Universidade Veiga de Almeida

Curso: Básico das Engenharias

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I

Professora: Adriana Nogueira

Propriedades de Limites

Suponha que $\lim_{x \to a} f(x) = L$ e $\lim_{x \to a} g(x) = M$. Vale que:

(a) $\lim_{x \to a} kf(x) = kL$, para qualquer $k \in R$

(b) $\lim_{x \to a} f(x) + g(x) = L + M$

(c) $\lim_{x \to a} f(x) - g(x) = L - M$

(d) $\lim_{x \to a} f(x).g(x) = L.M$

(e) $\lim_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$, se $M \neq 0$

(f) $\lim_{x \to a} [f(x)]^n = L^n$

(g) $\lim_{x \to a} \sqrt{f(x)} = \sqrt[n]{L}$, observando que $L > 0$ no caso em que n é par.

♡ As propriedades acima valem para limites laterais.

Propriedades de limites no infinito

(1) $\lim_{x \to \infty} k = k$

(2) $\lim_{x \to \infty} \dfrac{1}{x} = 0$

♡♡ As propriedades (a) a (g) valem para limites no infinito.

Propriedades de limites infinitos

(1) $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x} = +\infty$

(2) $\lim_{x\to 0^-} \dfrac{1}{x} = -\infty$

(3) Suponha que $\lim_{x\to a} f(x) = c$ e $\lim_{x\to a} g(x) = 0$, com $c \neq 0$. Então:

(i) $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = +\infty$ caso $c > 0$ e $g(x) \to 0^+$, ou se $c < 0$ e $g(x) \to 0^-$;

(ii) $\lim_{x\to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = -\infty$ caso $c > 0$ e $g(x) \to 0^-$, ou se $c < 0$ e $g(x) \to 0^+$;

(4) Suponha que $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ e $\lim_{x\to a} g(x) = c$, com $c \neq 0$. Então:

(i) $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = +\infty$ caso $c > 0$;

(ii) $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = -\infty$ caso $c < 0$;

(5) Suponha que $\lim_{x\to a} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x\to a} g(x) = c$, com $c \neq 0$. Então:

(i) $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = -\infty$ caso $c > 0$;

(ii) $\lim_{x\to a} f(x)g(x) = +\infty$ caso $c < 0$;

(6) Suponha que $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$ e $\lim_{x\to a} g(x) = c$. Então:

$\lim_{x\to a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x\to a} f(x)$

$\heartsuit\heartsuit\heartsuit$ As propriedades listadas acima valem para limites laterais.