

## BÀI TẬP MẪU LEVEL 15

Mỗi level gồm khoảng 32 – 40 bài tập

Đây là một số bài mẫu trong danh sách bài tập học viên sẽ làm trong level này!

### Bài 1. CAYSO Cột cây số



Một mạng lưới giao thông gồm  $n$  thành phố và  $m$  tuyến đường xa lộ hai chiều. Giữa hai thành phố bất kỳ có nhiều nhất là một xa lộ nối trực tiếp từ thành phố này tới thành phố kia. Trên mỗi xa lộ, người ta đã dựng sẵn các cột cây số để chỉ đường cho hành khách.

Để điền số km trên các cột cây số, người ta sử dụng một rô-bốt. Muốn điền đủ các cột cây số trên một tuyến đường  $(u, v)$  thì rô-bốt phải thực hiện một chuyến đi từ  $u$  tới  $v$  và một chuyến đi từ  $v$  về  $u$ , cứ sau mỗi km thì dừng lại và ghi vào một mặt của một cột cây số.

**Ví dụ:** để điền các cột cây số trên tuyến đường Hà Nội – Hải Phòng. Đầu tiên rô-bốt xuất phát từ Hà Nội, cứ đi mỗi km thì dừng lại và điền vào cột cây số dòng “Hà Nội ... km”, tất nhiên chỉ có thể điền vào mặt quay về hướng Hải Phòng bởi Rô-bốt không biết được từ đó đến Hải Phòng còn bao xa. Muốn điền chữ “Hải Phòng ... km” lên mặt còn lại của các cột cây số thì rô-bốt phải thực hiện hành trình từ Hải Phòng trở về Hà Nội.

**Yêu cầu:** giải thiết rằng hệ thống giao thông đảm bảo sự đi lại giữa hai thành phố bất kỳ. Hãy tìm một hành trình của Rô-bốt xuất phát từ thành phố 1, đi viết đầy đủ lên các cột cây số rồi quay trở về thành phố 1, sao cho mỗi mặt của cột cây số bất kỳ nào cũng chỉ bị viết một lần.

#### Input

- Dòng 1: chứa hai số  $n, m$  cách nhau một dấu cách ( $2 \leq n \leq 200$ )
- $M$  dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi hai số  $u, v$  cách nhau một dấu cách: cho biết giữa hai thành phố  $u$  và  $v$  có một tuyến xa lộ nối chúng.

**Output:** Ghi các hành trình rô-bốt phải đi: Bắt đầu từ thành phố 1, tiếp theo là cách thành phố đi qua theo đúng thứ tự trong hành trình, kết thúc là thành phố 1.

Input	Output
7 8	1 2 6 7 6 5 2 5 6 2
1 2	4 3 2 3 4 2 1
2 3	
3 4	
4 2	
2 5	
5 6	
6 7	
6 2	

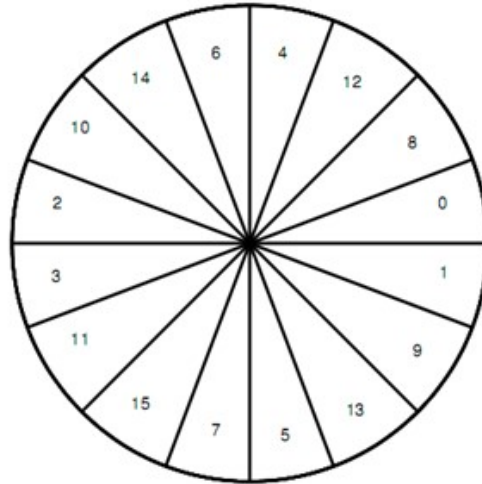
## Bài 2. GRAYCODE Mã Gray

Một hình tròn được chia làm  $2^n$  hình quạt đồng tâm, các hình quạt được đánh số từ 0 tới  $2^n - 1$  theo chiều kim đồng hồ. Hãy chỉ ra tất cả các cách xếp tất cả số từ 0 đến  $2^n - 1$  vào các hình quạt, mỗi số vào một hình quạt sao cho bất cứ hai số nào ở hai hình quạt cạnh nhau đều chỉ khác nhau đúng 1 bit trong biểu diễn nhị phân của nó.

Ví dụ:  $n = 4$ . Sau đây là một cách sắp xếp

```

0  = 0000
1  = 0001
2  = 0010
3  = 0011
4  = 0100
5  = 0101
6  = 0110
7  = 0111
8  = 1000
9  = 1001
10 = 1010
11 = 1011
12 = 1100
13 = 1101
14 = 1110
15 = 1111
    
```



**Input:** số nguyên dương  $n$  ( $1 \leq n \leq 4$ )

**Output:** ghi ra tất cả các cách sắp xếp bất kì, mỗi cách trên một dòng gồm  $2^n$  số nguyên theo đúng thứ tự từ số ghi trên hình quạt 1 đến số ghi trên hình quạt  $2^n$ . Các cách được sắp xếp theo thứ tự từ điển.

Input	Output
2	0 1 3 2 0 2 3 1

### Bài 3. PEACH Trộm đào

Tôn Ngộ Không lên vào vườn đào của Vương Mẫu và nhìn thấy một cây đào trĩu quả. Ngộ Không bèn niệm chú gọi thổ địa lên hỏi thì được biết: Cây đào này có  $n$  quả đánh số từ 1 tới  $n$ , quả thứ  $i$  phải tới thời điểm  $t_i$  mới chín và có giá trị  $k_i$  (giá trị  $k_i$  cho biết khi ăn quả đào đó thì tuổi thọ sẽ tăng lên  $k_i$  năm).

Tại mỗi thời điểm, Ngộ Không có thể chọn một quả đào chín để hái. Việc hái mỗi quả đào mất đúng 1 đơn vị thời gian, Ngộ Không phải hái từng quả một.

Ngoài ra, để tránh bị phát hiện, Ngộ Không dự kiến sẽ chỉ hái đào từ thời điểm  $a$  tới hết thời điểm  $b$  (quả đào cuối cùng phải được hái xong không muộn hơn thời điểm). Hãy chỉ cho Ngộ Không một cách chọn các quả đào để hái sao cho tổng giá trị những quả đào được chọn là lớn nhất có thể.

#### Input

- Dòng 1 chứa 3 số nguyên dương  $n, a, b$  ( $n \leq 10^5, a < b \leq 10^9$ ).
- $N$  dòng tiếp theo, dòng thứ chứa hai số nguyên dương  $t_i, k_i$  ( $t_i, k_i \leq 10^9, 1 \leq i \leq n$ ).

**Output:** Ghi ra một số nguyên duy nhất là tổng giá trị những quả đào trong phương án tìm được.

**Giải thích:** Phương án tối ưu là:

Thời điểm 1 hái quả đào 1 (giá trị 10)

Thời điểm 2 hái quả đào 3 (giá trị 6)

Thời điểm 3 hái quả đào 4 (giá trị 20)

Thời điểm 4: Chuồn khỏi vườn đào ☺

Tổng giá trị:  $10 + 6 + 20 = 36$

Input	Output
5 1 4	36
1 10	
1 5	
1 6	
3 20	
4 100	

#### Bài 4. THULAO Trả thù lao

*Đề thi chọn đội tuyển thi HSG Quốc Gia*

Công ty X nhận lời xây dựng hệ thống giao thông cho thành phố Y. Theo hợp đồng, thành phố Y hiện có N nút giao thông được đánh số từ 1 đến N, công ty X sẽ xây dựng M con đường hai chiều. Con đường thứ i sẽ kết nối hai nút giao thông  $A_i$   $B_i$  và có chi phí thực hiện là  $C_i$ . Giữa hai nút chỉ có nhiều nhất một con đường. Theo hợp đồng bao đầu, thù lao thành phố sẽ trả cho công ty X như sau: thành phố sẽ chọn ra một tuyến đường có thể đi được từ nút 1 đến nút N (dữ liệu đảm bảo luôn có tuyến đường từ nút 1 đến nút N). Phần thù lao công ty X nhận được là tổng chi phí của các con đường trên tuyến đường đó. Đương nhiên lãnh đạo thành phố luôn chọn tuyến đường sao cho thù lao phải trả là ít nhất.

Cảm thấy chưa thỏa đáng, sau nhiều lần thương lượng, công ty X được lãnh đạo thành phố cho phép chọn đúng một con đường để tăng gấp đôi chi phí xây dựng. Sau đó sẽ tính lại thù lao mới cho công ty X.

**Yêu cầu:** hãy giúp công X chọn con đường cần tăng chi phí để được mức tăng thù lao nhiều nhất so với thù lao ban đầu.

##### Input

- Dòng 1: ghi hai số nguyên dương N và M ( $1 \leq N \leq 100$ ;  $1 \leq M \leq 10\,000$ ).
- M dòng sau, dòng thứ i ghi ba số nguyên  $A_i$   $B_i$   $C_i$ , mô tả con đường nối từ nút  $A_i$  đến nút  $B_i$  có chi phí xây dựng là  $C_i$ . ( $1 \leq A_i, B_i \leq N$ ;  $1 \leq C_i \leq 10^6$ )

**Output:** ghi số tiền thù lao tăng được nhiều nhất sau khi chọn một con đường để gấp đôi chi phí xây dựng.

**Giải thích:** Có 5 nút giao thông và 7 con đường. Ban đầu, thành phố chọn tuyến đường để trả thù lao ít nhất là 1-3-4-5 với tổng chi phí là  $1+3+2=6$ . Công ty X chọn con đường nối giữa nút 3 và nút 4 để nhân đôi chi phí xây dựng, khi đó lãnh đạo thành phố phải chọn tuyến đường tiết kiệm nhất là 1-3-5, có tổng chi phí là  $1+7=8$ . Thù lao công ty X nhận được sẽ tăng  $8 - 6 = 2$ .

Input	Output
5 7	2
2 1 5	
1 3 1	
3 2 8	
3 5 7	
3 4 3	
2 4 7	
4 5 2	

### Bài 5. GANGS Gangster

Trong những năm 1920, Chicago là chiến trường của những tay Gangster. 2 Gangster gặp nhau thì hoặc sẽ là bạn hoặc là thù. Trong giới Gangster chỉ có 2 luật lệ:

1. Bạn của bạn là bạn.
2. Thù của thù là bạn.

2 Gangster khác nhau thuộc cùng 1 nhóm khi và chỉ khi chúng là bạn của nhau.

Yêu cầu: Cho biết trước M số quan hệ bạn và thù của N gangster. Tìm số nhóm gangster nhiều nhất thoả mãn các điều kiện trên.

**Input:**

- Dòng đầu tiên ghi số nguyên N,
- dòng tiếp theo ghi số nguyên M là số quan hệ.
- Trong M dòng tiếp theo mỗi dòng thuộc 1 trong 2 dạng: E u v nghĩa là u, v là kẻ thù hoặc F u v nghĩa là u, v là bạn.

**Output:** số nhóm nhiều nhất có thể.

Input	Output
6	3
4	
E 1 4	
F 5 3	
F 4 6	
E 1 2	

## Bài 6. HIGHWAY Đường cao tốc

Hệ thống đường cao tốc hiện tại ở thành phố A mới đảm bảo đi lại giữa một số nút giao thông trọng điểm và còn nhiều nút giao thông trọng điểm khác vẫn chưa có đường cao tốc đi qua nó. Để giải tỏa tình trạng ách tắc giao thông của thành phố, chính quyền thành phố quyết định phát triển hệ thống đường cao tốc của thành phố sao cho có thể đi lại giữa hai nút giao thông trọng điểm bất kỳ.

Có  $N$  nút giao thông trọng điểm được đánh số từ 1 đến  $N$ . Nút giao thông  $i$  được cho bởi tọa độ  $(x_i, y_i)$  trong hệ thống tọa độ Đề-các. Mỗi tuyến đường chính là khoảng cách giữa hai điểm tương ứng với hai nút giao thông trọng điểm. Tất cả các tuyến đường cao tốc là hai chiều. Các tuyến đường có thể cắt nhau nhưng người sử dụng phương tiện giao thông chỉ được đổi tuyến đi ở các nút giao thông là đầu mút của các tuyến đường.

Chính quyền thành phố muốn tìm cách xây dựng bổ sung một số tuyến đường cao tốc nối các nút giao thông trọng điểm với chi phí nhỏ nhất đảm bảo sự đi lại giữa mọi nút giao thông trọng điểm. Chi phí bổ sung như là tổng độ dài của các tuyến đường cần xây dựng

### Input

- Dòng đầu tiên chứa số  $N$  ( $N \leq 750$ )
- Dòng thứ  $i$  trong số  $N$  dòng tiếp theo chứa tọa độ  $(x_i, y_i)$  của nút giao thông trọng điểm  $i$  ( $|x_i|, |y_i| \leq 1000$ )
- Dòng tiếp theo chứa  $M$  là số tuyến đường cao tốc hiện có ( $0 \leq M \leq 1000$ )
- Dòng thứ  $j$  trong số  $M$  dòng tiếp theo chứa hai số nguyên dương  $u, v$  cho biết đã có tuyến đường cao tốc nối từ nút giao thông  $u$  đến nút  $v$ . ( $1 \leq u, v \leq n$ )

### Output:

- Dòng đầu tiên ghi số  $K$  cho biết số lượng các tuyến đường cần xây dựng
- $K$  dòng tiếp theo mỗi dòng ghi hai số  $u$  và  $v$  cho biết tuyến đường giữa hai thành phố  $u$  và  $v$  cần xây dựng

*(Lưu ý kết quả phải ghi theo thứ tự tăng dần theo  $u$ , nếu  $u_i = u_{i+1}$  thì sắp xếp tăng theo  $v$ .)*

Input	Output
9	5
1 5	1 6
0 0	3 7
3 2	3 8
4 5	4 9
5 1	5 7
0 4	
5 2	
1 2	
5 3	
4	
1 3	
9 7	
1 2	
2 3	

## Bài 7. DUTIEC Dự tiệc bàn tròn



Có  $n$  nhà khoa học đánh số  $1, 2, \dots, n$  và 26 lĩnh vực khoa học ký hiệu  $A, B, C, \dots, Z$ . Thông tin về người thứ  $i$  được cho bởi một xâu kí tự  $S_i$  gồm các chữ cái in hoa thể hiện những lĩnh vực khoa học mà người đó biết.

**Ví dụ:**  $s[2] = \text{'ABCXYZ'}$  cho biết nhà khoa học thứ 2 có hiểu biết về các lĩnh vực khoa học  $A, B, C, X, Y, Z$

Có lần cả  $n$  nhà khoa học đến dự một bữa tiệc. Chủ nhân của bữa tiệc định xếp  $n$  nhà khoa học ngồi quanh một bàn tròn, nhưng một vấn đề khiến chủ nhân rất khó xử là các nhà khoa học của chúng ta có hiểu biết về xã hội tương đối kém, nên nếu như phải ngồi cạnh một ai đó không hiểu biết gì về các lĩnh vực của mình thì rất khó nói chuyện.

Vậy hãy giúp chủ nhân xếp  $n$  nhà khoa học ngồi quanh bàn tròn sao cho hai người bất kỳ ngồi cạnh nhau phải có ít nhất một lĩnh vực hiểu biết chung, để các nhà khoa học của chúng ta không những ăn ngon mà còn có thể trò chuyện rôm rả.

### Input

- Dòng 1: số  $n$  ( $n \leq 20$ )
- $N$  dòng tiếp theo, dòng  $i$  ghi xâu kí tự  $s[i]$

### Output

- Gồm  $n$  dòng, dòng thứ  $i$  ghi nhà khoa học ngồi tại vị trí  $i$  (Các vị trí trên bàn được đánh số từ 1 đến  $n$  theo chiều kim đồng hồ) (Nếu có nhiều cách thì chỉ cần ghi ra một cách)
- Nếu không có cách sắp xếp nào thì ghi NO SOLUTION

Input	Output
6	1
AV	3
DIQR	6
DV	2
CQ	4
AC	5
DR	

## Bài 8. THAM THĂM THẦY CÔ

Nhân ngày 20 – 11, lớp chuyên Tin muốn đi thăm nhà thầy chủ nhiệm và một số thầy cô trong trường. Họ đã thuê được một chiếc xe đủ để chở cả lớp nhưng lại không chắc có đủ tiền đổ xăng để đến được nhà thầy chủ nhiệm. Tuy nhiên, các thầy cô đã hứa là nếu lớp đến thăm thì sẽ cho thêm tiền đổ xăng. Họ xuất phát từ trường là địa điểm 1 và muốn đến nhà thầy chủ nhiệm ở địa điểm  $n$ . Có  $n - 2$  nhà thầy cô khác ở địa điểm thứ 2, ...,  $n - 1$ . Địa điểm thứ  $i$  có tọa độ  $(x_i, y_i)$  trên mặt phẳng.

Thầy cô thứ  $i$  sẽ cho lớp tiền để đổ thêm một lượng  $a_i$  xăng. Khi di chuyển từ địa điểm  $i$  đến địa điểm  $j$ , xe của họ sẽ tốn một lượng  $d * dist$  xăng, trong đó  $d$  là hằng số hao phí (tùy xe cũ hay mới) và  $dist$  là khoảng cách giữa địa điểm  $i$  và địa điểm  $j$ .  $dist(i, j) = |x_i - x_j| + |y_i - y_j|$ .

Lớp muốn tính xem ban đầu xe cần đổ ít nhất bao nhiêu xăng để có thể đến được nhà thầy chủ nhiệm.

### Input

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên  $n$  và  $d$  ( $3 \leq n \leq 100$ ,  $10^3 \leq d \leq 10^5$ ) - số lượng địa điểm và hằng số hao phí  $d$ .
- Dòng thứ hai chứa  $n - 2$  số nguyên:  $a_2, a_3, \dots, a_{n-1}$  ( $1 \leq a_i \leq 10^3$ ).
- $N$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa hai số nguyên  $x_i, y_i$  là tọa độ của địa điểm  $i$ . ( $-100 \leq x_i, y_i \leq 100$ ). Không có hai địa điểm nào cùng tọa độ.

**Output:** Số nguyên dương duy nhất là lượng xăng ít nhất ban đầu cần đổ.

Input	Output
3 1000	2000
1000	
0 0	
0 1	
0 3	