LISTA DE EXERCÍCIOS 5

1. Mostre que S = { (x , y) $\in \mathbb{R}^2$ / y = 2x } é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^2$, com as operações usuais de adição e multiplicação por escalar.

2. Mostre que S = { (x , y) $\in \mathbb{R}^2$ / y = x^2 } não é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^2$.

3. Verifique se os seguintes subconjuntos são subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^3$:

   a) S = { (x , y , z) $\in \mathbb{R}^3$ / x = 2y} (S) b) S = { (x , y , z) $\in \mathbb{R}^3$ / x^2 = y} (N)

   c) S = { (x , y , z) $\in \mathbb{R}^3$ / z = 3} (N) d) S = { (x , y , z) $\in \mathbb{R}^3$ / y = x + z} (S)

4. Mostre que os seguintes conjuntos de $\mathbb{R}^4$ são subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^4$.

   a) $\mathcal{W}$ = { (x , y , z , t) $\in \mathbb{R}^4$ / x + y = 0 e z – t = 0}

   b) $\mathcal{U}$ = { (x , y , z , t) $\in \mathbb{R}^4$ / 2x + y - t = 0 e z = 0}

5. Verifique se os subconjuntos abaixo são subespaços de $M_{2\times 2}$:

   a) $\mathcal{V}$ = { $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ com a , b , c , d $\in \mathbb{R}$ e b = c } (S)

   b) $\mathcal{W}$ = { $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ com a , b , c , d $\in \mathbb{R}$ e b = c + 1 } (N)

   c) $\mathcal{U}$ = { $\begin{bmatrix} a & a+b \\ a & b \end{bmatrix}$, a , b $\in \mathbb{R}$ } (S)

6. Verifique se são subespaços vetoriais de $\mathbb{R}^3$ os conjuntos abaixo:

   a) $\mathcal{V}$ = { (a , a , a) $\in \mathbb{R}^3$ / a $\in \mathbb{R}$ } (S)
   b) $\mathcal{W}$ = { (1 , a , b) / a , b $\in \mathbb{R}$ } (N)
   c) $\mathcal{U}$ = { (x , x + 3, 2x) / x $\in \mathbb{R}$ } (N)
   d) $\mathcal{T}$ = { (a , 2a , 3a) , a $\in \mathbb{R}$ } (S)

7. Escreva, se possível, o vetor v = (–2 , 1 , 0) como combinação linear dos vetores (1 , 2 , 0) e (0 , 1 , 0).
   (k_1 = –2 ; k_2 = 5)

8. Escreva, se possível, p(x) = x^2 + x – 1 como combinação linear de q(x) = x^2 – 2x e r(x) = $2x^2$ – 4/3.
   (k_1 = –1/2 ; k_2 = 3/4)

9. Dados os vetores: v_1 = (1 , 1 , 1) , v_2 = (0 , 2 , 3) e v_3 = (0 , 2 , –1), escreva, se possível, os vetores abaixo como combinação linear de v_1, v_2 e v_3.

   a) v = (3 , 5 , –2) (k_1 = 3 ; k_2 = –1 ; k_3 = 2)

   b) v = (–2, 6 , 6) (k_1 = –2 ; k_2 = 3 ; k_3 = 1)

   c) v = (0 , –12 , –6) (k_1 = 0 ; k_2 = –3 ; k_3 = –3)

10. Considere o subespaço de $\mathbb{R}^4$ S = [(1 , 1 , –2 , 4) , (1 , 1 , -1 , 2) , (1 , 4 , –4 , 8)]

   a) o vetor (2/3 , 1 , –1 , 2) pertence a S? (S) e (k_1 = 0 ; k_2 = 5/9 ; k_3 = 1/9)
   b) o vetor (0 , 0 , 1 , 1) pertence a S? (N)