू, स्केल, प्रोट्याक्टर आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

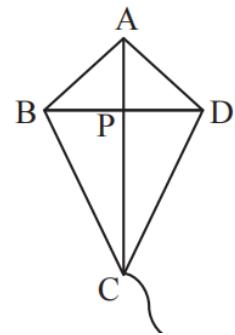
क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त सङ्ख्यामा विभाजन गरी समूह निर्माण गर्नुहोस् ।
 (ख) प्रत्येक समूहलाई एक एकओटा चड्गा दिनुहोस् ।
 (ग) चड्गालाई ट्रेस गरेर चार्टपेपरमा चड्गाको चित्र बनाउन लगाउनुहोस् ।
 (घ) बनाएको चड्गालाई चित्रमा जस्तै नामकरण गर्न लगाउनुहोस् ।
 (ङ) निम्नलिखित प्रश्नहरू गरी छलफल गर्नुहोस् :

- (अ) चड्गा $ABCD$ का कुन कुन भुजाहरू बराबर छन् ।
 (आ) कति ओटा विकर्णहरू छन् ?
 (इ) के ती विकर्णहरूको लम्बाइ बराबर छ ?
 (ई) के BP र PD बराबर छन् ?

(उ) $\angle APB$ र $\angle APD$ का नापहरू कति कति हुन्छन् ? प्रोट्याक्टरको सहायताले नाप्नुहोस् ।

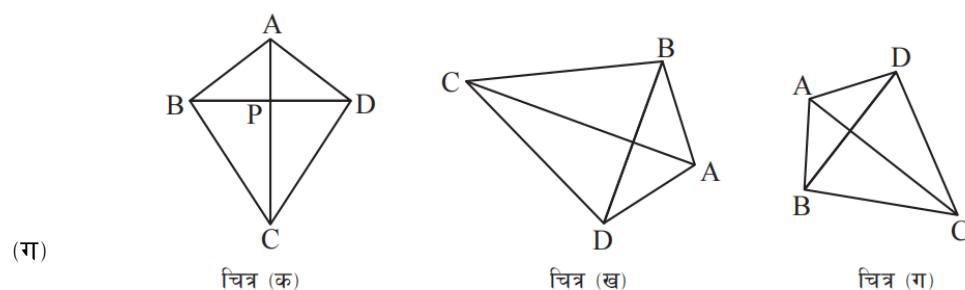
माथिका प्रश्नको छलफलबाट निम्न निष्कर्षमा पुरनुहोस् ।



विचारणीय प्रश्न : ΔABC र ΔADC को सम्बन्ध के हुन्छ ?

क्रियाकलाप 2

- (क) विद्यार्थीलाई तीन तीन जनाको समूहमा बस्न लगाउनुहोस् ।
 (ख) प्रत्येकलाई एक एकओटा फरक फरक नापका चड्गा खिच्न लगाउनुहोस् ।



$BP, DP, \angle APB$ र $\angle APD$ का नापहरू लिई तलको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

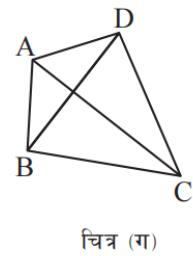
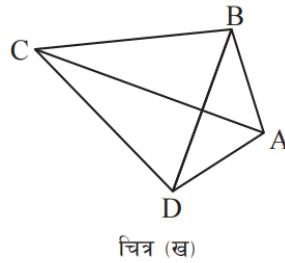
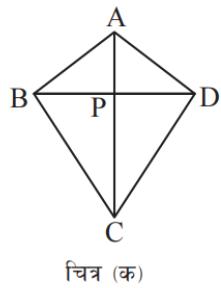
चित्र न	BP	DP	$\angle APB$	$\angle APD$	नतिजा
(क)					
(ख)					
(ग)					

(ग) निष्कर्षलाई समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

चड्गाको लामो विकर्णले छोटो विकर्णलाई समकोण हुने गरी समद्विभाजन गर्दछ ।

क्रियाकलाप 3

(क) फरक फरक नाप भएका तीनओटा चड्गा बनाउन लगाउनुहोस् ।



(ख) AB, AD, BC र CD का नापहरू लिई तलको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र न.	ΔABD मा		ΔBCD मा		नतिजा
	AB	AD	BC	CD	
(क)					
(ख)					
(ग)					

(ग) निष्कर्षलाई समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

चड्गामा छोटो विकर्णले उक्त चड्गालाई दुई समद्विबाहु त्रिभुजमा विभाजन गर्दछ ।

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 222 मा भएको उदाहरण 1 (ख) अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् ।

(अ) दिइएको चित्र के को चित्र हो ?

(आ) $\angle STR$ को मान कर्ति हुन्छ ?

(इ) PT कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?

(ई) PT को लम्बाइ कर्ति हुन्छ ?

(उ) QR को लम्बाइ कर्ति हुन्छ ?

(ख) $PT = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$ (किन?)

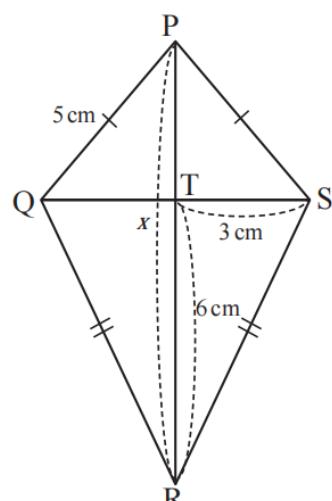
(ग) दिइएको चित्रमा x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

$$PR(x) = PT + TR = 6 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

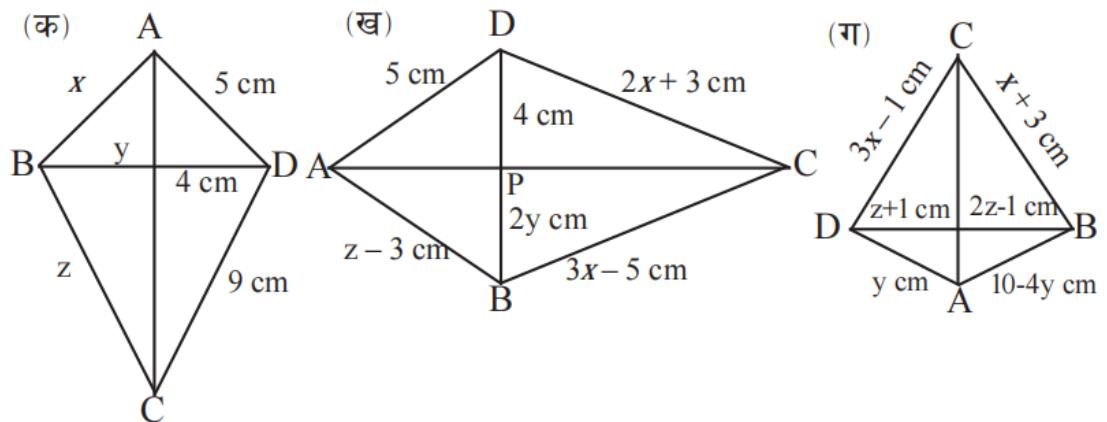
मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

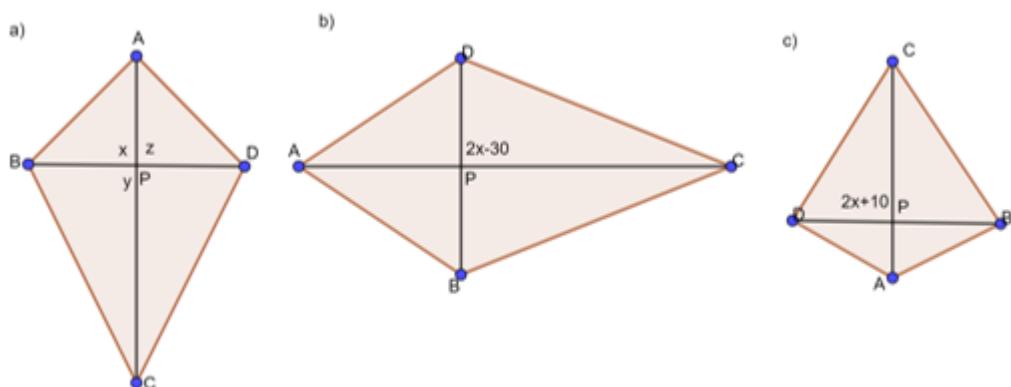
दिइएको चड्गाकार आकारमा x, y र z को मान निकाल्नुहोस् ।



।



(ख) तलका चड्गाकार आकारमा x, y, z को मान निकालुहोस्।



दसौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समलम्ब चतुर्भुजका पहिचान गर्ने
- समलम्ब चतुर्भुजका गुणहरूको परीक्षण र सम्बन्धित समस्या समाधान गर्ने

शैक्षणिक सामग्री

समलम्ब चतुर्भुजको चित्र, सिन्का, जुस पाइप

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

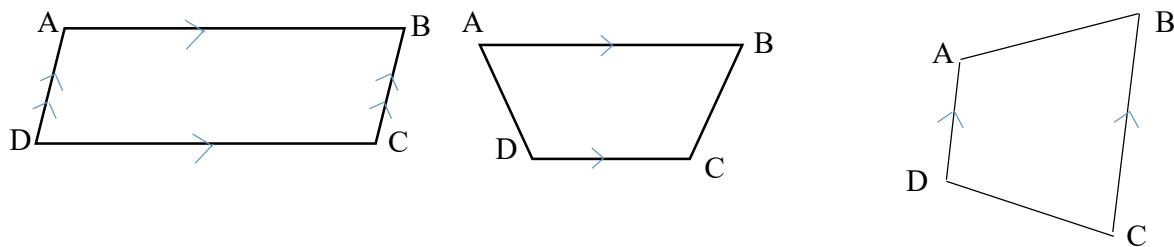
क्रियाकलाप 1

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 221 को क्रियाकलाप 16 मा छलफल गराउनुहोस्।

(ख) समानान्तर चतुर्भुजसँग समलम्ब चतुर्भुजको तुलना गर्दै समलम्ब चतुर्भुज के के गुणका आधारमा समानान्तर चतुर्भुजभन्दा फरक हो, छलफल गराउनुहोस्।

क्रियाकलाप 2

(क) सिन्का, जुस पाइपको प्रयोग गरी समानान्तर चतुर्भुजका कुनै एक जोडी भुजालाई मात्रै समानान्तर बनाउने हो कस्तो आकृति बन्छ होला, छलफल गर्नुहोस् ।



(ख) विद्यार्थीलाई सिन्का, जुस पाइपको प्रयोग गरी समानान्तर चतुर्भुजका कुनै एक जोडी भुजालाई मात्रै समानान्तर बनाएर चतुर्भुज बनाउन लगाउनुहोस् । विद्यार्थीका उत्तरहरूलाई प्रोत्साहन गर्नुहोस् ।

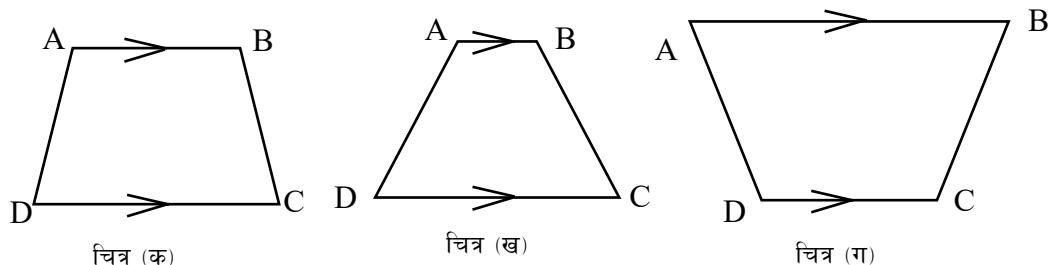
(ग) दिइएका चित्रबाट फरक छुट्याउन लगाउनुहोस् :

एक जोडी सम्मुख भुजाहरू मात्रै समानान्तर भएको चतुर्भुजलाई समलम्ब चतुर्भुज (Trapezium) भनिन्छ ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई तीन तीन जनाको समूहमा बस्न लगाउनुहोस् ।

(ख) प्रत्येकलाई एक एकओटा फरक फरक नापका समलम्ब चतुर्भुज खिच्न लगाउनुहोस् ।



(ग) प्रोट्याक्टरको सहायताले क्रमागत भित्रीकोणहरूको नापलिएर तलको तालिकामा भर्न लगाउनुहोस् ।

चित्र	$\angle DAB + \angle ADC$	$\angle ABC + \angle BCD$	नतिजा
क			
ख			
ग			

(घ) निष्कर्ष के निकाल्नुभयो ? के सबैको निष्कर्ष एउटै आयो वा फरक फरक आयो ? प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

समानान्तर नभएको भुजामा बनेका क्रमागत भित्रीकोणको योग 180° हुन्छ ।

मूल्याङ्कन

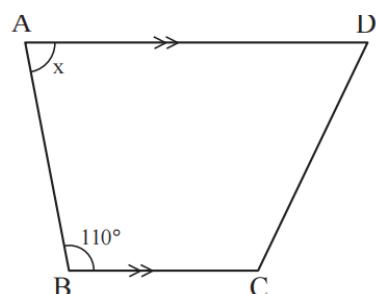
(क) निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गराई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(अ) दिइएको चित्र के को चित्र हो ?

(आ) यसका गुणहरू के के हन्छन् ?

(इ) दिइएको चित्रमा x को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) x को मान कसरी पत्ता लगाउन सकिन्छ ?



गृहकार्य

1. दिइएका वाक्यहरू ठिक वा बेठिक के हुन् ? छुट्याउनुहोस् । यदि बेठिक भए त्यसलाई ठिक बनाई लेख्नुहोस् ।

(क) सबै समबाहु चतुर्भुजहरू वर्ग हुन्छन् ।

(ख) समबाहु चतुर्भुजका सबै कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

(ग) चड्गामा छोटो विकर्णले लामो विकर्णलाई समद्विभाजन गर्दछ ।

(घ) समबाहु चतुर्भुजका विकर्णहरू परस्पर समद्विभाजित हुन्छन् ।

(ङ) समलम्ब चतुर्भुजका कोण 90^0 हुन्छ ।

(च) समलम्ब चतुर्भुजमा सम्मुख भुजाहरू समानान्तर हुन्छन् ।

(छ) सबै समलम्ब चतुर्भुजहरू समानान्तर चतुर्भुज हुन्छन् ।

2. तल तालिकामा चतुर्भुजका भुजा, कोण र समानान्तर रेखा सम्बन्धि गुणहरू दिइएको छ । मिले गुण भएमा सम्बन्धित चतुर्भुजको नामको तल ठिक र नमिले गुण भएमा सम्बन्धित चतुर्भुजको नामको तल बेठिक चिह्न लगाउनुहोस् ।

गुणहरू	चतुर्भुजहरू				
	समानान्तर चतुर्भुज	समबाहु चतुर्भुज	समलम्ब चतुर्भुज	वर्ग	आयत
सबै कोणहरू बराबर हुन्छन् ।					
सबै कोणहरू समकोण हुन्छन् ।					
जोडा कोणहरू बराबर हुन्छन् ।					
सबै भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।					
जोडा विपरीत भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।					
एक जोडा विपरीत भुजाहरू समानान्तर हुन्छन् ।					
दुई जोडा विपरीत भुजाहर समानान्तर हुन्छन् ।					

3. प्रश्न न. 2 मा दिइएको चतुर्भुजका भुजा, कोण र समानान्तर रेखासम्बन्धी गुणहरूका आधारमा ती चतुर्भुजहरूको सम्बन्धलाई चित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

एधारौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई आसन्न भुजा दिइएको अवस्थामा आयतको रचना गर्न
- एउटा भुजा दिइएको अवस्थामा वर्गको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

स्केल, कम्पास, पेन्सिल आदि

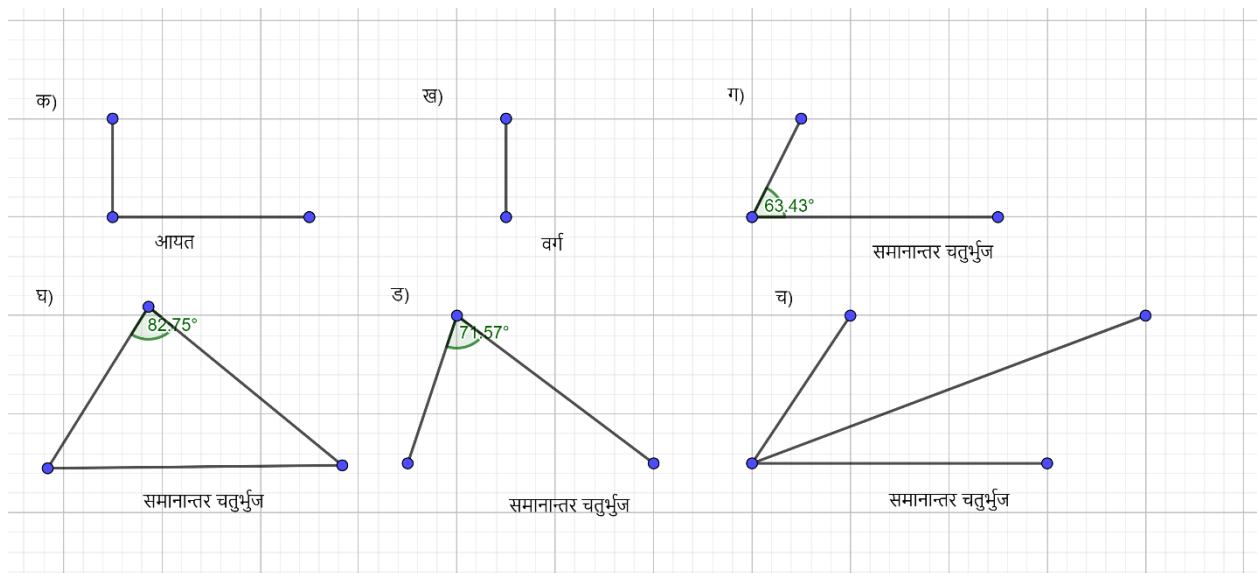
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् :

(अ) आयतका प्रत्येक कोणहरू कति कति हुन्छन् ?

- (आ) आयतका अनासन्न भुजाहरूको सम्बन्ध कस्तो हुन्छ ?
 (इ) कस्तो चित्र आयत हुँदैन् ?
 (ई) आयतका गुणहरू के के छन् ?
 (उ) आयत र वर्गका गुणहरूमा के फरक छ ?
 (ऊ) चित्रमा दिइएको लेखाचित्रमा नामअनुसार आकृति पूरा गर्न लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप 2

(क) दिइएको जानकारीअनुसार आयत कसरी रचना गर्नेहोला ? छलफल गर्नुहोस् ।

ABCD एउटा आयतको रचना गर्नुहोस् जसमा लम्बाइ 5 cm र चौडाइ 3 cm

(ख) दिइएको जानकारीअनुसार आयतको खेत्रा तयार गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) चरणगत रूपमा आफू पनि रचना गर्दै विद्यार्थीलाई रचना गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(अ) आधार रेखा 5 cm हुने गरी **AB** ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

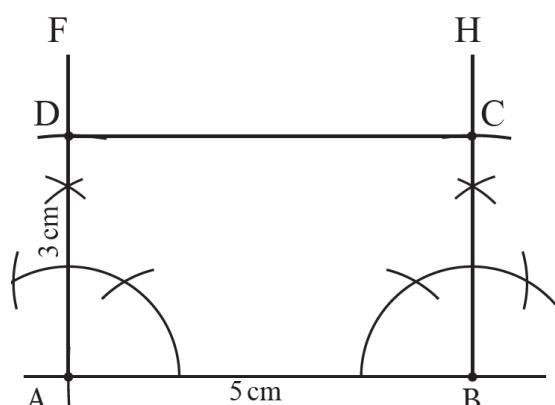
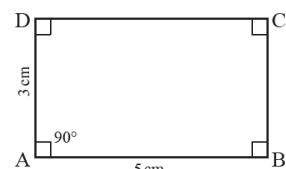
(आ) A मा कम्पासको सहायताले 90° खिच्न लगाई

$\angle FAB = 90^\circ$ बनाउन लगाउनुहोस् ।

(इ) 3 cm अर्धव्यास लिएर A बाट रेखा AF लाई काट्न लगाई काटिएको बिन्दुलाई **D** ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(ई) B बाट कम्पासको सहायताले 90° खिच्न लगाई

$\angle HBA = 90^\circ$ बनाउन लगाउनुहोस् ।



(ऋ) 3 cm अर्धव्यास लिएर **B** बाट रेखा **BH** लाई काट्न लगाई काटिएको बिन्दुलाई **C** ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(ए) **C** र **D** जोड्न लगाउनुहोस् ।

(ऐ) रचना गरेको आयत प्रश्नका तथ्याङ्कसँग मेल खाए नखाएको परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यकताअनुसार पृष्ठपोषण पनि प्रदान गर्नुहोस् ।

औ) वैकल्पिक चरणहरूबाटे छलफल गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) एउटा भुजा 4 से.मि. हुने गरी वर्गको रचना गर्दा निम्नानुसारको क्रियाकलाप गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) वर्गका गणुहरूका बारेमा छलफल गर्नुहोस् ।

(ग) खेसा चित्र तयार गर्न लगाउनुहोस् साथै खेसा चित्र प्रस्तुत गर्न लगाई वर्ग कसरी बनाउन सकिन्छ भनेर छलफल गराउनुहोस् ।

(घ) विद्यार्थीलाई आफूसँगै दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा वर्ग रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) आधार रेखामा 4 से.मि. हुने गरी **AB** ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(च) **A** बाट कम्पासको सहायताले **90°**को कोण खिच्नुहोस् । जसअनुसार $\angle FAB$ को नाप **90°** छ ।

(छ) 4से.मि. अर्धव्यास लिएर **A** बाट रेखा **AF** लाई काट्नुहोस् । काटिएको बिन्दुलाई **D** ले जनाउनुहोस् ।

(ज) **B** बाट कम्पासको सहायताले **90°**को कोण खिच्नुहोस् । जसअनुसार $\angle HBA$ को नाप **90°** छ ।

(झ) 4 से.मि. अर्धव्यास लिएर **B** बाट रेखा **BH** लाई काट्नुहोस् । काटिएको बिन्दुलाई **C** ले जनाउनुहोस् ।

(ञ) **C** र **D** जोड्नुहोस् । अब वर्ग ABCD को रचना भयो ।

मूल्याङ्कन

निम्नानुसारको प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

(क) लम्बाई 7 cm र चौडाई 5 cm भएको आयतको रचना गर्नुहोस् ।

(ख) लम्बाई 7 cm भएको वर्गको रचना गर्नुहोस् ।

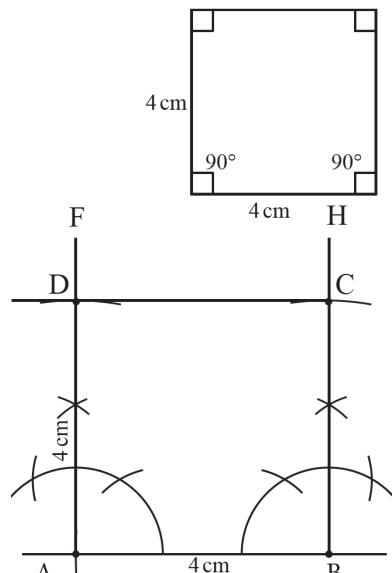
गृहकार्य

1. तलका नापका आधारमा आयतको रचना गर्नुहोस् :

(क) आयत ABCD मा $AB = 7\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$

(ख) लम्बाई 6cm र चौडाई 4cm

(ग) आसन्न भुजाहरूको नाप 8cm र 5cm



(घ) लम्बाइ र चौडाइ (आफै राख्नुहोस् ।)

2. तलका नापका आधारमा वर्गको रचना गर्नुहोस् :

(क) एउटा भुजाको नाप 4cm

(ख) लम्बाइ 4.5cm

(ग) लम्बाइ (आफै राख्नुहोस् ।)

बाह्रौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्न

शैक्षणिक सामग्री

स्केल, कम्पास, पेन्सिल आदि

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) समानान्तर चतुर्भुजका गुणहरूको तालिका प्रस्तुत गरी छलफल गर्नुहोस् :

(अ) समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू समानान्तर हुन्छन् ।

(आ) समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख भुजाहरू बराबर हुन्छन् ।

(इ) समानान्तर चतुर्भुजका सम्मुख कोणहरू बराबर हुन्छन् ।

(ई) समानान्तर चतुर्भुजका विकर्ण आपसमा समद्विभाजन हुन्छन् ।

क्रियाकलाप 2

आसन्न भुजाहरूको नाप र बिचको कोणको नाप दिइएको अवस्थामा समानान्तर चतुर्भुजको रचना

(७ से.मि. र ५ से.मि. आसन्न भुजाहरू र तिनीहरूको बिचको कोण 60° हुनेगरी

समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।

(क) खेसा चित्र तयार गर्न लगाउनुहोस् र चरणगत रूपमा आफू पनि रचना गर्दै विद्यार्थीलाई रचना गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) आधार रेखामा 7 cm हुने गरी AB जनाउन लगाउनुहोस् ।

(ग) A बाट कम्पासको सहायताले 60° को कोण खिची जसअनुसार $\angle FAB$ को नाप 60° हुन्छ ।

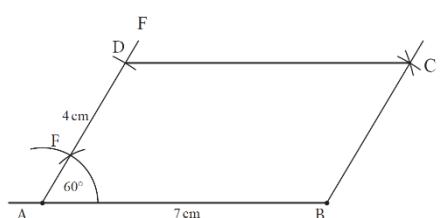
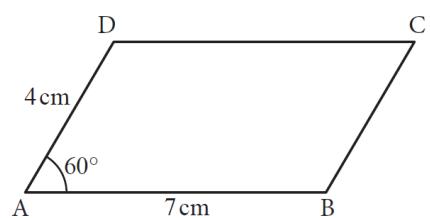
(घ) ५ से.मि. अर्धव्यास लिएर A बाट रेखा AF लाई काट्नुहोस् । काटिएको विन्दुलाई D ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(ङ) B बाट कम्पासको सहायताले 120° डिग्रीको कोण खिच्नुहोस् । जसअनुसार कोण HBA को नाप 120° हुन्छ । किन, छलफल गराउनुहोस् ।

(च) ५ से.मि. अर्धव्यास लिएर B बाट रेखा BH लाई काट्नुहोस् । काटिएको विन्दुलाई C ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(छ) C र D जोड्न लगाउनुहोस् ।

(ज) अब स.च. ABCD को रचना भयो ।



(भ) रचना गरेको समानान्तर चतुर्भुज प्रश्नको तथ्याङ्कसँग मेल खाए नखाएको परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् । आवश्यकताअनुसार पृष्ठपोषण पनि प्रदान गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

आसन्न भुजाहरूको नाप र एउटा विकर्णको नाप दिइएको अवस्थामा समानान्तर चतुर्भुजको रचना

7 से.मि. र 4 से.मि. आसन्न भुजाहरू र एउटा विकर्णको

लम्बाई 8 से.मि. हुने गरी समानान्तर चतुर्भुजको रचना गर्नुहोस् ।

निम्नलिखित चरणहरू अपनाएर स.च.को रचना गर्न सकिन्छ ।

(क) खेस्त्र चित्र तयार गर्नुहोस् र विद्यार्थीलाई आफूसँगै दिइएको तथ्याङ्कका आधारमा वर्ग रचना गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) आधार रेखामा 7 से.मि. हुने गरी AB ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(ग) बिन्दु A बाट 8 से.मि. र बिन्दु B बाट 4 से.मि.को अर्धव्यास लिएर चापहरू खिच्न लगाउनुहोस् ।

(घ) A र C तथा B र C जोड्न लगाउनुहोस् । यसरी त्रिभुज ABC बन्न्यो ।

(ङ) बिन्दु A बाट 4 से.मि. र बिन्दु C बाट 7 से.मि.को अर्धव्यास लिएर चापहरू खिच्नुहोस् । काटिएको बिन्दुलाई D ले जनाउन लगाउनुहोस् ।

(च) A र D तथा C र D जोड्न लगाउनुहोस् ।

(छ) अब स.च. ABCD को रचना भयो ।

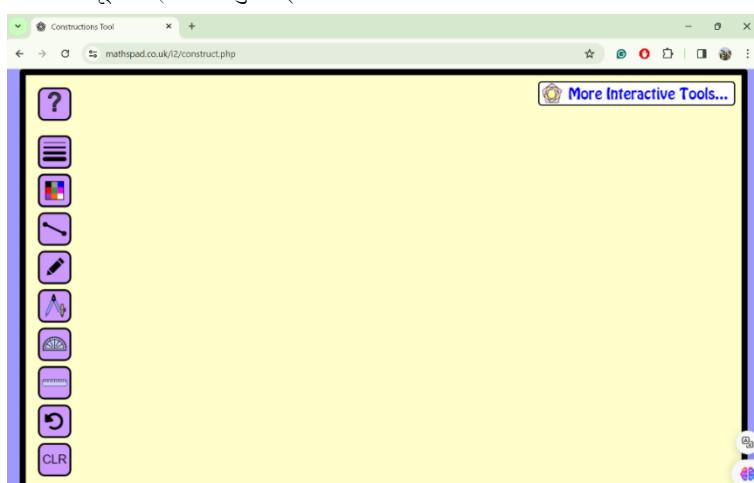
(ज) रचना गरेको समानान्तर चतुर्भुज दिइएको तथ्याङ्कसँग मेल खाए नखाएको परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् । आवश्यकताअनुसार पृष्ठपोषण पनि प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

आसन्न भुजाहरूको नाप र विकर्ण र एउटा भुजाबिचको कोणको नाप दिइएको अवस्थामा समानान्तर चतुर्भुज (स.च.) को रचना गर्ने समस्या दिएर विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

शिक्षकका लागि थप जानकारी

सम्भव भएको खण्डमा प्रविधिको प्रयोग गरेर रचना सिकाउँदा अभ्यन्तराले प्रभावकारी हुन्छ, जस्तै: तल दिइएको website को प्रयोग गरेर पनि रचना सिकाउन सकिन्छ ।



तेरौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- बहुभुजको पहिचान गर्न र नियमित बहुभुजका भित्री कोणहरूको नाप पत्ता लगाउन
- नियमित बहुभुजका बाहिरी कोणहरूको नाप पत्ता लगाउन

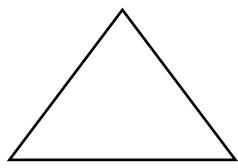
शैक्षणिक सामग्री

कम्पास, प्रोटयाक्टर, बहुभुजका चित्रहरू आदि ।

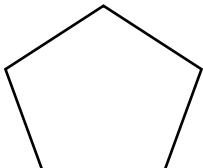
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) दिइएका जस्तै बहुभुजको चित्र बनाई कम्पास, प्रोटयाक्टर र स्केलको सहयताले कोण र भुजाको लम्बाई नाप लगाउनुहोस् तथा तलका प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् :



चित्र न. 1



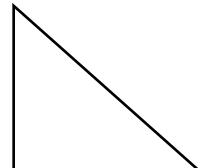
चित्र न. 2.



चित्र न. 3.



चित्र न. 4



चित्र न. 5

- (अ) बहुभुज भनेको के हो ?
(आ) के सबै चित्रमा भएका बहुभुजका भुजाहरू बराबर छन् ?
(इ) के सबै चित्रमा भएका बहुभुजका कोणहरू बराबर छन् ?
(ई) कोणहरू र भुजाहरू बराबर भएका बहुभुजहरू कुन कुन हुन् ?
(उ) कोणहरू र भुजाहरू बराबर नभएका बहुभुजहरू कुन कुन हुन् ?

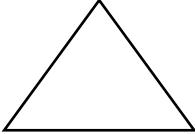
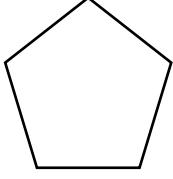
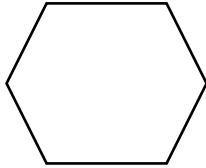
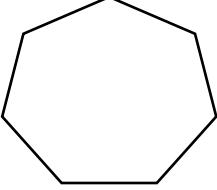
माथि दिइएको चित्र न. 1, 2 र 4 मा भएका बहुभुजका सबै भुजाहरू र कोणहरू बराबर छन् भने चित्र न. 3 मा भएका बहुभुजको सबै कोणहरू बराबर भए तापनि सम्मुख भुजाहरू मात्रै बराबर छन् । त्यस्तै चित्र न. 5 को आधारका कोणहरू मात्रै बराबर छन् । त्यसैले चित्र न. 1, 2 र 4 मा भएका बहुभुजहरू नियमित बहुभुजहरू हुन् भने चित्र न. 3 र 5 मा नियमित बहुभुज होइनन् भनी निर्ष्कषमा पुग्नुहोस् ।

तीन वा तीनभन्दा बढी भुजाले बनेका ज्यामितीय बन्द आकृतिलाई बहुभुज भनिन्छ । तीनओटा भुजाहरूले बनेको बहुभुजलाई त्रिभुज भनिन्छ । त्यस्तै गरी चतुर्भुज, पञ्चभुज, षड्भुज आदि क्रमशः चार ओटा, पाँचओटा, छआठोटा भुजाहरूबाट बनेका बहुभुजहरू हुन् ।

सबै भुजाहरू र भित्रीकोणहरू बराबर भएको बहुभुजलाई नियमित बहुभुज भनिन्छ । समबाहु त्रिभुज नियमित त्रिभुज हो भने वर्गलाई नियमित चतुर्भुज भनिन्छ । त्यसै गरी चारओटा भुजाले बनेका नियमित बहुभुजभन्दा माथिका नियमित बहुभुजहरूलाई नियमित पञ्चभुज, नियमित षड्भुज आदिले जनाइन्छ ।

क्रियाकलाप 2

- (क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 236 को क्रियाकलाप 25 मा छलफल गराउनुहोस् ।
(ख) माथिको तालिकाका सहायताले भित्री कोणहरूको नाप लिई तलको तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।

नियमित बहुभुजको चित्र	नियमित बहुभुजको नाम	भुजाहरूको संख्या	त्रिभुजको संख्या	भित्री कोणहरूको योगफल
	त्रिभुज (Triangle)	3	1	1800
				
				
				
				
ल भुजा भएको बहुभुज				

(ग) माध्यिको तालिकाका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) बहुभुजमा विकर्णहरू खिच्दा बनेका त्रिभुजका संख्या र बहुभुजका भुजाहरूको संख्याविच कस्तो सम्बन्ध छ ? लेख्न लगाउनुहोस् ।

(आ) बहुभुजमा विकर्णहरू खिच्दा बनेका त्रिभुजका संख्या र भित्री कोणहरूको योगफल विचको सम्बन्ध कस्तो देखिन्छ, लेख्न लगाउनुहोस् ।

(इ) बहुभुजका भुजाहरूको संख्या र भित्री कोणहरूको योगफलविच कस्तो सम्बन्ध देखिन्छ ?

(ई) भुजाको संख्या n भएको बहुभुजको भित्री कोणहरूको योगफल कर्ति हुन्छ ?

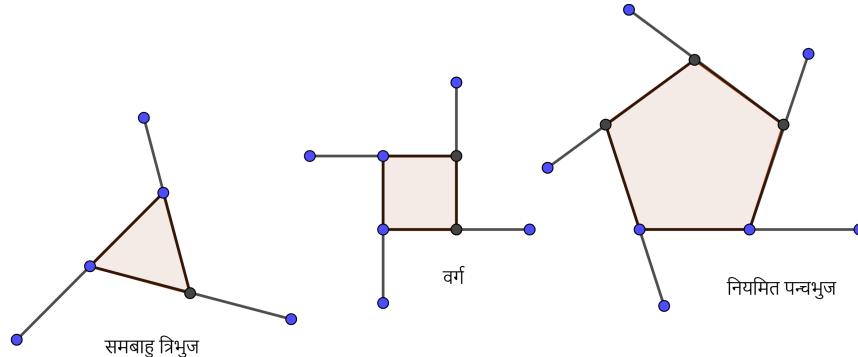
(उ) अष्टभुजको भित्री कोणहरूको योगफल कर्ति हुन्छ, होला ? पत्ता लगाउनुहोस् ।

यदि बहुभुजका भुजाको संख्या n भए,

भित्री कोणहरूको योगफल = $(n-2) \times 180^\circ$ र एक भित्री कोणको नाप = $(n-2)/n \times 180^\circ$ हुन्छ ।

क्रियाकलाप 3

- (क) दिइएको चित्र दिई बहुभुज दिई त्यस्तै बहुभुज खिच्न लगाउनुहोस् ।
 (ख) तलको तालिका भर्न लगाउनुहोस् ।



नियमित बहुभुजको नाम	भित्री कोणको नाप	बाहिरी कोणको नाप	बाहिरी कोणहरूको योगफल

यदि बहुभुजका भुजाको सङ्ख्या n भए,
 बाहिरी कोणहरूको योगफल = 360° र एक बाहिरी कोणको नाप = $3600/n$ हुन्छ ।

मूल्यांकन

निम्नलिखित प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

विद्यार्थीलाई दुई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र निम्नलिखित प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

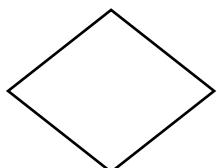
(अ) नियमित बहुभुजका भुजाको सङ्ख्या $n = 7$ भए भित्री कोणहरूको योगफल र भित्री कोणको नाप निकाल्नुहोस् ।

(आ) नियमित बहुभुजका भुजाको सङ्ख्या $n = 7$ भए बाहिरी कोणहरूको योगफल र बाहिरी कोणको नाप निकाल्नुहोस् ।

गृहकार्य

1. दिइएका चित्रहरूमध्ये कुन कृत बहुभुज हुन् र कृत कुन होइनन्, छुट्टयाउनुहोस् :

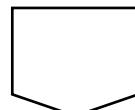
(क)



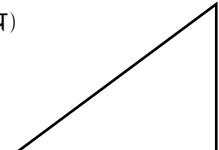
(ख)



(ग)

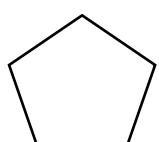


(घ)

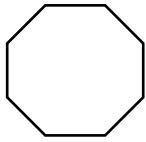


2. दिइएका बहुभुजहरूको भुजाहरूको सङ्ख्या र बहुभुजहरूको नाम लेख्नुहोस् :

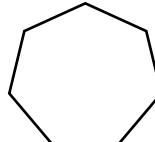
(क)



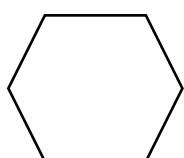
(ख)



(ग)

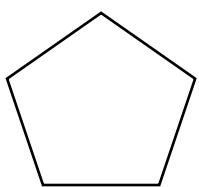


(घ)

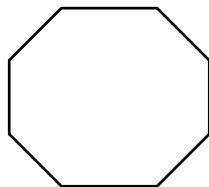


3. सँगै दिइएको बहुभुजहरूबाट बन्न सक्ने त्रिभुजहरू बनाई तिनीहरूको नामकरण गर्नुहोस् :

(क)



(ख)



4. तलका नियमित बहुभुजका भुजा सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा भित्री कोणको नाप निकाल्नुहोस् :

(क) $n = 7$

(ख) $n = 10$

(ग) $n = 12$

5. तलका नियमित बहुभुजका भुजा सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा बाहिरी कोणको नाप निकाल्नुहोस् :

(क) $n = 6$

(ख) $n = 9$

(ग) $n = 11$

6. तलका बहुभुजका भुजा सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा भित्री कोणहरूको योग निकाल्नुहोस् :

(क) $n = 6$

(ख) $n = 9$

(ग) $n = 10$

(घ) $n = 11$

7. तलका बहुभुजका भुजा सङ्ख्या (n) दिइएको अवस्थामा बाहिरी कोणहरूको योग निकाल्नुहोस् :

(क) $n = 6$

(ख) $n = 9$

(ग) $n = 10$

(घ) $n = 11$

परियोजना कार्य

(क) तपाइँको वरपर भएका त्रिभुज, चतुर्भुज, चड्गाकार वस्तुको सूची बनाई तिनीहरूका गुणहरू लेखी प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) ४-५ जनाको समूहमा बस्नुहोस् । प्रत्येक समूहले एक एकओटा नेपालको भन्डा लिनुहोस् । समूहमा उक्त भन्डामा प्रयोग गरिएका विभिन्न आकृतिहरूको अध्ययन गर्नुहोस् । कसरी नेपालको नक्साको निर्माण गर्न सकिन्छ भन्ने कुरा समूहमा छलफल गर्नुहोस् । छलफलअनुसार प्रक्रियागत चरणको तयार पार्नुहोस् । यी चरणअनुसारको भन्डाको निर्माण गर्नुहोस् । कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

चौधौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्यको प्रतिवेदन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) प्रत्येक समूहबाट एक जनालाई परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस् ।

(ग) परियोजना कार्यको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्यांकन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदनलाई विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्यांकन मापदण्ड २०८० को प्रयोग गरी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

पाठ १५

अनुरूपता र समरूपता

Congruency and Similarity

१. पाठको परिचय

यस पाठमाअनुरूप र समरूप आकृतिहरू पत्ता लगाई तिनीहरूको प्रयोगबारे छलफल गरिन्छ । त्रिभुजहरू अनुरूप हुने अवस्थाहरू विद्यार्थीले प्रयोगात्मक तरिकाबाट परीक्षण गरी निष्कर्ष निकाल्ने गर्दछन् । अनुरूपतासम्बन्धी समस्याहरूको हल गर्दा विद्यार्थीमा प्रयोगात्मक तथा समस्या समाधान गर्ने सिपको विकास गराउँछ । अनुरूपता र समरूपताको अवधारणाले माथिल्लो तहको शिक्षणमा सहयोग पुऱ्याउँछ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

पाठ्यक्रमअनुसार यस पाठको सिकाइपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नलिखित सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) त्रिभुजहरू अनुरूप हुने अवस्थाहरूको परीक्षण गर्न

(ख) अनुरूप त्रिभुजसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

(ग) समरूप आकृतिहरू चिन्न र खोजी गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
१.	त्रिभुजहरू अनुरूप हुने अवस्थाको परीक्षण गर्न र समस्या समाधान गर्न	3	
२.	समरूप आकृतिहरू चिन्न र खोजी गर्न	2	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान : अनुरूप आकृतिहरू चिन्ने, कोण र भुजाहरू नाप्ने,

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू) : सङ्गति कोणहरू र सङ्गति भुजाहरू सधैँ बराबर गर्ने

पहिलो र दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अनुरूप आकृतिहरूको धारणा प्रस्त पार्न
- त्रिभुजहरू अनुरूप हुने अवस्थाहरूको परीक्षण गरी बताउन

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न किसिमका चित्रहरू, कम्पास, प्रोट्याक्टर, स्केल आदि ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

(क) चित्रमा देखाइए जस्तै चित्रहरू चार्टपेपरमा दिनुहोस् र तलका प्रश्नमा आधारित भई छलफल गराउनुहोस् :

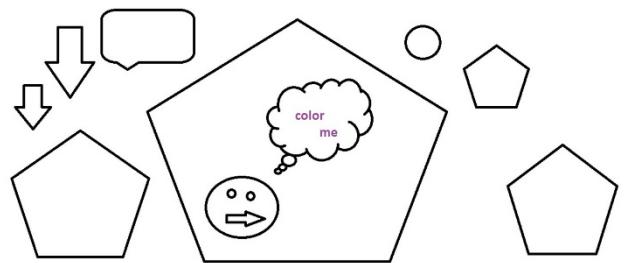
(अ) उस्तै आकार र बराबर नाप भएका कुन कुन चित्र छन् ?

(आ) उस्तै आकार तर बराबर नभएका चित्रहरू कुन कुन चित्र हुन् ?

(इ) उस्तै आकार र बराबर नाप भएका चित्र कसरी छुट्याउन सकिन्छ ?

(ख) उस्तै आकार र बराबर नाप भएका आकृतिलाई अनुरूप आकृति भनिन्छ भनी छलफलबाट निष्कर्ष बताउनुहोस् ।

(ग) अनुरूप आकृति हाम्रो वरिपरि कहाँ कहाँ प्रयोग भएका छन् ? पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त सङ्ख्यामा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) लेखाचित्रमा उस्तै आकार र बराबर नाप भएका तथा उस्तै आकार र बराबर नाप नभएका चित्र बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ग) अब ती आकृतिमध्येबाट कुन कुन अनुरूप आकृति हुन् र किन भन्ने बारेमा समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

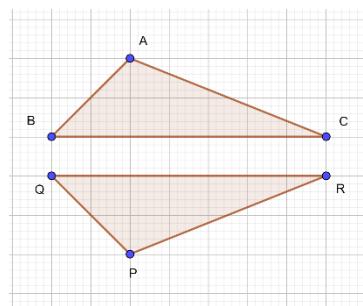
(घ) आवश्यकताअनुसार शिक्षकले पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप ३

एउटा ग्राफ पेपर वा वर्गाङ्कित कागज दिनुहोस् ।

चित्रमा देखाएका जस्तै दुई त्रिभुजहरू ABC र PQR बनाउन लगाउनुहोस् ।

अब त्यसलाई काटी तिनीहरूलाई एकआपसमा खप्ट्याएर राख्न लगाउनुहोस् । ती त्रिभुजहरू बराबर नापका छन् वा छैनन् अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।



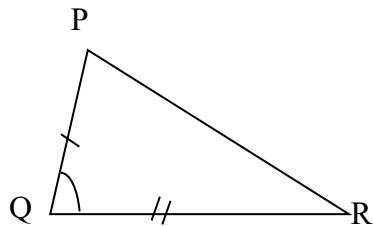
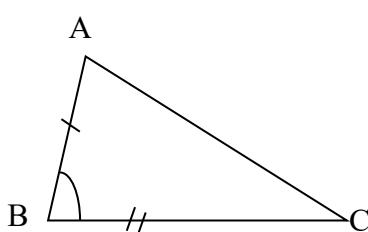
कुन कुन कोणहरू अर्थात् कुन कुन भुजाहरू एकआपसमा खप्टिएका छन् ? सँगैको साथीसँग छलफल गरी निष्कर्ष लेख्न लगाउनुहोस् ।

माथिको चित्रमा, कोणहरू $\angle BAC = \angle QPR$, $\angle ABC = \angle PQR$ र $\angle BCA = \angle QRP$ तथा $AB = PQ$, $BC = QR$, र $AC = PR$ छन् । यहाँ, $\angle BAC$ र $\angle QPR$, $\angle ABC$ र $\angle PQR$ तथा $\angle BCA$ र $\angle QRP$ सङ्गति कोणहरू हुन् भने भुजाहरू AB र PQ, BC र QR, तथा AC र PR सङ्गति भुजाहरू हुन् । त्यसैले ΔABC र ΔPQR अनुरूप छन् ।

उस्तै आकार र बराबर नाप भएका दुई त्रिभुजहरूलाई अनुरूप त्रिभुजहरू भनिन्छ । अनुरूप त्रिभुजका सङ्गति कोणहरू र सङ्गति भुजाहरू बराबर हुन्छन् । यदि दुई त्रिभुजहरू ΔABC र ΔPQR अनुरूप भए, यसलाई सङ्केतमा $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ लेखिन्छ ।

क्रियाकलाप ४

(क) सर्वप्रथम चित्रमा देखाए जस्तै एउटा त्रिभुज ABC बनाउन लगाउनुहोस् ।



(ख) त्रिभुज ABC का दुई भुजाहरू AB, BC र यी भुजाहरू विचको कोण $\angle ABC$ सँग क्रमशः बराबर हुने गरी दुई भुजाहरू PQ, QR र यी भुजाहरूविचको कोण $\angle PQR$ भएको त्रिभुज PQR बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ग) अब बाँकी रहेका कोणहरू तथा भुजाहरूको नाप लिई तल दिइएको तालिकामा भर्नुहोस् र खाली ठाउँ भर्न लगाउनुहोस् ।

आधार	ΔABC मा	ΔPQR मा	परिणाम
रचनाका सर्तहरू	AB =	PQ =	AB = PQ
	$\angle ABC =$	$\angle PQR =$	$\angle ABC = \angle PQR$
	BC =	QR =	BC = QR
परीक्षणका भागहरू	AC =	PR =	
	$\angle BAC =$	$\angle QPR =$	
	$\angle ACB =$	$\angle PRQ =$	

निष्कर्ष: ΔABC का दुईओटा भुजाहरू र तिनीहरू विचको कोणको नाप, ΔPQR का दुईओटा भुजाहरू र तिनीहरू विचको कोणको नापसँग बराबर भएको अवस्थामा बाँकी रहेका सङ्गति भुजाहरू र कोणहरू पनि _____ हुने भएकाले ΔABC र ΔPQR _____ त्रिभुजहरू हुन् ।

यदि एउटा त्रिभुजमा दुईओटा भुजाहरू र तिनीहरू विचको कोण अर्को त्रिभुजका दुईओटा भुजाहरू र तिनीहरू विचको कोण अलग अलग आपसमा बराबर छन् भने उक्त दुई त्रिभुजहरू अनुरूप हुन्छन् । यसलाई भुजा कोण भुजा (भु.को.भु.) अनुसार अनुरूप भएको मानिन्छ ।

क्रियाकलाप 5

(क) विद्यार्थीलाई विद्यार्थी सङ्ख्याका आधारमा चार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) समूहलाई क्रमशः स.क.भु, को.भु.को, भु.भु.भु, र को.को.भु नामकरण गर्नुहोस् ।

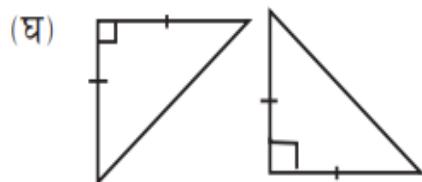
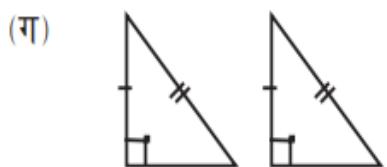
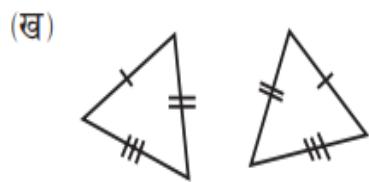
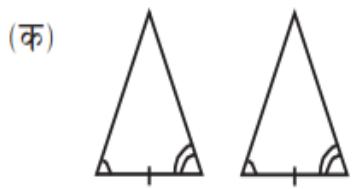
(ग) स.क.भु. समूहलाई क्रियाकलाप 3, को.भु.को. समूहलाई क्रियाकलाप 4, भु.भु.भु.समूहलाई क्रियाकलाप 5, र को.को.भु.समूहलाई क्रियाकलाप 6 को क्रियाकलाप अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) प्रत्येक समूहले सामूहिक छलफल र परीक्षणपश्चात् कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारको प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

तलका जोडी त्रिभुजहरू कुन तथ्यका आधारमा अनुरूप छन्, लेख्नुहोस्।



तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अनुरूप त्रिभुज सम्बन्धि समस्याहरू गर्ने।

शैक्षणिक सामग्री

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप क्रियाकलाप १

(क) त्रिभुजअनुरूप हुने अवस्थाहरू पुनः छलफल गर्नुहोस्।

(ख) चित्र ख, ग, घ का त्रिभुजहरू कुन तथ्यका आधारमा अनुरूप छन्? छलफल गरी निष्कर्ष बताउनुहोस्।

क्रियाकलाप २

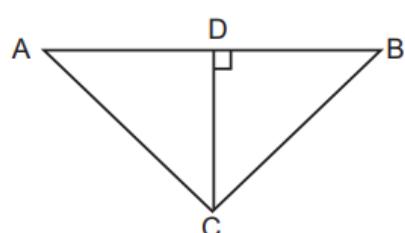
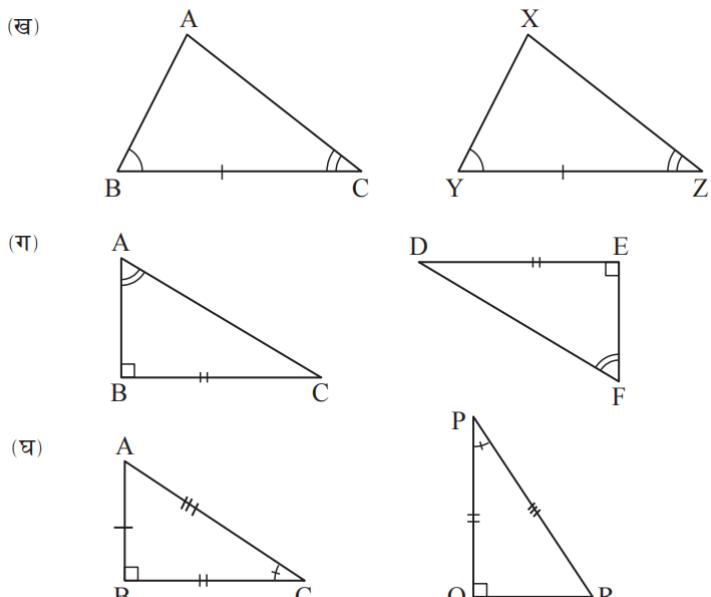
(क) दिइएको चित्रमा विन्दु D रेखा AB को मध्यविन्दु हो र $CD \perp AB$ छ भने ΔACD र ΔBCD अनुरूप हुन्छ भनी प्रमाणित गर्ने कक्षाकार्य दिनुहोस्।

(ख) ΔACD र ΔBCD अनुरूप प्रमाणित गर्न निम्नानुसारका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस्।

(अ) कुन कुन कोण तथा भुजा बराबर छन् सूची बनाउन लगाउनुहोस्।

आ) त्रिभुज अनुरूप हुने अवस्थाहरू मधि छलफल गर्नुहोस्।

ΔACD र ΔBCD लाई अनुरूप देखाउँदा,



i) $AD = BD$ (मध्य विन्दु भएकाले)

ii) $\angle ADC = \angle BDC$ (समकोण भएकाले ।)

iii) $CD = CD$ (साभा भुजा भएकाले ।) ।

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCD$ (भु. को.भु तथ्यबाट)

(घ) स क भु तथ्य किन प्रयोग भएन, छलफल गर्नुहोस् ।

मूल्याङ्कन

पाठ्यपुस्तकको पेज न. २५३ को प्रश्न न. ८ र ९ गर्न लगाई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्न लगाउनुहोस् ।

चौथो र पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समरूप आकृतिको अवधारणा प्रस्तु पार्न
- समरूप त्रिभुजसम्बन्धी समस्याहरू समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न आकारका किताब तथा कलमहरू, पेन्सिल, स्केल

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

(क) सानो र ठुलो नापका किताब तथा कलम प्रदेशन गरी निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् ।

(अ) सानो र ठुलो किताब एकआपसमा खप्टयाउँदा के हुन्छ ?

(आ) कलम र किताबको आकार र नापोमा के फरक छ ?

सानो र ठुलो किताबमा आकार ऐउटै भए तापनि नाप फरक छ तर कलम र किताबमा आकार र नाप दुवै फरक छन् ।

(ख) यस्ता उदाहरणहरूको सूची बनाउन लगाउनुहोस् ।

उही आकारका समतलीय चित्रहरूलाई समरूप चित्र भनिन्छ ।

उही आकारका सानो वा ठुलो वा समान नापका आकृति भए ती आकृतिहरू समरूप हुन्छन् ।

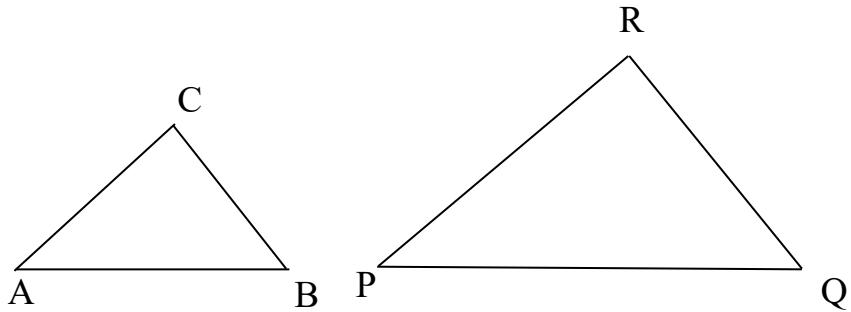
क्रियाकलाप २

(क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई एउटा आयतकार कागज दिनुहोस् र निम्नानुसारको कार्य गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) त्यसमा फरक फरक नाप भएका दुईओटा रेखाखण्डहरू AB र PQ खिच्न लगाउनुहोस् ।

- (आ) अब चित्रमा देखाएको जस्तै गरी विन्दु A र P, साथै B र Q मा समान हुने गरी निश्चित नापको कोण खिच्न लगाउनुहोस् र कोणका बाहुहरू काटिको विन्दुलाई क्रमशः C र R नामकरण गर्न दिनुहोस् ।
- (ग) कस्तो आकृति बन्यो ? के दुवै आकृतिहरू समान किसिमका छन्, छलफल गर्नुहोस् ।



(घ) अब, विद्यार्थीले बनाएका ती दुई त्रिभुजहरूलाई काटेर निकाल्नुहोस् र ती त्रिभुजहरूलाई एक अर्कामाथि खप्टाई निम्नलिखित प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् ।

- (अ) के दुवै त्रिभुजहरूको आकार एकै किसिमका छन् ?
- (आ) त्रिभुज ABC र त्रिभुज PQR मा कुन कुन कोणहरू आपसमा बराबर छन्, पत्ता लगाउनुहोस् ।
- (इ) के AB र PQ, BC र QR तथा AC र PR का लम्बाइहरू बराबर छन् ?
- (ई) दुवै त्रिभुजका सबै भुजाका नापहरू लिन लगाउनुहोस् ।
- (उ) त्रिभुज ABC र त्रिभुज PQR मा बराबर कोणका सम्मुख भुजाहरूको अनुपात निकाल लगाउनुहोस् ।
- (ऊ) बराबर कोणका सम्मुख भुजाहरूको अनुपातहरूको सम्बन्ध कस्तो देखिन्छ ?

माथि दिइएका त्रिभुजहरू ABC र PQR समरूप त्रिभुजहरू हुन् । जसमा $\angle BAC = \angle QPR$, $\angle ABC = \angle PQR$ र $\angle ACB = \angle PRQ$ हुनुका साथै $\frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = \frac{AB}{PQ}$ पनि छन् । यहाँ बराबर कोणहरू A र P, B र Q तथा C र R सङ्गति कोणहरू हुन् भने बराबर कोणका सम्मुख भुजाहरू BC र QR, AC र PR तथा AB र PQ सङ्गति भुजाहरू हुन् ।

समरूप त्रिभुजमा बराबर कोणहरूलाई सङ्गति कोणहरू र बराबर कोणहरूको सम्मुख भुजाहरूलाई सङ्गति भुजाहरू भनिन्छ । दुई त्रिभुजहरूका सङ्गति कोणहरू बराबर र सङ्गति भुजाहरू समानुपातमा भएमा ती दुई त्रिभुजहरूलाई समरूप त्रिभुज भनिन्छ । समरूप त्रिभुज ABC र PQR लाई सङ्केतमा $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ लेखिन्छ ।

क्रियाकलाप ३

(क) दिइएका समरूप त्रिभुजको अध्ययन गर्न लगाई निम्नलिखित प्रश्नहरूमाथि छलफल गर्नुहोस् :

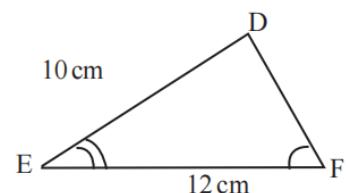
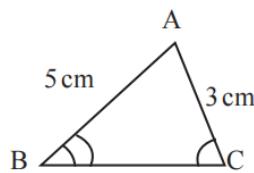
(अ) समरूप त्रिभुजका सङ्गति कोणहरू

र सङ्गति भुजाहरू के के हुन् ?

(आ) समरूप त्रिभुजका सङ्गति कोणहरू

र सङ्गति भुजाहरूको सम्बन्ध के हुन्छ ?

(क)



(इ) समरूप त्रिभुजका थाहा नभएको भुजाको मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

यहाँ $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$ छन्, त्यसैले, $\angle A = \angle D$ हुन्छ । कोणहरू B र E , C र F तथा A र D सङ्गति कोणहरू हुन् ।

बराबर कोणका सम्मुख भुजाहरू AC र DF , AB र DE तथा BC र EF सङ्गति भुजाहरू हुन् ।

अब,

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$$

पहिलो र तेस्रो लिंदा,

$$\frac{BC}{EF} = \frac{AB}{DE}$$

$$\frac{BC}{12} = \frac{5}{10}$$

$$\text{or, } BC = 6 \text{ cm}$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$$

$$\text{or, } \frac{3}{DF} = \frac{5}{10}$$

$$\text{or, } DF = 6 \text{ cm}$$

$$\therefore DF = 6 \text{ cm}, BC = 6 \text{ cm}.$$

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारको समस्या दिई कक्षाकार्य गराउनुहोस् ।

सँगैको $\Delta PQR \sim \Delta XYZ$ चित्रमा छन् भने तलका प्रश्नहरूको उत्तर लेख्नुहोस् ।

(अ) सङ्गति भुजाहरूको अनुपात निकाल्नुहोस् ।

(आ) $\angle PQR$ को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

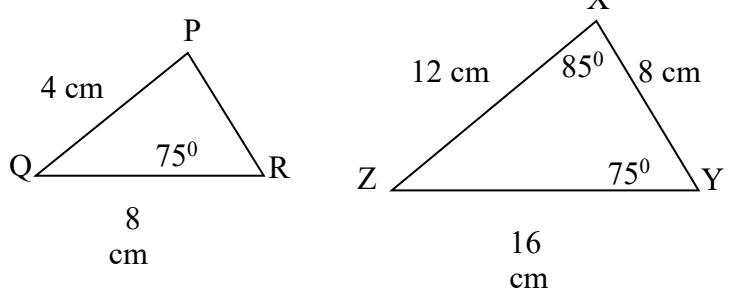
(इ) भुजा PR को नाप पत्ता लगाउनुहोस् ।

$$\angle x = \angle P = 85^\circ$$

(क) सङ्गति भुजाहरू
 QR, ZY र PR, XY तथा PQ, XZ छन् ।

(ख) $\angle P = 85^\circ$ र $\angle PQR = 180^\circ - 75^\circ - 85^\circ = 20^\circ$ कसरी ?

(ग) सङ्गति भुजाहरूको अनुपात लिएर PR को मान पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।



$\frac{QR}{ZY} = \frac{PR}{XY} = \frac{PQ}{XZ}$

पहलो र दोस्रो लिँदा

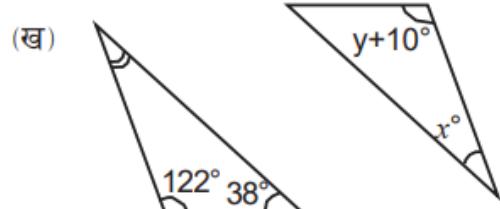
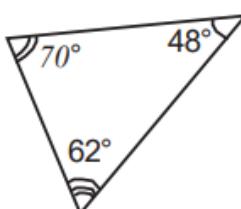
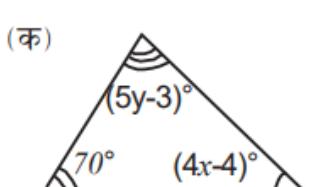
$$\frac{8 \text{ cm}}{16 \text{ cm}} = \frac{PR}{8 \text{ cm}}$$

$$\therefore PR = 4 \text{ cm}$$

मूल्यांकन

निम्नानुसाको प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

तलका समरूप त्रिभुजहरूमा x र y को मान पत्ता लगाई थाहा नभएका भुजा र कोणहरूको मान निकाल्नुहोस् :



पाठ १६

ठोस वस्तुहरू

१. पाठको परिचय

ठोस वस्तुहरूको प्रयोगबाट सिकारुले आफैले छुएर, अनुभव गरेर, बनाएर, खेलाएर गणितीय धारणा बनाउने तथा गणितमा रमाउने हुदाँ शिक्षकले सावधानी अपनाउनु पर्ने हुन्छ । माथिल्तो कक्षामा यसको प्रयोग हुने तथा अन्य पाठसगाँ पनि सम्बन्धित भएकाले ठोस वस्तुहरूको धारणाले गणितको सिकाइ उपलब्धि बढाउन सहयोग पुर्याउँछ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) त्रिभुजकार प्रिज्म र पिरामिडलाई सम्बन्धसहित चिनारी गराउन

(ख) घन, पद्मुखा, टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाका जालीहरू निर्माण गर्न

यस पाठको लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
१.	ठोस वस्तुका किनारा सतह र कुनाहरूको सम्बन्ध	१	
२.	त्रिभुजकार प्रिज्म र पिरामिडको निर्माण	१	
३.	घन र पद्मुखाको निर्माण	१	
४.	टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाको निर्माण र परियोजना कार्य	२	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान :घन, पद्मुखाकार ठोस वस्तु, टेट्राहेड्रन र अक्टाहेड्रनका किनारा, सतह र कुनाको सम्बन्ध स्मरण गराउने

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा : किनारा र सतह गन्दा भुक्तिने तथा प्रिज्म र पिरामिड एउटै भन्ने ।

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- ठोस वस्तुका किनारा, सतह र कुनाहरूको सम्बन्ध बताउन
- त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडको परिचय दिन

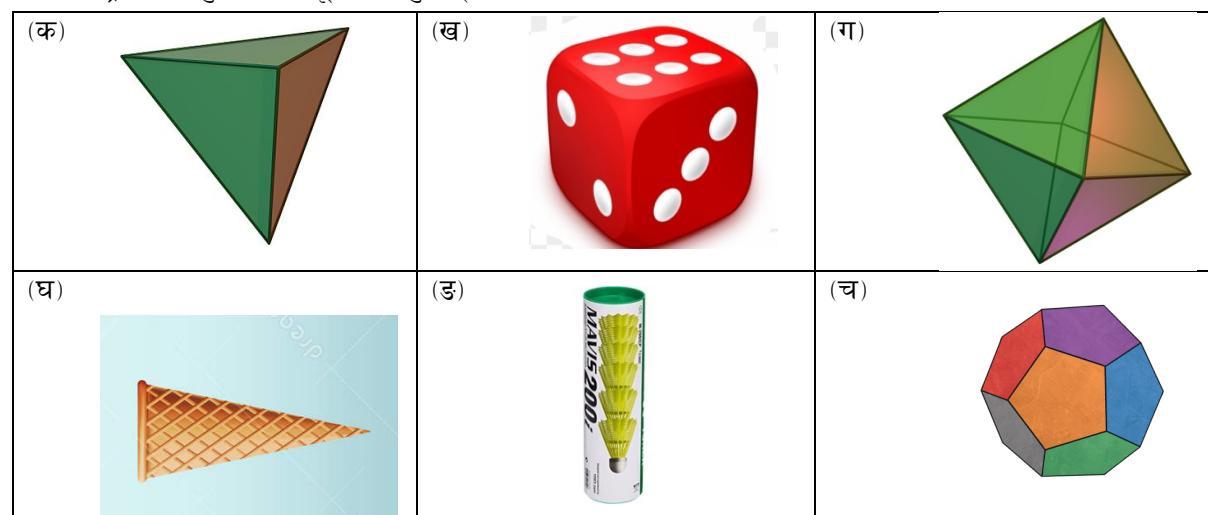
शैक्षणिक सामग्री

घन, षड्मुखाकार ठोस वस्तु, टेट्राहेड्रन र अक्टाहेड्रन, त्रिभुजाकार प्रिज्म तथा वर्गाकार पिरामिड आदिका ठोस नमुनाहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. २६० को पुनरवलोकनमा दिइएका जस्तै घन, टेट्राहेड्रन, अक्टाहेड्रन, बेलना र डोडेकाहेड्रनका नमुनाहरू समूहमा दिनुहोस् ।



(ख) दिइएका ठोसवस्तुका नमुनाहरू अवलोकन गरी दिइएका प्रश्नहरूमा समूहमा छलफल गराई निष्कर्ष कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(आ) माथिका ठोस वस्तुहरूको किनारा, सतह र कुनाको सङ्ख्या लेख्नुहोस् । तालिका बनाई प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(इ) माथि दिइएका ठोस वस्तुहरूको किनारा, सतह र कुनाहरूको सम्बन्ध के के हुन्छ, लेख्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको प्रस्तुति सुनिसकेपश्चात् सारांश बताइदिनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई दुई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । विद्यार्थी सङ्ख्या ठुलो भएमा चार समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) एउटा समूहमा त्रिभुजाकार प्रिज्म र अर्को समूहमा पिरामिडका नमुनाहरू दिनुहोस् ।

(ग) आआफ्नो समूहमा परेका ठोस वस्तुको अवलोकन गरी तल सोधिएका प्रश्नहरूको उत्तर समूहमा तयार गर्न लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

(अ) तपाईंहरूले माथिको जस्तो आकृति वा ठोस वस्तुहरू देख्नु भएको छ ? देख्नु भएको छ, भने कहाँ कहाँ देख्नु भएको छ ?

(आ) यसमा कतिओटा समतलीय सतह छन् ? ती कस्ता कस्ता आकारका छन् ?

(इ) उक्त ठोसवस्तुमा सतह, किनारा र कुनाहरू कति कतिओटा छन् ? तिनीहरूको सम्बन्ध कस्तो हुन्छ ?

(ई) उक्त ठोस वस्तुमा कुन कुन सतहहरू आपसमा अनुरूप हुन्छन् ?

(ग) विद्यार्थीको प्रस्तुति सुनिसकेपश्चात् सारांश बताइदिनुहोस् ।

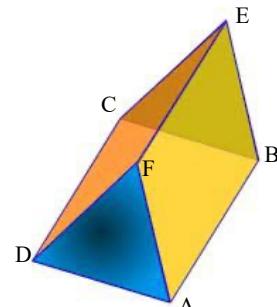
मूल्याङ्कन

(क) तल चित्रमा त्रिभुजाकार आधार भएका प्रिज्म दिइएको छ । उक्त चित्रको अवलोकन गरी तल सोधिएका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् ।

(अ) त्रिभुजाकार आधार भएका प्रिज्मका सबै सतहहरूको नाम लेख्नुहोस् ।

(आ) त्रिभुजाकार आधार भएका प्रिज्ममा कुन कुन सतहहरू अनुरूप छन् ?

(इ) त्रिभुजाकार आधार भएका प्रिज्ममा किनारा, सतह र शीर्षकोणको सम्बन्ध लेख्नुहोस् ।

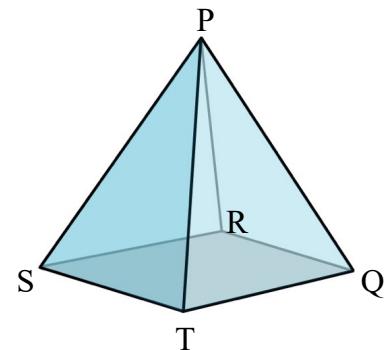


त्रिभुजाकार आधार भएको प्रिज्म

(ख) तल चित्रमा आयताकार आधार भएका पिरामिड दिइएको छ । उक्त चित्रको अवलोकन गरी तल सोधिएका प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् ।

(क) त्रिभुजाकार आधार भएका प्रिज्म र आयताकार आधार भएका पिरामिडका सबै सतहहरूको नाम लेख्नुहोस् ।

(ख) त्रिभुजाकार आधार भएका प्रिज्म र आयताकार आधार भएका पिरामिडमा कुन कुन सतहहरू अनुरूप छन् ?



आयताकार आधार भएको पिरामिड

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडको सम्बन्ध (आधार, शीर्षबिन्दु, सतह आदिका आधारमा) बताउन
- त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडको निर्माण गर्न

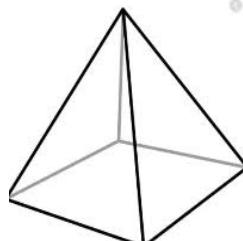
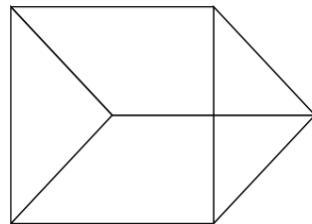
शैक्षणिक सामग्री

जुस पाइप वा गहुँको छ्वाली वा सिन्काबाट बनेका त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडका खोक्रा नमुनाहरू, फेविकल, चार्टपेपर, ग्लुस्टिक, रुलर, प्रोट्याक्टर, पेन्सिल

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

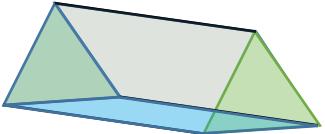
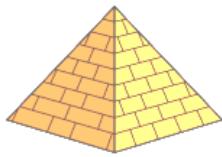
क्रियाकलाप 1

- (क) विद्यार्थीलाई चार समूहमा बाँड्नुहोस् ।
- (क) जुस पाइप वा सिन्काबाट बनाइएको त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडको खोक्रो नमुना दिनुहोस् । (दुई समूहलाई त्रिभुजाकार प्रिज्म र दुई समूहलाई पिरामिड)
- (ख) उक्त प्रिज्म र पिरामिडको सतहहरू छुट्ट्याउन फरक फरक रडको कागज टाँसी कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप 2

- (क) माथिका त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडका नमुनाको अवलोकन गरी तिनीहरूको विशेषता र फरक के के हुन्छन् ? छलफल गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ख) छलफलको निष्कर्षलाई तलको तालिकामा राखी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

	त्रिभुजाकार प्रिज्म		पिरामिड
<ul style="list-style-type: none"> ● समतलीय सतहहरूले बनेको ठोसवस्तु प्रिज्म हो । यसमा दुई प्रकारका सतहहरू हुन्छन् । माथिल्लो र तल्लो समानान्तर र अनुरूप सतहहरूलाई प्रिज्मको आधार (Base) भनिन्छ । आधारबाहेका सतहहरूलाई छड्के सतह (Lateral surface) भनिन्छ । ● प्रिज्मको नाम यसको आधारको आकारअनुसार हुन्छ, जस्तै: प्रिज्मको आधार त्रिभुज भएमा त्रिभुजाकार प्रिज्म, प्रिज्मको आधार आयत भएमा आयातकार प्रिज्म । 		<ul style="list-style-type: none"> ● आधार बहुभुज भएको र छड्के सतहहरूको एउटा साझा शीर्षबिन्दु भएको त्रिआयामिक ठोस वस्तुलाई पिरामिड भनिन्छ । ● पिरामिडको नाम यसको आधारको बहुभुजको आकारअनुसार हुन्छ, जस्तै: पिरामिडको आधार त्रिभुज भएमा त्रिभुजाकार प्रिज्म, पिरामिडको आधार आयत भएमा आयातकार प्रिज्म, पिरामिडको आधार वर्ग भएमा वर्गाकार प्रिज्म । 	

मूल्याङ्कन

त्रिभुजाकार, वर्गाकार प्रिज्म तथा वर्गाकार पिरामिडहरू हाम्रो दैनिक जिवनमा कहाँ कहाँ प्रयोग भएका छन्, टिपोट गरी प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

- (क) विद्यार्थीलाई सझख्याका आधारमा समूहमा राख्नुहोस् ।
- (ख) प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपर, रुलर, जुसको पाइप, सिन्का, फेविकल, ग्लुस्टिक, प्रोट्याक्टर, त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडको ठोस नमुना पर्याप्त मात्रामा दिनुहोस् ।

- (ग) विद्यार्थीलाई त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडको जाली बनाउन सिकाउदै चार्टपेपरबाट त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिडको ठोस नमुना बनाउन लगाउनुहोस् ।
- (घ) विद्यार्थीको कामको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा थप सहायता दिनुहोस् ।

तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- घन र षड्मुखाका जालीहरू निर्माण गर्न

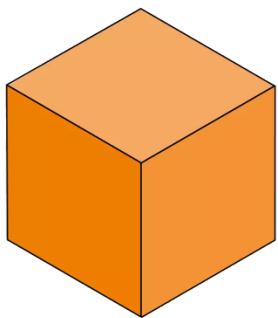
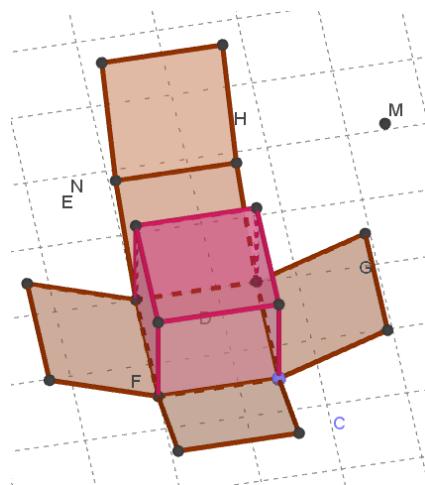
शैक्षणिक सामग्री

घन र षड्मुखाका नमुनाहरू, घन र षड्मुखाका जालीहरूको भिडियोहरू, घन र षड्मुखाका जालीहरू, फेविकल, सिसाकलम, रुलर, चार्टपेपर

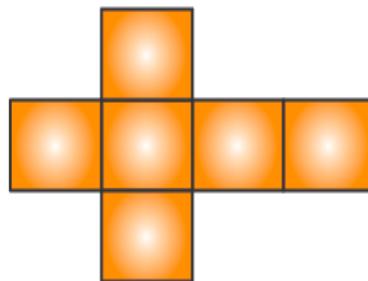
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

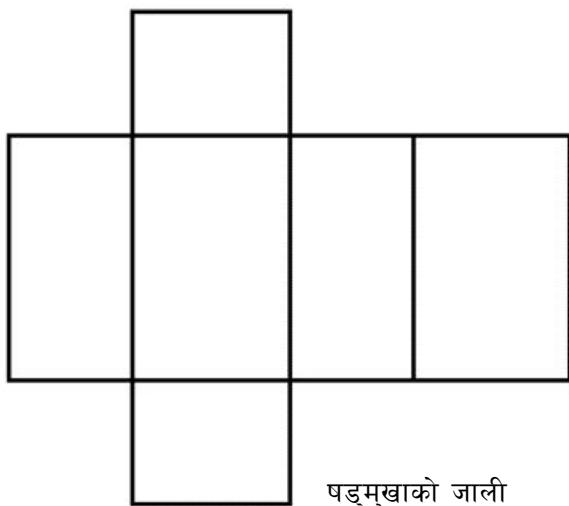
- (क) जियोजेब्रावाट बनाइएको घन र षड्मुखाका जालीको सानो भिडियो देखाउनुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई दुई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । एउटा समूहभित्र दुईओटा उपसमूह (घन र षड्मुखा उपसमूह) बनाउनुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहमा घन र षड्मुखाका नमुनाहरू, चार्टपेपर, रुलर, फेविकल, सिसाकलम पर्याप्त मात्रामा दिनुहोस् ।
- (घ) घन र षड्मुखालाई खोलेर हेरियो भने कस्तो देखिन्छ होला ? प्रश्न गर्दै खोलेपछि बन्ने चित्र बनाउन लगाउनुहोस् ।
- (ङ) विद्यार्थीले बनाएको घन र षड्मुखाको चित्र मिले नमेलेको अवलोकन गर्नुहोस् ।
- (च) प्रत्येक समूहमा चार्टपेपरमा चित्रमा देखाइए जस्तै जाली बनाई घन र षड्मुखा बनाउन लगाउनुहोस् ।
- (छ) जालीलाई पट्याएर घन र षड्मुखा बनाएर देखाउन लगाउनुहोस् ।
- (ज) विद्यार्थीको कामको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा थप सहायता दिनुहोस् ।



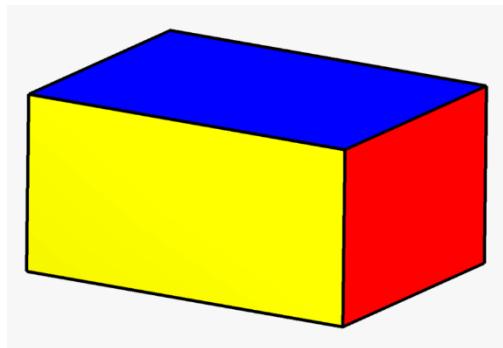
घन



घनको जाली



घडमुखाको जाली



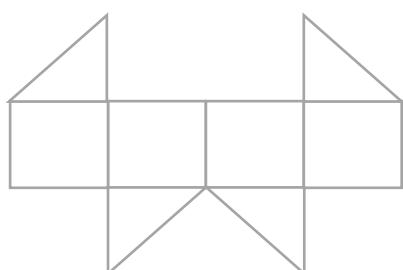
घडमुखा

क्रियाकलाप २

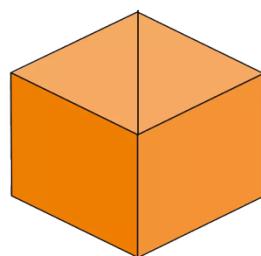
- (क) घन र घडमुखाको जालीमा के फरक छ, छलफल गर्नुहोस्।
- (ख) घन र घडमुखाको जालीमा भएको फरक तथा समानतालाई समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस्।
- (ग) घन र घडमुखाको जालीमा भएको फरक तथा समानतालाई समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस्।

क्रियाकलाप ३

- (क) के घन र घडमुखाको जाली माथि उल्लेख गरिएभन्दा फरक पनि हुन्छ ? छलफल गर्नुहोस्।
- (ख) घन र घडमुखाको माथि उल्लेख गरिएको जालीभन्दा फरक जाली खोजी गर्न लगाउनुहोस्। उक्त जालीबाट घन र घडमुखाको नमुना बनाउन लगाउनुहोस्।



घनको जाली



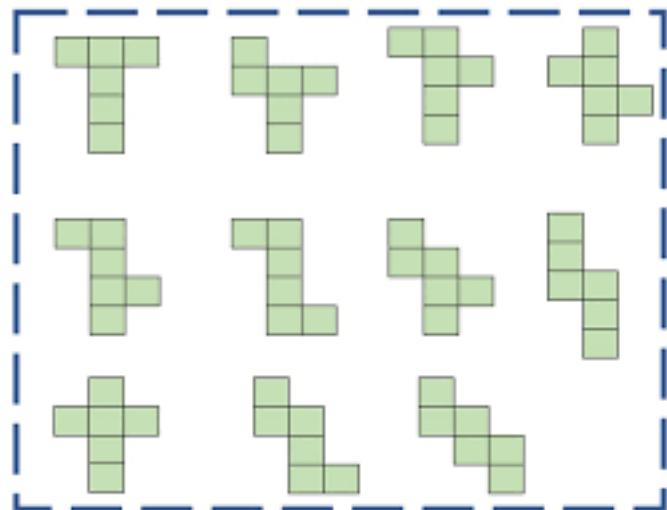
घन

- (ग) विद्यार्थीलाई नयाँ नयाँ जालीहरू खोज्नका लागि सहायता प्रदान गर्नुहोस्।

मूल्यांकन

निम्नानुसारको प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस्।

- (क) घन र घडमुखाको फरक फरक जाली बनाई प्रस्तुत गर्नुहोस्।



चौथो र पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाका जालीहरू निर्माण गर्न
- परियोजना तथा प्रयोगात्मक कार्य गर्न (ठोस वस्तुका नमुनाहरूको प्रदर्शनी)

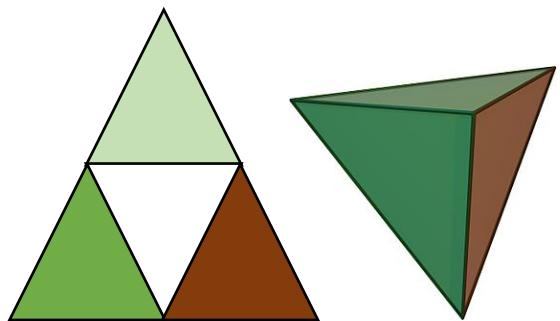
शैक्षणिक सामग्री

घन, षड्मुखाकार ठोस वस्तु, त्रिभुजाकार प्रिज्म तथा विभिन्न पिरामिडहरू, टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाका ठोस तथा जालीका नमुनाहरू, फेविकल, सिसाकलम, रुलर, चार्टपेपर ।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- (क) टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाका ठोस वस्तुहरू प्रदर्शन गरी टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाका जाली कसरी बनाउने होला ?
छलफल गराउनुहोस् ।
- (ख) विद्यार्थीलाई दुई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । एउटा समूहभित्र तीनओटा उपसमूह (टेट्राहेड्रन, सोली र बेलना उपसमूह) बनाउनुहोस् ।
- (ग) प्रत्येक समूहमा टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाका नमुनाहरू, चार्टपेपर, रुलर, फेविकल, सिसाकलम पर्याप्त मात्रामा दिनुहोस् ।



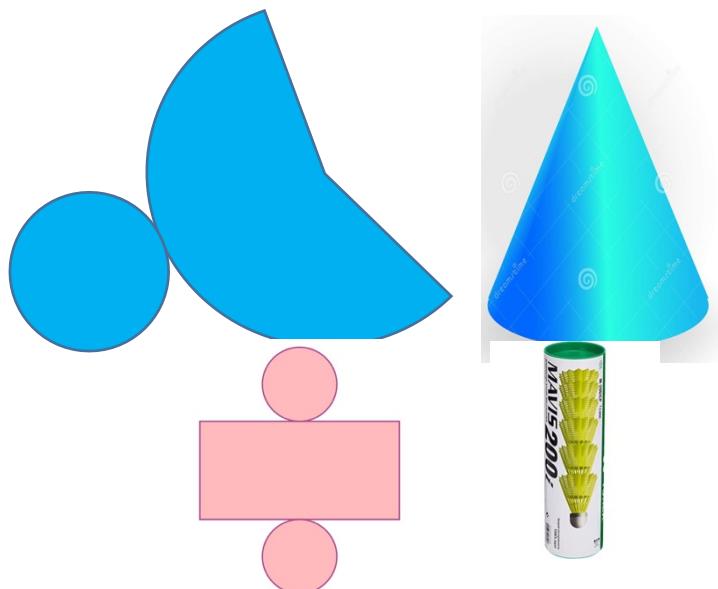
- (घ) टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनालाई खोलेर होरियो भने कस्तो देखिन्छ होला ? प्रश्न गर्दै खोलेपछि, बन्ने चित्र बनाउन लगाउनुहोस् ।

- (ङ) विद्यार्थीले बनाएको टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाको चित्र मिले नमेलेको अवलोकन गर्नुहोस् ।

- (च) प्रत्येक समूहमा चार्टपेपरमा चित्रमा देखाइए जस्तै जाली बनाई टेट्राहेड्रन, सोली र बेलना बनाउन लगाउनुहोस् ।

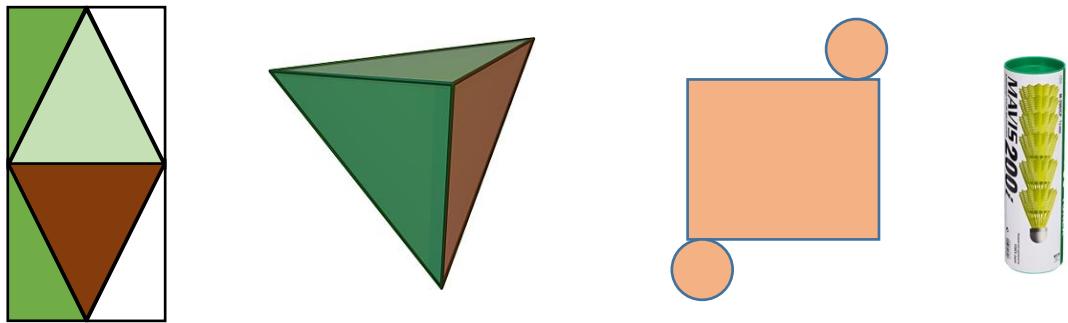
- (छ) जालीलाई पट्ट्याएर टेट्राहेड्रन, सोली र बेलना बनाएर देखाउन लगाउनुहोस् ।

- (ज) विद्यार्थीको कामको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा थप सहायता दिनुहोस् ।



क्रियाकलाप २

- (क) के टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाको जाली माथि उल्लेख गरिएभन्दा फरक पनि हुन्छ, छलफल गर्नुहोस् ।
- (ख) टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाको माथि उल्लेख गरिएको जालीभन्दा फरक जाली खोजी गर्न लगाउनुहोस् । उक्त जालीबाट टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाको नमुना बनाउन लगाउनुहोस् ।



(ग) विद्यार्थीलाई नयाँ नयाँ जालीहरू खोजनका लागि सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारो प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् :

(क) टेट्राहेड्रन, सोली र बेलनाका फरक फरक जालीहरू बनाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

(क) जुस पाइप वा सिन्का वा गहुँको छवालीबाट त्रिभुजाकार प्रिज्म र पिरामिड बनाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(ख) घन र षड्मुखाको जाली बनाई घन र षड्मुखा बनाउनुहोस् । यिनीहरूको जालीमा के फरक र समानता पाउनुभयो चार्टपेपरमा लेखी घन र षड्मुखालाई कक्षाकोठामा प्रदर्शन गर्नुहोस् ।

(ग) बेलन सोली र टेट्राहेड्रनको ठेस नमुना बनाई कक्षाकोठामा प्रदर्शन गर्नुहोस् ।

वा कक्षाकोठामा तयार गरिएका सबै प्रकारका ठोस वस्तुहरूको प्रदर्शनी गर्न लगाउनुहोस् । अन्य कक्षाका विद्यार्थीलाई अवलोकनका लागि निमन्त्रणा गर्नुहोस् । विद्यार्थीका कार्यको सिकाइ सुधारका लागि आन्तरिक मूल्यांकन मार्गदर्शनअनुसार मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

पाठ 17

निर्देशाङ्कहरू (Coordinates)

१. परिचय

X अक्ष र Y अक्षका आधारमा कुनै वस्तुको अवस्थिति पत्ता लगाउने विधिलाई निर्देशाङ्क विधि भनिन्छ। उद्गम बिन्दु (O) बाट दिइएको वस्तु वा बिन्दु कुन दिशातर्फ अवस्थित रहेको छ भनी पत्ता लगाउन निर्देशाङ्कको प्रयोग गरिन्छ। यस पाठमा विद्यार्थीहरू पाइथागोरस साध्यको प्रयोग गरी दुई बिन्दुविचका दुरी पत्ता लगाउन सक्षम हुने छन्।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) दुई बिन्दु विचको दुरी पत्ता लगाउन।

यस पाठको लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
१	पाइथागोरस साध्यको प्रयोग गरी समकोण त्रिभुजको परिक्षण	१	
२	अक्षहरूको परिचय	१	
३	दुई बिन्दुहरू विचको दुरी पत्ता लगाउने सूत्र स्थापित	१	
४	दुई बिन्दुविचको दुरी पत्ता लगाउनेसम्बन्धी शाब्दिक समस्या समाधान	२	
	जम्मा	५	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान

अक्ष, चतुर्थांश, बिन्दुको निर्देशाङ्क, पाइथागोरस साध्य

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- X अक्ष र y अक्षका बिन्दुहरूलाई क्रम मिलाउन नसक्नु

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- अक्षहरूको परिचय दिन।
- बिन्दुहरूको निर्देशाङ्क पत्ता लगाउन
- बिन्दुहरूलाई लेखा चित्रमा अड्कन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

ग्राफ पेपर, ग्राफ बोर्ड, रडगीन साइनपेन, स्केल, पेन्सिल, डाइस आदि।

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई सदृश्याका आधारमा समूहमा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहलाई पालैपालो निम्नअनुसारको खेल खेलाउनुहोस् ।
- (ख) कक्षाकोठाभित्र जमिनमा X अक्ष र Y अक्ष बनाउनुहोस् ।
- (ग) भित्र (In) बाहिर (Out) खेल जस्तै अक्ष खेल खेलाउनुहोस् ।
- अक्ष खेल खेलाउन केही नियम उल्लेख गर्नुहोस् ।
- (अ) एउटा समूहलाई पहिलो पहिलो चतुर्थांशमा उभिन लगाउनुहोस् ।
- (आ) पहिलो चतुर्थांशबाट दोस्रो वा चौथो चतुर्थांशमा मात्र जान सकिने छ ।
- (इ) दोस्रो चतुर्थांशबाट पहिलो र तेस्रो चतुर्थांशमा मात्र जान सकिने छ ।
- (ई) तेस्रो चतुर्थांशबाट दोस्रो र चौथो चतुर्थांशमा मात्र जान सकिने छ ।
- (उ) चौथो चतुर्थांशबाट पहिलो र तेस्रो चतुर्थांशमा मात्र जान सकिनेछ ।
- (ऊ) पहिलो चतुर्थांशमा भएका विद्यार्थीलाई पहिलोबाट दोस्रो भनेमा दोस्रो चतुर्थांशमा र चौथो भने चौथो चतुर्थांशमा जानुपर्ने छ, अन्यथा उक्त विद्यार्थी खेलबाट बाहिरिन्छ (Out हुन्छ) ।
- (ऋ) त्यसै गरी दोस्रो चतुर्थांशमा उभिएका विद्यार्थीलाई पहिलो भनेमा पहिलो चतुर्थांशमा जानुपर्ने र तेस्रो भनेमा तेस्रो चतुर्थांशमा जानुपर्ने छ । अन्यथा उक्त विद्यार्थी खेलबाट बाहिरिन्छ ।
- (ए) यसरी नियम सिकाइ सकेपछिभित्र बाहिर खेल जस्तै गरी खेलाउनुहोस् र अन्तसम्ममा जो विद्यार्थी बाँकी रहन्छ, उही यो समूहको विजेता हुने छ । यसै गरी सबै समूहलाई यो खेल खेलाउनुहोस् ।
- (ऐ) खेलसँगै विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

-

- (क) पाठ्यपुस्तकको पेज न 268 को पुनरवलोकनको जस्तै खेल खेलाउनुहोस् ।

- (ख) उक्त खेल खेलाइसकेपछि पाठ्यपुस्तकको पेज न. 269 को जस्तै

प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस्, जस्तै:

- (अ) दिइएको चित्रमा XOX' लाई के भनिन्छ ?

- (आ) YOY' लाई के भनिन्छ ?

- (इ) XOX' र YOY' कुन विन्दुमा काटिएको छ र उक्त विन्दुलाई के भनिन्छ ?

- (ई) विन्दु O बाट विन्दु B मा पुग्न कति एकाइ दायाँ र कति एकाइ माथि जानुपर्छ ?

- (ज) विन्दुहरू A, B, C र D कुन कुन चतुर्थांशमा पर्दछन् ?

- (झ) विन्दुहरू O, A, B, C र D का निर्देशाङ्कहरू के के हुन् ?

- (ऋ) विन्दुहरू $(5, 5), (-5, 4), (-4, -4), (4, -5)$ लाई ग्राफ पेपरमा भर्नुहोस् ।

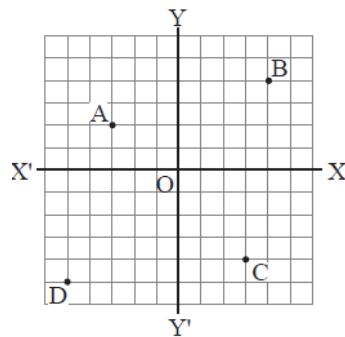
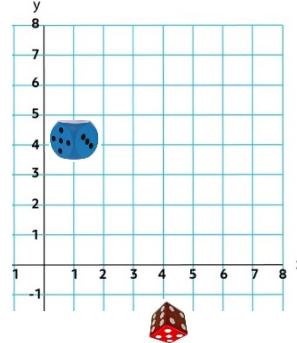
- (ए) माथिको प्रत्येक क्रमजोडामा पहिलो अङ्कलाई के भनिन्छ ? दोस्रो अङ्कलाई नि ?

- (ऐ) विन्दुहरू A, B, C र D का निर्देशाङ्कका आधारमा पहिलो, दोस्रो, तेस्रो र चौथो चतुर्थांशमा निर्देशाङ्कहरूको चिह्न (धनात्मक वा ऋणात्मक) कस्तो हुने रहेछ ?

मूल्याङ्कन

तलका प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् :

- (क) X निर्देशाङ्क र Y निर्देशाङ्क भनेको के हो, लेख्नुहोस् ।



(ख) दिइएका विन्दुहरूलाई ग्राफ पेपरमा भर्नुहोस् :

- (अ) A(2, 3) (आ) B(4, -2)

गृहकार्य

(क) तल दिइएका विन्दुहरूलाई ग्राफपेपरमा भर्नुहोस् :

- (अ) A(4, 5) (आ) B(-5, 6) (इ) C(-3, -4) (ई) (4, -5)

(ख) प्रश्न न. (क) मा दिइएका विन्दुहरू कुन कुन चतुर्थांशमा पर्द्धन लेख्नुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- पाइथागोरस साध्यको प्रयोगबाट समकोणी त्रिभुजको पहिचान गर्न
- पाइथागोरस साध्यको प्रयोगबाट समकोणी त्रिभुजको थाहा नभएको भुजाको नाप पत्ता लगाउन,

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

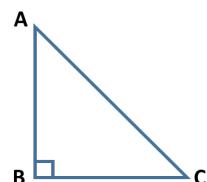
क्रियाकलाप 1

(क) कक्षामा उपस्थित केही विद्यार्थीलाई समकोणी त्रिभुजको परिभाषा र उदाहरण सोधी कुनै एउटा समकोणी त्रिभुजको आधार, लम्ब र कर्ण छुट्ट्याउन लगाई उनीहरूमा भएको पूर्वज्ञानको परीक्षण गर्नुहोस् ।

(ख) उपस्थित सम्पूर्ण विद्यार्थीलाई एक एकओटा समकोण त्रिभुज खिच्न लगाई उक्त त्रिभुजको आधार, लम्ब र कर्णको नाम लेख्न लगाउनुहोस् ।

जस्तैः त्रिभुज ABC मा कर्ण = AC, लम्ब = AB र आधार = BC

(ग) समकोणी त्रिभुजको लम्ब, आधार र कर्णको अवधारणा स्पष्ट भएपछि पाइथागोरस साध्यको कथन लेखिएको चार्टपेपर प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



पाइथागोरस साध्य

कुनै पनि समकोण त्रिभुजमा लम्बको वर्ग र आधारको वर्गको योगफल कर्णको वर्गसँग बराबर हुन्छ ।

अर्थात्

दिइएको समकोणी त्रिभुज ABC मा यदि $AB = p$, $BC = b$ र $AC = h$ भए

$$(\text{कर्ण})^2 = (\text{लम्ब})^2 + (\text{आधार})^2$$

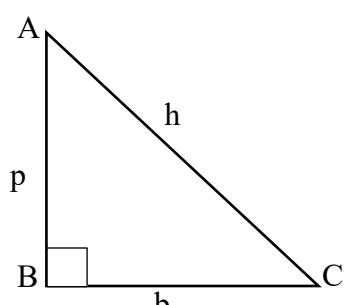
$$h^2 = p^2 + b^2$$

जहाँ p , b र h लाई पाइथागोरियन ट्रिपल्स

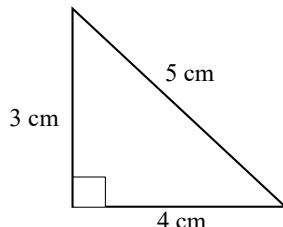
जस्तैः 3, 4 र 5 पाइथागोरियन ट्रिपल्स हुन्

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\text{Or}, 25 = 9 + 16$$



भनिन्छ ।

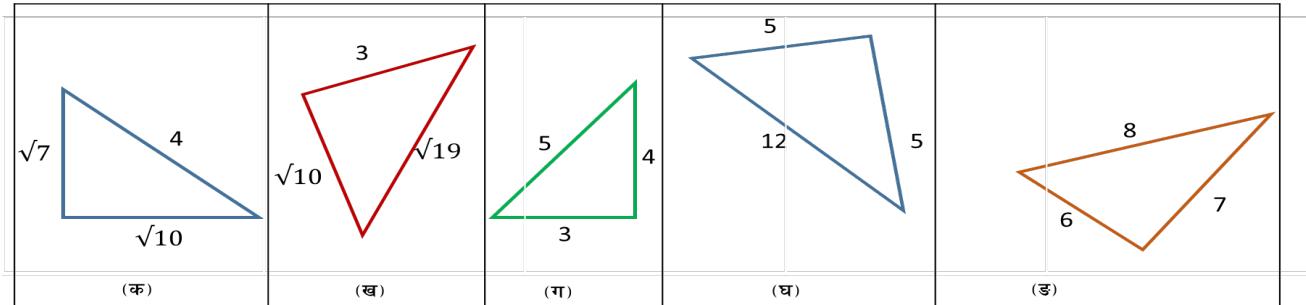


(घ) विद्यार्थीलाई पाइथागोरियन ट्रिपल्सका अन्य उदाहरणहरू लेख्न लगाउनुहोस् र पाइथागोरस साध्य प्रयोग गरी मिले नमिलेको परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) दिइएका त्रिभुजहरूमा प्रत्येक भुजाहरूको लम्बाई कर्ति कर्ति दिइएको छ ? र उक्त त्रिभुजका भुजाका लम्बाईका आधारमा समकोण त्रिभुज हो की होइन कसरी पहिचान गर्ने होला ? समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

ड) प्रत्येक समूहलाई दिइएको त्रिभुजका भुजाहरूका नाप अनुसार समकोण हो कि होइन पहिचान गर्न पाइथागोरस



साध्यको कथनअनुसार परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।

(च) माथिको चित्रमा कर्ण, आधार र लम्बलाई कसरी पहिचान गर्ने छलफल गराउनुहोस् ।

(छ) समूहमा छलफल गराइसकेपछि दिइएको त्रिभुजको सबै भन्दा लामो भुजालाई कर्ण मान्ने र बाँकी दुई भुजाहरूलाई लम्ब र आधार मान्ने भनी निचोड दिनुहोस् ।

(ज) त्रिभुजका भुजाहरूलाई आधार, लम्ब र कर्णअनुसार मिलाउँदा पाइथागोरस साध्यको कथनअनुसार भयो या भएन परीक्षण गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै:

चित्र न. (क) मा सबैभन्दा लामो भुजा कर्ण (h) = 4, आधार (b) = $\sqrt{10}$ र लम्ब (p) = $\sqrt{7}$

पाइथागोरस साध्यअनुसार, $h^2 = p^2 + b^2$

$$\text{or, } 4^2 = (\sqrt{7})^2 + (\sqrt{10})^2$$

$$\text{or, } 16 = 7 + 10$$

$$\text{or, } 16 = 17 \text{ गलत भयो ।}$$

त्यसैले चित्र न. (क) को त्रिभुज समकोण त्रिभुज होइन ।

चित्र न. (ख)

कर्ण (h) = $\sqrt{19}$, आधार (b) = $\sqrt{10}$, लम्ब (p) = 3

पाइथागोरस साध्यअनुसार, $h^2 = p^2 + b^2$

$$\text{or, } (\sqrt{19})^2 = (3)^2 + (\sqrt{10})^2$$

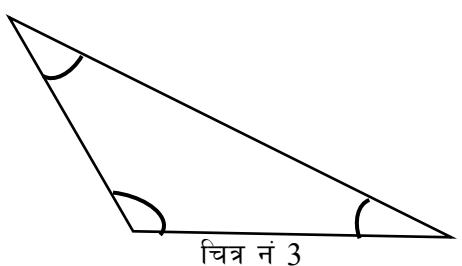
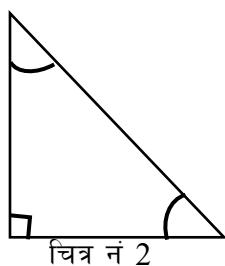
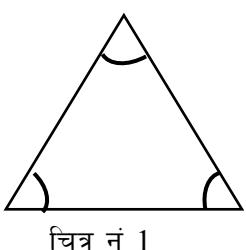
$$\text{or, } 19 = 9 + 10$$

$$\text{or, } 19 = 19 \text{ सही भयो ।}$$

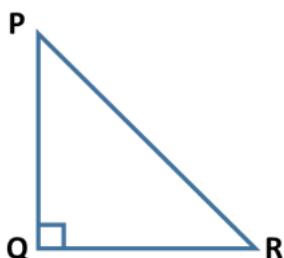
त्यसैले चित्र न. (ख) को त्रिभुज समकोण त्रिभुज हो । यसै गरी सबै त्रिभुजहरू समकोण त्रिभुज हो वा होइन यकिन गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्यांकन

(क) दिएका त्रिभुजहरूमध्ये कुन त्रिभुज समकोणी त्रिभुज हो ?



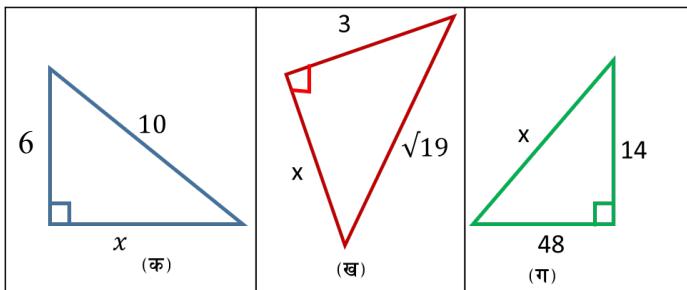
(ख) दिएको समकोण त्रिभुज PQR मा भुजाहरू PQ, QR र PR लाई के भनिन्छ ?



(ग) समकोणी त्रिभुजमा सबैभन्दा लामो भुजालाई के भनिन्छ ?

क्रियाकलाप 3

(क) बोर्डमा केही समकोण त्रिभुजहरू खिच्नुहोस् र जसमा त्रिभुजका तीन भुजामध्ये कुनै दुईओटा भुजाको मात्र नाप दिनुहोस् र बाँकी भुजाको नाप कसरी पत्ता लगाइन्छ, छलफल गराउनुहोस्, जस्तै :



चित्र न. (क)

$$\text{यहाँ, कर्ण}(h) = 10, \text{आधार}(b) = x \text{ र लम्ब}(p) = 6$$

पाइथागोरस साध्यअनुसार,

$$\begin{aligned}
 h^2 &= p^2 + b^2 \\
 \Rightarrow 10^2 &= 6^2 + x^2 \\
 \Rightarrow 100 &= 36 + x^2 \\
 \Rightarrow 100 - 36 &= x^2 \\
 \Rightarrow 64 &= x^2 \\
 \Rightarrow 8^2 &= x^2
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 8 = x$$

अतः आधार (b) = 8

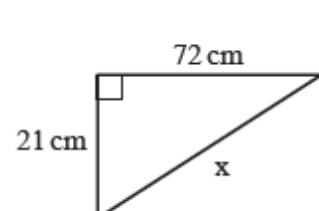
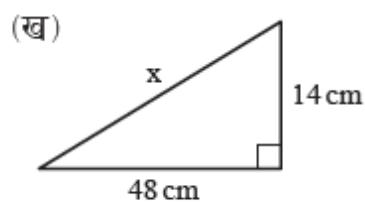
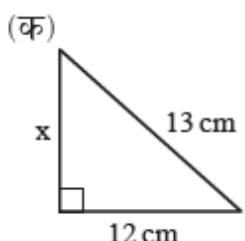
यसै गरी दिइएका सबै त्रिभुजहरूको थाहा नभएको भुजाको नाप पत्ता लगाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।

आवश्यकताअनुसार पृष्ठपोषण पनि प्रदान गर्नुहोस् ।

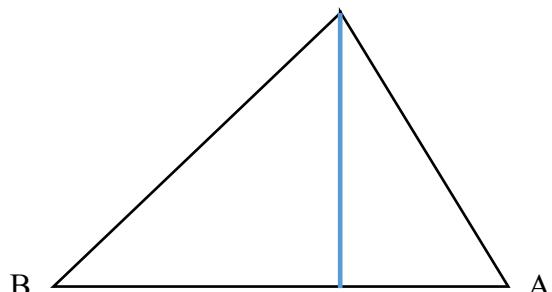
अभ्यासका लागि थप समस्या समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

मूल्याङ्कन

(क) दिइएका समकोण त्रिभुजहरूमा x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :

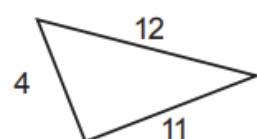
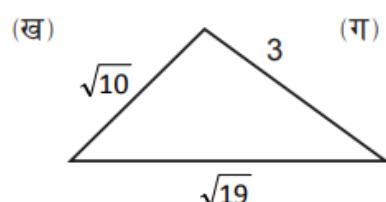
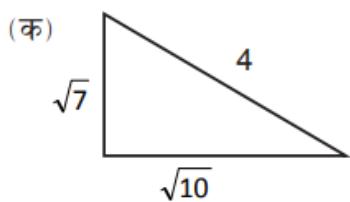


(ख) एउटा विजुलीको खम्बाबाट तार भरेर एक छेउले जमिनमा खम्बाको फेददेखि 7 मिटर टाढा विन्दु A मा छोयो । यदि खम्बाको टुप्पोदेखि जमिनसम्मको तारको लम्बाइ 25 मिटर भए खम्बाको उचाइ कति होला ? साथै अर्को छेउले खम्बादेखि 18 मिटर जमिनको विन्दु B मा छायो भने तारको जम्मा लम्बाइ कति होला ?

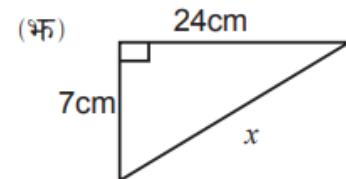
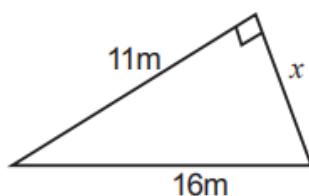
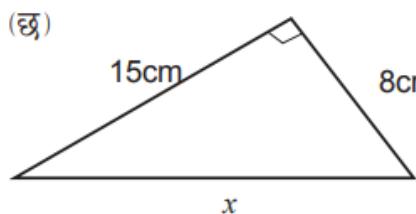
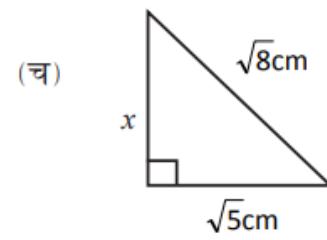
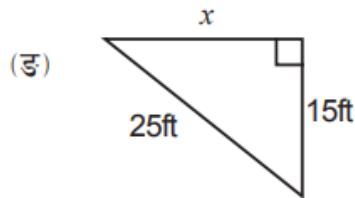
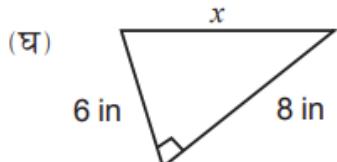
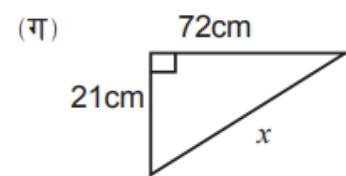
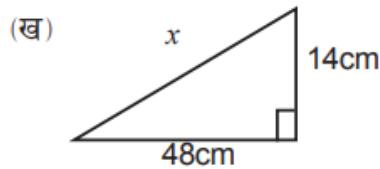
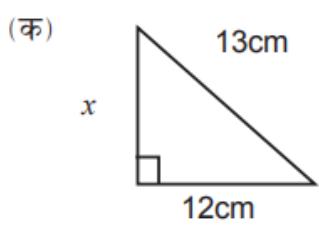


गृहकार्य

(क) पाइथागोरस साध्य प्रयोग गरेर तलका त्रिभुजहरू समकोणी हुन् वा होइनन् जाँचेर हेर्नुहोस् :



(ख) तलका समकोणी त्रिभुजहरूमा x को मान पत्ता लगाउनुहोस् :



दिन : तेस्रो

सिकाइ उपलब्धि

- दुई विन्दुहरूको निर्देशांक दिइएको अवस्थामा दुई विन्दुविचको दुरी पत्ता लगाउने सूत्र स्थापित गर्न
- सूत्र प्रयोग गरी दुई विन्दुविचको दुरी पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

ग्राफपेपर, ग्राफबोर्ड, पेन्सिल, रुलर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) $A(x_1, y_1)$ र $B(x_2, y_2)$ अडिक्ट ग्राफपेपर बोर्डमा टास्नुहोस् ।) उक्त दिइएको ग्राफमा प्रस्तुत चित्रमा निम्नअनुसार प्रश्नहरू गरी छलफल गराउनुहोस् ।

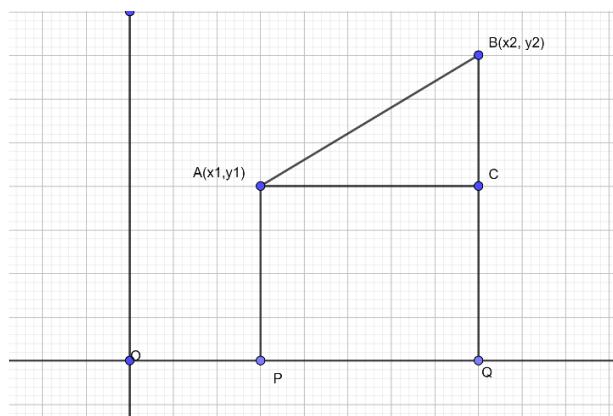
- (अ) विन्दुहरू A र B कुन चतुर्थांशमा पर्द्धन ?
 (आ) विन्दुहरू A र B को निर्देशांक कति कति छ ?

- (इ) विन्दुहरू A र B बाट X अक्षमा कुन कुन विन्दुमा लम्ब खिचिएको छ ?
 (ई) OP र AP को दुरी कति कति रहेछ ?

- (उ) OQ र QB को दुरी कति कति रहेछ ?
 (ऊ) विन्दु A बाट BQ मा कुन विन्दुमा लम्ब खिचिएको छ ?
 (ऋ) AC र PQ तथा AP र QC बिच कस्तो सम्बन्ध छ ?

- (ए) पाइथागोरस साध्य भनेको के हो ? पाइथागोरस साध्यमा p , b र h ले कुन कुन रेखालाई जनाउँछ ?

- (ऐ) दिइएको चित्रमा ΔABC कस्तो त्रिभुज हो ?



(घ) माथिका प्रश्नहरूमा समूहमा छलफल गराइसकेपछि दुई विन्दुहरू $A(x_1, y_1)$ र $B(x_2, y_2)$ विचको दुरी पता लगाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।

$A(x_1, y_1)$ र $B(x_2, y_2)$ ग्राफ पेपरमा लिएँ । जसमा $X'OX$ ले X -axis र $Y'CY$ ले Y -axis को प्रतिनिधित्व गर्दछ ।

$AP \perp OX$, $BQ \perp OX$ र $AC \perp BQ$ खिचौँ ।

$$\therefore OP = x_1, AP = y_1,$$

$$OQ = x_2, BQ = y_2,$$

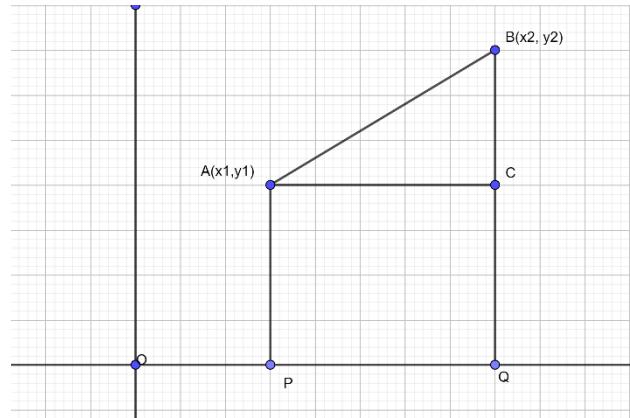
$$CQ = AP = y_1,$$

$$AC = PQ = OQ - OP = x_2 - x_1$$

$$BC = BQ - CQ = y_2 - y_1 \text{ हुन्छ ।}$$

अब समकोण त्रिभुज ACB मा,

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$



$$\text{अतः दुई विन्दु } A \text{ र } B \text{ विचको दुरी } . AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

मूल्यांकन

(क) दुई विन्दुविचको दुरी पता लगाउने सूत्र लेख्नुहोस् ।

(ख) दुई विन्दुविचको दुरी पता लगाउने सूत्रमा (x_1, y_1) र (x_2, y_2) ले केलाई जनाउँछ, लेख्नुहोस् ।

(ग) दिइएको दुई विन्दुविचको दुरी पता लगाउनुहोस् :

$$(अ) A(a_1, b_1) \text{ र } B(a_2, b_2) \quad (आ) P(c_1, d_1) \text{ र } Q(c_2, d_2)$$

क्रियाकलाप 2

विद्यार्थीलाई निम्नलिखित प्रश्न समाधान गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

दुई विन्दुहरू $A(4, 3)$ र $B(8, 7)$ विचको दुरी पता लगाउनुहोस् ।

यहाँ पहिलो विन्दु $(4, 3)$ मा x निर्देशांक 4 र y निर्देशांक 3 छ । त्यसैले यसलाई

$x_1 = 4, y_1 = 3$ लेख्न सकिन्छ । त्यसैगरी दोस्रो विन्दु $(8, 7)$ मा

$x_2 = 8, y_2 = 7$ लेख्न सकिन्छ ।

समाधान

$$A(x_1, y_1) = (4, 3)$$

$$B(x_2, y_2) = (8, 7)$$

हामीलाई थाहा छ,

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(8 - 4)^2 + (7 - 3)^2}$$

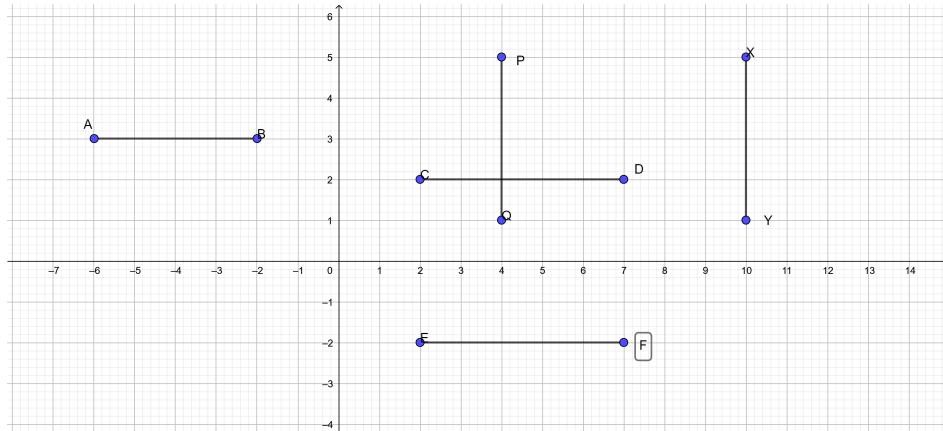
$$= \sqrt{4^2 + 4^2}$$

$$= \sqrt{16 + 16}$$

$$= \sqrt{32} \text{ एकाइ}$$

मूल्यांकन

दिइएका दुई विन्दुहरूबिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् :



गृहकार्य

(क) दिइएका विन्दुहरूबिचको दुरी पत्ता लगाउनुहोस् :

- | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|
| (क) (4,-7) र (-1,5) | (ख) (-3,4) र (4,3) | (ग) (1,-2) र (5,-6) |
| (घ) (1,7) र (1,1) | (ङ) (2,7) र (4,9) | (च) (-8,7) र (-3,4) |

चौथो र पाँचौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दुई विन्दुबिचको दुरीसम्बन्धी शाब्दिक समस्या समाधान गर्न

शैक्षणिक सामग्री

साइनपेन, ग्राफपेपर, रुलर, पेन्सिल

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) तलको जस्तै प्रश्न सोधी मस्तिष्क मन्थन गराउनुहोस् :

(अ) दुई विन्दुबिचको दुरी पत्ता लगाउने सूत्र के हो ?

(आ) पाइथागोरस साध्यको कथन लेख्नुहोस् ।

(ग) पाठ्यपुस्तकको पेज नं 273 मा दिइएका शाब्दिक समस्याहरूलाई प्रत्येक समूहलाई पालैपालो अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(घ) दिइएका प्रश्नहरूमा भएका त्रिभुज तथा चतुर्भुजको भुजाहरूको सम्बन्धका बारेमा समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

(ङ) शीर्षविन्दुको निर्देशांक दिइएको अवस्थामा आयत, वर्ग, समवाहु चतुर्भुज, समवाहु त्रिभुज, समद्विवाहु त्रिभुज, विषमवाहु त्रिभुज तथा समकोण त्रिभुज कसरी पत्ता लगाइन्छ, समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

(च) छलफलका आधारमा दिइएका प्रश्नहरू समाधान गर्न सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

- (क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा समूहहरूमा विभाजन गर्नुहोस् ।
 (ख) विद्यार्थीको प्रत्येक समूहलाई ससाना फ्लास कार्डमा लेखिएका प्रश्नबाट एउटा एउटा प्रश्न थुल लगाउनुहोस् ।
 (ग) समूहमा परेको प्रश्नमा समूहमा छलफल गरी समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

प्रश्नहरू

- (अ) यदि विन्दु A ले X-अक्षमा -8 मा र विन्दु B ले Y-अक्षमा 6 मा काटेको छ भने AB को दुरी पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (आ) विन्दुहरू A(8, 6), B(2, -5) र C(-5, 1) विषमभुज त्रिभुजका शीर्षविन्दुहरू हुन् भनी प्रमाणित गर्नुहोस् ।

(अ) को समाधान

यहाँ,

$$A(x_1, y_1) = (-8, 0)$$

$$B(x_2, y_2) = (0, 6)$$

हामीलाई थाहा छ,

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

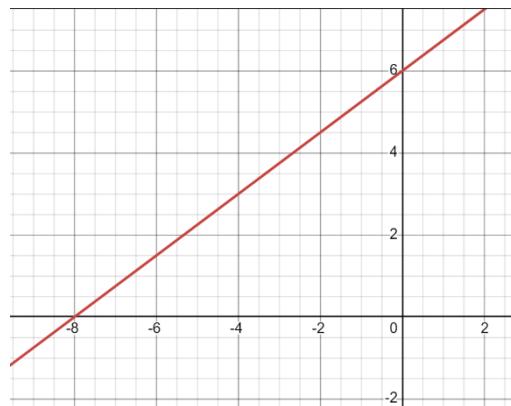
$$= \sqrt{(0 + 8)^2 + (6 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{64 + 36}$$

$$= \sqrt{100} \text{ एकाइ}$$

$$= 10 \text{ एकाइ}$$



(आ) को समाधान

यहाँ,

$$A(x_1, y_1) = (8, 6)$$

$$B(x_2, y_2) = (2, -5)$$

हामीलाई थाहा छ,

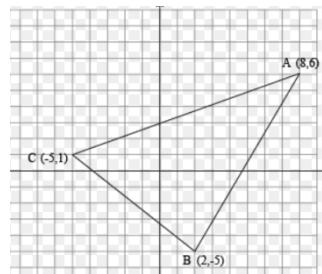
$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 8)^2 + (-5 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + (-11)^2}$$

$$= \sqrt{36 + 121}$$

$$= \sqrt{157} \text{ एकाइ}$$



यहाँ,

$$B(x_1, y_1) = (2, -5)$$

$$C(x_2, y_2) = (-5, 1)$$

हामीलाई थाहा छ,

$$BC = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-5 - 2)^2 + (1 + 5)^2}$$

$$= \sqrt{(-7)^2 + 6^2}$$

$$= \sqrt{49 + 36}$$

$$= \sqrt{85} \text{ एकाइ}$$

यहाँ,

$$A(x_1, y_1) = (8, 6)$$

$$C(x_2, y_2) = (-5, 1)$$

हामीलाई थाहा छ,

$$CA = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-5 + 8)^2 + (1 - 6)^2}$$

$$= \sqrt{3^2 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{9 + 25}$$

$$= \sqrt{34} \text{ एकाइ}$$

अब,

$$AB \neq BC \neq AC$$

\therefore विन्दुहरू A(8, 6), B(2, -5) र C(-5, 1) विषमभुज त्रिभुजका शीर्षविन्दुहरू हुन् ।

प्रमाणित भयो ।

(घ) यसरी नै पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ २७० को उदाहरण २ को सहायताले निम्नलिखित प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक परेका ठाउँमा सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

विन्दु P(9, 12), विन्दु Q(1, 6) केन्द्र भएको वृत्तको परिधिमा पर्दै भने उक्त वृत्तको अर्धव्यास कति होला ? के विन्दु (-7, 0) उक्त वृत्तको परिधिमा पर्दै ?

मूल्याङ्कन

यदि विन्दुहरू A(2, -1), B(3, 4), C(-2, 3) र D(-3, -2) समबाहु चतुर्भुज ABCD का शीर्षविन्दुहरू हुन् भने यसका विकर्णहरू AC र BD को दुरी पता लगाउन लगाई विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ २७३ को प्रश्न न. ७ - १३ गर्नुहोस् ।

पाठ १८

टेसेलेसन (Tesselation)

१. पाठको परिचय

एक वा एकभन्दा बढी ज्यामितीय आकृतिहरू नखप्टाईकन र खाली ठाँउ नराखीकन समतल सतह ढाक्ने वा छोप्ने प्रक्रियालाई टेसेलेसन भनिन्छ । दैनिक जिवनमा प्रयोग भएका वा हुने सामग्रीहरू जस्तै: नाड्लो, कार्पेट, डोको, इंटा वा हुड्गाको पर्खाल, बाथरुमका टायल, फुटबल आदिमा प्रयोग गरिएका आकृतिहरू सबै टेसेलेसनका उदाहारण हुन् । विभिन्न नियमित बहुभुजहरूले टेसेलेसन निर्माण गरिन्छ । यस्ता टेसेलेसनहरू कस्ता कस्ता ठाउँमा प्रयोग भएका छन् तथा प्रयोग गर्न सकिन्छ त्यसको खोजी गरिन्छ । विद्यार्थी रमाइलो मानेर जिज्ञासु हुँदै समबाहु त्रिभुज, वर्ग र नियमित षड्भुजको ढाचाँमा आधारित नियमित र अर्धनियमित टेसेलेसन निर्माण गर्ने गर्दछन् ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) नियमित र अर्धनियमित टेसेलेसन खोजी गर्ने र तयार पार्ने

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ :

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1.	नियमित टेसेलेसन	2	
2.	अर्धनियमित टेसेलेसन	1	
3.	परियोजना कार्य	2	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू :

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान : टेसेलेसनसम्बन्धी अवधारणा

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- नियमित बहुभुज भनेको थाहा नपाउनु
- टेसेलेसन गर्दा प्रत्येक बिन्दुमा 360° को कोण बन्नु पर्ने धारणा नहुनु आदि ।

दिन : पहिलो र दोस्रो

सिकाइ उपलब्धि

- नियमित टेसेलेसनको अवधारणा स्पष्ट हुन
- समबाहु त्रिभुज, वर्ग र नियमित षड्भुजको ढाचाँमा आधारित नियमित टेसेलेसनको निर्माण गर्न

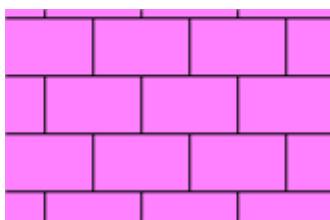
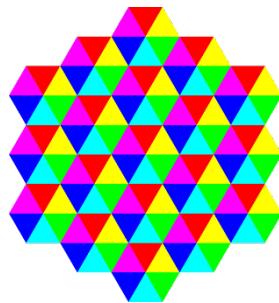
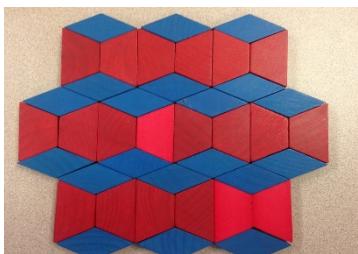
शैक्षणिक सामग्री

विभिन्न टेसेलेसनका चित्रहरू, रङ्गीन कागजका समबाहु त्रिभुज, वर्ग र नियमित षड्भुजका टुक्राहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

दिइएका चित्रहरू प्रस्तुत गर्दै निम्नलिखित प्रश्नमा छलफल गर्नुहोस् ।



(क) दिइएका चित्रहरू केका चित्रहरू हुन् ?

(ख) दिइएका चित्रहरू केमा प्रयोग गरिन्छ ?

(ग) कसरी बनाइएको होला ?

(घ) यी चित्रहरू कहाँ कहाँ देख्नुभएको छ ?

माथिका छलफलबाट निष्कर्षमा पुग्नुहोस् ।

निष्कर्षएक वा एकभन्दा बढी ज्यामितीय आकृतिहरू नखप्टाईकन र खाली ठाउँ नराखीकन समतल सतह ढाक्ने वा छोप्ने प्रक्रियालाई टेसेलेसन भनिन्छ ।

क्रियाकलाप २

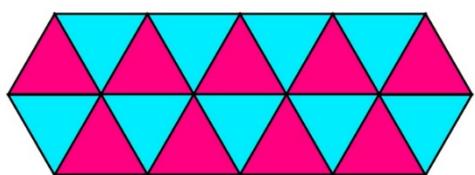
(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) रड्गीन कागजका समबाहु त्रिभुज, वर्ग र नियमित षड्भुजका टुक्राहरू समूहगत रूपमा विद्यार्थीलाई दिनुहोस् ।

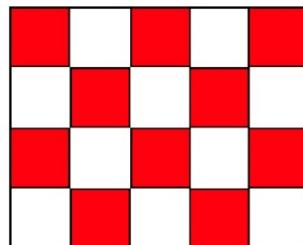
(ग) चार्टपेपरमा रड्गीन कागजका उस्तै आकारका टुक्राहरू खाली ठाउँ नरहने गरी र नखप्टिने गरी टास्न लगाउनुहोस् ।

(घ) समूहगत रूपमा विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

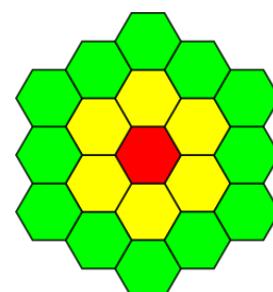
(ङ) आफूले पनि चित्रमा देखाए जस्तै गरी प्रस्तुत गर्नुहोस् ।



चित्र न. क
चित्र न. ख



चित्र न. ख



(च) अब विद्यार्थीसँग माथिका टेसेलेसनको बारेमा छलफल गर्नुहोस् ।

(अ) माथिका टेसेलेसनहरू कस्ता बहुभुजहरूले बनेका छन ?

(आ) टेसेलेसनको प्रत्येक विन्दुमा किति डिग्रीको कोण बनेको छ ?

(इ) अड्कहरूले कसरी नामकरण गर्न सकिएला ?

विद्यार्थीलाई टेसेलेसनको नामकरण गर्नका लागि बहुभुजहरू जोडिएको एउटा कुनै विन्दु लिएर ती विन्दुमा कुना जोडिएका सबै बहुभुजहरूको भुजाको सङ्ख्याका आधारमा क्रमशः सानोदेखि ठुलोसम्म लेख्न लगाई प्रत्येक बहुभुजको भुजाको सङ्ख्याको पछाडि (.) चिह्न राख्न सिकाउनुहोस् ।

निष्कर्षः चित्र न. क को टेसेलेसनलाई 3.3.3.3.3.3 भनिन्छ, चित्र न. ख को टेसेलेसनलाई 4.4.4.4 भनिन्छ र चित्र न. ग को टेसेलेसनलाई 6.6.6 भनिन्छ ।

क्रियाकलाप ३

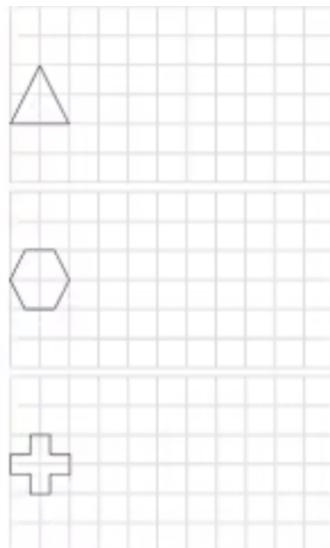
- (क) विद्यार्थीलाई नियमित पञ्चभुजका टुक्राहरू दिएर टेसेलेसन निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- ख) नियमित पञ्चभुजलाई प्रयोग गर्दा पञ्चभुजहरू जोडिने विन्दुमा 360° को कोण नबन्ने भएकाले नियमित पञ्चभुजबाट टेसिलेसन नहुने कुरा प्रष्ट पार्नुहोस् ।

नियमित टेसेलेसन

उस्तै नियमित बहुभुज (Regular Polygon) प्रयोग गरी बनेका टेसेलेसनलाई नियमित टेसेलेसन (Regular Tessellation) भनिन्छ, जस्तै: समवाहु त्रिभुज, वर्गको प्रयोग गरी बनेका टेसेलेसनहरू ।

मूल्यांकन

१. दिइएको ग्राफमा टेसेलेसन भर्नुहोस् ।



तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- समवाहु त्रिभुज, वर्ग र नियमित षड्भुजको ढाचाँमा आधारित अर्ध नियमित टेसेलेसन निर्माण गर्न शैक्षणिक सामग्री

रड्गीन कागजका समवाहु त्रिभुज, वर्ग र नियमित षड्भुजका टुक्राहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

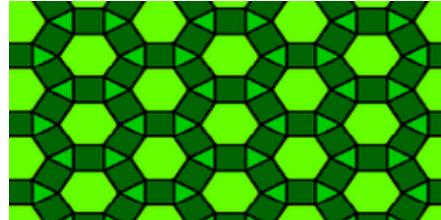
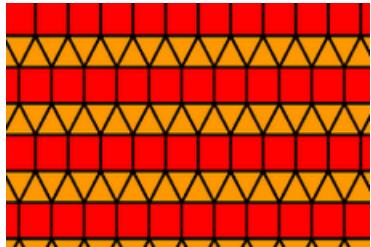
क्रियाकलाप १

- (क) विद्यार्थीलाई उपयुक्त समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

- (ख) समबाहु त्रिभुज, वर्ग, षड्भुजका टुक्राहरू दिई दुई वा दुईभन्दा बढी नियमित बहुभुजहरू प्रयोग गरी टेसेलेसन निर्माण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) समूहगत रूपमा विद्यार्थीलाई प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

(क) निम्नलिखित चित्रहरू प्रस्तुत गर्दै विद्यार्थीसँग छलफल गर्नुहोस् :



(अ) माथिका टेसेलेसनहरू कुन कुन बहुभुज मिलेर बनेका छन् ?

(आ) अगिल्लो कक्षाका टेसेलेसनहरू र यी टेसेलेसनहरूमा के फरक छ ?

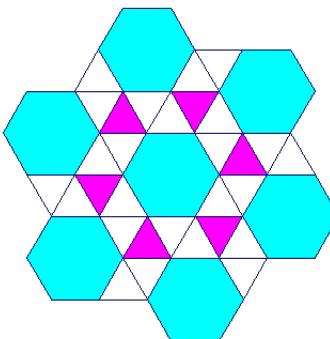
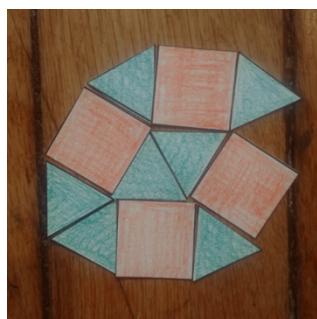
निष्कर्ष : दुई वा दुईभन्दा बढी नियमित बहुभुजहरू प्रयोग गरी बनेका टेसेलेसनलाई अर्धनियमित टेसेलेसन (Semi-regular Tessellation) भनिन्छ, जस्तै : समबाहु त्रिभुज र वर्ग, समबाहु त्रिभुज र नियमित षड्भुजको प्रयोग गरी बनेका टेसेलेसनहरू ।

क्रियाकलाप ३

दिइएका चित्रहरू प्रस्तुत गर्दै निम्नलिखित प्रश्नहरूमाथि छलफल गर्नुहोस् :

(क) यी दिइएका टेसेलेसनहरू कस्ता टेसेलेसन हुन् ?

(ख) यी टेसेलेसनलाई कसरी अड्कहरूको प्रयोग गरी नामकरण गर्न सकिन्छ ?



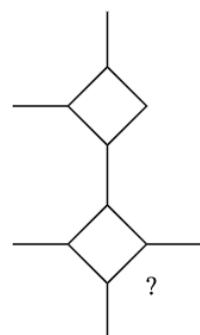
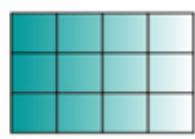
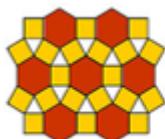
निष्कर्ष: यी टेसेलेसनहरू फरक फरक बहुभुजहरू मिलेर बनेका छन् । त्यसैले अर्ध नियमित टेसेलेसन हुन् । पहिलो चित्रको कुनै एक बिन्दु तीनओटा त्रिभुज र दुईओटा वर्ग मिलेका छन् । प्रत्येक कुनाको नामकरण ३.३.४.३.४ र दोस्रोको ३.३.३.६ हुन्छ ।

मूल्यांकन

(क) सँगैको चित्र एउटा अर्धनियमित टेसेलेसनको हो जसमा एउटा वर्ग र अर्को एक नियमित बहुभुज मिलाइएको हो । त्यो नियमित बहुभुजको नाम के हो ? उक्त नियमित बहुभुजको प्रयोग गरी टेसेलेसन बनाउनुहोस् ।

(ख) तल देखाइएको चित्रमा चारओटा टेसिलेसनको नमुना देखाइएको छ ।

(अ) नियमित र अर्धनियमित टेसिलेसनलाई परिभाषित गर्नुहोस् ।

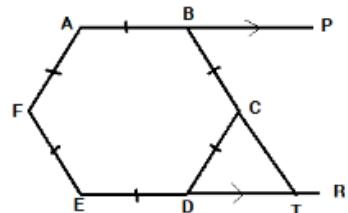
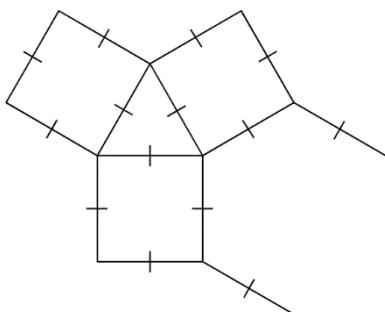


(आ) माथिका चारओटा टेसिलेसनमध्ये नियमित र अर्धनियमित टेसिलेसन छुट्ट्याउनुहोस् ।

(इ) नियमित बहुभुज र नियमित टेसिलेसनको सम्बन्ध उल्लेख गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

दिइएको चित्रमा तीनओटा नियमित बहुभुजहरू मिलाएर बनेको टेसेलेसनको हो । जसमा एक समबाहु त्रिभुज, दोस्रो वर्ग छ भने तेस्रो नियमित बहुभुजको नाम के हो ? उक्त बहुभुजको सहायताले टेसेलेसन बनाएर हेर्नुहोस् ।



परियोजना कार्य (Project Work on Mini-exhibition)

कक्षाका सबै विद्यार्थी ११ समूहमा बाडिनुहोस् । प्रत्येक समूहले जुस पाइप, सिन्का, निगालो वा बाक्लो पेपरको प्रयोग गरी निम्नलिखित मध्ये कृतै एक टेसेलेसन बनाउनुहोस् । टेसेलेसनको मिनिप्रदर्शनी आयोजना गर्नुहोस् । विद्यालयका सबै विद्यार्थीलाई बोलाएर आयोजना गर्नुहोस् ।

(क) ३.३.३.३.३.३

(ख) ४.४.४.४

(ग) ६.६.६

(घ) ३.३.३.३.६

(ड) ३.३.३.४.४

(च) ३.३.४.३.४

(छ) ३.४.६.४

(ज) ३.६.३.६

(झ) ३.१२.१२

(ञ) ४.६.१२

(ट) ४.८.८

चौथो र पाँचौं दिन

परियोजना कार्य (Project Work on Mini-exhibition)

कक्षाका सबै विद्यार्थी ११ समूहमा बाँडिनुहोस् । प्रत्येक समूहले जुस पाइप, सिन्का, निगालो वा बाक्लो पेपरको प्रयोग गरी निम्नलिखित मध्ये कुनै एक टेसेलेसन बनाउनुहोस् । टेसेलेसनको मिनिप्रदर्शनी आयोजना गर्नुहोस् । विद्यालयका सबै विद्यार्थीलाई बोलाएर आयोजना गर्नुहोस् ।

- | | | | |
|-----------------|---------------|-------------|---------------|
| (क) ३.३.३.३.३.३ | (ख) ४.४.४.४ | (ग) ६.६.६ | (घ) ३.३.३.३.६ |
| (ड) ३.३.३.४.४ | (च) ३.३.४.३.४ | (छ) ३.४.६.४ | (ज) ३.६.३.६ |
| (झ) ३.१२.१२ | (ञ) ४.६.१२ | (ट) ४.८.८ | |

सिकाइ उपलब्धि

(क) टेसेलेसनसम्बन्धी परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

टेसेलेसनका सामग्रीहरू

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- (क) पहिलो दिन विद्यार्थीले घरबाट बनाएर ल्याएका टेसेलेसनका नमुनाहरूको अवलोकन गरी आवश्यक सुभाव दिनुहोस् । साथै केही नयाँ नमुनाहरू समूहमा बनाउन सहयोग गर्नुहोस् ।
- (ख) दोस्रो दिन विद्यालयमा Mini-exhibition को आयोजना गर्नुहोस् र अन्य कक्षाका विद्यार्थी र विद्यालयका सबै शिक्षकलाई प्रदर्शनी अवलोकन गराउनुहोस् ।
- (ग) सबै अवलोकन कर्ताको जिज्ञासालाई मेटाउने कोसिस गर्नुहोस् ।
- (घ) परियोजना कार्यको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस् ।

शिक्षकका लागि थप जानकारी

विद्यार्थी सङ्ख्या र कक्षाकोठा र विद्यालयलाई अनुकूल हुने गरी परियोजना कार्यको प्रस्तुतीकरणको तरिका समायोजन गर्न सकिने छ ।

पाठ १९

स्थानान्तरण (Transformation)

१. पाठको परिचय

दैनिक जीवनमा प्रयोग हुने क्रियाकलापहरू जस्तैः ऐनामा आफ्नो अनुहार हेने, फोटो खिच्ने, बोतलको बिक्री खोल्ने, जातोले सामान पिस्ने, ढोका लगाउने वा उधार्ने, घचेटने वा ताने ले विद्यार्थीलाई आकर्षित गर्न सकिन्छ । गणितप्रतिको सकारात्मक धारणा बढेर जान्छ । गणितीय ज्ञानलाई दैनिक जीवनसँग जोड्न सरल हुन्छ । स्थान + अन्तर = स्थानान्तरण । कुनै निश्चित संरचनाका आधारमा वस्तुको स्थिति वा नापमा परिवर्तन हुनुलाई स्थानान्तरण भनिन्छ । परावर्तन, विस्थापन र परिक्रमणका धारणाले सिकारुमा जिज्ञासुपन बढेर जान्छ । यी धारणा अन्य गणितीय ज्ञान सिक्न पनि उपयोगी हुन्छ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) लेखाचित्रमा त्रिभुजको परावर्तन गर्न

(ख) निर्देशाङ्कका आधारमा विन्दु, रेखा र त्रिभुजलाई दायाँ र माथि विस्थापन गर्न

(ग) उदगम विन्दुका आधारमा विन्दु, रेखा र त्रिभुजलाई 90° को कोणमा परिक्रमण गर्न

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
1	परावर्तनको अवधारणा तथा निर्देशाङ्कलाई x — अक्ष र y — अक्षमा परावर्तन	1	
2	त्रिभुजलाई x — अक्ष र y — अक्षमा परावर्तन	1	
3	विस्थापन (विन्दु, रेखा र त्रिभुजलाई दायाँ, बायाँ, तल, माथि, विस्थापन)	2	
5	परिक्रमणको अवधारणा, त्रिभुजलाई $\pm 90^\circ$ को कोणमा परिक्रमण र परियोजना कार्य	2	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञानः स्थानान्तरणको परिचय र लेखाचित्रमा अड्कन गर्न

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गलतीहरू)

: लेखाचित्रमा अक्ष लेख्न, वस्तुको आकार तथा प्रकार परिवर्तन हुनुपर्छ ।

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परावर्तनको अवधारणा प्रस्तु पार्न
- निर्देशाङ्कलाई x — अक्ष र y — अक्षमा परावर्तन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

कागज, ऐना, ग्राफ बोर्ड आदि

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

- (क) कागज पट्ट्याएर, ऐनामा फोटो देखाएर वस्तुको स्थिति परिवर्तन हुने प्रक्रियाका बारेमा छलफल गर्न पाठ्यपुस्तकको क्रियाकलाप 1 र 2 गराउनुहोस् । यसका आधारमा परावर्तनका आधारभूत गुणहरू के के हुन्छन् ? छलफल गराउनुहोस् ।
- (ख) ग्राफ बोर्ड देखाएर ग्राफ कापीमा विन्दुहरूको निर्देशाङ्क अड्कन गर्न पुनरबलोकन गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

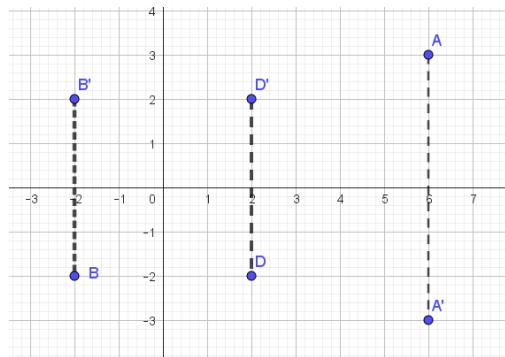
- (क) विन्दुहरू $A(6,3)$, $B(-2,-2)$, $D(2,-2)$ अड्कन गर्न लगाउनुहोस् ।

- (ख) X — अक्षमा परावर्तन गर्न X — अक्षमा ऐना राख्ना त्यसको प्रतिविम्ब कहाँ बन्दछ ? भनी छलफल गराउनुहोस् ।

- (ग) विन्दु A , X — अक्षबाट कतिकोठा माथि छ त्यति नै कोठा तल गनेर विन्दु पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

- (घ) विन्दुहरू $A(6,3)$, $B(-2,-2)$, $D(2,-2)$ को प्रतिविम्ब $A'(6,-3)$, $B'(-2,2)$, $D'(2,2)$ हुन्छ भनी निष्कर्षमा पुग्न मदत गर्नुहोस् ।

- (ङ) विन्दु $A(x,y)$, X — अक्षमा परावर्तन गर्दा प्रतिविम्ब के हुन्छ ? छलफल गर्नुहोस् ।



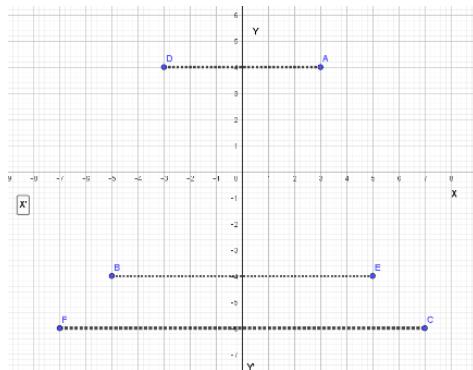
क्रियाकलाप 3

- (क) विन्दु $A(3,4)$ लाई अड्कन गर्न लगाउनुहोस् र विन्दु $A(3,4)$, Y — अक्षदेखि कति कोठा दायाँ वा बायाँ छ ? पत्ता लगाउन भन्नुहोस् ।

- (ख) उक्त विन्दुलाई Y — अक्षमा परावर्तन गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब Y — अक्षदेखि त्यति नै दुरीमा दायाँ भए बायाँ र बायाँ भए दायाँतिर बन्ने रहेछ भन्ने पत्ता लगाउन भन्नुहोस् ।

- (ग) विन्दुहरू $B(-5,-4)$, $C(7,-6)$ लाई Y — अक्षमा परावर्तन गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब कसरी पत्ता लगाउने ? छलफल गर्नुहोस् ।

- (ख) चित्रमा देखाए जस्तै गरी विन्दुहरू A, B, C पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।



मूल्याङ्कन

निम्नलिखित प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

विन्दुहरू $M(2, -3)$, $N(5, 7)$, $Z(-7, -6)$ लाई X — अक्ष तथा Y — अक्षमा परावर्तन गर्दा बन्ने प्रतिविम्ब पत्ता लगाउनुहोस् ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- त्रिभुजलाई X — अक्ष र Y — अक्षमा परावर्तन गर्न
शैक्षणिक सामग्री

कागज, ऐना, ग्राफ बोर्ड आदि

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- शीर्षविन्दुहरू $A(-2,3), B(-5,2), C(-4,5)$ भएको त्रिभुजलाई लेखाचित्रमा अड्कन गर्न लगाउनुहोस् ।
- अब उक्त त्रिभुजका शीर्षविन्दुलाई X — अक्षमा परावर्तन गर्न लगाउनुहोस् ।
- विन्दुहरूको प्रतिविम्ब पत्ता लगाउँदा अगिल्लो दिनको धारणालाई प्रयोग गर्न भन्नुहोस् । उक्त त्रिभुजको प्रतिविम्बको निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।
- विद्यार्थीको कार्यको समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप २

- $A(2, 2), B(4, 6)$ र $C(6, 3)$ एउटा त्रिभुजका शीर्षविन्दुहरू हुन् भने तलका प्रश्नको समूहमा छलफल गरी कक्षाकोठामा समूहगत प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

- (अ) ΔABC लाई लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

- (आ) उक्त ΔABC लाई Y अक्षमा परावर्तन गरी प्रतिविम्ब $\Delta A'B'C'$ लाई लेखाचित्रमा देखाउनुहोस् ।

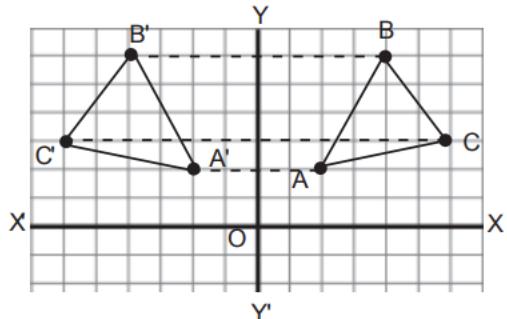
- (इ) प्रतिविम्ब $\Delta A'B'C'$ का निर्देशाङ्क लेख्नुहोस् ।

यहाँ, $A(2, 2), B(4, 6)$ र $C(6, 3)$ ΔABC का निर्देशाङ्क हुन् ।

- (क) ΔABC का निर्देशाङ्कलाई दिइएको लेखाचित्रमा देखाइएको छ ।

- (ख) प्रतिविम्ब $\Delta A'B'C'$ लाई पनि सोही लेखाचित्रमा नै देखाइएको छ ।

- (ग) प्रतिविम्ब $\Delta A'B'C'$ का निर्देशाङ्कहरू $A'(-2, 2), B'(-4, 6) C'(-6, 3)$ हुन् ।



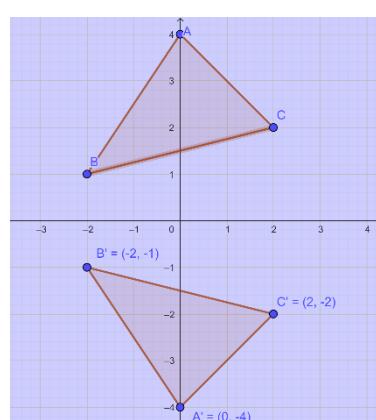
मूल्याङ्कन

विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

शीर्षविन्दुहरू $P(3, -2), Q(8, 5), R(-5, -2)$ भएको त्रिभुज छ । उक्त त्रिभुजलाई लेखाचित्रमा अड्कन X — अक्षमा र Y — अक्षमा परावर्तन गरी प्राप्त प्रतिविम्ब लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

गृहकार्य

1. $A(-2, 3), B(-5, 2)$ र $C(-4, 5)$ लाई लेखाचित्रमा अड्कन गरी पहिले X — अक्षसँगबाट परावर्तन गरी प्रतिविम्ब $\Delta A'B'C'$ पत्ता लगाउनुहोस् । फेरि अन्तिम प्रतिविम्ब $\Delta A'B'C'$ लाई Y (अक्षसँग परावर्तन गरी लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।
2. दिइएको ग्राफमा त्रिभुज ΔABC दिइएको ग्राफमा त्रिभुज ABC को X — अक्षबाट परावर्तन गर्दा हुने प्रतिविम्ब $A'B'C'$ दिइएको छ । प्रतिविम्ब $A'B'C'$ का निर्देशाङ्क पनि लेख्नुहोस् ।



तेसो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- विस्थापनको अवधारणा प्रस्तुत पार्न
- बिन्दु र रेखालाई दायाँ र माथि विस्थापन गर्न

शैक्षणिक सामग्री

किताब, डस्टर, मार्कर आदि।

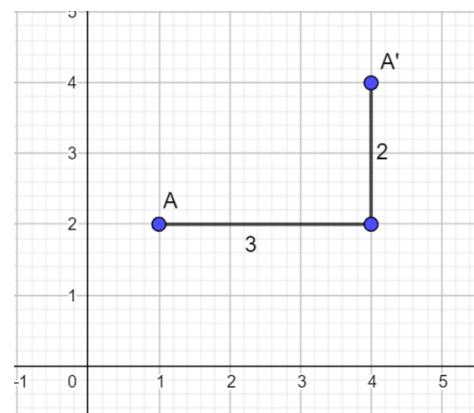
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

- (क) किताब घचेटदा, डस्टरलाई तान्दा हुने स्थान परिवर्तनबाटे छलफल गराउनुहोस्।
 (ख) किताब घचेटदा सुरुका चार कुना A, B, C, D तथा घचेटे पछिका चार कुना A', B', C', D' अङ्कन गरी AA', BB', CC', DD' तथा $ABCD$ र $A'B'C'D'$ को तुलना गर्न लगाउनुहोस्।
 (ग) पाठ्यपुस्तकको पेज नम्बर 283 को विस्थापन क्रियाकलाप न. 1 को खेल खेलाउनुहोस्।

क्रियाकलाप २

- (क) दायाँ देखाइए जस्तै गरी ग्राफ पेपरमा बिन्दु A' बिन्दु A लाई विस्थापन गर्दा बनेको आकृति हो। यसका आधारमा तल सोधिएका प्रश्नको उत्तर खोज लगाउनुहोस्।
 (अ) बिन्दु A को निर्देशाङ्क कर्ति रहेको छ?
 (आ) बिन्दु A' लाई बिन्दु A' मा पुर्याउन कर्ति एकाइ दाया र कर्ति एकाइ माथि सारिएको छ?
 (इ) बिन्दु A' को निर्देशाङ्क कर्ति रहेको छ?



को नियम ३ एकाइ दायाँ र २ एकाइ माथि हो। यसलाई $(3, 2)$ ले जनाइन्छ। A लाई ३ एकाइ दायाँ अनि २ एकाइ माथि लगाएको छ।

चित्रमा बिन्दु $A(2, 1)$ लाई विस्थापन गर्दा बिन्दु $A'(4, 4)$ भएको छ। यहाँ विस्थापनको नियम ३ एकाइ दायाँ र २ एकाइ माथि हो। यसलाई $(3, 2)$ ले जनाइन्छ।

जसअनुसार $A(1, 2)$ लाई $A'(4, 4)$ मा विस्थापन गरियो।

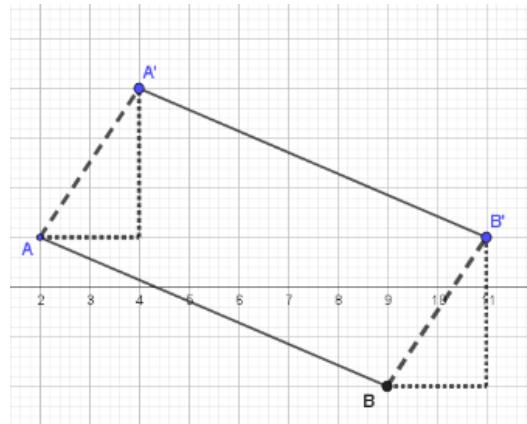
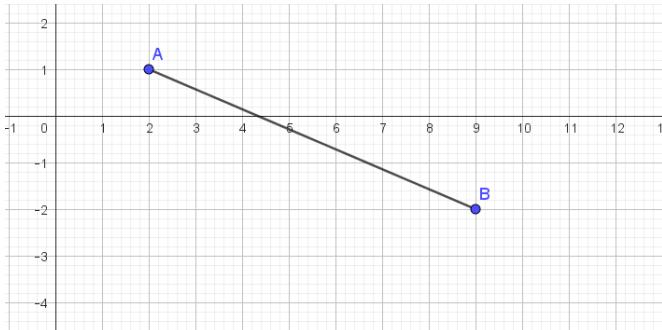
कुनै पनि बिन्दु वा वस्तुलाई दिइएको दिशामा निश्चित दुरीमा सार्नु वा स्थानान्तरण गर्नु विस्थापन भनिन्छ। विस्थापनका लागि विस्थापनको परिमाण र दिशा उल्लेख गर्नु आवश्यक छ। विस्थापनमा आकृति र प्रतिबिम्ब अनुरूप हुन्छन्। कुनै पनि बिन्दुलाई विस्थापन गर्दा दिइएको परिमाण र दिशामा अक्षसँग समानान्तर हुने गरी रेखा खिच्नुपर्छ।

क्रियाकलाप ३

- (क) चित्रमा दिइएको रेखा AB मा $A(2, 1)$ र $B(9, -2)$ छ। रेखा AB लाई २ एकाइ दायाँ र ३ एकाइ माथि विस्थापन कसरी गर्ने होला, छलफल गराउनुहोस्।
 (अ) क्रियाकलाप २ मा जस्तै बिन्दु A र B लाई २ एकाइ दायाँ र ३ एकाइ माथि क्रमशः विस्थापन गर्न लगाउनुहोस्।

(आ) विस्थापनपश्चात् बनेको आकृति A' / B' को निर्देशाङ्क कर्ति कर्ति हुन्छ ?

(इ) विन्दु A' र B' जोडी रेखा $A'B'$ खिच्न लगाउनुहोस् ।



बिन्दु $A(2, 1)$ लाई 2 एकाइ दायाँ र 3 एकाइ माथि लैजाँदा बिन्दु $A'(4, 5)$ मा पुग्छ । त्यसैगरी बिन्दु $B(9, -1)$ लाई 2 एकाइ दायाँ र 3 एकाइ माथि लैजाँदा बिन्दु $B'(11, 1)$ मा पुग्छ । जसलाई यसरी लेखिन्छ । जसअनुसार $A'B'$ रेखा AB को विस्थापन प्रतिविम्ब भयो ।

मूल्याङ्कन

(क) बिन्दु $C(5, 4)$ लाई 4 एकाइ दायाँ र 3 एकाइ माथि विस्थापन गरी प्रतिविम्ब पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ख) बिन्दहरू $P(5, -2)$ र $Q(-4, 3)$ जोड्ने रेखाखण्डलाई 2 एकाइ दायाँ र 5 एकाइ माथि विस्थापन गरी प्रतिविम्ब पत्तालगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 4

(क) सँगैको चित्र अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् । उक्त चित्रमा त्रिभुज ABC लाई 5 एकाइ दायाँ र 4 एकाइ माथि विस्थापन गरिएको छ । यसैका आधारमा निम्नानुसारका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् :

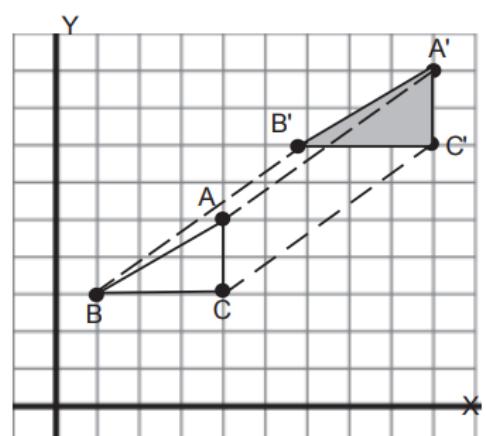
(अ) त्रिभुज ABC का निर्देशाङ्क कर्ति कर्ति रहेको छ ?

(आ)) त्रिभुज ABC को विस्थापनपश्चात्को आकृति त्रिभुज $A'B'C'$ को को निर्देशाङ्कक कर्ति कर्ति रहेको छ ?

अब ΔABC र $\Delta A'B'C'$ का शीर्ष बिन्दुका निर्देशाङ्कहरू हेरौं ।

ΔABC	$\Delta A'B'C'$
$A(4, 5)$	$A'(9, 9)$
$B(1, 3)$	$B'(6, 7)$
$C(4, 3)$	$C(9, 7)$

यहाँ, विस्थापन अगाडि र विस्थापन पछाडिको x र y निर्देशाङ्क हेरौं ।



तीनओटै शीर्षबिन्दुहरूमा x को मानमा विस्थापनपछि 5 थपिएको छ । त्यस्तै y को मानमा पनि विस्थापनपछि 4 थपिएको छ । विस्थापनपछि प्रतिबिम्ब त्रिभुजलाई छाया पारी देखाइएको छ ।

क्रियाकलाप 5

- (क) शीर्षबिन्दुहरू $A(1,0)$, $B(4,5)$ र $C(7,-2)$ भएको ΔABC लाई लेखाचित्रमा अड्कन गरी 3 एकाइ दायाँ र 5 एकाइ तल विस्थापन गरी लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्न कक्षाकार्य दिनुहोस् ।
- (ख) एउटा विद्यार्थीले गरेको कार्य अर्को विद्यार्थीलाई परीक्षण गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताअनुसार थप सहायता गर्नुहोस् ।

मूल्यांकन

शीर्षबिन्दुहरू $A(1,3)$, $B(4,1)$, $C(5,4)$ भएको ΔABC लाई 4 एकाइ बायाँ र 6 एकाइ माथि विस्थापन गरी प्रतिबिम्ब पता लगाउने प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परिक्रमणको अवधारणा तथा बिन्दुलाई $\pm 90^\circ$ को कोणमा परिक्रमण गर्न
- त्रिभुजलाई $\pm 90^\circ$ को कोणमा परिक्रमण गर्न
- परियोजना कार्य गरी प्रस्तुति गर्न

शैक्षणिक सामग्री

circle board, ग्राफ बोर्ड

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप :

क्रियाकलाप १

- (क) धारा खोल्दा, स्पिनर घुमाउँदा, रोटेपिड खेल्दा, जातो पिस्दा, *circle board* मा धागोले गुच्छा बाधेर घुमाउँदाका उदाहरण दिई यसरी कुनै वस्तु घुमाउँदा के के कुराले असर गर्दछ, छलफल गराउनुहोस् ।
- (ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 286 को क्रियाकलाप 1 मा छलफल गराई खेल खेलाउनुहोस् ।
- (ग) माथिको खेलका आधारमा परिक्रमणका लागि के के कुरामा ध्यान दिनुपर्छ सारांश बताउन लगाउनुहोस् ।

परिक्रमणका लागि परिक्रमणको केन्द्र (Centre of Rotation), परिक्रमणको कोण (Angle of Rotation) र परिक्रमणको दिशा (Direction of Rotation) का बारेमा जान्नु आवश्यक हुन्छ । घडीको सूर्यको दिशालाई परिक्रमणको ऋणात्मक (Negative) दिशा र घडीको सूर्यको विपरीत दिशालाई परिक्रमणको धनात्मक (Positive) दिशा भनिन्छ । माथिको खेलमा, धागो टासेको बिन्दु परिक्रमणको बिन्दु हो । घुमाउनु पर्ने कोण (45° , 90° , वा 180°) परिक्रमणको कोण र + अथवा - परिक्रमणको दिशा हुन् ।

क्रियाकलाप २

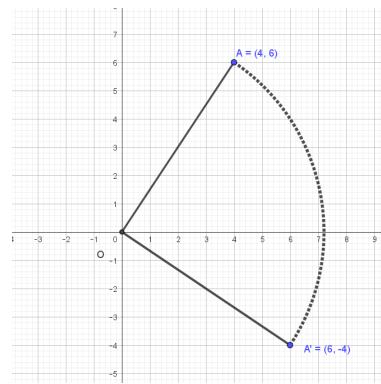
बिन्दु $A(4,6)$ लाई उद्गम बिन्दु $O(0,0)$ केन्द्र हुने गरी -90° को कोणमा परिक्रमण गर्न निम्नानुसारको क्रियाकलाप गराउनुहोस् ।

- (अ) O र A जोड्न लगाउनुहोस् ।

(आ) रेखा OA लाई आधार मानेर घडीको सूर्यको दिशामा 90° को कोण बनाउन लगाउनुहोस् ।

(इ) OA बराबरको लम्बाइको चाप काट्न लगाउनुहोस् ।

(ई) उक्त काटेको बिन्दुलाई A' नामकरण गर्न लगाउनुहोस् जुन बिन्दु A को प्रतिविम्ब हो ।



क्रियाकलाप ३

(क) शीर्षबिन्दुहरू $P(2,7)$, $Q(3,3)$, $R(6,7)$ भएको एउटा त्रिभुजलाई उद्गम बिन्दु $O(0,0)$ केन्द्र हुने गरी $+90^\circ$ को कोणमा परिक्रमण कसरी गर्ने होला ? छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) शीर्षबिन्दुहरू $P(2,7)$, $Q(3,3)$, $R(6,7)$ लेखाचित्रमा अडकन गर्न लगाउनुहोस् ।

(आ) बिन्दु O सँग प्रत्येक शीर्षबिन्दुहरू P, Q, R जोड्न लगाउनुहोस् ।

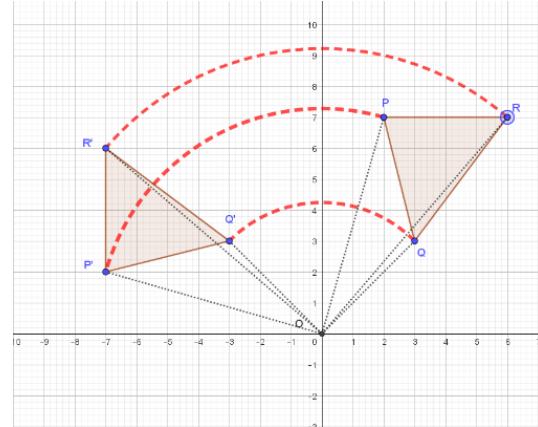
(इ) क्रियाकलाप १ मा जस्तै रेखा OP लाई आधार मानेर घडीको सूर्यको दिशामा 90° को कोण बनाउन लगाउनुहोस् ।

(ई) OP बराबरको लम्बाइ को चाप काट्न लगाउनुहोस् ।

(उ) उक्त काटेको बिन्दुलाई P' नामकरण गर्न लगाउनुहोस् जुन बिन्दु P को प्रतिविम्ब हो ।

(ऊ) यसरी नै बिन्दुहरू Q र R को प्रतिविम्ब पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

(ऋ) बिन्दुहरू P', Q', R' जोडी ΔPQR को प्रतिविम्ब $\Delta P'Q'R'$ पत्ता लगाई समूहगत रूपमा प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।



मूल्याङ्कन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

(अ) बिन्दु $M(-4, -3)$ लाई उद्गम बिन्दु $O(0,0)$ केन्द्र हुने गरी -90° को कोणमा परिक्रमण गरी प्रतिविम्ब पत्ता लगाउन लगाउनुहोस् ।

(आ) शीर्षबिन्दुहरू $A(3,7)$, $B(3,3)$, $C(8,7)$ भएको एउटा त्रिभुजलाई उद्गम बिन्दु $O(0,0)$ केन्द्र हुने गरी $+90^\circ$ को कोणमा परिक्रमण गरी प्रतिविम्ब पत्ता लगाउनुहोस् तथा लेखाचित्रमा प्रस्तुत गर्नु लगाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप ४

निम्नानुसारको परियोजना कार्य दिनुहोस् :

विद्यार्थीलाई परावर्तन समूह, विस्थापन समूह र परिक्रमण समूहमा विभाजन गर्नुहोस् । समूहका सबै सदस्यले अलग अलग हुने गरी नामअनुसारको एक एक परियोजना कार्य गरी कक्षाकोठामा प्रदर्शन गर्न लगाउनुहोस् ।

ग्राफपेपरमा एउटा त्रिभुज (समबाहु, विषमबाहु, न्यूनकोणी, समकोणी र अधिककोणीमध्ये कुनै एक) बनाउनुहोस् ।

परावर्तन समूह : उक्त त्रिभुजलाई $X\text{-axis} / Y\text{-axis}$ बाट परावर्तन गर्नुहोस् ।

विस्थापन समूह : उक्त त्रिभुजलाई ३ एकाइ दायाँ र ४ एकाइ माथि हुने गरी विस्थापित गर्नुहोस् ।

परिक्रमण समूह : उक्त त्रिभुजलाई उद्गम बिन्दुलाई केन्द्र बनाई 90° डिग्री धनात्मक र ऋणात्मक दुवै दिशामा परिक्रमण गर्नुहोस् ।

छैटौं दिन

- (क) सबै विद्यार्थीले परियोजना कार्य गरेर ल्याए नल्याएको यकिन गर्नुहोस् ।
- (ख) परियोजना कार्यलाई समूहगत रूपमा भित्तामा टाँस गर्न लगाउनुहोस् ।
- (ग) विद्यार्थीलाई अरू समूहको कार्यको अवलोकन गर्न लगाउनुहोस् ।
- (घ) रुब्रिक्स बनाएर विद्यार्थीको परियोजना कार्यको मूल्याङ्कन गर्नुहोस् ।

पाठ २०

दिशा स्थिति र स्केल ड्राइड

(Bearing and Scale Drawing)

१. परिचय

उत्तर दिशा जनाउने रेखालाई आधार रेखा मानेर घडीको सूर्यको दिशामा कुनै स्थानबाट अर्को स्थानको अवस्थिति जनाउने तरिकालाई दिशा स्थिति भनिन्छ । यसलाई जनाउन तीनओटा अड्कको प्रयोग गरिन्छ । यस दिशा स्थिति र स्केल ड्राइड पाठअन्तर्गत दिशा स्थिति र स्केल ड्राइडको परिचय दिने, नक्सामा दिशा स्थिति र स्केल ड्राइडको प्रयोग कसरी गर्न सकिन्छ जस्ता विषयवस्तुहरू समावेश गरिएको छ । दिशा स्थितिको प्रयोग विषेश गरी हवाई जहाज तथा पानी जहाजका चालकले गर्दछन् । त्यसैले यस पाठमा गणितीय विषयवस्तुहरूलाई वास्तविक जिवनसँग सम्बन्धित गराई दिशा स्थिति र स्केल ड्राइडको प्रयोग सिपको विकास गर्न जोड दिइएको छ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) नक्सामा दिशा स्थिति र स्केल ड्राइडको प्रयोग गर्न

यस पाठको लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना/पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र.स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टा	पाठ्यपुस्तकको सम्बन्धित पृष्ठ
१	दिशा स्थितिको परिचय	१	
२	दिशा स्थितिसम्बन्धी समस्या समाधान गर्ने	१	
३	स्केल ड्राइडसम्बन्धी समस्या समाधान गर्ने र परियोजना कार्य	२	
	जम्मा	४	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान : दिशा स्थिति र स्केल ड्राइडमा प्रयोग हुने कम्पास, स्केलमा एकाइ, कम्पासमा चार दिशा, कोणमा प्रयोग हुने अड्क तथा स्केलमा मिलिमिटर, सेन्टिमिटर, मिटर, किलो मिटर, आदिका वारेमा छलफल गरी पाठको सुरुआत गर्ने

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा (सिकाइ सहजीकरण गर्दा विद्यार्थीले अधिकतम रूपले गर्ने गल्तीहरू): कोणको प्रयोग गर्दा तीन अड्को प्रयोग गर्न र घडीको दिशामा कोण पत्ता लगाउन भुल्न सक्छन् ।

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- दिशा स्थितिको परिचय दिन
- नक्सामा दिशा स्थितिको प्रयोग गर्ना।

शैक्षणिक सामग्री

कम्पास वा कम्पासको चित्र, दिशा देखाउने चार्ट स्केल, प्रोटेक्टर पेन्सिल तथा अन्य तयारी अथवा शिक्षक निर्मित भौतिक सामग्रीहरू

क्रियाकलाप 1

(क) कम्पास वा कम्पासको चित्र प्रदर्शन गरेर देहाएका प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) कम्पासमा कतिओटा दिशा देखाइएको छ ?

(आ) N, E, S, W, NE, SE, SW, NW ले के के जनाउँछ ?

(इ) दिशा स्थिति भनेको के हो ?

(ई) दिशा स्थिति जनाउन कतिओटा अड्कको प्रयोग गरिन्छ ?

(उ) दिशा स्थिति जनाउने रेखा भनेको के हो ? (ए) दिशा स्थितिको गणना घडीको कुन दिशामा गरिन्छ ?

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 290 को पुनरवलोकनलाई छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई आफू बसेको स्थानबाट चार दिशा (उत्तर, दक्षिण, पूर्व र पश्चिम)मा पर्ने स्थानहरूको नाम टिप्प लगाउनुहोस् ।

(ग) आफूले टिपोट गरेको स्थान र साथीले टिपोट गरेको स्थान मिले नमिलेको साथीसँग छलफल गर्नुहोस् ।

(घ) दिइएको नक्सामा तनहुँको 'त' को सटटा बाग्लुडको 'ब' लाई केन्द्र विन्दु मानेर तलका प्रश्नमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) बाग्लुडको 'ब' बाट उत्तर दिशामा पर्ने जिल्ला कुन हो ?

(आ) बाग्लुडको 'ब' बाट लमजुङको 'ल' र धादिङको 'ध' कुन दिशामा पर्दै ?

(इ) दक्षिण पश्चिम र उत्तर पश्चिम दिशामा कुन कुन जिल्ला पर्दैन् ?

(ई) बाग्लुडको 'ब' बाट उक्त जिल्लाहरूको दिशा स्थिति कति कति डिग्री छ, प्रोटेक्टरको प्रयोगले नापेर पता लगाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।



मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थीको मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

(अ) कम्पासमा NW ले कुन दिशा जनाउँछ ?

(आ) कुन दिशालाई आधार मानिएको हुन्छ ?

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई समूहमा विभाजन गर्नुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई पाठ्यपुस्तकको पेज न. 291 मा भएको क्रियाकलाप 1 मा सोधिएका प्रश्नको उत्तर लेख्न लगाउनुहोस् ।

(अ) नक्सामा कुन ठाउँलाई केन्द्रबिन्दु मानिएको छ ?

(आ) केन्द्रबिन्दुबाट कुन कुन स्थानको दिशा स्थिति पत्ता लगाउनु पर्ने रहेछ ?

(इ) चिडियाखानाबाट अन्तर्राष्ट्रिय विमानस्थलको दिशा स्थिति कति रहेछ ?

(ई) चिडियाखानाबाट राष्ट्रिय वनस्पति उद्यान गोदावरीको दिशा स्थिति कति रहेछ ?

(उ) चिडियाखानाबाट दक्षिणकाली, बुढानीलकण्ठ, स्वयम्भु, चन्द्रगिरि, सूर्यविनायक आदि ठाउँहरूको दिशा स्थिति कति कति छन्, पत्तालगाउनुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीको समूह कार्यको अवलोकन गरी आवश्यक पृष्ठ पोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

निष्पर्श

उत्तर दिशा जनाउने रेखालाई आधार रेखा मानेर घडीको सूर्यको दिशामा कुनै स्थानबाट अर्को स्थानको अवस्थिति जनाउने तरिकालाई दिशा स्थिति भनिन्छ । यसलाई जनाउन तीनओटा अङ्कको प्रयोग गरिन्छ । यसको प्रयोग हवाई जहाज तथा पानी जहाजका चालकले प्रयोग गर्दछन् ।

गृहकार्य : पेज न. 290 मा दिइएको नक्सामा कालिकोटको 'का' लाई केन्द्रबिन्दु मानि उक्त स्थानबाट निम्न जिल्लाहरूको पहिलो अक्षरको दिशा स्थिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

अ) सुर्खेत, आच्छाम, डोल्पा, हुम्ला, कैलाली, जुम्ला, रुकुम र बझाड ।

दोस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- कुनै एक स्थानबाट अर्को स्थानको दिशा स्थिति पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

कम्पास वा कम्पासको चार्ट, दिशा देखाउने चार्ट, चार्टपेपर कुनै ठाउँको नक्सा, प्रोट्याक्टर, स्केल

क्रियाकलाप 1 मस्तिष्क मन्थन

(क) विद्यार्थीलाई निम्नानुसारका प्रश्न सोधी मस्तिष्क मन्थन गराउनुहोस् ।

(अ) आकासमा बाटो त छैन तर विमान चालकले विमान उडाएर भनेकै ठाउँमा पुऱ्याउने गर्दछ कसरी सम्भव भए होला ?

(आ) समुन्द्रमा पनि बाटो त कतै पनि छैन तर जहाजलाई कसरी गन्तव्यसम्म पुऱ्याइएको होला ?

क्रियाकलाप 1

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज नं. 292 को उदाहरण 1 मा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) पहिलो हवाई जहाज कति डिग्रीको दिशा स्थितिमा उड्दै रहेछ ?

(आ) दोस्रो हवाई जहाज नि ?

(ख) कुनै स्थानबाट निश्चित दिशा स्थितिमा पर्ने अर्को स्थान पत्ता लगाउने तरिका प्रयोगात्मक तवरले प्रस्तुत गर्नुहोस्, जस्तै :

(अ) विन्दु A बाट 045° र 330° पर्ने स्थान कसरी पत्ता लगाउने होला ?

विन्दु A बाट 045° पर्ने स्थान

यहाँ दिइएको विन्दु A हो । त्यसैले A विन्दुमा उत्तर दिशा जनाउने रेखा AN खिच्न लगाउनुहोस् र उक्त रेखालाई आधार रेखा मानी प्रोटेक्टरको सहायताले चित्रमा देखाए जस्तै गरी AN सँग 45° हुने गरी AB रेखा खिच्न लगाउनुहोस् । उक्त विन्दु A बाट विन्दु B को दिशा स्थिति 045° हुन्छ भनि स्पष्ट पारिदिनुहोस् ।

विन्दु A बाट 330° पर्ने स्थान

न्यूनकोण $\angle BAN = 30^\circ$ अधिककोण $\angle BAN = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$

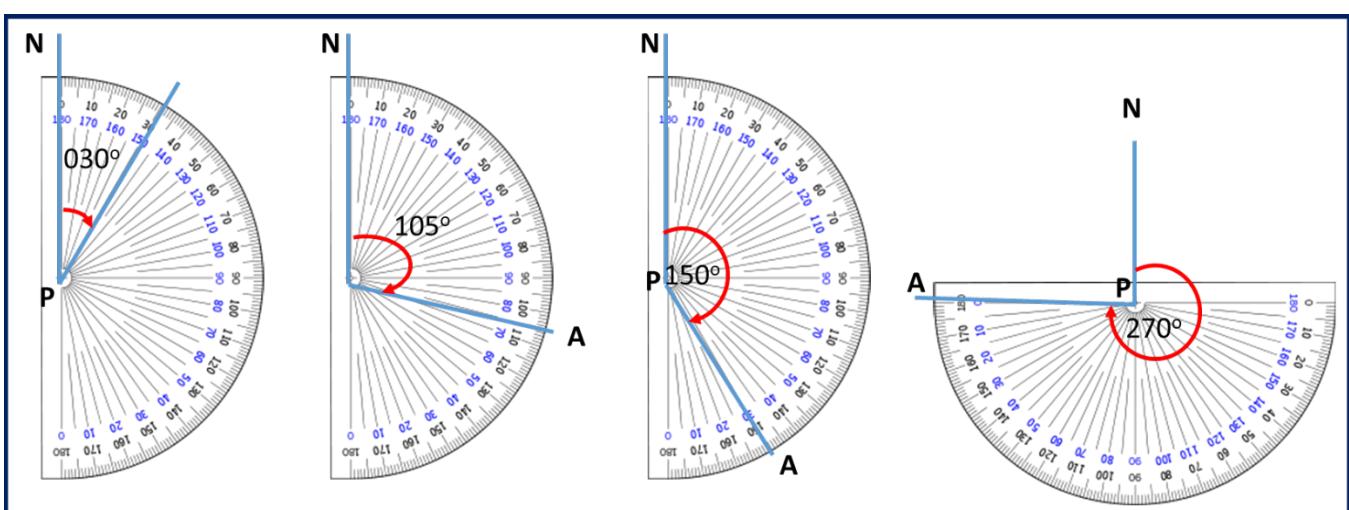
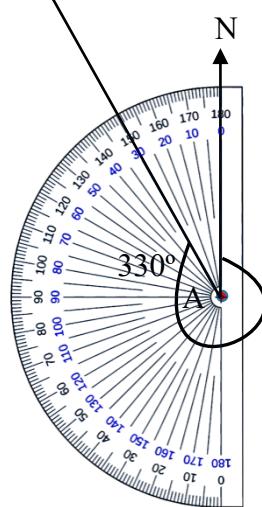
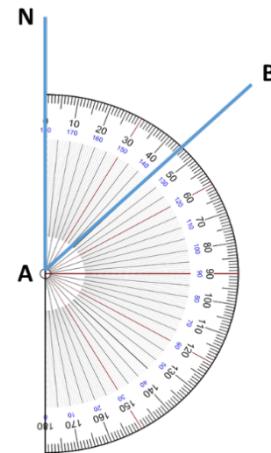
विन्दु A बाट विन्दु B को दिशा स्थिति 330° हुन्छ

मूल्याङ्कन

तल दिइए जस्तै प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याङ्कन गर्नुहोस् । विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

(अ) कुनै विन्दु P बाट 030° , 105° , 150° र 270° मा पर्ने स्थान पत्ता लगाउनुहोस् ।

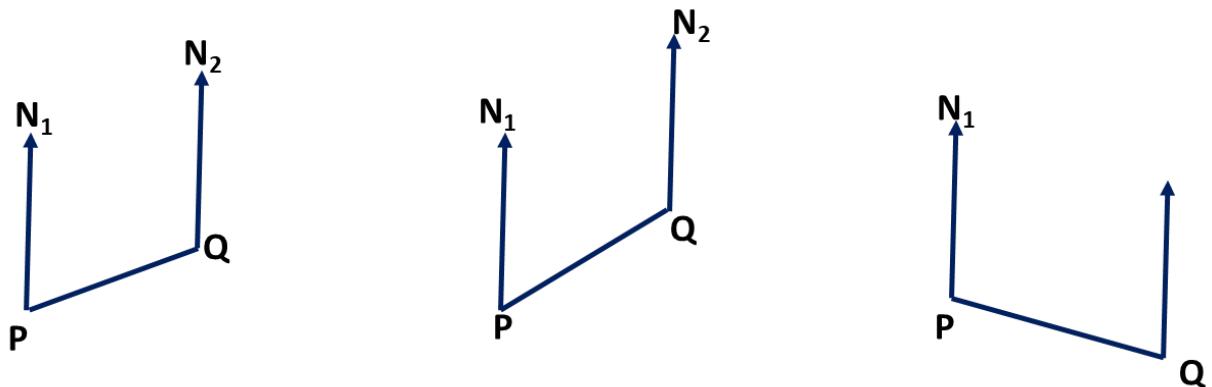
विन्दु P बाट क्रमशः 030° , 105° , 150° र 270° मा पर्ने स्थानहरू



क्रियाकलाप 2

(क) दिइएको चित्रहरूको अवलोकन गरी निम्न प्रश्नहरूमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) बिन्दु P बाट Q को दिशा स्थिति पता लगाउन कुन रेखालाई आधार रेखा मानिन्छ ?



(आ) प्रोटेक्टरको सहायताले बिन्दु P बाट Q को दिशा स्थिति पता लगाउनुहोस् ।

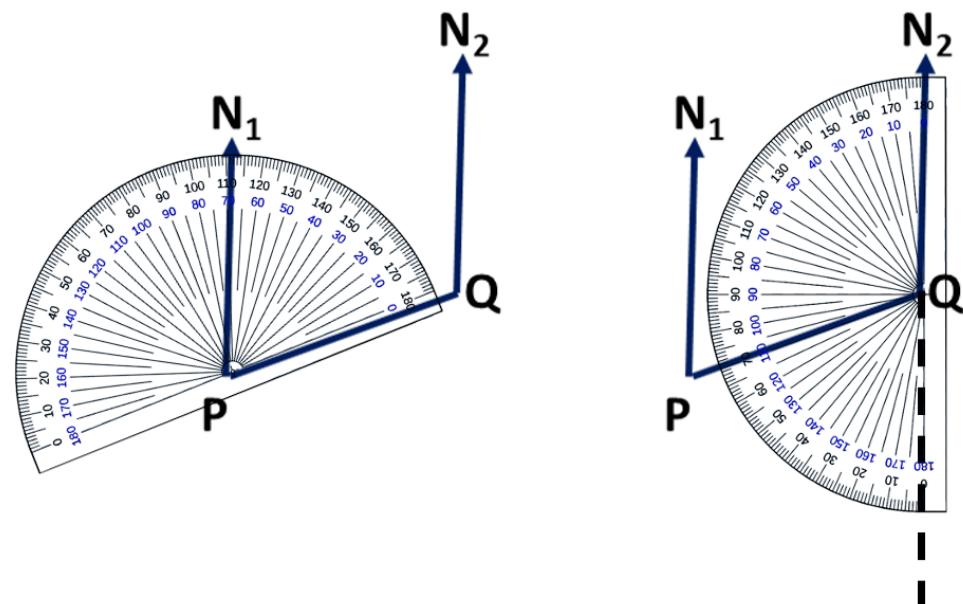
(इ) बिन्दु Q बाट P को दिशा स्थिति पता लगाउन कुन रेखालाई आधार रेखा मानिन्छ ?

(ई) बिन्दु Q बाट स्थान P को दिशा स्थिति कसरी पता लगाइन्छ ?

(उ) PN_1 र PN_2 को सम्बन्ध के हो ?

पहिलो तरिका

(i) पहिलो चित्रमा बिन्दु P बाट Q को दिशा स्थिति $\angle N_1 PQ = 070^\circ$



(ii)

अब, Q बाट P को दिशा स्थिति $= 180^\circ + 70^\circ = 250^\circ$

दोस्रो तरिका

(i) पहिलो चित्रमा विन्दु P बाट Q को दिशा स्थिति $\angle N_1PQ = 070^\circ$

$$\angle N_1PQ + \angle N_2QP = 180^\circ [N_1P // N_2Q]$$

$$\text{or, } 70^\circ + \angle N_2QP = 180^\circ$$

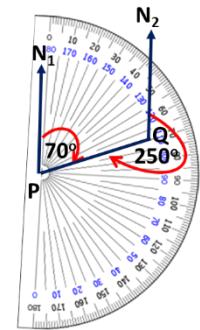
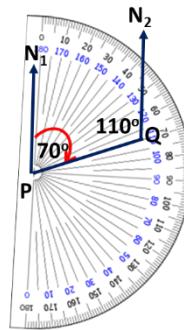
$$\text{or, } \angle N_2QP = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\text{or, } \angle N_2QP = 110^\circ$$

$$(\text{ii}) \text{ अब, } Q \text{ बाट } P \text{ को दिशा स्थिति} = 360^\circ - 110^\circ = 250^\circ$$

यस्तै गरी अन्य चित्रमा पनि विन्दु P बाट विन्दु Q दिशास्थिति र विन्दु Q

बाट विन्दु P को दिशा स्थिति पत्ता लगाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।



(ख) यस्तै गरी अन्य चित्रमा पनि विन्दु P बाट विन्दु Q दिशास्थिति र विन्दु Q बाट विन्दु P को दिशा स्थिति पत्ता लगाउन सहजीकरण गर्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीको जोडी समूह बनाउनुहोस् ।

(ख) प्रत्येक समूहलाई चार्टपेपरमा आफ्नो घर र साथीको घर जनाउन थोप्लाको प्रयोग गर्न लगाउनुहोस् ।

(ग) अब आफ्नो घरबाट साथीको घरको दिशास्थिति पत्ता लगाउन भन्नुहोस् । त्यसैगरी साथीको घरबाट आफ्नो घरको दिशा स्थिति कति हुन्छ चित्र निर्माण गरी पत्ता लगाउन लगाउनुहोस्, जस्तै:

अनुषाको घरबाट विनिषाको घरको दिशा स्थिति 075° छ भने विनिषाको घरबाट अनुषाको घरको दिशा स्थिति कति होला ?

समाधान: यहाँ अनुषाको घरलाई A र विनिषाको घरलाई B मान्दा,

$$A \text{ बाट } B \text{ को दिशा स्थिति } \angle N_1AB = 075^\circ$$

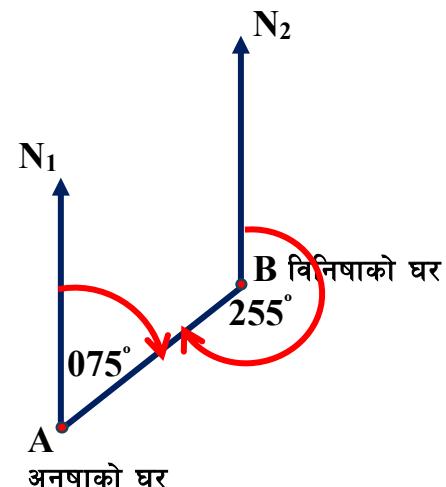
$$\angle N_1AB + \angle N_2BA = 180^\circ [N_1A // N_2B]$$

$$075^\circ + \angle N_2BA = 180^\circ$$

$$\angle N_2BA = 180^\circ - 075^\circ$$

$$\text{or, } \angle N_2BA = 105^\circ$$

$$\text{अब, } B \text{ बाट } A \text{ को दिशा स्थिति} = 360^\circ - 105^\circ = 255^\circ$$



अतः अनुषाको घरबाट विनिषाको घरको दिशा स्थिति 075° छ भने विनिषाको घरबाट अनुषाको घरको दिशा स्थिति 255° हुन्छ ।

(ख) सबै विद्यार्थीले गरेका कार्यको अवलोकन गर्नुहोस् । आवश्यक स्थानमा थप पृष्ठपोषण प्रदान गर्नुहोस् ।

मूल्यांकन

निम्नानुसारका प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

दिइएको अवस्थामा दिशा स्थिति पत्ता लगाई चित्र निर्माण गर्नुहोस् ।

(अ) तपाईंको घरबाट विद्यालयको दिशास्थिति 045° छ भने विद्यालयबाट तपाईंको घरको दिशा स्थि

(आ) कक्षाकोठामा रीता बसेको स्थानबाट सडगीता बसेको स्थानको दिशा स्थिति 100° छ भने सडगीता बसेको स्थानबाट रीता बसेको स्थानको दिशा स्थिति

(इ) तपाईंको विद्यालयबाट गाँउको मन्दिरको दिशा स्थिति 190° छ भने मन्दिरबाट विद्यालयको दिशा स्थिति

तेस्रो र चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- स्केल ड्राइडको परिचय दिन
- दुई स्थान विचको वास्तविक दुरी पत्ता लगाउन
- दिइएको प्रश्नअनुसार स्केल ड्राइड गर्न
- स्केल ड्राइडका आधारमा दुई विन्दुविचको वास्तविक दुरी तथा दिशा स्थिति पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

धागो वा ढोरी, किला, प्रोट्याक्टर वा दिशा देखाउने कम्पास, रूलर वा मिटर टेप, दिशा स्थिति र दुरी लेखेको चिटहरू, चित्रहरू राख्ने बट्टाहरू

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई नेपालको नक्सा र विभिन्न चित्रहरू प्रदर्शन गरेर देहाएका प्रश्नहरूमा छलफल गर्नुहोस् ।

(अ) यति ठुलो देशलाई एक पाना कागजमा कसरी उतारेको होला ?

(आ) यहि नक्साका आधारमा विभिन्न ठाउँहरूविचको दुरी कसरी थाहा पाउने होला ?

(इ) घरको वा जग्गाको नक्सा देखाएर, यस्तो नक्सा देख्नु भएको छ ?

(ई) त्यही नक्साका आधारमा जग्गा नापेको देख्नु भएको छ ?

(उ) पर्यटकहरू नक्सा हेँदै हिडेको देख्नुभएको छ ?

(ऊ) वास्तविक दुरी र नक्साको रेखाको लम्बाइमा के सम्बन्ध होला ?

(ख) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 296 को क्रियाकलाप 2 मा छलफल गराउनुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीले दिइएको जवाफलाई ध्यानपूर्वक सुन्नुहोस् । जवाफ वोर्डमा टिप्पै जानुहोस् र अन्त्यमा उनीहरूले भनेका कुरालाई मिलाएर निष्कर्ष दिनुहोस् ।

निष्कर्ष

निश्चित स्केलको प्रयोग गरी ज्यादै ठुला र ज्यादै साना वस्तुलाई रेखाइकन गर्नुलाई स्केल ड्राइड भनिन्छ । कुनै वस्तु वा सहतलाई नक्सामा उतार गर्नका लागि स्केलको प्रयोग गरिन्छ ।

(क) नक्सा निर्माण गर्दा वास्तविक वस्तु र नक्सामा आवश्यकताअनुसार ठुलो वा सानो नाप लिएर निश्चित अनुपात बनाइन्छ ।

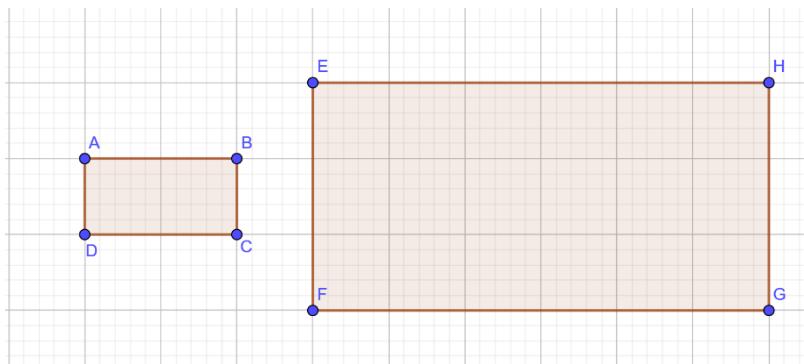
(ख) निश्चित स्केलको प्रयोग गरी नक्सा तयार गरेमा उक्त वस्तु वा सतहको वास्तविक नाप निकाल्न सकिन्छ ।

मूल्याइकन : तल दिइएको प्रश्न सोधी विद्यार्थी मूल्याइकन गर्नुहोस् । विद्यार्थीको

(अ) $1 \text{ cm} = 500 \text{ m}$ को स्केल प्रयोग गरी तया गरिएको नक्सामा दुई ठाँउ विचको दुरी 6 cm भए उक्त दुई ठाउँहरू विचको वास्तविक दुरी कति होला ?

(आ) सँगैको चित्रमा आयत ABCD आयत EFGH को स्केल ड्रइड हो ।

यहाँ प्रयोग गरिएको स्केल कति हो ?



क्रियाकलाप 2

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 297 मा दिइएको जहाज उडाउने क्रियाकलापलाई अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् ।

(ख) उक्त क्रियाकलाप अध्ययन गरिसकेपछि खेलको नियमका बारेमा छलफल गराई उक्त खेल खेलाउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) पाठ्यपुस्तकको पेज न. 289 को उदाहरण 2 मा छलफल गराउनुहोस् ।

(ख) माथिको छलफलका आधारमा निम्नलिखित समस्यामा छलफल गराई समाधान गर्न लगाउनुहोस् ।

समस्या : माधव स्थान A बाट 030° दिशास्थितमा 5km हिडेपछि स्थान B मा पुछ । त्यसपछि B बाट 140° को दिशा स्थितमा 3km हिडेपछि स्थान C मा पुछ र अन्त्यमा सिधा C बाट A मा फर्कन्छ भने

(अ) उपयुक्त स्केल छानी स्केल ड्रइड गर्नुहोस् ।

(आ) स्थान C बाट स्थान A सम्मको स्केल दुरी कति होला ?

(इ) स्थान C बाट स्थान A सम्म सिधा फर्किँद उसले वास्तविक दुरी कति पार गर्छ ?

(ई) स्थान C बाट A स्थानको दिशास्थिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

यहाँ माधवको सुरुको स्थान = A, अन्तिम स्थान = C

(अ) स्केल $1 \text{ cm} = 1000\text{m}$ (1 km)

त्यसैले, A र B को विचको दुरी = 5cm

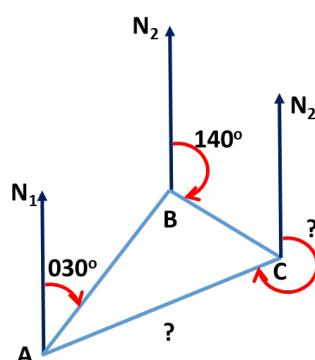
B र C को विचको दुरी = 3 cm

C र A को विचको दुरी = ... cm (स्केलले नाप लिएर राख्ने)

ग) ∴ C र A को विचको वास्तविक दुरी = ... $\times 1000\text{m} = 5000\text{m} =$

5km

(घ) फेरी, प्रोट्याक्टरले चित्रमा $\angle N_3CA$ को नाप लिँदा $\angle N_3CA = 115^\circ$



अन्तिमको स्थान C बाट सुरुको स्थानको दिशा स्थिति $= 360^\circ - 115^\circ = 245^\circ$

अतः C स्थानबाट A स्थानको दिशा स्थिति 245° हुन्छ ।

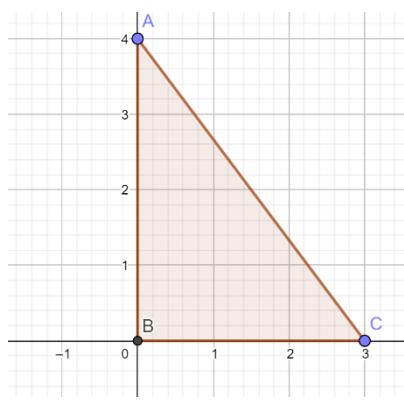
मूल्यांकन

निम्नानुसारका समस्या सोधी विद्यार्थी मूल्यांकन गर्नुहोस् । विद्यार्थीको कार्यको अवलोकन गरी आवश्यकताका आधारमा थप सहायता प्रदान गर्नुहोस् ।

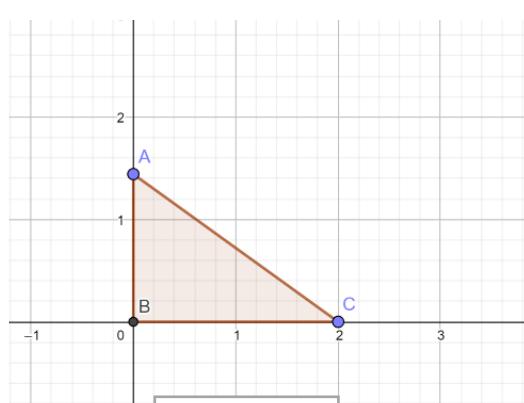
(अ) एउटा सहरको बसपार्कबाट 500 मिटर दक्षिणमा एउटा मन्दिर पर्दछ र पौडीपोखरी मन्दिरबाट $06c^\circ$ दिशास्थितिमा पर्दछ । बसपार्कबाट पौडीपोखरी 145° दिशास्थितिमा पर्दछ भने पौडीपोखरी र मन्दिरबिचको वास्तविक दुरी कति होला ? $1\text{cm} = 100\text{m}$ को स्केल प्रयोग गरी देखाउनुहोस् ।

गृहकार्य :

१. ग्राफको प्रयोग गरी दिइएका त्रिभुजहरूको निम्न लिखित हुने गरी त्रिभुज बनाउनुहोस् ।



चित्र (क)



चित्र (ख)

(अ) दिइएका त्रिभुजको आधा सानो हुने गरी

(आ) दिइएका त्रिभुजको दोब्बर ठुलो हुने गरी

(इ) प्रत्येक अवस्थामा दिइएको त्रिभुज र स्केलपछि निकालेको त्रिभुजको सङ्गति भुजाहरू र सङ्गति कोणको सम्बन्ध के भयो ?

(उ) आधा सानो बनाउँदाको स्केल र दोब्बर ठुलो बनाउँदाको स्केल के के भयो ?

(ऊ) दश गुणा सानो बनाउन कति स्केल लिनु पर्दछ ? दश गुणा ठुलो बनाउन कति स्केल लिनु पर्दछ ?

२. रेणुकाले सधैं बिहान आफू हिड्ने त्रिभुजाकार बाटाको नक्सा स्केल

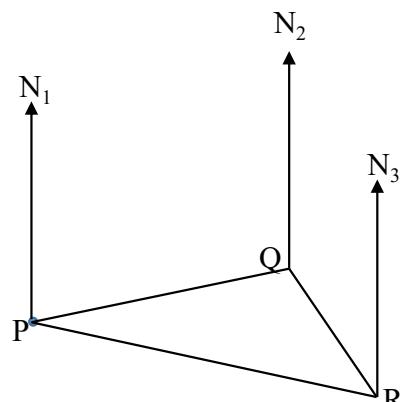
$1\text{ cm} = 500\text{ m}$ मा तयार गरेकी छिन् । उक्त नक्साका आधारमा तल सोधिएका प्रश्नहरूको उत्तर लेख्नुहोस् ।

(क) रेणुका दैनिक कति दुरी पार गर्ने रहिछन् ।

(ख) सुरुको स्थान र अन्तिम स्थानबिचको वास्तविक दुरी कति होला ?

(ग) P स्थानबाट Q स्थानको दिशा स्थिति पता लगाउनुहोस् ।

(घ) Q स्थानबाट R स्थानको दिशा स्थिति पता लगाउनुहोस् ।



(घ) अन्तिम स्थान R बाट सुरुको P स्थानको दिशास्थिति पत्ता लगाउनुहोस् ।

परियोजना कार्य

(क) तपाईंको विद्यालयको भवन भएको जग्गाको नाप लिनुहोस् । जग्गाको नक्सा बनाउनुहोस् । स्केल आफ्नो पेपरको साइज र जग्गाको साइजसँग मिल्ने गरी लिनुहोस् । तपाईंले प्रयोग गरेको स्केलका आधारमा जग्गाको क्षेत्रफल निकाल्नुहोस् ।

(ख) तपाईंको कक्षाकोठाको नाप र डिजाइन उचित स्केल लिएर बनाउनुहोस् ।

(ग) कक्षाकोठाको नाप र विद्यालयको डिजाइन समूहमा प्रस्तुत गर्नुहोस् । समूहको सुभावलाई नोट गरेर आवश्यक भए त्योअनुसार नक्सा वा डिजाइनमा सुधार गर्नुहोस् ।

परियोजना कार्यको प्रस्तुतीकरण र मूल्यांकन

(क) ग्यालरी वर्क गराएर पालैपालो विद्यार्थीको प्रस्तुति सुन्नुहोस् ।

(ख) प्रस्तुतिका क्रममा विद्यार्थीलाई प्रश्न गर्न उत्प्रेरित गर्नुहोस् । निर्माण प्रक्रियाका सम्बन्धमा विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्नुहोस् ।

(ग) विद्यार्थीले गरेका कार्यलाई खुलेर प्रसंशा गर्नुहोस् । यसो गर्दा विद्यार्थीको आत्मबल बढ्छ ।

(घ) फरक समूहबाट आएका सुभावहरूलाई कापीमा टिपोट गर्न लगाउनुहोस् ।

(ङ) उत्कृष्ट ड्रइडलाई कक्षाकोठाको भित्तामा टाँसी दिनुहोस् । सम्भव भएमा विद्यालयको सूचना पाटी नजिकै टाँसी दिनुहोस् ।

(च) रुब्रिक्सको प्रयोग गरी विद्यार्थीले गरेका कार्यलाई मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

**तथ्याङ्कशास्त्र
(Statistics)**

१. परिचय

तथ्याङ्कको सङ्कलन, व्यवस्थापन, सङ्गठन, वर्गीकरण, विश्लेषण, व्याख्या र प्रस्तुतीकरणलाई नै तथ्याङ्कशास्त्र भनिन्छ । यस पाठमा दिइएको वा सङ्कलन गरिएको तथ्याङ्कबाट वृत्तचित्र निर्माण गर्ने, वृत्तचित्रबाट चारओटासम्म वस्तुको जानकारी लिनेदिने र वैयक्तिक श्रेणीको मध्यक, मध्यिका र रितसँग सम्बन्धित समस्या समाधान गर्ने कार्य गरिन्छ । प्रश्नोत्तर, छलफल, र सामूहिक कार्यहरूबाट विद्यार्थीमा दैनिक जीवनमा प्राप्त तथ्याङ्कहरूलाई मध्यक, मध्यिका र रितको प्रयोग गरी विश्लेषण गर्ने क्षमताको विकास हुने छ ।

२. सिकाइ उपलब्धि

यस पाठको अध्ययनपश्चात् विद्यार्थीमा निम्नानुसारका सिकाइ उपलब्धि हासिल हुने छन् :

(क) वृत्तचित्रबाट जानकारी लिन दिन र तथ्याङ्कबाट वृत्तचित्र निर्माण गर्ने

(ख) वैयक्तिक श्रेणीको मध्यक, मध्यिका र रित पत्ता लगाउने

यस पाठका लागि निम्नानुसार शिक्षण योजना र पाठ्यांश विभाजन गरिएको छ ।

क्र. स.	पाठ्यवस्तु	अनुमानित घण्टी	पाठ्यपुस्तकको पृष्ठसङ्ख्या
1.	वृत्तचित्रको अवधारणा	1	
2.	वृत्तचित्रको रचना	2	
3.	परियोजना कार्य	1	
4.	मध्यक	2	
5.	मध्यिका	2	
6.	रित	1	
7.	परियोजना कार्य	1	

३. पाठ शिक्षण गर्दा ध्यान दिनुपर्ने पक्षहरू

(क) पाठसँग सम्बन्धित पूर्वज्ञान :

- कोणको रचना, प्रतिशत निकाल्ने तरिका, वृत्तको केन्द्रमा बन्ने कोण 360° हुन्छ ।

(ख) सम्भावित गलत बुझाइ तथा अवधारणा

- मध्यक र मध्यिकाविचको भिन्नता छुट्याउन नसक्नु

पहिलो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वृत्तचित्रबाट जानकारी लिन दिन

शैक्षणिक सामग्री

रुलर, चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 306 मा भएको पुनरबलोकन अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र सोधिएका प्रश्नहरूमाथि छलफल गराई उनीहरूमा भएको पूर्वज्ञानको परीक्षण गर्नुहोस्।

महेन्द्रग्राम माध्यमिक विद्यालयलाई प्राप्त पुस्तक विवरण (2079)

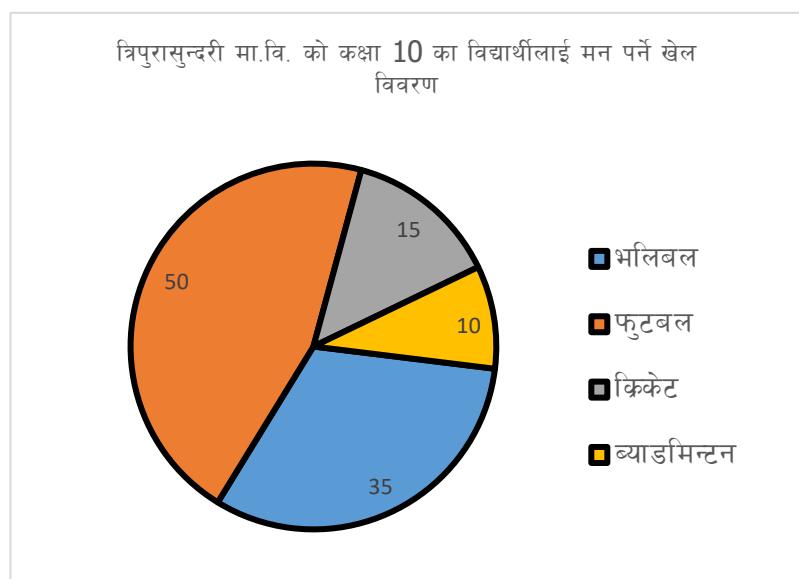
- प्रत्येक कक्षामा कति कति थान पुस्तक प्राप्त भएको रहेछ ?
- (आ) सबैभन्दा बढी थान पुस्तक कुन कक्षाको प्राप्त भएको रहेछ ?
- (इ) सबैभन्दा कम थान पुस्तक कुन कक्षाको प्राप्त भएको रहेछ ?
- (ई) कुन कुन कक्षाहरूमा बराबर पुस्तक थान प्राप्त भएको रहेछ ?
- (उ) जम्मा कति थान पुस्तक प्राप्त भएको रहेछ ?
- (ख) रेखाचित्रका आधारमा बारम्बारता तालिका निर्माण गर्नुहोस् ।
- (ग) माथि (ख) मा बनाइएको तालिकाका आधारमा स्तम्भ चित्र बनाउनुहोस् ।



क्रियाकलाप 2

(क) त्रिपुरासुन्दरी मा.वि. को कक्षा 10 का विद्यार्थीलाई मन पर्ने खेल विवरण दिइएको वृत्तचित्र सहितको चार्टपेपर टार्नुहोस् र सो चित्रको अध्ययन गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर छलफल गराउनुहोस् ।

- (अ) त्रिपुरासुन्दरी मा.वि. को कक्षा 10 मा जम्माकति विद्यार्थी रहेछन् ?
- (आ) प्रत्येक खेल मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या निकाल्नुहोस् ।
- (इ) सबैभन्दा बढी र कम सङ्ख्यामा कुन कुन खेल मन पराउने रहेछन् ?
- (ई) भलिबल, फुटबल, क्रिकेट र ब्याडमिन्टन मन पराउने



विद्यार्थी कति कति प्रतिशतमा रहेछन् ?

- (उ) सबैभन्दा धेरै र सबैभन्दा कम मन पराउने खेलको विद्यार्थी सङ्ख्या बिचको फरक कति छ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

समाधान

(अ) त्रिपुरासुन्दरी मा.वि को कक्षा 10 मा जम्मा 110 जना विद्यार्थी रहेछन् ।

(आ) भलिबल मन पराउने विद्यार्थी 35 जना, फुटबल मन पराउने विद्यार्थी 50 जना, क्रिकेट मन पराउने विद्यार्थी 15 जना र ब्याडमिन्टन मन पराउने विद्यार्थी 10 जना छन् ।

(इ) सबैभन्दा बढी मन पराउने खेल फुटबल र सबैभन्दा कम मन पराउने खेल मन पराउन ब्याडमिन्टन रहेछ ।

(ई) जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या = 110

$$\text{भलिबल मन पराउने विद्यार्थी} = \frac{35}{110} \times 100\% = 31.81\%$$

$$\text{फुटबल मन पराउने विद्यार्थी} = \frac{50}{110} \times 100\% = 45.45\%$$

$$\text{क्रिकेट मन पराउने विद्यार्थी} = \frac{15}{110} \times 100\% = 13.63\%$$

$$\text{ब्याडमिन्टन मन पराउने विद्यार्थी} = \frac{10}{110} \times 100\% = 9.09\%$$

(उ) सबैभन्दा धेरै मन पराउने खेलको विद्यार्थी सङ्ख्या = 50

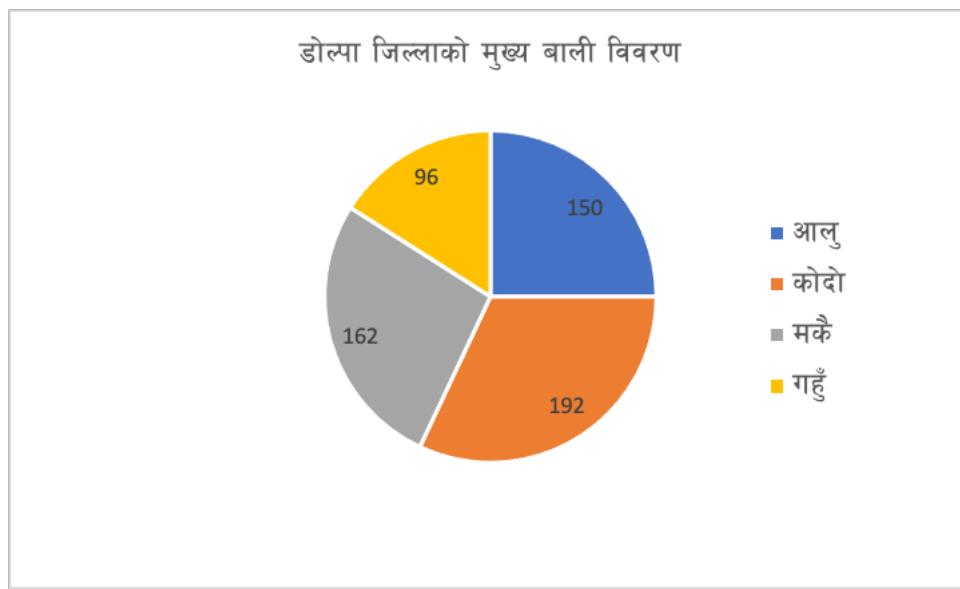
सबैभन्दा कम मन पराउने खेलको विद्यार्थी सङ्ख्या = 10

फरक. $50 - 10 = 40$

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई निम्न प्रश्न समाधान गर्न लगाउनहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

दिइएको चित्रमा डोल्पा जिल्लाको परिवारहरूको मुख्य बालीको तथ्याङ्क दिइएको छ । उक्त वृत्तचित्रका आधारमा निम्नलिखित प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् :



(अ) आलु र कोदो मुख्य बाली हुने कति कति घरपरिवार रहेछन् ?

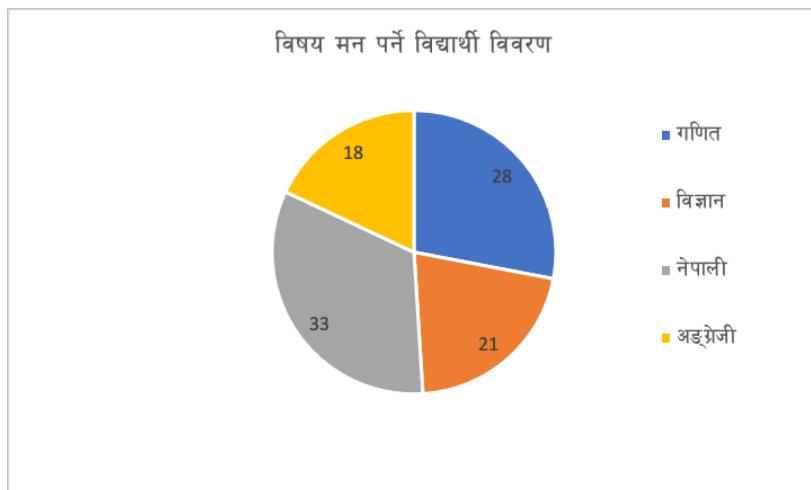
(आ) मकै र गहुँ मुख्य बाली हुने कति कति घरपरिवार रहेछन् ?

(इ) माथि दिइएको तथ्याङ्क जम्मा कति परिवार रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(ई) आलु, कोदो, मकै र गहुँ मुख्य बाली हुने परिवार कति कति प्रतिशतमा रहेछन् ?

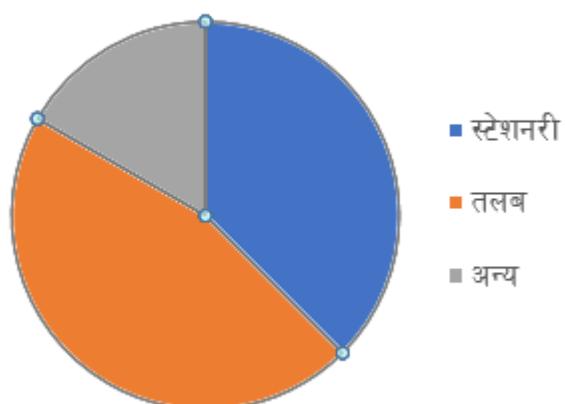
गृहकार्य

1. दिइएको चित्रमा जानकी माध्यमिक विद्यालयका कक्षा 8 का 300 विद्यार्थीहरूको मनपर्ने विषयका आधारमा तयार गरिएको वृत्तचित्र दिइएको छ । उक्त वृत्तचित्र अवलोकन गरी निम्न लिखित प्रश्नको उत्तर दिनुहोस् ।



- (क) गणित विषय मन पर्ने विद्यार्थी सङ्ख्या कति होला ?
 (ख) अङ्ग्रेजी विषय मन पर्ने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (ग) गणित र विज्ञान विषय मन पराउने जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (घ) गणित, विज्ञान र नेपालीबाटेका विषय मन पराउने विद्यार्थी सङ्ख्या पत्ता लगाउनुहोस् ।
2. सँगैको चित्रमा सरस्वती सहकारी संस्थाको मासिक खर्च विवरणलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गरिएको छ । यदि सो सहकारीको मझसिर महिनामा रु. 54,000 खर्च लाग्यो भने तलका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

सरस्वती सहकारी संस्थाको मासिक खर्च विवरण



- (क) तलबमा कति खर्च लाग्यो ?
 (ख) स्टेशनरीमा कति खर्च लाग्यो ?
 (ग) अन्यमा कति खर्च भएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।
 (घ) स्टेशनरीमा भन्दा तलबमा कति बढी खर्च भएछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

दोस्रो र तेस्रो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- तथ्याङ्कबाट वृत्तचित्र निर्माण गर्न

शैक्षणिक सामग्री

रुलर, प्रोटेक्टर, चार्टपेपर

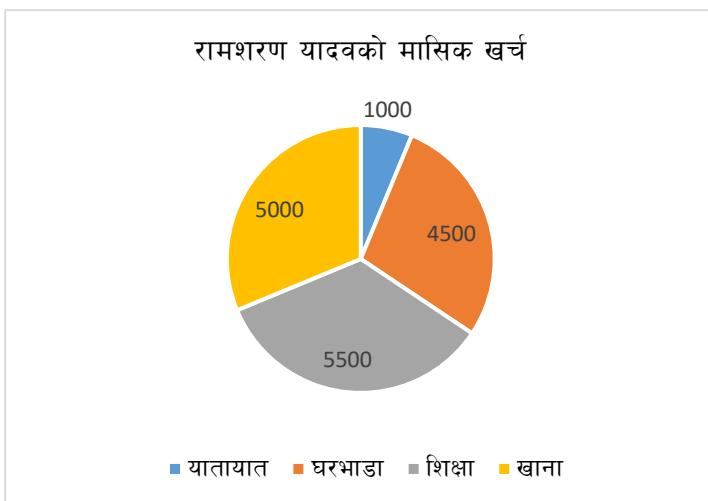
सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) कक्षामा उपस्थित विद्यार्थीहरू समक्ष निम्नअनुसारको चार्ट प्रस्तुत गर्नुहोस् र अगिल्लो दिनको पुनरवलोकन गराउनुहोस्।

रामशरण यादवको आफ्नो घरको मासिक खर्च विवरणलाई तलको वृत्तचित्रमा देखाइएको छ। सो चित्रको अध्ययन गरी तलका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

- (अ) रामशरण यादवले यातायात, घरभाडा, शिक्षा र खाना शीर्षकमा कति कति खर्च गरेको छ ?
- (आ) रामशरण यादवले गरेको खर्च शीर्षकमध्ये सबैभन्दा बढी खर्च कुन शीर्षकमा गरेको देखिन्छ ?
- (इ) खानामा भन्दा शिक्षामा कति बढी खर्च भएछ, पत्ता लगाउनुहोस्।
- (ई) रामशरण यादवको मासिक खर्च कति रहेछ ?
- (उ) रामशरण यादवको जम्मा खर्चको कति प्रतिशत खर्च शिक्षामा हुने रहेछ ?
- (ऊ) प्रत्येक शीर्षकले वृत्तको केन्द्रविन्दुमा कति कति डिग्रीको कोण बनाएको छ ?



क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 308 मा भएको क्रियाकलाप 2 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस्।

(ख) कक्षामा विद्यार्थीसमक्ष निम्नअनुसारको चार्ट प्रस्तुत गर्नुहोस् र चरणबद्ध तरिकाले वृत्तचित्र निर्माण गर्न सिकाउनुहोस्।

USAID Clean Air नामक संस्थाले गरेको एउटा अध्ययनअनुसार वायु प्रदूषणका सूचकहरूको मात्रा तलको तालिकामा प्रतिशतमा दिइएको छ। यसलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

सूचक	सवारी प्रदूषण	धुलो	धुवा	अन्य
मात्रा (%)	31	26	23	20

समाधान

यहाँ जम्मा प्रदूषणको मात्रा = 100%

100% प्रदूषणलाई = 360° मा देखाउन सकिन्छ ।

$$1\% \text{ प्रदूषण} = \left(\frac{360}{100}\right)^\circ = \left(\frac{18}{5}\right)^\circ$$

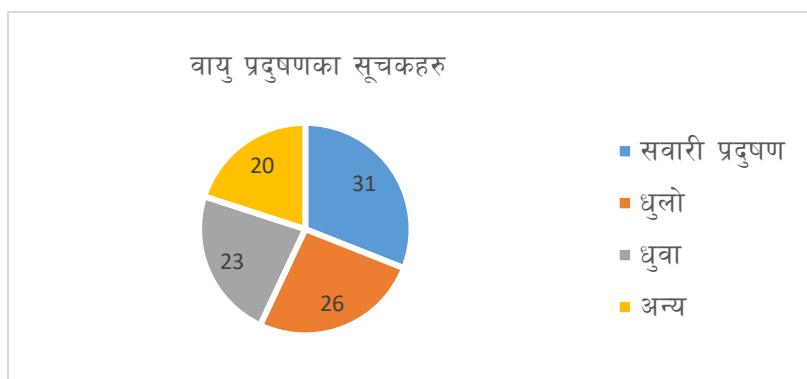
अब सवारी प्रदूषण = $31\% = \left(\frac{18}{5}\right)^\circ \times 31 = 111.6^\circ = 111^\circ$ -शून्यान्त गर्दा)

धुलो = $26\% = \left(\frac{18}{5}\right)^\circ \times 26 = 93.6^\circ = 94^\circ$ -शून्यान्त गर्दा)

धुवा = $23\% = \left(\frac{18}{5}\right)^\circ \times 23 = 82.8^\circ = 83^\circ$ (शून्यान्त गर्दा)

अन्य. $20\% = \left(\frac{18}{5}\right)^\circ \times 20 = 72^\circ$

माथिको तथ्याङ्कलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



निष्कर्ष

कुनै पनि तथ्याङ्कलाई एउटा वृत्तको क्षेत्रफलसँग बराबर हुने गरी विभिन्न शीर्षकलाई क्षेत्रक (sector) मा प्रस्तुत गरिन्छ भने उक्त चित्रलाई वृत्तचित्र (Pie Chart) भनिन्छ ।

दिइएको तथ्याङ्कलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्दा निम्नलिखित चरणहरू अप्नाउनु पर्छ ।

चरण 1: दिइएको तथ्याङ्कको जम्मा मान निकाल्ने

चरण 2: तथ्याङ्कको जम्मा मानलाई 360° सँग बराबर गरी प्रत्येक शीर्षकगत कोण निकाल्ने

$$\frac{360^\circ}{\text{तथ्याङ्कको जम्मा मान}} \times \text{शीर्षकगत मान}$$

चरण 3 : आफ्नो अनुकूलअनुसार अर्धव्यास लिई वृत्तको रचना गरी एउटा अर्धव्यास खिच्ने

चरण 4 : उक्त अर्धव्यासलाई आधार रेखा मानी प्रोट्याक्टरले शीर्षकगत कोणहरू क्रमशः खिच्दै जाने

चरण 5 : फरक फरक क्षेत्रकलाई फरक फरक रड लगाउने । रडअनुसारको खर्चलाई सङ्केतमा देखाउने

चरण 6 : वृत्तचित्रको शीर्षक राख्ने । अब वृत्तचित्र तयार भयो ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई वृत्तचित्र निर्माणका लागि विभिन्न प्रश्नहरू बाँड्नुहोस् र समाधानका लागि आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

(अ) हारती माध्यमिक विद्यालयका कक्षा 8 का 120 जना विद्यार्थीको मन पर्ने विषयका आधारमा तलको तालिका दिइएको छ । यसलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

विषय	नेपाली	गणित	विज्ञान	अङ्ग्रेजी
विद्यार्थी सङ्ख्या	40	25	35	20

समाधान

यहाँ, जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या = 120

120 जना विद्यार्थी = 360°

$$1 \text{ जना विद्यार्थी} = \left(\frac{360}{120}\right)^\circ = 30^\circ$$

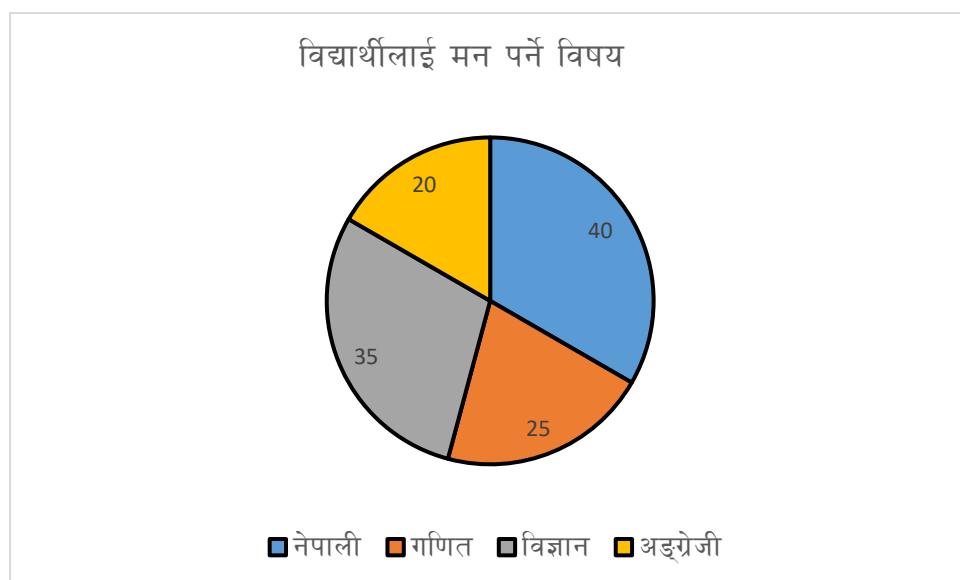
अब नेपाली मन पराउने 40 जना विद्यार्थी = $3^\circ \times 40 = 120^\circ$

गणित मन पराउने 25 जना विद्यार्थी = $3^\circ \times 25 = 75^\circ$

विज्ञान मन पराउने 35 जना विद्यार्थी = $3^\circ \times 35 = 105^\circ$

अङ्ग्रेजी मन पराउने 20 जना विद्यार्थी $3^\circ \times 20 = 60^\circ$

माथिको तथ्याङ्कलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



(आ) सरस्वती माध्यमिक विद्यालयका कक्षा 8 का विद्यार्थीको गणित विषयमा प्राप्त ग्रेड तालिकामा दिइएको छ । उक्त तालिकालाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

A+	A	B+	B
40	56	32	16

समाधान

यहाँ, जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या = 144

144 जना विद्यार्थी = 360°

$$1 \text{ जना विद्यार्थी} = \left(\frac{360}{144}\right)^\circ = \left(\frac{5}{2}\right)^\circ$$

$$\text{अब } A+ \text{ प्राप्त गर्ने विद्यार्थी} = 40 = \left(\frac{5}{2}\right)^\circ \times 40 = 1000$$

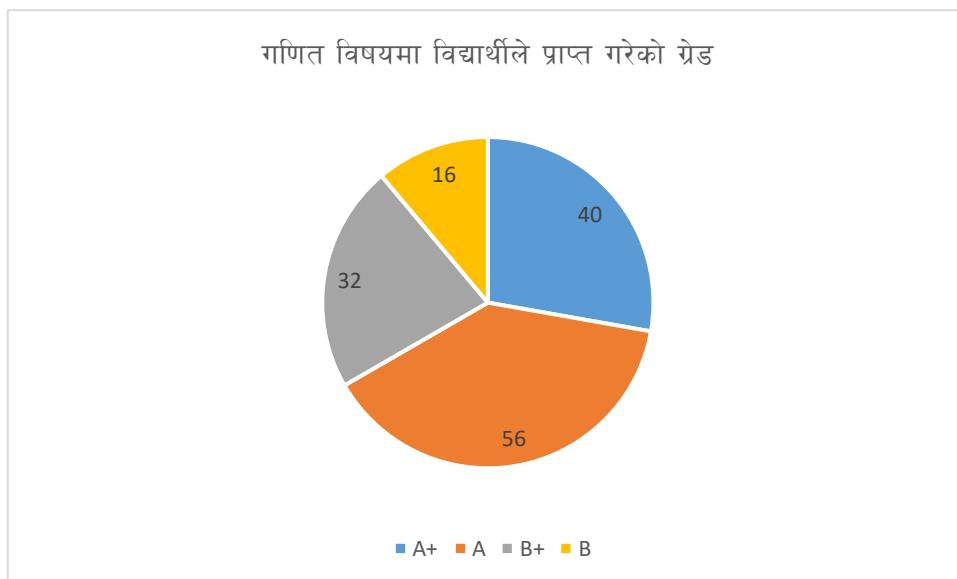
$$A \text{ प्राप्त गर्ने विद्यार्थी} = 56 = \left(\frac{5}{2}\right)^\circ \times 56 = 1400$$

$$B+ \text{ प्राप्त गर्ने विद्यार्थी} = 32 = \left(\frac{5}{2}\right)^\circ \times 32 = 800$$

█ A+ प्राप्त गर्ने विद्यार्थी

$$B \text{ प्राप्त गर्ने विद्यार्थी} = 16 = \left(\frac{5}{2}\right)^\circ \times 16 = 400$$

माथिको तथ्याङ्कलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्दा,



मूल्याङ्कन

USAID Clean Air नामक संस्थाले ललितपुरको पुल्चोक र काठमाडौंको रत्नपार्कमा 2017-2020 सम्म गरेको अध्ययनअनुसार वायु प्रदूषकको रूपमा रहेको PM 2.5 (हावामा रहेका मसिना कणहरू) को मात्रा तलको तालिकामा दिइएको छ। यसलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस्।

ललितपुर (पुल्चोक)	2017	2018	2019	2020
मात्रा (PM 2.5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$)	92	88	97	14

काठमाडौं (रत्नपार्क)	2017	2018	2019	2020
मात्रा (PM 2.5 $\mu\text{g}/\text{m}^3$)	92	87	71	63

गृहकार्य

(अ) कक्षा 8 का विद्यार्थीहरूले मन पराउने अतिरिक्त क्रियाकलाप र विद्यार्थी सझ्या तलको तालिकामा दिइएको छ। उक्त तालिकालाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

नाटक	कमेडी	नृत्य	खेल
7	8	9	10

(आ) सरस्वती माध्यमिक विद्यालयका कक्षा ४ का विद्यार्थीको गणित विषयको प्राप्ताङ्क तालिकामा दिइएको छ । उक्त तालिकालाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

A+	A	B+	B
40	56	32	16

(इ) तालिकामा पेम्बाको मासिक खर्चको शीर्षकगत विवरण दिइएको छ । यसलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

शीर्षक	खाना	स्वास्थ्य	शिक्षा तथा यातायात	सञ्चार तथा घरभाडा
प्रतिशत	30%	15%	32%	23%

(ई) दिइएको तालिकामा एउटा परिवारको आमदानी दिइएको छ । यसलाई वृत्तचित्रमा प्रस्तुत गर्नुहोस् :

शीर्षक	तलब	कृषि	व्यापार	घरभाडा
प्रतिशत	30%	10%	45%	15%

परियोजना कार्य

तपाईंको कक्षामा भएका साथीहरूलाई भलिबल, फुटबल, क्रिकेट वा अन्य कुनै खेलमध्ये कुनमा बढी रुचि राख्नुहुन्छ भनी सोध्नुहोस् र प्राप्त विवरणलाई तालिकीकरण गर्नुहोस् । तपाईंले बनाउनुभएको तालिकाका आधारमा चार्ट पेपरमा वृत्तचित्र बनाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

वा

तपाईंको कक्षामा भएका साथीहरूलाई अतिरिक्त क्रियाकलापमा नाटक, नृत्य, कमेडी वा हाजिरीजवाफमध्ये कुनमा बढी रुचि राख्नुहुन्छ भनी सोध्नुहोस् र प्राप्त विवरणलाई तालिकीकरण गर्नुहोस् । तपाईंले बनाउनुभएको तालिकाका आधारमा चार्ट पेपरमा वृत्तचित्र बनाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

चौथो दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्यको प्रतिवेदन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप १

परियोजना कार्य

तपाईंको कक्षामा भएका साथीहरूलाई भलिबल, फुटबल, क्रिकेट वा अन्य कुनै खेलमध्ये कुनमा बढी रुचि राख्नुहुन्छ भनी सोध्नुहोस् र प्राप्त विवरणलाई तालिकीकरण गर्नुहोस् । तपाईंले बनाउनुभएको तालिकाका आधारमा चार्ट पेपरमा वृत्तचित्र बनाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

वा

तपाईंको कक्षामा भएका साथीहरूलाई अतिरिक्त क्रियाकलापमा नाटक, नृत्य, कमेडी वा हाजिरीजवाफमध्ये कुनमा बढी रुचि राख्नुहुन्छ भनी सोध्नुहोस् र प्राप्त विवरणलाई तालिकीकरण गर्नुहोस् । तपाईंले बनाउनुभएको तालिकाको आधारमा चार्ट पेपरमा वृत्तचित्र बनाई कक्षामा प्रस्तुत गर्नुहोस् ।

(क) प्रत्येक विद्यार्थीले दिइएको परियोजना कार्य पूरा गरेका छन् वा छैनन् यकिन गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई पालैपालो परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस् ।

- (ग) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस् ।
 (घ) परियोजनाको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस् ।

मूल्यांकन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदनलाई विद्यार्थी सिकाइका लागि आन्तरिक मूल्यांकन मापदण्ड २०८० को प्रयोग गरी मूल्यांकन गर्नुहोस् ।

पाँचौं र छैटौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैयक्तिक श्रेणीको मध्यक पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीहरूलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 319 मा भएको क्रियाकलाप 1 जस्तै क्रियाकलाप गर्न लगाउनुहोस् र दिइएका प्रश्नहरूलाई समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

कक्षा ८ मा अध्ययन गर्ने **१२** जना विद्यार्थीहरू खाजा खान खाजाघर गएछन् । उनीहरूले आफ्नो सचिअनुसारको खाजा खाइसकेपछि उनीहरूले खाजाको पैसा तिर्दा कति भयो भनी पसलेलाई सोधेछन् । पसलेले प्रत्येकको खाजाबापतको रकम अलग अलग टिपेर दिए । पसलेले दिएअनुसार ती १२ जना विद्यार्थीले निम्नानुसारको रकम बराबर हुने गरी खाजा खाएका रहेछन् ।

65, 55, 45, 75, 56, 90, 85, 57, 52, 80, 78

माथिको तथ्याङ्कका आधारमा सोधिएको प्रश्नलाई समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् ।

(अ) सबैभन्दा धेरै खानेले कति रुपियाँको खाजा खाएको रहेछन् ?

(आ) सबैभन्दा कम खानेले कति रुपियाँको खाजा खाएको रहेछन् ?

(इ) सबैले खाजाबापत जम्मा कति रुपियाँको खाजा खाएका रहेछन् ?

(ई) उनीहरूले सबैले बराबर पैसा तिर्ने सल्लाह गरेछन् भने एक जनाको भागमा कति रुपियाँ तिर्नुपर्ने भयो ?

(उ) बराबर तिर्दा एक जनाले तिर्नु पर्ने रकमले केको प्रतिनिधित्व गर्दछ ?

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई सङ्ख्याका आधारमा उपयुक्त सङ्ख्यामा विभाजन गर्नुहोस् र प्रत्येक समूहको सबैको उमेर जोडेर जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्याले भाग गर्न लगाउनुहोस् । प्राप्त नतिजालाई छलफल गर्न लगाउनुहोस्, जस्तै : समूह का १० जना विद्यार्थीको उमेर वर्षमा यस प्रकार छ ।

13,13,15,15,13,16,12,14,14,15

उमेरको योगफल = $13+13+15+15+13+16+12+14+14+15 = 140$

जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या = 10

$$\text{अब}, \frac{140}{10} = 14$$

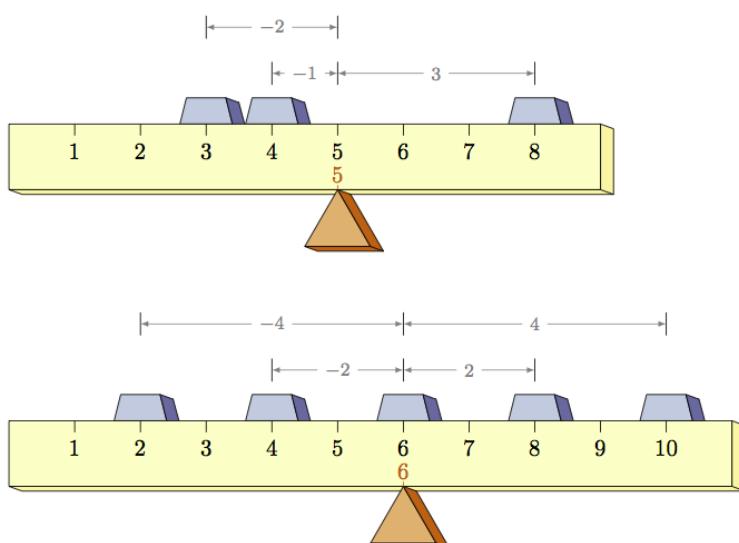
माथिको तथ्याङ्कका आधारमा सोधिएको प्रश्नलाई समूहमा छलफल गरी निष्कर्ष निकाल्नुहोस् :

- (अ) सबैभन्दा कम उमेरको विद्यार्थी कति उमेरको रहेछ ?
- (आ) सबैभन्दा बढी उमेरको विद्यार्थी कति उमेरको रहेछ ?
- (इ) जम्मा कतिओटा उमेर समूहका विद्यार्थी रहेछन् ?
- (ई) सबै विद्यार्थीको उमेरको जम्मा योगफल कति रहेछ ?
- (उ) सबैको उमेरको योगफललाई जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्याले भाग गर्दा आउने सङ्ख्याले के जनाउँछ ?

कुनै पनि तथ्याङ्कको योगफललाई त्यसको सङ्ख्याले भाग गर्दा आउने भागफललाई सो तथ्याङ्कको औसत (Mean) भनिन्छ । यसलाई अङ्क गणितीय मध्यक (Arithmetic Mean) वा मध्यक मात्र पनि भनिन्छ । यसलाई सङ्केतका रूपमा \bar{X} लेखिन्छ । यदि दिइएको तथ्याङ्कलाई X ले जनाउँदा तथ्याङ्कको योगफललाई ΣX लेखिन्छ र n ओटा तथ्याङ्कहरू भए, मध्यक (\bar{X}) = $\frac{\Sigma X}{n}$ हुन्छ ।

निष्कर्ष

- (ख) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकमा दिइएको तलको चित्रबाट पनि मध्यकको अवधारणा थप स्पष्ट पार्नुहोस्



पहिलो तथ्याङ्क 3, 4 र 8 दिइएको छ । 3, 4 र 8 को मध्यक 5 हो । पहिलो चित्रमा 5 को तल राखिएको फलक्रमले सन्तुलन मिलाएको छ ।

दोस्रो तथ्याङ्क 2, 4, 6, 8 र 10 दिइएको छ । 2, 4, 6, 8 र 10 को मध्यक 6 हो । दोस्रो चित्रमा 6 को तल राखिएको फलक्रमले सन्तुलन मिलाएको छ ।

क्रियाकलाप 3

- (क) विद्यार्थीहरूलाई दिइएको तथ्याङ्कबाट अङ्क गणितीय मध्यक (Arithmetic Mean) निकाल लगाउनुहोस् ।

84, 89, 85, 92, 90, 96, 87

समाधान

यहाँ योगफल (ΣX) = 84 + 89 + 85 + 92 + 90 + 96 + 87 = 623

जम्मा सङ्ख्या (n) = 7

औसत प्राप्ताङ्क. मध्यक(\bar{X}) =?

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{औसत प्राप्ताङ्क} (\text{मध्यक}) (\bar{X}) = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{623}{7} = 87$$

∴ औसत प्राप्ताङ्क = 87

(ख) कक्षा 8 मा अध्ययन गर्ने 9 जना विद्यार्थीहरूको तौल क्रमशः 44kg, 45kg, 48kg, 42kg, 39kg, 45kg, 49kg, 47kg र 46kg छ। उक्त तथ्याङ्कबाट विद्यार्थीको औसत तौल पत्ता लगाउनुहोस् :

समाधान

$$\text{तौलको योगफल} (\Sigma X) = 44 + 45 + 48 + 42 + 39 + 45 + 49 + 47 + 46 = 405$$

$$\text{जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या} (n) = 9$$

औसत तौल. मध्यक(\bar{X}) =?

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{औसत तौल} (\text{मध्यक}) (\bar{X}) = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{405}{9} = 45$$

∴ औसत तौल = 45kg

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 321 मा भएको उदाहरण 2 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस्।

(ख) विद्यार्थीलाई दिइएको प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् र मिले नमिलेको परीक्षण गर्नुहोस्।

तलका तथ्याङ्कबाट a को मान निकाल्नुहोस् :

$$(अ) \Sigma X = 77 + a, n = 10 \text{ र मध्यक} (\bar{X}) = 9$$

समाधान

$$\text{योगफल} (\Sigma X) = 77 + a,$$

$$n = 10$$

$$\text{मध्यक} (\bar{X}) = 16 \text{ छ।}$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{मध्यक} (\bar{X}) = \frac{\Sigma X}{n}$$

$$\text{or, } 16 = \frac{77+a}{10}$$

$$\text{or, } 160 = 77 + a$$

$$\therefore a = 83$$

(आ) 13, 18, 16, a, 14, 17, र 12 को मध्यक 15 छ भने a को मान पत्ता लगाउनुहोस्।

समाधान

$$\text{यहाँ योगफल} (\Sigma X) = 13 + 18 + 16 + a + 14 + 17 + 12 = 90 + a,$$

$$n = 7$$

$$\text{मध्यक} (\bar{X}) = 15 \text{ छ।}$$

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{मध्यक } (\bar{X}) = \frac{\Sigma X}{n}$$

$$\text{or, } 15 = \frac{90+a}{7}$$

$$\text{or, } 105 = 90 + a$$

$$\therefore a = 15$$

मूल्याङ्कन

(क) कक्षा 8 का 9 जना विद्यार्थीको उचाइ निम्नानुसार टिपोट गरिएको छ भने औसत उचाइ पत्ता लगाउनुहोस् ।

100cm, 90cm, 85cm, 102cm, 95cm, 97cm, 94cm, 98cm, 89cm,

(ख) 45, 35, 37, 32, a, 38, 39, 36, 34 र 37 को मध्यक 38 छ भने a को मान पत्ता लगाउनुहोस् ।

गृहकार्य

१. दिइएको तथ्याङ्कबाट अङ्क गणितीय मध्यक (Arithmetic Mean) निकाल्नुहोस् :

- (क) 15, 13, 18, 16, 14, 17, 12
- (ख) 84, 91, 88, 94, 91, 105, 98, 85
- (ग) 45, 35, 37, 32, 47, 38, 39, 36, 34, 37
- (घ) 105, 108, 112, 106, 120, 108, 112, 110, 100
- (ड) 5ft, 4.8ft, 5.1ft, 4.8ft, 5ft, 4.9ft, 4.7ft, 4.9ft

२. तलका तथ्याङ्कहरूबाट m को मान निकाल्नुहोस् :

- (क) $\Sigma X = 77 + m$, n = 10 र मध्यक (\bar{X}) = 8
- (ख) $\Sigma X = 117$, n = 8 + m र मध्यक (\bar{X}) = 13
- (ग) $\Sigma X = 40 + m$, n = 4 + m र मध्यक (\bar{X}) = छ
- (घ) $\Sigma X = 264 + 24a$, n = 11 + a र मध्यक (\bar{X}) = m
- (ड) 3, 6, m, 9 र 10 को मध्यक ठछ ।
- (च) 42, 48, 36, 39, m, 45, 42 र 32 को मध्यक 40 छ ।

सातौं र आठौं दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैयक्तिक श्रेणीको मध्यिका पत्ता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 321 मा भएको क्रियाकलाप 4 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र दिइएका प्रश्नलाई समूहमा छलफल गराउनुहोस् ।

क्रियाकलाप 2

(क) विजोर सङ्ख्यामा विद्यार्थीलाई कक्षामा अगाडि उचाइअनुसार क्रमशः होचोबाट अग्लोको क्रममा र अग्लोबाट होचोको क्रममा उभिन लगाएर ठिक विचमा पर्ने विद्यार्थीको उचाइका बारेमा छलफल गराउनुहोस् ।

(अ) दुवै तरिकाबाट उभिँदा विचमा कुन विद्यार्थी परेको छ ?

(आ) विचमा परेको विद्यार्थीको अगाडि र पछाडि कति कति जना विद्यार्थी परेका छन् ?

(इ) यस्तो विचमा परेको विद्यार्थीलाई के भनिन्छ ?

विजोर सङ्ख्यामा विद्यार्थीलाई होचो देखी अगलो र अगलो देखी होचोको क्रममा मिलाएर राख्दा विचमा पर्ने विद्यार्थी देखी अगाडि र पछाडि बराबर सङ्ख्यामा विद्यार्थी परेका छन् । तसर्थ विचमा परेको विद्यार्थीको उचाइलाई नै मध्यिका उचाइ भनिन्छ ।

कुनै पनि तथ्याङ्कलाई बराबर दुई भागमा विभाजन गर्ने मानलाई मध्यिका (Median) भनिन्छ । यसलाई सङ्केतका रूपमा M_d लेखिन्छ ।

दिइएको तथ्याङ्कमा n ओटा मानहरू भए,

(क) यदि n विजोर भए मध्यिका (M_d) = $\frac{n+1}{2}$ औं पदको मान हुन्छ ।

(ख) यदि n जोर भए मध्यिका (M_d) = $\frac{\frac{n}{2} \text{ औं पद को मान} + (\frac{n}{2} + 1) \text{ औं पद को मान}}{2}$ हुन्छ ।

निष्कर्ष

(ग) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकमा दिइएको तलको चित्रबाट पनि मध्यिकाको अवधारणा थप स्पष्ट पार्नुहोस् :



(घ) माथिको चित्र भएको चार्टपेपरमा कक्षाकोठामा टास्नुहोस् ।

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई दिइएको तथ्याङ्कबाट मध्यिका निकाल्न लगाउनुहोस् र मिले नमिलेको परीक्षण गर्नुहोस् ।

84, 89, 85, 92, 90, 96, 87

समाधान

यहाँ, दिइएको तथ्याङ्कहरूलाई बढ्दो क्रममा राख्दा,

84, 85, 87, 89, 90, 92, 96

जम्मा सङ्ख्या (n) = 7

मध्यिका (M_d) = ?

हामीलाई थाहा छ ।

n विजोर भएकाले, मध्यिका (M_d) = $\frac{n+1}{2}$ औं पदको मान = $\frac{7+1}{2}$ औं पदको मान = 4 औं पदको मान

∴ मध्यिका = 89

(ख) कक्षा 8 का 10 जना विद्यार्थीको उचाइ निम्नानुसार टिपोट गरिएको छ भने मध्यिका पत्ता लगाउनुहोस्।

100cm, 90cm, 85cm, 102cm, 95cm, 97cm, 94cm, 98cm, 89cm, 90cm

समाधान

दिइएको तथ्याङ्कहरूलाई बढ्दो क्रममा राख्दा,

85cm, 89cm, 90cm, 90cm, 94cm, 95cm, 97cm, 98cm, 100cm, 102cm

जम्मा विद्यार्थी सङ्ख्या $n = 10$

मध्यिका $M_d = ?$

हामीलाई थाहा छ,

$$\begin{aligned} n \text{ जोर भएकाले, मध्यिका } (M_d) &= \frac{\frac{n}{2} \text{ औ पदको मान} + \left(\frac{n}{2} + 1\right) \text{ औ पदको मान}}{2} \\ &= \frac{\frac{10}{2} \text{ औ पदको मान} + \left(\frac{10}{2} + 1\right) \text{ औ पदको मान}}{2} \\ &= \frac{5 \text{ औ पदको मान} + 6 \text{ औ पदको मान}}{2} \\ &= \frac{94 + 95}{2} \text{ ढढाउँ} \end{aligned}$$

अतः मध्यिका = 94.5 cm

अर्को तरिका,

$$\text{मध्यिका } (M_d) = \frac{n+1}{2} \text{ औं पदको मान} = \frac{10+1}{2} \text{ औं पदको मान} = 5.5 \text{ औं पदको मान}$$

$$\therefore \text{dlWosf} = \frac{5 \text{ औं पदको मान} + 6 \text{ औं पदको मान}}{2} = \frac{94 + 95}{2} = 94.5 \text{ cm}$$

क्रियाकलाप 4

(क) विद्यार्थीलाई दिइएको प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् र मिले नमिलेको परीक्षण गर्नुहोस्।

यदि $x, x+2, x+5, x+7$ र $x+8$ बढ्दो क्रममा छन् र सो को मध्यिका 15 भए x को मान निकाल्नुहोस्।

समाधान

यहाँ दिइएको तथ्याङ्कहरूलाई बढ्दो क्रममा राख्दा,

$$x, x+2, x+5, x+7 / x+8$$

जम्मा सङ्ख्या (n) = छ

$x = ?$

हामीलाई थाहा छ,

$$n \text{ विजोर भएकाले, मध्यिका } (M_d) = \frac{n+1}{2} \text{ औं पदको मान} = \frac{5+1}{2} \text{ औं पदको मान} = 3 \text{ औं पदको मान}$$

प्रश्नानुसार,

मध्यिका = 15

यत्ता, $x + 5 = 15$

$$\therefore x = 10$$

मूल्यांकन

(क) कक्षा 8 का 9 जना विद्यार्थीको गणित विषयको एकाइ परीक्षाको प्राप्ताङ्क निम्नानुसार छ, भने मध्यिका पता लगाउनुहोस् ।

10, 9, 8.5, 10, 9.5, 9, 9, 8, 8.5

(ख) यदि $5, 17, x + 5, x + 7, x + 12, 50$ र 58 बढ्दो क्रममा छन् र सोको मध्यिका 28 भए x को मान निकाल्नुहोस् ।

गृहकार्य

1. तल दिइएको तथ्याङ्कबाट मध्यिका (Median) निकाल्नुहोस् :
 - (क) 27, 29, 18, 25, 32, 21, 26
 - (ख) 250, 282, 211, 190, 235, 284, 237, 217, 245, 257, 281
 - (ग) 34, 46, 49, 38, 56, 86, 68, 35
 - (घ) 5.9ft, 5.2ft, 6.1ft, 7.2ft, 6.5ft, 5.4ft
 - (ङ) 112kg, 104kg, 108kg, 109kg, 111kg, 109kg, 114kg, 112kg, 110kg, 113kg
2. (क) यदि $x, x + 2, x + 5, x + 7$ र $x + 8$ बढ्दो क्रममा छन् र सोको मध्यिका 15 भए x को मान निकाल्नुहोस् ।
(ख) यदि $5, 17, x + 5, x + 7, x + 12, 50$ र 58 बढ्दो क्रममा छन् र सोको मध्यिका 28 भए x को मान निकाल्नुहोस् ।

नवाँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- वैयक्तिक श्रेणीको रित पता लगाउन

शैक्षणिक सामग्री

चार्टपेपर

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

(क) पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 325 मा भएको क्रियाकलाप छ, जस्तै क्रियाकलाप कक्षामा विद्यार्थीहरू माझ गराउनुहोस् ।

(अ) सबैभन्दा धेरैले लगाउने कुन नम्बरको जुता रहेछ ?

(आ) सबैभन्दा धेरै पटक दोहोरिएको मानलाई के भनिन्छ ?

(ख) कक्षामा उपस्थित भएका विद्यार्थीको परिवारको सदस्य सङ्ख्या सोध्नुहोस् :

जस्तै

3,4,4,5,3,4,4,5,6,7,5,5,4,3,6, 6

माथिको तथ्याङ्कका आधारमा तल सोधिएका प्रश्नहरूको उत्तर दिनुहोस् :

- (अ) कति सदस्यीय परिवार सबैभन्दा धेरै रहेछ ?
(आ) सबैभन्दा धेरै पटक दोहोरिएको मानलाई के भनिन्छ ?

समाधान

यहाँ, दिइएको तथ्याङ्कहरूलाई बढावो क्रममा राख्दा,

3,3,3,4,4,4,4,4,5,5,5,5,6,6,6, 7

- (अ) 4 सदस्यीय परिवार सबैभन्दा धेरै रहेछ ।
(आ) सबैभन्दा धेरै पटक दोहोरिएको मानलाई रित भनिन्छ ।

निष्कर्ष

कुनै पनि तथ्याङ्कमा सबैभन्दा बढी पटक दोहोरीएको मानलाई रित (Mode) भनिन्छ ।

- (ग) यदि दुई पटक सबै भन्दा धेरै दोहोरिएको मानबाट रित कसरी पत्ता लगाउने होला ?

$$\text{Mode} = 3\text{median} - 2\text{mean}$$

क्रियाकलाप 2

(क) विद्यार्थीलाई पाठ्यपुस्तकको पृष्ठ 325 मा भएको उदाहरण 9 अध्ययन गर्न लगाउनुहोस् र आवश्यक सहजीकरण गर्नुहोस् ।

(ख) विद्यार्थीलाई दिइएको तथ्याङ्कबाट रित (Mode) निकाल्न लगाउनुहोस् र मिले नमिलेको परीक्षण गर्नुहोस् ।
10, 11, 10, 12, 12, 11, 10, 13, 14, 12, 15, 12

समाधान

यहाँ दिइएको तथ्याङ्कहरूलाई बढावो क्रममा राख्दा,

10, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 14, 15

∴ रित (Mode) = सबैभन्दा धेरै पटक दोहोरिएको तथ्याङ्क = 12

क्रियाकलाप 3

(क) विद्यार्थीलाई दिइएको प्रश्न समाधान गर्न लगाउनुहोस् र मिले नमिलेको परीक्षण गर्नुहोस् ।

प्रश्न

स्वास्थ्य चौकीमा विहान 10 बजेसम्म उपचार गर्न आएका बालबालिकाको तौल (Kg मा) दिइएको छ ।

22, 20, 15, 21, 18, 19, 18

(अ) बालबालिकाहरूको औसत तौल कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(आ) बालबालिकाहरूको मध्यिका तौल कति रहेछ, पत्ता लगाउनुहोस् ।

(इ) उक्त स्वास्थ्य चौकीमा अरू 2 जना बालबालिका सोही दिन उपचार गर्न आएछन् । प्रश्न (ख) कै मध्यिका तौल हुन उनीहरूको तौल कति कति हुनुपर्छ ?

(ई) उक्त स्वास्थ्य चौकीमा अरू 2 जना बालबालिका सोही दिन उपचार गर्न आएछन् । प्रश्न (क) कै मध्यक तौल हुन उनीहरूको तौल कति कति हुनु पर्छ ?

समाधान

(अ) तौलको योगफल (ΣX) = 22 + 20 + 15 + 21 + 18 + 19 + 18 = 133

जम्मा विद्यार्थी संख्या (n) = 7

औसत तौल. मध्यक (\bar{X}) = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{औसत तौल (मध्यक)} (\bar{X}) = \frac{\Sigma X}{n} = \frac{133}{7} = 19$$

∴ औसत तौल = 19kg

(आ)

यहाँ दिएको तथ्याङ्कहरूलाई बढ्दो क्रममा राख्दा,

15, 18, 18, 19, 20, 21, 22

जम्मा संख्या (n) = 7

मध्यिका (Md) = ?

हामीलाई थाहा छ,

$$n \text{ बिजोर भएकाले, मध्यिका } (M_d) = \frac{n+1}{2} \text{ औं पदको मान} = \frac{7+1}{2} \text{ औं पदको मान} = 4 \text{ औं पदको मान}$$

∴ मध्यिका = 19

(इ) यहाँ दिएको तथ्याङ्कहरूलाई बढ्दो क्रममा राख्दा,

15, 18, 18, 19, 20, 21, 22

जम्मा संख्या (n) = 7 + 2 = 9

मध्यिका (Md) = 19

हामीलाई थाहा छ,

$$\text{मध्यिका } (M_d) = \frac{n+1}{2} \text{ औं पदको मान} = \frac{9+1}{2} \text{ औं पदको मान} = 5 \text{ औं पदको मान}$$

तसर्थ 5 औं पदको मान 19 हुन थप दुई बालबालिकामध्ये एकको तौल 19kg भन्दा कम र अर्कोको तौल 19kg भन्दा बढी हुनुपर्छ ।

(ई) जम्मा संख्या (n) = 7 + 2 = 9

औसत तौल. मध्यक (\bar{X}) = 19

हामीलाई थाहा छ,

औसत तौल (मध्यक) (\bar{X}) = 19

$$\text{or}, \frac{\Sigma X}{n} = 19$$

$$\text{or}, \frac{\Sigma X}{9} = 19$$

or, $\Sigma X = 171$,

अब, $171 - 133 = 38$

∴ प्रश्न (क) कै मध्यक तौल हुन् उनीहरूको तौल जोडा 38 kg आउने हुनुपर्छ।

मूल्यांकन

(क) दिइएको तथ्याङ्कबाट, मध्यक, मध्यिका र रित पता लगाउनुहोस् :

25, 35, 15, 25, 28, 16, 25

दुसौँ दिन

सिकाइ उपलब्धि

- परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न

शैक्षणिक सामग्री

परियोजना कार्यको प्रतिवेदन

सिकाइ सहजीकरण क्रियाकलाप

क्रियाकलाप 1

परियोजना कार्य

- (क) तपाईंको घरमा भएका कुनै 8 ओटा सामग्रीहरूको उचाइ नाप्नुहोस् र त्यसको विवरण तालिकामा भर्नुहोस्। त्यसपछि तालिकाको आधारमा मध्यक र मध्यिका पता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।
- (ख) तपाईंले अध्ययन गर्ने पाठ्यपुस्तकहरू कति कति पेजका छन्? उक्त तथ्याङ्कका आधारमा एउटा पाठ्यपुस्तक कति पेजको बन्ने रहेछ, पता लगाई कक्षाकोठामा प्रस्तुत गर्नुहोस्।
- (ग) मध्यक र रितको प्रयोग हुने अवस्थाको खोजी गरी प्रतिवेदन लेख्नुहोस्।
- (क) विद्यार्थीलाई पालैपालो परियोजना कार्य प्रस्तुत गर्न लगाउनुहोस्।
- (ख) अन्य विद्यार्थीलाई प्रश्न सोध्ने अवसर दिनुहोस्।
- (ग) परियोजनाको निष्कर्ष माथि छलफल गराउनुहोस्।

मूल्यांकन

विद्यार्थीले प्रस्तुत गरेको परियोजना कार्यको प्रतिवेदन गणितीय ज्ञानको शुद्धताको मूल्यांकनका लागि रुब्रिक्सको प्रयोग गरी मूल्यांकन गर्नुहोस्।