

### LISTA DE EXERCÍCIOS 3 - DETERMINANTES

1. Calcule os determinantes:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 7 & 4 \\ 3 & -1 & 9 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & 5 \\ 4 & 5 & -1 \end{vmatrix}$$

$$d) \begin{vmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Encontre o valor de  $x$  ( $x \in \mathbb{Z}$ ) que resolve as equações:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & x & x \\ 1 & x & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$b) \begin{vmatrix} 1 & x & x \\ 1 & 1 & x \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & x \\ 3 & 3 & 3 \\ 5 & x & 5 \end{vmatrix} = 0$$

$$d) \begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 3x & 0 & 1 \\ 7x & 2 & 1 \end{vmatrix} = 100$$

$$e) \begin{vmatrix} x-2 & x+3 & x-1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 60$$

$$f) \begin{vmatrix} 2 & x-2 & 1 \\ 1 & x+3 & 4 \\ 3 & x+1 & 5 \end{vmatrix} = 56$$

$$g) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ x & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & x \end{vmatrix} = 48$$

3. Calcule os determinantes:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 4 & -2 & 1 \\ 5 & 0 & -8 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 6 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$b) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 6 & 7 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 10 \end{vmatrix}$$

$$c) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 0 & 2 \end{vmatrix}$$

4. Mostre que:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b) \quad (\text{determinante de Vandermonde})$$

5. Calcule o determinante da matriz  $P^2$ , onde:

$$P = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1 & 1 \\ \sqrt{2} & 1 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

6. Dada a matriz:  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ , calcule:

a) os cofatores dos elementos da 3ª linha ( $C_{31}$ ,  $C_{32}$ ,  $C_{33}$ )

b) o valor da expressão:  $a_{31} C_{31} + a_{32} C_{32} + a_{33} C_{33}$

c) usando SARRUS, encontre o  $\det(A)$ .

7. Mostre que o valor do determinante:  $\begin{vmatrix} a & b & 0 & 0 \\ a & 0 & c & 0 \\ a & 0 & 0 & d \\ 0 & b & c & d \end{vmatrix}$  é  $3abcd$

8. Usando a regra de Cramer, encontre a **solução dos sistemas**:

$$a) \begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ x + 3y + z = 11 \\ 2x + y + 6z = 6 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 4y + 5z = 3 \\ 3x + 5y + 6z = 4 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + y + 3z = 2 \\ 3x - z = -9 \\ 3y + 2z = -9 \end{cases}$$

RESPOSTAS:

1. a) 61; b) -12; c) 169 d) 140 2. a) 1 ou 4; b) 1; c) 1 ou 5 d) 5 e) 10 f) 8 g) 3

3. a) -410; b) 250; c) -24 5. 64 6. a) 2, 2 e 1; b) 5 c) 5 8. a) -2, 4, 1; b) 1, -1, 1; c) -2, -5, 3

#### LISTA DE EXERCÍCIOS 4 - SISTEMAS

1. Aplicando o método do Escalonamento, resolva os sistemas:

$$a) \begin{cases} x + y + z = -2 \\ 2x + 4y + 5z = 8 \\ -x + 9y + 8z = 50 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ x - 3y + 4z = 2 \\ 2x - y + 5z = 6 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + y - z = 4 \\ 2x - y + z = -1 \\ 4x + y - z = 10 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -x + y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 0 \\ x - 4y + 10z = 6 \\ 2x + 7y - 5z = 2 \end{cases}$$

2. Aplicando o método da Matriz Inversa, resolva os sistemas:

$$a) \begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 3x + 5y = 1 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 3y = 5 \\ 2x + 5y - z = 9 \\ y + 2z = 1 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ 2x + 5y - 4z = 3 \\ 3x + 7y - 5z = 7 \end{cases}$$

3. Usando o método da Matriz Inversa, encontre os valores de  $x$ ,  $y$  e  $z$ :

$$\begin{cases} -2x + 3y - z = b_1 \\ x - 3y + z = b_2 \\ -x + 2y - z = b_3 \end{cases}$$

a) para  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 6$  e  $b_3 = 0$

b) para  $b_1 = 2$ ,  $b_2 = -8$  e  $b_3 = 9$

c) para  $b_1 = -4$ ,  $b_2 = -3$  e  $b_3 = -2$

4. Classifique os sistemas e, se possível, resolva:

$$a) \begin{cases} 2x + 3y - 2z = 2 \\ x - 2y - 7z = -24 \\ 3x - 5y + 4z = 5 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y + 3z = 10 \\ 3x + 4y + 6z = 23 \\ 3x + 2y + 3z = 10 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 4x + 8y + 12z = 24 \\ x - z = 0 \\ -5x - 8y - 11z = -24 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x + 3y + 4z = 8 \\ 2x + 8y + 13z = 23 \\ x + 7y + 14z = 20 \end{cases}$$

#### Respostas:

1. a) -7, 3, 2;

b) 1, 1, 1;

c)  $\emptyset$ ;

d) 0, 1, 1

2. a)  $x = -1$ ,  $y = 2$

b)  $x = -3$ ,  $y = 2$

c)  $x = 2$ ,  $y = 1$ ,  $z = 0$

d)  $x = 2$ ,  $y = 3$ ,  $z = 4$

3. a) -7, -6, -5

b) 6, -1, -17

c) 7, 5, 5

4. a) SPD (1, 2 e 3)

b) SI

c) SPI  $(\alpha, 3 - 2\alpha, \alpha)$

d) SI