

**Disciplina: Introdução à Álgebra Linear****Nome:****Valor:** 3 pontos**Matrícula:****Data:**

1. (0,5 pontos) Achar os autovalores e os autovetores dos operadores linear do  $\mathbb{R}^3$ , considerando a base canônica:  
a)  $T(1, 0, 0) = (2, 0, 0)$ ,  $T(0, 1, 0) = (2, 1, 2)$  e  $T(0, 0, 1) = (3, 0, 1)$ ,  
b)  $T(x, y, z) = (x+2y-z, 3y-z, 4z)$
2. (0,5 pontos) Determine a matriz associada, na base canônica, da transformação linear  $\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$   $T(x, y, z) = (x + y, y, z)$ . Depois determine uma base  $\beta$  de autovetores, se possível, e a matriz  $[T]_{\beta}^{\beta}$ .
3. (0,5 pontos) Seja  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  um operador linear  $T(x, y, z) = (x+y+z, 2y+z, 3z)$ . Determine o polinômio minimal, mostrando as condições necessárias, considerando a base canônica.
4. (0,5 pontos) Sejam  $V = \mathbb{R}^3$ ,  $u = (a, b, c)$  e  $v = (x, y, z)$  dois vetores quaisquer de  $\mathbb{R}^3$ . Caso seja necessário considere  $w = (\alpha, \beta, \gamma)$ . Verifique se a fórmula dada por  $\langle u, v \rangle = \langle (a, b, c), (x, y, z) \rangle = 2ax + by + 4cz$  é um produto interno em  $\mathbb{R}^3$ .
5. (0,5 pontos) Considerando o produto interno  $\langle u, v \rangle = 2u_1v_1 + u_2v_2 + 4u_3v_3$  e os vetores  $u = (2, 5, 8)$  e  $v = (3, 6, 9)$  calcule:  
a)  $\langle u, v \rangle$   
b)  $\|u\|$   
c)  $\|v\|$
6. (0,5 pontos) Seja  $\beta = \{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 2, 2)\}$ . Encontre, a partir de uma base ortonormal pelo procedimento de Gram-Schmidt de  $\mathbb{R}^3$ , em relação ao produto interno usual.