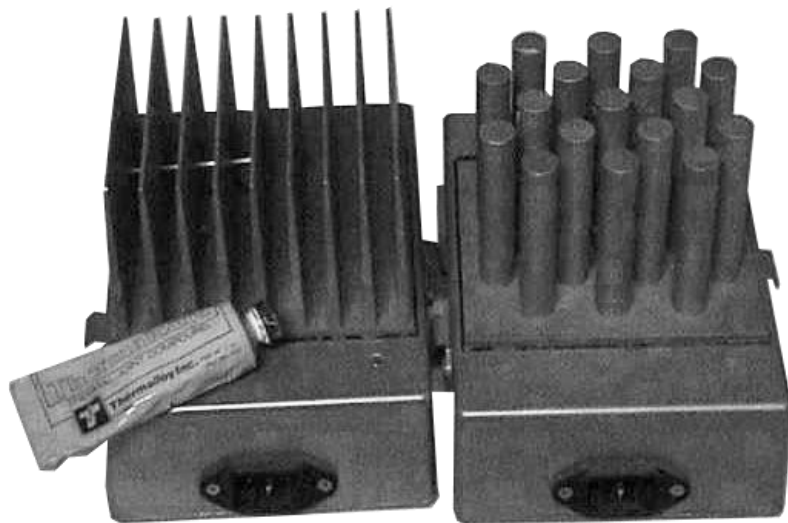


## **Guia do ensaio experimental**

# **Transferência de Calor em Superfícies com Alhetas ou Pinos**



## **Transmissão de Calor**

**Mestrado Bolonha em Engenharia Mecânica**  
**Mestrado Bolonha em Engenharia Aeroespacial**

**1º Ano – 1º Período**

**2021**

## 1. Introdução

As superfícies estendidas (alhetas ou pinos) utilizam-se para aumentar a transferência de calor entre superfícies e um fluido, quando o coeficiente de convecção é limitado, o que acontece normalmente com escoamento de gases.

O ensaio laboratorial consiste na análise da transferência de calor entre um escoamento de ar forçado numa conduta retangular e uma superfície aquecida instalada numa das paredes da conduta.

## 2. Instalação Experimental

A instalação experimental consiste num escoamento de ar através de uma conduta vertical a meio da qual podem ser montadas as diferentes seções aquecidas, cuja superfície pode ser plana ou estendida com alhetas (Figura 1)

A conduta é de secção retangular (120\*70 mm) montado na direção vertical o ar é alimentado por um ventilador de velocidade variável colocado na saída.

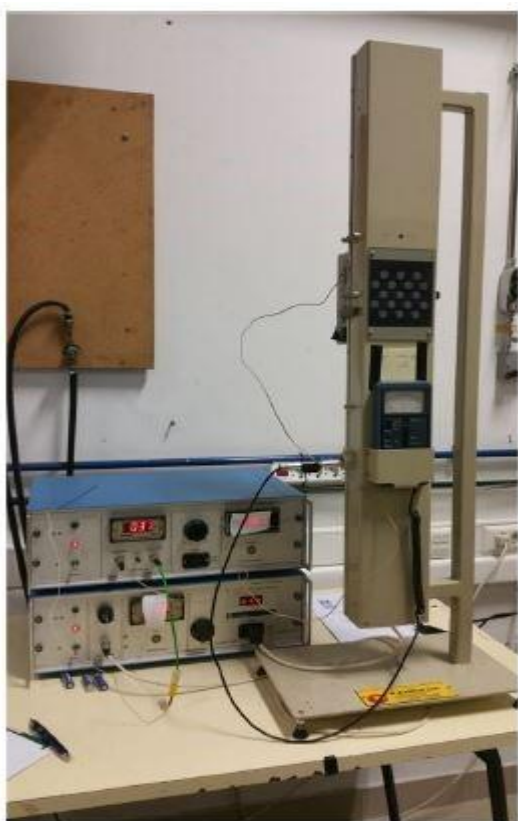


Figura 1 – Fotografia da instalação

As superfícies alhetadas que se pretendem caracterizar encontram-se representadas na Figura 2, correspondendo respetivamente a alhetas triangulares e a pinos cilíndricos. As alhetas e pinos são de alumínio tal como a base que tem 15 mm de espessura. A face interior da base é aquecida por uma resistência elétrica e a sua temperatura é medida por um termopar conectado na superfície interior. A placa tem um comprimento de 100 mm na direção do escoamento e uma largura de 110 mm na direção transversal e a altura das alhetas ou pinos é de 67 mm. A figura apresenta a secção da alheta triangular que tem uma largura igual à da placa (100mm). Existem 17 pinos cilíndricos dispostos segundo o arranjo indicado na figura com passo axial de 17 mm, transversal de 28 mm e diâmetro de 13 mm.

A velocidade do ar antes da secção de ensaio pode ser medida com o auxílio de um anemómetro de fio quente portátil cuja sonda é colocada a meio do canal (Figura 4).

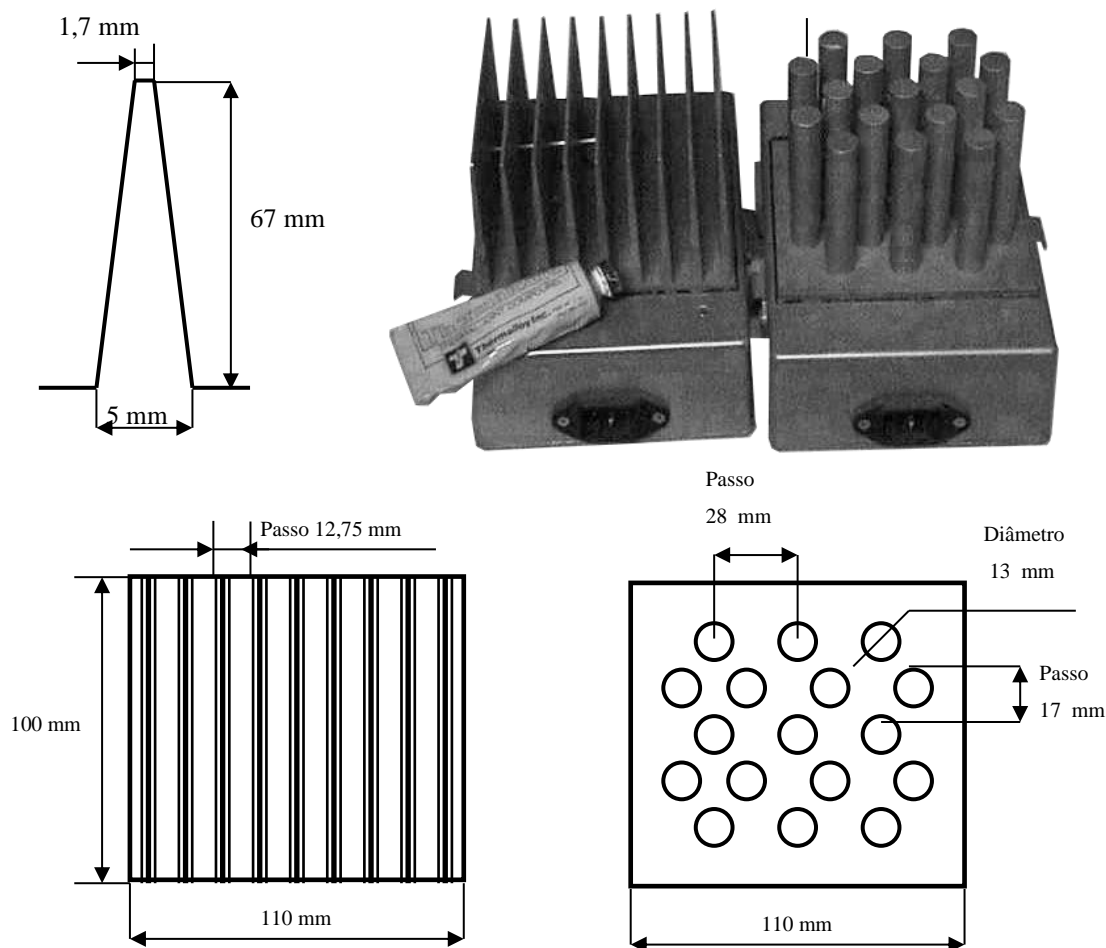


Figura 2 – Esquema e fotografia das superfícies utilizadas.

A instalação dispõe, ainda, de uma sonda com haste cerâmica na extremidade da qual está montado um termopar. Esta sonda é utilizada para medir a distribuição de temperaturas ao longo das alhetas, a temperatura da base exterior, assim como a distribuição de temperaturas no ar a montante e a jusante da seção aquecida, como se mostra na Figura 4.

- A temperatura do ar a montante da superfície aquecida é medida a meio da seção do canal.
- A temperatura do ar a jusante da superfície aquecida é medida a meio da largura do canal a três distâncias da parede (10mm, 36mm e 62mm) através de 3 orifícios laterais e de um frontal.
- A temperatura da base das alhetas/pinos é medida através do orifício frontal.
- A temperatura da superfície lateral da alheta/pino é medida a três distâncias da base (10mm, 36mm e 62mm) através de 3 orifícios laterais.

**NOTA IMPORTANTE:** Devido à ligação dos termopares em fichas com soldadura, foram efetuadas calibrações dos termopares devendo ser subtraído ao valor medido a correção indicada na tabela seguinte:

Termopar	Sonda	Base Placa	Base Placa Pinos	Base Placa Alhetas
Correção a efetuar [°C]	2,5	2,3	1,9	2,6

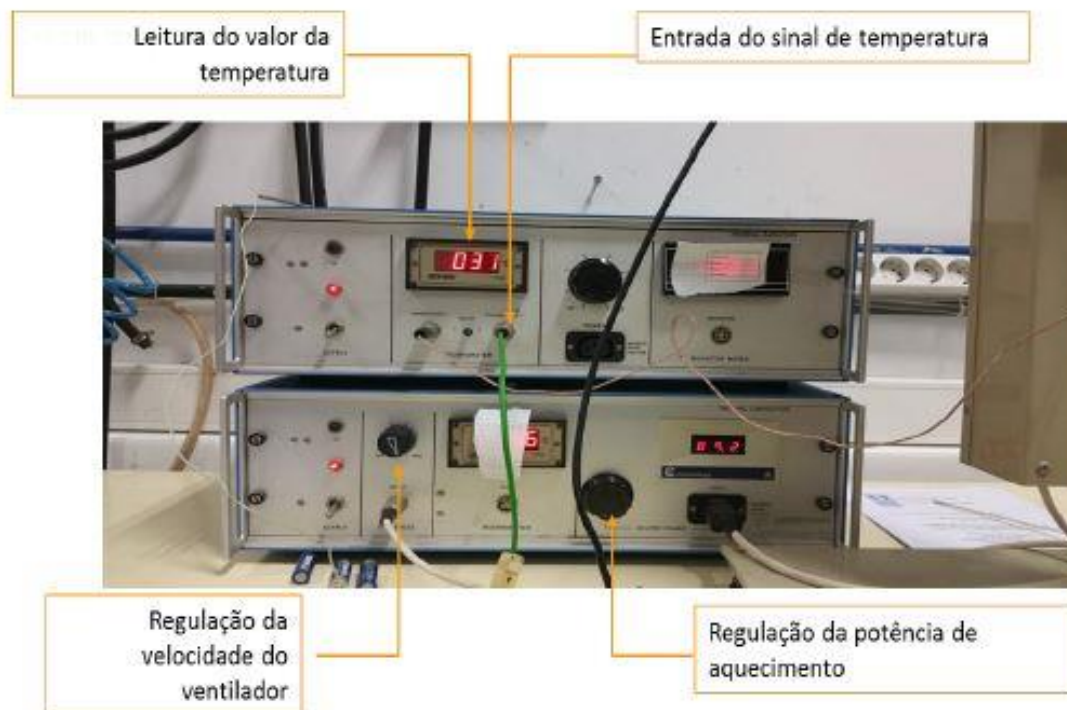


Figura 3 - Sistema de controlo

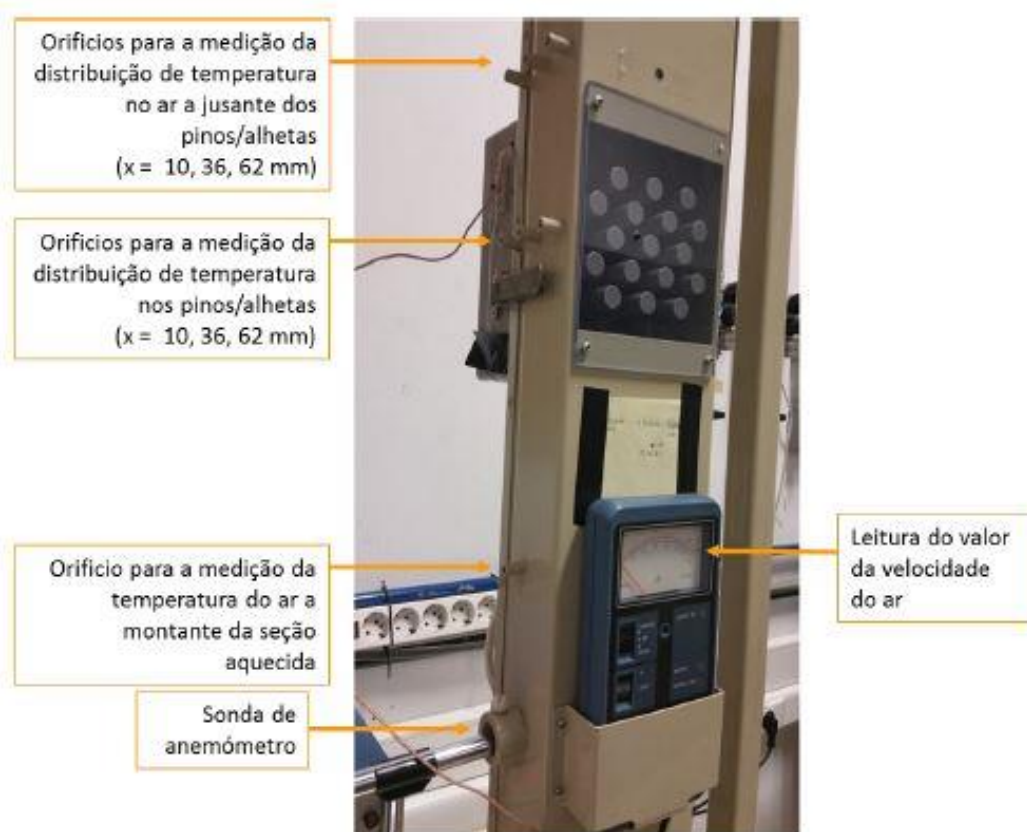


Figura 4- Sistemas de medição

### 3. Procedimento Experimental

Para cada ensaio é selecionada uma potência de aquecimento, devendo cada grupo recolher dois conjuntos de dados correspondentes ao uso de uma das superfícies com alhetas ou pinos para duas velocidades, com valores próximos de 1 m/s e 2 m/s.

Para cada ensaio o procedimento a adotar é o seguinte:

1. Montar a superfície a ensaiar e ligar o termopar da superfície à consola.
2. Ligar o fio de alimentação de corrente elétrica.
3. Ligar a consola e regular a potência de aquecimento com o potenciómetro.
4. Regular o ventilador de modo a obter aproximadamente a velocidade pretendida.
5. Registar a temperatura do ar de entrada, a velocidade do ar e a potência de aquecimento.
6. Observar a variação da temperatura da base da superfície até que o seu valor estabilize.
7. Medir a temperatura na superfície exterior da base e ao longo da alheta ou pino, encostando a sonda às superfícies.
8. Medir a temperatura do ar após passar a superfície para as três posições no canal e para o caso da placa sem alhetas ou pinos efetuar mais medidas a partir do orifício frontal.
9. Manter a potência de aquecimento e variar a regulação do ventilador para a nova velocidade e repetir os pontos 1 a 8.
10. Regular a potência de aquecimento e a velocidade do ventilador para zero; desligar o sistema de controlo e o sistema de medição; desligar a fonte de energia.

#### 4. Estrutura do relatório

**O relatório deverá ser enviado, no prazo de 1 semana, em ficheiro .pdf, para o e-mail do docente do laboratório.**

O relatório deverá ser sucinto, máximo 10 páginas, apresentando:

1. Capa com título, nome e número dos alunos e indicação do dia e hora do ensaio.
2. Sumário incluindo os objetivos e as principais conclusões do trabalho.
3. Fundamentos teóricos, incluindo a identificação das correlações para o cálculo do coeficiente de convecção e a distribuição de temperatura esperada na alheta ou pino e a expressão para o rendimento. (Para as alhetas utilizar o anexo deste guia como referência).
4. Apresentação dos resultados experimentais incluindo os perfis de temperatura em gráficos.
5. Análise de resultados incluindo: balanços de energia ao ar e comparação com potência de aquecimento; cálculo do coeficiente de convecção a partir dos resultados experimentais e comparação com valores estimados a partir das correlações da literatura; cálculo do rendimento das alhetas ou pinos a partir dos resultados experimentais e comparação com valores obtidos a partir da análise teórica correspondente; comparação da distribuição de temperatura medida na alheta ou pino com o resultado do modelo correspondente.
6. Conclusões e recomendações originadas pela discussão dos resultados.
7. Referências, citadas no trabalho

Anexos – Devem ser apresentados em anexo todos os cálculos, enquanto na parte principal do relatório inclui-se apenas o sumário dos resultados.

Folha de registro de resultados a usar no ensaio

Grupo \_\_\_\_\_, data \_\_\_\_/\_\_\_\_, hora \_\_\_\_h\_\_\_\_m

Número	Nome

Resultados utilizando a alheta triangular ou pinos (Riscar o que não interessa)

	1º Ensaio	2º Ensaio
Potência imposta na base [W]		
Velocidade do ar [m/s]		
Temperatura da face interior da placa [°C]		
Temperatura da face exterior da placa [°C]		
Temperatura do ar na entrada [°C]		
Temperatura da superfície em x= 10 mm [°C]		
Temperatura da superfície em x= 36 mm [°C]		
Temperatura da superfície em x= 62 mm [°C]		
Temperatura do ar de saída a x= 10 mm [°C]		
Temperatura do ar de saída a x= 36 mm [°C]		
Temperatura do ar de saída a x= 62 mm [°C]		

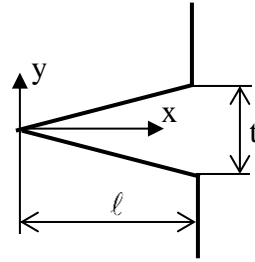
## ANEXO – Distribuição de temperatura em alhetas planas de secção triangular.

A equação de balanço de energia em superfícies estendidas de secção variável tem coeficientes variáveis sendo necessário considerar funções de Bessel para a solução.

$$\frac{d}{dx} \left( A(x) \frac{d\theta}{dx} \right) - \frac{hP(x)}{k} \theta = 0$$

Para o caso da alheta de secção triangular e considerando um referencial com origem na extremidade da alheta conforme indicado na figura, permite escrever o balanço de energia na forma:

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{tx}{\ell} \frac{d\theta}{dx} \right) - \frac{2h}{k} \theta = 0$$



Definindo  $m^2 = 2h\ell/kt$  pode-se reescrever a equação na forma:

$$\frac{d}{dx} \left( x \frac{d\theta}{dx} \right) - m^2 \theta = 0$$

cujas soluções são dadas em função das funções de Bessel do tipo I e K de ordem 0:

$$\theta(x) = C_1 I_0(2m\sqrt{x}) + C_2 K_0(2m\sqrt{x})$$

Para a extremidade da alheta como neste caso não tem área vai-se impor que a temperatura tenha um valor finito o que implica que  $C_2=0$  já que  $K_0(0)=\infty$ . Para a base da alheta a condição fronteira é a imposição da temperatura da base da alheta.

$$\theta(\ell) = C_1 I_0(2m\sqrt{\ell}) = \theta_b$$

de onde se tira a constante  $C_1$ . A distribuição de temperatura resulta então na forma:

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{I_0(2m\sqrt{x})}{I_0(2m\sqrt{\ell})}$$

Para a ponta da alheta  $I_0(0)=1$  donde a temperatura na extremidade da alheta é igual a:

$$\theta(0) = C_1 = \frac{\theta_b}{I_0(2m\sqrt{\ell})}$$

Pode-se definir o calor trocado na alheta através do calor que passa na sua base por:

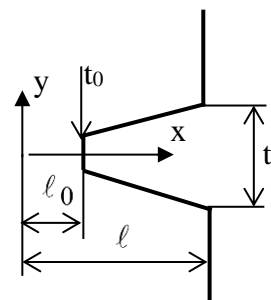
$$\frac{Q}{L} = tk \left. \frac{d\theta}{dx} \right|_{x=\ell} = tk \frac{\theta_b}{I_0(2m\sqrt{\ell})} \left( \frac{m I_1(2m\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \right) \Big|_{x=\ell} = \frac{tk}{2\ell} \theta_b 2m\sqrt{\ell} \left( \frac{I_1(2m\sqrt{\ell})}{I_0(2m\sqrt{\ell})} \right) = \frac{tk\theta_b}{2\ell} \frac{u I_1(u)}{I_0(u)}$$

onde se definiu  $u = 2m\sqrt{\ell}$ .

O rendimento da alheta é definida comparando o calor trocado com o máximo que seria trocado se toda a superfície da alheta se encontrasse à temperatura da base. Este valor é calculado por  $Q/L = 2\ell h\theta_b$  aproximando a área de transferência por  $2\ell$  tendo em consideração que o comprimento da alheta  $\ell$  é muito maior que a espessura da base  $t$ , permitindo obter:

$$\eta = \frac{tk\theta_b}{2\ell h\theta_b} \frac{u I_1(u)}{I_0(u)} = \frac{u}{2m^2 \ell} \frac{I_1(u)}{I_0(u)} = \frac{2}{u} \frac{I_1(u)}{I_0(u)}$$

A solução apresentada foi obtida considerando a alheta triangular até ao vértice. No caso da alheta ser cortada com uma espessura  $t_0$  na extremidade, pode-se formular o problema de um modo equivalente. Por conveniência mantém-se a origem do referencial considerando a distância entre a origem do referencial e a extremidade da alheta como  $\ell_0$ . Para esta coordenada, tem de se considerar uma condição fronteira que será de fluxo de calor nulo na extremidade da alheta.





A solução da equação diferencial é igual à apresentada anteriormente mas a constante  $C_2$  não é nula:

$$\theta(x) = C_1 I_0(2m\sqrt{x}) + C_2 K_0(2m\sqrt{x})$$

A derivada desta função tem a seguinte forma:

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \frac{m}{\sqrt{x}} C_1 I_1(2m\sqrt{x}) - \frac{m}{\sqrt{x}} C_2 K_1(2m\sqrt{x})$$

sendo as constantes  $C_1$  e  $C_2$  agora determinadas de:

$$\theta(\ell) = C_1 I_0(2m\sqrt{\ell}) + C_2 K_0(2m\sqrt{\ell}) = \theta_b$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{m}{\sqrt{\ell_0}} C_1 I_1(2m\sqrt{\ell_0}) - \frac{m}{\sqrt{\ell_0}} C_2 K_1(2m\sqrt{\ell_0}) = 0$$

Resolvendo este sistema de equações obtém-se as constantes  $C_1$  e  $C_2$  de:

$$C_1 = \frac{K_1(2m\sqrt{\ell_0})\theta_b}{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_0(2m\sqrt{\ell}) + I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_0(2m\sqrt{\ell})}$$

$$C_2 = \frac{I_1(2m\sqrt{\ell_0})\theta_b}{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_0(2m\sqrt{\ell}) + I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_0(2m\sqrt{\ell})}$$

A distribuição de temperatura é então:

$$\frac{\theta(x)}{\theta_b} = \frac{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_0(2m\sqrt{x}) + I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_0(2m\sqrt{x})}{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_0(2m\sqrt{\ell}) + I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_0(2m\sqrt{\ell})} \text{ sendo } x \text{ como indicado na figura.}$$

A derivada é dada na forma:

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \frac{m\theta_b}{\sqrt{x}} \left( \frac{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_1(2m\sqrt{x}) - I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_1(2m\sqrt{x})}{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_0(2m\sqrt{\ell}) + I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_0(2m\sqrt{\ell})} \right)$$

permitindo calcular o fluxo de calor pela base da alheta na forma:

$$\frac{Q}{L} = \frac{mkt\theta_b}{\sqrt{\ell}} \left( \frac{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_1(2m\sqrt{\ell}) - I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_1(2m\sqrt{\ell})}{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_0(2m\sqrt{\ell}) + I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_0(2m\sqrt{\ell})} \right)$$

Tendo em conta que o calor máximo trocado considerando toda a alheta à temperatura da base é dado por  $Q/L = 2(\ell - \ell_0)h\theta_b$  pode-se definir o rendimento da alheta na forma:

$$\eta = \left( \frac{\ell}{\ell - \ell_0} \right) \frac{mkt}{2h\ell\sqrt{\ell}} \left( \frac{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_1(2m\sqrt{\ell}) - I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_1(2m\sqrt{\ell})}{K_1(2m\sqrt{\ell_0})I_0(2m\sqrt{\ell}) + I_1(2m\sqrt{\ell_0})K_0(2m\sqrt{\ell})} \right)$$

Introduzindo o parâmetro  $u = 2m\sqrt{\ell}$  e definindo outro parâmetro  $u_0 = 2m\sqrt{\ell_0}$ , pode-se definir o rendimento na forma:

$$\eta = \left( \frac{\ell}{\ell - \ell_0} \right) \frac{2}{u} \left( \frac{K_1(u_0)I_1(u) - I_1(u_0)K_1(u)}{K_1(u_0)I_0(u) + I_1(u_0)K_0(u)} \right)$$

Para a alheta considerada no laboratório, representa-se o rendimento da alheta obtido a partir desta expressão comparado com o rendimento obtido da expressão anterior da alheta triangular. O gráfico é representado em função do comprimento da alheta, permitindo ver que a influência da alheta ser truncada é pequena.

