3. Sabendo que uma dada função xr satisfaz a propriedade

$$\mathsf{xr} \cdot \langle \langle f, g \rangle, h \rangle = \langle \langle f, h \rangle, g \rangle \quad \text{(F2)}$$

para todo o f, g e h, derivar de (F2) a definição de xr:

$$\mathsf{xr} = \langle \pi_1 \times id, \pi_2 \cdot \pi_1 \rangle \quad \text{(F3)}$$

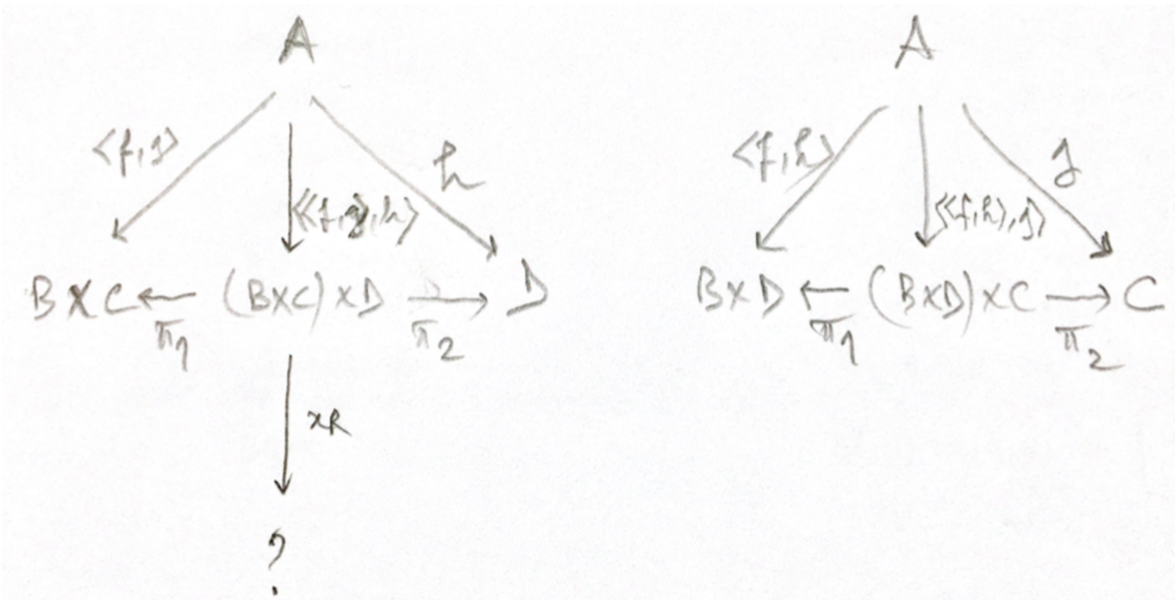
Resolução

Pela definição de **split** sabemos que as funções f, g e h partilham o domínio. Consideremos então:

- $A \overset{f}{\rightarrow} B$
- $A \overset{g}{\rightarrow} C$
- $A \overset{h}{\rightarrow} D$

Vamos então começar por desenhar os diagrama que testemunham a equação

$xr\ .\ << f,g >,h > \ = \ << f,h >,g >$



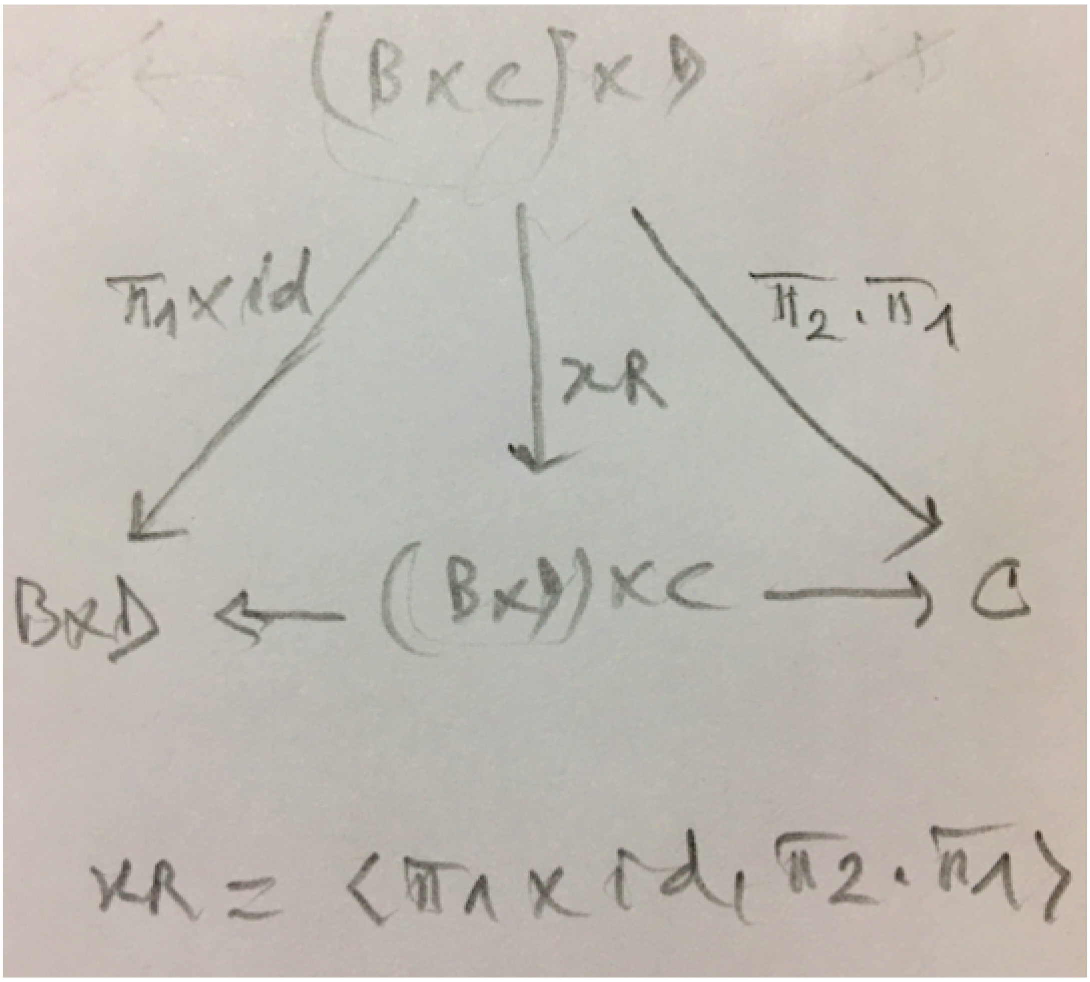
Sendo ambas as funções iguais, xr e $<< f,h >,g >$ terão de partilhar o codomínio, ou seja

- $? = \ (B \times D) \times C$

pelo que se conclui que

- $(B \times C) \times D \overset{xr}{\longrightarrow} (B \times D) \times C$

A função xr corresponde assim a um **split** conforme ilustrado no diagrama abaixo.



Haskell

In [1]:

```
p1 = fst
p2 = snd
split f g x = (f x, g x)
f >< g = split (f . p1) (g . p2)

-- type checking

:t split (p1 >< id) (p2 . p1)
```

split (p1 >< id) (p2 . p1) :: forall a b1 b2. ((a, b1), b2) -> ((a, b2), b1)