

Московский государственный университет

Факультет вычислительной математики и кибернетики

# Численное решение 2D уравнения Лапласа

Студент: Денис Печеный  
Группа: 303

Москва  
2024

## Описание исходной задачи

Необходимо решить краевую задачу Дирихле для уравнения Лапласа

$$\begin{cases} -\Delta u = f, x \in \Omega = (0,1)^2 \\ u(x) = g, x \in \delta\Omega \end{cases}$$

численно с помощью метода конечных разностей.

Решаем задачу в квадрате  $(0,1)^2$ , вводя на ней равномерную сетку  $(x_i, y_j)$ ,  $i, j = 0, \dots, N$ , где  $x_i = i * h$ ,  $y_j = j * h$ ,  $h = \frac{1}{N}$  - шаг сетки.

Дискретная аппроксимация уравнения:

$$-\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2} - \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{h^2} = f(x_{i,j})$$

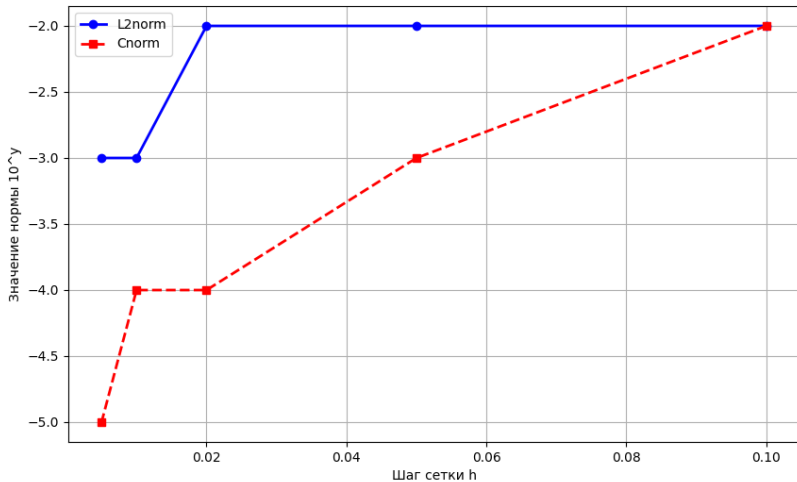
Пятиточечный шаблон приводит к линейной системе с матрицей, в которой 5 ненулевых элементов в строке.

В граничных узлах значения известны, поэтому неизвестные там не вводятся.

## Описание численного решения

Для решения полученной линейной системы использовался стабилизированный метод бисопряженных градиентов **BiCGStab** с переобуславливателем **MPTILUC** из пакета INMOST.

Для функции  $u = \sin(5x)\sin(5y)$  графики зависимости точности с-нормы и дискретной  $l_2$ -нормы от шага сетки в логарифмическом виде выглядят следующим образом



## Графики времени построения решения и времени итераций от размера системы

