

**ĐỀ CHÍNH THỨC**Môn thi: **TIN HỌC**Thời gian làm bài: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)Ngày thi: **23 / 09 / 2023**

Đề thi gồm 4 trang, 03 bài

**TỔNG QUAN ĐỀ THI**

	Tên bài	File chương trình	File dữ liệu	File kết quả
Bài 1	Đá quý	diamond.*	DIAMOND.INP	DIAMOND.OUT
Bài 2	Cặp số nguyên tố cùng nhau	coprime.*	COPRIME.INP	COPRIME.OUT
Bài 3	Xếp khối	blocks.*	BLOCKS.INP	BLOCKS.OUT

Dấu \* được thay thế bởi PAS hoặc CPP của ngôn ngữ lập trình sử dụng tương ứng là Pascal hoặc C++. Thời gian giới hạn chạy chương trình là 1 giây và bộ nhớ giới hạn là 1024MB.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

**Bài 1. Đá quý (6,0 điểm)**

Bố của Sơn có một cửa hàng đá quý hiện đang sở hữu  $N$  viên kim cương, viên kim cương thứ  $i$  có giá trị  $A_i$  và có khối lượng  $B_i$ .

Để chúc mừng sinh nhật của Sơn, bố của cậu mong muốn tạo ra một tác phẩm nghệ thuật có một không hai để tặng cho cậu. Để thực hiện tác phẩm nghệ thuật trên, ông dự định chọn ra  $K$  viên kim cương, sao cho tổng giá trị trên tổng khối lượng là lớn nhất có thể. Nói cách khác, nếu gọi  $S_A$  là tổng giá trị,  $S_B$  là tổng khối lượng của các viên kim cương được chọn thì ông muốn giá trị  $\frac{S_A}{S_B}$  là lớn nhất có thể.

Giả sử giá trị lớn nhất trên được biểu diễn dưới dạng phân số tối giản là  $\frac{P}{Q}$  thì bạn được yêu cầu đưa ra hai số nguyên  $P$  và  $Q$ .

**INPUT**

- Dòng đầu tiên gồm số nguyên dương  $N$ ,  $K$  ( $K \leq N \leq 50000$ ) là tổng số viên kim cương và số viên kim cương cần chọn.
- $N$  dòng tiếp theo, mỗi dòng gồm hai số nguyên dương  $A_i$  và  $B_i$  ( $A_i, B_i \leq 10^6$ ) là giá trị và khối lượng của viên kim cương thứ  $i$ .

**OUTPUT**

- In ra hai số nguyên  $P$  và  $Q$  với ý nghĩa như trên đề bài.

## VÍ DỤ

DIAMOND.INP	DIAMOND.OUT
5 3 5 2 7 6 8 9 1 4 10 4	11 6
6 3 1 1 2 1 3 1 4 1 5 1 6 1	5 1

## GIẢI THÍCH

- Ở ví dụ thứ nhất, cần chọn các viên kim cương 1, 2, 5. Tổng giá trị trên tổng khối lượng là:

$$\frac{5+7+10}{2+6+4} = \frac{11}{6}$$

- Ở ví dụ thứ hai, cần chọn các viên kim cương 4, 5, 6. Tổng giá trị trên tổng khối lượng là:

$$\frac{4+5+6}{1+1+1} = \frac{5}{1}$$

## RÀNG BUỘC

- Subtask 1 (20% số điểm):  $N \leq 20$
- Subtask 2 (20% số điểm):  $N \leq 100, B_i \leq 100$
- Subtask 3 (60% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm

### Bài 2. Cặp số nguyên tố cùng nhau (7.0 điểm)

**Bob** có một dãy  $a$  gồm  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$ .

**Andy** là bạn thân của **Bob**, cậu có một sở thích đặc biệt là mượn các con số của **Bob** về nhà để chơi. Trong  $m$  ngày tới, mỗi ngày **Andy** sẽ tới mượn **Bob** một con số hoặc trả lại **Bob** một con số cậu đã mượn trước đó.

Tuy nhiên, có một điều kiện để **Andy** có thể mượn được các con số của **Bob**. Sau mỗi ngày, **Bob** đổ **Andy** trong các con số cậu đang mượn, có bao nhiêu cặp số nguyên tố cùng nhau. Nói cách khác, **Andy** cần tính số cặp chỉ số  $i, j$  ( $i \neq j$ ) mà cậu đang mượn có  $\gcd(a_i, a_j) = 1$ .

Bạn hãy giúp **Andy** trả lời các câu đố này nhé.

### INPUT

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên  $n, m$  là độ dài của dãy số của **Bob** và số ngày ( $1 \leq n \leq 5 \times 10^5, 1 \leq m \leq 5 \times 10^5$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 5 \times 10^5$ ).
- $m$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số nguyên  $i$ . Nếu trước đó **Andy** chưa mượn số nguyên  $a_i$ , **Andy** sẽ mượn số nguyên này ngày hôm đó, ngược lại cậu sẽ trả lại số nguyên này ngày hôm đó.

### OUTPUT

- Gồm  $m$  dòng, dòng thứ  $i$  là đáp án cho câu đố trong ngày thứ  $i$ .

### VÍ DỤ

COPRIME.INP	COPRIME.OUT
5 5 1 2 3 4 5 1 2 5 4 2	0 1 3 5 3
6 5 2 3 4 6 8 9 3 2 6 5 2	0 1 2 4 2

#### *Giải thích ví dụ:*

- Ngày đầu tiên **Andy** chỉ mượn **Bob** một số, vậy số cặp là 0.
- Ngày thứ hai, các cặp nguyên tố cùng nhau là (1, 2)
- Ngày thứ ba, các cặp nguyên tố cùng nhau là (1, 2), (2, 5), (1, 5).
- Ngày thứ tư, các cặp nguyên tố cùng nhau là (1, 2), (2, 5), (1, 5), (1, 4), (5, 4).
- Ngày thứ năm, các cặp nguyên tố cùng nhau là (1, 5), (1, 4), (5, 4).

### RÀNG BUỘC

- Subtask 1 (20% điểm):  $n, m \leq 100$ .
- Subtask 2 (30% điểm):  $n, m \leq 10^3$ .
- Subtask 3 (50% điểm): không có ràng buộc gì thêm.

### Bài 3. Xếp khối (7,0 điểm)

**Bob** có một bộ đồ chơi gồm  $n$  khối gỗ, khối gỗ thứ  $i$  có độ cao  $h_i$ .

Hôm nay, cậu quyết định lấy  $k$  khối gỗ trong bộ đồ chơi của mình để xây tháp. Một dãy  $k$  khối gỗ có độ cao  $v_1, v_2, \dots, v_k$  sẽ xây được một tòa tháp có độ chênh vênh là  $\min_{1 \leq i < j \leq k} |v_i - v_j|$

Lựa mãi không biết nên lấy những khối gỗ nào cho phù hợp. Vì vậy, thay vì chơi xếp hình, **Bob** chuyển hướng sang tính độ chênh vênh của mọi tòa tháp có thể xây dựng được.

Bạn hãy giúp **Bob** tính xem, trong tất cả các cách chọn  $k$  khối gỗ để xây tháp, tổng độ chênh vênh sẽ là bao nhiêu. Vì kết quả có thể rất lớn, in ra phần dư tổng tính được sau khi chia cho **998244353**

#### INPUT

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $n, k$  là số khối gỗ trong bộ đồ chơi của **Bob** và số khối gỗ để xây tháp ( $2 \leq k \leq n \leq 10^3$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $n$  số nguyên dương  $h_1, h_2, \dots, h_n$ , số thứ  $i$  là độ cao của khối gỗ thứ  $i$  ( $0 \leq h_i \leq 10^5$ ).

#### OUTPUT

- Một dòng duy nhất chứa kết quả của bài toán

#### VÍ DỤ

BLOCKS.INP	BLOCKS.OUT
5 3 5 4 2 1 3	11
6 4 2 6 8 10 1 5	19
4 3 1 2 2 3	2

#### RÀNG BUỘC

- Subtask 1 (30% điểm):  $n, k, h_i \leq 100$ .
- Subtask 2 (40% điểm):  $n, k, h_i \leq 600$ .
- Subtask 3 (30% điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

-----HẾT-----

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu
- Giám thị **KHÔNG** được giải thích gì thêm