

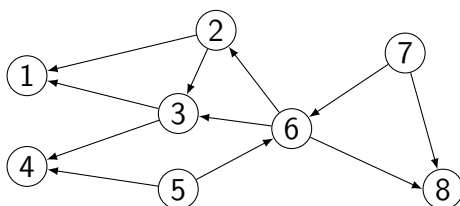
Estruturas de Dados e Algoritmos II

1ª Frequência

Departamento de Informática
Universidade de Évora

6 de Maio de 2021

1. Considere o grafo orientado representado na figura.



- (a) [1,5 valores] Apresente uma ordenação topológica dos vértices do grafo.
- (b) [1 valor] Quantas componentes fortemente conexas tem um grafo orientado acíclico?

2. [3 valores] Apresente um grafo não pesado, orientado ou não orientado (à sua escolha), que sirva para mostrar que, quando é efectuado um percurso em profundidade, a partir de um vértice u , o caminho que é encontrado para algum outro vértice v do grafo pode não ser o mais curto.

Mostre como o algoritmo encontraria esse caminho (não mais curto) e indique um caminho mais curto de u para v .

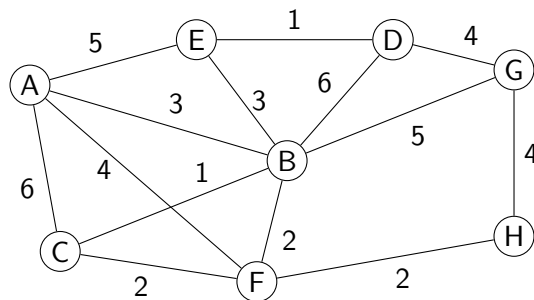
3. No âmbito da luta contra o terrorismo, os serviços de informação investigam as actividades de grupos de pessoas suspeitas de estarem envolvidas no planeamento de acções violentas. Para a racionalização dos recursos, cada equipa de investigação ocupa-se de um grupo de pessoas que se relacionam entre si.

Por exemplo, sabe-se que a pessoa A se relaciona com a B e a C, e que C se relaciona com D. Por outro lado, também se sabe que E e F se relacionam entre si. Quanto G, ainda não é conhecido ninguém com quem se relacione. Neste contexto, foram constituídas três equipas de investigação: uma investiga o grupo de pessoas A, B, C e D, outra investiga E e F, e a última investiga G.

A quantidade elevada de pessoas sob investigação dificulta a identificação dos grupos de pessoas e pretende-se automatizar o processo de, a partir das relações conhecidas entre elas, contar os grupos de pessoas a investigar, para saber quantas são as equipas necessárias.

- (a) [1,5 valores] Apresente o grafo que usaria para representar a informação relativa ao exemplo acima.
- (b) [0,5 valores] Em termos de grafos, e tendo em conta aquele que apresentou na alínea anterior, a que corresponde o que se pretende contar?
- (c) [2 valores] Descreva o algoritmo que utilizaria para obter o resultado pretendido. (Pode fazê-lo através de texto ou recorrendo a pseudo-código.)

4. Considere o grafo seguinte:



- (a) [1 valor] Apresente uma árvore de cobertura do grafo.
- (b) [0,5 valores] Qual o peso da árvore que apresentou? É uma árvore de cobertura mínima?

5. Considere a função recursiva $f_X[i, j]$, onde:

- $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$ é uma sequência não vazia de inteiros positivos;
- $0 \leq i, j \leq n$.

$$f_X[i, j] = \begin{cases} 1 & \text{se } i = 0 \\ x_i & \text{se } i \neq 0 \wedge j = 0 \\ \max \{ f_X[i-1, j] \times f_X[i, j-1], f_X[i-1, j-1] \} & \text{se } i > 0 \wedge j > 0 \end{cases}$$

- (a) [4 valores] Apresente o pseudo-código de um algoritmo iterativo que, dada uma sequência não vazia de inteiros $X = (x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n)$, calcula e devolve o valor de $f_X[n, n]$.
- (b) [1 valor] Estude (justificando) as complexidades temporal e espacial do seu algoritmo.

6. [4 valores] Nestes tempos de encomendas através da Internet, um vendedor tem de arrumar os artigos encomendados pelos seus clientes em caixas de capacidade fixa. A estratégia que o vendedor encontrou, para minimizar o número de caixas usadas para satisfazer cada encomenda, foi a de colocar, numa primeira caixa, artigos que causem o menor desperdício da capacidade disponível nessa caixa e que sejam em menor número possível. Depois de arrumados os artigos na primeira caixa, o vendedor repete o processo para a segunda caixa, com os artigos ainda não arrumados, e assim sucessivamente, até ter arrumado todos os artigos.

Por exemplo, se a capacidade das caixas for 10 e o cliente tiver encomendado artigos cujos volumes são 1, 3, 4, 6 e 8, o vendedor colocará, na primeira caixa, os artigos com volume 6 e 4, para os quais o desperdício de capacidade é 0, e, depois, decidirá como arrumar os três artigos restantes. Se ele decidisse arrumar os artigos com volume 8 e 1 na primeira caixa, desperdiçaria 1 unidade de capacidade da caixa. Por outro lado, se lá arrumasse os artigos com volume 1, 3 e 6, embora também não houvesse desperdício de espaço, o número de artigos não seria o menor possível.

Apresente *uma função recursiva* que, dados uma sequência não vazia não decrescente de inteiros positivos $V = (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_n)$, representando os volumes dos artigos encomendados, e um inteiro positivo C , representando a capacidade de uma caixa, calcula, para a primeira caixa, o menor desperdício possível de capacidade da caixa e o menor número de artigos com que se consegue obter esse desperdício.

Indique claramente o que representa cada uma das variáveis que utilizar e explicita a chamada inicial. (Note que não é pedido que escreva código.)

(Sugestão: Defina uma função cujo valor é um par ordenado. Para o exemplo dado, o valor da função seria (0, 2), correspondendo a 0 de desperdício e 2 artigos na caixa.)