Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Instituto Politécnico

IPRJ-01-10765: Modelos Lineares

Data: 07/04/2022

Trabalho 1

Grupo:

Alunos:

- Diogo Alves Cardinot
- Hugo Marchon Barbosa
- Ibrahim Ayman Karsou
- Matheus da Costa Harduim
- Rayssa Montecchiari Branco

Questão 1: Considerando o conjunto dados, responda as questões abaixo considerando o modelo simples e o modelo de regressão linear simples:

Primeiramente, iremos considerar os seguintes dados que se referem ao preço do abacate e o volume total vendido. Ou seja, uma relação de quantas unidades de abacate sao vendidas de acordo com o preço.

[55]:
```python
import pandas as pd
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

df = pd.read_csv('avocado.csv', sep=";")

x=np.array(df['AveragePrice'])
y = np.array(df['Total Volume'])

pd.DataFrame(df,columns=['AveragePrice','Total Volume'])
```

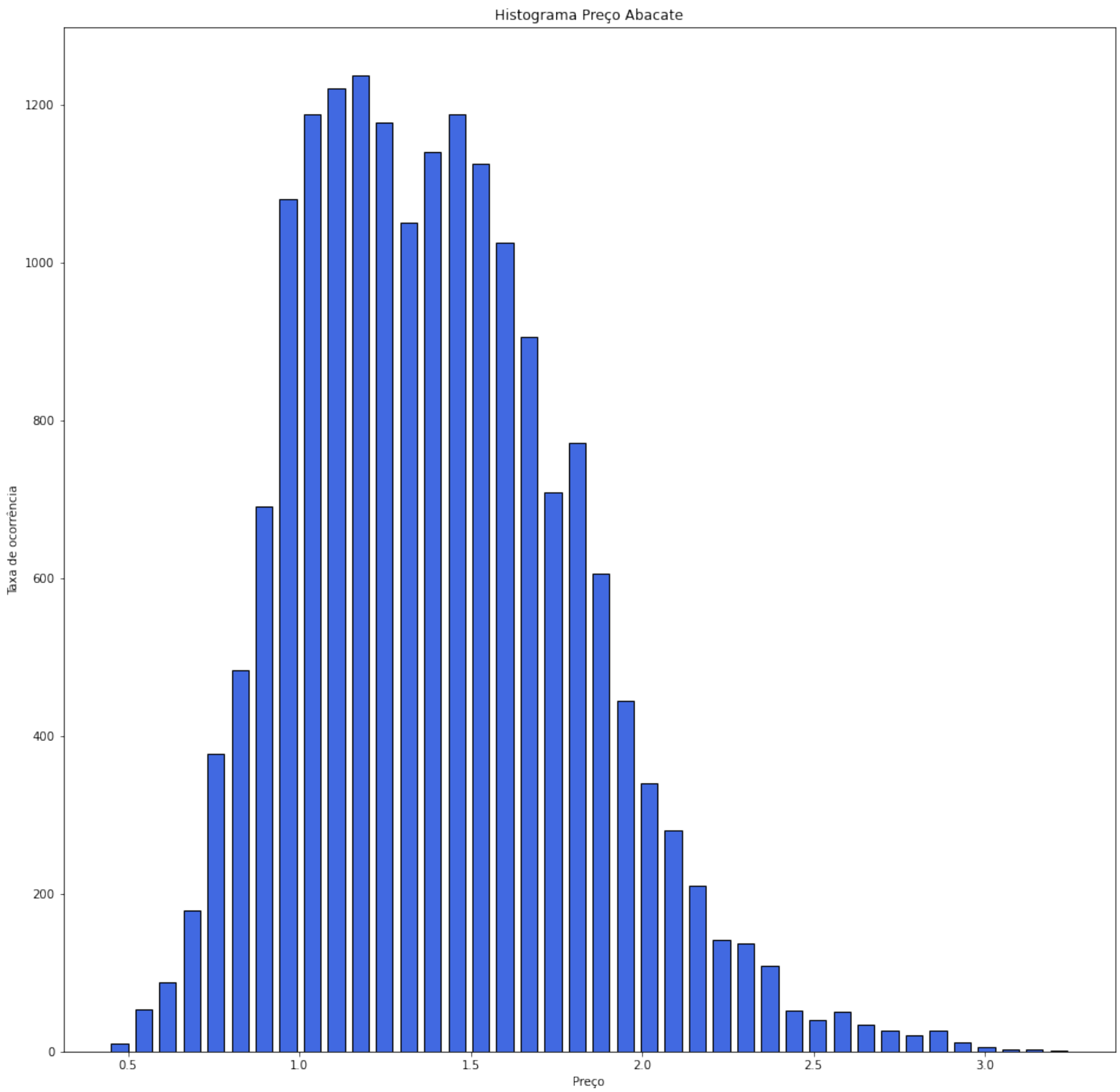
[55]:

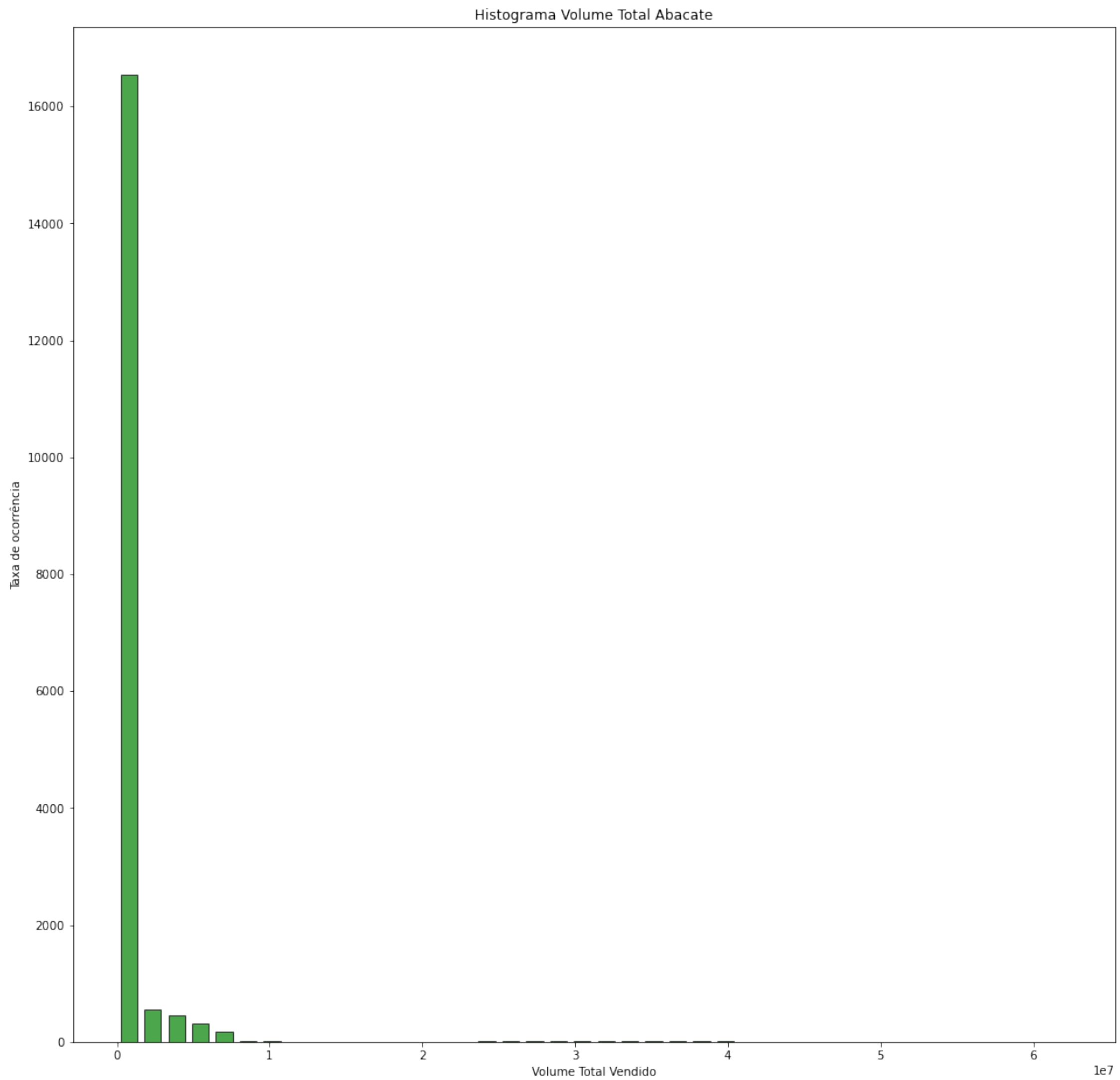
	AveragePrice	Total Volume
0	1.33	64236.62
1	1.35	54876.98
2	0.93	118220.22
3	1.08	78992.15
4	1.28	51039.60
...	...	...
18244	1.63	17074.83
18245	1.71	13888.04
18246	1.87	13766.76
18247	1.93	16205.22

```
18248          1.62      17489.58

[18249 rows x 2 columns]
```

a) Faça o gráfico das distribuições de cada uma das duas variáveis (Y e X). (Dois gráficos separados)

[56]:
```
# HISTOGRAMA X
plt.figure(figsize=(16,16))
plt.title("Histograma Preço Abacate")
plt.xlabel("Preço")
plt.ylabel("Taxa de ocorrência")
plt.hist(x,bins = 40, ec = "k",rwidth=0.7,color = "royalblue")
plt.show()

#HISTOGRAMA Y
plt.figure(figsize=(16,16))
plt.title("Histograma Volume Total Abacate")
plt.xlabel("Volume Total Vendido")
plt.ylabel("Taxa de ocorrência")
plt.hist(y,bins = 40, ec = "k",rwidth=0.7,color='green', alpha=0.7)
plt.show()
```


Histograma Preço Abacate
Taxa de ocorrência
Preço
0
200
400
600
800
1000
1200
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0



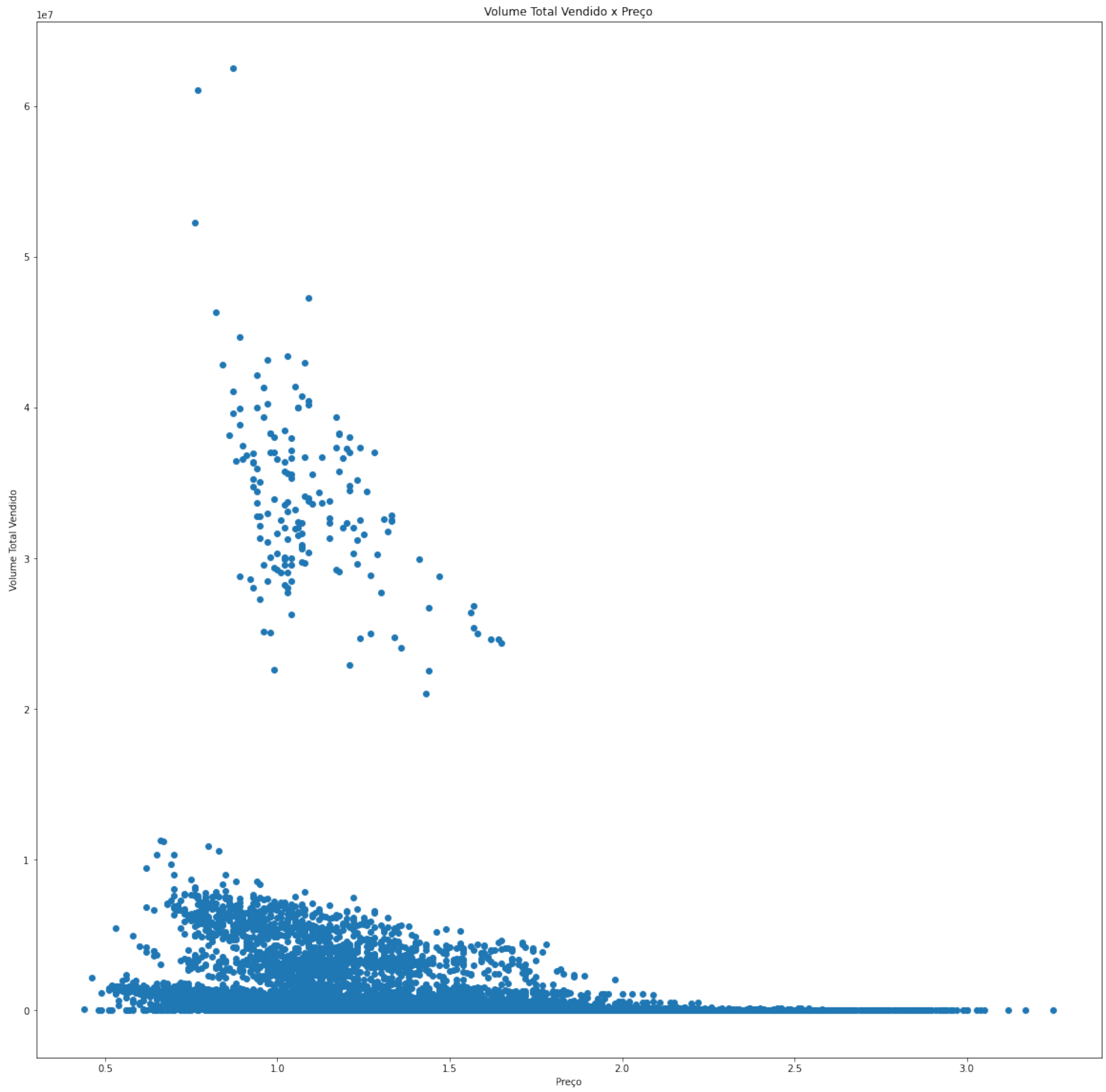
b) Através das distribuições é possível identificar pontos influentes em alguma das variáveis?Comente.

Como sabe-se, em uma amostra de dados os pontos influentes são os pontos que tem uma recorrência bem menos frequente comparado a base de dados. Através de uma observação visual das taxas de ocorrência das duas variáveis em questão (Preço e Volume Total de Venda), pode-se perceber que, para a variável Preço, as menores taxas de ocorrência se encontram acima de 3. Já para a variável Volume Total Vendido, as taxas mais baixas se concentram a partir de $0.8 * 10^7$. Logo, todos os valores que satisfazem essas condições podem ser considerados pontos influentes.

c) Faça o gráfico xy do conjunto de dados. Visualmente, é possível identificar alguma correlação entre as variáveis?

[57]:
```
plt.figure(figsize=(20,20))
plt.title("Volume Total Vendido x Preço")
```

```
plt.xlabel("Preço")
plt.ylabel("Volume Total Vendido")
plt.plot(x,y,"o")
plt.figure(figsize = (32, 12))
plt.show()
```




```
<Figure size 2304x864 with 0 Axes>
```

A partir da análise visual do gráfico Volume Total Vendido x Preço, pode-se perceber que, conforme o preço aumenta, o volume total vendido diminui e, conforme o preço é menor, o volume total vendido aumenta. Como pode-se perceber, a análise em questão não é tão clara de ser visualizada, ainda mais com os valores dos pontos influentes sendo plotados.

d) Calcule o coeficiente de correlação e comente o resultado.

[58]:
```python
N = len(x)
print("Número de pontos:", N, "\n")
somatorioX = 0.0 #somatorio xi
somatorioY = 0.0 #somatorio yi
somatorioXiXmedioYiYmedio = 0.0 #somatorio (xi-x_medio)(yi-y_medio)
somatorioXiXmedio2 = 0.0 #somatorio (xi-x_medio)^2
somatorioYiYmedio2 = 0.0 #somatorio (yi-y_medio)^2

for i in range(N):
    somatorioX += x[i]
    somatorioY += y[i]

x_medio = somatorioX/N #x_medio
y_medio = somatorioY/N #y_medio

for i in range(N):
    somatorioXiXmedioYiYmedio += (x[i]-x_medio)*(y[i]-y_medio)
    somatorioXiXmedio2 += (x[i]-x_medio)**2
    somatorioYiYmedio2 += (y[i]-y_medio)**2

coefCor = (somatorioXiXmedioYiYmedio)/np.
 ↪sqrt(somatorioXiXmedio2*somatorioYiYmedio2)

# print("X_medio: ", x_medio)
# print("Y_medio: ", y_medio, "\n")
# print('Somatorio (xi-x_medio)(yi-y_medio): ', somatorioXiXmedioYiYmedio)
# print("Somatorio (xi-x_medio)^2: ", somatorioXiXmedio2)
# print("Somatorio (yi-y_medio)^2: ", somatorioYiYmedio2, "\n")
print("coeficienteCorrelacao:", coefCor)
```

```
Número de pontos: 18249

coeficienteCorrelacao: -0.19275238715271953
```

Com base no resultado obtido para o coeficiente de correlação, pode-ser medir a possível relação linear existente entre as variáveis aleatórias em questão, tal coeficiente, obrigatoriamente, deve ter seu valor entre -1 e 1, sendo que quanto mais próximo das extremidades a relação entre as variáveis é forte, sendo negativamente perto de -1 e positivamente perto de 1 e quanto mais perto de 0, a relação é fraca, logo, inexistente.

Pode-se perceber que o coeficiente de correlação calculado para as variáveis do experimento se aproxima mais de 0 do que de -1, indicando que existe um grau fraco de correlação entre as variáveis, correlação essa que pode ser considerada linear negativa, uma vez que seu sinal é negativo.

e) Encontre a reta de quadrados mínimos (estime β_0, β_1 e σ^2).

[59]:
```python
somatorioX = 0.0
somatorioXX=0.0
somatorioY = 0.0
```

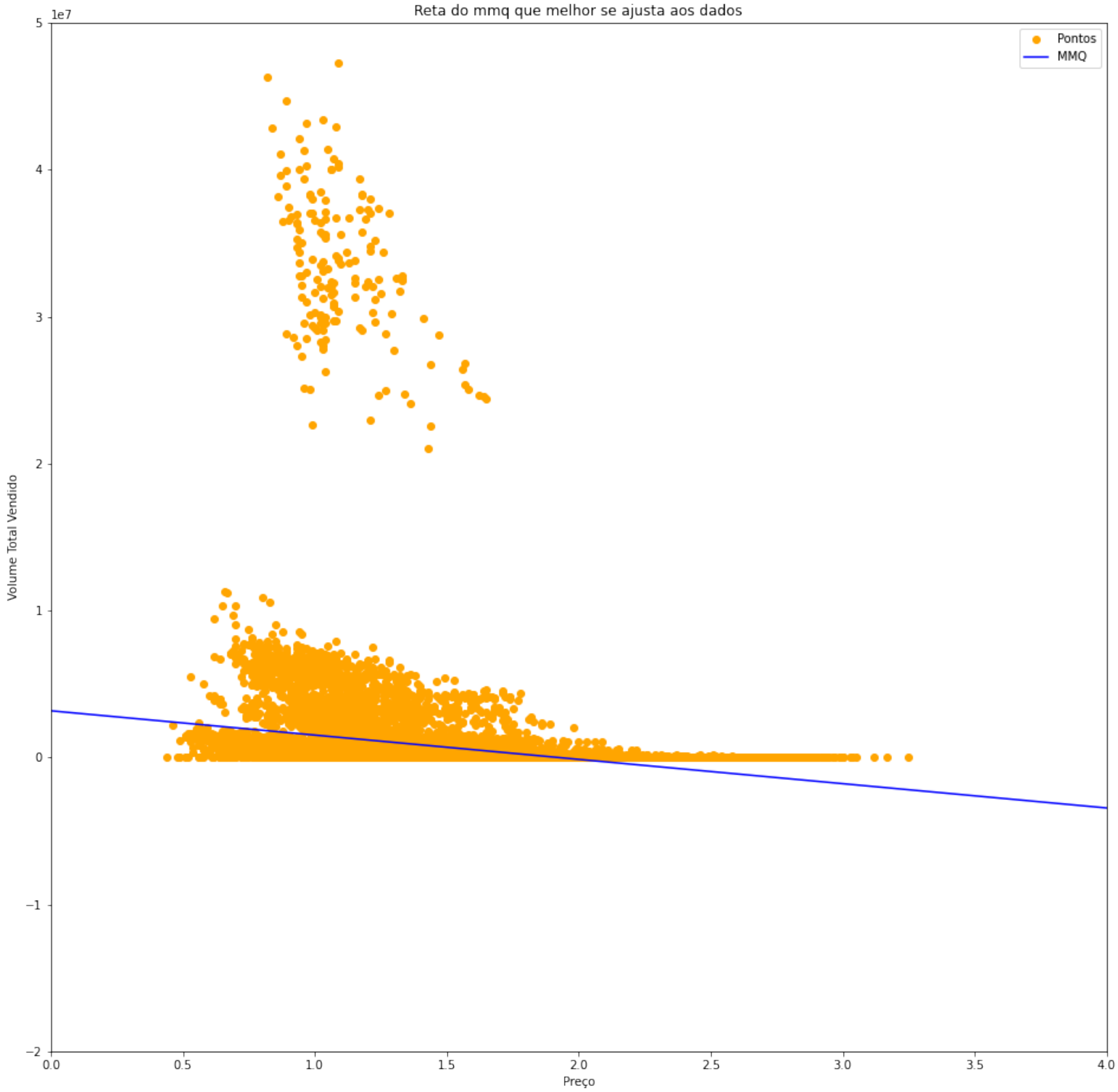
```python
somatorioXY= 0.0
somatorioResiduos= 0.0
somatorioYChapeu= 0.0


for i in range(N):
    somatorioX += x[i]
    somatorioXX += x[i]**2
    somatorioY += y[i]
    somatorioXY += x[i] * y[i]


b_chapeu = (somatorioXY -  somatorioY*somatorioX/N)/(somatorioXX -␣
 ↪(somatorioX)**2/N)
a_chapeu = ((somatorioY/N) ) - (b_chapeu/N) * somatorioX
var = (1/N)*somatorioYiYmedio2


# print("Somatorio de X:",somatorioX)
# print("Somatorio de x^2:",somatorioXX)
# print("Somatorio de y: ",somatorioY)
# print("Somatorio de x*y:",somatorioXY)
print("β_0:", a_chapeu)
print("β_1:", b_chapeu)
print("σ^2:", var)
print("A reta do mmq que melhor se ajusta aos dados e y=", a_chapeu, "+" ,␣
 ↪b_chapeu,"*x")

#Residuos
for i in range(N):
    y_chapeu = (a_chapeu + b_chapeu*x[i])
    e = y[i] - y_chapeu
    somatorioResiduos += e
    somatorioYChapeu += y_chapeu
#     print("y^=",y_chapeu,"||","e= ",e, "yi", y[i])


# print("Somatorio dos Residuos:", somatorioResiduos)
# # print("Somatorio de Y:", somatorioY)
# print("Somatorio de y: ",somatorioY)
# print("Somatorio de Y chapeu:", somatorioYChapeu)



#Plotando a reta do mmq que melhor se ajusta aos dados fornecidos
X = np.arange(0,1000,0.1)
Y = []
```

```
for i in range(len(X)):
    Y.append(a_chapeu + b_chapeu*X[i])
```

```
β_0: 3174917.5414396715
β_1: -1653136.0028503106
σ^2: 11926321953084.043
A reta do mmq que melhor se ajusta aos dados e y= 3174917.5414396715 +
-1653136.0028503106 *x
```

f) Faça o gráfico dos dados no plano xy incluindo a reta de quadrados mínimos encontrada no item anterior.

[60]:
```
plt.figure(figsize=(16,16))
plt.plot(x,y,"o",label='Pontos',  color='orange')
plt.plot(X,Y,label='MMQ', color='blue')
plt.legend(['Pontos','MMQ'], loc=0)
# plt.axis([-1000,1000,-1000,1000])
plt.xlim(0,4)
plt.ylim(-20000000,50000000)
plt.title("Reta do mmq que melhor se ajusta aos dados")
plt.xlabel("Preço")
plt.ylabel("Volume Total Vendido")

plt.show()
```



g) Calcule os resíduos.

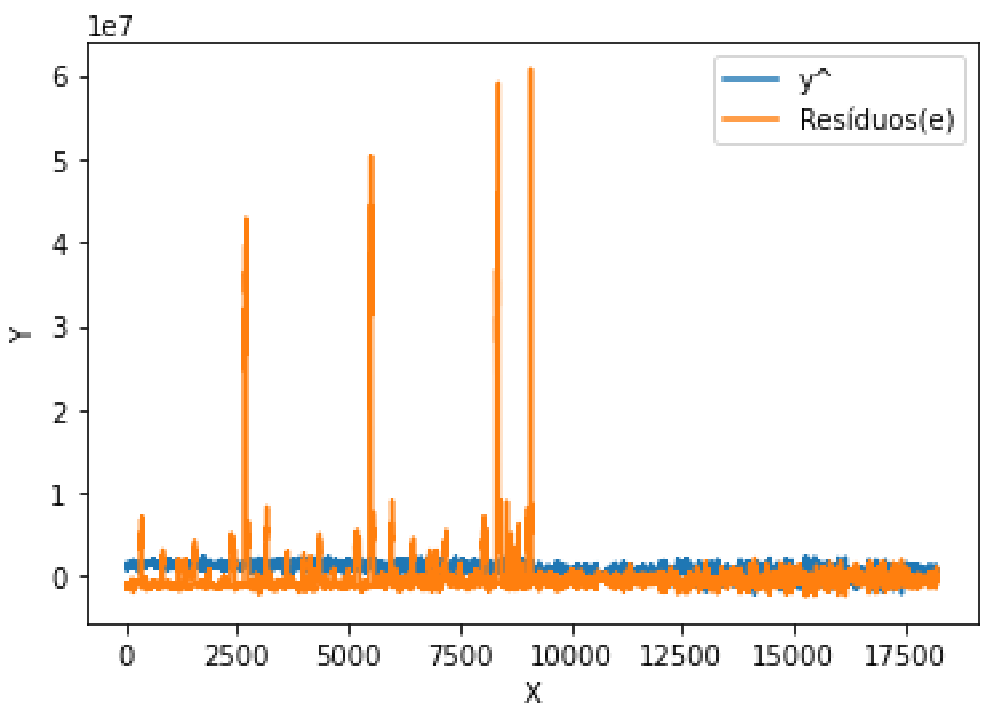
[61]:
```
#Residuos
somatorioResiduos=0.0
somatorioYChapeu=0.0
e = []
y_chapeu = []
for i in range(N):
    y_chapeu.append(a_chapeu + b_chapeu*x[i])
    e.append(y[i] - y_chapeu[i])
    somatorioResiduos += e[i]
    somatorioYChapeu += y_chapeu[i]
```

```
pd.DataFrame({'y^': y_chapeu,'e': e})
```

[61]:
```
                 y^             e
0      9.762467e+05 -9.120100e+05
1      9.431839e+05 -8.883070e+05
2      1.637501e+06 -1.519281e+06
3      1.389531e+06 -1.310539e+06
4      1.058903e+06 -1.007864e+06
...             ...           ...
18244  4.803059e+05 -4.632310e+05
18245  3.480550e+05 -3.341669e+05
18246  8.355322e+04 -6.978646e+04
18247 -1.563494e+04  3.184016e+04
18248  4.968372e+05 -4.793476e+05

[18249 rows x 2 columns]
```

[62]:
```
pd.DataFrame({'y^': y_chapeu,'Resíduos(e)': e}).plot().set(xlabel='X',␣
↪ylabel='Y')
```

[62]:
```
[Text(0.5, 0, 'X'), Text(0, 0.5, 'Y')]
```



[63]:
```
print("Somatorio dos Residuos:", somatorioResiduos)
```

```
Somatorio dos Residuos: -0.0001692185760475695
```

h) Comente sobre os valores dos resíduos e os pontos influentes visualmente detectados no item b).

É possivel verificar que em pontos identificados como influentes os resíduos são mais altos, e isso pode ser comprovado quando retiramos esses pontos e refazemos os cálculos (operação complementar feita na letra j).

Pode-se perceber também que a soma dos resíduos se aproxima de 0 que, de acordo com a teoria, comprova que os cálculos realizados sobre os resíduos foram satisfatórios.

i) Monte a tabela ANOVA e, para o intervalo de confiança de 95%, verifique se a hipótese nula (modelo simples) é rejeitada (utilize a tabela da distribuição F do livro).

[64]:
```python
somatorioYiYchapeu2 = 0.0 #(yi-y_chapeu)**2
somatorioXiXmedio2= 0.0 #(xi-x_medio)**2
somatorioYiYmedio2 = 0.0 #(yi-y_medio)**2
SQReg= 0.0
SQT  = 0.0


beta_0 = a_chapeu
beta_1 = b_chapeu

for i in range(N):
    y_chapeu = (beta_0 + beta_1*x[i])
    somatorioYiYchapeu2 += (y[i]-y_chapeu)**2
    somatorioXiXmedio2 += (x[i]-x_medio)**2
    somatorioYiYmedio2 += (y[i]- y_medio)**2
#     print("y_chapeu=",y_chapeu)


varMSMRLS = (somatorioYiYchapeu2)/(N-2)
SQReg = (beta_1**2)*somatorioXiXmedio2
SQT = somatorioYiYmedio2
SQE = SQT - SQReg
F_0 = SQReg/(SQE/(N-2))


print("Variancia MSxMRLS: ", varMSMRLS)
print("SQReg: ", SQReg)
print("SQT: ", SQT)
print("SQE: ", SQE)
print("F_0: ", F_0)

if(F_0> 3.84): #Substituir o 3.84 pelo valor da tabela de Fischer
    print("Pode-se rejeitar a Hipótese H0:β_1=0")
else:
```

```
    print("Não se pode rejeitar a Hipótese H0:β_1=0")

#Valor de 95% é 3.84, logo, como F_0>1F(n-2), rejeitamos H0:β_1=0, ou seja, o␣
↪coeficiente angular não pode ser nulo
```

```
Variancia MSxMRLS:  11484476197793.133
SQReg:  8086212140697895.0
SQT:  2.176434493218307e+17
SQE:  2.095572371811328e+17
F_0:  704.0993425761717
Pode-se rejeitar a Hipótese H0:β_1=0
```

[13]:
```
import csv
with open('./tabelaANOVA.csv', 'w',newline='') as csvfile:

    writer = csv.DictWriter(csvfile, delimiter=';', fieldnames=['Fonte de␣
↪Variação(FV)','Graus de Liberdade(GL)','Soma de Quadrados(SQ)','Quadrados␣
↪Médios(QM)','Estatística do Teste(F0)','Valor intervalo de confiança 95%'])

    writer.writeheader()
    csv.writer(csvfile, delimiter=';').writerow(['Regressão', 1,SQReg,SQReg,␣
↪SQReg/(SQE/(N-2)), "3.84"])
    csv.writer(csvfile, delimiter=';').writerow(["Erro", N-2, SQE, SQE/(N-2)])
    csv.writer(csvfile, delimiter=';').writerow(["Total", N-1, SQT])
```

j) Retire os pontos classificados como influentes e repita os passos e) e f). Comente sobre os resultados.

[65]:
```
##RETIRANDO PONTOS INFLUENTES DE y > 0.8*10^7
filt = df[df['Total Volume'] < 0.8*10**7]
x_filter1=np.array(filt['AveragePrice'])
y_filter1 = np.array(filt['Total Volume'])
df_novo = pd.DataFrame(filt,columns=['AveragePrice','Total Volume'])


##RETIRANDO PONTOS INFLUENTES DE X > 3
filt1 = df_novo[df_novo['AveragePrice'] < 3]
df_novo1 = pd.DataFrame(filt1,columns=['AveragePrice','Total Volume'])
pd.DataFrame(df_novo1,columns=['AveragePrice','Total Volume'])

##RETIRANDO PONTOS INFLUENTES DE X < 0.5
filt2 = df_novo1[df_novo1['AveragePrice'] > 0.5]
df_novo2 = pd.DataFrame(filt2,columns=['AveragePrice','Total Volume'])
x_filter=np.array(filt2['AveragePrice'])
y_filter = np.array(filt2['Total Volume'])
pd.DataFrame(df_novo2,columns=['AveragePrice','Total Volume'])
```

[65]:
```
       AveragePrice  Total Volume
0              1.33      64236.62
1              1.35      54876.98
2              0.93     118220.22
3              1.08      78992.15
4              1.28      51039.60
...             ...           ...
18244          1.63      17074.83
18245          1.71      13888.04
18246          1.87      13766.76
18247          1.93      16205.22
18248          1.62      17489.58

[18049 rows x 2 columns]
```

Reta de quadrados mínimos (estime β_0, β_1 e σ^2).

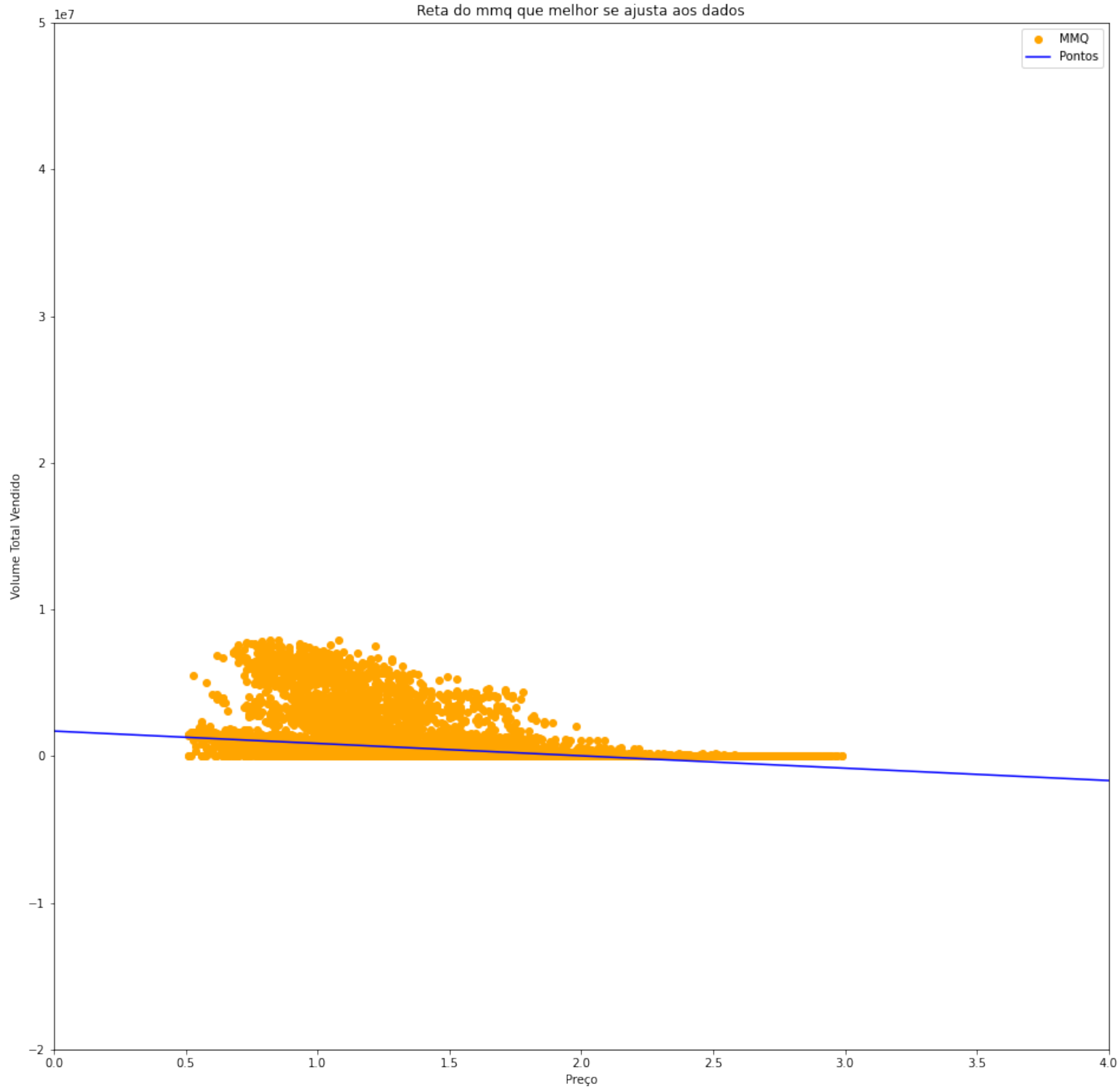
[66]:
```
N_filter = len(x_filter)
somatorioX = 0.0
somatorioXX=0.0
somatorioY = 0.0
somatorioXY= 0.0
somatorioResiduos= 0.0
somatorioYChapeu= 0.0


for i in range(N_filter):
    somatorioX += x_filter[i]
    somatorioXX += x_filter[i]**2
    somatorioY += y_filter[i]
    somatorioXY += x_filter[i] * y_filter[i]


b_chapeu = (somatorioXY -  somatorioY*somatorioX/N)/(somatorioXX -␣
 ↪(somatorioX)**2/N)
a_chapeu = ((somatorioY/N) ) - (b_chapeu/N) * somatorioX
var = (1/N)*somatorioYiYmedio2


# print("Somatorio de X:",somatorioX)
# print("Somatorio de x^2:",somatorioXX)
# print("Somatorio de y: ",somatorioY)
# print("Somatorio de x*y:",somatorioXY)
print("β_0:", a_chapeu)
print("β_1:", b_chapeu)
print("σ^2:", var)
print("A reta do mmq que melhor se ajusta aos dados e y=", a_chapeu, "+" ,␣
 ↪b_chapeu,"*x")
```

```
#Residuos
for i in range(N_filter):
    y_chapeu = (a_chapeu + b_chapeu*x_filter[i])
    e = y_filter[i] - y_chapeu
    somatorioResiduos += e
    somatorioYChapeu += y_chapeu
#     print("y^=",y_chapeu,"||","e= ",e, "yi", y[i])


# print("Somatorio dos Residuos:", somatorioResiduos)
# # print("Somatorio de Y:", somatorioY)
# print("Somatorio de y: ",somatorioY)
# print("Somatorio de Y chapeu:", somatorioYChapeu)




#Plotando a reta do mmq que melhor se ajusta aos dados fornecidos
X = np.arange(0,1000,0.1)
Y = []

for i in range(len(X)):
    Y.append(a_chapeu + b_chapeu*X[i])
```

```
β_0: 1704013.8582357964
β_1: -843279.066983308
σ^2: 11926321953084.043
A reta do mmq que melhor se ajusta aos dados e y= 1704013.8582357964 +
-843279.066983308 *x
```

Faça o gráfico dos dados no plano xy incluindo a reta de quadrados mínimos encontrada.

[67]:
```
plt.figure(figsize=(16,16))
plt.plot(x_filter,y_filter,"o",label='Pontos',  color='orange')
plt.plot(X,Y,label='MMQ', color='blue')
plt.legend(['MMQ','Pontos'], loc=0)
# plt.axis([-1000,1000,-1000,1000])
plt.xlim(0,4)
plt.ylim(-20000000,50000000)
plt.title("Reta do mmq que melhor se ajusta aos dados")
plt.xlabel("Preço")
plt.ylabel("Volume Total Vendido")

plt.show()
```



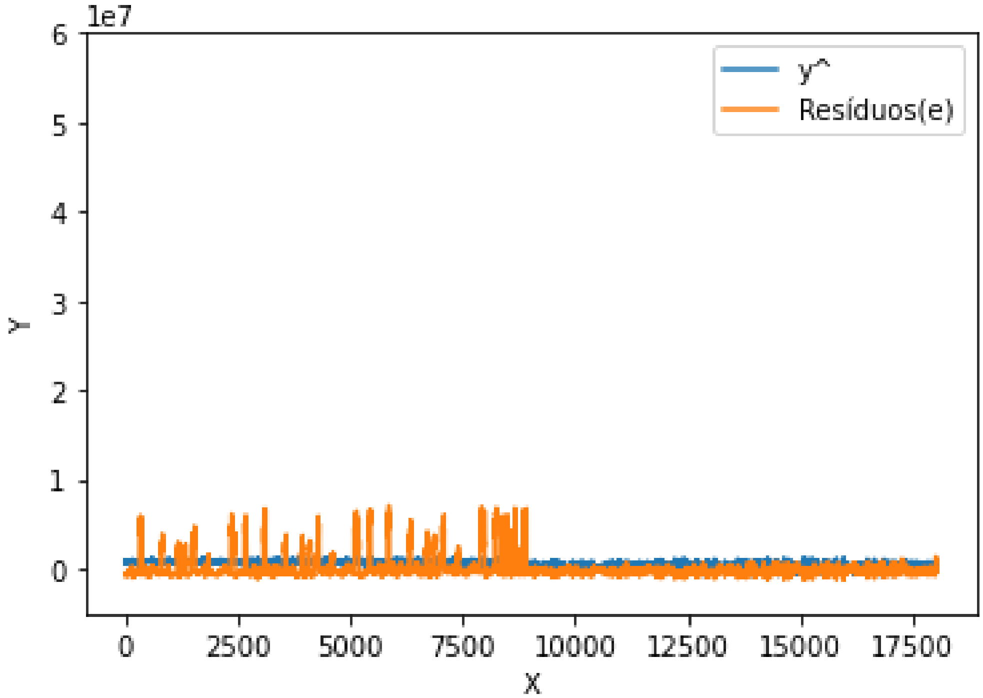
Resíduos tirando os pontos influentes.

[68]:
```
#Residuos sem os pontos influentes
somatorioResiduos=0.0
somatorioYChapeu=0.0
e = []
y_chapeu = []
for i in range(N_filter):
    y_chapeu.append(a_chapeu + b_chapeu*x_filter[i])
    e.append(y_filter[i] - y_chapeu[i])
    somatorioResiduos += e[i]
    somatorioYChapeu += y_chapeu[i]
pd.DataFrame({'y^': y_chapeu,'e': e})
```

[68]:
```
                  y^            e
0      582452.699148 -518216.079148
1      565587.117808 -510710.137808
2      919764.325941 -801544.105941
3      793272.465894 -714280.315894
4      624616.652497 -573577.052497
...              ...            ...
18044  329468.979053 -312394.149053
18045  262006.653694 -248118.613694
18046  127082.002977 -113315.242977
18047   76485.258958  -60280.038958
18048  337901.769723 -320412.189723

[18049 rows x 2 columns]
```

[83]:
```
pd.DataFrame({'y^': y_chapeu,'Resíduos(e)': e}).plot().set(xlabel='X',␣
 ↪ylabel='Y')
plt.ylim(-0.5*10**7,6*10**7)
```

[83]:
```
(-5000000.0, 60000000.0)
```



Como pode-se perceber pelo novo gráfico dos resíduos, após a retirada dos pontos influentes os resíduos tiveram seu valor diminuido, uma vez que o maior valor do resíduo com os pontos influentes era de $6.5 * 10^7$ e, com a retirada desses pontos, seu maior valor foi de $6.5 * 10^6$, confirmando assim o que foi avaliado na letra h.

Pode-se perceber que, após a retirada dos pontos influentes obteve-se valores menores para os resíduos, comprovando assim que pontos influentes tendem a gerar resíduos com valores altos, o que pode ser verificado nos gráficos apresentados.