University of Science

Viet Nam National University - Ho Chi Minh city

PROJECT 1
COLOR COMPRESSION

Giảng viên lý thuyết Vũ Quốc Hoàng

Giảng viên thực hành Phan Thị Phương Uyên

Nguyễn Văn Quang Huy

Sinh viên Vũ Đình Chương 21127236

Mục lục

1 Tổng quan lý thuyết

1.1 Vấn đề đặt ra

Cài đặt chương trình giảm số lượng màu cho ảnh sử dụng thuật toán K-Means.

1.2 Sơ lược nguồn gốc K-Means

Thuật ngữ K-Means được giới thiệu lần đầu bởi James MacQueen vào năm 1967, mặc dù ý tưởng đã được Hugo Stein đưa ra vào năm 1956. Thuật toán tiêu chuẩn ban đầu được đề xuất bởi Stuart Lloyd của Bell Labs năm 1957 như là một kĩ thuật mã hoá modul, dù cho nó không được công bố trong tạp chí chuyên ngành cho đến năm 1982. Vào năm 1965, Edward W.Forgy công bố một phương pháp tương tự, đó là lý do nó vẫn được gọi là thuật thoán Lloyd-Forgy.

1.3 Giới thiệu K-Means

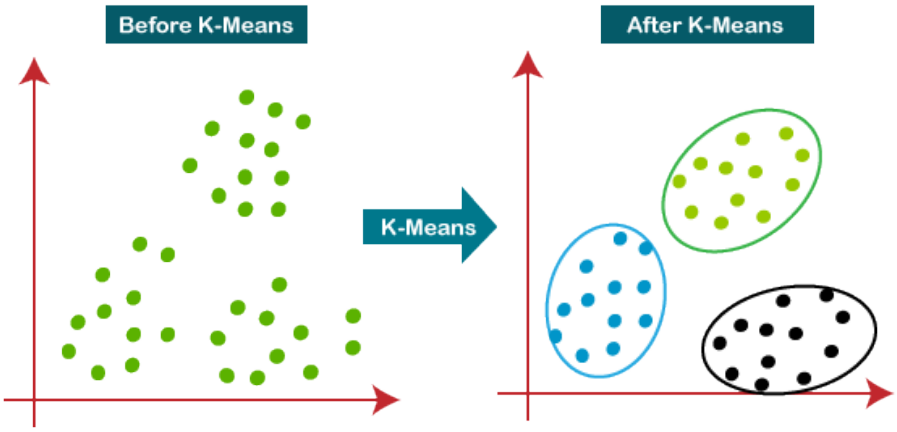
K-means là một thuật toán phân cụm mạnh mẽ và đa dụng trong lĩnh vực khoa học máy tính. Công dụng của K-means rất đa dạng và có thể được áp dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Ví dụ, nó có thể được sử dụng để phân tích hình ảnh bằng cách phân đoạn các vùng tương tự trong hình ảnh, nhận dạng mẫu trong xử lý ngôn ngữ tự nhiên hoặc phân nhóm dữ liệu trong nghiên cứu thị trường.
K-means cũng rất hữu ích trong việc phân tích dữ liệu và trực quan hóa. Nó có thể giúp phân nhóm khách hàng dựa trên hành vi mua hàng, phân loại dữ liệu trong lĩnh vực tài chính và kinh doanh, cũng như tạo ra các biểu đồ và biểu đồ trực quan để hiển thị sự phân cụm của dữ liệu. Ngoài ra, K-means còn được sử dụng trong nghiên cứu khoa học để phân tích dữ liệu sinh học, xử lý tín hiệu và nghiên cứu về môi trường.

2 Mô tả K-Means

2.1 Ý tưởng K-Means

K-Means là thuật toán dựa trên kĩ thuật centroid với mỗi cluster (cụm) là một cụm với trung tâm của cụm các pixel (điểm màu), và lưu vị trí của các màu vào labels (nhãn) là chỉ số của các centroid mà các pixel thuộc về thuật toán K-Means nhắm tới việc giảm số lượng màu, đặc biệt là các màu ít xuất hiện.

Ví dụ áp dụng kmeans:



2.2 Thuật toán K-Means

2.2.1 Mô tả thuật toán

input: img_1d, img, k_clusters, max_iter, init_centroids

- img_1d: Ảnh gốc đã reshape thành mảng 1 chiều
- k_cluster: Số cluster
- max_iter: Số lần lặp lại tối đa cho K-Means
- init_centroids: Quy định cách thức xác định centroids ban đầu: 'random' hoặc 'in_pixels'

input: centroids, labels

- centroids: Mảng 2 chiều lưu trữ các màu
- labels: Mảng 1 chiều đánh dấu chỉ số của các centroid mà các pixel thuộc về

Ý tưởng thực hiện:

- Từ k cluster chọn ngẫu nhiên centroids có k phần tử
- Tìm khoảng cách của các pixels tới k centroid

$$d(x,y) = \sqrt{\sum_{i=0}^{n}(x_i - y_i)^2}$$

- Gán vào labels cho biết pixel nào thuộc vào centroid gần nhất

$$j = argmin\sqrt{\|(x_i - y_i)^2\|} \Leftrightarrow argmin(d(x_i, y_i))$$

- Tìm lại giá trị của centroids bằng giá trị trung bình giá trị của các pixels theo centroid đã được gán

$$C_i = \frac{1}{\|Ni\|}\sum x_i$$

- Lặp lại quá trình cho đến khi các phần tử trong centroids không thay đổi, thay đổi ít hoặc vượt quá max_iter lần

2.2.2 Pseudo-code

Quy ước:

- biến[a]: mảng 1 chiều với a phần từ
- biến[a][b]: Mảng 2 chiều với a dòng b cột

Pseudo-code:

def kmeans(img_1d, img, k_cluster, max_iter, init_centroids):

Nếu init_centroid == 'random':

centroids[k_cluster] = ngẫu nhiên từ 0-255 với k_clusters centroids mỗi centroids có 3 giá trị màu R G B bằng hàm numpy.random.randint(0, 256)

Nếu init_centoids == 'in_pixels':

centroids[k_cluster] = Lấy ngẫu nhiên k_clusters màu trong mảng màu img_1d bằng hàm numpy.random.choice(pixels của img_1d)

Chạy thuật toán K-Means với max_iter lần

distances[k_cluster][Số pixel trong mảng img_1d] = tính khoảng cách euclid của pixels với mỗi centroid bằng hàm numpy.linalg.norm(pixels - centroids)

labels[Số pixel trong mảng img_1d] = gán vị trí cho các pixels thuộc về centroid nào gần nhất bằng hàm numpy.argmin(distances)

temp_centroids[k_cluster][3] = trung bình giá trị của các pixels theo centroid đã được gán bằng numpy.mean(các pixels cùng giá trị trong labels)

Sử dụng numpy.allclose(temp_centroids, centroids) để thử nếu temp_centroids gần hoặc bằng centroids thì break vòng lặp

Cập nhập centroids = temp_centroids

return centroids, labels

2.2.3 Kmeans trong python

```
    if init_centroids == 'random':
        centroids = np.random.randint(0, 256, (k_clusters,
channels))
    elif init_centroids == 'in_pixels':
        rand_centroid = np.random.choice(range(height_width),
k_clusters, replace = False)
        centroids = img_1d[rand_centroid]
    else:
        raise ValueError("Invalid option: 'random' or 'in_pixels'"
)
```

- Random centroids: chọn số ngẫu nhiên trong khoảng với số lượng k_cluster và trong k cluster có channels phần tử
  - Với init_centrodis == 'random' sẽ random từ 0-255 cho từng centroid có 3 giá trị R G B
  - với init_centrodis == 'in_pixels' sẽ random các phần từ có trong ảnh cho từng centroid lưu lại vị trí sau đó gán vào centroids.
  - replace = False dùng để đảm bảo cho sự lựa chọn không bị lặp lại
  - Khi init_pixels không hợp lệ sẽ thông báo lên màn hình "Invalid option: 'random' or 'in_pixels'"

```
    for _ in range(max_iter):
        distances = np.linalg.norm(img_1d[:, np.newaxis] -
centroids, axis = 2)

        labels = np.argmin(distances, axis = 1)

        temp_centroids = np.array([np.mean(img_1d[labels == k] if
np.any(labels == k) else centroids, axis = 0) for k in range(
k_clusters)])
```

- Dòng 2 tính khoảng cách giữa centroids với pixels :distance = np.linalg.norm(img_1d[:, np.newaxis] - centroids, axis = 2) Tính khoảng cách giữa phần tử trong img_1d với tất cả phần tử trong centroids.
  - np.newaxis chuyển phần từ mảng img_1d từ 2 chiều thành 3 chiều cụ thể tăng 1 chiều từ,ví dụ [[R,G,B],[R, G, B]] thành [[[R,G,B],[R, G, B]]]
  - Sau khi chuyển trừ với centroids là trừ lần lượt [R G B] với từng phần tử trong centroids
  - axis = 2 sẽ giúp hàm norm() xác định tính theo $\sqrt{R^2 + G^2 + B^2}$

Ví dụ cho np.newaxis:

```
x1 = [[1, 2, 4], [2, 3, 4], [3, 4, 5]]
x1 = np.array(x1)
x1 = np.array(x1[:, np.newaxis])
print(x1)
```

```
[[[1 2 4]]

 [[2 3 4]]

 [[3 4 5]]]
```

Ví dụ cho np.linalg.norm():

```
x1 = [[1, 2, 4], [2, 3, 4], [3, 4, 5]]
x2 = [[0, 1, 2], [1, 2, 3], [2, 3, 4]]
x2 = np.array(x2)
x1 = np.array(x1)
x1 = np.array(x1[:, np.newaxis])
x = x1 - x2
x = np.linalg.norm(x1 - x2, axis = 2)
print(x)
```

```
[[2.44948974 1.         1.41421356]
 [3.46410162 1.73205081 0.        ]
 [5.19615242 3.46410162 1.73205081]]
```

- Dòng 4 labels = np.argmin(distances, axis = 1) Lọc ra k min trong distances
  - axis = 1 để argmin() xác định duyệt lần lượt từng phần từ theo cột để tìm min index trong cột ấy
  - Lưu index min vừa tìm được trong distances vào trong labels có nghĩa là màu pixel là màu của centroids[index]

```
x1 = [[1, 2, 4], [2, 3, 4], [3, 4, 5]]
x2 = [[0, 1, 2], [1, 2, 3], [2, 3, 4]]
x2 = np.array(x2)
x1 = np.array(x1)
x1 = np.array(x1[:, np.newaxis])
x = x1 - x2
dis = np.linalg.norm(x1 - x2, axis = 2)
print('distance:\n', dis)
labels = np.argmin(dis, axis = 1)
for i in labels:
    print('Min index của các cột lần lượt là', i )
```

```
distances:
 [[2.44948974 1.         1.41421356]
 [3.46410162 1.73205081 0.        ]
 [5.19615242 3.46410162 1.73205081]]
Min index của các cột distances lần lượt là [1 2 2]
```

- Dòng 6 temp_centroids = np.array([np.mean(img_1d[labels == k] if np.any(labels == k) else centroids, axis = 0) for k in range(k_clusters)])

labels == k tạo ra 1 mảng boolen cho biết k có tồn tại trong labels không

- Nếu k tồn tại trong labels thì img_1d[labels == k] thì lấy tất cả các phần tử trong labels mang giá trị k
- Dùng np.mean() tính trung bình của các phần tử đã xác nhận bằng k trong img_1d[labels == k]
- Nếu k không tồn tại sẽ giữ centroid thứ k cũ

Ví dụ cho việc không tìm thấy k trong labels:
Như hình ví dụ cho việc tìm labels dùng argmin cho thấy index trong labels chỉ có [1 2 2] không có index 0 nên index 0 trong check ở ví dụ hay temp_centroids ở kmeans sẽ ra nan

và sẽ bị lỗi không chạy tiếp được.

```
x1 = [[1, 2, 4], [2, 3, 4], [3, 4, 5]]
x2 = [[0, 1, 2], [1, 2, 3], [2, 3, 4]]
x2 = np.array(x2)
x1 = np.array(x1)
x1 = np.array(x1[:, np.newaxis])
x = x1 - x2
dis = np.linalg.norm(x1 - x2, axis = 2)
print('distances:\n', dis)
labels = np.argmin(dis, axis = 1)
check = np.array([np.mean(x1[labels == k], axis = 0) for k in range(3)])
print (check)
```

```
[[[nan nan nan]]

 [[1.  2.  4. ]]

 [[2.5 3.5 4.5]]]
```

```
1         if np.allclose(centroids, temp_centroids, atol = 1):
2             break
3
4         centroids = temp_centroids
5
6     return centroids, labels
```

- Dòng 11 np.allclose(centroids, temp_centroids, atol = 1)
  - Dùng để kiểm tra xem centroids và temp_centroids có gần bằng nhau chưa
  - np.allclose() tính giá trị truyệt đối của (temp_centroids - centroids) <= atol = 1 thì dừng. Thay vì cho temp_centroids và centroids bằng nhàu thì sử dụng atol = 1 sẽ giảm số lượng vòng lặp, giảm thời gian xử lý.
  - Nếu temp_centroids và centroids gần bằng nhau thì sẽ dừng lại, ngược lại sẽ cập nhập centroids = temp_centroids
  - Trả về centroids và labels cuối cùng tìm được

3 Mô tả các hàm phụ trợ

3.1 centroids_to_image()

def centroids_to_image(centroids, labels, img):
Input: centroids, labels, img

- centroids: mảng chưa k_clusters centroid màu
- labels: mảng đánh dấu các pixels thuộc về centroids gần nhất
- img: Ảnh gốc chưa reshape

Output: new_img

- new_img ảnh sau khi nén màu

Chuyển đổi từ centroids và labels trở về thành tấm ảnh hoàn chỉnh

- centroids[labels] gán các giá trị màu vào lại theo các phần tử của labels
- reshape mảng vừa thu được thành ảnh theo shape ban đầu

3.2 user_input()

def user_input(): Output: img_name, k_clusters, max_iter, init_centroids, file_extension

- img_name đường dẫn tới ảnh
- k_clusters số màu còn lại của ảnh
- max_iter số lần lặp tối đa của K-Means
- init_centroids lựa chọn centroids ban đầu
- file_extension: Định dạng của file ảnh đầu ra

Dùng để nhập thông tin từ người dùng lần lượt là:.

- img_name: Tên ảnh
- k_clusters: Số màu còn lại của ảnh
- max_iter: Số lần lặp tối đa trong kmeans
- init_centroids: Cách thức lựa chọn centroids ban đầu
- file_extension: Định dạng của file ảnh đầu ra
- Cuối cùng trả về cho tất cả các thông tin vừa đi vào

3.3 img_process()

def img_process(img_name): Input: img_name

- img_name đường dẫn tới ảnh

Output: img_array.reshape(-1, 3), img

- img_array.reshape(-1, 3) trả về ảnh đã được reshape thành mảng một chiều
- img trả về ảnh gốc

Dùng để xử lý ảnh chuyển ảnh sang mảng một chiều và in ảnh gốc ra màn hình trước khi đưa vào hàm kmeans

- Mở ảnh bằng hàm open trong PIL.Image
- Chuyển ảnh sang mảng của numpy bằng np.array
- trả về ảnh đã reshape về một chiều bằng np.reshape(-1, 3) và trả về ảnh gốc khi mới mở ảnh

3.4 export_img()

def export_img(new_img, file_extension) Input:new_img, file_extension

- new_img ảnh sau khi giảm màu
- file_extension phần mở rộng của ảnh sẽ tạo ra

Output: Ảnh ở đã giảm màu ở folder
Dùng để in ra ảnh sau khi đã chỉnh màu và lưu định dạng ảnh ra folder

- Chuyển đổi ảnh từ mảng numpy trở về mang ban đầu khi vừa mở ảnh bằng PIL.Image.fromarray ta được Image.fromarray(new_img.astype(np.uint8))
- Nếu file_extension là ’pdf’ thì sẽ lưu định dạng ảnh là pdf ra folder
- Nếu file_extension là ’png’ thì sẽ lưu định dạng ảnh là png ra folder

3.5 main()

Output: Ảnh đã qua xử lý giảm màu Hàm main() lầnl ượt lấy input từ người dùng, reshape ảnh và chạy hàm giảm màu kmeans() sau đó tính thời gian và lưu định dạng ảnh ra folder cũng như cho người dùng sau khi xong hàm kmeans() bằng hàm export_img() và hàm centrodis_to_image()

- Lấy img_name, k_clusters, max_iter, init_centroids, file_extension từ hàm user_input()
- Đọc ảnh và reshape ảnh bằng hàm img_process()
- Lấy centroids và labels đã được giảm màu từ hàm kmeans(), đồng thời tính thời gian xử lý bằng hàm time() trong thư viện time
- Xử lý ngược lại để trả về ảnh sau khi giảm màu bằng hàm centroids_to_image()
- Lưu định dạng ảnh ra folder
- Cuối cũng trình ảnh ra màn hình sau khi đã giảm màu

4 Kết quả và nhận xét:

4.1 Kết quả

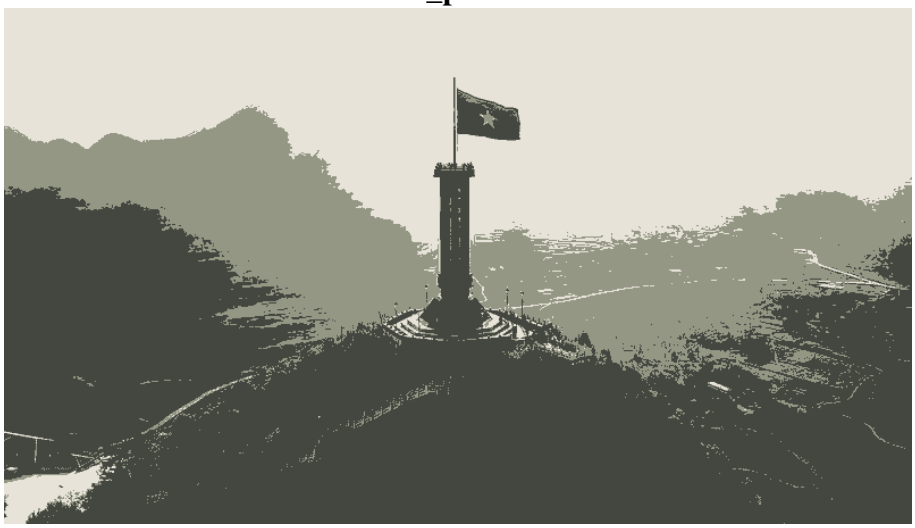
Sau khi chạy thử kmean với k lần lượt là 3, 5, 7 và init_centroids là 'random' và 'in_pixels':

Ảnh gốc

4.1.1 Với K = 3

Random

In_pixels



4.1.2 Với K = 5

Random

In_pixels

4.1.3 Với K = 7

Random

In_pixels

4.2 Nhận xét:

4.2.1 Nhận xét chung:

Độ phức tạp của kmeans là: O(height_width * K_cluster * max_iter * channels).
Tuy nhiên, thuật toán vẫn chưa tối ưu, ở xử lý centroids dẫn đến chương trình lặp lại nhiều vòng hơn dẫn tới thời gian xử lý lâu hơn.

4.2.2 So sánh giữa 'random' với 'in_pixels'

- Về hình ảnh: Cả random và in_pixels tương đối giống nhau về chất lượng hình ảnh. Cấu trúc của ảnh vẫn được giữ nguyên qua các số k_clusters khác nhau.
- Về thơi gian xử lý: Cả 2 random và in_pixels đều không quá ổn định về thời gian vì thuật toán dựa trên random centroids. Sẽ có sự trên lệch về thơi gian dựa trên điều kiện dừng tại np.allclose() atol càng lớn dừng càng nhanh và sự ổn định của ảnh đầu rả càng không ổn định.

Bảng đo thời gian giữa random và in_pixels lần 1 với max_iter = 50:

K	**random**	**in_pixels**
3	0.44	0.49
5	1.1	1.6
7	1.75	1.15

Bảng đo thời gian giữa random và in_pixels lần 2 với max_iter = 50:

K	**random**	**in_pixels**
3	0.96	0.68
5	1.19	1.84
7	1.89	2.4

4.2.3 So sánh giữa kmeans() với kmeans của thư viện sklearn

- Về hình ảnh: Cả random và in_pixels trong cả 2 cách đều tương đối giống nhau về chất lượng hình ảnh. Cấu trúc của ảnh vẫn được giữ nguyên qua các số k_clusters khác nhau tuy nhiên ngay cả random hay in_pixels kmeans() trong sklearn cho ra kết quả đồng nhất và ổn định hơn.
- Về thơi gian xử lý: kmeans() trong sklearn có tốc độ nhanh hơn nhiều so với kmeans().

Bảng đo thời gian giữa random và in_pixels và kmeans() trong sklearn với max_iter = 50:

K	**random**	**in_pixels**	sklearn.KMeans()
3	0.96	0.68	0.22
5	1.19	1.84	0.45
7	1.89	2.4	0.79

5 Kết luận

Thuật toán Kmeans tuy nhanh nhưng vẫn còn nhiều hạn chế:

- Cần biết số lượng cluster cần clustering
- Nghiệm cuối cùng phụ thuộc vào các centers được khởi tạo ban đầu
- Các cluster cần có só lượng điểm gần bằng nhau nhưng kết quả cuối cùng là không chính xác
- K-Means chỉ phát hiện được các cụm có dạng hình cầu do dựa trên tính chất về khoảng cách.

Mặc dù có những hạn chế, K-means clustering vẫn cực kỳ quan trọng trong Machine Learning và là nền tảng cho nhiều thuật toán phức tạp khác sau này.

6 Tài liệu tham khảo

Tài liệu

[1] Ý tưởng kmeans

[2] Ý tưởng kmeans

[3] Ý tưởng - thuật toán kmeans

[4] Khái niệm lý thuyết - Ý tưởng kmeans

[5] Hàm numpy

[6] Broadcasting cho kmeans

[7] Thuật toán kmeans

[8] Kmeans trong sklearn

[9] Hướng dẫn Kmeans trong sklearn