

# Matemática I - Ficha de Exercícios

Diogo Ribeiro

## Ficha n.º 1: Lógica Bivalente

### Exercício 1

Considere as seguintes expressões:

1. Pedro
2. O mês de fevereiro tem 31 dias.
3.  $5 - 3 = 1$
4.  $0 \notin \mathbb{N}$
5.  $4\pi$
6.  $\gcd(4, 12)$
7. O número 1 é primo.
8. Bolas
9. Marcelo Rebelo de Sousa
10. Eusébio Machado foi jogador de futebol.
11.  $\sqrt{4} + \sqrt{16}$
12.  $1 \neq 5 - 4$
13.  $\sqrt[3]{-8} = -2$
14. O hino de Portugal chama-se “A Portuguesa”.
15.  $\left(\frac{-5}{2}\right)^{-1}$
16.  $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$
17.  $\ln(e + 1) < 3$
18.  $y = -x$  é a bissetriz dos quadrantes ímpares.

1.1 Distinga os termos das proposições.

1.2 Indique o valor lógico de cada proposição.

### Exercício 2

Considere as seguintes proposições e indique as que são equivalentes:

- (A)  $3 + 2 = 20 + (-1)^2 - 2 \times \left(\frac{-3}{2}\right)$
- (B)  $5 + 3 \times 2 = 11$
- (C)  $4 \neq -\left(\frac{-8}{2}\right)$
- (D) Açores é um arquipélago.
- (E)  $-5 < -7$
- (F) Portugal situa-se abaixo da linha do equador.

### Exercício 3

Considere as seguintes proposições:

$$p : (-4)^2 < 0, \quad q : (-4)^3 < -4, \quad r : (-22)^3 > 0, \quad s : -43 = 64, \quad t : \left(\frac{1}{22}\right)^2 < \frac{1}{4}$$

Indique o valor lógico de:

1.  $p \iff q$
2.  $p \iff r$
3.  $p \iff s$
4.  $p \iff t$
5.  $q \iff r$
6.  $q \iff s$
7.  $q \iff t$
8.  $r \iff s$
9.  $r \iff t$
10.  $s \iff t$

### Exercício 4

Considere as proposições:

$a$  : O comboio desloca-se sobre carris,

$b$  : O automóvel funciona a gasóleo,

$c$  : A bicicleta tem duas rodas

Traduza em linguagem corrente:

- $a \wedge b$
- $b \wedge c$
- $\sim a \wedge b$
- $b \wedge \sim c$

### Exercício 5

Considere as proposições:

$d$  : Como doce,  $f$  : Como fruta,  $g$  : Como gelado

Traduza em linguagem simbólica:

1. Como doce ou como gelado, mas não ambas as coisas.
2. Como doce e como fruta e não como gelado.
3. Como fruta ou como gelado (ou as duas coisas).
4. Se comer gelado, então não como doce e como fruta.
5. Ou como doce ou como fruta e não como gelado.

### Exercício 6

Designando por  $m$  e  $n$  as proposições:

$m$  : Cristiano Ronaldo foi jogador do SCP,  $n$  : Luís Figo foi jogador do SCP

Traduza em linguagem simbólica e indique o valor lógico:

1. Cristiano Ronaldo e Luís Figo foram jogadores do SCP.
2. Cristiano Ronaldo foi jogador do SCP e Luís Figo não.
3. Nem Cristiano Ronaldo, nem Luís Figo foram jogadores do SCP.

## Exercício 7

Sendo:

$$p : 1 + 1 = 2, \quad q : \text{A lógica é uma batata}$$

Traduza em linguagem corrente:

1.  $p \vee q$
2.  $q \vee \sim p$
3.  $p \wedge \sim q$
4.  $q \Rightarrow p$

## Exercício 8

Considere as proposições  $p$ ,  $q$  e  $r$ :

$$p : \text{O Manuel é estudante}, \quad q : \text{O Manuel é programador}, \quad r : \text{O João é estudante}$$

Traduza em linguagem simbólica:

1. O Manuel é estudante e/ou programador.
2. Ou o Manuel é estudante ou é programador.
3. O Manuel e o João são estudantes.

## Exercício 9

Considere as proposições:

$$\begin{aligned} p &: 5 \text{ é um número primo,} \\ q &: 5 \text{ é um número ímpar,} \\ r &: \text{Todos os números ímpares são números primos} \end{aligned}$$

9.1 Traduza em linguagem corrente:

1.  $p \wedge q$
2.  $p \wedge \sim q$
3.  $\sim r$

9.2 Indique o valor lógico de cada uma:

1.  $p \wedge r$
2.  $\sim (q \wedge \sim r)$
3.  $(p \wedge \sim r) \wedge q$

## Exercício 10

Seja  $p$  uma proposição falsa. Averigue o valor lógico de  $q$ , sabendo que:

1.  $\sim p \wedge q$  é verdadeira
2.  $\sim (p \wedge q) \wedge \sim q$  é falsa
3.  $\sim q \wedge \sim p \wedge p$  é falsa

## Exercício 11

Considere as proposições:

$$a : \sqrt{17} > 4, \quad b : \sqrt{16} + 49 = 11, \quad c : \sqrt{16} + \sqrt{49} = 11$$

11.1 Indique o valor lógico das proposições.

11.2 Determine o valor lógico de  $d$ , sabendo que  $\sim d \wedge a$  é verdadeira.

11.3 Determine o valor lógico de  $e$ , sabendo que  $e \wedge \sim b$  é falsa.

## Exercício 12

Em relação aos três primeiros classificados num torneio de voleibol, considere as proposições:

$x$  : A primeira equipa classificada não é portuguesa,

$y$  : A segunda equipa classificada é portuguesa,

$z$  : A terceira equipa classificada é brasileira

12.1 Traduza em linguagem simbólica:

1. A segunda equipa classificada não é portuguesa.
2. Não é verdade que a segunda equipa classificada seja portuguesa e a terceira seja brasileira.
3. As duas primeiras equipas classificadas são portuguesas.
4. A segunda equipa classificada é portuguesa ou a terceira não é brasileira.

12.2 Traduza em linguagem corrente:

1.  $\sim x \vee z$
2.  $x \wedge \sim z$
3.  $\sim (y \vee z)$
4.  $\sim x \wedge \sim (\sim y)$

12.3 O que pode concluir quanto à nacionalidade das três primeiras equipas classificadas sabendo que  $\sim (x \vee \sim y) \wedge z$  é verdadeira?

## Exercício 13

Dadas duas proposições  $a$  e  $b$ , sabe-se que não são equivalentes. Determine o valor lógico das proposições:

1.  $a \vee b$
2.  $a \wedge b$
3.  $(a \vee b) \vee (a \wedge \sim b)$
4.  $(\sim a \wedge \sim b) \wedge a$

## Exercício 14

Considere a proposição  $(p \vee \sim r) \wedge (\sim q \wedge r)$ .

14.1 Construa uma tabela de verdade relativa à proposição dada.

14.2 Indique os valores lógicos das proposições  $p$ ,  $q$  e  $r$  se a proposição dada for verdadeira.

## Exercício 15

Mostre que:

1.  $\sim p \vee (q \wedge p)$  é equivalente a  $\sim (p \wedge \sim q)$
2.  $p \wedge [\sim (p \vee \sim q)]$  é uma contradição
3.  $p \vee [\sim (p \wedge \sim q)]$  é uma tautologia
4.  $p \vee [(\sim q \wedge p) \vee q]$  é equivalente a  $p \vee q$
5.  $p \dot{\vee} q \iff (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$
6.  $p \dot{\vee} q \iff (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
7.  $\sim (p \Rightarrow \sim q) \wedge \sim q$  é uma contradição
8.  $(\sim p \wedge q) \Rightarrow q$  é uma tautologia
9.  $\sim [(p \Rightarrow q) \vee p] \Rightarrow q$  é uma tautologia
10.  $[(p \wedge q) \Rightarrow \sim r] \vee r$  é uma tautologia

## Exercício 16

Dadas três proposições  $m$ ,  $n$  e  $q$ , sabe-se que é falsa a proposição  $[m \Rightarrow (n \wedge q)] \vee [q \Rightarrow (m \wedge n)]$ . Determine os valores lógicos das proposições  $m$ ,  $n$  e  $q$ .

## Exercício 17

Dadas duas proposições  $a$  e  $b$ , sabe-se que a proposição  $\sim a \vee b$  é verdadeira. Determine o valor lógico da proposição  $a \Rightarrow (a \wedge b)$ .

## Exercício 18

Considere as proposições:

$d$  : O despertador não funciona,  $c$  : A Joana vai de comboio,  $a$  : A Joana chega atrasada

**18.1** Traduza em linguagem simbólica:

1. A Joana vai de comboio se e só se o despertador não funcionar.
2. Se o despertador funciona, então a Joana não vai de comboio e não chega atrasada.
3. Ou a Joana vai de comboio e não chega atrasada, ou o despertador não funciona.

**18.2** Sem recorrer a tabelas de verdade, mostre que a proposição  $d \Rightarrow (\sim c \vee a)$  é equivalente à proposição  $\sim (d \wedge c) \vee a$ .

## Exercício 19

Considere as proposições:

$a$  :  $(-2)^3 < -2$ ,  $b$  :  $1 + 2 \times (-3) = -9$ ,  $c$  : 11 é um número primo,  $d$  :  $3 = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{8}}{3}$

**19.1** Indique o valor lógico de cada uma das proposições.

**19.2** Determine o valor lógico de:

1.  $\sim (c \vee b) \vee \sim (a \wedge \sim d)$
2.  $b \Rightarrow (a \vee d)$

## Exercício 20

Das seguintes proposições, identifique a(s) falsa(s):

- (A) Se a Lua não é um satélite da Terra, então a Terra não é um planeta.
- (B) O número  $\pi$  é um número racional se e somente se  $-2$  é um número natural.
- (C) O cubo não é um poliedro regular ou os ângulos agudos de um triângulo retângulo são complementares.
- (D) O quadrado de qualquer número real é um número positivo e Espanha faz fronteira com Portugal.

## Exercício 21

A Rita, após ter conhecimento do resultado de uma entrevista (aprovada ou reprovada), como candidata a um emprego, encontrou três amigos e a cada um deles deu uma informação diferente:

$p$  : Fui reprovada,     $q$  : Não sei o resultado,     $t$  : Fui aprovada

Sabe-se que  $[p \wedge \sim (q \vee \sim t)] \iff (q \vee p)$ . Qual foi o resultado obtido pela Rita?

## Exercício 22

Considere as proposições:

$a$  : A Ana foi convidada para a festa,  
 $b$  : A Beatriz não foi convidada para a festa,  
 $c$  : A Carolina não foi convidada para a festa

Das três amigas, qual foi convidada para a festa, sabendo que:

$a \vee [\sim (b \wedge \sim c)]$  é falsa?

## Exercício 23

Mostre que o valor lógico da proposição  $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$  não depende dos valores lógicos de  $p$  e  $q$ .

## Exercício 24

Considere, em  $\mathbb{R}$ , as proposições:

$p$  : A equação  $x^2 - 4 = 0$  tem duas soluções,     $q$  :  $(-2)^2 = 4$ ,     $r$  : 2 não é solução da equação  $x^2 - 4 = 0$

Determine o valor lógico das proposições:

1.  $(r \Rightarrow p) \vee (q \Rightarrow r)$
2.  $p \Rightarrow (q \wedge r)$
3.  $\sim (q \vee \sim r) \Rightarrow (\sim p \vee q)$
4.  $q \Rightarrow \sim (p \wedge r)$

## Exercício 25

Considere as expressões que definem proposições. Simplifique-as:

1.  $\sim p \wedge (p \wedge q)$
2.  $\sim p \wedge (p \vee q)$
3.  $[\sim p \wedge (p \vee q)] \wedge \sim q$
4.  $[p \vee (\sim p \wedge q)] \vee \sim q$
5.  $(\sim q \wedge p) \Rightarrow \sim p$
6.  $\sim [\sim (q \wedge p) \Rightarrow \sim p]$
7.  $p \iff \sim p$
8.  $\sim p \vee \sim [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)]$
9.  $\sim p \Rightarrow [(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)]$
10.  $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
11.  $\sim [p \wedge (\sim q \vee r) \wedge \sim (p \wedge r)] \wedge \sim q$
12.  $\sim [p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \wedge q)$

## Exercício 26

Supondo verdadeiras as três proposições:

$$a \Rightarrow b, \quad \sim (b \wedge c), \quad a$$

O que pode dizer acerca do valor lógico de  $b$  e  $c$ ?

## Exercício 27

Considere as seguintes proposições:

- $p$  : O FCP ganha o campeonato de futebol da primeira liga,  
 $q$  : O SLB ganha o campeonato de futebol da primeira liga,  
 $r$  : O SCP ganha o campeonato de futebol da primeira liga

Admitindo como verdadeira a proposição:

$$\sim [\sim p \vee (\sim q \Rightarrow r)]$$

Determine quem ganha o campeonato.