

ĐỀ CHÍNH THỨC

Số báo danh

.....

Môn thi: TIN HỌC

Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian phát đề)

Ngày thi: 27/9/2023

(Đề thi có 3 câu, gồm 3 trang)

Hạn chế kỹ thuật:

|       | Tên bài      | Tên chương trình | Dữ liệu vào  | Kết quả ra   |
|-------|--------------|------------------|--------------|--------------|
| Câu 1 | Xâu con      | STRING.*         | STRING.INP   | STRING.OUT   |
| Câu 2 | Phân số tăng | FRACTION.*       | FRACTION.INP | FRACTION.OUT |
| Câu 3 | Tuyến xe bus | BUS.*            | BUS.INP      | BUS.OUT      |

(Dấu \* trong chương trình được thay bởi PY hoặc CPP tùy vào ngôn ngữ sử dụng)

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Câu 1 (6 điểm). Xâu con

Xâu TH là xâu có độ dài không quá  $10^6$ , khác rỗng và chỉ chứa hai ký tự 'T' hoặc 'H'.

Xâu S1 gọi là xâu con của xâu S2 nếu xâu S1 có độ dài khác 0 và gồm các ký tự liên tiếp trong xâu S2. Ví dụ: xâu "THT" có các xâu con là "T", "H", "T", "TH", "HT", "THT".

**Yêu cầu:** Cho S là xâu TH có độ dài n và số nguyên k. Hãy tính số lượng xâu con của S chứa đúng k ký tự 'H'.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản STRING.INP gồm:

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên k ( $0 \leq k \leq n \leq 10^6$ );
- Dòng tiếp theo chứa xâu S có độ dài không quá  $10^6$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản STRING.OUT gồm một số nguyên duy nhất là số lượng xâu con chứa đúng k ký tự 'H'.

**Ví dụ:**

| STRING.INP  | STRING.OUT |
|-------------|------------|
| 2<br>THTHTH | 6          |

**Ràng buộc:**

- Có 10% số test ứng với 10% số điểm của bài thỏa mãn  $k = 0$ ,  $n \leq 10^6$ ;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài thỏa mãn  $k \geq 1$ ,  $n \leq 100$ ;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài thỏa mãn  $k \geq 1$ ,  $100 < n \leq 1000$ ;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài thỏa mãn  $k \geq 1$ ,  $1000 < n \leq 10^6$ .

## Câu 2 (7 điểm). Phân số tăng

**Xét bài toán:** Cho  $n$  phân số  $\frac{a_1}{b_1}, \dots, \frac{a_n}{b_n}$  ( $a_i, b_i$  nguyên dương), hãy tìm dãy chỉ số

$1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n$  sao cho  $\frac{a_{i_1}}{b_{i_1}} < \frac{a_{i_2}}{b_{i_2}} < \dots < \frac{a_{i_k}}{b_{i_k}}$  và  $k$  lớn nhất có thể.

**Bài toán trên được mở rộng như sau:** Có thể đảo lại một phân số nếu muốn (phân số  $\frac{a_i}{b_i}$  đảo lại thành phân số  $\frac{b_i}{a_i}$ ), sau đó tìm dãy chỉ số thỏa mãn đề bài mà  $k$  lớn nhất có thể.

**Yêu cầu:** Cho  $n$  phân số và số nguyên  $w$ , trong đó  $w = 0$  nghĩa là không được phép đảo bất kỳ một phân số nào (bài toán ban đầu) hoặc  $w = 1$  nếu được phép đảo không quá một phân số (bài toán mở rộng), hãy đưa ra giá trị  $k$  lớn nhất có thể.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản FRACTION.INP theo khuôn dạng:

- Dòng đầu ghi hai số nguyên  $n, w$  ( $1 \leq n \leq 10^3; 0 \leq w \leq 1$ );
- Dòng thứ  $i$  trong  $n$  dòng tiếp theo chứa hai số nguyên dương  $a_i, b_i$  lần lượt là tử số và mẫu số của phân số thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq n, 0 < a_i, b_i \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản FRACTION.OUT một số nguyên duy nhất là giá trị  $k$  lớn nhất tìm được.

**Ví dụ:**

| FRACTION.INP                    | FRACTION.OUT |
|---------------------------------|--------------|
| 4 0<br>5 1<br>1 3<br>3 2<br>1 2 | 2            |
| 4 1<br>5 1<br>1 3<br>3 2<br>1 2 | 3            |

**Ràng buộc:**

- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn:  $n \leq 10, w = 0$ ;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn:  $n \leq 10, w = 1$ ;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn:  $10 < n \leq 10^3, w = 0$ ;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài thỏa mãn:  $10 < n \leq 10^3, w = 1$ .

## Câu 3 (7 điểm). Tuyển xe bus

Thành phố bạn Lam sống có  $n$  nút giao thông được đánh số từ 1 đến  $n$ . Việc đi lại giữa các nút giao thông được thực hiện qua các tuyến xe bus. Có tất cả  $m$  tuyến, tuyến thứ  $i$  cho phép

di chuyển hai chiều từ nút giao thông  $a_i$  đến  $b_i (a_i \neq b_i)$  và có tiền vé một lượt đi là  $c_i$ . Các tuyến xe bus được xây dựng để đảm bảo mọi cặp nút giao thông trong thành phố đều có thể liên thông với nhau thông qua một số tuyến xe trực tiếp hoặc gián tiếp.

Nhà của Lam ở nút giao thông  $s$  còn trường học thì ở nút giao thông  $t$ . Do tiết kiệm chi phí, Lam đã tìm một con đường thông qua một số tuyến xe bus để di chuyển từ nhà tới trường với tổng tiền vé ít nhất. Để thuận tiện hơn, Lam đã mua vé năm cho tất cả các tuyến trên con đường đó. Các tuyến đã mua vé năm thì trong năm đó có thể đi lại mà không cần trả phí nữa. Ngoài việc thường xuyên đi lại từ nhà tới trường, Lam còn rất hay di chuyển từ thư viện ở nút giao thông  $u$  tới trung tâm Anh ngữ ở nút giao thông  $v$ . Do đó, Lam muốn lựa chọn con đường từ nhà tới trường sao cho chi phí di chuyển từ  $u$  tới  $v$  là nhỏ nhất.

**Yêu cầu:** Tìm chi phí nhỏ nhất để Lam di chuyển từ  $u$  tới  $v$  sau khi đã mua vé năm cho con đường từ  $s$  tới  $t$  theo như mô tả trên.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp BUS.INP gồm:

- Dòng đầu chứa 2 số nguyên dương  $n$  và  $m (n \leq 10^5, m \leq 2.10^5)$ ;
- Dòng thứ hai chứa 2 số nguyên dương  $s$  và  $t (s, t \leq n)$ ;
- Dòng thứ ba chứa 2 số nguyên dương  $u$  và  $v (u, v \leq n)$ ;
- Dòng thứ  $i$  trong  $m$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa 3 số nguyên dương  $a_i, b_i, c_i$  mô tả tuyến xe bus thứ  $i (a_i, b_i \leq n, c_i \leq 10^9; 1 \leq i \leq m)$ .

**Kết quả:** Ghi ra tệp BUS.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả tìm được.

**Ví dụ:**

| BUS.INP  | BUS.OUT      | GIẢI THÍCH   |
|--|--------------|--|
| <div> 8 8 1 6 3 8 1 2 3 2 4 2 2 3 3 4 5 1 3 5 2 5 6 3 2 7 4 8 2 3 </div> | <div>5</div> | <div> </div> <div> - Đường đi từ <math>s</math> đến <math>t</math>: <math>(1) \rightarrow (2) \rightarrow (4) \rightarrow (5) \rightarrow (6)</math> có chi phí nhỏ nhất là 9.<br/> - Đường đi từ <math>u</math> đến <math>v</math>: <math>(3) \rightarrow (5) \rightarrow (4) \rightarrow (2) \rightarrow (8)</math> có chi phí nhỏ nhất là 5 do chỉ phải trả thêm tiền vé cho tuyến <math>(3) \rightarrow (5)</math> và <math>(2) \rightarrow (8)</math>. </div> |

**Ràng buộc:**

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài thoả mãn chỉ có duy nhất một con đường ngắn nhất đi từ  $s$  tới  $t$ ;
- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

..... **HẾT** .....