

Tổng quan bài thi:

	Tên bài	Tệp chương trình	Tệp dữ liệu vào	Tệp kết quả ra
Câu 1	Chia hết cho 7	CAU1.*	CAU1.INP	CAU1.OUT
Câu 2	Hạnh phúc	CAU2.*	CAU2.INP	CAU2.OUT
Câu 3	Bông tuyết	CAU3.*	CAU3.INP	CAU3.OUT
Câu 4	Khoá số	CAU4.*	CAU4.INP	CAU4.OUT
Câu 5	Phản dư	CAU5.*	CAU5.INP	CAU5.OUT

Dữ liệu vào là đúng đắn, không cần phải kiểm tra. Trong các tệp dữ liệu vào/ra, nếu dữ liệu trên cùng một dòng thì được cách nhau bởi ít nhất 1 dấu cách. Dấu (\*) trong tên tệp chương trình biểu thị đuôi tệp tùy thuộc vào ngôn ngữ lập trình sử dụng là CPP hoặc PY

**Câu 1. CHIA HẾT CHO 7 (6 điểm)**

Một số nguyên dương  $X$  gồm  $n$  chữ số dạng  $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$  có trọng số  $S(X)$  được tính theo công thức:

$$S(X) = 1 \times a_1 + 2 \times a_2 + \dots + n \times a_n$$

Ví dụ,  $X = 2025$  có trọng số là  $S(2025) = 1 \times 2 + 2 \times 0 + 3 \times 2 + 4 \times 5 = 28$ .

**Yêu cầu:** Cho số nguyên dương  $X$  trong đó có một chữ số bị mờ biểu diễn bằng dấu '?'.  
Hãy tìm chữ số có giá trị nhỏ nhất trong các chữ số từ '0' đến '9' để thay vào vị trí dấu '?' sao cho  $S(X)$  chia hết cho 7.

**Đữ liệu:** Vào từ tệp CAU1.INP chứa số nguyên dương  $X$  ( $X < 10^{100}$ ) trong đó có 1 chữ số bị mờ biểu diễn bằng dấu '?'.

**Kết quả:** Ghi ra tệp CAU1.OUT một chữ số nhỏ nhất có thể thay vào dấu '?', nếu không tồn tại chữ số nào thỏa mãn thì ghi -1. Số  $X$  không được chứa chữ số '0' vô nghĩa ở đầu.

**Ví dụ:**

CAU1.INP	CAU1.OUT	Giải thích
202?	5	Số 2025 có $S(2025) = 28$ chia hết cho 7.
??	7	Vì dấu '?' đứng đầu không thể thay bằng chữ số 0, nên $X = 77$ có $S(77) = 21$ chia hết cho 7.
800000?	-1	Không có chữ số nào thay thế dấu '?' thỏa mãn $S(X)$ chia hết cho 7.

**Câu 2. HẠNH PHÚC (5 điểm)**

Một trường học có  $n$  học sinh, học sinh thứ  $i$  có độ hạnh phúc  $h_i$ . Nếu hai học sinh  $i$  và  $j$  bắt tay nhau ( $i \neq j, 1 \leq i, j \leq n$ ) sẽ tạo ra độ hạnh phúc là  $h_i \times h_j$ . Học sinh  $i$  và học sinh  $j$  chỉ được tính là bắt tay nhau một lần duy nhất.

**Yêu cầu:** Tính tổng độ hạnh phúc của toàn trường nếu tất cả học sinh đều bắt tay nhau.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp CAU2.INP gồm:

- Dòng đầu là số nguyên  $n$  là số học sinh toàn trường ( $2 \leq n \leq 30000$ );
- Dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên dương  $h_1, h_2, \dots, h_n$  lần lượt là độ hạnh phúc của từng học sinh ( $0 < h_i \leq 30000$ ).

**Kết quả:** Ghi ra tệp CAU2.OUT một số duy nhất là tổng độ hạnh phúc của toàn trường nếu tất cả học sinh đều bắt tay nhau.



Ví dụ:		Giải thích
CAU2.INP	CAU2.OUT	
4 2 5 1 2	33	Tổng độ hạnh phúc là: $2 \times 5 + 2 \times 1 + 2 \times 2 + 5 \times 1 + 5 \times 2 + 1 \times 2 = 33$

Ràng buộc:

- Có 80% số test ứng với 80% số điểm của bài có  $n, h_i \leq 3000$ ;
- Có 20% số test ứng với 20% số điểm của bài có  $n, h_i \leq 30000$ .

### Câu 3. BÔNG TUYẾT (4 điểm)

Vương quốc Băng giá có  $n^2$  bông tuyết được đánh số từ 1 đến  $n^2$ . Bông tuyết thứ  $i$  có khối lượng  $a_i$ . Elsa chạm vào một bông tuyết bất kì có khối lượng  $w$  thì lập tức tất cả các bông tuyết có cùng khối lượng  $w$  sẽ tan biến.

**Yêu cầu:** Cho biết khối lượng của  $n^2$  bông tuyết. Xác định tổng khối lượng lớn nhất của các bông tuyết chưa tan.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản CAU3.INP gồm:

- Dòng thứ nhất chứa số nguyên dương  $n$ ;
  - Dòng thứ hai chứa  $n^2$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_{n^2}$ .
- ( $0 < n \leq 1500, 0 < a_i \leq 10^9, 1 \leq i \leq n^2$ ).

**Kết quả:** Ghi ra tệp CAU3.OUT một số nguyên duy nhất là giá trị lớn nhất của tổng khối lượng các bông tuyết chưa tan.

**Ví dụ:**

CAU3.INP	CAU3.OUT	Giải thích
3 1 2 4 1 1 1 1 2	10	- Chạm vào bông tuyết có khối lượng $w = 1$ , tổng khối lượng chưa tan là $2+4+2=8$ . - Chạm vào bông tuyết có khối lượng $w = 2$ , tổng khối lượng chưa tan là $1+4+1+1+1+1=10$ . - Chạm vào bông tuyết có khối lượng $w = 4$ , tổng khối lượng chưa tan là $1+2+1+1+1+1+2=10$ . Vậy tổng khối lượng lớn nhất chưa tan là 10.

Ràng buộc:

- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có  $n \leq 50, 0 < a_i \leq 10^3$ ;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có  $n \leq 500, 0 < a_i \leq 10^6$ , các  $a_i$  có giá trị phân biệt;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có  $n \leq 500, 0 < a_i \leq 10^6$ ;
- Có 25% số test ứng với 25% số điểm của bài có  $n \leq 1500, 0 < a_i \leq 10^9$ .

### Câu 4. KHOÁ SỐ (3 điểm)

Wednesday và các bạn bị nhốt vào một căn phòng với rất nhiều cạm bẫy. Tuy nhiên, là một người thông minh và dũng cảm, Wednesday đã giúp cả nhóm vượt qua được hầu như tất cả khó khăn để đến cửa ra của căn phòng. Ở cửa ra có một chiếc ổ khóa với kết cấu rất kì dị. Trên chiếc ổ khóa có  $m$  vòng khóa, mỗi vòng ghi  $n$  số nguyên ( $2 \leq m \leq 5; 1 \leq n \leq 10^5$ ). Vòng số thứ  $i$  sẽ chứa  $n$  số nguyên  $a_{i,1}; a_{i,2}; \dots; a_{i,n}$  ( $|a_{i,j}| \leq 10^9; 1 \leq i \leq m; 1 \leq j \leq n$ ). Các vòng số có thể xoay tròn. Mỗi bước xoay, trên mỗi vòng số chỉ hiện đúng một số. Để mở được ổ khóa Wednesday cần phải xoay các vòng số sao cho tổng  $m$  số hiện trên  $m$  vòng số này đúng bằng  $S$  ( $|S| \leq 10^9$ ).





**Yêu cầu:** Cho các giá trị trên  $m$  vòng số, hãy giúp Wednesday đếm xem có bao nhiêu cách xoay để mở được ổ khóa này.

**Dữ liệu:** Vào từ tệp CAU4.INP:

- Dòng đầu tiên ghi ba số nguyên  $m, n, S$  như mô tả ở đề bài.
- $m$  dòng tiếp theo mỗi dòng ghi  $n$  số nguyên cho biết các giá trị trên từng vòng số.

**Kết quả:** Ghi ra tệp CAU4.OUT một số nguyên duy nhất là số cách để mở được ổ khóa đặc biệt này.

**Ví dụ:**

CAU4.INP	CAU4.OUT
2 3 5 1 2 1 3 4 4	5
4 10 6 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9	70
5 2 2 1 2 1 2 1 2 1 2 -2 -2	2

**Ràng buộc:**

- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có  $m = 2, n \leq 10^5$ ;
- Có 40% số test ứng với 40% số điểm của bài có  $m = 4, n \leq 10^3$ ;
- Có 30% số test ứng với 30% số điểm của bài có  $m = 5, n \leq 400$ .

#### Câu 5. PHẦN DƯ (2 điểm)

Cho số nguyên tố  $k$ , tìm số nguyên dương  $m$  nhỏ nhất sao cho  $k \times m$  tạo thành một số có tất cả các chữ số giống nhau.

**Yêu cầu:** Tìm phần dư nhận được trong phép chia  $m$  cho  $10^9+7$ .

**Dữ liệu:** Vào từ tệp văn bản CAU5.INP một số nguyên tố  $k$  ( $1 \leq k \leq 10^9$ ).

**Kết quả:** Ghi ra tệp văn bản CAU5.OUT một số nguyên là đáp số của bài toán.

**Ví dụ:**

CAU5.INP	CAU5.OUT	CAU5.INP	CAU5.OUT
13	8547	23	797103822

**Ràng buộc:**

- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài có  $k \times m \leq 10^9$ ;
- Có 50% số test ứng với 50% số điểm của bài không có ràng buộc gì thêm.

————— HẾT —————

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh .....; Số báo danh .....

Chữ ký của cán bộ coi thi 1 .....; Chữ ký của cán bộ coi thi 2 .....