

Prova 1

$$1. \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 0 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$D = A \cdot B^T + C$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B^T = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 0 & 4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 & 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 0 \\ (-1) \cdot 0 + 3 \cdot 2 & (-1) \cdot (-1) + 3 \cdot 1 & (-1) \cdot 2 + 3 \cdot 0 \\ 0 \cdot 0 + 4 \cdot 2 & 0 \cdot (-1) + 4 \cdot 1 & 0 \cdot 2 + 4 \cdot 0 \\ (-2) \cdot 0 + 1 \cdot 2 & (-2) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 & (-2) \cdot 2 + 1 \cdot 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & -2 \\ 8 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -4 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 6 & 4 & -2 \\ 8 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 3 & 6 & -1 \\ 8 & 5 & -1 \\ 5 & 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$2-a) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = L_1 - L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = L_2 - L_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$z = 3$$

$$y - z = 2 \Rightarrow y = 2 + 3 = 5$$

$$x - y = 1 \Rightarrow x = 1 + 5 = 6$$

$$3-a) A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -1 \\ 3 & 5 & 8 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\det A = 2 \cdot A_{14} + 0 \cdot A_{24} - 1 \cdot A_{34} + 0 \cdot A_{44}$$

$$A_{14} = (-1)^{1+4} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 5 & 8 \end{vmatrix} = (-1) \cdot ((3 \cdot 2 \cdot 8 + 1 \cdot 5 \cdot 3 + 4 \cdot 4 \cdot 5) - (4 \cdot 2 \cdot 3 + 3 \cdot 5 \cdot 5 + 1 \cdot 4 \cdot 8)) =$$

$$= (-1) \cdot ((48 + 15 + 80) - (24 + 75 + 32)) = (-1) \cdot (143 - 131) = (-1) \cdot 12 = -12$$

$$A_{34} = (-1)^{3+4} \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \\ 3 & 5 & 8 \end{vmatrix} = (-1)((2 \cdot 1 \cdot 8 + (-2) \cdot 4 \cdot 3 + 0 \cdot 3 \cdot 5) - (0 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 5 + (-2) \cdot 3 \cdot 8)) =$$

$$= (-1)(16 - 24 + 0 - (0 + 40 - 48)) = (-1)(-8 + 8) = 0$$

$$\det A = 2 \cdot (-12) = -24$$

$$b) \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_1 = L_1/2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 8 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = L_2 - 3L_1$$

$$L_3 = L_3 - 4L_1$$

$$L_4 = L_4 - 3L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & -3 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & -5 & 0 \\ 0 & 8 & 8 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = L_2/4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3/4 & 0 \\ 0 & 6 & 5 & -5 & 0 \\ 0 & 8 & 8 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$18/4 \quad 9/2 \quad -10$$

$$L_3 = L_3 - 6L_2$$

$$L_4 = L_4 - 8L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -3/4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$w = 0$$

$$z = 0$$

$$y = 0$$

$$x = 0$$

Não, ao resolver

o sistema chega-se

a uma

única solução
e é a nula.



$$4-a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 5 & 6 & -6 & -14 \\ 0 & 1 & 4 & a^2 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = L_2 - 5L_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & -4 & -16 & -24 \\ 0 & 1 & 4 & a^2 \end{bmatrix}$$

$$L_2 = L_2 / (-4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 4 & a^2 \end{bmatrix}$$

$$L_3 = L_3 - L_2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & a^2 - 6 \end{bmatrix}$$

$$a^2 - 6 \neq 0$$

$$a^2 \neq 6$$

$$a \neq \pm\sqrt{6}$$

$$b) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Considerando $z = t$

$$y + 4t = 6 \Rightarrow y = 6 - 4t$$

$$x + 2y + 2z = 2 \Rightarrow x = 2 - 2(6 - 4t) - 2t$$

$$x = 2 - 12 + 8t - 2t$$

$$x = 6t - 10$$