

5. Considere a função

$$\alpha = [\langle \text{False}, id \rangle, \langle \text{True}, id \rangle]$$

Determine o tipo de α e mostre, usando a propriedade *universal+*, que α se pode escrever em Haskell da forma seguinte:

$$\alpha (i_1 a) = (\text{False}, a)$$

$$\alpha (i_2 a) = (\text{True}, a)$$

Resolução

```
In [1]: alpha = either (split (const False) id) (split (const True) id)
         where split f g x = (f x, g x)
```

```
In [2]: -- type checking

:t alpha
```

alpha :: forall b. Either b b -> (Bool, b)

$$\alpha = [< \backslash \text{const False}, id >, < \backslash \text{const True}, id >]$$

Partindo da propriedade *universal+* e fazendo $k = \alpha$ temos:

$$\alpha \cdot i_1 = < \backslash \text{const False}, id > \quad (1)$$

$$\alpha \cdot i_2 = < \backslash \text{const True}, id > \quad (2)$$

{ igualdade extensional (pointwise), lei (71) }

$$(\alpha \cdot i_1) a = < \backslash \text{const False}, id > a \quad (3)$$

$$(\alpha \cdot i_2) a = < \backslash \text{const True}, id > a \quad (4)$$

{ def-comp, lei (72); def-split, lei(76) }

$$\alpha (i_1 a) = (\backslash \text{const False } a, id a) \quad (5)$$

$$\alpha (i_2 a) = (\backslash \text{const True } a, id a) \quad (6)$$

{ natural-id, lei (1); natural-const, lei(3) }

$$\alpha (i_1 a) = (\text{False}, a) \quad (7)$$

$$\alpha (i_2 a) = (\text{True}, a) \quad (8)$$