

Б. М. Гагаев, Наши достижения в области математики за сорок лет Советской власти, Изв. вузов. Матем., 1957, номер  $1,\,3–8$ 

Использование Общероссийского математического портала Math-Net.Ru подразумевает, что вы прочитали и согласны с пользовательским соглашением http://www.mathnet.ru/rus/agreement

Параметры загрузки:

IP: 176.52.29.84

5 марта 2023 г., 23:44:43



## НАШИ ДОСТИЖЕНИЯ В ОБЛАСТИ МАТЕМАТИКИ ЗА СОРОК ЛЕТ СОВЕТСКОЙ ВЛАСТИ

Великая Октябрьская социалистическая революция создала в Советском Союзе условия, благоприятные для развития всех отраслей науки. Она превратила отсталую Россию в передовую, высококультурную страну. Быстрый рост промышленности и сельского хозяйства потребовал высококвалифицированных специалистов. Для этого в СССР были открыты многочисленные высшие учебные заведения.

Плановая система ведения народного хозяйства неизмеримо повысила роль и значение науки, что имело своим следствием создание широкой сети научно-исследовательских учреждений. Все это в сильной степени увеличило число ученых, работающих в различных отраслях науки, в том числе и математике. Осуществление ленинской национальной политики вызвало бурное развитие культуры и науки всех народов, населяющих страну, и привело к созданию новых математических центров в Тбилиси, Ташкенте, Алма-Ате и других

городах национальных республик.

В дореволюционное время в России было немало видных математиков, занимавших ведущее положение в мировой науке. Отдельные математические отрасли своим развитием во многом обязаны трудам русских математиков. Роль Н. И. Лобачевского в развитии геометрии общеизвестна. П. Л. Чебышев своими замечательными работами по наименее уклоняющимся от нуля функциям содействовал возникновению конструктивной теории функций и надолго предопределил ее развитие. Общепризнано значение его трудов по теории чисел и теории вероятностей. Исследования А. М. Ляпунова по качественной теории дифференциальных уравнений по своей глубине превосходили работы современных ему иностранных ученых, в том числе и одного из основателей этой теории А. Пуанкаре. Примеры эти легко умножить.

Но, несмотря на наличие ряда виднейших ученых, общее развитие математики в России уступало развитию её в таких странах, как Германия и Франция. Сравнительно мало лиц вело научную работу. Это были почти исключительно работники немногочисленных тогда высших учебных заведений. Кроме знаменитой Петербургской математической школы, возникшей в начале двадцатого столетия, Киевской школы (основатель Д. А. Граве) и Московской геометрической школы, основанной К. М. Петерсоном, в России почти не было математических школ. У ряда крупнейших ученых не было учеников, продолжавших развивать идеи своих учителей. Издавалось всего

лишь три математических журнала.

В настоящей статье не представляется возможным даже кратко перечислить наиболее крупные достижения советской математики за сорок лет Советской власти. Академик П. С. Александров в одной из своих статей указал, что отличительными чертами советской математики являются, с одной стороны, разработка принципиальных проблем (например, развитие таких математических наук, как топо-

логия, функциональный анализ, теория аналитических и проективных множеств), с другой стороны — внимание к проблемам, непосредственно связанным с практическими приложениями математики. Примерами этого могут служить исследования приближенного решения дифференциальных, интегральных и алгебраических уравнений, работы по приложению теории вероятностей к статистике или разработка приложения методов качественной теории дифференциальных

уравнений к проблемам радиофизики.

После Великой Октябрьской социалистической революции продолжали успешно развиваться ранее возникшие математические направления. В теории чисел, например, следует указать на разработанный И. М. Виноградовым тонкий метод оценки тригонометрических сумм. Этот метод нашел блестящее приложение к решению некоторых проблем теории чисел, долгое время остававшихся нерешенными. С помощью этого метода И. М. Виноградовым была решена знаменитая проблема Гольдбаха. К теории чисел относятся работы А. О. Гельфонда по решению известной проблемы Гильберта о трансцендентных числах. Конструктивная теория продолжала успешно развиваться С. Н. Бернштейном; за последнее время к этой теории прилагается функциональный анализ, что значительно расширило область её приложений.

Исследования А. М. Ляпунова по качественной теории дифференциальных уравнений были продолжены И. Г. Петровским (кривые, определяемые системами дифференциальных уравнений), Н. Г. Четаевым и его учениками (устойчивость интегралов дифференциальных уравнений). Качественная теория дифференциальных уравнений получила дальнейшее развитие благодаря приложению к ней топологии. Следует также указать на работы А. А. Андронова и его учеников по изучению кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. К теории дифференциальных уравнений относятся работы М. А. Красносельского, С. Г. Крейна и других по изучению дифференциальных

уравнений в пространстве Банаха.

По теории вероятностей выполнено большое число важных работ. Особо следует отметить работы С. Н. Бернштейна по предельным теоремам, являющиеся непосредственным продолжением исследований П. Л. Чебышева и А. М. Ляпунова, работы А. Н. Колмогорова и А. Я. Хинчина по изучению случайных процессов, работы А. Я. Хинчина по так называемому закону повторного логарифма. С. Н. Бернштейном и А. Н. Колмогоровым были разработаны системы аксиом

теории вероятностей.

Классическая ветвь алгебры — теория Галуа — была значительно продвинута работами Н. Г. Чеботарева, Б. Н. Делоне и Д. К. Фаддеева, а в последние десять лет получила блестящее развитие в трудах И. Р. Шафаревича. Бурно развивалась теория абстрактных групп: А. Г. Курошу, кроме его научных достижений в этой области, принадлежит заслуга пропаганды ее в кругах молодых математиков. От развития собственно теории групп они последовательно перешли к изучению более сложных алгебраических образований и затем — к общей теории алгебраических систем (важным случаем которых являются системы с тернарной композицией-груды, введенные В. В. Вагнером в связи с аксиоматизацией дифференциальной геометрии) в различных ее аспектах, включая топологический.

Один из важнейших разделов топологической алгебры — теория топологических групп Ли, зарождение которой у нас ознаменовалось данной Л. С. Понтрягиным классификацией коммутативных топологических групп и знаменитой теоремой И. Д. Адо о представимости алгебры Ли матрицами, получила дальнейшее развитие в работах

А. И. Мальцева, В. В. Морозова и других по теории групп Ли в целом; классификация примитивных групп нашла своё завершение

в работах Е. Б. Дынкина о подгруппах простых групп Ли.

Другим важным аспектом явилось изучение топологической теории некоторых колец: мы разумеем теорию нормированных колец, разработанную И. М. Гельфандом и его учениками, изучение функционального анализа на группах, в частности, построение теории унитарных представлений простых групп и одно из следствий этой теории — общий взгляд на природу и построение важнейших трансцендентных функций.

Работы по неевклидовой геометрии, основанной и развитой Н. И. Лобачевским, успешно продолжались геометрами Казани, Москвы, Саратова и других городов. Работы Московской геометрической школы получают широкое развитие под руководством С. П. Финикова. Завершив разработку проблемы изгибания на главном основании, поставленную еще Петерсоном, московские геометры переходят к решению ряда проблем проективно-дифференциальной геометрии на основе метода подвижного репера С. П. Финикова. Видную роль сыграло и дальнейшее развитие этого метода, в котором он естественно сомкнулся с методом Э. Картана.

Другое направление в развитии геометрии, возникшее в Москве в 20 годах, связано с именем В. Ф. Кагана, неутомимого пропагандиста идей неевклидовой геометрии и метода тензорного анализа. П. К. Рашевским в Москве были изучены и созданы различные интересные типы обобщенных пространств: им было завершено исследование субпроективных пространств Кагана и введены в рассмотрение так называемые биметрические системы, обладающие двойствен-

ностью и т. д.

В Саратове В. В. Вагнер провел ряд исследований по обобщенным пространствам, связанным с механикой неголономных систем и с вопросами геометризации проблем вариационного исчисления. В последнее время как в Москве, так и в Саратове интересы геометров сосредотачиваются вокруг теории объектов и геометрии груп-

повых пространств.

Еще в 70 годах прошлого века казанский геометр Ф. М. Суворов, первый среди наших геометров, положил начало работам по римановой геометрии, но только в 20 годах нашего столетия эти работы были систематически продолжены П. А. Широковым, который независимо от Э. Картана рассматривал симметрические пространства, а в 1925 г. пришел к рассмотрению пространств, которые теперь принято называть кэлеровыми. В послевоенные годы тематика работ Казанской школы дополнена исследованиями А. П. Нордена и его учеников в области пространств аффинной связности и их приложений к геометрии пространств проективной группы и ее подгрупп.

Тридцатые годы ознаменовались возникновением совершенно нового направления геометрических исследований, созданного в Ленинграде А. Д. Александровым. Ему и его школе удалось распространить основные понятия дифреренциальной геометрии на обширный класс поверхностей, определенных топологически, и решить в весьма широкой

постановке ряд проблем теории наложимости.

После Великой Октябрьской социалистической революции, наряду с продолжением прежних направлений в математике, появилось много новых. В первую очередь следует указать на работы Московской школы Н. Н. Лузина по теории функций действительного переменного. Предшественником ее является Д. Ф. Егоров, теорема которого о сходимости измеримых функций послужила исходной точкой для многих работ московских математиков. Методы этой теории, благо-

даря работам этой школы нашли блестящие приложения в различных областях. Следует указать на работы Н. Н. Лузина, И. И. Привалова и М. А. Лаврентьева по теории функций комплексного переменного, работы А. Я. Хинчина по теории чисел, работы В. В. Степанова, В. В. Немыцкого, А. Н. Тихонова и других по теории дифференциальных уравнений. Необходимо указать на исследования Л. В. Келдыш по изучению множеств В. Работа по теории функций действительного переменного велась также в Ленинграде, Казани и некоторых других городах. В Ленинграде начало работам по этой теории было положено Г. М. Фихтенгольцем, которому принадлежит ряд интересных результатов. Л. В. Канторович и Е. М. Левинсон разработали теории операций над множествами. И. П. Натансону принадлежит много интересных результатов по конструктивной теории функций. Из работ казанских ученых по теории функций действительного переменного можно указать на работы Б. М. Гагаева по изучению функций, входящих в классификации Бера, и на работы Б. М. Гагаева и его учеников по изучению ортогональных систем, производные которых также ортогональны. По ортогональным системам работа велась и в других городах: в Москве (Д. Е. Меньшов занимался изучением сходимости и расходимости ортогональных рядов, Н. К. Бари — изучением полноты ортогональных систем), в Харькове (Я. Л. Геронимусу принадлежит большое число интересных работ по ортогональным многочленам, ведущих свое начало от работ С. Н. Бернштейна).

В теории функций комплексного переменного большую известность получили исследования И. И. Привалова интеграла Коши и работы по теории субгармонических функций. Большое теоретическое и практическое значение имели работы Н. И. Мусхелишвили по приложению аналитических функций к теории упругости, исследования Ф. Д. Гахова и ряда тбилисских математиков по краевым задачам теории аналитических функций, а также работы казанских математиков и механиков М. Т. Нужина и Г. Г. Тумашева по теории обратных

краевых задач с их приложениями к аэро и гидродинамике.

В Москве П. С. Урысоном и П. С. Александровым была основана, получившая широкую известность, топологическая школа, первыми работами которой были работы ее основателей по теории размерности. Из достижений этой школы в первую очередь следует отметить развитую П. С. Александровым и А. Г. Курошем теорию спектров, позволившую объединить комбинаторную и теоретико-множественные топологии, построение Л. С. Понтрягиным теории "характеров" и обобщение им же "принципа двойственности" Александера. Из достижений более позднего периода можно указать на нахождение Ю. М. Смирновым необходимых и достаточных условий метризуемости топологических пространств, обобщающих результаты П. С. Урысона. Весьма значительны также достижения советской математики в области функционального анализа. Если до Великой Отечественной войны в функциональном анализе ведущую роль играли польские математики во главе с С. Банахом, то в настоящее время советские. Центрами научных работ в области функционального анализа являются Ленинград, Москва, Одесса, Воронеж. В Ленинграде велась работа главным образом по приложениям функционального анализа к прикладной математике. Здесь особо следует отметить разработку Л. В. Канторовичем и его учениками теории полуупорядоченных пространств. В Москве в области функционального анализа работает большая группа математиков во главе с Л. А. Люстерником и И. М. Гельфандом. Работы московских математиков охватывают различные отрасли функционального анализа. Из них можно указать на разработку теории колец с индукцией, а также на работы по

представлению групп Ли. Одесские математики во главе с М. Г. Крейном разрабатывали вопросы приложения функционального анализа к линейным дифференциальным и интегральным уравнениям. Воронежская школа функционального анализа является ответвлением Одесской школы. Ее представители во главе с М. А. Красносельским занимаются нелинейным функциональным анализом и приложениями его к нелинейным дифференциальным и интегральным уравнениям. Следует также отметить разработку теории пространств Орлича М. А. Красносельским и Я. Б. Рутицким. Развитая французским математиком Л. Шварцем теория обобщения функций, начало которой исходит из работ С. Л. Соболева, получила дальнейшее развитие в работах И. М. Гельфанда и Г. Е. Шилова. Теория информации, начало которой было положено американским ученым К. Шэноном, развита в работах советских математиков. Она получила неожиданное применение к решению А. Н. Колмогоровым тринадцатой проблемы Гильберта о представлении непрерывных функций нескольких переменных с помощью суперпозиции функций, зависящих от меньшего числа переменных.

В области дифференциальных уравнений с частными производными И. Г. Петровским был получен ряд фундаментальных результатов в области общей теории уравнений в частных производных. В. И. Смирновым и С. Л. Соболевым был разработан метод функционально-инвариантных решений. М. А. Лаврентьев и М. В. Келдыш изучили устойчивость решения проблемы Дирихле для уравнения Лапласа при изменении формы области, в которой определено это решение. М. В. Келдыш положил начало теоретическому обоснованию метода Бубнова приближенного решения дифференциальных уравнений. Методы функционального анализа оказались весьма ценными для изучения и решения уравнений в частных производных. Интересные результаты были получены Г. Е. Шиловым и его учениками по приложению теории обобщенных функций к решению линейных

уравнений в частных производных.

Значительны достижения советских математиков по математической логике. Первые работы русских математиков в этой области относятся к 80-м годам прошлого столетия. Они принадлежат казанскому математику и астроному П. С. Порецкому. Из работ послереволюционного периода наиболее крупные работы по математической логике принадлежат А. Н. Колмогорову, П. С. Новикову. А. Н. Колмогоров исследовал закон исключенного третьего. В этом изучении его предшественником является одесский математик С. О. Шатуновский. А. Н. Колмогоровым было также построено исчисление проблем. П. С. Новикову принадлежит пропозициональное исчисление, имеющее различные приложения. А. А. Марковым разработана теория нормальных алгорифмов. Наиболее крупный результат по математической логике был получен в последние годы П. С. Новиковым, доказавшим существование групп с конечным образующих и конечным числом определяющих соотношений, для жоторых невозможен алгорифм распознавания тождеств слов. Эти результаты принадлежат к наиболее принципиально важным достижениям математики 20 века. За работу, содержащую этот результат, П. С. Новикову была присуждена в 1957 г. Ленинская премия. Работы по математической логике, несмотря на их абстрактность, имеют практические приложения к теории электрических сетей и электронных счетных машин.

Машинная математика достигла за последние годы крупных успехов в Советском Союзе. Еще до Великой Октябрьской социалистической революции крупнейшие математики занимались конструктированием

счетных машин. П. Л. Чебышевым был сконструирован первый арифмометр, автоматически производящий все четыре арифметических действия. А. Н. Крыловым была сконструирована машина для решения дифференциальных уравнений любого порядка. Из достижений последнего времени особо следует отметить построение первой советской электронной счетной машины под руководством С. А. Лебедева. Машинная математика вызвала развитие новой математической отрасли — программирования, в которой следует указать

на работы А. А. Ляпунова и Л. В. Канторовича.

Большую роль в развитии математики сыграло создание специализированных издательств, увеличение числа научных журналов, посвященных математике и ее приложениям. Кроме продолжающего выходить в увеличенном объеме "Математического сборника", издаются: математическая серия "Известий Академии наук СССР", "Украинский математический журнал", "Прикладная математика и механика". В последнее время начали выходить журналы, посвященные отдельным математическим исследованиям. Таковы "Теория вероятностей и ее приложения, издаваемые Академией наук СССР, "Труды семинара по функциональному анализу", издаваемые Воронежским университетом. Особо следует отметить реферативный журнал "Математика" и "Успехи математических наук". Эти журналы помогают читателям быть в курсе современной науки, чему содействуют также сборники переводов из иностранной периодической литературы. Математические работы печатаются также и в трудах различных высших учебных заведений и научно-исследовательских, учреждений. Развитию математики несомненно будет содействовать и начинающая выходить математическая серия "Известий высших учебных заведений Министерства высшего образования СССР".

Без работ советских математиков были бы невозможны такие выдающиеся достижения советской техники, как использование атомной энергии, создание межконтинентальной ракеты и искусственных спутников Земли. Достижения советской математики наравне с достижениями некоторых других наук получили высокую оценку

в докладе Н. С. Хрущева на ХХ-ом съезде КПСС.

— Наше продвижение вперед, — сказал товарищ Н. С. Хрущев на юбилейной сессии Верховного Совета СССР 6 ноября 1957 года, — будет тем быстрее, чем выше будет уровень развития науки и техники, чем теснее они будут связаны с жизнью, с практикой коммунистического строительства.

Б. М. Гагаев.