А. С. Пекелис, О группах с изоморфными структурами подполугрупп, *Изв. вузов. Матем.*, 1957, номер 1, 189–194

А. С. Пекелис

О ГРУППАХ С ИЗОМОРФНЫМИ СТРУКТУРАМИ ПОДПОЛУГРУПП

В работе Р. В. Петропавловской [3] устанавливается, что абелева группа, содержащая элементы бесконечного порядка, определяется структурой своих подполугрупп, причем каждый изоморфизм структур подполугрупп двух групп является следствием их группового изоморфизма. В настоящей заметке доказывается, что локально нильпотентная группа без кручения также определяется структурой своих подполугрупп, причем каждый структурный изоморфизм является следствием либо группового изоморфизма, либо группового антиизоморфизма.

Через φ будем обозначать изоморфизм структур подполугрупп двух групп G и G^{φ}. Если A — подполугруппа в G, то A^{φ} означает ее образ в G^{φ} при структурном изоморфизме φ. Отметим, что если A — подгруппа в G, то A^{φ} — подгруппа в G^{φ} (3, стр. 66). Запись $\{a, b\}$ или $\{A, B\}$ будет обозначать подполугруппу, порожденную, соответственно, элементами a и b или подполугруппами A и B.

Лемма 1. *Пусть G и G^{φ} — две группы с изоморфными структурами их подполугрупп, H и H^{φ} — нормальные делители, соответственно, в G и G^{φ}. Тогда φ индуцирует изоморфизм структур подполугрупп фактор-групп G/H и G^{φ}/H^{φ}.*

Доказательство. Сначала покажем, что $(AH)^{\varphi} = A^{\varphi}H^{\varphi}$, где A — подполугруппа из G. Если какой-то элемент h из H принадлежит также и A, то $AH = \{A, H\}$. Тогда $(AH)^{\varphi} = \{A, H\}^{\varphi} = \{A^{\varphi}, H^{\varphi}\} = A^{\varphi}H^{\varphi}$, так как $A^{\varphi} \cap H^{\varphi}$ не пусто. Если же $A \cap H$ — пусто, то $AH \neq \{A, H\}$, но $AH \subset \{A, H\}$. Отсюда $(AH)^{\varphi} \subset \{A, H\}^{\varphi} = \{A^{\varphi}, H^{\varphi}\} = A^{\varphi}H^{\varphi} \cup H^{\varphi}$. Так как $A \cap H$ пусто, то и $AH \cap H$ также пусто, поэтому $(AH)^{\varphi} \subset \subset A^{\varphi}H^{\varphi}$. Применяя обратный изоморфизм φ^{-1}, аналогично получим, что $(AH)^{\varphi} \supset A^{\varphi}H^{\varphi}$. Следовательно, $A^{\varphi}H^{\varphi} = (AH)^{\varphi}$.

Каждой подполугруппе $\bar{A}$ из G/H соответствует в G подполугруппа AH, где A — подполугруппа в G. Обратное утверждение также верно.

Пусть $\bar{A}$ — подполугруппа из G/H, ей соответствует в группе G подполугруппа AH. По доказанному структурный изоморфизм φ ставит в соответствие подполугруппе AH подполугруппу $A^{\varphi}H^{\varphi}$ из G^{φ}, которой соответствует в G^{φ}/H^{φ} подполугруппа $\bar{A}'$. Таким образом, между подполугруппами из G/H и G^{φ}/H^{φ} устанавливается взаимно однозначное соответствие. Легко видеть, что это соответствие является изоморфизмом структур подполугрупп G/H и G^{φ}/H^{φ}.

Если G и G^{φ} — две группы без кручения с изоморфными структурами их подполугрупп, то между элементами G и G^{φ} можно установить взаимно однозначное соответствие: элементу x из G будет соответствовать элемент x^{φ} из G^{φ}, где $\{x\}^{\varphi} = \{x^{\varphi}\}$. Из работы [3] следует, что $(x^n)^{\varphi} = (x^{\varphi})^n$. Этим свойством установленного соответствия между элементами групп G и G^{φ} будем в дальнейшем часто пользоваться. Покажем, что, если группа G — локально нильпотентная без кручения, то установленное соответствие будет либо изоморфизмом, либо антиизоморфизмом.

Предварительно докажем несколько лемм.

Лемма 2. *Пусть H и H^{φ} — изолированные нормальные делители, соответственно, в группах без кручения G и G^{φ}, G/H, и G^{φ}/H^{φ} — абелевы. Тогда для любых двух элементов a и b из G выполняется соотношение $(ab)^{\varphi}=a^{\varphi}b^{\varphi}h^{\varphi}$, где $h^{\varphi}\in H^{\varphi}$.*

Доказательство. По лемме 1, структурный изоморфизм φ индуцирует изоморфизм структур подполугрупп фактор-групп G/H и G^{φ}/H^{φ}, который обозначаем через $\bar{\varphi}$. Из доказательства леммы 1 следует, что

$$(\{a\}H)^{\varphi}=\{a\}^{\varphi}H^{\varphi}=\{a^{\varphi}\}H^{\varphi},$$

поэтому

$$\{aH\}^{\bar{\varphi}}=\{a^{\varphi}H^{\varphi}\}.$$

Так как G/H и G^{φ}/H^{φ} — абелевы без кручения, то структурный изоморфизм $\bar{\varphi}$ является следствием группового изоморфизма G/H и G^{φ}/H^{φ}[3], который обозначим также через $\bar{\varphi}$. Если обозначим

$$\bar{a}=aH,\ \overline{a^{\varphi}}=a^{\varphi}H^{\varphi},$$

то будем иметь, что

$$\{\bar{a}\}^{\bar{\varphi}}=\{\overline{a^{\varphi}}\},$$

отсюда $\bar{a}^{\bar{\varphi}}=\overline{a^{\varphi}}$. Тогда

$$(\overline{ab})^{\bar{\varphi}}=(\bar{a}\,\bar{b})^{\bar{\varphi}}=\bar{a}^{\bar{\varphi}}\,\bar{b}^{\bar{\varphi}}=\overline{a^{\varphi}}\ \overline{b^{\varphi}}\ \text{ и }\ (\overline{ab})^{\bar{\varphi}}=\overline{(ab)^{\varphi}},$$

поэтому $\overline{a^{\varphi}}\ \overline{b^{\varphi}}=\overline{(ab)^{\varphi}}$. Переходя к группе G^{φ}, получим

$$a^{\varphi}H^{\varphi}b^{\varphi}H^{\varphi}=(ab)^{\varphi}H^{\varphi},\ a^{\varphi}b^{\varphi}H^{\varphi}=(ab)^{\varphi}H^{\varphi}.$$

Следовательно, $(ab)^{\varphi}=a^{\varphi}b^{\varphi}h^{\varphi}$, где $h^{\varphi}\in H^{\varphi}$.

Лемма 3. *Пусть G — упорядоченная группа, причем $E=H_0\subset H_1\subset\ldots\subset H_n=G$ — система всех ее выпуклых подгрупп. Тогда группу G^{φ} можно так упорядочить, что если $a>b$, то и $a^{\varphi}>b^{\varphi}$.*

Доказательство. Обозначим через G^{+} полугруппу положительных элементов группы G. Тогда группу G^{φ} можно так упорядочить, что $(G^{+})^{\varphi}$ будет полугруппой всех ее положительных элементов, а $E=H_0^{\varphi}\subset H_1^{\varphi}\subset\ldots\subset H_n^{\varphi}=G^{\varphi}$ — системой всех ее выпуклых подгрупп (5, стр. 334). Покажем, что тогда из $a>b$ следует, что $a^{\varphi}>b^{\varphi}$. Для доказательства можно предположить, что $a>l$ и $b>l$. Если $a\in H_m$, $b\in H_l$, $H_l\subset H_m$ $(l\neq m)$, то $a^{\varphi}\in H_m^{\varphi}$, $b^{\varphi}\in H_l^{\varphi}$, $H_l^{\varphi}\subset H_m^{\varphi}$, и так как $a^{\varphi}>l$ и $b^{\varphi}>l$, то $a^{\varphi}>b^{\varphi}$.

Будем считать, что a и $b\in H_j$, a и $b\,\overline{\in}\,H_{j-1}$. Из леммы 2 следует, что

$$(ab^{-1})^{\varphi}=a^{\varphi}(b^{\varphi})^{-1},\ h_{j-1}^{\varphi},\ h_{j-1}^{\varphi}\in H_{j-1}^{\varphi}.$$

Если $ab^{-1}\,\overline{\in}\,H_{j-1}$, то, так как

$$(ab^{-1})^{\varphi}>l\ \text{ и }\ H_{j-1}^{\varphi}$$

— выпуклая подгруппа в G^{φ}, то $a^{\varphi}(b^{\varphi})^{-1}>l$, т. е. $a^{\varphi}>b^{\varphi}$. Если же $ab^{-1}\in H_{j-1}$, то $a\in\{b,\ H_{j-1}\cap G^{+}\}$. Тогда $a^{\varphi}\in\{b^{\varphi},\ H_{j-1}^{\varphi}\cap(G^{\varphi})^{+}\}$. Отсюда $a^{\varphi}>b^{\varphi}$. Лемма доказана.

Пусть G — нильпотентная группа без кручения с конечным числом образующих. Упорядочим ее [2]. Так как упорядоченная нильпотентная группа без кручения с конечным числом образующих обладает лишь конечным числом выпуклых подгрупп, то, по лемме 3, G^{φ} можно упорядочить так, чтобы из того, что $a > b$ следовало $a^{\varphi} > b^{\varphi}$ и наоборот. В дальнейшем будем считать, что G — нильпотентная группа без кручения с конечным числом образующих, в G и G^{φ} установлены какие-то фиксированные линейные порядки, причем из того, что $a > b$ в группе G следует, что $a^{\varphi} > b^{\varphi}$ в группе G^{φ} и наоборот.

Лемма 4. *Пусть a и b — два неперестановочных элемента группы G, H — изолированный нормальный делитель в G, причем $b \in H$, $a \bar{\in} H$ и $b > l$.*

а) *Если $a \in \{abh, b^{-1}\}$, где $h < l$, $h \in H$, то $b^{-n}abh = a\ (n \geqslant 0)$.*

б) *Если $a \in \{bah, b^{-1}\}$, где $h < l$, $h \in H$, то $bahb^{-r} = a\ (r \geqslant 0)$.*

в) *Если $a \in \{ab, b^{-n}\}$ $(n \geqslant 0)$, то $n = 1$.*

г) *Если $a \in \{ba, b^{-n}\}$ $(n \geqslant 0)$, то $n = 1$.*

Доказательство. а) Так как $a \in \{abh, b^{-1}\}$ и H — изолированный нормальный делитель в G, то $b^{-n}abhb^{-r} = a$ $(n \geqslant 0,\ r \geqslant 0)$. Тогда $abhb^{-r}a^{-1} = b^{n} \geqslant l$, отсюда $bhb^{-r} \geqslant l$ и $h \geqslant b^{r-1}$. Так как $h < l$, то $r = 0$. Следовательно, $b^{-n}abh = a$.

б) Доказательство аналогично доказательству а).

в) Так как $a \in \{ab, b^{-n}\}$, и H — изолированный нормальный делитель, то $b^{-nl}ab\,b^{-nm} = a$ $(l \geqslant 0,\ m \geqslant 0)$. Отсюда $ab^{-nm+1}a^{-1} = b^{nl} \geqslant l$, поэтому $b^{-mn+1} \geqslant l$, значит $-nm + 1 \geqslant 0$, $nm \leqslant 1$. Пусть $n > 1$, тогда $mn = 0$ и $aba^{-1} = b^{nl}$. Из равенства $aba^{-1} = b^{nl}$ получаем, что $a^{-1}ba \in I(b)$, где $I(b)$ — изолятор элемента b. Так как G — нильпотентная группа без кручения с конечным числом образующих, то $I(b)$ — бесконечная циклическая (1, стр. 79) *. Поэтому $aI(b)a^{-1} = I(b)$. Тогда получаем, что a и b перестановочны (1, стр. 84), а это противоречит условию. Следовательно, $n \leqslant 1$. Очевидно, что $n \neq 0$, поэтому $n = 1$.

г) Доказательство аналогично доказательству в).

Лемма 5. *Если H и H^{φ} — изолированные нормальные делители, соответственно, в группах G и G^{φ}, G/H и G^{φ}/H^{φ} — абелевы, $a \bar{\in} H$, $b \in H$, $b > l$, то либо $(ab)^{\varphi} = a^{\varphi} b^{\varphi}$, либо $(ab)^{\varphi} = b^{\varphi} a^{\varphi}$.*

Доказательство. Если a и b перестановочны, то лемма доказана (3, стр. 71). Поэтому будем предполагать, что a и b неперестановочны.

Пусть $(ab)^{\varphi} \neq a^{\varphi} b^{\varphi}$. По лемме 2 имеем $(ab)^{\varphi} = a^{\varphi} b^{\varphi} h^{\varphi}$, где $h^{\varphi} \in H^{\varphi}$. Предположим, что $(ab)^{\varphi} < a^{\varphi} b^{\varphi}$, т. е. $h^{\varphi} < l$. Так как $a \in \{ab, b^{-1}\}$, то $a^{\varphi} \in \{a^{\varphi} b^{\varphi} h^{\varphi}, (b^{\varphi})^{-1}\}$. Применяя лемму 4 а), получим $(b^{\varphi})^{-n} a^{\varphi} b^{\varphi} h^{\varphi} = a^{\varphi}$, $(n \geqslant 0)$, т. е. $a^{\varphi} \in \{a^{\varphi} b^{\varphi} h^{\varphi}, (b^{\varphi})^{-n}\}$. Тогда, переходя к группе G, имеем, что $a \in \{ab, b^{-n}\}$. Из леммы 4 в) следует, что $n = 1$. Отсюда $a^{\varphi} b^{\varphi} h^{\varphi} = b^{\varphi} a^{\varphi}$, т. е. $(ab)^{\varphi} = b^{\varphi} a^{\varphi}$.

Пусть $(ab)^{\varphi} > a^{\varphi} b^{\varphi}$, т. е. $h^{\varphi} > l$. Переходя к группе G на основании лемм 2 и 3 получим $ab > abh'$, где $h' \in H$. Тогда $h' < l$. Рассуждая аналогично предыдущему, будем иметь, что $abh' = ba$, т. е. $(ba)^{\varphi} = a^{\varphi} b^{\varphi}$. Покажем, что тогда и $(ab)^{\varphi} = b^{\varphi} a^{\varphi}$. На основании леммы 2 имеем $(ab)^{\varphi} = b^{\varphi} a^{\varphi} h_1^{\varphi}$, $h_1^{\varphi} \in H^{\varphi}$. Если $h_1^{\varphi} > l$, то, переходя к группе G, получим $ab > abh_1'$, $h_1' \in H$. Отсюда $h_1' < l$. Так как $a^{\varphi} \in \{b^{\varphi} a^{\varphi}, (b^{\varphi})^{-1}\}$, то $a \in \{abh_1', b^{-1}\}$. Из леммы 4 а) получаем, что

---

* См. также А. Г. Курош, Теория групп, стр. 416, 430, 1953.

$b^{-n}abh_1' = a$ $(n \geqslant 0)$. Тогда $a \in \{abh_1', b^{-n}\}$, отсюда $a^\varphi \in \{b^\varphi a^\varphi, (b^\varphi)^{-n}\}$. На основании леммы 4 г), $n = 1$. Поэтому имеем $abh_1' = ba$, т. е. $b^\varphi a^\varphi = (ba)^\varphi$. Отсюда следует, что a и b перестановочны [3], что невозможно. Аналогично доказывается, что $h_1^\varphi < l$ не может быть. Следовательно, $h_1^\varphi = l$, т. е. $(ab)^\varphi = b^\varphi a^\varphi$.

Лемма 6. *В условиях леммы 5 для элементов a и b выполняются соотношения: либо $(ab^{-1})^\varphi = a^\varphi (b^\varphi)^{-1}$, либо $(ab^{-1})^\varphi = (b^\varphi)^{-1} a^\varphi$.*

Доказательство аналогично доказательству лемм 4 и 5.

Лемма 7. *Если нильпотентная группа G без кручения порождается двумя элементами a и b, причем G не циклическая, то в G существует изолированный нормальный делитель H, содержащий b, но не содержащий a.*

Доказательство. Пусть $E = Z_0 \subset Z_1 \subset \cdots \subset Z_{n-1} \subset Z_n = G$ — верхний центральный ряд группы G; $a, b \overline{\in} Z_{n-1}$, так как, в противном случае, длина верхнего центрального ряда была бы меньше n. Возьмем изолятор подгруппы, порожденной элементом b и подгруппой Z_{n-1}. Обозначим этот изолятор через F. F — нормальный делитель в G, так как $F \supset Z_{n-1}$. Если $a \overline{\in} F$, то $H = F$. Если же $a \in F$, то $G = F$. Тогда $a^m = b^k z_{n-1}$ $(m, k \neq 0)$, $z_{n-1} \in Z_{n-1}$ (4, стр. 210). Поэтому G/Z_{n-1}—абелева группа без кручения с двумя образующими $\bar{a}$ и $\bar{b}$ $(\bar{a} = aZ_{n-1}, \bar{b} = bZ_{n-1})$, связанными соотношением $\bar{a}^m = \bar{b}^k$. Следовательно, G/Z_{n-1}—циклическая, что невозможно, так как тогда длина верхнего центрального ряда была бы меньше n.

Лемма 8. *Для любых двух элементов a и b из группы G выполняется одно из соотношений: $(ab)^\varphi = a^\varphi b^\varphi$ или $(ab)^\varphi = b^\varphi a^\varphi$.*

Доказательство. Для доказательства можно предположить, что G порождается элементами a и b. Если a и b перестановочны, то лемма доказана (3, стр. 71). Поэтому будем считать, что a и b неперестановочны. По лемме 7 в G существует изолированный нормальный делитель H, содержащий b, но не содержащий a. Тогда H^φ —также изолированный нормальный делитель в G^φ (5, стр. 328). По леммам 5 и 6 имеем тогда $(ab)^\varphi = a^\varphi b^\varphi$ или $(ab)^\varphi = b^\varphi a^\varphi$.

Лемма 9. *Пусть a и b — два произвольных элемента группы G. Если $(ab)^\varphi = a^\varphi b^\varphi$, то $(ab^{-1})^\varphi = a^\varphi (b^\varphi)^{-1}$, если же $(ab)^\varphi = b^\varphi a^\varphi$, то $(ab^{-1})^\varphi = (b^\varphi)^{-1} a^\varphi$.*

Доказательство. Можно считать, что a и b неперестановочны [3]. Пусть $(ab)^\varphi = a^\varphi b^\varphi$, и предположим, что $(ab^{-1})^\varphi \neq a^\varphi (b^\varphi)^{-1}$. Тогда по лемме 8 $(ab^{-1})^\varphi = (b^\varphi)^{-1} a^\varphi$, а так как a и b неперестановочны, то $(b^{-1}a)^\varphi = a^\varphi (b^\varphi)^{-1}$. Рассмотрим выражение $(a^2)^\varphi$. При этом, по лемме 8 возможны два случая:

1) $(a^2)^\varphi = (ab \cdot b^{-1}a)^\varphi = (ab)^\varphi (b^{-1}a)^\varphi = a^\varphi b^\varphi a^\varphi (b^\varphi)^{-1} = (a^\varphi)^2$, отсюда $b^\varphi a^\varphi (b^\varphi)^{-1} = a^\varphi$, т. е. a и b перестановочны (3, стр. 71), что невозможно.

2) $(a^2)^\varphi = (ab \cdot b^{-1}a)^\varphi = (b^{-1}a)^\varphi (ab)^\varphi = a^\varphi (b^\varphi)^{-1} a^\varphi b^\varphi = (a^\varphi)^2$, откуда также получаем перестановочность a и b (3, стр. 71), что невозможно.

Аналогично доказывается утверждение для случая $(ab)^\varphi = b^\varphi a^\varphi$.

Теорема 1. *Если группы G и G^φ имеют изоморфные структуры подполугрупп, причем G — нильпотентная группа без кручения с конечным числом образующих, то G и G^φ изоморфны, при-*

чем структурный изоморфизм φ является следствием группового изоморфизма или антиизоморфизма.

Доказательство. Для доказательства достаточно показать, что установленное взаимно однозначное соответствие между элементами групп G и G^{φ} является либо изоморфизмом, либо антиизоморфизмом. По лемме 8, для любых двух элементов a и b из G выполняется соотношение $(ab)^{\varphi}=a^{\varphi}b^{\varphi}$ или $(ab)^{\varphi}=b^{\varphi}a^{\varphi}$. Пусть a — фиксированный элемент из G, а g — произвольный элемент группы G. Покажем, что для всех g выполняется соотношение $(ag)^{\varphi}=a^{\varphi}g^{\varphi}$ или $(ag)^{\varphi}=g^{\varphi}a^{\varphi}$. Пусть для каких-то элементов b и c выполняются соотношения $(ab)^{\varphi}=a^{\varphi}b^{\varphi}$ и $(ac)^{\varphi}=C^{\varphi}a^{\varphi}$. Элементы a и b, а также a и c можно считать неперестановочными. Тогда по лемме 8 $(bc)^{\varphi}=b^{\varphi}c^{\varphi}$ или $(bc)^{\varphi}=c^{\varphi}b^{\varphi}$. Предположим, что $(bc)^{\varphi}=b^{\varphi}c^{\varphi}$. На основании лемм 8 и 9

$$(c^{-1}b)^{\varphi}=(c^{-1}a^{-1}\cdot ab)^{\varphi}=(c^{-1}a^{-1})^{\varphi}(ab)^{\varphi}=(a^{\varphi})^{-1}(c^{\varphi})^{-1}a^{\varphi}b^{\varphi}=(c^{\varphi})^{-1}b^{\varphi},$$

отсюда a и c перестановочны (3, стр. 71), что невозможно; или же

$$(c^{-1}b)^{\varphi}=(c^{-1}a^{-1}\cdot ab)^{\varphi}=(ab)^{\varphi}(c^{-1}a^{-1})^{\varphi}=a^{\varphi}b^{\varphi}(a^{\varphi})^{-1}(c^{\varphi})^{-1}=(c^{\varphi})^{-1}b^{\varphi}.$$

Тогда $(c^{\varphi}a^{\varphi})b^{\varphi}(c^{\varphi}a^{\varphi})^{-1}=b^{\varphi}$, т, е. ac перестановочно с b (3, стр. 71). Отсюда $(ac\cdot b)^{\varphi}=(ac)^{\varphi}b^{\varphi}=c^{\varphi}a^{\varphi}b^{\varphi}$, с другой стороны, $(acb)^{\varphi}=(a\times\times cb)^{\varphi}=a^{\varphi}(cb)^{\varphi}=a^{\varphi}c^{\varphi}b^{\varphi}$ или же $(acb)^{\varphi}=(cb)^{\varphi}a^{\varphi}=c^{\varphi}b^{\varphi}a^{\varphi}$. В первом случае получаем, что a и c перестановочны, а во втором — a и b перестановочны (3, стр. 71), что невозможно.

Аналогично доказывается, что наше предположение невозможно и в случае, если $(bc)^{\varphi}=c^{\varphi}b^{\varphi}$.

Покажем теперь, что, если для какого-то фиксированного элемента a из G и произвольного элемента g из G выполняется соотношение $(ag)^{\varphi}=a^{\varphi}g^{\varphi}$ $((ag)^{\varphi}=g^{\varphi}a^{\varphi})$ для всех g, то и для любого другого фиксированного элемента b из G также будет выполняться соотношение $(bg)^{\varphi}=b^{\varphi}g^{\varphi}$ $((bg)^{\varphi}=g^{\varphi}b^{\varphi})$ для всех g.

Пусть для каких-то элементов a и b из G выполняются соотношения $(ag)^{\varphi}=a^{\varphi}g^{\varphi}$ и $(bg)^{\varphi}=g^{\varphi}b^{\varphi}$ для всех g из G, причем a и b не принадлежат центру группы G. Всегда для элементов a и b найдется такой элемент x, который будет неперестановочен как с a, так и с b, так как в противном случае группа покрывалась бы двумя подгруппами, что невозможно. Тогда будем иметь $(xa)^{\varphi}=x^{\varphi}a^{\varphi}$, $(xb)^{\varphi}=b^{\varphi}x^{\varphi}$. На основании только что доказанного, отсюда будет следовать перестановочность элементов x и a или элементов x и b, что невозможно, ввиду выбора элемента x.

Отсюда получаем, что установленное взаимно однозначное соответствие между элементами групп G и G^{φ} есть либо изоморфизм, либо антиизоморфизм. Теорема доказана.

Как следствие теоремы 1 получаем следующую теорему.

Теорема 2. *Если группы G и G^{φ} обладают изоморфными структурами подполугрупп, причем группа G — локально нильпотентная без кручения, то группы G и G^{φ} изоморфны, и структурный изоморфизм φ есть следствие изоморфизма или антиизоморфизма групп G и G^{φ}.*

Уральский государственный университет
им. А. М. Горького

Поступило
14 X 1957

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Г. Канторович, Группы с базисом расщепления, Мат. сб. 22 (64), стр. 79—100, 1948. 2. А. И. Мальцев, О доупорядочении группы, Тр. мат. ин-та им. В. А. Стеклова, т. XXXVIII, стр. 173—175, 1951. 3. Р. В. Петропавловская, Об определяемости группы структурой ее подсистем, Мат. сб. 29 (71), стр. 63—78, 1951. 4. Б. И. Плоткин, К теории некоммутативных групп без кручения, Мат. сб. 30 (72), стр. 199—212, 1952. 5. Б. И. Плоткин, Радикальные и полупростые группы, Тр. М-го мат. об-ва, т. 6, стр. 299—336, 1957.