



Disciplina: Álgebra Linear

Nome:

Matrícula:

1. Verifique se o conjunto $V = \{(1, y); y \in \mathbb{R}\}$ com as operações

$$(1, y_1) + (1, y_2) = (1, y_1 + y_2) \text{ e } \alpha(1, y) = (1, \alpha y) \text{ é um espaço vetorial real.}$$

2. Seja o conjunto $R^2 = \{(x, y); x, y \in \mathbb{R}\}$. Mostre que R^2 não é um espaço vetorial com as operações assim definidas: $(x, y) + (z, w) = (x+z, y+w)$ e $\alpha(x, y) = (\alpha x, y)$.

3. Mostre que $W = \{(x, -3x); x \in \mathbb{R}\}$ é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^2 .

4. Mostre que $W = \{(x, x, 2x); x \in \mathbb{R}\}$ é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 .

5. Mostre que $W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; z - y = 0\}$ é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 .

6. Mostre que cada um dos subconjuntos de \mathbb{R}^4 a seguir são subespaços vetoriais.

(a) $W = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; x+y=0 \text{ e } z-t=0\}$

(b) $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4; 2x+y-t=0 \text{ e } z=0\}$

7. Verifique se os subconjuntos U e W , abaixo, são subespaços vetoriais de $M(2,2)$.

(a) $U = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; b = c \text{ e } a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$

(b) $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; b = c + 1 \text{ e } a, b, c, d \in \mathbb{R} \right\}$

8. Considere os subconjuntos de \mathbb{R}^3 : $U = \{(x, x, x); x \in \mathbb{R}\}$ e $W = \{(x, y, 0); x, y \in \mathbb{R}\}$.

(a) Mostre que U é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 ;

(b) Mostre que W é um subespaço vetorial de \mathbb{R}^3 ;

(c) Calcule $U \cap W$.

(d) $\mathbb{R}^3 = U + W$? Justifique.

9. Sejam os vetores $u = (2, -3, 2)$ e $v = (-1, 2, 4)$ em \mathbb{R}^3 .

(a) Escrever o vetor $w = (7, -11, 2)$ como combinação linear de u e v .

(b) Para que valor de k o vetor $(-8, 14, k)$ é combinação linear de u e v ?

(c) Determinar uma condição para a, b e c de modo que o vetor (a, b, c) seja uma combinação linear de u e v .

10. Consideremos no espaço $P_2 = at^2 + bt + c$; $a, b, c \in \mathbb{R}$ os vetores $p(t) = t^2 - 2t + 1$, $q(t) = t + 2$ e $h(t) = 2t^2 - t$.

- (a) Escrever o vetor $m(t) = 5t^2 - 5t + 7$ como combinação linear de $p(t)$, $q(t)$ e $h(t)$.
- (b) É possível escrever o vetor $m(t) = 5t^2 - 5t + 7$ como combinação linear de $p(t)$ e $q(t)$.
- (c) É possível escrever $p(t)$ como combinação linear de $q(t)$ e $h(t)$?
- (d) Determinar uma condição para a, b e c de modo que o vetor $at^2 + bt + c$ seja combinação linear de $q(t)$ e $h(t)$.

11. Verifique se cada um dos vetores a seguir são LD ou LI.

(a) $v_1 = (1, 2)$, $v_2 = (0, 1)$, $v_3 = (-1, 1)$ em $V = \mathbb{R}^2$.

(b) $v_1 = (1, 2)$, $v_2 = (0, 1)$ em $V = \mathbb{R}^2$.

(c) $v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ em $V = M_{3 \times 1}(\mathbb{R})$