

Universidade Veiga deAlmeida

Curso: Básico das Engenharias

Disciplina: Cálculo Vetorial e Geometria Analítica

Professora: Adriana Nogueira

4<sup>a</sup> Lista de exercícios

**Exercício 1:** Dados os vetores  $\vec{u} = (0, 0, 2)$ ,  $\vec{v} = (-3, 1, 3)$ ,  $\vec{w} = (1, 1, 0)$ , calcule:

- (a)  $\vec{u} \times \vec{u}$ ;
- (b)  $\vec{u} \times \vec{v}$ ;
- (c)  $\vec{v} \times \vec{w}$ ;
- (d)  $(\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{v} \times \vec{u})$ ;
- (e)  $\vec{v} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})$ ;
- (f)  $(2\vec{v}) \times (3\vec{v})$ ;
- (g)  $(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v})$ .

**Exercício 2:** Calcule:

- (a)  $(5\vec{i}) \times (3\vec{i} + 4\vec{j})$
- (b)  $(2\vec{j} + \vec{k}) \times (8\vec{k})$
- (c)  $(4\vec{i} - 5\vec{j}) \times (3\vec{j})$
- (d)  $(5\vec{k} - 3\vec{j}) \times (8\vec{j})$

**Exercício 3:** Dados os pontos  $A = (1, 2, 0)$ ,  $B = (-1, -2, 3)$  e  $C = (2, -1, 1)$ , determine o ponto  $D$  para que se tenha  $\vec{AD} = \vec{BC} \times \vec{AC}$ .

**Exercício 4:** Sabendo que  $|\vec{u}| = 1$ ,  $|\vec{v}| = 7$  e o ângulo entre os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  é  $\theta = \frac{\pi}{6}$  calcule:

(a)  $|\vec{u} \times \vec{v}|$ ;

(b)  $|\frac{1}{3}\vec{u} \times \frac{3}{4}\vec{v}|$

**Exercício 5:** Calcule a área do paralelogramo formado pelos vetores  $\vec{u} = (1, 1, -1)$  e  $\vec{v} = (2, 1, 4)$ .

**Exercício 6:** Calcule a área do triângulo formado pelos vetores  $\vec{u} = (0, 1, 3)$  e  $\vec{v} = (-1, 1, 0)$ .

**Exercício 7:** Ache um vetor ortogonal a:

(a)  $\vec{u} = (1, 1, -1)$  e  $\vec{v} = (0, 1, 3)$ ;

(b)  $\vec{u} = (1, 1, -1)$  e  $\vec{v} = (0, 1, 3)$  e unitário;

(c)  $\vec{u} = (1, 1, -1)$  e  $\vec{v} = (0, 1, 3)$  com módulo 3.

**Exercício 8:** Calcule a área do paralelogramo  $ABCD$  sabendo-se que os vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$  são dados por  $A = (1, 3, 1)$ ,  $B = (2, 0, 3)$  e  $C = (0, 1, -1)$ .

**Exercício 9:** Calcule a área do triângulo  $ABC$  sabendo-se que os vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$  são dados por  $A = (1, 1, 2)$ ,  $B = (2, 1, 5)$  e  $C = (2, 3, 2)$ .

**Exercício 10:** Dados os vetores  $\vec{u} = (2, 1, 2)$ ,  $\vec{v} = (3, 2, 6)$ , calcule:

(a)  $|\vec{u}|$  e  $|\vec{v}|$ ;

(b) A área do paralelogramo formado pelos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ ;

(c) A altura do paralelogramo formado pelos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  relativa a base formada por  $\vec{u}$ ;

(d) A área do triângulo formado pelos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ ;

(e) A altura do triângulo formado pelos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$  relativa a base formada por  $\vec{v}$ .

**Exercício 11:** Calcule:

(a)  $\langle \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \rangle$ ;

(b)  $\langle 2\vec{i}, \vec{j}, 5\vec{k} \rangle$ ;

(c)  $\langle 3\vec{i}, 6\vec{j} + 3\vec{k}, 2\vec{k} \rangle$

**Exercício 12:** Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores  $\vec{u} = (3, -1, 4)$ ,  $\vec{v} = (2, 0, 1)$  e  $\vec{w} = (-2, 1, 5)$ .

**Exercício 13:** Dados os vetores  $\vec{u} = (-1, 1, 0)$ ,  $\vec{v} = (1, 2, 1)$  e  $\vec{w} = (0, 1, 5)$ , calcule:

(a) Calcule o volume do paralelepípedo determinado pelos vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$ ;

(b) Calcule a altura do paralelepípedo determinado pelos vetores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  e  $\vec{w}$  relativa à base constituída pelos vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{v}$ .

## RESPOSTAS

**Exercício 1:**

(a)  $\vec{u} \times \vec{u} = \vec{0}$ ;

(b)  $\vec{u} \times \vec{v} = (-2, -6, 0)$ ;

(c)  $\vec{v} \times \vec{w} = (-3, 3, -4)$ ;

(d)  $(\vec{u} \times \vec{v}) + (\vec{v} \times \vec{u}) = \vec{0}$ ;

(e)  $\vec{v} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$ ;

(f)  $(2\vec{v}) \times (3\vec{v}) = \vec{0}$ ;

(g)  $(\vec{u} - \vec{v}) \times (\vec{u} + \vec{v}) = (-4, -12, 0)$ .

**Exercício 2:** (a)  $20 \vec{k}$       (b)  $16 \vec{i}$       (c)  $12 \vec{k}$       (d)  $-40 \vec{i}$

**Exercício 3:**  $D = (-4, -3, -10)$

**Exercício 4:** (a)  $|\vec{u} \times \vec{v}| = \frac{7}{2}$ ;    (b)  $|\frac{1}{3} \vec{u} \times \frac{3}{4} \vec{v}| = \frac{7}{8}$

**Exercício 5:**  $A = \sqrt{62}$ .

**Exercício 6:**  $A = \frac{\sqrt{19}}{2}$ .

**Exercício 7:**

(a)  $\vec{w} = (4, -3, 1)$ ;    (b)  $\vec{w} = (\frac{2\sqrt{26}}{13}, \frac{-3\sqrt{26}}{26}, \frac{\sqrt{26}}{26})$ ;    (c)  $\vec{w} = (\frac{6\sqrt{26}}{13}, \frac{-9\sqrt{26}}{26}, \frac{3\sqrt{26}}{26})$ .

**Exercício 8:**  $A = 5\sqrt{5}$

**Exercício 9:**  $A = \frac{7}{2}$

**Exercício 10:**

(a)  $|\vec{u}| = 3$  e  $|\vec{v}| = 7$ ;

(b)  $A = \sqrt{41}$ ;

(c)  $h = \frac{\sqrt{41}}{3}$ ;

(d)  $A = \frac{\sqrt{41}}{2}$ ;

(e)  $h = \frac{\sqrt{41}}{7}$ .

**Exercício 11:**

(a)  $\langle \vec{i}, \vec{j}, \vec{k} \rangle = 1$ ;

(b)  $\langle 2\vec{i}, \vec{j}, 5\vec{k} \rangle = 10$ ;

(c)  $\langle 3\vec{i}, 6\vec{j} + 3\vec{k}, 2\vec{k} \rangle = 36$

**Exercício 12:**  $V = 17$ .

**Exercício 13:** (a)  $V = 14$       (b)  $h = \frac{14\sqrt{11}}{11}$