

Prova 2

1-a) $W = \{(x, -2x), x \in \mathbb{R}\}$

$$u = (u_1, -2u_1)$$

$$v = (v_1, -2v_1)$$

$$u+v = (u_1+v_1, -2u_1-2v_1) = (u_1+v_1, -2(u_1+v_1))$$

$\in W$

$$\begin{aligned} \alpha u &= \alpha(u_1, -2u_1) = (\alpha u_1, \alpha(-2u_1)) = \\ &= (\alpha u_1, -2\alpha u_1) \in W \end{aligned}$$

b) $S = \{(x, x^2), x \in \mathbb{R}\}$

$$u+v = (u_1+v_1, (u_1^2+v_1^2)) \notin W$$

$$\alpha u = (\alpha u_1, \alpha u_1^2) = (\alpha u_1, \alpha u_1^2) \notin W$$

Não é subespaço

2- $(1, -3, 10) = a(1, 0, 0) + b(1, 1, 0) + c(2, -3, 5)$

$$a + b + 2c = 1 \Rightarrow a = 1 - 4 - 3 = -6$$

$$b - 3c = -3 \Rightarrow b = -3 + 6 = 3$$

$$5c = 10 \Rightarrow c = 2$$

$$(1, -3, 10) = -6(1, 0, 0) + 3(1, 1, 0) + 2(2, -3, 5)$$

Não, pois o 3º elemento não poderia ser gerado por meio da combinação linear de u e v .

$$3. S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / y = 3x \text{ e } z = -\frac{x}{2} + y\}$$

$$\text{Se } (x, y, z) \in S \Rightarrow (x, y, z) = \left(x, 3x, \frac{5x}{2}\right) =$$

$$= x \left(1, 3, \frac{5}{2}\right). \text{ Então todo vetor de } S \text{ é}$$

uma combinação linear do vetor $\left(1, 3, \frac{5}{2}\right)$.

Como esse vetor é LI, o conjunto $\left\{\left(1, 3, \frac{5}{2}\right)\right\}$ é uma base de S .

$$4. b) (-4, 3) = a(1, 0) + b(0, 2)$$

$$a = -4$$

$$2b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{2}$$

$$[v]_{B_1} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3/2 \end{bmatrix}$$

$$B_2) (-4, 3) = a(-1, 0) + b(1, 1)$$

$$-4 = -a + b \Rightarrow -4 - 3 = -a \Rightarrow a = 7$$

$$3 = a + b$$

$$[v]_{B_2} = \begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Imagem $v = (3, -4, 0)$

$$T(3, -4, 0) = 8 \cdot 3 - 3 \cdot (-4) - 2 \cdot 0 = 24 + 12 = 36$$

Núcleo

$$T(x, y, z) = 0$$

$$8x - 3y - 2z = 0$$

$$x = \frac{3y + 2z}{8}$$

$$\text{Ker } T = \left\{ \left(\frac{3y + 2z}{8}, y, z \right); y, z \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ y \left(\frac{3}{8}, 1, 0 \right) + z \left(\frac{2}{8}, 0, 1 \right); y, z \in \mathbb{R} \right\} = \left[\left(\frac{3}{8}, 1, 0 \right), \left(\frac{1}{4}, 0, 1 \right) \right]$$

$$(x, y, z) = a(1, 1, 1) + b(0, 1, -2) + c(0, 0, 1)$$

$$a = x$$

$$a + b = y$$

$$b = y - x$$

$$a - 2b + c = z$$

$$c = z - x + 2y - 2x = -3x + 2y + z$$

$$T(x, y, z) = x \cdot 3 + (y - x) \cdot 1 + (-3x + 2y + z) \cdot (-2)$$

$$T(x, y, z) = 3x + y - x + 6x - 4y - 2z$$

$$T(x, y, z) = 8x - 3y - 2z$$