数据结构实验报告

丁诗哲 dingshizhe@gmail.com

2017 年 6 月 28 日

题目：编制一个利用 Kruskal 算法生成一个网的最小生成树的程序。

1 需求分析

1.1 基本数据类型

用一个含有两个静态数组变量和两个 int 变量的结构表示一个图。其中的一个数组存储图的边，另一个数组存储图的节点；其中的一个 int 变量存储图中边的个数，另一个存储图中节点的个数。

一个节点的变量类型为 int，一条边的变量类型为一个结构——这个结构中存有这条边带有的两个节点和边的权。

1.2 标准输入

用户需要标准化输入一个图，需要按照提示依次输入下列数据：点数，边数，边（包括两个点和一个权值，分别用空格隔开）。每次输入用换行分开。

1.3 标准输出

数据输入完毕后，用户将得到一个最小生成树的标准化输出，输出包含下列数据：点数，边数，点的列表以及边的列表。

1.4 其他

本程序需要另外一个数据结构——并查集（MFset）。

我们用一个结构描述并查集。此结构包含一个 int 型的静态数组和 int 型的描述数组大小的量。数组的第 i 个值描述 i 在哪个集合中。它的值初始为 i。

我们用并查集描述 Kruskal 算法运行过程中图的节点所属的连通分量。

2 概要设计

2.1 抽象数据结构定义

图（Graph）的抽象数据结构定义：

```
ADT Graph{
  数据对象 V: V是具有相同特性的数据元素的集合，称为顶点集；
  数据关系 R: R = {VR}，VR = {<v,w>|v,w属于V}，R是V×V的子集，称为边集；
  基本操作 P:
    Create_graph(&G, V, VR)
```

```
        初始条件： 图G存在，V是顶点集，VR是边集。
        操作结果： 以V和VR为条件生成一个图。
    Destroy_graph(&G)
        初始条件： 图G存在。
        操作结果： 销毁图G。
    Get_vex(&G, v)
        初始条件： 图G存在，边v存在。
        操作结果： 得到G中v的权重。
    Put_vex(&G, v, weight)
        初始条件： 图G存在，边v存在。
        操作结果： 给边v赋权weight。
    Add_vex(&G, v)
        初始条件： 图G存在，边v不存在。
        操作结果： 给G加边v。
    Initial_mini_gtree(&G)
        初始条件： 图G存在。
        操作结果： 创建一个图，大小和G相同但是不含边。
                （为最小生成树做准备）
    Print_graph(&G)
        初始条件： 图G存在。
        操作结果： 在终端打印出图G的信息。
}
```

并查集（MFset）的抽象定义：

```
ADT MFset{
  数据对象 S: S是一个MFset，则它的元素是一系列子集S[i]（i=1,2...m），
      每个子集的元素是{0,1...n}中的一个整数。
  数据关系 R: S[1]、S[2]...S[m]的并集为初始定义的全集。
  基本操作 P:
      Initial(&S, n, x1, x2...xn)
        操作结果：
      Find(&S, x)
        初始条件： S存在，x是S子集的一个元素。
        操作结果： 返回x所在的S[i]。
      Merge(&S, i, j)
        初始条件： S存在。
```

```
            操作结果： 将i和j所在的S的子集合并。
        Destroy(&S)
            初始条件： S存在。
            操作结果： 将S销毁。
        IsSame(&S, i, j)
            初始条件： S存在, i和j在S的子集中。
            操作结果： 返回i和j是否在同一个子集中。
        PrintMfset(&S)
            初始条件： S存在。
            操作结果： 打印出S的值。
}
```

2.2 程序构成

本程序包含四个模块：主程序模块、图结构模块、并查集结构模块、克鲁斯卡尔算法实现模块。

程序源文件目录如下所示：

```
.
    graph.c
    graph.h
    kruskal.c
    main
    main.c
    mfset.c
    mfset.h
    run.sh
    test.txt
```

主程序模块： 在 main.c 中，程序结构如下：

```
int main(){
    初始化图G;
    打印图G;
    对G进行Kruskal算法;
    打印图;
```

```
        销毁图;
        返回0;
    }
```

图结构模块:

在文件 graph.h 和 graph.c 中，graph.h 声明了图的结构和相关操作。graph.c 中给出了操作的具体定义。

graph.h 中声明的操作有:

```
Graph create_graph(void);
int delete_graph(Graph G);
int add_edge(edge tmp, Graph G);
Graph create_test_graph(void);
Graph initial_mini_gTree(Graph G);
int print_graph(Graph G);
```

其中 *Graph create_graph(void)* 是由用户输入数据生成一个图,*Graphcreate_test_graph(void)* 是读取一个文件的数据生成一个特定的测试图，该文件 (*test.txt*) 已经被写好。其他操作分别对上面 Graph 抽象 ADT 中的各种操作。

并查集模块:

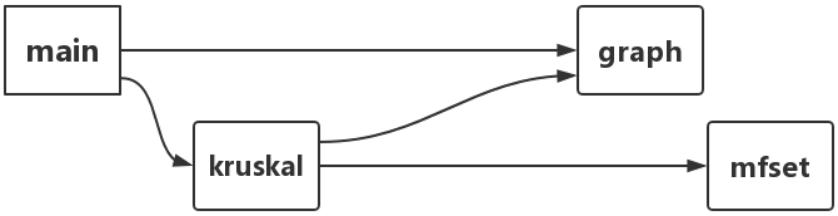
在文件 mfset.h 和 mfset.c 中，mfset.h 声明了图的结构和相关操作。mfset.c 中给出了操作的具体定义。 mfset.h 中声明的操作有:

```
MFset create_mfset(int size);
int find(int x, MFset MF);
int is_insame(int x, int y, MFset MF);
int merge(int x, int y, MFset MF);
int delete_mfset(MFset MF);
int print_mfset(MFset MF);
```

它们分别对上面 MFset 抽象 ADT 中的各种操作。

克鲁斯卡尔算法实现模块: 在文件 kruskal.c 中。

文件的调用关系如下:



main.c 调用 graph.h 和 mfset.h 中声明的函数，也调用 kruskal.c 中的函数。kruskal.c 需要 graph.h 和 mfset.h 中声明的函数。

3 详细设计

3.1 图的结构类型

```
// 边结构
struct edge{
  int from, to;
  int weight;
};

typedef struct edge edge;

// 图结构（结点集合，边集合，结点数，边数）
struct Graph_box{
  char vertices[30];
  edge edges[100] ;
  int vexnum, edgenum;
};

typedef struct Graph_box * Graph;
```

3.2 对图的一些操作

下面是创建一个图 (*Graph create_graph(void)*) 的程序代码，包含提示输入数据类型，获取标准输入，根据标准输入创建无边图，依次加入边。

```
// 按输入建立一个图
Graph create_graph(void){

  Graph G = (Graph) malloc(sizeof(struct Graph_box));
  if(!G) return NULL;

  printf("输入顶点数\n");
  scanf("%d", &(G->vexnum));
  printf("输入边数\n");
  scanf("%d", &(G->edgenum));

  int i;
  for(i=0; i<G->vexnum; i++)
    G->vertices[i] = 'A' + i;
    G->vertices[i] = '\0';
     printf("输入边\n");

     // 初始化
     for(i=0; i<100; i++)
    G->edges[i].weight = 0;

     // 临时
     edge tmp;

     // 新的边插入原有的边列表, 保持按权重降序
     for(i=0; i<G->edgenum; i++){
       scanf("%d %d %d", &(tmp.from), &(tmp.to), &(tmp.weight));
       add_edge(tmp, G);
  }
  return G;
}
```

下面是在图 G 中加入一条边 tmp 的程序 ($intadd_edge(edge\ tmp, Graph\ G)$) 代码。需要注意的是, 加入边的过程中, 每次加不仅需要判断和已有的边是否重复, 如果不重复、还需要加入后边的数组按照边的权重保持降序。这是为了运行 Kruskal 算法的方便。

```
int add_edge(edge tmp, Graph G){
  if(!G) return -1;

  // 加入的边不能和已有的边重复
  for(int i=0; i<G->edgenum; i++)
    if((tmp.from==G->edges[i].from && tmp.to==G->edges[i].to)||
    (tmp.from==G->edges[i].to&&tmp.to==G->edges[i].from))
    return -1;

  // 保证加入边后列表按照权重降序
  for(int j=0; j<=G->edgenum; j++)
    if(tmp.weight > G->edges[j].weight){
      for(int k=G->edgenum; k>j; k--)
        G->edges[k] = G->edges[k-1];
        G->edges[j] = tmp;
        break;
      }
  G->edgenum++;
  return 0;
}
```

3.3 并查集的结构类型

```
// 并查集
struct mfset{
  int set[MAX_NUM];
  int size;
};

typedef struct mfset * MFset;
```

3.4 对并查集的部分操作

下面是将并查集 MF 中的 i 和 j 所在的子集合并的程序 ($intmerge(int\,x,\,int\,y,\,MFset\,MF)$)。现在用 $f(i)$ 表示 MF 结构内的数组第 i 位的值。

我们在前面的定义中规定，$f(i)$ 表示其所在的集合，不同的 i 和 j 对应的 $f(i)$、$f(j)$ 相等，意

味着他们在同一个集合中。我们将 i 和 j 所在的集合合并，只需将和 $f(i)$ 以及 $f(j)$ 相等的所有的位置 x 的 $f(x)$ 都设为相同的值即可。但是我需要设置他们的值和其他集合的值不相等，考虑到数组初始化的时候 $f(i)=i$，再 $merge$ 操作中我们这样约定：将并查集 MF 中的 i 和 j 所在的子集合并时，把所有和 i 值相同的元素 x 和 j 值相同的元素 y 的 $f(x)$、$f(y)$ 全部设为 $\min(f(i),f(j))$。

实现代码如下：

```
int merge(int x, int y, MFset MF){
  if(MF->set[x] == MF->set[y]) return 0;
  int tmp;
  if(MF->set[x] < MF->set[y]){
    tmp = MF->set[y];
    for(int i=0; i<MAX_NUM; i++)
      if(MF->set[i] == tmp)
        MF->set[i] = MF->set[x];
  }
  else{
    tmp = MF->set[x];
    for(int i=0; i<MAX_NUM; i++)
    if(MF->set[i] == tmp)
      MF->set[i] = MF->set[y];
  }
  return 0;
}
```

3.5 Kruskal 算法的实现

Kruskal 算法是一种用来寻找最小生成树的算法。在剩下的所有未选取的边中，找最小边，如果和已选取的边构成回路，则放弃，选取次小边。下面是算法在本程序中的实现：

```
Graph kruskal(Graph G){
  if(!G) return NULL;
  // 初始化最小生成树
  Graph T = initial_mini_gTree(G);

  int from, to;
```

```
    // 创建并查集
    MFset MF = create_mfset(G->vexnum);

    // 由于边按照权降序，我们从最后一条边开始循环
    for(int i=G->edgenum-1; i>=0; i--){
      from = G->edges[i].from;
      to = G->edges[i].to;

      // 如果在同一个子集中，进行下一轮循环
      if(is_insame(from, to, MF))
        continue;
      // 否则也就是说他们不在同一个子集中
      // 那么将他们所在的子集合并
      else{
        add_edge(G->edges[i], T);
        merge(from, to, MF);
      }
    }
    delete_mfset(MF);
    return T;
  }
```

此算法根据输入的图 G，生成一个节点数相等但无边的图 T，这是初始化了的最小生成树。然后以输入的图 G 的节点数为大小创建一个并查集 MF。

接着从 G 的最小边（最后一条边）开始进行循环：如果边的两个节点在并查集中属于同一个子集，那么继续下一轮循环；如果不在，那么把这条边加入图 T，并把并查集中这两个节点所在的子集合并。

所有的边遍历完，程序结束，返回图 T。

3.6 主程序的测试代码

下面是主程序的测试代码：

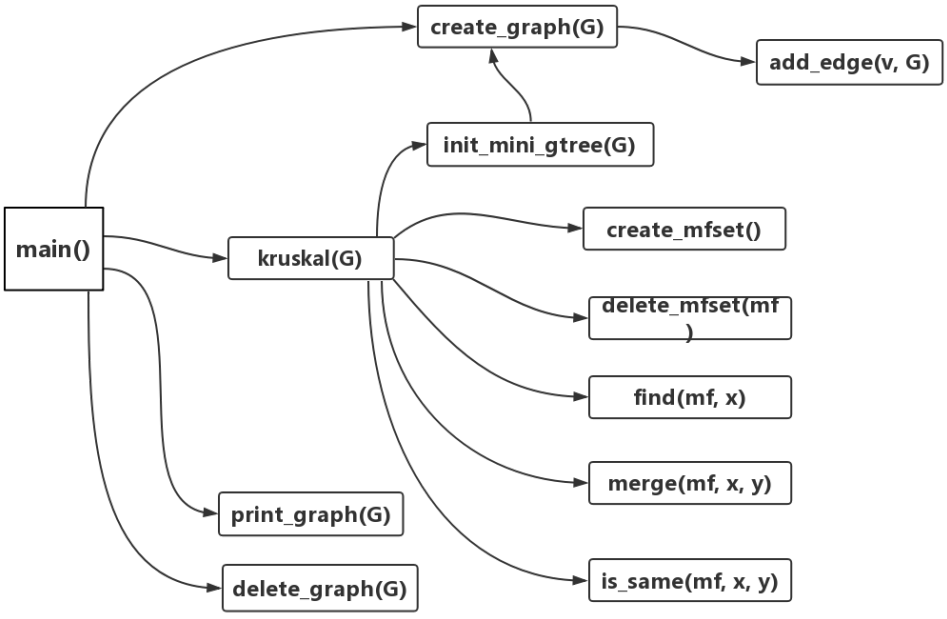
```
  int main(int argc, char const *argv[])
  {
    // 如果有命令行参数，那就生成特定的一个测试用例
```

```
    if(argc==2)
      Graph G = create_test_graph();
    // 否则由用户来输入生成图
    else
      Graph G = create_graph();
    print_graph(G);
    Graph T = kruskal(G);
    printf("最小生成树是：\n");
    print_graph(T);
    delete_graph(G);
    delete_graph(T);
    return 0;
}
```

此程序首先根据用户输入或者读取文件创建一个图 G 并打印，然后调用 $Graph\ kruskal(Graph\ G)$ 函数，该函数生成最小生成树 T 并打印。

3.7 具体的函数调用关系

具体函数的调用关系如下图所示：



4 用户手册

- 本程序的运行环境是 *Ubuntu* 16.04 *LTS*。