



UNIVERZITET U SARAJEVU  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET  
ODSJEK ZA AUTOMATIKU I ELEKTRONIKU

---

# Implementacija T-RRT algoritma za planiranje putanje u konfiguracijskom prostoru baziranom na težinskim mapama

---

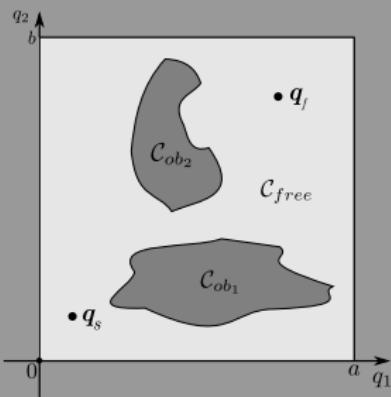
Autor:	Mentor:
Dinno Koluh	Vanr. prof. dr. Bakir Lačević, dipl.ing.el.
Sarajevo	
30. Decembar 2020.	

# Sadržaj

- 1 Uvod i motivacija
- 2 RRT algoritam i njegove modifikacije
- 3 Težinske mape i težinske funkcije
- 4 T-RRT algoritam
- 5 Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora
- 6 Testiranje, simulacije i rezultati

# Uvod i motivacija

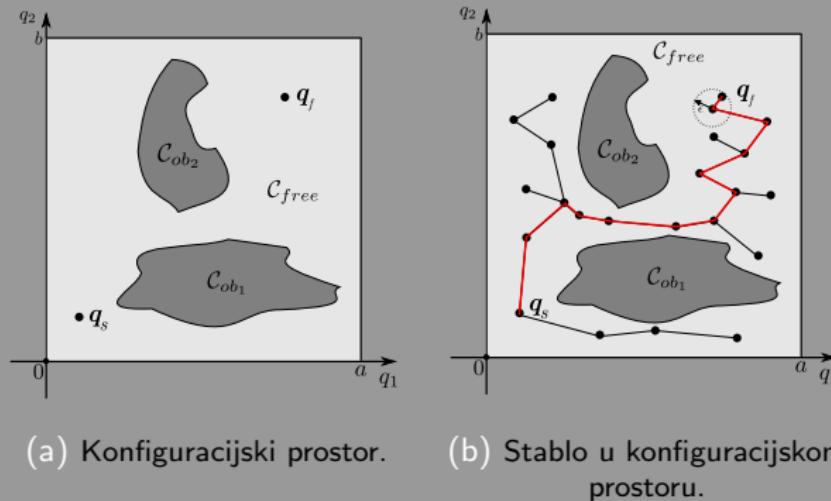
- Generalni problem planiranja putanje



(a) Konfiguracijski prostor.

# Uvod i motivacija

- Generalni problem planiranja putanje
- Algoritmi zasnovani na uzorkovanju



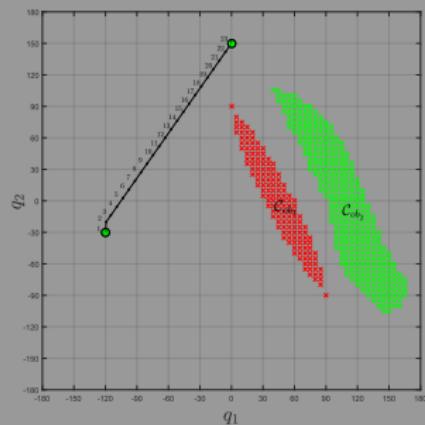
Slika 1: Algoritam zasnovan na uzorkovanju u 2D konfiguracijskom prostoru.

# Uvod i motivacija

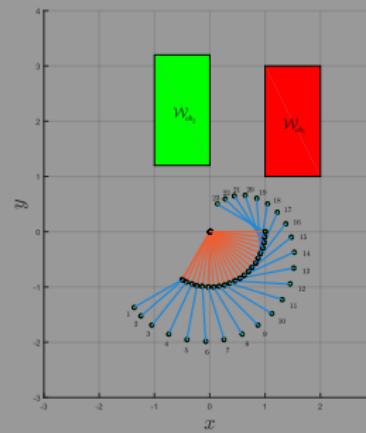
- Generalni problem planiranja putanje
- Algoritmi zasnovani na uzorkovanju
- Planiranje putanje robotskih manipulatora
- Radni i konfiguracijski prostor robotskog manipulatora

# Uvod i motivacija

- Generalni problem planiranja putanje
- Algoritmi zasnovani na uzorkovanju
- Planiranje putanje robotskih manipulatora
- Radni i konfiguracijski prostor robotskog manipulatora



(a) Konfiguracijski prostor manipulatora.

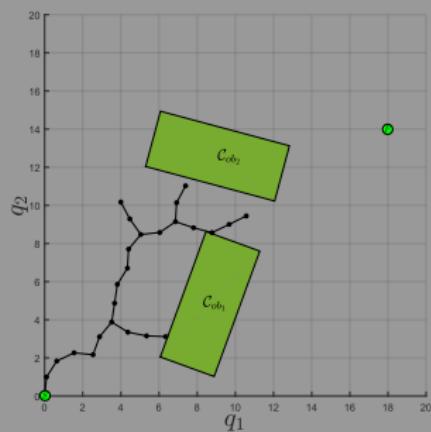


(b) Radni prostor manipulatora.

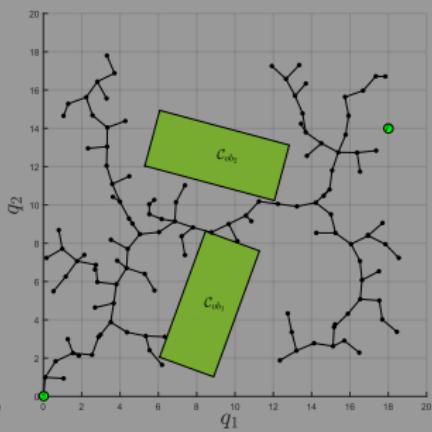
Slika 2: Planiranje putanje robotskog manipulatora.

# RRT algoritam i njegove modifikacije

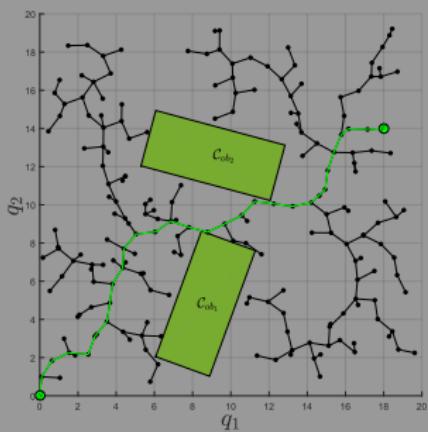
- RRT algoritam



(a) Iteracija 25



(b) Iteracija 125

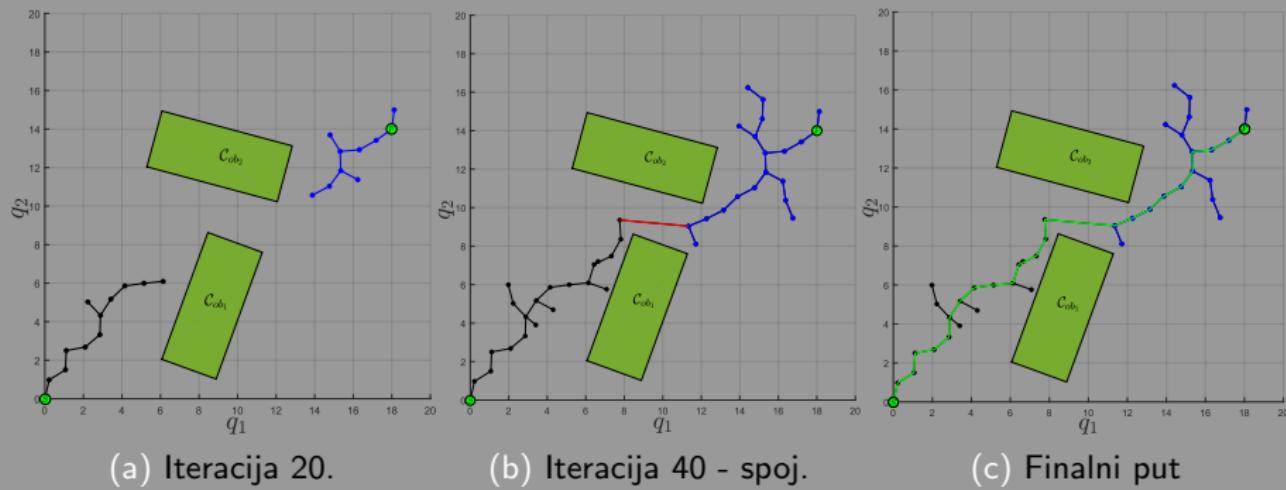


(c) Iteracija 203

Slika 3: Primjena RRT algoritma u 2D konfiguracijskom prostoru

# RRT algoritam i njegove modifikacije

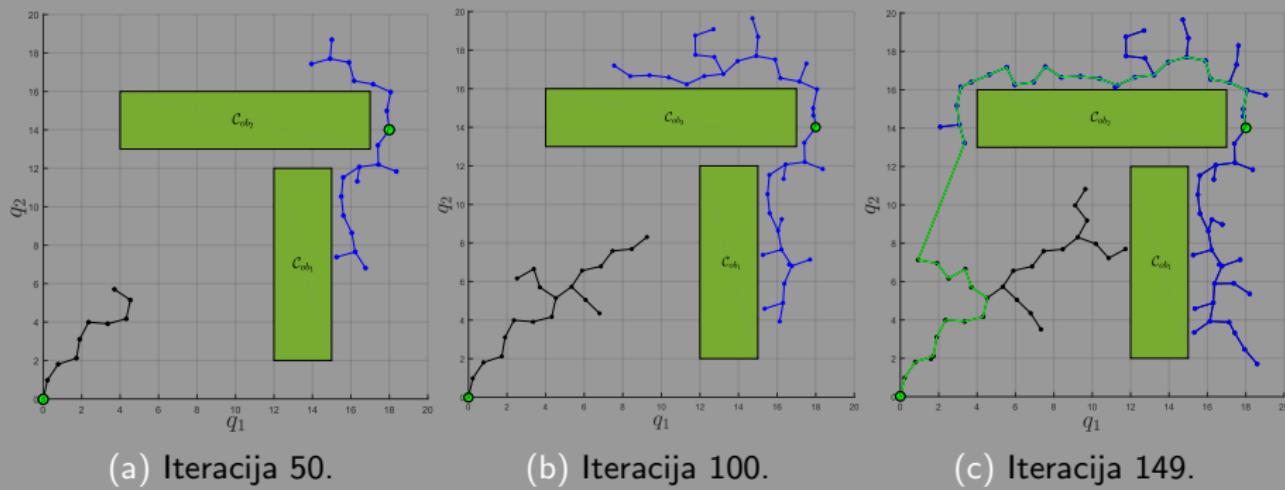
- RRT algoritam
- RRT-Connect (BiRRT) algoritam



Slika 4: Primjena BiRRT algoritma u 2D konfiguracijskom prostoru.

# RRT algoritam i njegove modifikacije

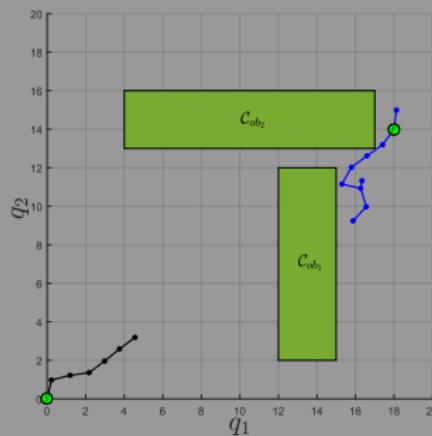
- RRT algoritam
- RRT-Connect (BiRRT) algoritam
- Upravljanje širenjem stabala (parametar eta)



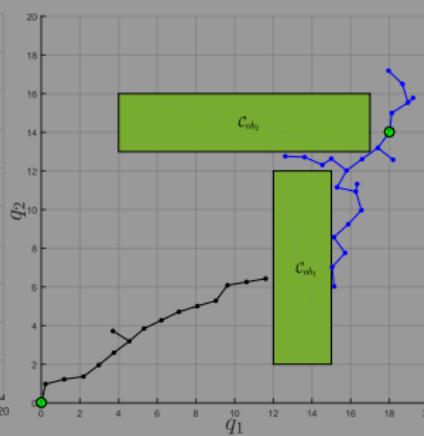
Slika 5: Primjena BiRRT algoritma u 2D konfiguracijskom prostoru ( $\eta = 0.20$ ).

# RRT algoritam i njegove modifikacije

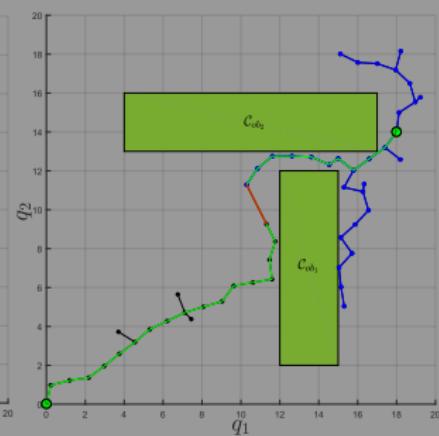
- RRT algoritam
- RRT-Connect (BiRRT) algoritam
- Upravljanje širenjem stabala (parametar eta)
- Biased RRT/BiRRT algoritam (parametar ***mi***)



(a) Iteracija 30.



(b) Iteracija 70.



(c) Iteracija 98.

Slika 6: Primjena BiRRT alg. u 2D konfig. prostoru ( $\text{eta} = 0.25$ ,  $\text{mi} = [0.60, 0.30]$ ).

# Težinske mape i težinske funkcije

- Težinska funkcija

$$f_c : \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

$$f_c(\mathbf{q}) = c \quad (2)$$

# Težinske mape i težinske funkcije

- Težinska funkcija

$$f_c : \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

$$f_c(\mathbf{q}) = c \quad (2)$$

- Težinska mapa

# Težinske mape i težinske funkcije

- Težinska funkcija

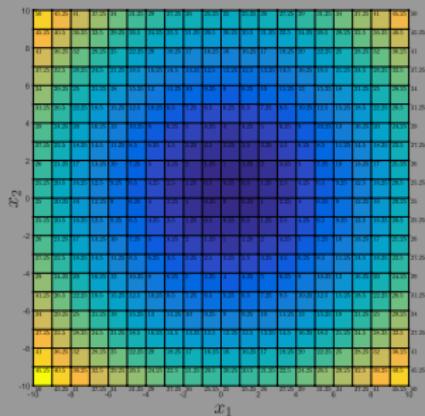
$$f_c : \mathcal{C} \rightarrow \mathbb{R}_+ \quad (1)$$

$$f_c(\mathbf{q}) = c \quad (2)$$

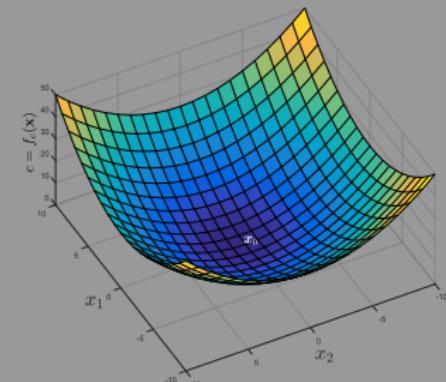
- Težinska mapa
- Kriteriji težinskih funkcija

# Težinske mape i težinske funkcije

- Težinska funkcija
- Težinska mapa
- Kriteriji težinskih funkcija
  - Kriterij minimalanje udaljenosti:  $f_c(\mathbf{x}) = A \cdot \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}\|^2$



(a) Pogled iz z ose.

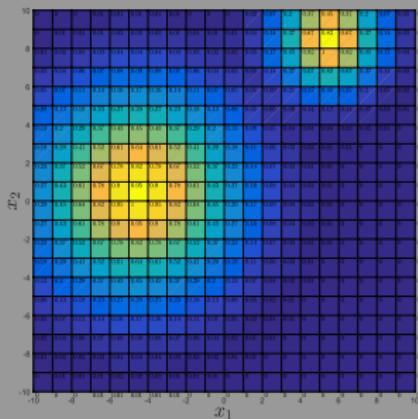


(b) Puni pogled.

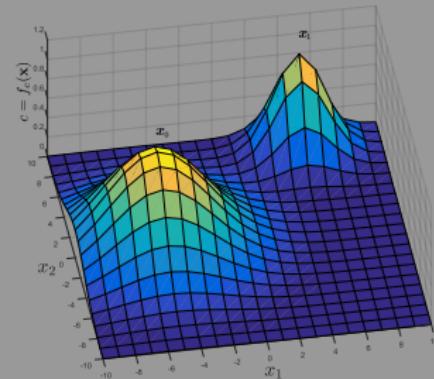
Slika 7: Težinska mapa generisana težinskom funkcijom:  
 $f_c(\mathbf{x}) = 0.25 \cdot \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}\|^2$ .

# Težinske mape i težinske funkcije

- Težinska funkcija
- Težinska mapa
- Kriteriji težinskih funkcija
  - Kriterij minimalanje udaljenosti:  $f_c(x) = A \cdot \|x_0 - x\|^2$
  - Kriterij maksimanje udaljenosti:  $f_c(x) = A \cdot \exp(-B \cdot \|x_0 - x\|^2)$



(a) Pogled iz z ose.



(b) Puni pogled.

Slika 8: Težinska mapa generisana težinskom funkcijom:  

$$f_c(x) = \exp(-0.05 \cdot \|x_0 - x\|^2) + \exp(-0.2 \cdot \|x_1 - x\|^2).$$

# T-RRT algoritam

- Funkcija `testTransition( $q_{near}, q_{new}$ )`

# T-RRT algoritam

- Funkcija `testTransition( $q_{near}$ ,  $q_{new}$ )`

```

Inicijaliziraj: T, K, alpha, c_max, nFails, maxFails
function testTransition( $q_i$ ,  $q_j$ )
    1 c_i = costFunction( $q_i$ );
    2 c_j = costFunction( $q_j$ );
    3 d_ij = distance( $q_i$ .coordinates,  $q_j$ .coordinates);
    4 if  $c_j > T.c\_max$  then
    5   | return false;
    6 end
    7 if  $c_j < c_i$  then
    8   | return true;
    9 end
    10 if  $\text{rand}(0,1) < T.getTranProbability(c_i, c_j, d_{ij})$  then
    11   | |  $T.T = T.T/\alpha$ ;
    12   | |  $T.nFails = 0$ ;
    13   | | return true;
    14 else
    15   | | if  $T.nFails > T.maxFails$  then
    16     | | |  $T.T = T.T * \alpha$ ;
    17     | | |  $T.nFails = 0$ ;
    18   | | else
    19     | | |  $T.nFails = T.nFails + 1$ ;
    20   | | end
    21   | | return false;
    22 end
end

```

# T-RRT algoritam

- Funkcija `testTransition( $q_{near}$ ,  $q_{new}$ )`

```

Inicijaliziraj: T, K, alpha, c_max, nFails, maxFails
function testTransition( $q_i$ ,  $q_j$ )
    1 c_i = costFunction( $q_i$ );
    2 c_j = costFunction( $q_j$ );
    3 d_ij = distance( $q_i$ .coordinates,  $q_j$ .coordinates);
    4 if  $c_j > T.c\_max$  then
    5 | return false;
    6 end
    7 if  $c_j < c_i$  then
    8 | return true;
    9 end
    10 if  $rand(0,1) < T.getTranProbability(c_i, c_j, d_ij)$  then
    11 |  $T.T = T.T/\alpha$ ;
    12 |  $T.nFails = 0$ ;
    13 | return true;
    14 else
    15 | if  $T.nFails > T.maxFails$  then
    16 | |  $T.T = T.T * \alpha$ ;
    17 | |  $T.nFails = 0$ ;
    18 | else
    19 | |  $T.nFails = T.nFails + 1$ ;
    20 | end
    21 | return false;
    22 end
end

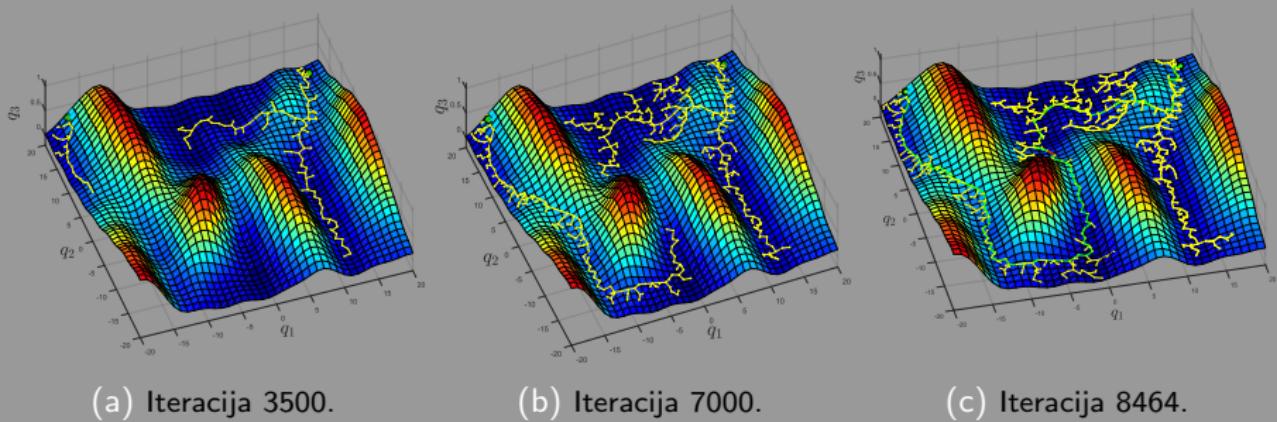
```

- Vjerovatnoća prelaza

$$p_{ij} = \begin{cases} \exp\left(-\frac{\Delta c_{ij}}{K \cdot T}\right) & \text{ako } \Delta c_{ij} > 0, \\ 1 & \text{inače} \end{cases} \quad (3)$$

# T-RRT algoritam

- Funkcija `testTransition( $q_{near}$ ,  $q_{new}$ )`



Slika 9: Primjena T-RRT algoritma (bez `minExpandControl`) na težinskoj mapi u 2D konfiguracijskom prostoru.

# T-RRT algoritam

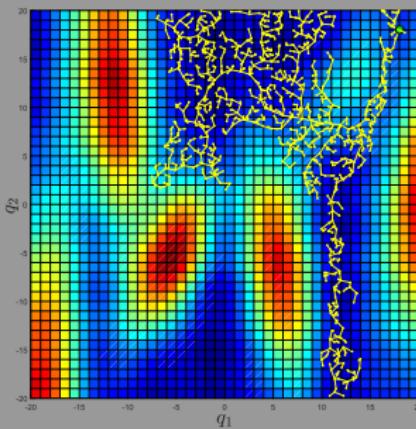
- Funkcija `testTransition( $q_{near}, q_{new}$ )`
- Funkcija `minExpandControl ( $q_{near}, q_{rand}$ )`

# T-RRT algoritam

- Funkcija `testTransition( $q_{near}, q_{new}$ )`
- Funkcija `minExpandControl ( $q_{near}, q_{rand}$ )`
  - Problem usitnjavanja pretraženog prostora

# T-RRT algoritam

- Funkcija `testTransition( $\mathbf{q}_{near}, \mathbf{q}_{new}$ )`
- Funkcija `minExpandControl ( $\mathbf{q}_{near}, \mathbf{q}_{rand}$ )`
  - Problem usitnjavanja pretraženog prostora



Slika 10: Problem usitnjavanja pretraženog prostora.

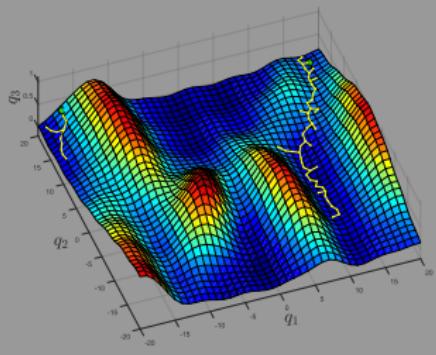
# T-RRT algoritam

- Funkcija `testTransition( $q_{near}, q_{new}$ )`
- Funkcija `minExpandControl ( $q_{near}, q_{rand}$ )`

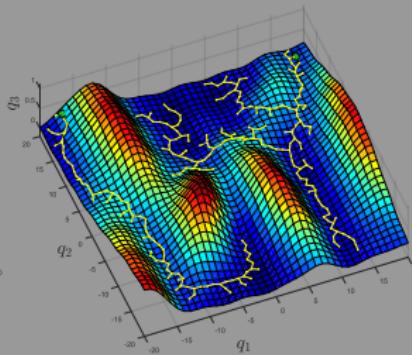
```
Inicijaliziraj: rho, refinerNodes
function minExpandControl(qi, qj)
    1 if distance(qi.coordinates, qj.coordinates) > T.deltaQ then
    2     | return true;
    3 else
    4     | if (T.refinerNodes+1)/(T.getNodeNum()+1) > T.rho then
    5         |     | return false;
    6     | else
    7         |     | T.refinerNodes = T.refinerNodes + 1;
    8         |     | return true;
    9     | end
   10 end
end
```

# T-RRT algoritam

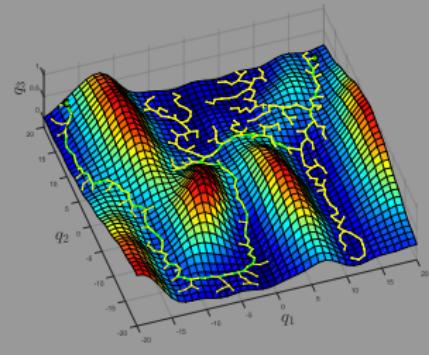
- Funkcija `testTransition( $\mathbf{q}_{near}, \mathbf{q}_{new}$ )`
- Funkcija `minExpandControl ( $\mathbf{q}_{near}, \mathbf{q}_{rand}$ )`



(a) Iteracija 3000.



(b) Iteracija 6000.



(c) Iteracija 8136.

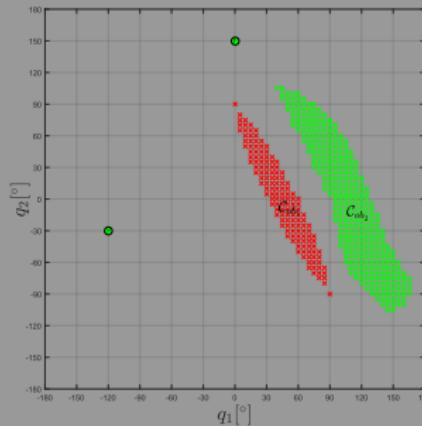
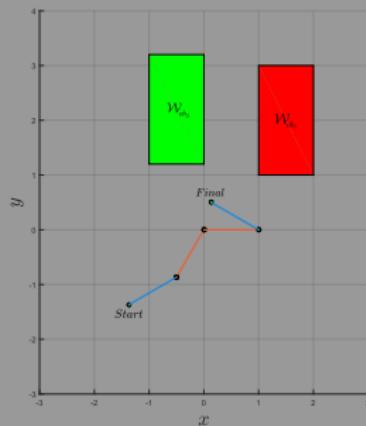
Slika 11: Primjena T-RRT algoritma na težinskoj mapi u 2D konfiguracijskom prostoru.

# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru

# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru



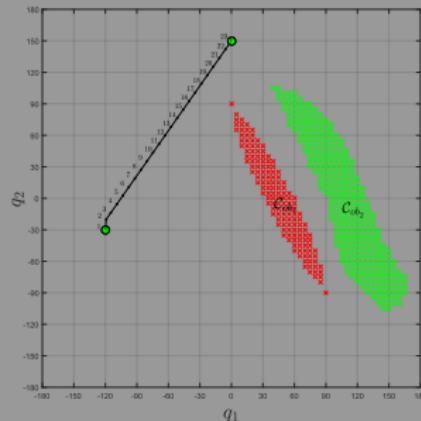
Slika 12: Početni i krajnji položaj dvosegmentne planarne ruke u radnom i konfiguracijskom prostoru.

# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

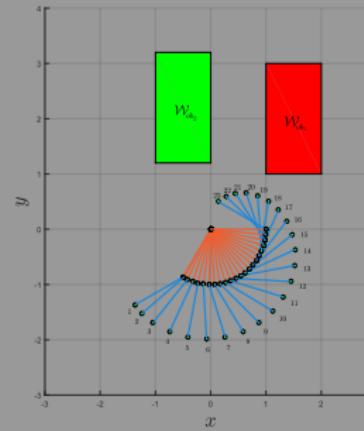
- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru
- Veza radnog i konfiguracijskog prostora

# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru
- Veza radnog i konfiguracijskog prostora



(a) Konfiguracijski prostor.



(b) Radni prostor.

Slika 13: Korištenje BiRRT algoritma u konfiguracijskom prostoru se manifestira kao kretanje manipulatora u radnom prostoru.

# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru
- Veza radnog i konfiguracijskog prostora
- Težinska funkcija robotskog manipulatora

# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru
- Veza radnog i konfiguracijskog prostora
- Težinska funkcija robotskog manipulatora
  - Kriterij težinske funkcije

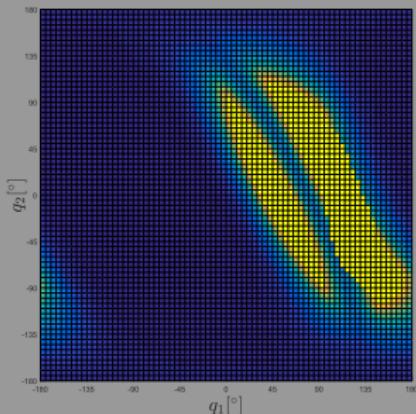
# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru
- Veza radnog i konfiguracijskog prostora
- Težinska funkcija robotskog manipulatora
  - Kriterij težinske funkcije
  - Težinska funkcija

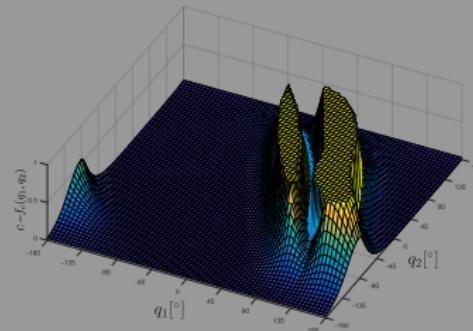
$$f_c(\boldsymbol{q}) = \exp(-3 \cdot \text{getRobotTipToObstaclesDistance}(\text{robot}(\boldsymbol{q}))) \quad (4)$$

# Spoj RRT baziranih algoritama i modela robotskih manipulatora

- Predstava robotskog manipulatora i prepreka iz radnog u konfiguracijskom prostoru
- Veza radnog i konfiguracijskog prostora
- Težinska funkcija robotskog manipulatora



(a) Pogled iz z ose.

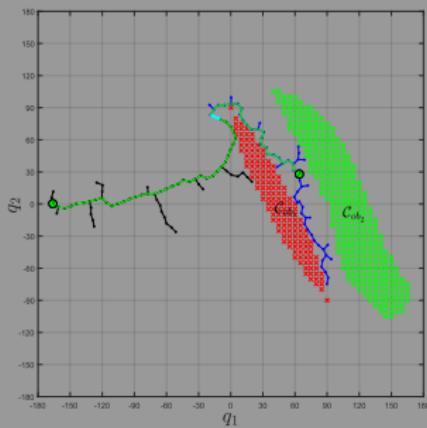


(b) Puni pogled.

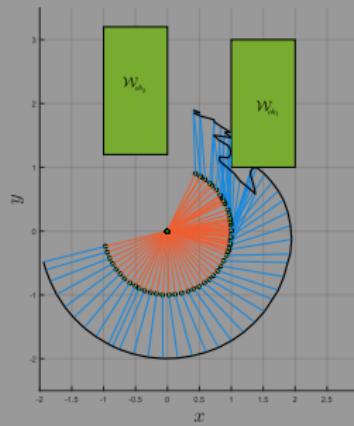
Slika 14: Težinska mapa u konfiguracijskom prostoru manipulatora.

# Testiranje, simulacije, rezultati i zaključak

- Dvosegmentna planarna ruka



(a) Konfiguracijski prostor.

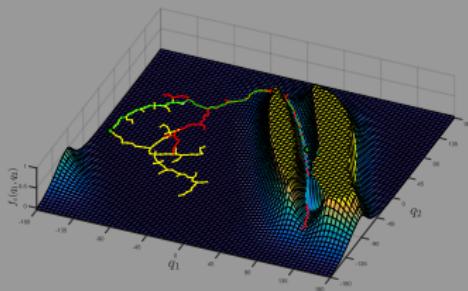


(b) Radni prostor.

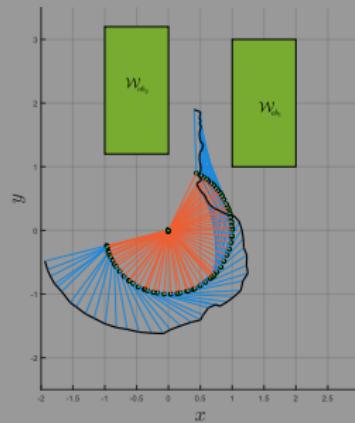
Slika 15: Planiranje kretanja dvosegmentnom planarnom rukom sa BiRRT algoritmom.

# Testiranje, simulacije, rezultati i zaključak

- Dvosegmentna planarna ruka



(a) Konfiguracijski prostor.

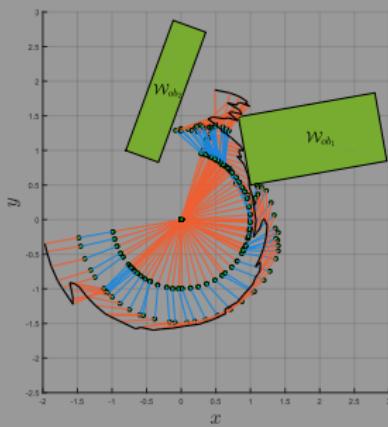


(b) Radni prostor.

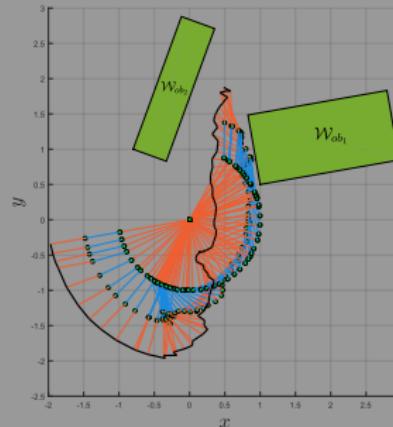
Slika 16: Planiranje kretanja dvosegmentnom planarnom rukom sa T-RRT algoritmom.

# Testiranje, simulacije, rezultati i zaključak

- Dvosegmentna planarna ruka
- Trosegmentna planarna ruka



(a) Rezultat BiRRT  
algoritma.

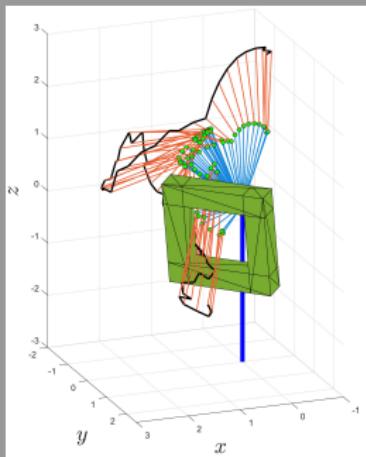


(b) Rezultat T-RRT  
algoritma.

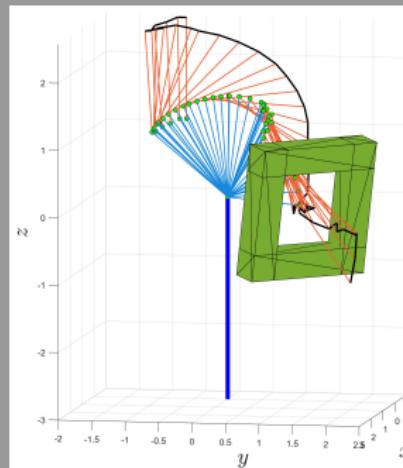
Slika 17: Planiranje kretanja trosegmentnom planarnom rukom sa BiRRT/T-RRT algoritmom.

# Testiranje, simulacije, rezultati i zaključak

- Dvosegmentna planarna ruka
- Trosegmentna planarna ruka
- Antropomorfna ruka



(a) Rezultat BiRRT  
algoritma.

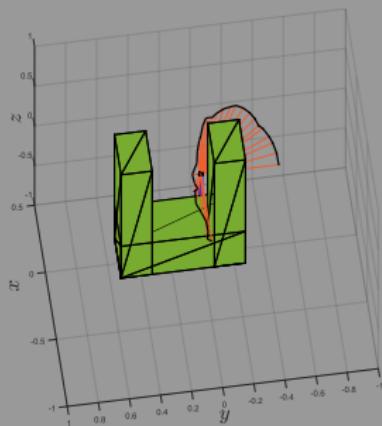


(b) Rezultat T-RRT  
algoritma.

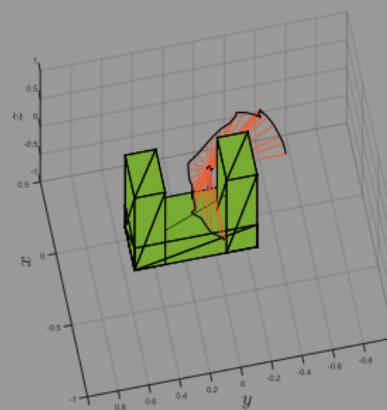
Slika 18: Planiranje kretanja antropomorfnom rukom sa BiRRT/T-RRT algoritmom.

# Testiranje, simulacije, rezultati i zaključak

- Dvosegmentna planarna ruka
- Trosegmentna planarna ruka
- Antropomorfna ruka
- Sferna šaka



(a) Rezultat BiRRT  
algoritma.

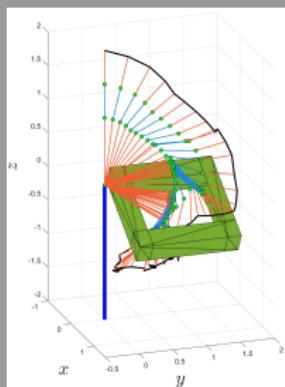


(b) Rezultat T-RRT  
algoritma.

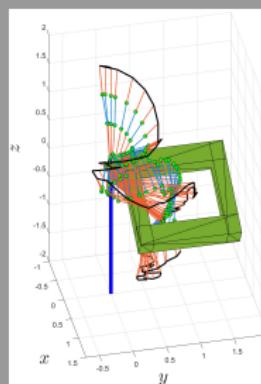
Slika 19: Planiranje kretanja sfernom šakom sa BiRRT/T-RRT algoritmom.

# Testiranje, simulacije, rezultati i zaključak

- Dvosegmentna planarna ruka
- Trosegmentna planarna ruka
- Antropomorfna ruka
- Sferna šaka
- Kombinacija antropomorfne ruke i sferne šake



(a) BiRRT  
algoritam.



(b) T-RRT  
algoritam.

Slika 20: Planiranje kretanja kombinacijom antropomorfne ruke i sferne šake sa BiRRT/T-RRT algoritmom.

# Testiranje, simulacije, rezultati i zaključak

- Dvosegmentna planarna ruka
- Trosegmentna planarna ruka
- Antropomorfna ruka
- Sferna šaka
- Kombinacija antropomorfne ruke i sferne šake
- Zaključak

# Q&A