

Nội dung

- Phương pháp M lớn
- Phương pháp hai pha
- Bài toán đối ngẫu

Phương pháp M lớn

Bài toán M lớn

- Bài toán $\langle f, D \rangle$:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \rightarrow \min \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j = b_i \geq 0 & (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0 & \forall j = \overline{1, n} \end{cases}$$

- Bài toán M lớn:

$$g(x) = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j + M \sum_{i=1}^m x_{n+i} \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j + x_{n+i} = b_i & (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0; \quad x_{n+i} \geq 0 & \forall j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m} \end{cases}$$

Với M là số dương lớn tùy ý

Minh họa ví dụ 1(1)

- Bài toán $\langle f, D \rangle$: $f(x) = x_1 + 2x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..3) \end{cases}$$

- Bài toán $\langle g, D \rangle$: $g(x) = -x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..5) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 1(2)

- Bài toán $\langle g, D \rangle$: $g(x) = -x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..5) \end{cases}$$

- Bài toán M lớn $\langle g, \underline{D} \rangle$:

$$G(x) = -x_1 - 2x_2 + x_3 + M(x_6 + x_7) \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 2x_3 + x_4 = 6 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 + x_6 = 6 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + x_7 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..7) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 1(3)

Hệ số	Ân CB	P/Án	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_7 M	
0	x_4	6	-1	4	-2	1	0	0	0	
M	x_6	6	1	1	2	0	-1	1	0	3
M	x_7	4	2	-1	2	0	0	0	1	<u>2</u>
		10M	3M+1	2	4M-1	0	-M	0	0	

Minh họa ví dụ 1(4)

Ấn CB	P/Ấn	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_6 M	
x_4	10	1	3	0	1	0	0	1	10 /3
x_6	2	-1	2	0	0	-1	1	-1	<u>1</u>
x_3	2	1	-1/2	1	0	0	0	1/2	
	2M +2	-M +2	2M +3/2	0	0	-M	0	-2M +1/2	

Minh họa ví dụ 1(5)

Ân CB	P/Ân	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_7 M	
x_4	7	5/2	0	0	1	3/2	-3/2	5/2	<u>14/7</u>
x_2	1	-1/2	1	0	0	-1/2	1/2	-1/2	
x_3	5/2	3/4	0	1	0	-1/4	1/4	1/4	10/3
	1/2	11/4	0	0	0	3/4	-M -3/4	-M +5/4	

Minh họa ví dụ 1(6)

Hệ số	Ấn CB	P/Ấn	x_1 -1	x_2 -2	x_3 1	x_4 0	x_5 0	x_6 M	x_7 M
-1	x_1	14/5	1	0	0	2/5	3/5	-3/5	1
-2	x_2	12/5	0	1	0	1/5	-1/5	1/5	0
1	x_3	2/5	0	0	1	-3/10	-7/10	7/10	-1/2
		-36/5	0	0	0	-11/10	-9/10	-M+ 9/10	-M -3/2

Nghiệm bài toán M là $(14/5, 12/5, 2/5, 0, 0, 0, 0)$, ẩn giả đã bị loại từ bảng thứ 3.

Nghiệm bài toán $\langle g, D \rangle$ là $(14/5, 12/5, 2/5, 0, 0)$, với x_4, x_5 là ẩn phụ.

Nghiệm bài toán $\langle f, D \rangle$ là $x_{\text{opt}} = (14/5, 12/5, 2/5)$ và $f_{\text{max}} = 36/5$

Minh họa ví dụ 2(1)

- Bài toán $\langle f, D \rangle$: $f(x) = 4x_1 - 3x_2 - x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..3) \end{cases}$$

- Bài toán M:

$$g(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 + Mx_4 + Mx_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_5 = 4 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..5) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 2(2)

Hệ số	Ân CB	P/Ân	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M	
M	x_4	4	4	3	4	1	0	<u>1</u>
M	x_5	4	4	1	-3	0	1	1
		8M	8M+ 4	4M-3	M-1	0	0	

Minh họa ví dụ 2(3)

Hệ số	Ân CB	P/Ân	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M
-4	x_1	1	1	3/4	1	1/4	0
M	x_5	0	0	-2	-7	-1	1
		-4	0	-2M-6	-7M-5	-2M-1	0

Nghiệm bài toán M là là $= (1,0,0,0,0)$

Ản giả x_5 còn là ản cơ bản nhưng nhận giá trị 0 nên nghiệm bài toán (f,D) là $x = (1,0,0)$ và $f_{\max} = 4$

Minh họa ví dụ 3(1)

- Bài toán $\langle f, D \rangle$: $f(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 5 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..3) \end{cases}$$

- Bài toán M:

$$g(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 + Mx_4 + Mx_5 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 4 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 + x_5 = 5 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..5) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 3(2)

Hệ số	Ân CB	P/Ân	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M	
M	x_4	4	4	3	4	1	0	<u>1</u>
M	x_5	5	4	1	-3	0	1	5/4
		9M	8M+ 4	4M-3	M-1	0	0	

Minh họa ví dụ 3(3)

Hệ số	Ấn CB	P/Ấn	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	x_4 M	x_5 M
-4	x_1	1	1	3/4	1	1/4	0
M	x_5	1	0	-2	-7	-1	1
		M-4	0	-2M-6	-7M-5	-2M-1	0

Nghiệm bài toán M là là $= (1, 0, 0, 0, 1)$

Ấn giả x_5 còn là ấn cơ bản nhận giá trị 1 nên nghiệm bài toán (f, D) vô nghiệm

Phương pháp đơn hình hai pha

Bài toán

- Bài toán $\langle f, D \rangle$:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \rightarrow \min \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j = b_i \geq 0 & (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0 & \forall j = \overline{1, n} \end{cases}$$

- Bài toán $\langle g, D^* \rangle$:

$$g(t) = \sum_{j=1}^m t_j \rightarrow \min \quad \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j + t_i = b_i & (i = \overline{1, m}) \\ x_j \geq 0; \quad t_i \geq 0 & \forall j = \overline{1, n}; i = \overline{1, m} \end{cases}$$

Bài toán

- Bài toán $\langle g, D^* \rangle$
 - Có phương án cơ bản
$$(x, t) = (0, \dots, 0, b_1, \dots, b_m)$$
 - $g(t) \geq 0$, thì có phương án tối ưu (x^*, t^*)
- $g(t^*) > 0$ thì (f, D) vô nghiệm
- $g(t^*) = 0$ tức $t^* = 0$
 - (x^*, t^*) là tối ưu $\langle g, D^* \rangle$
 - nếu t^* không phải là ẩn cơ sở, thì x^* là cơ bản của (f, D)
 - Nếu t^* là ẩn cơ sở thì tiến hành một vài phép đơn hình nữa để loại khỏi cơ sở.

Phương pháp

- **Pha 1:** Dùng phương pháp đơn hình để giải bài toán $\langle g, D^* \rangle$
- **Pha 2:** Bảng đơn hình ban đầu của pha 2 là bảng đơn hình cuối cùng của **pha 1** với sửa đổi sau:
 - Xóa tất cả các cột tương ứng với ẩn giả (ti)
 - Thay Cột HScB bởi hệ số hàm mục tiêu bài toán $\langle f, D \rangle$
 - Tính lại giá trị hàm mục tiêu và Delta (dòng cuối bảng):

$f(x_0)$	Δ_1	Δ_2	\dots	Δ_n
----------	------------	------------	---------	------------

- Bảng thu được tiếp tục giải bằng phương pháp đơn hình

Minh họa ví dụ 1(1)

- $\langle f, D \rangle$:

$$f(x) = -4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 = 5 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..3) \end{cases}$$

- $\langle g, D^* \rangle$:

$$g(t) = t_1 + t_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + t_1 = 4 \\ 4x_1 + x_2 + 6x_3 + t_2 = 5 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..3), t_1, t_2 \geq 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 1(2)

- Pha 1 giải bài toán $\langle g, D^* \rangle$

Hệ số	Ấn CB	P/Ấn	x_1 0	x_2 0	x_3 0	t_1 1	t_2 1	
1	t_1	4	4	3	4	1	0	1
1	t_2	5	4	1	6	0	1	<u>5/6</u>
		9	8	4	10	0	0	

Minh họa ví dụ 1(3)

- Pha 1 giải bài toán $\langle g, D^* \rangle$

Hệ số	Ân CB	P/Ân	x_1 0	x_2 0	x_3 0	t_1 1	t_2 1	
1	t_1	$2/3$	$4/3$	$7/3$	0	1	$-2/3$	<u>$2/7$</u>
1	x_3	$5/6$	$2/3$	$1/6$	1	0	$1/6$	5
		$2/3$	$4/3$	$7/3$	0	0	$-5/3$	

Minh họa ví dụ 1(4)

- Pha 1 giải bài toán $\langle g, D^* \rangle$

Hệ số	Ấn CB	P/Ấn	x_1 0	x_2 0	x_3 0	t_1 1	t_2 1
0	x_2	2/7	4/7	1	0	3/7	-2/7
0	x_3	11/14	4/7	0	1	-2/14	3/14
		0	0	0	0	-1	-1

Minh họa ví dụ 1(5)

- Pha 2 giải bài toán $\langle f, D \rangle$

Hệ số	Ấn CB	P/Ấn	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	t_1 1	t_2 1
3	x_2	2/7	4/7	1	0		
1	x_3	11/14	4/7	0	1		
		23/14	44/7	0	0		

Minh họa ví dụ 1(6)

- Pha 2 giải bài toán $\langle f, D \rangle$

Hệ số	Ân CB	P/Ân	x_1 -4	x_2 3	x_3 1	t_1 1	t_2 1
-4	x_1	1/2	1	7/4	0		
1	x_3	1/2	0	-1	1		
		-3/2	0	-11	0		

Bài toán đối ngẫu

Bài toán lập kế hoạch sản xuất

		x_1	x_2
Nhà máy	Chỉ tiêu Nhà nước	Phân xưởng 1 / năm	Phân xưởng 2/năm
Sản phẩm A	2000	1000	3000
Sản phẩm B	4000	4000	1000
Chi phí/năm		16 triệu	15 triệu

- Hãy lập kế hoạch sản xuất sao cho tổng chi phí thấp nhất đồng thời đảm bảo chỉ tiêu cho nhà máy.
- x_1, x_2 là số năm cho xưởng 1 và 2 hoạt động tương ứng.

Bài toán lập kế hoạch sản xuất

- Mô hình toán $\langle f, D \rangle$

$$f(x) = 16x_1 + 15x_2 \rightarrow \min (\text{triệu})$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 2 \\ 4x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Bài toán định giá sản phẩm

	Nhà máy	SX được	Phân xưởng 1 / năm	Phân xưởng 2/năm
y_1	Sản phẩm A	2000	1000	3000
y_2	Sản phẩm B	4000	4000	1000
	Định mức chi phí/năm		16 triệu	15 triệu

- Hãy định giá trị cho 1 sản phẩm A và 1 sản phẩm B sao cho tổng giá trị của sản phẩm của nhà máy lớn nhất và thỏa mãn định mức chi phí đối với phân xưởng 1 và phân xưởng 2.
- y_1, y_2 là giá (đv nghìn) sản phẩm A và sản phẩm B.

Bài toán định giá sản phẩm

Bài toán đánh giá sản phẩm

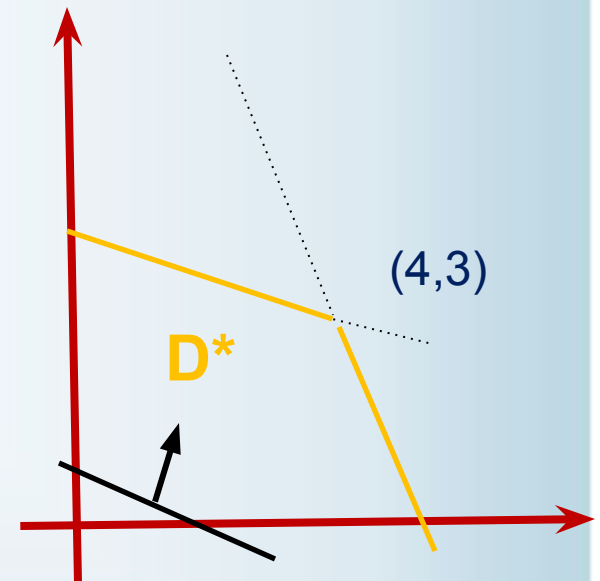
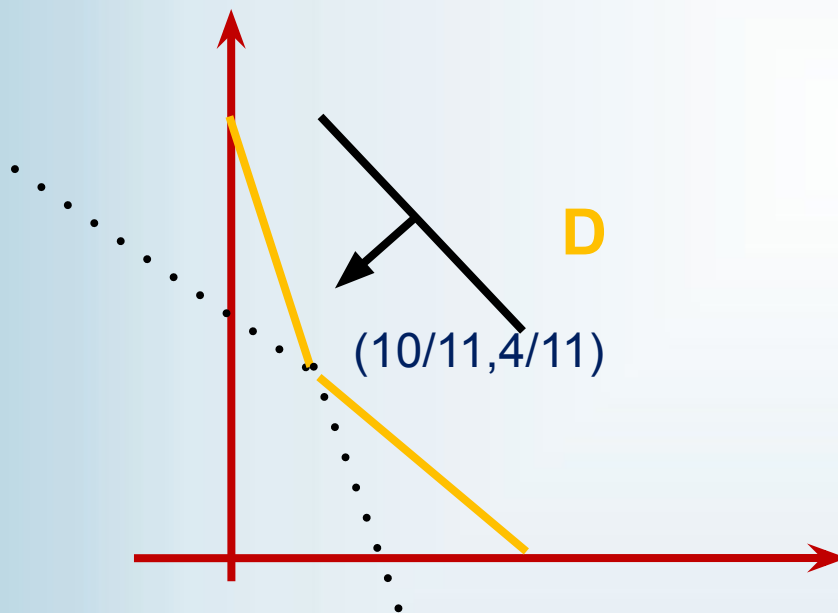
- Mô hình toán $\langle g, D^* \rangle$

$$g(y) = 2y_1 + 4y_2 \rightarrow \max \text{ (nghìn)}$$

$$\begin{cases} y_1 + 4y_2 \leq 16 \\ 3y_1 + y_2 \leq 15 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$f_{\min} = f(10/11, 4/11) = 20 \text{ (triệu đồng)}$$

$$g_{\max} = g(4, 3) = 20 \text{ (triệu đồng)}$$



Nhận xét $f_{\min} = g_{\max}$

Đối ngẫu không đối xứng(1)

- Bài toán (D,f) dạng chính tắc

$$(1) \quad f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min$$
$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i & (i = 1..m) \\ x_j \geq 0 & (j = 1..n) \end{cases}$$

- Bài toán (D* , g):

$$(1^*) \quad g(y) = \sum_{i=1}^m b_i y_i \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m a_{ji} y_i \leq c_j & (j = 1..n) \\ y_i \text{ tu do} & (i = 1..m) \end{cases}$$

Đối ngẫu không đối xứng (2)

- **Nhận xét**

- (1^*) - bài toán đối ngẫu của bài toán (1) .
- (1^*) là bài toán gốc, thì (1) là bài toán đối ngẫu.
- Cặp $(1, 1^*)$ - cặp bài toán đối ngẫu không đối xứng.

- ***Cách thành lập***

- Bài toán gốc ở dạng chính tắc.
- Hệ số hàm mục tiêu của bài toán này là hệ số tự do trong hệ ràng buộc của bài toán kia.
- Ma trận số liệu chuyển vị cho nhau.
- Bài toán đối ngẫu là bài toán *max* và ràng buộc là \leq .

↘ b_i

Minh họa ví dụ 1(1)

- Bài toán gốc

$$f(x) = x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1..3) \end{cases}$$

Minh dụ ví dụ 1(2)

- Bài đối ngẫu

$$g(y) = y_1 - 5y_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} y_1 + 2y_2 \leq 1 \\ y_1 - 3y_2 \leq 2 \\ y_1 + 4y_2 \leq 3 \\ y_1, y_2 \text{ tự do} \end{cases}$$

Đôi ngẫu đôi xứng(1)

- Bài toán (D,f) dạng chính tắc

$$(2) \quad f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq b_i & (i = 1..m) \\ x_j \geq 0 & (j = 1..n) \end{cases}$$

- Bài toán (2), tương đương bài toán như sau:

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - x_{i+n} = b_i & (i = 1..m) \\ x_j \geq 0 & (j = 1..m+n) \end{cases}$$

Đôi ngẫu đôi xứng(2)

- Bài toán đôi ngẫu

$$(2^*) \quad g(y) = \sum_{i=1}^m b_i x_i \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m a_{ji} y_i \leq c_j \quad (j = 1..n) \\ -y_i \leq 0 \quad (i = 1..m) \end{cases}$$

Hay

$$(2^*) \quad g(y) = \sum_{i=1}^m b_i x_i \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m a_{ji} y_i \leq c_j \quad (j = 1..n) \\ y_i \geq 0 \quad (i = 1..m) \end{cases}$$

Đối ngẫu đối xứng(3)

- **Nhận xét**

- (2^*) là bài toán gốc, thì (2) là bài toán đối ngẫu của nó.
- Cặp $(2, 2^*)$ - cặp bài toán đối ngẫu đối xứng.

- **Cách thành lập**

- Hệ số hàm mục tiêu của bài toán này là hệ số tự do trong hệ ràng buộc của bài toán kia.
- Ma trận số liệu chuyển vị cho nhau.
- Bài toán *min* ràng buộc \geq và bài toán *max* ràng buộc \leq .
- Cả hai bài toán đều có ràng buộc các ẩn không âm.

Minh họa ví dụ 2(1)

$$(2) \quad f(x) = 3x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1 + 4x_2 - 5x_3 \geq -6 \\ 7x_1 - 2x_2 + 4x_3 \geq 1 \\ x_j \geq 0 (j = 1..3) \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 2(2)

$$(2^*) \quad g(y) = 4y_1 - 6y_2 + y_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + 7y_3 \leq 3 \\ -y_1 + 4y_2 - 2y_3 \leq 2 \\ 3y_1 - 5y_2 + 4y_3 \leq 1 \\ y_i \geq 0 \quad (i = 1..3) \end{cases}$$

Sơ đồ Tucker(1)

- Cặp bài toán (1,1*) và (2,2*) có sơ đồ **Tucker**

$$f(x) = \sum_{j=1}^n c_j \cdot x_j \rightarrow \min$$

$$g(y) = \sum_{i=1}^m b_i \cdot y_i \rightarrow \max$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j = b_i, i=1..p$$

$$y_i \text{ td}, i=1..p$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \geq b_i, i=p+1..q$$

$$y_i \geq 0, i=1..p$$

$$x_j \text{ td}, j=1..p$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} \cdot y_i = c_j, j=1..p$$

$$x_j \geq 0, j=p+1..m$$

$$\sum_{i=1}^m a_{ji} \cdot y_i \leq c_j, j=p+1..m$$

Sơ đồ Tucker(2)

- Lưu ý:

- Bài toán *min* không có ràng buộc cưỡng bức \leq
- Bài toán *max* không có ràng buộc cưỡng bức \geq .
- Nếu có: thì nhân hai vế cho -1.

Minh họa ví dụ 3(1)

$$(3) \quad f(x) = 2x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 4 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq -5 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 3(2)

$$(3^*) \quad g(y) = 4y_1 - 5y_2 + 2y_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2y_1 + y_2 + 3y_3 \leq 2 \\ -y_1 + 3y_2 - 2y_3 = 1 \\ 3y_1 - 5y_2 + 2y_3 \leq 4 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 4(1)

$$(4) \quad f(x) = 3x_1 - x_2 + x_3 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq -2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Minh họa ví dụ 4(2)

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq -2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \star \quad \begin{cases} -5x_1 + x_2 - 2x_3 \geq -3 \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \geq -2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$(4^*) \quad g(y) = -3y_1 - 2y_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -5y_1 + y_2 \leq 3 \\ y_1 + 3y_2 \leq -1 \\ -2y_1 - 5y_2 = 1 \\ y_1, y_2 \geq 0 \end{cases}$$

Bài tập

- Giải các bài toán sau bằng phương pháp đơn hình.
- Viết bài toán đối ngẫu của chúng.
- Dựa vào nguyên lý độ lệch bù để tìm nghiệm bài toán đối ngẫu.

Bài tập 1

- $f(x) = -5x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 3x_4 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 + x_4 = 42 \\ 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 24 \\ 3x_1 + x_3 \leq 15 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..4) \end{cases}$$

Bài tập 2

- $f(x) = 2x_1 + 17x_2 + 18x_3 \rightarrow \max$

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 7x_3 \leq 50 \\ 8x_1 + 4x_3 \leq 30 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..3) \end{cases}$$

Bài tập 3

- $f(x) = 8x_1 + 7x_2 + 9x_3 \text{ ----> min}$

$$\begin{cases} 4x_1 - 5x_2 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + 6x_2 - 4x_3 \leq 6 \\ 2x_1 + 4x_2 + 8x_3 = 9 \\ x_j \geq 0, \forall j = 1..3 \end{cases}$$

Bài tập 4

- $f(x) = 7x_1 + 15x_2 + 5x_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 \geq 1 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 \geq -3 \\ 2x_1 + x_2 + 8x_3 \geq 2 \\ x_j \geq 0 \ (j = 1..3) \end{cases}$$

Thanks for Your Attention!

