

LISTA DE EXERCÍCIOS 1 - MATRIZES

1. Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix}$
 Encontre: a) $A + B$ b) $A \cdot C$ c) $C \cdot D$ d) $D \cdot A$

2. Se A é uma matriz simétrica, então $A - A^T = \dots$

3. Se A é uma matriz diagonal, então A^T será ...

4. Encontre x , y , z e w se:

$$3 \times \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}$$

5. Calcule x , y , z e w tais que:

$$\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6. Sejam: $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}$

Sendo $A \cdot B = (C_{ij})$, encontre: C_{23} , C_{14} e C_{21}

7. Dados: $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{bmatrix}$ encontre: $A \cdot B$ e $B \cdot A$

8. Calcular A^2 e A^3 , sendo: a) $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

9. Seja: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, encontre A^n .

10. Seja: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$ encontre: $A \cdot A^T$ e $A^T \cdot A$.

11. Dados: $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & -5 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$, mostre que: $A \cdot B = A$ e $B \cdot A = B$

12. Sendo $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$, determine as matrizes: a) $X = A^2 - 2A + I_2$ b) $Y = A^{-2}$

13. Mostre que a matriz B é a inversa da matriz A .

a) $A = \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & -10 & -8 \\ -4 & 7 & 6 \\ 3 & -6 & -5 \end{bmatrix}$

14. Calcule x e y para que a matriz A seja a inversa de B .

a) $A = \begin{bmatrix} 9 & 5 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & x \\ y & 9 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} x & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ y & 3 \end{bmatrix}$

15. Sabendo que $A \cdot A^{-1} = I$, sendo A^{-1} a matriz inversa de A , calcule A^{-1} .

a) $A = \begin{bmatrix} 9 & 7 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ b) $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ c) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

LISTA DE EXERCÍCIOS 1 – MATRIZES (Cont.)

16. Calcular, por operações elementares, a matriz inversa de A.

$$\text{a) } A = \begin{bmatrix} 12 & 7 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{b) } A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{c) } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{d) } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{e) } A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 5 \\ 0 & 6 & 0 \\ 9 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{f) } A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix} \quad \text{g) } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{h) } A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

RESPOSTAS

$$1. \text{ a) } \begin{bmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{b) } \begin{bmatrix} 15 \\ -4 \end{bmatrix} \quad \text{c) } \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 4 & -2 \\ 8 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{d) } \begin{bmatrix} 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

2. Matriz Nula

3. Igual a A

4. $x = 2$, $y = 4$, $z = 1$, $w = 3$

5. $x = -4$, $y = 3$, $z = 3$, $w = -2$

6. $C_{23} = 6$, $C_{14} = 3$, $C_{21} = -11$

7. $A \cdot B = \begin{bmatrix} 6 & 1 & -3 \end{bmatrix}$; $B \cdot A = \text{impossível}$.

$$8. \text{ a) } A^2 = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} -14 & 7 \\ 21 & 14 \end{bmatrix} \quad \text{b) } A^2 = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 9 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 27 \end{bmatrix} \quad \text{c) } A^2 = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}, A^3 = \begin{bmatrix} 26 & 18 \\ 27 & -1 \end{bmatrix}$$

$$9. A^n = \begin{bmatrix} 1 & 2n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$10. A \cdot A^T = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 26 \end{bmatrix} \quad A^T \cdot A = \begin{bmatrix} 10 & -1 & 12 \\ -1 & 5 & -4 \\ 12 & -4 & 16 \end{bmatrix}$$

$$12. \text{ a) } A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, \quad A^{-2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$14. \text{ a) } x = -5, y = -7 \quad \text{b) } x = 3, y = -7$$

$$15. \text{ a) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -7 \\ -5 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{b) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{c) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$16. \text{ a) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -7 \\ -5 & 12 \end{bmatrix} \quad \text{b) } A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \quad \text{c) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{d) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{9} \\ 0 & \frac{1}{6} & 0 \\ \frac{1}{5} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{f) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4/11 & -8/11 & 3/11 \\ -6/11 & 1/11 & 1/11 \end{bmatrix}$$

$$\text{g) } A^{-1} = \begin{bmatrix} 8 & -1 & -3 \\ -5 & 1 & 2 \\ 10 & -1 & -4 \end{bmatrix} \quad \text{h) } A^{-1} = \begin{bmatrix} -5 & 4 & -3 \\ 10 & -7 & 6 \\ 8 & -6 & 5 \end{bmatrix}$$