

BÀI TẬP MẪU LEVEL 14

Mỗi level gồm khoảng 32 – 40 bài tập

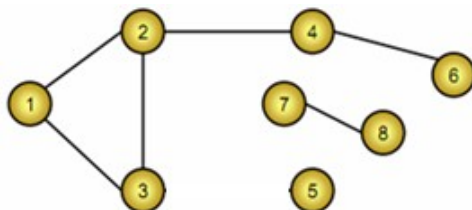
Đây là một số bài mẫu trong danh sách bài tập học viên sẽ làm trong level này!

Bài 1. DENDUOC Đỉnh đến được

Đồ thị vô hướng n đỉnh, m cạnh là một tập hợp gồm các đỉnh được đánh số $1, 2, \dots, n$ và m cạnh, mỗi cạnh (u, v) nối giữa đỉnh u và đỉnh v .

Cho đồ thị G . **Đường đi** $P = (p_0, p_1, \dots, p_k)$ đi qua $k+1$ đỉnh p_0, p_1, \dots, p_k và k cạnh $(p_0, p_1), (p_1, p_2), \dots, (p_{k-1}, p_k)$ đi từ đỉnh p_0 đến đỉnh p_k . Kí hiệu $p_0 \rightarrow p_k$. p_0 gọi là đỉnh đầu, p_k gọi là đỉnh cuối, p_1, \dots, p_{k-1} gọi là đỉnh trong.

Đỉnh u gọi là đến được từ s nếu có đường đi $P = (s, p_1, \dots, p_k, u)$ từ s đến u .



Ví dụ đồ thị trên gồm 8 đỉnh và 6 cạnh sau. Có một đường đi từ đỉnh 1 đến đỉnh 6 là: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6$. Từ đỉnh 1 có thể đến được các đỉnh 1, 2, 3, 4, 6.

Yêu cầu: Cho đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ và đỉnh s . Tìm số lượng các đỉnh có thể đến từ s .

Input:

- Dòng 1 chứa số đỉnh n , số cạnh m của đồ thị, đỉnh xuất phát s . ($1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 10^5, 1 \leq s \leq n$)
- m dòng tiếp theo, mỗi dòng có dạng hai số nguyên dương u, v cách nhau một dấu cách, thể hiện có cạnh nối từ đỉnh u đến đỉnh v trong đồ thị

Output: Số lượng các đỉnh có thể đến được từ s (tính cả đỉnh s).

Subtask: 75% test có $n \leq 10^3$.

Input	Output
8 6 1	5
1 2	
1 3	
2 3	
2 4	
4 6	
7 8	

Bài 2. ADS Quảng cáo

Nhân dịp Tết sắp đến công ty Jelly-for-Kids quyết định tăng cường việc quảng bá sản phẩm đến người tiêu dùng. Vì thế giám đốc marketing, ông Fruit-Jelly muốn gửi đi số lượng nhân viên tối đa có thể, làm nhiệm vụ tiếp thị tại đại lý trong thành phố

Trong thành phố có m con đường, n đại lý bán kẹo (đánh số từ 1 đến n). Mỗi con đường chỉ nối trực tiếp giữa 2 đại lý, và được ký hiệu bằng chỉ số của 2 đại lý mà nó nối. Đồng thời, giữa 2 đại lý bất kỳ có không quá 1 con đường nối chúng

Ông Fruit-Jelly nghĩ rằng, ông ta sẽ quản lý nhân viên dễ hơn nếu xếp mỗi người tiếp thị trên những hành trình có tính chất thứ tự. Tức là những đại lý bán kẹo trên hành trình đó thỏa các điều kiện sau

- Có đường nối trực tiếp giữa 2 đại lý liên tiếp nhau trên hành trình
- Từ một đại lý bất kỳ trong hành trình có thể đi qua tất cả các đoạn đường trong hành trình đó rồi trở về nơi xuất phát mà không đi qua đoạn đường nào quá một lần
- Hành trình phân công cho mỗi nhân viên phải có ít nhất một đoạn đường chưa có nhân viên nào khác đi tiếp thị.
- Mỗi nhân viên chỉ di chuyển trên hành trình mà anh ta được phân công.

Hãy tính số lượng nhân viên tối đa mà ông Fruit-Jelly có thể xếp việc, và hành trình cụ thể mà mỗi người được xếp.

Input

- Dòng đầu là 2 số tự nhiên N và M ($N \leq 2000$; $M \leq 5000$)
- Trong M dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi 2 số nguyên mô tả một đoạn đường, mỗi đoạn đường được mô tả bởi chỉ số của 2 đại lý mà nó nối.

Output: Dòng đầu tiên ghi Q là số lượng nhân viên tối đa tìm được

Input	Output
5 6	2
1 2	
2 4	
4 5	
3 5	
1 3	
2 3	

Bài 3. TREE1207 Tạo cây

Cây (tree) là đồ thị vô hướng, liên thông, không có chu trình đơn.

Bài toán: Cho đồ thị vô hướng $G = (V, E)$, cho biết phải xóa đi ít nhất bao nhiêu cạnh và thêm vào ít nhất bao nhiêu cạnh để đồ thị là một cây?

Input:

- Dòng đầu gồm 2 số n, m là số đỉnh và số cạnh. ($n, m \leq 10^5$)
- M dòng sau, mỗi dòng là 2 số u, v biểu diễn 1 cạnh.

Output: ghi 2 số nguyên x, y là số cạnh ít nhất cần xóa và số cạnh ít nhất cần thêm để thỏa yêu cầu đề bài.

Input	Output
5 4	1 1
1 2	
1 3	
2 3	
4 5	

Bài 4. TRAM Trạm tàu điện

Hệ thống tàu điện ngầm của thành phố XYZ gồm n trạm được đánh số từ 1 đến n , kết nối với nhau bởi n đoạn đường ray, mỗi đoạn kết nối đúng hai trạm và không đi qua bất kỳ trạm nào khác. Ngoài ra, với hệ thống tàu điện ngầm này, người ta có thể đi từ một trạm đến một trạm khác bất kỳ dọc theo các đoạn đường ray. Các đoạn này có thể được sử dụng để di chuyển theo cả hai hướng. Giữa hai trạm không có nhiều hơn một đoạn đường ray.

Hệ thống tàu điện ngầm này có đúng một “chu trình”. “Chu trình” là một tập các trạm phân biệt p_1, p_2, \dots, p_k mà 2 trạm p_i và p_{i+1} có đoạn đường ray nối với nhau, đoạn p_k và p_1 có đoạn đường ray nối với nhau.

Yêu cầu: xác định khoảng cách (theo số đoạn đường ray) từ “chu trình” đến trạm xa nó nhất.

Input

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên n ($3 \leq n \leq 3000$).
- n dòng sau: mô tả của các đoạn đường ray. Mỗi dòng chứa một cặp số nguyên x_i, y_i ($1 \leq x_i, y_i \leq n$) biểu diễn đoạn đường từ trạm x_i trạm y_i .

Output: In khoảng cách từ “chu trình” đến trạm xa nó nhất (theo số đoạn đường ray). Nếu tất cả các trạm đều nằm trong “chu trình”, xuất khoảng cách xa nhất là 0.

Giải thích ví dụ:

- Ở ví dụ 1, tất cả các trạm của hệ thống đều thuộc chu trình $1 - 3 - 4 - 2 - 1$ nên khoảng cách là 0.
- Ở ví dụ 2, chu trình là $1 - 2 - 3 - 1$. Đỉnh 6 là đỉnh xa chu trình nhất với khoảng cách là 2.

Giới hạn: 50% số test có $n \leq 100$.

Input	Output
4 1 3 4 3 4 2 1 2	0
6 1 2 3 4 6 4 2 3 1 3 3 5	2

Bài 5. TOUR Tham quan

Đề thi Olympic 30.4 năm 2010

Một thành phố có n địa điểm tham quan được đánh số từ 1 tới n . Giữa hai địa điểm có thể có một đoạn đường 2 chiều nối trực tiếp với nhau và giữa 2 địa điểm bất kỳ luôn có đường đi. Bình đang ở địa điểm S muốn thực hiện chuyến tham quan theo một trình tự các địa điểm cần dừng chân nhất định rồi trở về S .

Yêu cầu: Bạn hãy giúp Bình thực hiện chuyến tham quan theo trình tự các điểm cần đến đã được chọn trước sao cho số đoạn đường đi qua là ít nhất.

Input

- Dòng đầu chứa 3 số nguyên dương n, k, m . Trong đó: n là số địa điểm trong thành phố, k là số địa điểm cần dừng chân; m là số đoạn đường nối các địa điểm tham quan. ($n \leq 10^5$; $m \leq 10^5$; $1 < k \leq 10$)
- Dòng thứ 2: số đầu tiên là S , k số nguyên còn lại là danh sách các địa điểm cần dừng chân theo trình tự cho trước.
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng cho biết chỉ số 2 địa điểm có đường nối trực tiếp.

Output:

- Dòng đầu ghi số p là số đoạn đường ít nhất cần tìm.
- Dòng thứ hai gồm $p+1$ số mô tả các địa điểm của chuyến tham quan. Số đầu là và số cuối là s .

Giải thích: Tồn tại cách đi từ 1 lần lượt qua danh sách các điểm cho trước rồi sau đó trở về 1 là: $1 > 4 > 7 > 2 > 7 > 6 > 1$. Vậy Bình đã đi qua 6 đoạn đường. Các cách khác đều phải đi qua không ít hơn 6 đoạn đường.

Input	Output
7 3 11	6
1 4 2 6	1 4 7 2 7 6 1
1 2	
1 4	
1 5	
1 6	
2 3	
2 7	
3 7	
4 5	
4 7	
5 6	
6 7	

Bài 6. MOVE Bảo tồn động vật hoang dã

Một khu bảo tồn động vật có n địa điểm và các đường đi hai chiều nối các địa điểm đó, địa điểm thứ i có nhiệt độ là t_i , giữa hai địa điểm bất kỳ có nhiều nhất là một đường đi nối chúng.

Người ta muốn di chuyển một loài động vật quý hiếm từ địa điểm A tới địa điểm B, tuy nhiên nếu chênh lệch về nhiệt độ giữa hai địa điểm liên tiếp trên đường đi là quá cao thì loài động vật này rất có thể bị chết.

Yêu cầu: Hãy chỉ ra một hành trình mà độ lệch nhiệt độ lớn nhất giữa hai địa điểm liên tiếp bất kỳ trên đường đi là cực tiểu.

Input

- Dòng 1: Chứa ba số N, A, B ($2 \leq n \leq 200; A \leq B$)
- Dòng 2: Chứa n số tự nhiên t_1, t_2, \dots, t_n ($\forall i: 0 \leq t_i \leq 20000$)
- Các dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương u, v cho biết giữa hai địa điểm u và v có đường đi nối chúng.

Output

- Dòng 1: Ghi độ lệch nhiệt độ lớn nhất giữa hai địa điểm liên tiếp bất kỳ trên đường đi tìm được, nếu không tồn tại đường đi thì dòng này ghi số -1.
- Trong trường hợp tìm được đường đi thì dòng 2 ghi hành trình tìm được, bắt đầu từ địa điểm A, tiếp theo là những địa điểm đi qua, kết thúc là địa điểm B. Các địa điểm phải được liệt kê theo đúng thứ tự đi qua trên hành trình

Các số trên một dòng của Input/ Output file được ghi cách nhau một dấu cách.

Input	Output	Giải thích
7 1 4 20 22 29 30 24 27 26 1 2 1 3 1 4 2 4 2 5 3 4 3 6 4 5 4 6 5 7 6 7	2 1 2 5 7 6 3 4	

Bài 7. MESSAGE Nhắn tin

Một khoá học có N học viên đánh số từ 1 tới N, mỗi học viên có thể biết số điện thoại của một vài học viên khác. Học viên A có thể nhắn tin cho học viên B nếu như học viên A biết số điện thoại của học viên B. Lưu ý rằng việc biết số điện thoại ở đây không phải quan hệ đối xứng: Có thể học viên A biết số điện thoại của học viên B nhưng học viên B hoàn toàn không biết số điện thoại của học viên A.

Thầy giáo nắm được tất cả số điện thoại của các học viên trong hồ sơ của trường, hỏi khi thầy giáo muốn nhắn tin tới tất cả các học viên trong khoá, thầy giáo sẽ phải nhắn trực tiếp tới một số ít nhất các học viên nào để thông điệp đó đến được tất cả các học viên khác.

Input

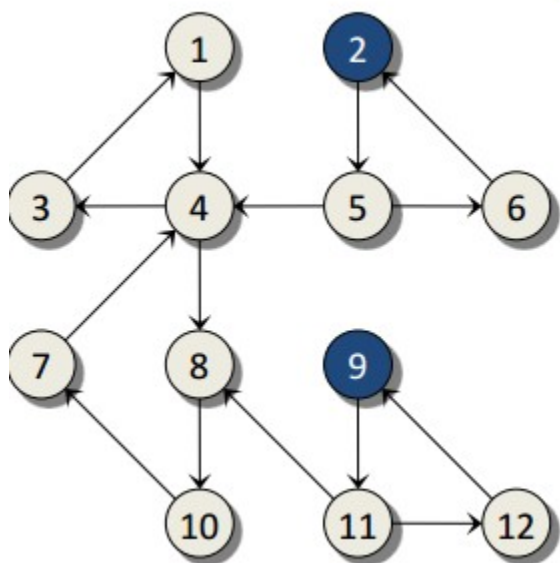
- Dòng 1 chứa hai số nguyên dương $n, m \leq 10^5$.
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên dương cho ta thông tin: học viên biết số điện thoại của học viên

Output

- Dòng 1: Ghi số là số học sinh được thầy giáo nhắn tin trực tiếp khi cần
- Dòng 2: Ghi số hiệu của các học sinh được thầy giáo nhắn tin trực tiếp

Input	Output
12 15	2
1 4	9 2
2 5	
3 1	
4 3	
4 8	
5 4	
5 6	
6 2	
7 4	
8 10	
9 11	
10 7	
11 8	
11 12	
12 9	

Các số trên một dòng của Input/Output Files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách.

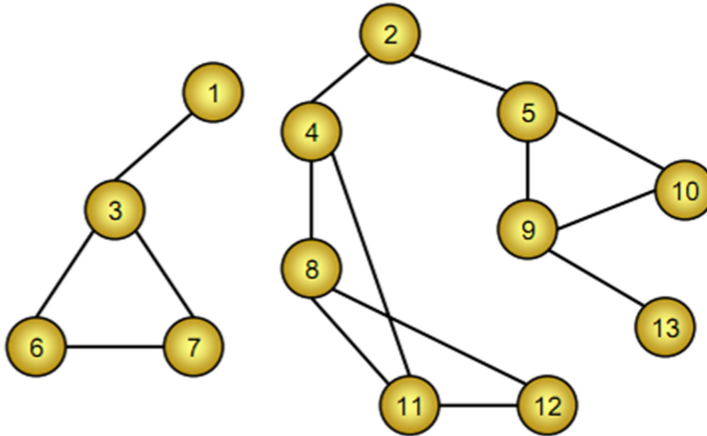


Bài 8. KHOPCAU Khớp và cầu

Xét đơn đồ thị vô hướng $G = (V, E)$ có n đỉnh và m cạnh. Người ta định nghĩa

- **Khớp:** Một đỉnh gọi là khớp nếu như xóa đỉnh đó sẽ làm tăng số thành phần liên thông của đồ thị.
- **Cầu:** Một cạnh được gọi là cầu nếu xóa cạnh đó sẽ làm tăng số thành phần liên thông của đồ thị.

Ví dụ, đồ thị sau có 4 cầu là: $(1, 3)$ $(2, 4)$ $(2, 5)$, $(9, 13)$ và 5 khớp là 3, 4, 5, 9, 2.



Vấn đề đặt ra là cần phải xác định tất cả các khớp và cầu của đồ thị G .

Input

- Dòng 1: chứa hai số n, m ($1 \leq n, m \leq 10^5$)
- M dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi số hiệu hai đỉnh u và v : thể hiện giữa đỉnh u và đỉnh v có một cạnh nối chúng.

Output

- Dòng 1: ghi số khớp (P) và số cầu (Q) của đồ thị.
- P dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi số hiệu một khớp tìm được.
- Q dòng tiếp theo, mỗi dòng ghi số hiệu hai đỉnh tương ứng với một cầu liên thuộc với hai đỉnh đó.

Input	Output
13 15	5 4
1 3	3
2 4	4
2 5	9
3 6	5
3 7	2
4 8	3 1
4 11	4 2
5 9	5 2
5 10	13 9
6 7	
8 11	
8 12	
9 10	
9 13	
11 12	