LISTA DE EXERCÍCIOS 2 – MATRIZES

1. Se A é uma matriz triangular superior, então A^T é .... e A^2 é ....

2. Determine se são Verdadeiras ou Falsas as afirmativas:

   a) $(-A)^T = -(A^T)$

   b) se AB = O, então A=O ou B=O.

   c) se A e B são matrizes simétricas e de mesma ordem então AB = BA.

   d) se podemos efetuar o produto A · A, então A é uma matriz quadrada.

   e) se A · B = O, então B · A = O

3. Considere a função T(x) que associa a cada real x a matriz 2 x 2: $T(x) = \begin{bmatrix} cos\,x & -sen\,x \\ sen\,x & \cos x \end{bmatrix}$

   a) Calcule: T(a) · T(-a)

   b) Mostre que: T(a) · T(b) = T(a+b)

4. Se a matriz: $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ x^2 & 0 & 1-y \\ x & y-3 & 1 \end{bmatrix}$ é simétrica, calcule x e y.

5. Determine *x, y* e *z*, sabendo que A é uma matriz diagonal. $A = \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ z-1 & y & x^2-6x+9 \\ 0 & y-3 & z \end{bmatrix}$

6. Seja $M^{-1} = \begin{bmatrix} x & y \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ a matriz inversa da matriz $M = \begin{bmatrix} -1/13 & 3/13 \\ 5/13 & -2/13 \end{bmatrix}$. Obtenha x e y.

7. Se $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Calcule a matriz $\mathcal{X}$, tal que: $\frac{\mathcal{X}-A}{2} = \frac{B+\mathcal{X}}{3} + C$

8. Dadas as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, resolva o sistema: $\begin{cases} 2X + Y = 3A - B \\ X - 2y = 5A + 2B \end{cases}$

9. Seja A uma matriz quadrada de ordem *n*. Seja $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_rx^r$ um polinômio de grau *r*.
   O polinômio $p(A) = a_0 + a_1A + a_2A^2 + \ldots + a_rA^r$ é denominado POLINÔMIO MATRICIAL em A.
   Sendo $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ encontre a matriz *p(B)* para: (obs: $a_0 = a_0\,\mathrm{I}$)

   a) $p(x) = x - 2$ b) $p(x) = 2x^2 - x + 1$ c) $p(x) = x^3 - 2x + 4$

10. Sabendo que a matriz inversa $(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$, simplifique: $(A \cdot B)^{-1} \cdot (A \cdot C^{-1}) \cdot (D^{-1} \cdot C^{-1})^{-1} \cdot D^{-1}$

11. A tabela ao lado representa as notas obtidas em um curso de espanhol pelos alunos: Carlos, Anita e Marta em cada semestre do ano letivo.

	1º bim	*2º bim*	*3º bim*	*4º bim*
Carlos	7	8	6	8
Anita	4	5	5	7
Marta	9	7	9	10

Para calcular a nota final do ano, o professor deve fazer uma média ponderada usando como pesos, respectivamente, 1, 2, 3 e 4. Usando produto de matrizes, encontre a média de cada aluno, sabendo que a média será determinada pela fórmula:

$$M(a) = \frac{(1^{\underline{o}}bim)\cdot 1 + (2^{\underline{o}}bim)\cdot 2 + (3^{\underline{o}}bim)\cdot 3 + (4^{\underline{o}}bim)\cdot 4}{1+2+3+4} \quad ou:$$

$$M(a) = (1^{\underline{o}}bim)\cdot 0.1 + (2^{\underline{o}}bim)\cdot 0.2 + (3^{\underline{o}}bim)\cdot 0.3 + (4^{\underline{o}}bim)\cdot 0.4$$

Usando produto de matrizes, encontre a nota de cada aluno.

LISTA DE EXERCÍCIOS 2 – MATRIZES (Cont.)

12. A tabela ao lado mostra as notas obtidas pelos alunos A, B e C nas provas de Português, Matemática e Geografia, em um exame de vestibular. Se os pesos das provas são 7 (em Português), 6 (em Matemática) e 5 (em Geografia), qual é a multiplicação de matizes que permite determinar o total de pontos de cada aluno? Determine o total de cada um.

	Português	Matemática	Geografia
Aluno A	4	6	7
Aluno B	9	3	2
Aluno C	7	8	10

13. Uma montadora produz três modelos de veículos, A, B e C. Neles podem ser instalados dois tipos de *air bags*, D e E. A matriz [*air bag* modelo] mostra a quantidade de *air bags* instaladas:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{ccc} A & B & C \end{array} \\ \begin{array}{c} D \\ E \end{array} & \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix} \end{array}.$$

Numa determinada semana, foram produzidas as seguintes quantidades de veículos, dadas pela matriz [modelo-quantidade]: $\begin{array}{c} A \\ B \\ C \end{array}\begin{bmatrix} 300 \\ 500 \\ x \end{bmatrix}$. O produto da matriz [air bag modelo] pela matriz [modelo-quantidade] é: $\begin{bmatrix} 1600 \\ 3600 \end{bmatrix}$. Quantos veículos do modelo C foram montados na semana?

14. Um construtor tem contratos para construir 3 estilos de casa: moderno, clássico e colonial. A quantidade de material empregada em cada tipo de casa é dada pela matriz ao lado:

	Ferro	Madeira	Vidro	Tinta	Tijolo
Moderno	5	20	16	7	17
Clássico	7	18	12	9	21
Colonial	6	25	8	5	13

a) Se ele vai construir 5, 7 e 12 casas dos tipos Moderno, Clássico e Colonial, quantas unidades de cada material serão empregadas?
b) Suponha agora que os preços por unidade de cada material sejam respectivamente: 15, 8, 5, 1 e 10. Qual o custo unitário de cada casa?
c) Qual o custo total do material empregado?

RESPOSTAS

1. triangular inferior e triangular superior. 2. V – F – F – V – F 3. a) I_2

4. x = -1 e y = 2 5. 3, 3 e 1. 6. 2 e 3

7. $\begin{pmatrix} 28 & 1 \\ 23 & 3 \end{pmatrix}$ 8. X = $\begin{pmatrix} \frac{11}{5} & 0 \\ 0 & \frac{22}{5} \end{pmatrix}$ e Y = $\begin{pmatrix} \frac{-7}{5} & -2 \\ -2 & \frac{-19}{5} \end{pmatrix}$

9. a) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 20 & 7 \\ 14 & 6 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 39 & 13 \\ 26 & 13 \end{pmatrix}$

10. B^{-1} 11. 7.3 , 5.7 e 9.0 12. 99, 91 e 147 13. X = 200

14. a) 146, 526, 260, 158 e 388 b) 492, 528 e 465 c) R$ 11.736,00