

Universidade Veiga de Almeida

Curso: Básico das Engenharias

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral I

Professora: Adriana Nogueira

5ª Lista de Exercícios

Exercício 1: Sejam $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ e $g(x) = \sqrt{tgx}$. Calcule $(f \circ g)'(\frac{\pi}{4})$.

Exercício 2: Derive as funções dadas abaixo:

(a) $f(x) = \frac{(x^3 + 3x - 5)^3}{x^5 - 4x + 5}$

(b) $f(x) = \ln(3\cos x + 5tgx)$

(c) $f(x) = e^{4x^3 + \sin x}$

(d) $f(x) = x^3 \arctg(5x)$

(e) $f(x) = x^2 3^x$

(f) $f(x) = x^3 tg(x^2 \cos x) + x \ln x$

(g) $f(x) = e^{\sin x} \arcsen(x^2)$

Exercício 3: Seja $f(x)$ uma função diferenciável e $g(x)$ dada por $g(x) = f^2(\sin x)$. Sabendo que $f(0) = 3$ e $f'(0) = -5$, calcule $g'(\pi)$.

Exercício 4: Seja $f(x)$ uma função diferenciável tal que $f(0) = \frac{1}{2}$ e $f'(0) = 1$. Calcule $g'(0)$ onde $g(x) = (\cos x) f^2(tg \frac{x}{x^2 + 2})$.

Exercício 5: Seja $f(x)$ derivável e seja $g(x)$ dada por $g(x) = f(e^{2x})$. Supondo $f'(1) = 2$, calcule $g'(0)$.

Exercício 6: Seja $g(x)$ derivável tal que $g(1) = 2$ e $g'(1) = 3$. Calcule $f'(0)$, sendo $f(x)$ dada por $f(x) = e^x g(3x + 1)$.

Exercício 7: Seja $y = e^{2x}$. Verifique que $y'' - 4y = 0$.

Exercício 8: Seja $y = xe^{2x}$. Verifique que $y'' - 4y' + 4y = 0$.

Exercício 9: Seja $y = e^{-x}\cos 2x$. Verifique que $y'' + 2y' + 5y = 0$.

Exercício 10: Seja $f(x)$ uma função derivável em um intervalo aberto contendo 1 e tal que $f'(x) = x + [f(x)]^3$ neste intervalo. Sabendo que $f(1) = 1$, calcule $f''(1)$.

Exercício 11: Determine a derivada de segunda ordem de cada uma das funções dadas abaixo:

$$(a) f(x) = \ln(x^2 + 1) \quad (b) f(x) = xe^{-2x} \quad (c) f(x) = \frac{x^2}{x^2 + x + 1}$$

RESPOSTAS:

$$1) (f \circ g)'(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$2) a) f'(x) = \frac{3(x^3+3x-5)^2(3x^2+3)(x^5-4x+5) - (x^3+3x-5)^3(5x^4-4)}{(x^5-4x+5)^2}$$

$$b) f'(x) = \frac{-3\operatorname{sen}x + 5\sec^2x}{3\cos x + 5\operatorname{tg}x}$$

$$c) f'(x) = e^{(4x^3 + \operatorname{sen}x)}[12x^2 + \cos x]$$

$$d) f'(x) = 3x^2 \operatorname{arctg}(5x) + x^3 \frac{5}{1+25x^2}$$

$$e) f'(x) = (2x)(3^x) + (x^2)(3^x)\ln 3$$

$$f) f'(x) = 3x^2 \operatorname{tg}(x^2 \cos x) + x^3 [\sec^2(x^2 \cos x)][2x \cos x - x^2 \operatorname{sen}x] + \ln x + 1$$

$$g) f'(x) = [e^{\operatorname{sen}x}][\cos x][\operatorname{arcsen}(x^2)] + e^{\operatorname{sen}x} \frac{1}{\sqrt{1-x^4}}$$

$$3) g'(\pi) = 30 \quad 4) g'(0) = 1/2$$

$$5) g'(0) = 4 \quad 6) f'(0) = 11 \quad 10) 7$$

$$11) a) f''(x) = \frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2} \quad b) f''(x) = -4e^{-2x} + 4xe^{-2x} \quad c) f''(x) = \frac{-2x^3-6x^2+2}{(x^2+x+1)^3}$$