5. Provar a igualdade  $\overline{f\cdot(g\times h)}=\overline{\operatorname{ap}\cdot(id\times h)}\cdot\overline{f}\cdot g$  usando as leis das exponenciais e dos produtos.

## Resolução (guidelines/milestones)

Queremos provar a igualdade  $\overline{f.\left(g \times h\right)} = \overline{ap.\left(id \times h\right)}.$   $\overline{f}.$  g

$$\overline{f.\left( g imes h
ight) }$$

{ ... }

M1. 
$$\overline{f.(id imes h)}.g$$

{ ... }

M2. 
$$\overline{ap.\,(id imes h).\,(\overline{f} imes id)}.\,g$$

{ ... }

$$\overline{ap.(id \times h)}.\overline{f}.g$$

## Resolução

Queremos provar a igualdade  $\overline{f.\left(g \times h\right)} = \overline{ap.\left(id \times h\right)}.\,\overline{f}.\,g$ 

$$\overline{f.(g \times h)}$$

{ natural-id, lei (1) }

$$\overline{f.(q \times h).id}$$

{ functor-id- $\times$ , lei (15) }

$$\overline{f.\left(g imes h
ight).\left(id imes id
ight)}$$

{ functor- $\times$ , lei (14) }

$$f.\left( \left( g.\,id
ight) imes \left( h.\,id
ight) 
ight)$$

 $\{ natural-id, lei (1) \}$ 

$$f.\left(\left(id.\,g
ight) imes\left(h.\,id
ight)
ight)$$

{ functor- $\times$ , lei (14) }

$$\overline{f.\left((id imes h).\left(g imes id
ight)
ight)}$$

{ assoc-comp, lei (2) }

$$\overline{(f.(id \times h)).(g \times id)}$$

{ fusão-exp, lei (38) }

M1. 
$$\overline{f.(id imes h)}$$
 .  $g$ 

{ 
$$f=ap.\,(\overline{f} imes id)$$
, cancelamento-exp, lei (36) }

$$\overline{ap.\,(\overline{f} imes id).\,(id imes h)}$$
 .  $g$ 

{ functor- $\times$ , lei (14) }

$$ap.\,(\overline{f}.\,id) imes(id.\,h)\,.\,g$$

{ natural-id, **lei (1)** }

$$ap.\,(id.\,\overline{f}) imes(h.\,id)\,.\,g$$

{ functor- $\times$ , lei (14) }

M2. 
$$\overline{ap.\,(id imes h).\,(\overline{f} imes id)}$$
 .  $g$ 

{ fusão-exp, **lei (38)** }

$$\overline{ap.\,(id imes h)}.\,\overline{f}.\,g$$