BÁO CÁO HÀNG TUẦN
5G Positioning

Ngoc-Son Duong

Ngày 30 tháng 8 năm 2021

1 Các nội dung đã nghiên cứu

1.1 Nhắc lại về CS

Gọi $\mathbf{s}$ là một tín hiệu (vector) có m entry khác 0, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^d$. Nếu $m \ll d$, người ta gọi $\mathbf{s}$ là tín hiệu thưa hoặc cụ thể hơn, đi kèm với số entry khác 0 của nó, là m-sparse. Vấn đề của việc tái tạo lại tín hiệu (*signal recovery*) đi hỏi 2 câu hỏi:

- Cần sử dụng bao nhiêu phép đo để có thể tái tạo lại được tín hiệu?
- Với một lượng phép đo trên $\mathbb{R}^d$ cho trước, thuật toán nào có thể thực hiện được nhiệm vụ tái tạo lại tín hiệu?

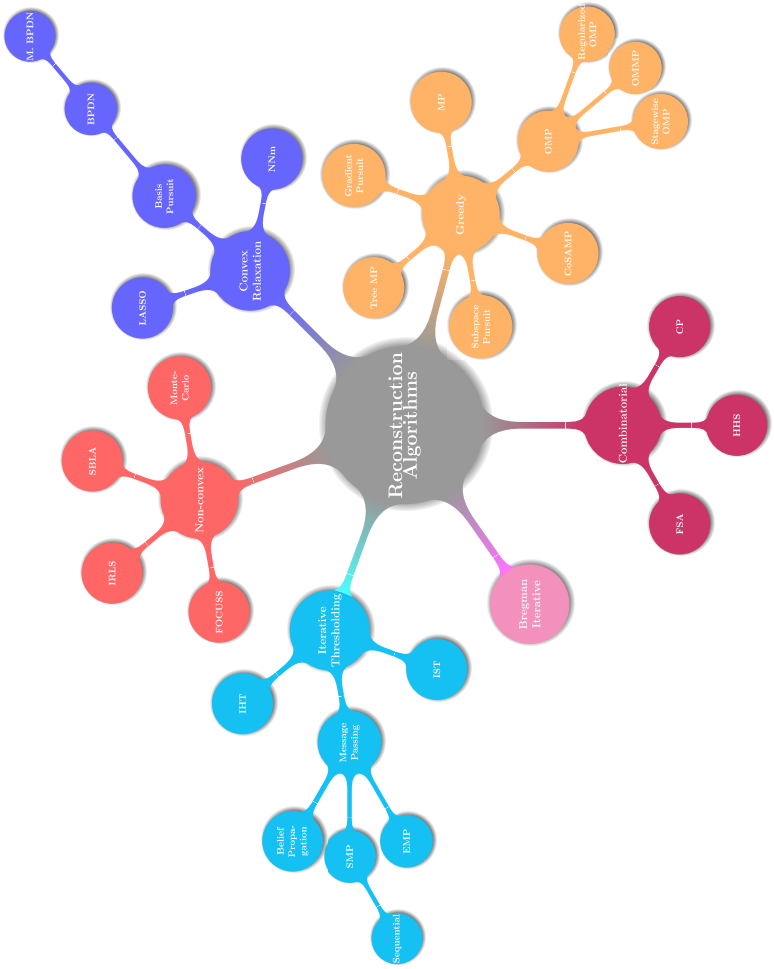
Đối với câu hỏi thứ nhất, chúng ta cần ít nhất m phép đo. Nhỏ hơn m phép đo, chúng ta không có cách nào để khôi phục lại tín hiệu bởi toàn bộ năng lượng của tín hiệu được coi bằng m phép tổ hợp tuyến tính trên miền thưa của tín hiệu. Đối với câu hỏi thứ 2, em chưa tìm ra câu trả lời. Câu trả lời chỉ có sau khi hiểu được hết các thuật toán tái tạo tín hiệu.
Giả sử các phép đo cấu thành nên ma trận đo đạc (*measurement matrix*) $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times d}$, tín hiệu mà ta nhận được khi nhìn qua ma trận này là:

$$\mathbf{v} = \Phi\mathbf{s} \tag{1}$$

Trong phương trình trên, cái mà ta đã biết là $\mathbf{v}$ và Φ, cái chưa biết và cần phải đi ước lượng hoặc xấp xỉ hoặc tái tạo là tín hiệu $\mathbf{s}$. Với hệ thống như trên, ta gọi *"$\boldsymbol{v}$ has an m-term representation over the dictionary Φ"*. Để tái tạo lại được $\mathbf{s}$, ta có một loạt các thuật toán recovery được liệt kê theo hình dưới đây:

1.2 Thuật toán tái tạo tín hiệu dựa trên Orthogonal Matching Pursuit (OMP)

Thuật toán trong Henk 2017 sử dụng có tên là **Distributed Compressed Sensing - Simultaneous Orthogonal Matching Pursuit (DCS-SOMP)** là một phiên bản nâng cao của OMP nên em sẽ bắt đầu nghiên cứu thuật toán cơ bản nhất cảu phần này là OMP.
Thuật toán OMP là một nhánh của các thuật toán khôi phục dựa trên tính *tham lam*. Các thuật toán này có độ phức tạp tính toán thấp nhất trong các loại thuật toán và được sử dụng rộng rãi trong lĩnh vực CS. Vì $\mathbf{s}$ chỉ có m entry là khác 0, vec-tơ $\mathbf{v} = \Phi\mathbf{s}$ sẽ được tính bằng tổ hợp tuyến tính của m cột trong Φ và $\mathbf{s}$. Để tái tạo lại được $\mathbf{s}$, chúng ta cần phải xác định được cột nào trong Φ tham gia nhiều nhất trong việc cấu thành nên $\mathbf{v}$. Ý tưởng đằng sau thuật toán là chọn các cột theo kiểu tham lam. Tại mỗi lần lặp, ta chọn cột trong Φ có tương quan mạnh nhất với $\mathbf{v}$ (tương quan ở đây được hiểu là inner product - Bước 2 trong thuật toán [1]). Sau khi tìm ra được cột có đóng góp nhiều nhất, chúng ta trừ phần ảnh hưởng của cột đó đi và tiếp tục *tham lam* trên phần còn lại (Bước 4 trong thuật toán [1]). Sau m lần lặp, chúng ta hy vọng rằng có thể tìm được một tập hợp các số là index của các cột có đóng góp nhiều nhất trong



Hình 1: Các thuật toán khôi phục dữ liệu trong CS

```
function [s_hat, lambda, v_hat, r] = omp(Phi, v, m)
% Let v = Phi*s, where:
% s (d x 1) is a m-sparse signal.
% s_hat: estimation of s.
% lambda: column index that has highest impact.
% v_hat: approximation of v.
% r: residual of v - v_hat.
r0 = v;
lambda = [];
Phi_hat = [];
max_element = zeros(1, size(Phi,2));
for t = 1:m
    for j = 1 : size(Phi,2)
        if t == 1
            max_element(:,j) = dot(r0, Phi(:,j));
        else
            max_element(:,j) = dot(r, Phi(:,j));
        end
    end
    max_index = find(max_element == max(max_element));
    lambda = [lambda, max_index];
    Phi_hat = [Phi_hat, Phi(:, max_index)];
    s_hat = inv(Phi_hat.'*Phi_hat)*Phi_hat.'*v;
    v_hat = Phi_hat*s_hat;
    r = v - v_hat;
end
```

việc tạo thành tín hiệu **v**. Ảnh trên đây là code mà em đã tự thực hiện theo thuật toán được chỉ ra trong tropp2007 [1]:

2 Các nội dung chưa hoàn thành và sẽ nghiên cứu

Thuật toán DCS-SOMP và cách áp dụng DCS-SOMP vào bài toán định vị.

Tài liệu

[1] J. A. Tropp and A. C. Gilbert, "Signal Recovery From Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 53, no. 12, pp. 4655-4666, Dec. 2007.