

BÀI TẬP MẪU LEVEL 07

Mỗi level gồm khoảng 32 – 40 bài tập

Đây là một số bài mẫu trong danh sách bài tập học viên sẽ làm trong level này!

Bài 1. PTK Phần tử thứ k

Xét dãy a gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n với:

- $a_i = 1$ nếu $1 \leq i \leq 2$
- $a_i = (a_{i-1} + a_{i-2}) \bmod M$, nếu $2 < i \leq n$

Yêu cầu: Hãy cho biết nếu sắp xếp dãy a theo thứ tự không giảm thì số thứ k có giá trị bằng bao nhiêu?

Input: 3 số nguyên n, m, k.

Output: phần tử thứ k

Giải thích: Mảng a là: 1 1 2 3. Số hạng thứ k = 3 có giá trị 2

Input	Output
4 128 3	2

Giới hạn:

Sub 1: 25% test có $N \leq 10^3$; $m \leq 10^9$; $k \leq n$

Sub 2: 25% test có $N \leq 10^5$; $m \leq 10^9$; $k \leq n$

Sub 3: 25% test có $N \leq 10^6$; $m \leq 10^9$; $k \leq 10$

Sub 4: 25% test có $N \leq 10^7$; $m \leq 10^6$; $k \leq n$

Bài 2. DONGPHUC Áo đồng phục



Lớp chuyên Tin của thầy Vinh có n học sinh. Nghe nói khoa sắp sắm đồng phục mới cho lớp nên ai cũng háo hức. Thầy Vinh cho mỗi bạn tự ghi kích cỡ của mình để chọn áo. Bạn thứ i có kích cỡ a_i và sẽ mặc vừa các áo có kích cỡ từ $a_i - x$ đến $a_i + y$ ($x, y \geq 0$). Khoa hiện đang có m chiếc áo đồng phục, chiếc thứ j có kích thước b_j . Vậy bạn thứ i có thể mặc được áo thứ j nếu $a_i - x \leq b_j \leq a_i + y$.

Yêu cầu: Hãy giúp thầy Vinh phân phát áo được cho nhiều bạn nhất. Mỗi áo chỉ được phát cho một bạn.

Input

- Dòng tiên chứa bốn số nguyên n, m, x và y ($1 \leq n, m \leq 10^5, 0 \leq x, y \leq 10^{12}$) - số bạn trong lớp, số lượng áo và hai con số x, y .
- Dòng thứ hai chứa n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($1 \leq a_i \leq 10^{12}$) là kích thước của các bạn học sinh.
- Dòng thứ ba chứa m số nguyên b_1, b_2, \dots, b_m ($1 \leq b_j \leq 10^{12}$) là kích thước của các áo đồng phục.

Input	Input
5 3 0 0	3 3 2 2
1 2 3 3 4	1 5 9
1 3 5	3 5 7
Output	Output
2	3

Output: In một số nguyên k duy nhất - số lượng tối đa của các học sinh được phân phát áo.

Bài 3. OLYMPIC Luyện tập dự thi Olympic

Đề thi Olympic sinh viên 2011 – Khối Cao đẳng

Năm 2011 đánh dấu 20 năm hình thành và phát triển của Olympic Tin học sinh viên Việt Nam. Để hỗ trợ các bạn sinh viên chuẩn bị tốt cho kỳ thi này, trên website IT-2011 có n bài tập. Các bài được đánh số từ 1 đến n . Mỗi bài tập nhằm rèn luyện một số kỹ năng cho thí sinh, ví dụ như kỹ thuật lập trình, giải thuật, cấu trúc dữ liệu...

Nhằm định hướng cho quá trình tự luyện tập được hiệu quả, mỗi bài tập có một yêu cầu tối thiểu về trình độ kỹ năng. Để giải được bài thứ i , bạn cần có trình độ kỹ năng tối thiểu là a_i .

Điều này có nghĩa là sinh viên có thể giải được bài thứ i khi và chỉ khi có trình độ kỹ năng bằng hoặc lớn hơn a_i . Nếu giải được bài thứ i trình độ kỹ năng của sinh viên sẽ tăng thêm một lượng là b_i .

Giả sử ban đầu, trình độ kỹ năng của bạn trước khi làm bài tập là c . Các bài tập có thể được làm theo trình tự bất kỳ tùy chọn.

Ví dụ, với trình độ kỹ năng ban đầu $c = 1$, $n = 4$ và các giá trị a_i , b_i tương ứng là $(1, 10)$, $(21, 5)$, $(1, 10)$, $(100, 100)$, bạn sẽ giải bài 1, sau đó làm bài 3 và cuối cùng làm bài 2. Như vậy bạn sẽ làm được tất cả là 3 bài.

Yêu cầu: Cho các số nguyên n , c và các cặp giá trị (a_i, b_i) , $1 \leq i \leq n$. Hãy xác định số lượng bài tối đa có thể được giải.

Input

- Dòng đầu tiên chứa 2 số nguyên n ($1 \leq n \leq 10^5$) và c ($0 \leq c \leq 10^9$),
- Dòng thứ i trong n dòng tiếp theo ($1 \leq i \leq n$) chứa 2 số nguyên a_i và b_i . ($1 \leq a_i, b_i \leq 10^9$).

Các số trên cùng một dòng được ghi cách nhau bởi 1 khoảng trắng.

Output: một số nguyên – số lượng bài tối đa có thể được giải.

Input	Output
4 1 1 10 21 5 1 10 100 100	3

Bài 4. CHON Chọn đội tuyển

Trường THPT XYZ cần chọn 3 học sinh để lập đội tuyển tham dự kỳ thi Tin học trẻ tỉnh Đồng Nai năm 2013. Cho một danh sách gồm n học sinh, mỗi học sinh có các thông tin sau:

- Số thứ tự.
- Họ tên: là một xâu kí tự độ dài không quá 30.
- Điểm toán, điểm tin: là số nguyên trong đoạn từ 0 đến 10.

Các học sinh được đánh giá theo các tiêu chí như sau:

- Chọn các học sinh có tổng (điểm toán + điểm tin) cao nhất.
- Nếu có nhiều học sinh có tổng (điểm toán + điểm tin) bằng nhau, thì chọn học sinh có điểm tin cao hơn.
- Nếu có nhiều học sinh có tổng (điểm toán + điểm tin) bằng nhau và có điểm tin bằng nhau, thì chọn học sinh có số thứ tự nhỏ hơn.

Yêu cầu: Hãy chọn ra 3 học sinh giỏi nhất, giỏi nhì, giỏi ba trong n học sinh để lập đội tuyển.

Input:

- Dòng đầu tiên là số n ($3 \leq n \leq 10^6$).
- N nhóm dòng sau là thông tin của n học sinh theo số thứ tự từ 1 đến n . Thông tin mỗi học sinh ghi trên 2 dòng
 - Dòng 1: họ tên
 - Dòng 2: điểm toán và điểm tin cách nhau một khoảng trắng.

Output: ghi thông tin 3 học sinh được chọn theo thứ tự giỏi nhất, giỏi nhì, giỏi ba. Mỗi thông tin của học sinh được mô tả trên 2 dòng:

- Dòng 1: số thứ tự của học sinh đó
- Dòng 2: họ tên của học sinh đó.

Giải thích: học sinh Lam Tam C (có số thứ tự là 3) có tổng (điểm Toán + điểm Tin) = 14 cao nhất trong các học sinh nên là học sinh giỏi nhất. 3 học sinh còn lại đều có tổng (điểm Toán + điểm Tin) = 13, nhưng học sinh Trần Thị B (số thứ tự 2) có điểm Tin = 8 cao nhất nên là học sinh giỏi thứ nhì, hai học sinh còn lại có cùng điểm Tin = 7, ta chọn học sinh Nguyen Van A vì có số thứ tự bằng 1 nhỏ hơn số thứ tự của học sinh Trieu D (có số thứ tự bằng 4)

Input	Output
4	3
Nguyen Van A	Lam Tam C
6 7	2
Tran Thi B	Tran Thi B
5 8	1
Lam Tam C	Nguyen Van A
5 9	
Trieu D	
6 7	

Bài 5. SCHEDULE Lịch sửa chữa ô tô

Một cơ sở sửa chữa ô tô có nhận n chiếc xe để sửa. Do các nhân viên làm việc quá lười nhác nên đã đến hạn trả cho khách hàng mà vẫn chưa tiến hành sửa được chiếc xe nào. Theo hợp đồng đã ký kết từ trước, nếu bàn giao xe i quá hạn ngày nào thì sẽ phải trả thêm một khoản tiền phạt là a_i .

Ông chủ cơ sở sửa chữa quyết định sa thải toàn bộ công nhân và thuê công nhân mới. Với lực lượng mới này, ông ta dự định rằng để sửa chiếc xe i cần b_i ngày. Vấn đề đặt ra đối với ông là phải lập lịch sửa tuần tự các chiếc xe sao cho tổng số tiền bị phạt là ít nhất

Yêu cầu: Hãy lập lịch sửa xe giúp cho ông chủ cơ sở sửa chữa ô tô sao cho tổng số tiền bị phạt là ít nhất.

Input

- Dòng 1: Chứa số nguyên dương $n \leq 10^5$
- Dòng 2: Chứa n số nguyên dương a_1, a_2, \dots, a_n , $1 \leq a_i \leq 1000$, $\forall i: 1 \leq i \leq n$
- Dòng 3: Chứa n số nguyên dương b_1, b_2, \dots, b_n , $1 \leq b_i \leq 1000$, $\forall i: 1 \leq i \leq n$

Input	Output
4	44
1 3 4 2	
3 2 3 1	

Output một số nguyên duy nhất là số tiền phạt tối thiểu theo phương án tìm được.

Giải thích:

Tiền phạt:

Xe 4: muộn 1 (ngày) x 2 = 2

Xe 2: Muộn 3 (ngày) x 3 = 9

Xe 3: Muộn 6 (ngày) x 4 = 24

Xe 1: Muộn 9 (ngày) x 1 = 9

 Tổng cộng: = 44

Nếu sửa theo thứ tự 1, 2, 3, 4 thì

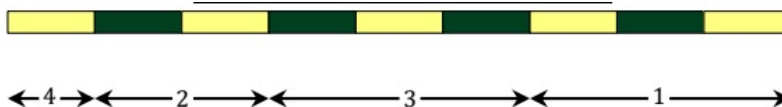
Xe 2: muộn 3 (ngày) x 1 = 3

Xe 2: Muộn 5 (ngày) x 3 = 15

Xe 3: Muộn 8 (ngày) x 4 = 32

Xe 4: Muộn 9 (ngày) x 2 = 9

 Tổng cộng: = 68



Bài 6. SETS Tập S và N đoạn số nguyên

Cho N đoạn số nguyên $[a_i, b_i]$, hãy chọn tập S gồm ít số nguyên nhất mà mỗi đoạn trên đều chứa ít nhất hai số trong tập S.

Input:

- Dòng 1 ghi số nguyên dương N ($N < 10^5$)
- N dòng sau, dòng i chứa 2 số a_i và b_i . ($a_i < b_i$ và $|a_i|, |b_i| \leq 10^9$)

Output: số lượng các phần tử trong tập S.

Giải thích: tập S có thể gồm 4 phần tử 2, 3, 5, 7

Input	Output
5	4
0 10	
2 3	
4 7	
3 5	
5 8	

Bài 7. PMATRIX Ma trận nguyên tố

Cho ma trận $n \times m$ bao gồm các số nguyên. Với một phép biến đổi, bạn có thể chọn một phần tử bất kì của ma trận và tăng nó lên 1. Mỗi phần tử có thể được tăng lên một số lần tùy ý.

Một ma trận là nguyên tố nếu ít nhất một trong hai điều kiện sau đây được đáp ứng :

- ma trận có một hàng với toàn số nguyên tố ;
- ma trận có một cột với toàn số nguyên tố ;

Nhiệm vụ của bạn là để đếm số lần tối thiểu các phép biến đổi cần thiết để có được một ma trận nguyên tố từ ma trận ban đầu.

Input

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên n, m ($1 \leq n, m \leq 500$) - tương ứng với số lượng hàng và cột trong ma trận ,.
- Mỗi dòng trong số n dòng tiếp theo chứa m số nguyên dương – biểu diễn ma trận ban đầu. Tất cả các phần tử là số nguyên không vượt quá 10^5 .

Output: một số nguyên - số lượng tối thiểu các phép biến đổi cần thiết để có được một ma trận nguyên tố từ ma trận ban đầu. Nếu ma trận ban đầu đã là nguyên tố thì in 0.

Giải thích

- Trong ví dụ đầu tiên bạn cần phải tăng số 1 ở ô (1, 1). Như vậy, hàng đầu tiên sẽ bao gồm các số nguyên tố : 2, 2, 3.
- Trong ví dụ thứ hai bạn cần phải tăng số 8 ở ô (1, 2) ba lần. Như vậy, cột thứ hai sẽ bao gồm các số nguyên tố : 11, 2.

Trong ví dụ thứ ba, bạn không cần phải làm bất cứ điều gì như cột thứ hai đã bao gồm các số nguyên tố : 3, 2.

Input	Input	Input
3 3	2 3	2 2
1 2 3	4 8 8	1 3
5 6 1	9 2 9	4 2
4 4 1		
Output	Output	Output
1	3	0

Bài 8. CAFE Uống café



Để chuẩn bị cho lớp chuyên Tin làm bài kiểm tra vào sáng mai. Thầy Vinh phải viết một chương trình sinh test gồm gồm n dòng code. Đêm đã khuya, thầy Vinh càng làm càng mệt dù đã uống rất nhiều cà phê (món ưa thích!). Cụ thể: đầu tiên thầy viết v dòng mã, uống một tách cà phê, sau đó thầy viết $[v/k]$ dòng, uống thêm một tách cà phê, sau đó thầy viết $[v/k^2]$ dòng và cứ như thế: $[v/k^3]$, $[v/k^4]$, $[v/k^5]$... Biểu thức $[a/b]$ là phần nguyên của phép chia số a cho số b , k gọi là hệ số giảm năng suất ...

Tại thời điểm giá trị $[v/k^p] = 0$, thầy Vinh ngay lập tức rơi vào giấc ngủ và tỉnh dậy chỉ vào buổi sáng, khi chương trình đã được hoàn thành .

Thầy Vinh tự hỏi, giá trị số nguyên v tối thiểu là bao nhiêu để cho thầy có thể viết không ít hơn n dòng code trước khi chìm vào giấc ngủ.

Input: gồm hai số nguyên n và k – số dòng code của chương trình và hệ số giảm năng suất, $1 \leq n \leq 10^9$, $2 \leq k \leq 10$.

Output: In số nguyên duy nhất - giá trị tối thiểu của v cho phép thầy Vinh viết chương trình trong một đêm.

Giải thích: Trong ví dụ đầu tiên, output là $v = 4$. Thầy Vinh viết mã theo các phần sau đây : 4 dòng đầu tiên , sau đó 2 dòng, sau đó 1 dòng, và sau đó thầy ngủ thiếp đi. Do đó, thầy đã viết $4 + 2 + 1 = 7$ dòng trong một đêm và hoàn thành nhiệm vụ .

Trong ví dụ thứ hai câu trả lời là $v = 54$. Thầy Vinh viết mã theo các phần sau: 54, 6 . Tổng số dòng là $54 + 6 = 60$, nhiều hơn $n = 59$.

Input	Input
7 2	59 9
Output	Output
4	54