



**MODELAGEM
COMPUTACIONAL**
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Álgebra Linear

Apresentação

Camila Martins Saporetti
(camila.saporetti@iprj.uerj.br)

Objetivos

- Ao final da disciplina o(a) aluno(a) terá adquirido noções básicas sobre problemas lineares de dimensão finita.

Ementa

- Matrizes.
- Sistemas lineares.
- Espaços vetoriais.
- Transformações lineares.
- Formas canônicas elementares.
- Forma racional e de Jordan.
- Espaços com produto interno.
- Operadores sobre espaços com produto interno.
- Formas bilineares.

Bibliografia

- Boldrini, Costa, Ribeiro, Wetzler, Álgebra Linear, Editora Harper & Row do Brasil Ltda, São Paulo.
- K. Hoffman e R. Kunze, Álgebra Linear, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 1979;
- G.E. Shilov, "Linear Algebra", Dover, 1971; S. J. Leon, "Linear Algebra with Applications", Second Edition, MacMillan, 1986.

Avaliações

Tipo	Valor	Previsão
Prova 1	2,5	16/04
Prova 2	3,0	14/05
Prova 3	3,5	12/07
Exercícios (Teórica e Prática)	1,0	----

Classroom

- Moodle
- Turma Álgebra Linear 2024.1
- **Chave:** al24

Aulas

- Aulas Teóricas e Práticas
- Segunda – Teórica
- Terça – Prática (geralmente) lab. 305
 - Python
 - Google Colab (**Tutorial - Como Usar**)
 - **Vantagem:** Não precisar instalar pacotes

Política com relação a cola

- A cola não será tolerada, tanto em programas quanto na parte teórica (trabalhos escritos e provas). Se alguém for pego colando terá nota zero tanto o aluno que copiou quanto o aluno que deixou copiar.
- **O que é considerado cola?**
 - Ter em seu poder e/ou consultar textos não autorizados pelo professor durante a realização da prova.
 - Ter em seu programa um código muito similar ao de um colega de sala.
 - Ter em seu trabalho escrito um texto muito similar ao de um colega de sala.
 - Olhar/copiar da prova de um outro aluno ou receber ajuda de alguém para realizá-la.
 - Deixar outro aluno olhar seu código.
- **O que não é considerado cola?**
 - Discutir algoritmos ou ideias com qualquer um para implementar um programa ou para os trabalhos de casa.
 - Trocar código com seus colegas de grupo somente em caso de trabalhos cooperativos.
 - Perguntar ao professor sobre qualquer coisa.

Uso de celular em Sala de Aula

- Não será permitido o uso do aparelho durante as aulas.
- O uso só será permitido para consulta durante a realização de exercícios.
- Consequências:
 - Desconto de 0.1 em cada aula que usar

Pacotes Python

- **NumPy:** Numerical Python
- Biblioteca para manipulação de arrays multidimensionais e matrizes.
- Operações rápidas em arrays (funções vetorizadas)
- Diferença com relação a listas tradicionais do Python
 - Vetor homogêneo
 - Muito mais eficientes do que as listas
 - Número de elemento deve ser conhecido a priori.
 - O array pode ser redimensionado posteriormente.
 - Muito eficiente (implementado em C)

Pacotes Python

- **Matplotlib:** A biblioteca matplotlib permite a visualização de dados 2D seguindo o estilo do MATLAB
- Gráficos de qualidade para publicações
- Exporta para diversos formatos
- Possibilidade de embutir em interfaces gráficas (Qt, GTK, ...)
- Baseado no NumPy e SciPy
- pylab: módulo com diversas funções para plotar
- gráficos de forma fácil

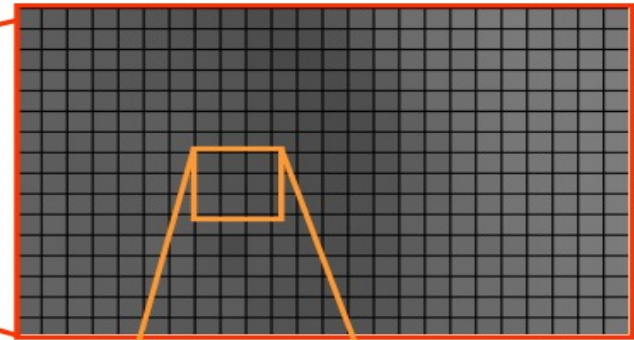
Pacotes Python

- **plot-helper**
- Um gerenciador de contexto para figuras matplotlib.
- Cria um novo par de figura/eixos na entrada e salva, plota e limpa a figura na saída.
- Vai auxiliar a plotar vetores, transformações,...
- Criado por Saad Khan (desenvolvedor Python)

Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Imagens: cores e tons



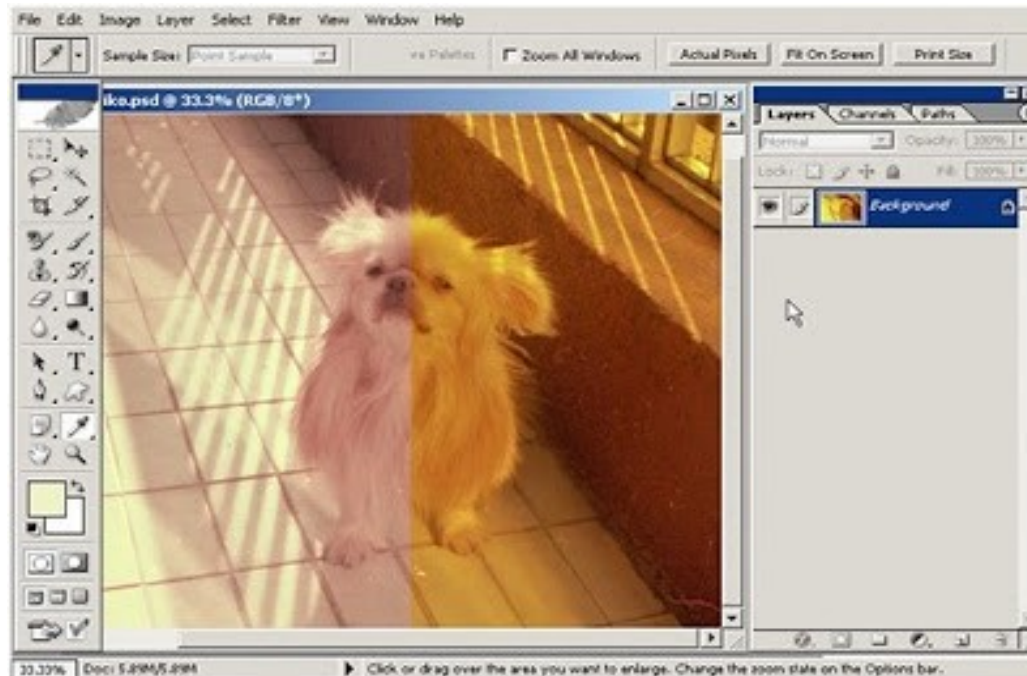
85	80	78
87	83	80
86	82	79

Matriz de números

Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

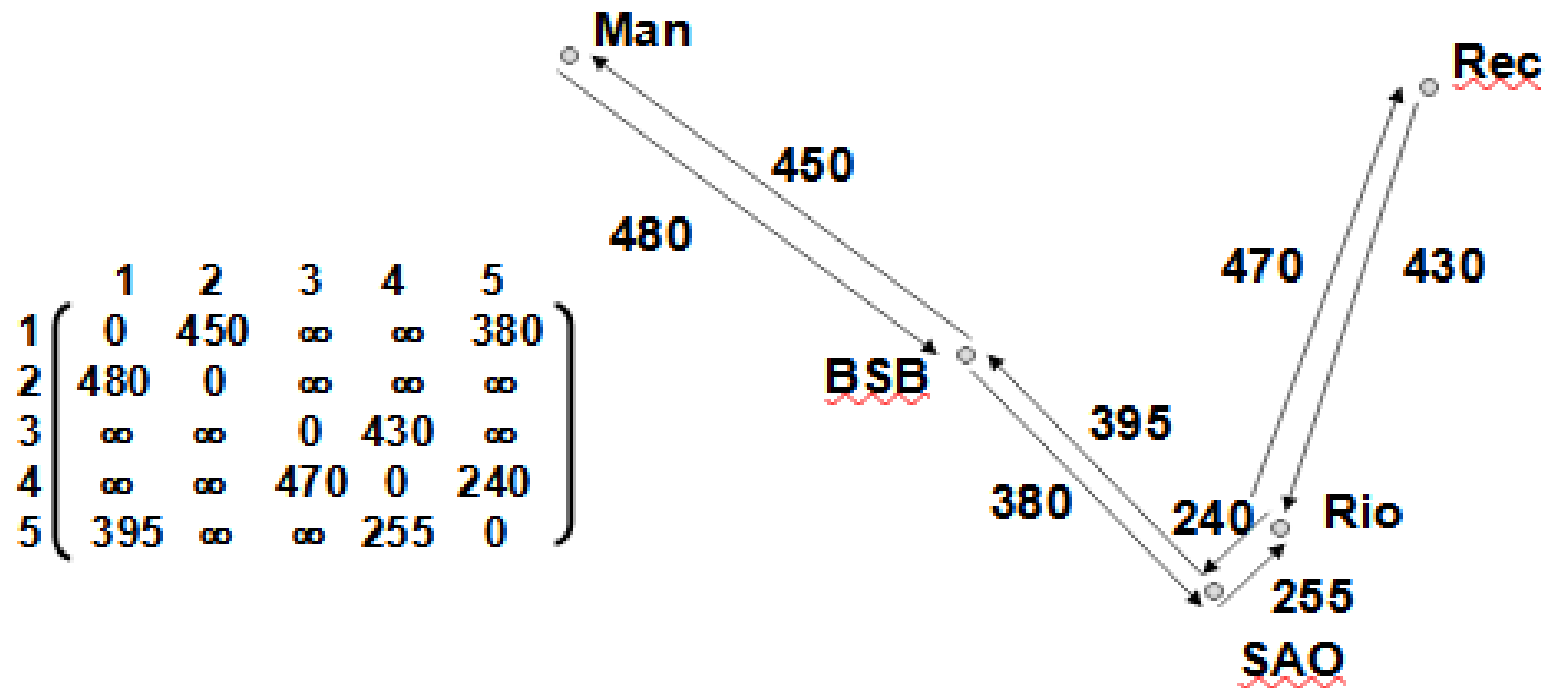
- Imagens: cálculos para a formação de imagens em programas de criação e edição de imagens



Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Teoria dos Grafos - Sistemas de roteirização



Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Computação Gráfica
 - Rotação de objetos

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Fractais

$$T \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

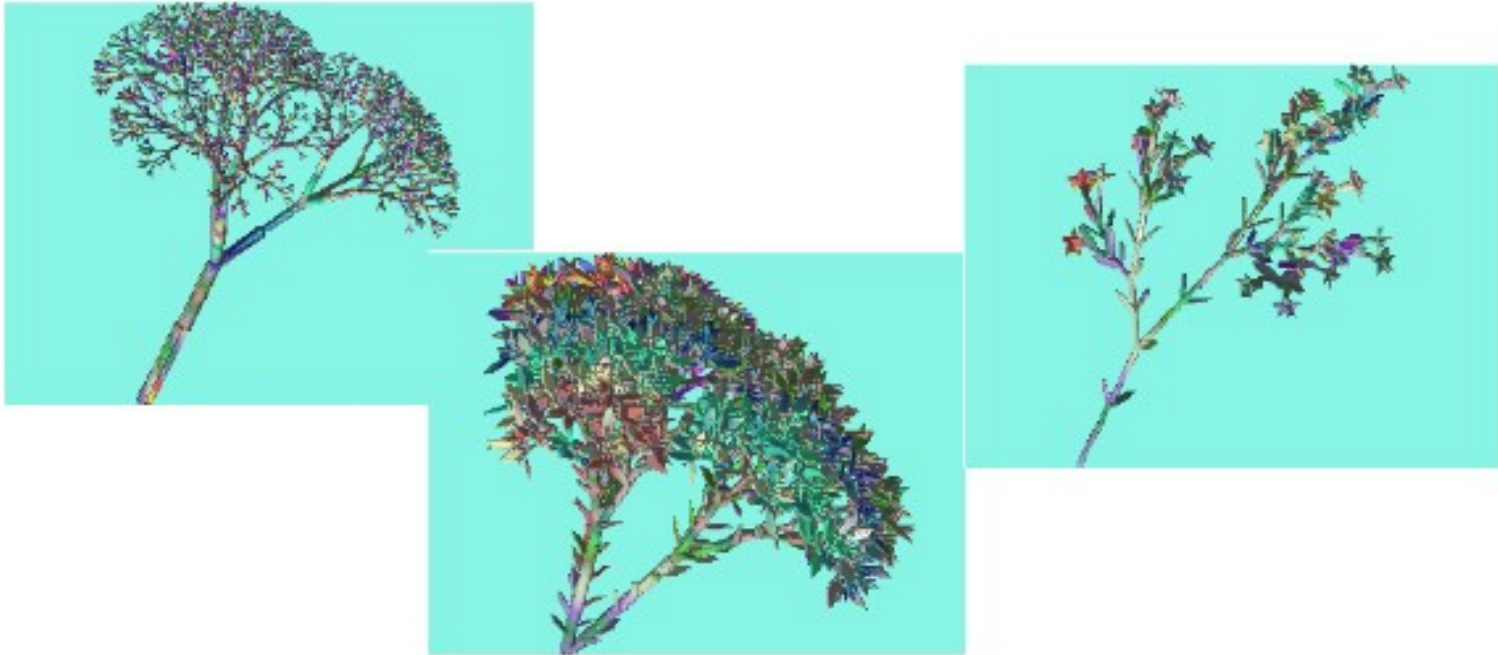
Triângulo de Sierpinski



Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Fractais



Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Análise de Componentes Principais
 - PCA (*Principal Component Analysis*)



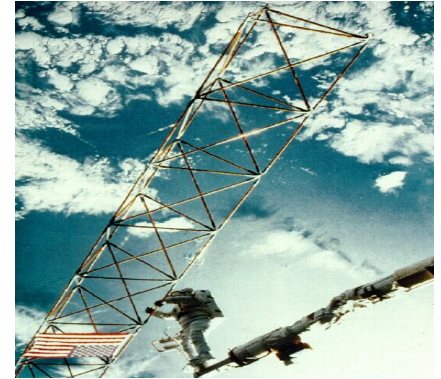
Reconhecimento de faces:

-Uso de autovalores e autovetores

Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Álgebra ainda é necessária para Algoritmos de Otimização
 - Problemas de Otimização
 - Otimização do projeto das estruturas de satélites para o isolamento de vibrações
 - Horário de Universidade
 - Espaço de busca enorme, mas horários devem ser bons de acordo critérios; e possíveis



Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Criptografia por Matrizes:
 - Seja A a matriz contendo a mensagem a ser criptografada e B a matriz com a chave de criptografia.
 - Basta transformarmos as duas matrizes, em matrizes numéricas e depois multiplicar seus elementos, gerando assim uma nova matriz contendo a mensagem criptografada.

Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Utilizaremos como exemplo a frase: "Vamos pela manhã" e como chave de criptografia a palavra "Estrategistas".

$$\begin{bmatrix} v & a & m & o \\ s & p & e & l \\ a & m & a & n \\ h & a & - & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e & s & t & r \\ a & t & e & - \\ g & i & s & t \\ a & s & - & - \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 22 & 1 & 13 & 15 \\ 19 & 16 & 5 & 12 \\ 1 & 13 & 1 & 14 \\ 8 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 19 & 20 & 18 \\ 1 & 20 & 5 & 0 \\ 7 & 9 & 19 & 20 \\ 1 & 19 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 217 & 840 & 692 & 656 \\ 158 & 954 & 555 & 442 \\ 39 & 554 & 104 & 38 \\ 41 & 172 & 165 & 144 \end{bmatrix}$$

Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Para decodificar a mensagem, basta multiplicar a matriz codificada pela inversa da matriz que representa a chave de encriptação, assim:

$$\begin{bmatrix} 217 & 840 & 692 & 656 \\ 158 & 954 & 555 & 442 \\ 39 & 554 & 104 & 38 \\ 41 & 172 & 165 & 144 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{-950}{1751} & \frac{551}{1751} & \frac{855}{1751} & \frac{-35}{1751} \\ \frac{50}{1751} & \frac{-29}{1751} & \frac{-45}{1751} & \frac{94}{1751} \\ \frac{-10}{1751} & \frac{356}{1751} & \frac{9}{1751} & \frac{-369}{1751} \\ \frac{639}{1751} & \frac{-518}{1751} & \frac{-200}{1751} & \frac{641}{1751} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 & 1 & 13 & 15 \\ 19 & 16 & 5 & 12 \\ 1 & 13 & 1 & 14 \\ 8 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- A partir disto, é necessário somente converter os números para letras de acordo com suas respectivas posições no alfabeto.

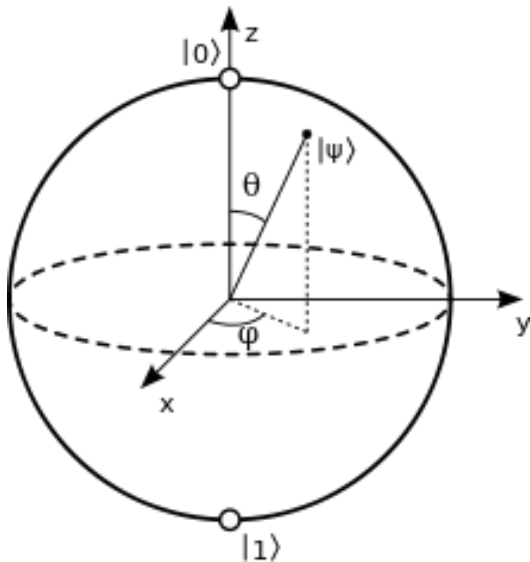
Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- É a base para um ramo da Computação relativamente recente que vem sendo desenvolvida nos últimos 20 anos
 - Faz uso dos fundamentos da Ciência da Computação e da Física Quântica

$$|0\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|1\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Motivação

Aplicações – Álgebra Linear

- Existem ainda mais aplicações da álgebra linear em
 - modelos econômicos preditivos,
 - na medicina com a tomografia computadorizada,
 - no desenvolvimento de jogos,
 - na administração florestal,
 - na internet com motores de busca mais eficientes e
 - muito mais.

Maior Motivação de Todas!!

- Infelizmente não veremos as aplicações no mundo real.
- Mais importante... Passar na disciplina e na qualificação!!!!