Universidade Veiga de Almeida

Curso: Básico das engenharias

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I

Professora: Adriana Nogueira

1^a **Lista de Exercícios**

Exercício 1: Calcule, caso existam, os limites dados abaixo:

(a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - x}{2x^2 + 5x - 7}$ (b) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{3x^2 - 13x - 10}{2x^2 - 7x - 15}$ (c) $\lim\limits_{k \to 4} \dfrac{k^2 - 16}{\sqrt{k} - 2}$

(d) $\lim\limits_{h \to -2} \dfrac{h^3 + 8}{h + 2}$ (e) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x - 2}{x^3 - 8}$ (f) $\lim\limits_{x \to 1} (\dfrac{x^4}{x^2 - 1} - \dfrac{1}{x^2 - 1})$

(g) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{4 - \sqrt{16 + h}}{h}$ (h) $\lim\limits_{x \to 9} \dfrac{x^2 - 81}{3 - \sqrt{x}}$ (i) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3 - \sqrt{9 - x}}{2x}$

(j) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{1 - x}{2 - \sqrt{x^2 + 3}}$ (k) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x + 3} + \sqrt{x + 5} - \sqrt{5} - \sqrt{3}}{x}$

(l) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt[5]{x + 5} - \sqrt[5]{5}}{x}$ (m) $\lim\limits_{x \to -2} \dfrac{\sqrt[3]{x - 6} + 2}{x^3 + 8}$ (n) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(1 + x)^5 - (1 + 5x)}{x^5 + x^2}$

Exercício 2: Determine k para que se tenha a identidade abaixo:

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 + 2kx - 1 - 2k}{x - 1} = 4$$

Exercício 3: Suponha que $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x)}{x} = 5$. Calcule:

(a) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(4x)}{x}$ (b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(x^2)}{x}$ (c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{f(x^2 - 1)}{x - 1}$ (d) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(2x)}{9x}$.

Exercício 4: Seja $f(x) = \begin{cases} x^3 - 4, & \text{se} \quad x \leq 1 \\ 2x - 5 & \text{se} \quad x > 1 \end{cases}$. Calcule, caso exista, $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$. A função $f(x)$ é contínua em $x = 1$?

Exercício 5: Considere $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 5x + 3, & \text{se} \quad x \leq -1 \\ x^2 + 3x + a & \text{se} \quad x > -1 \end{cases}$. Determine o valor de a para que $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ exista.

Exercício 6: Considere a função $f(x) = \begin{cases} 2x^2+5, & \text{se} \quad x<0 \\ 7, & \text{se} \quad x=0 \\ 3x^2+5x+5, & \text{se} \quad x>0 \end{cases}$.

Calcule, se possível:

(a) $f(0)$

(b) $\lim_{x\to 0} f(x)$

Compare os resultados obtidos acima. A função $f(x)$ é contínua em $x=0$?

Exercício 7: Considere a função $f(x) = \begin{cases} 2x^2+x-8, & \text{se} \quad x<2 \\ 4, & \text{se} \quad x=2 \\ x^2+3x+1, & \text{se} \quad x>2 \end{cases}$.

Calcule os limites laterais $\lim_{x\to 2^-} f(x)$, $\lim_{x\to 2^+} f(x)$ e verifique se o limite $\lim_{x\to 2} f(x)$ existe. A função $f(x)$ é contínua em $x=2$?

RESPOSTAS:

1) (a) 1/9 (b) 17/13 (c) 32 (d) 12 (e) 1/12 (f) 2 (g) -1/8 (h) -108 (i) 1/12 (j) 2 (k) $\frac{\sqrt{5}}{10}+\frac{\sqrt{3}}{6}$ (l) $\sqrt[5]{5}/25$ (m) 1/144 (n) 10

2) $k=1$.

3) (a) 20 (b) 0 (c) 10 (d) 10/9.

4) $\lim_{x\to 1} f(x) = -3$, e a função $f(x)$ é contínua em $x=1$ pois $\lim_{x\to 1} f(x) = -3 = f(1)$.

5) $a=2$

6) (a) $f(0)=7$, (b) $\lim_{x\to 0} f(x) = 5$. O limite de $f(x)$ quando x se aproxima de 0 não coincide com o valor da função no ponto $x=0$ e portanto a função $f(x)$ não é contínua em $x=0$.

7) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 2$, $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 11$. Como os limites laterais são distintos o $\lim_{x\to 2} f(x)$ não existe e portanto a função $f(x)$ não é contínua em $x=2$.