Universidade Veiga de Almeida

Curso: Básico das engenharias

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I

Professora: Adriana Nogueira

6^a Lista de Exercícios

Exercício 1: Seja $y = f(x)$ definida implicitamente pela equação

$$sec^2(x+y) - cos^2(x-y) = \frac{3}{2}$$

Calcule $f'(\frac{\pi}{4})$ sabendo que $f(\frac{\pi}{4}) = 0$.

Exercício 2: Seja $f(x)$ dada implicitamente pela equação

$$x^2 - 2xy + 2y^2 = 1$$

Encontre o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico de $f(x)$ no ponto $(1,1)$.

Exercício 3: Determine a expressão de $\frac{dy}{dx}$ em termos de x e y, onde $y = f(x)$ é uma função diferenciável dada implicitamente por:

(a) $xy^2 + 2y = 3$

(b) $x^2 + y^2 + 2y = 0$

(c) $2y + seny = x$

(d) $xarctgy + y^2 = 4$

Exercício 4: Um ponto P move-se ao longo do gráfico de $y = \frac{1}{x^2+1}$ de tal modo que sua abscissa x varia a uma velocidade constante de $5m/s$.Determine a velocidade de y no instante em que $x = 10m$.

Exercício 5: Pela ruptura de um tanque, uma mancha de óleo espalha-se em forma de um círculo cuja área cresce a uma taxa constante de $6mi^2/h$. Determine com que rapidez está variando o raio da mancha crescente quando a área for de $9mi^2$.

Exercício 6: Uma pedra lançada numa lagoa provoca uma série de ondulações concêntricas. Se o raio r da onda exterior cresce uniformente à taxa de $1,8m/s$, determine a taxa com que a área de água perturbada está crescendo quando:
(a) $r = 3m$;
(b) $r = 6m$.

Exercício 7: Se uma bolinha de naftalina evapora a uma taxa proporcional à área de sua superfície, mostre que seu raio decresce a uma taxa constante.

Exercício 8: Uma lâmpada está no topo de um poste de 16 pés de altura. Um rapaz de 5 pés de altura afasta-se do poste à razão de 4 pés/s. Determine a que taxa se move a ponta de sua sombra quando ele está a 18 pés do poste e a que taxa aumenta o comprimento de sua sombra nesse momento.

Exercício 9: Quando duas resistências elétricas R_1 e R_2 são ligadas em paralelo, a resistência total R é dada por $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$. Se R_1 e R_2 aumentam a taxas de $0,01ohms/s$ e $0,02ohms/s$, respectivamente, determine a taxa de variação de R no instante em que $R_1 = 30ohms$ e $R_2 = 90ohms$.

RESPOSTAS:

1) $y' = -5/3$ 2) $y' = 0$

3) a) $y' = \frac{-y^2}{2xy+2}$ b) $y' = \frac{-x}{y+1}$ c) $y' = \frac{1}{2+cosy}$ d) $y' = \frac{-(1+y^2)arctgy}{x+2y+2y^3}$

4) $\dfrac{dy}{dt}|_{x=10m} = \dfrac{-100}{(101)^2}m/s.$

5) $\dfrac{dr}{dt}|_{A=9mi^2} = \dfrac{1}{\sqrt{\pi}}mi/h.$

6) (a) $\dfrac{dA}{dt}|_{r=3m} = 10,8\pi m^2/s;$ (b) $\dfrac{dA}{dt}|_{r=6m} = 21,6\pi m^2/s.$

7) $\dfrac{dP}{dt} = \dfrac{64}{11}pés/s;$ $\dfrac{dL}{dt} = \dfrac{20}{11}pés/s.$

8) $\dfrac{dR}{dt} = \dfrac{11}{1600}ohms/s.$

9) $\dfrac{dr}{dt}|_{t=2s} = 15,77m/s.$