

BÁO CÁO HÀNG TUẦN 5G Positioning

Ngoc-Son DUONG

Ngày 4 tháng 10 năm 2023

1 Tóm tắt

Hướng nghiên cứu hiện tại vẫn tập trung vào bài toán lệch cơ sở (basis mismatch). Bài toán, về cơ bản, được chia thành 2 bước: Bước 1: Ước tính thô và Bước 2: Tinh chỉnh các tham số thô. Bài toán bắt đầu bằng lý luận rằng các phương pháp kiểu OMP sử dụng cho Bước 1 có độ phức tạp tính toán rất thấp nhưng cho độ chính xác chưa cao. Thực tế cho thấy OMP có một tỉ lệ thất bại nhất định trong việc chọn điểm khởi tạo cho bước tinh chỉnh, dẫn đến các tham số không thể hội tụ chính xác. Bảng I chỉ ra điều này. Người ta có thể làm dày lưới lên để có được ước lượng OMP chính xác hơn nhưng đây là một cách không hay vì khi đó OMP sẽ trở thành một phương pháp có độ phức tạp lớn. Ngoài ra, vì nó ước tính dựa trên một cơ sở rời rạc cùng với những giá trị không tối ưu, các thuật toán họ OMP thường chỉ ước lượng được chính xác các tham số về góc mà không ước tính chính xác tham số về độ lợi kênh. Do đó làm giảm hiệu quả ước tính tổng thể. Vì vậy, mục tiêu của nghiên cứu tiếp theo là phát triển một thuật toán ước lượng thô có độ chính xác cao hơn các phương pháp họ OMP. Bước 2 hướng đến một giải pháp ước lượng tinh không thiên lệch. Cơ chế vẫn dựa trên hướng nghiên cứu hiện tại nhưng với chiến lược tối ưu khác.

Bảng 1: Hiệu quả ước lượng kênh với OMP khi thay đổi độ phân giải của cơ sở

Case	Coarse estimation	Fine estimation	Convergence?	Normalized time complexity
1	$N_b = 2N_t$	$N_b = 2N_t$	Yes	1
2	$N_b = N_t$	$N_b = 2N_t$	Yes	0.98
3	$N_b = 2N_t$	$N_b = N_t$	Yes	0.25
4	$N_b = N_t$	$N_b = N_t$	No	0.23
5	$N_b = 2N_t$	$N_b = \frac{N_t}{2}$	No	0.052
6	$N_b = N_t$	$N_b = \frac{N_t}{2}$	No	0.051
7	$N_b = \frac{N_t}{2}$	$N_b = 2N_t$	No	0.97
8	$N_b = \frac{N_t}{2}$	$N_b = N_t$	No	0.021
9	$N_b = \frac{N_t}{2}$	$N_b = \frac{N_t}{2}$	No	0.005

2 Các nghiên cứu trong thời gian qua

2.1 Ma trận kênh là một hàm mơ hồ (Ambiguity function)

Hàm mơ hồ (Ambiguity function [1]) là một khái niệm thuộc cộng đồng nghiên cứu Ra-đa, nó thường được dùng để biểu diễn mối quan hệ giữa thời gian truyền từ Ra-đa tới mục tiêu (a.k.a khoảng cách) và tần số Doppler:

$$f(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s^*(t - \tau)e^{j2\pi ft} dt \quad (1)$$

Người ta gửi đi một xung (thường là xung băng hẹp (narrow band)) và đối sánh nó với một phiên bản trễ τ giây. Kết quả trên tập xác định của $f(\cdot)$ sẽ là các giá trị tương quan. Giá trị tương quan lớn sẽ chỉ ra khoảng cách và tốc độ di chuyển của mục tiêu. Kênh truyền mmWave MIMO trong miền góc cũng có một biểu diễn tương tự với hàm mơ hồ. Chúng ta có hàm biểu diễn độ tương quan giữa vec-tơ chuyển đổi (từ miền tần số sang miền góc) và vec-tơ đáp ứng của ăng-ten với góc $\boldsymbol{\theta}_{\text{Rx}} = [\theta_{\text{Rx},0}, \theta_{\text{Rx},1}, \dots, \theta_{\text{Rx},L}]^\top$ là:

$$f(\boldsymbol{\theta}_{\text{Rx}}) = \sum_{l=0}^{L-1} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \mathbf{u}^H(\omega - \theta_{\text{Rx},l}) \mathbf{a}(\theta_{\text{Rx},l}) d\omega \quad (2)$$

$f(\boldsymbol{\theta}_{\text{Tx}})$ được định nghĩa tương tự. Để đơn giản, chúng tôi giả sử $N_r = N_t$ và chia tập xác định $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ thành các lưới có độ phân giải $N_b = N_r$ và chúng được định nghĩa bởi $\bar{\omega}_k, k \in \{0, \dots, N_b - 1\}$. (2) có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}_{\text{Rx}}) &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{N_b-1} \mathbf{u}^H(\bar{\omega}_k - \theta_{\text{Rx},l}) \mathbf{a}(\theta_{\text{Rx},l}) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{N_b-1} \left(e^{-j\pi k \sin(\bar{\omega}_k)} \right)^* \left(e^{-j\pi k \sin(\theta_{\text{Rx},l})} \right) \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} \sum_{k=0}^{N_b-1} e^{j\pi k [\sin(\bar{\omega}_k) - \sin(\theta_{\text{Rx},l})]} \end{aligned} \quad (3)$$

Lại có:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{N-1} e^{jkx} &= \frac{1 - e^{jNx}}{1 - e^{jx}} \\ &= \frac{-e^{jNx/2} (e^{-jNx/2} - e^{jNx/2})}{-e^{jx/2} (e^{-jx/2} - e^{jx/2})} \\ &= e^{jx(N-1)/2} \frac{\sin\left(\frac{Nx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} \end{aligned} \quad (4)$$

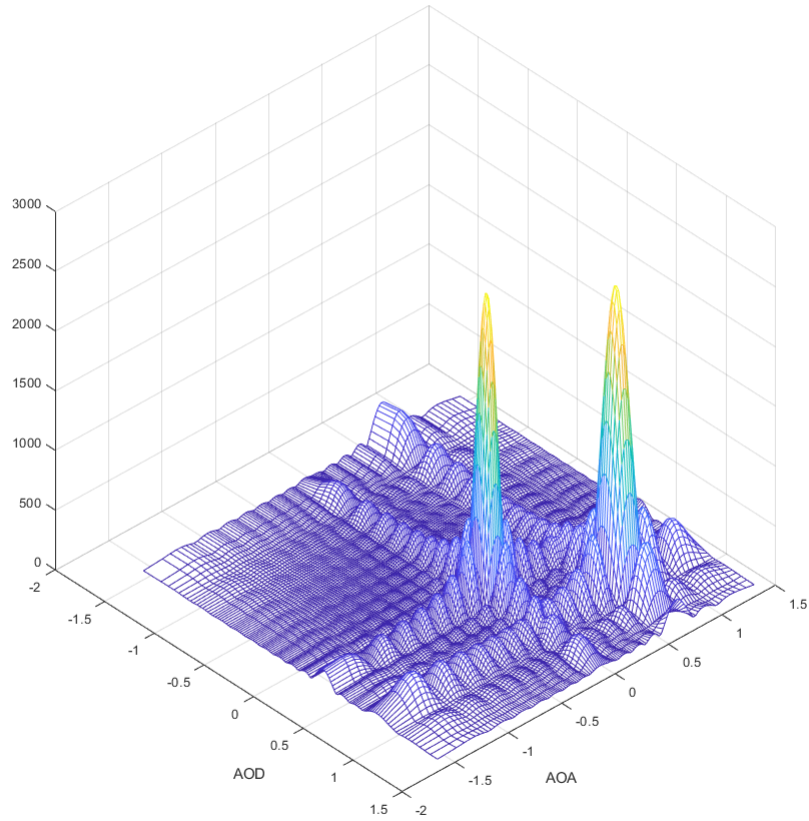
Vì vậy, phương trình (3) có thể viết thành:

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{\theta}_{\text{Rx}}) &= \sum_{l=0}^{L-1} e^{j\pi [\sin(\bar{\omega}) - \sin(\theta_{\text{Rx},l})] \frac{N_b-1}{2}} \\ &\quad \odot \frac{\sin\left(\frac{N_b \pi [\sin(\bar{\omega}) - \sin(\theta_{\text{Rx},l})]}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\pi [\sin(\bar{\omega}) - \sin(\theta_{\text{Rx},l})]}{2}\right)} \end{aligned} \quad (5)$$

trong đó, \odot là toán tử nhân theo từng phần tử (element-wise). Đặt $f(\boldsymbol{\theta}_{\text{Rx}}) = \sum_{l=0}^{L-1} f(\theta_{\text{Rx},l})$. Kênh truyền trong miền góc được biểu diễn bởi:

$$|\check{\mathbf{H}}| = \sum_{l=0}^{L-1} \left| f^*(\theta_{\text{Rx},l}) \otimes f(\theta_{\text{Tx},l}) \right| \quad (6)$$

Hình 1 mô tả $|\check{\mathbf{H}}|$.



Hình 1: Kênh truyền trong miền góc với 2 liên kết.

\Rightarrow **Nhận xét:**

- So với hàm mơ hồ trong lĩnh vực Radar (mặt phẳng Oxy biểu diễn tương quan giữa thời gian và tần số Doppler), kênh truyền mmWave MIMO trong miền góc biểu diễn sự tương quan giữa góc đến và góc đi.

- Kênh truyền trong miền góc không thực sự thừa, tức rất ít các thành phần khác 0. Xung quanh giá trị lớn nhất có rất nhiều giá trị khác 0 và chúng tạo thành một quả chuông với độ rộng bằng $4/N_b$.
- Với N_b nhỏ (thường liên quan tới các trường hợp ăng-ten có số lượng phần tử cũng nhỏ), độ rộng của quả chuông lớn và bài toán không thực sự là ước lượng kênh thừa. Khi đó, độ thừa của kênh được loại bỏ và người ta có thể sử dụng các phương pháp fitting để tìm ra các tham số kênh chính xác trong miền liên tục như các thực hiện trong [2, 3].
- Với N_b rất lớn (tiến đến vô cùng), kênh truyền dần tiến đến một kênh thừa với rất ít các giá trị khác 0. Số giá trị khác 0 biểu thị số liên kết ưu thế của kênh truyền. Các phương pháp ước lượng kênh loại được trình bày trong [4–7]
- Hình 1 cho thấy các tham số trong 1 liên kết phụ thuộc lẫn nhau. Tuy nhiên, tham số của các liên kết khác nhau thường được giả sử là không phụ thuộc lẫn nhau [10].
- Chiều cao của mỗi quả chuông biểu thị độ lớn của mỗi liên kết. Giả sử có 1 lưới nằm chính xác trên giá trị AOA và AOD, chiều cao của đỉnh này trong bài toán ước lượng kênh thừa sẽ là: $p_1 = N_t N_r |h_1|$ với $N_t, N_r, |h_1|$ lần lượt là số phần tử anten phát, số phần tử anten thu và biên độ kênh.
- Giả sử kênh được biểu diễn bởi L liên kết, tập hợp các đỉnh $\{p_1, p_2, \dots, p_L\}$ chính là tập hợp các giá trị suy biến trong bài toán phân tích suy biến (Singular Value Decomposition (SVD)). Chúng ta có thể lợi dụng điều này để làm ràng buộc trong bài toán tìm bộ ước lượng không thiên lệch cho Bước 2.

2.2 Ước lượng kênh bằng các phương pháp CS thừa

Kênh truyền được biểu diễn bởi:

$$\mathbf{H}[n] = \mathbf{U}_{\text{Rx}} \check{\mathbf{H}}[n] \mathbf{U}_{\text{Tx}}^H, \quad (7)$$

với, $\check{\mathbf{H}}[n] = \mathbf{U}_{\text{Rx}}^H \mathbf{H}[n] \mathbf{U}_{\text{Tx}}$ được gọi là kênh truyền trong miền góc. Đặt $\boldsymbol{\Omega}[n] = \left(\mathbf{U}_{\text{Tx}}^H \mathbf{F}^{(g)}[n] \mathbf{x}^{(g)}[n] \right)^\top \otimes \mathbf{U}_{\text{Rx}}$, $\check{\mathbf{h}}[n] = \text{vec}(\check{\mathbf{H}}[n])$, ta có:

$$\check{\mathbf{y}}[n] = \boldsymbol{\Omega}[n] \check{\mathbf{h}}[n] + \check{\mathbf{n}}[n]. \quad (8)$$

Do kênh truyền trên mỗi sóng mang con gần như giống nhau, chúng tôi giả sử $N = 1$. Ta có:

$$\check{\mathbf{y}} = \boldsymbol{\Omega} \check{\mathbf{h}} + \check{\mathbf{n}}. \quad (9)$$

Hàm mất mát mà chúng ta phải tối ưu là:

$$\hat{\check{\mathbf{h}}} = \arg \min_{\check{\mathbf{h}}} \|\check{\mathbf{y}} - \boldsymbol{\Omega} \check{\mathbf{h}}\|_2^2 \quad (10)$$

Vì $\check{\mathbf{h}}$ là một véc-tơ thưa, chúng ta không thể giải nó bằng Least Square (LS) thông thường. Để giải bài toán trên, người ta thường thêm vào hàm mất mát một đại lượng giúp điều khiển (regulate) sự thưa trong véc-tơ (low rank regularization). Thay vì giải (10) trực tiếp, chúng ta sẽ đi giải các bài toán tương đương:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\check{\mathbf{h}}} \|\check{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\check{\mathbf{h}}\|_2^2 + \lambda f(\check{\mathbf{h}}) \quad \text{s.t.} \quad \check{\mathbf{h}} \in \mathcal{C} \quad (11)$$

trong đó, $f(\check{\mathbf{h}})$ và \mathcal{C} lần lượt là hàm và ràng buộc kích thích sự thưa của $\check{\mathbf{h}}$ và $\lambda \in \mathbb{R}_+$ là tham số giúp điều khiển ảnh hưởng của $f(\check{\mathbf{h}})$. Nhìn chung, các hàm và ràng buộc càng chặt chẽ sẽ cho lời giải càng chính xác. Tuy nhiên, đánh đổi là bài toán càng trở nên phức tạp. Vấn đề kinh điển là đi tìm lời giải cho các bài toán sau đây:

- *Tối ưu chuẩn L0 (L0 trực tiếp):*

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\check{\mathbf{h}}} \|\check{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\check{\mathbf{h}}\|_2^2 + \lambda \|\check{\mathbf{h}}\|_0 \quad (12)$$

- *Tối thiểu hạng ma trận (L0 gián tiếp):*

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\check{\mathbf{h}}} \|\sigma(\check{\mathbf{H}})\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \|\check{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\check{\mathbf{h}}\|_2^2 \quad (13)$$

với $\check{\mathbf{H}} = \text{vec}(\check{\mathbf{h}})$ và $\|\sigma(\check{\mathbf{H}})\|_0 = \text{rank}(\check{\mathbf{H}})$ là hạng của ma trận.

Tuy nhiên, (12) và (13) là những bài toán thuộc lớp NP-khó. Người ta thường xấp xỉ (relax) chúng dưới dạng chuẩn L1¹ như sau:

- *Tối ưu chuẩn L1 (L1 trực tiếp):*

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\check{\mathbf{h}}} \|\check{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\check{\mathbf{h}}\|_2^2 + \lambda \|\check{\mathbf{h}}\|_1 \quad (14)$$

- *Tối thiểu tổng các giá trị suy biến (L1 gián tiếp):*

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\check{\mathbf{h}}} \|\sigma(\check{\mathbf{H}})\|_1 \quad \text{s.t.} \quad \|\check{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\check{\mathbf{h}}\|_2^2 \quad (15)$$

với $\|\sigma(\check{\mathbf{H}})\|_1 = \|\check{\mathbf{H}}\|_*$ là chuẩn nuclear của ma trận kênh.

2.2.1 Lời giải cho bài toán (14)

Phương pháp kinh điển để giải (14) là suy giảm tuần tự (alternating minimization-AM) thông qua proximal gradient descent [8]. Ý tưởng chính của phương pháp AM là tối ưu cho 1 nhóm biểu thức trong (14) và sử dụng kết quả vừa tìm được để tối ưu cho phần còn lại thông qua proximal gradient descent. Quá trình được

¹L1 là xấp xỉ chặt chẽ nhất của chuẩn L0

lặp đi lặp lại cho đến khi giá trị của hàm mất mát suy giảm tới một ngưỡng nhất định. Để đảm bảo có suy giảm tại mỗi vòng lặp, người ta cập nhật $\check{\mathbf{h}}$ theo đạo hàm của cụm biểu thức thứ nhất như sau với giả sử $\check{\mathbf{h}} \in \mathbb{R}^M$:

$$\mathbf{r}^{(k)} = \check{\mathbf{h}}^{(k)} - \beta \mathbf{\Omega}^\top \left(\check{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega} \check{\mathbf{h}}^{(k)} \right) \quad (16)$$

Sau đó, $\check{\mathbf{h}}$ được tối ưu theo cụm biểu thức thứ hai dựa trên kết quả vừa tìm được ở bước thứ nhất:

$$\check{\mathbf{h}}^{(k+1)} = \arg \min_{\check{\mathbf{h}}} \|\check{\mathbf{h}} - \mathbf{r}^{(k)}\|_2^2 + \beta \lambda \|\check{\mathbf{h}}\|_1 \quad (17)$$

Quá trình tối ưu trong (17) được viết lại như sau:

$$\min_{\check{h}_i, i=1 \rightarrow M} \sum_{i=1}^M \left(\check{h}_i - r_i^{(k)} \right)^2 + \beta \lambda |\check{h}_i| \quad (18)$$

Tại đây, chúng ta có thể giải quyết bài toán theo từng phần tử trong $\check{\mathbf{h}}$ bằng cách đặt đạo hàm của nó bằng 0:

$$\frac{d}{d\check{h}_i} \left\{ \left(\check{h}_i - r_i^{(k)} \right)^2 + \beta \lambda |\check{h}_i| \right\} = 0 \quad (19)$$

Với $\check{h}_i > 0$, (19) tương đương với:

$$2 \left(\check{h}_i - r_i^{(k)} \right) + \beta \lambda = 0 \quad (20)$$

Suy ra:

$$\check{h}_i = r_i^{(k)} - \frac{\beta \lambda}{2} \quad (21)$$

Tương tự, ta có thể tìm ra lời giải cho (18) trên toàn tập xác định như sau:

$$\check{h}_i^{(t+1)} = \begin{cases} r_i^{(k)} - \frac{\beta \lambda}{2}, & r_i^{(k)} > \frac{\beta \lambda}{2} \\ r_i^{(k)} + \frac{\beta \lambda}{2}, & r_i^{(k)} < \frac{\beta \lambda}{2} \\ 0, & \text{khác.} \end{cases} \quad (22)$$

Kết quả được viết ngắn gọn lại thành:

$$\check{h}_i^{(t+1)} = \text{sign}(r_i) \left(|r_i| - \frac{\beta \lambda}{2} \right)_+ \quad (23)$$

Khó khăn trong việc áp phương pháp này là các hệ số kênh truyền ở dạng phức, vì vậy hàm mất được biểu diễn dưới dạng:

$$\begin{aligned}
f &= \min \left\| \text{Re}(\tilde{\mathbf{y}}) + \text{Im}(\tilde{\mathbf{y}})i - (\text{Re}(\mathbf{\Omega}) + \text{Im}(\mathbf{\Omega})i) (\text{Re}(\tilde{\mathbf{h}}) + \text{Im}(\tilde{\mathbf{h}})i) \right\|_2^2 + \\
&\quad \lambda \left\| \text{Re}(\tilde{\mathbf{h}}) + \text{Im}(\tilde{\mathbf{h}})i \right\|_1 \\
&= \min \left\| \text{Re}(\tilde{\mathbf{y}}) - \begin{pmatrix} \text{Re}(\mathbf{\Omega}) \\ -\text{Im}(\mathbf{\Omega}) \end{pmatrix}^\top \begin{pmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{h}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{h}}) \end{pmatrix} \right\|_2^2 + \left\| \text{Im}(\tilde{\mathbf{y}}) - \begin{pmatrix} \text{Im}(\mathbf{\Omega}) \\ \text{Re}(\mathbf{\Omega}) \end{pmatrix}^\top \begin{pmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{h}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{h}}) \end{pmatrix} \right\|_2^2 + \\
&\quad \lambda \sum_{j=1}^n \left\| \begin{pmatrix} \mathbf{e}_j^\top & 0 \\ 0 & \mathbf{e}_j^\top \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}(\tilde{\mathbf{h}}) \\ \text{Im}(\tilde{\mathbf{h}}) \end{pmatrix} \right\|_2 \\
&\hspace{15em} (24)
\end{aligned}$$

trong đó \mathbf{e}_j là véc-tơ đơn vị. Khi xác định được hàm mất mát, các bước sau thực hiện tương tự phương pháp dành cho số thực như đã trình bày ở trên.

2.2.2 Ý tưởng cho bài toán (15)

Ý tưởng đề xuất dựa trên một số kỹ thuật đã có, bao gồm: Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm [8], Weighted Nuclear Norm Minimization (WNNM) [9] và Greedy Efficient Component Optimization (GECO) [11]. Áp dụng phương pháp Lagrangian cho (15), bài toán của chúng ta trở thành tối ưu không ràng buộc như sau:

$$\min \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\tilde{\mathbf{h}}\|_2^2 + \mu \|\tilde{\mathbf{H}}\|_* \quad (25)$$

Một số nghiên cứu cho rằng các giá trị suy biến lớn hơn có sự ảnh hưởng lớn hơn tới việc xấp xỉ một ma trận, vì vậy người ta thường nhân vào mỗi giá trị suy biến một trọng số để có được ước lượng chính xác hơn, bài toán (25) trở thành:

$$\min \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\tilde{\mathbf{h}}\|_2^2 + \mu \|\tilde{\mathbf{H}}\|_{\mathbf{w},*} \quad (26)$$

với $\|\tilde{\mathbf{H}}\|_{\mathbf{w},*} = \sum_{i=1}^R w_i \sigma_i(\tilde{\mathbf{H}})$, $w_i \in \mathbb{R}_+$ là trọng số tương ứng, R là hạng của ma trận, và $\mu \in \mathbb{R}_+$ là tham số dùng để điều chỉnh. Chúng ta có thể dễ dàng nhận ra đại lượng thứ nhất của (26) là một hàm lồi và đại lượng thứ 2 là một hàm không liên tục. Theo cách làm của [8], chúng ta có thể tối thiểu hóa (26) bằng cách giới hạn cụm biểu thức thứ nhất bởi:

$$\|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\tilde{\mathbf{h}}\|_2^2 \leq \lambda \tilde{\mathbf{h}}^\top \tilde{\mathbf{h}} - 2 (\mathbf{\Omega}^H \mathbf{y} - (\lambda \mathbf{I} - \mathbf{\Omega}^H \mathbf{\Omega}) \tilde{\mathbf{h}}_t)^\top \tilde{\mathbf{h}}_t \quad (27)$$

Nếu cụm biểu thức thứ 2 của (26) là một hàm lồi, ví dụ $\|\tilde{\mathbf{h}}\|_1$, chúng ta có thể tách hàm mất mát và sau đó tối ưu hóa $\tilde{\mathbf{h}}$ nó theo từng phần tử như cách đã trình bày ở Phần 2.2.1. Tuy nhiên, chúng ta không thể áp dụng cách này cho (26) vì cụm biểu thức thứ hai có mối quan hệ one-to-many với các phần tử của $\tilde{\mathbf{h}}$. Ý tưởng vẫn là AM, chúng ta vẫn có thể tối ưu hóa cụm thứ nhất và sử dụng kết quả vừa tìm được để tối ưu cụm thứ hai nhưng theo cách khác. Cụm thứ

nhất cho ta cập nhật về $\check{\mathbf{h}}$ như sau:

$$\check{\mathbf{h}}^{(t+1)} = \frac{2\mathbf{a}^{(t)}}{\lambda} = \frac{2\left(\mathbf{\Omega}^H \mathbf{y} - (\lambda \mathbf{I} - \mathbf{\Omega}^H \mathbf{\Omega}) \check{\mathbf{h}}^{(t)}\right)}{\lambda} \quad (28)$$

Bước tiếp theo là sử dụng ràng buộc về hạng của ma trận để tối ưu cụm thứ hai. Để làm được điều này, chúng ta có thể nhìn vào [9] như một cách để tối ưu. Sau khi thu được $\check{\mathbf{h}}^{(t+1)}$ ở bước thứ nhất, chúng ta có thể xếp véc-tơ thành dạng ma trận $\check{\mathbf{H}}$ và sử dụng tính chất

$$\|\check{\mathbf{h}}\|_2^2 = \|\check{\mathbf{H}}\|_F^2 = \sum_{i=1}^r \sigma_i(\check{\mathbf{H}}) \quad (29)$$

để có bài toán tương đương như [9], với r là hạng của ma trận $\check{\mathbf{H}}$:

$$\min \|\hat{\mathbf{H}}^{(t+1)} - \check{\mathbf{H}}\|_F^2 + \mu \|\check{\mathbf{H}}\|_{w,*} \quad (30)$$

Tuân theo *Định lý 2* trong [9], nếu trọng số được sắp xếp theo một thứ tự không giảm, vấn đề (30) có thể ước lượng ở dạng đóng:

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{U} \mathcal{S}_{\mathbf{w}/2}(\mathbf{\Sigma}) \mathbf{V}^\top \quad (31)$$

với, $\hat{\mathbf{H}}^{(t+1)} = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^\top$ là phép phân tích suy biến của $\hat{\mathbf{H}}^{(t+1)}$ và $\mathcal{S}_{\mathbf{w}/2}(\cdot)$ là ngưỡng giúp quyết định đi kèm với trọng số của nó \mathbf{w} :

$$\mathcal{S}_{\mathbf{w}/2}(\mathbf{\Sigma}) = \max(\mathbf{\Sigma}_{ii} - w_i/2, 0) \quad (32)$$

trong đó, trọng số w_i được ước lượng bởi:

$$w_i = \frac{c}{\sigma_i(\check{\mathbf{H}}) + \epsilon} \quad (33)$$

với $c \in \mathbb{R}_+$ là hằng số và $\epsilon = 10^{-16}$ là đại lượng để tránh việc chia cho 0. Tuy nhiên, đây là một phương pháp được áp dụng cho bài toán khử nhiễu ảnh. Có thể thấy, bài toán xử lý ảnh chỉ quan tâm tới việc tối thiểu hóa tổng các giá trị suy biến và không có ràng buộc về hạng của ma trận ảnh. Vì vậy, lời giải cho bài toán (30) chưa chắc đã là lời giải cho bài toán ước lượng kênh bởi vì tổng các giá trị suy biến nhỏ không đảm bảo hạng của ma trận là nhỏ và ngược lại. Khác với xử lý ảnh, bài toán ước lượng kênh thừa quan tâm tới cả hạng của ma trận kênh (fixed-rank constraint), với hạng của ma trận kênh biểu diễn số lượng liên kết trội. Vì vậy, bài toán (30) cần có thêm ràng buộc như sau:

$$\min \|\hat{\mathbf{H}}^{(t+1)} - \check{\mathbf{H}}\|_F^2 + \mu \|\check{\mathbf{H}}\|_{w,*} \quad \text{s.t.} \quad \text{rank}(\check{\mathbf{H}}) = L \quad (34)$$

Bởi vì ràng buộc về hạng ma trận làm bài toán trở nên không lồi nên ý tưởng sẽ chuyển thành đưa các ràng buộc vào không gian tìm kiếm và giải quyết bài toán

tối ưu hóa không ràng buộc trên không gian tìm kiếm bị ràng buộc. Đến đây, chúng ta xem [11] như một tham chiếu. Chúng ta sẽ nhúng toàn bộ hoặc một phần các bước thuật toán trong [11] vào thuật toán [9] để tìm ra lời giải tối ưu. Dòng 7 của thuật toán trong [9] thực hiện việc phân tích suy biến (SVD) cho ma trận ảnh (trong bài toán này là ma trận kênh), mục đích là để trích xuất các giá trị suy biến sau đó ước lượng sử dụng Dòng 8. Điều này không khiến ma trận kênh/ảnh trở nên thưa, vì vậy, chúng ta sẽ nhúng ràng buộc $\text{rank}(\hat{\mathbf{H}}) = L$ vào. Khi đưa ràng buộc hạng ma trận vào bài toán, chúng ta sẽ có một bài toán xấp xỉ ma trận khác sử dụng các ma trận có hạng bằng 1. Sau khi có được ma trận kênh ước lượng hiện tại, chúng ta thực hiện việc tối ưu theo [11]. Thuật toán đề xuất được cho bởi mã giả sau:

Algorithm 1: Đề xuất thuật toán ước lượng kênh thưa cho hệ thống MIMO mmWave

Input : Tín hiệu nhận được: $\hat{\mathbf{y}}$; Ma trận sensing: $\tilde{\mathbf{\Omega}}$; Số vòng lặp tối đa: M , Số lượng liên kết (hạng của ma trận kênh): L ;

Output : Kênh thô: $\hat{\mathbf{h}}^{(M)}$

Khởi tạo vec-tơ kênh: $\hat{\mathbf{h}}_k^{(0)} = \mathbf{0}$;

Khởi tạo: $U = S = V = \emptyset$;

for $t = 1, \dots, M$ **do**

Đánh giá (16) để thu được vec-tơ kênh $\hat{\mathbf{h}}^{(t)}$;

Tạo ma trận từ vec-tơ kênh: $\hat{\mathbf{H}}^{(t)} = \text{reshape}(\hat{\mathbf{h}}^{(t)}, [N_b \times N_b])$;

Ước lượng trọng số \mathbf{w} sử dụng (33);

for $k = 1, \dots, L$ **do**

Ước lượng giá trị suy biến s lớn nhất của $\hat{\mathbf{H}}^{(t)}$ sử dụng Power Iteration [12];

Trích xuất các vec-tơ (u, v) làm cho $u^\top \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}^{(t)}}{\partial \sigma(\hat{\mathbf{H}}^{(t)})} v$ đạt tối đa;

Cập nhật $S = [S, s]$;

Cập nhật (u, v) và tập chứa các vector singular: $U = [U, u]$, $V = [V, v]$;

end

Tính toán lại $\hat{\mathbf{H}}^{(t)}$ sử dụng (31);

end

2.3 Tinh chỉnh các tham số thô

Tại bước này, chúng ta tinh chỉnh các tham số thô có được từ Phần 2.2. Mục tiêu là tìm ra bộ ước lượng không thiên lệch cho các tham số kênh truyền. Theo cách của bài Letter, chúng ta thấy rằng ước lượng AOA và AOD trước sẽ cho một bộ ước lượng bị thiên lệch bởi vì độ chính xác của độ lợi kênh và TOA bị giới hạn bởi độ chính xác của AOA và AOD. Vì vậy, chiến lược trong nghiên

cứu lần này là ước lượng độ lợi kênh trước, sau đó mới ước lượng AOA và AOD. Hàm mất mát sử dụng trong phần này vẫn sẽ là:

$$\hat{\mathbf{h}} = \arg \min_{\mathbf{h}} \|\tilde{\mathbf{y}} - \mathbf{\Omega}\tilde{\mathbf{h}}\|_2^2 \quad (35)$$

Chúng ta sẽ sử dụng đạo hàm của ma trận theo giá trị suy biến của nó. Với $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^\top$, ta có:

$$d\mathbf{A} = d\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^\top + \mathbf{U}d\mathbf{S}\mathbf{V}^\top + \mathbf{U}\mathbf{S}d\mathbf{V}^\top \quad (36)$$

Suy ra:

$$\frac{d\mathbf{A}}{d\sigma(\mathbf{A})} = \mathbf{U}d\mathbf{S}\mathbf{V}^\top \quad (37)$$

$$\frac{d\mathbf{A}}{d\mathbf{U}} = d\mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^\top \quad (38)$$

$$\frac{d\mathbf{A}}{d\mathbf{V}} = \mathbf{U}\mathbf{S}d\mathbf{V}^\top \quad (39)$$

Nhắc lại quan sát ở phần đầu: Giả sử kênh được biểu diễn bởi L liên kết, tập hợp các đỉnh $\{p_1, p_2, \dots, p_L\}$ chính là tập hợp các giá trị suy biến trong bài toán phân tích suy biến (Singular Value Decomposition (SVD)). Hệ quả là đạo hàm của một ma trận theo giá trị suy biến của nó chính là đạo hàm của ma trận kênh đối với độ lớn của độ lợi kênh (channel amplitude). Do đó, chúng ta có thể sử dụng tính chất này để tìm ra độ lợi kênh theo phương pháp Newton và coi những tham số còn lại là tham số phụ (nuisance parameters). Một khi có được độ lợi kênh, chúng ta có thể ước lượng AOA và AOD dựa trên các véc-tơ suy biến (singular vector).

3 Tiến độ công việc

- a. Phần 2.1 có thể sử dụng làm related work cho bài báo mới và phục vụ cho LATS.
- b. Phần 2.2 - Ước lượng thô
 - Phần 2.2.1 Phương pháp ISTA hiện em đang hướng dẫn bạn Nguyễn Huy thực hiện và sử dụng kết quả nghiên cứu được vào làm đề án.
 - Phần 2.2.2 hiện tại em vẫn đang nghiên cứu. Hiện đã làm lại được [9] và vẫn đang thực hiện [11].
- c. Phần 2.3 mới chỉ là ý tưởng, có tính khả thi.
- d. LATS chưa viết thêm.

Tài liệu

- [1] M. A. Richards, *Fundamentals of Radar Signal Processing*, New York, NY, USA:McGraw-Hill Educ, 2005.
- [2] G. Qiao, X. Qiang and L. Wan, "Double Interpolation-Based Linear Fitting for OMP Channel Estimation in OFDM Systems," in *IEEE Communications Letters*, vol. 25, no. 9, pp. 2908-2912, Sept. 2021, doi: 10.1109/LCOMM.2021.3093672.
- [3] L. Wan, X. Qiang, L. Ma, Q. Song and G. Qiao, "Accurate and Efficient Path Delay Estimation in OMP Based Sparse Channel Estimation for OFDM With Equispaced Pilots," in *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 8, no. 1, pp. 117-120, Feb. 2019, doi: 10.1109/LWC.2018.2860996.
- [4] L. Dai, X. Gao, S. Han, I. Chih-Lin and X. Wang, "Beamspace channel estimation for millimeter-wave massive MIMO systems with lens antenna array," *2016 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC)*, Chengdu, China, 2016, pp. 1-6, doi: 10.1109/ICCCChina.2016.7636854.
- [5] W. Zhang, M. Dong and T. Kim, "MMV-Based Sequential AoA and AoD Estimation for Millimeter Wave MIMO Channels," in *IEEE Transactions on Communications*, vol. 70, no. 6, pp. 4063-4077, June 2022, doi: 10.1109/TCOMM.2022.3168886.
- [6] X. Li, J. Fang, H. Li and P. Wang, "Millimeter Wave Channel Estimation via Exploiting Joint Sparse and Low-Rank Structures," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 17, no. 2, pp. 1123-1133, Feb. 2018, doi: 10.1109/TWC.2017.2776108.
- [7] A. Shahmansoori, G. E. Garcia, G. Destino, G. Seco-Granados and H. Wymeersch, "Position and Orientation Estimation Through Millimeter-Wave MIMO in 5G Systems," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 17, no. 3, pp. 1822-1835, March 2018, doi: 10.1109/TWC.2017.2785788.
- [8] A. Beck and M. Teboulle, "A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems," *SIAM J. Imag. Sci.*, vol. 2, no. 1, pp. 183–202, 2009.
- [9] S. Gu, L. Zhang, W. Zuo and X. Feng, "Weighted Nuclear Norm Minimization with Application to Image Denoising," *2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 2862-2869, USA, 2014.
- [10] R. Mendrzik, H. Wymeersch, G. Bauch and Z. Abu-Shaban, "Harnessing NLOS Components for Position and Orientation Estimation in 5G Millimeter Wave MIMO," in *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 18, no. 1, pp. 93-107, Jan. 2019, doi: 10.1109/TWC.2018.2877615.

- [11] Shai Shalev-Shwartz, Alon Gonen, and Ohad Shamir “Large-scale convex minimization with a low-rank constraint” in *Proceedings of the 28th International Conference on International Conference on Machine Learning (ICML ’11)*, pp. 329–336, 2011.
- [12] Mises, R. V. & Pollaczek-Geiringer, H. 1929, Zeitschrift Angewandte Mathematik und Mechanik, 9, 58. doi:10.1002/zamm.19290090105