



Rapport de Projet de Traitement Numérique du Signal

Philippe Wu
Dino Gurnari

Département Sciences du Numérique - Première année
2020-2021

Table des matières

1	Introduction	3
2	Modem de fréquence - Démodulation par filtrage	3
2.1	Construction du signal modulé en fréquence	3
2.1.1	Génération du signal NRZ	3
2.1.2	Génération du signal modulé en fréquence	4
2.2	Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien	5
2.3	Démodulation par filtrage	7
2.3.1	Synthèse du filtre passe-bas	7
2.3.2	Synthèse du filtre passe-haut	8
2.3.3	Filtrage, tracés, commentaires sur les résultats obtenus	8
2.3.4	Détection d'énergie	9
2.4	Application de la recommandation V21	9
3	Modem de fréquence V21 - Démodulateur FSK	9
3.1	Démodulateur FSK - Contexte de synchronisation idéale	9
3.2	Démodulateur FSK avec gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse	10
4	Conclusion	11
5	Références	11
6	Équations	12

Table des figures

1	Signal modulé en fréquence	3
2	Signal $NRZ(t)$ pour 100 bits	4
3	Densité spectrale de puissance du signal NRZ avec une fenêtre rectangulaire . . .	4
4	Signal modulé en fréquence $x(t)$	5
5	Densité spectrale de puissance du signal x avec une fenêtre rectangulaire	5
6	Signal $x(t)$ sans et avec bruit	6
7	Densité spectrale de puissance du signal $x(t)$ bruité	6
8	Démodulation par filtrage.	7
9	Réponse impulsionnelle et fréquentielle du filtre passe bas	7
10	DSP_x superposée à la réponse fréquentielle du filtre passe bas	8
11	Signal après filtrage (filtre passe bas)	8
12	Signal après filtrage (filtre passe bas)	9
13	Image reconstituée.	10
14	Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale.	10
15	Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse.	11

1 Introduction

L'objectif de ce projet était de réaliser un modem (modulateur/démodulateur) de fréquence selon la recommandation V21 de l'Union Internationale des Télécommunications (UIT). Le modem implanté devant nous permettre de moduler un signal binaire en vu de l'émettre sous forme d'ondes sinusoïdales ainsi que de capter un signal bruité, le filtrer et reconstitué le signal original avec le moins de perte de données possible. plus précisément nous allons devoir reconstituer un morceau d'image qui une fois rassemblé avec ceux des autres groupes nous donnera l'image complète.

2 Modem de fréquence - Démodulation par filtrage

2.1 Construction du signal modulé en fréquence

La première étape du projet consiste à réaliser la modulation de fréquence, i.e. transformer l'information binaire à transmettre en un signal modulé en fréquence (exemple sur la figure 1). Le

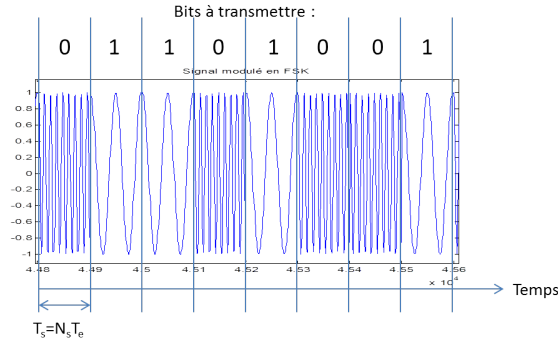


FIGURE 1 – Signal modulé en fréquence

signal modulé en fréquence $x(t)$ est généré de la manière suivante :

$$x(t) = (1 - NRZ(t)) \times \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) + NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \quad (1)$$

où $NRZ(t)$ est un signal de type NRZ polaire formé à partir de la suite de bits à transmettre en codant les 0 et les 1 par des niveaux 0 et 1 de durée T_s secondes. ϕ_0 et ϕ_1 sont des variables aléatoires indépendantes uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$ qui peuvent être obtenues sous matlab en utilisant $rand*2*pi$.

2.1.1 Génération du signal NRZ

1. Calcul de N_s , le nombre d'échantillons distant de T_e L'expression de N_s est donnée par : $N_s = \frac{T_s}{T_e}$ Sachant que la recommandation V21 impose un débit maximal de 300 bits par secondes pour le modem. On en déduit donc que : $T_s = 1/300$ et $N_s = 160$
2. Récupération des données binaires contenant Nb_{bits} bits.
3. Initialisation d'un vecteur NRZ vide de taille $Nb_{bits} \times N_s$ avec N_s le nombre d'échantillon par bit et qui correspond à $\frac{T_s}{T_e}$.
4. Génération de $NRZ(t)$ tel que $\forall i \in \llbracket 1; Nb_{bits} \rrbracket, \forall t \in [(i-1) \times N_s; i \times N_s], NRZ(t) = données(i)$. Voir les figures 2 et 3.

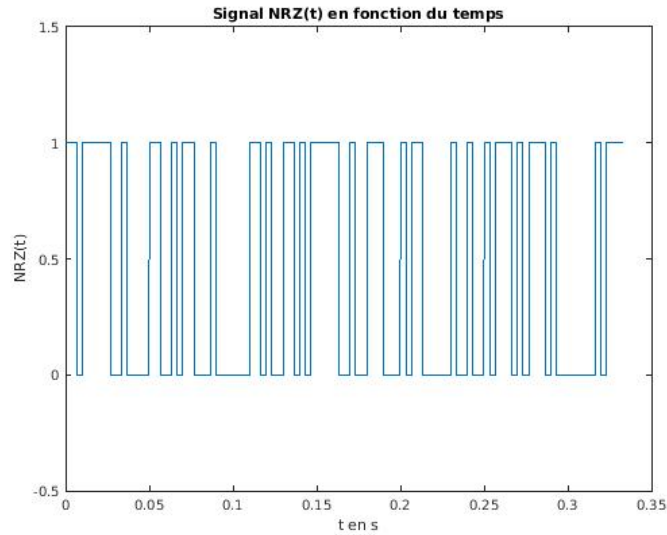


FIGURE 2 – Signal $NRZ(t)$ pour 100 bits

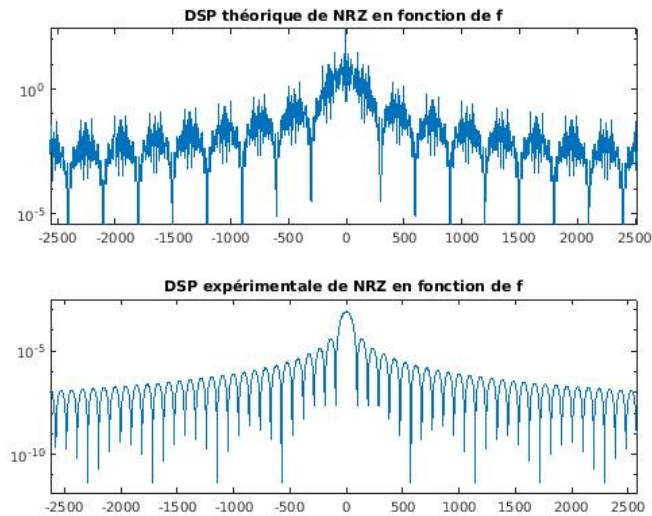


FIGURE 3 – Densité spectrale de puissance du signal NRZ avec une fenêtre rectangulaire

2.1.2 Génération du signal modulé en fréquence

1. Génération de deux déphasages aléatoires, ϕ_0 et ϕ_1 , indépendants et uniformément réparties sur $[0, 2\pi]$.
2. Calcul de $\cos(2\pi F_0 t + \phi_0)$ et $\cos(2\pi F_1 t + \phi_1)$ pour $t \in [0; (Nb_{bits} \times T_s) - T_e]$.
3. Création de $x(t)$ selon l'équation (1). Voir les figures 4 et 5.

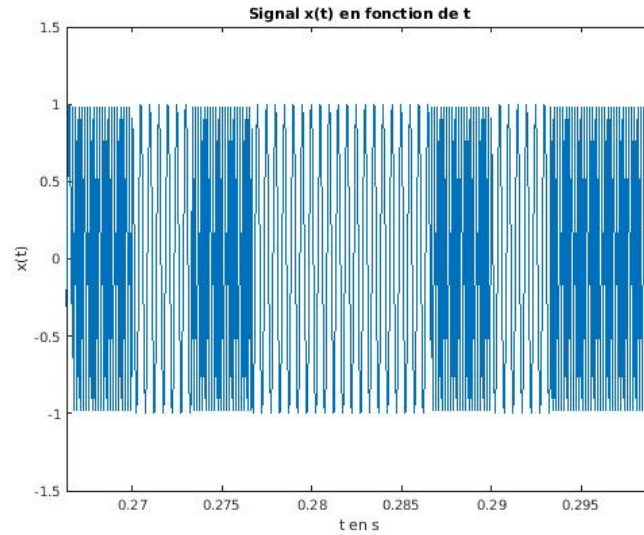


FIGURE 4 – Signal modulé en fréquence $x(t)$

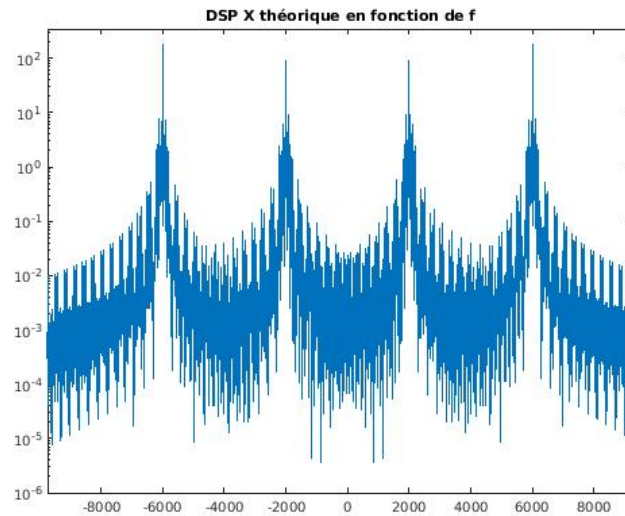


FIGURE 5 – Densité spectrale de puissance du signal x avec une fenêtre rectangulaire

2.2 Canal de transmission à bruit additif, blanc et Gaussien

Nous allons considérer que le canal de propagation ajoute au signal émis un bruit que l'on suppose blanc et Gaussien et qui modélise les perturbations introduites.

La puissance du bruit Gaussien à ajouter devra être déduite du rapport signal sur bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) souhaité pour la transmission donné en dB :

$$SNR_{dB} = 10 \log_{10} \frac{P_x}{P_b}$$

où P_x représente la puissance du signal modulé en fréquence et P_b la puissance du bruit ajouté.

— Expression de la puissance du signal A partir de la définition de SNR_{dB} on en déduit l'expression de σ :

$$\sigma = \sqrt{P_x \cdot 10^{-\frac{SNR}{10}}} \quad (2)$$

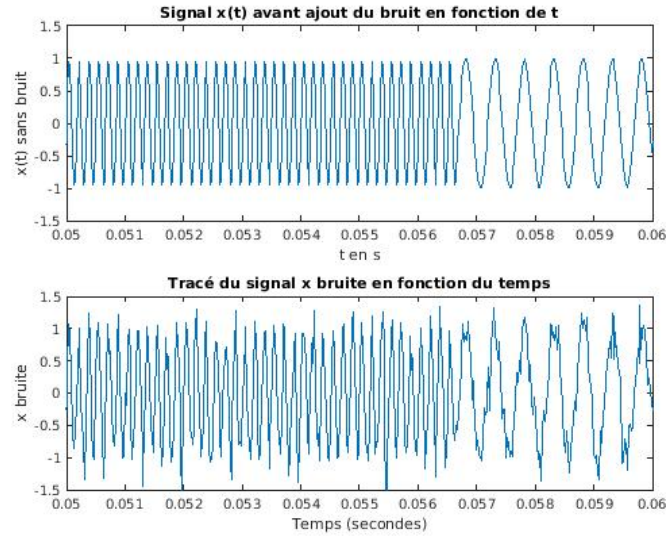


FIGURE 6 – Signal $x(t)$ sans et avec bruit

L'impact du bruit sur le signal $x(t)$ est visible pour des valeurs de SNR faible, ici égale à 10.

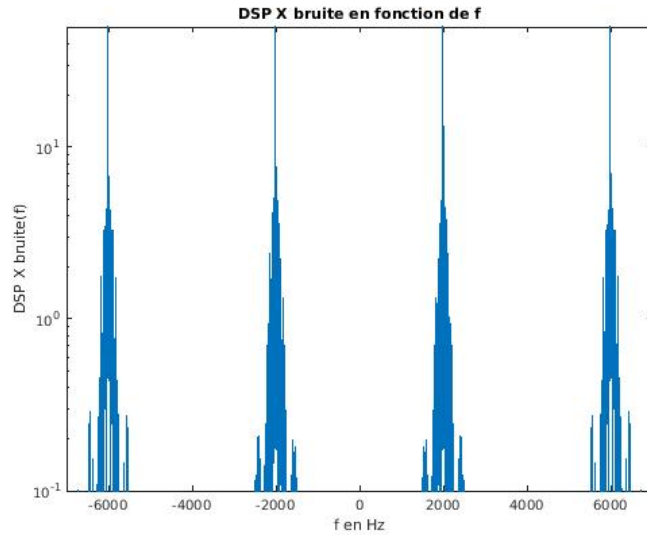


FIGURE 7 – Densité spectrale de puissance du signal $x(t)$ bruité

En effet, on observe également ici la présence du bruit, qui se manifeste autour des pics.

2.3 Démodulation par filtrage

La figure 8 présente le récepteur implanté pour retrouver, à partir du signal modulé en fréquence bruité, le message binaire envoyé.

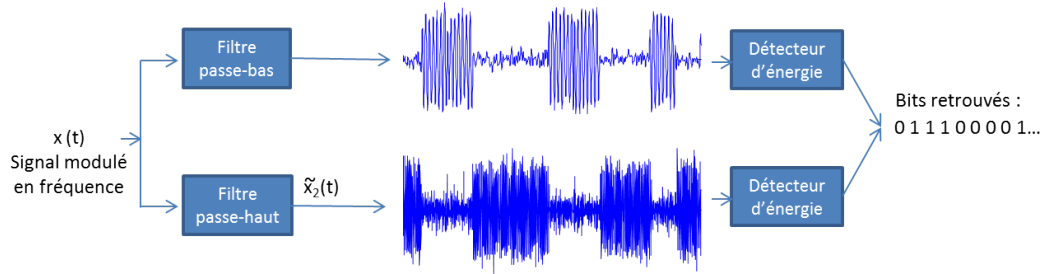


FIGURE 8 – Démodulation par filtrage.

Un filtre passe-bas permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence $F_0 = 6000\text{Hz}$, tandis qu'un filtre passe-haut permet de filtrer les morceaux de cosinus à la fréquence $F_1 = 2000\text{Hz}$. Une détection d'énergie réalisée tous les T_s secondes permet de récupérer, à partir des signaux filtrés, les bits 0 et 1 transmis.

2.3.1 Synthèse du filtre passe-bas

- Pour générer un filtre passe bas, nous devons implémenter un sinus cardinal. Nous avons décidé de prendre un ordre de valeur 60 et une pulsation de coupure $\frac{F_0}{2}$ afin de filtrer correctement notre signal d'entrée.

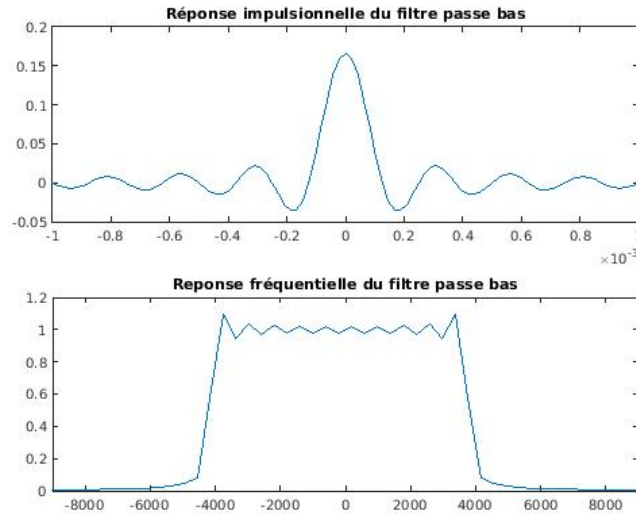


FIGURE 9 – Réponse impulsionnelle et fréquentielle du filtre passe bas

Comme on peut le voir sur la figure 10, le filtre implanté semble pouvoir réaliser le filtrage souhaité, c'est à dire garder seulement F_1 et filtrer F_0 . Notre choix sur la fréquence de coupure semble donc correct.

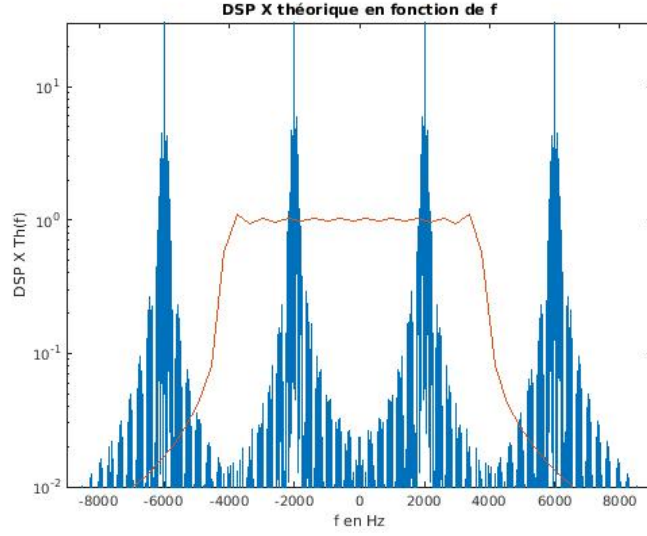


FIGURE 10 – DSP_x superposée à la réponse fréquentielle du filtre passe bas

2.3.2 Synthèse du filtre passe-haut

— Calcul du filtre passe haut :

$$H_{IPH}(\tilde{f}) = 1 - H_{IPB}(\tilde{f}) \quad (3)$$

Et

$$h_{IPH}(n) = TFD^{-1}[H_{IPH}(\tilde{f})] \quad (4)$$

2.3.3 Filtrage, tracés, commentaires sur les résultats obtenus

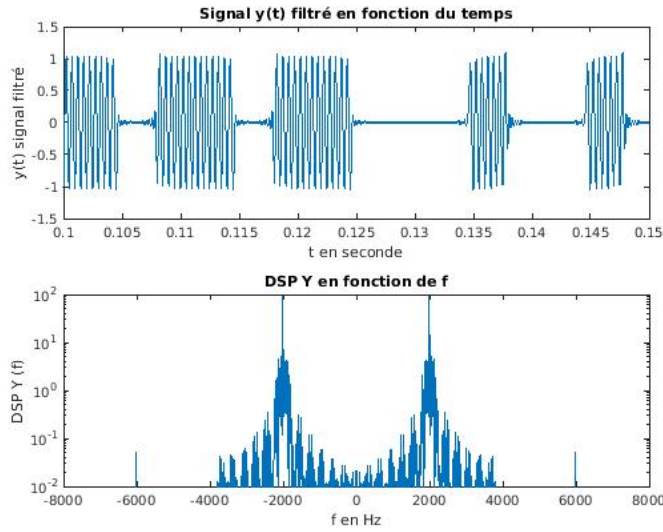


FIGURE 11 – Signal après filtrage (filtre passe bas)

— Tracé du signal après filtrage (filtre passe haut) :

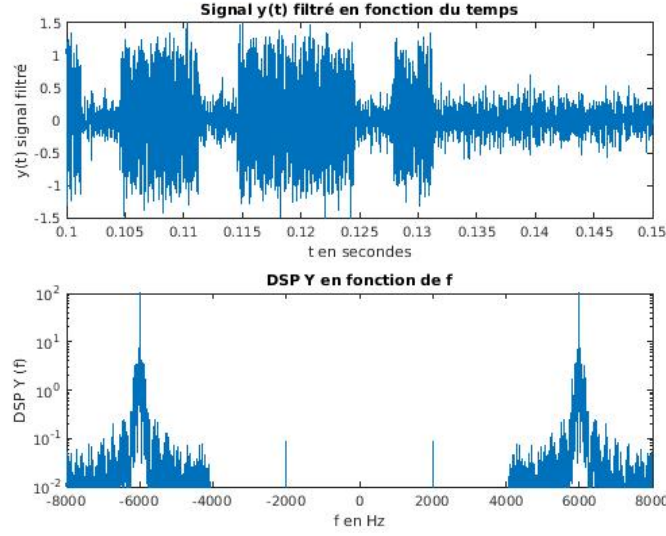


FIGURE 12 – Signal après filtrage (filtre passe bas)

2.3.4 Détection d'énergie

Une fois le signal filtré, nous devons lire l'information qu'il contient par détection d'énergie pour obtenir les bits 1 et les bits 0. Cette détection se fait en découpant le signal en portions de durée T_s , c'est-à-dire comportant N_s valeurs. Ces N_s valeurs codent 1 bit. Ainsi pour les N_{bits} échantillons de N_s valeurs nous avons :

$$Si \sum_{j=1}^{N_s} x_n^2 > K \quad \text{alors le bit vaut 1 sinon il vaut 0} \quad (5)$$

Cela nous permet de former un vecteur contenant les valeurs décodées et en utilisant des données connues nous sommes capables de déterminer l'erreur et ainsi choisir un K expérimentalement pour minimiser cette erreur. Le calcul de l'erreur fait la somme entre les données connues et les données détectées, pour obtenir un vecteur qui contient ± 1 lorsqu'il y a une erreur et 0 sinon, et prend la norme au carré de ce vecteur :

$$\epsilon = \sum_{i=1}^{N_{bits}} (bits_{données}(i) - bits_{détectés}(i))^2 \quad (6)$$

Ainsi nous avons déterminé que pour $K = 0,27 \times N_s$ notre erreur ϵ vaut $1,2 \cdot 10^{-3}$ ce qui est assez petit pour être négligé. Nous avons donc pu reconstituer l'image 13 après modulation-démodulation avec une assez bonne fidélité.

2.4 Application de la recommandation V21

Nous n'avons malheureusement pas pu avancer plus dans le sujet de ce projet et nous sommes donc arrêté à cette partie.

3 Modem de fréquence V21 - Démodulateur FSK

3.1 Démodulateur FSK - Contexte de synchronisation idéale

La figure 14 présente le récepteur modifié implanté afin de retrouver, à partir du signal modulé en fréquence suivant la recommandation V21, le message binaire envoyé.



FIGURE 13 – Image reconstituée.

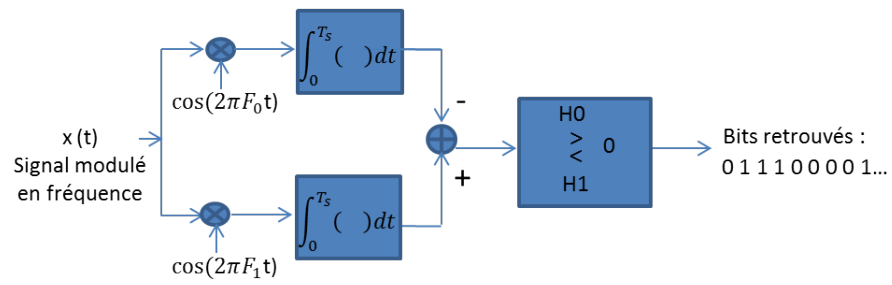


FIGURE 14 – Démodulation FSK. Synchronisation supposée idéale.

3.2 Démodulateur FSK avec gestion d'une erreur de synchronisation de phase porteuse

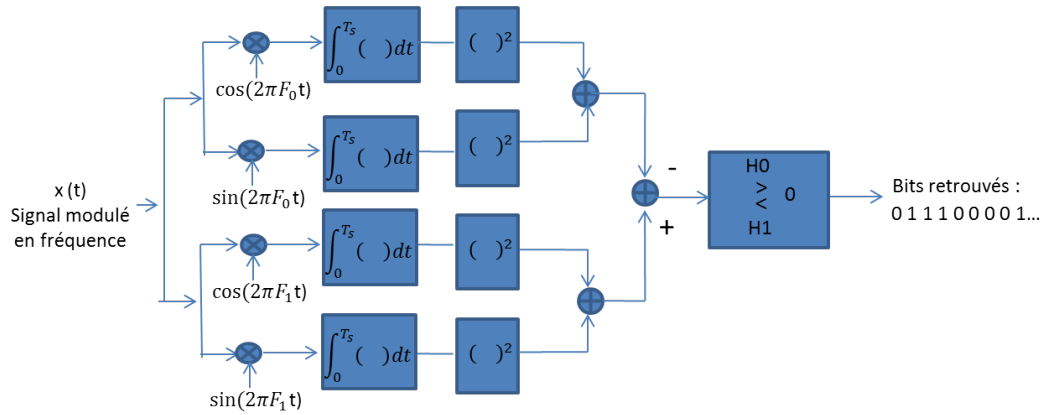


FIGURE 15 – Démodulation FSK - Gestion d'une erreur de phase porteuse.

4 Conclusion

Nous supposons, après comparaison avec nos camarades de TP que nos morceaux d'images proviennent du mur restant de l'ancien bâtiment de l'ENSEEIH et le personnage apparaissant dessus n'est autre que Charles Camichel lui-même, le premier directeur de notre grande école.

5 Références

- Cours : Signaux et systèmes à temps continu, J.-Y. Tournet, C. Poulliat
- Cours : Traitement Numérique du Signal, N. Thomas
- Document : Recommandation UIT-T V.21

6 Équations

$$\cos(a)\cos(b) = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2}$$

$$\begin{aligned} x(t) &= (1 - NRZ(t)) \times (\cos(2\pi F_0 t + \phi_0)) + NRZ(t) \times \cos(2\pi F_1 t + \phi_1) \\ &= NRZ(t) \times (\cos(2\pi F_1 t + \phi_1) - \cos(2\pi F_0 t + \phi_0)) + \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x(t) \times x(t - \tau) &= [NRZ(t) \times (\cos(2\pi F_1 t + \phi_1) - \cos(2\pi F_0 t + \phi_0)) + \cos(2\pi F_0 t + \phi_0)] \\ &\quad \times [NRZ(t - \tau) \times (\cos(2\pi F_1(t - \tau) + \phi_1) - \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0)) + \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0)] \\ &= \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \times \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0) \\ &\quad + NRZ(t) \times (\cos(2\pi F_1 t + \phi_1) - \cos(2\pi F_0 t + \phi_0)) \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0) \\ &\quad + NRZ(t - \tau) \times (\cos(2\pi F_1(t - \tau) + \phi_1) - \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0)) \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \\ &\quad + NRZ(t)NRZ(t - \tau)(\cos(2\pi F_1 t + \phi_1) - \cos(2\pi F_0 t + \phi_0))(\cos(2\pi F_1(t - \tau) + \phi_1) - \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0)) \\ &= \frac{\cos(2\pi F_0(2t - \tau) + 2\phi_0) + \cos(2\pi F_0\tau)}{2} \\ &\quad + \frac{NRZ(t)}{2} \times (\cos(2\pi F_1 t + \phi_1) - (\cos(2\pi F_0(2t - \tau) + 2\phi_0) + \cos(2\pi F_0\tau))) \\ &\quad + NRZ(t - \tau) \times (\cos(2\pi F_1(t - \tau) + \phi_1) - \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0)) \cos(2\pi F_0 t + \phi_0) \\ &\quad + NRZ(t)NRZ(t - \tau)(\cos(2\pi F_1 t + \phi_1) - \cos(2\pi F_0 t + \phi_0))(\cos(2\pi F_1(t - \tau) + \phi_1) - \cos(2\pi F_0(t - \tau) + \phi_0)) \end{aligned} \tag{7}$$