

Matemática I

Lógica Bivalente

Diogo Ribeiro

POLITÉCNICO DO PORTO
ESCOLA SUPERIOR DE MEDIA ARTES E DESIGN

Termo e Proposição

- ▶ **Termo (ou designação):** Designa algo.
- ▶ **Proposição:** Afirmação passível de ter valor lógico.

Exercício: Distinga os termos das proposições:

- ▶ $2 + 3$
- ▶ Par
- ▶ $2 + 3 = 6$
- ▶ 2 é par
- ▶ Lisboa
- ▶ Lisboa é a capital de Espanha

Princípios Lógicos

- ▶ **Princípio da Não Contradição:** Uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa.
- ▶ **Princípio do Terceiro Excluído:** Uma proposição é verdadeira ou falsa, sem uma terceira hipótese.

Equivalência de Proposições

- ▶ Proposições com o mesmo valor lógico são equivalentes.
- ▶ Exemplo: $2 + 3 = 6$ e Lisboa é capital de Espanha são proposições equivalentes.

$$2 + 3 = 6 \iff \text{Lisboa é capital de Espanha}$$

Operações com Proposições

p	$\neg p$
V	F
F	V

Table: Tabela verdade para negação

Tabela Verdade para Conjunção (\wedge)

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Table: Tabela verdade para conjunção

Tabela Verdade para Disjunção (\vee)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Table: Tabela verdade para disjunção

Tabela Verdade para Implicação (\Rightarrow)

p	q	$p \Rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Table: Tabela verdade para implicação

Tabela Verdade para Bicondicional (\Leftrightarrow)

p	q	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Table: Tabela verdade para bicondicional

Princípios e Tautologias

- ▶ **Princípio da Não Contradição:** $p \wedge \sim p \iff F$
- ▶ **Princípio do Terceiro Excluído:** $p \vee \sim p \iff V$
- ▶ **Tautologia:** Proposição sempre verdadeira.
- ▶ **Contradição:** Proposição sempre falsa.

Propriedades das Operações Lógicas

- ▶ **Comutativa:** $p \wedge q \iff q \wedge p$, $p \vee q \iff q \vee p$
- ▶ **Associativa:** $(p \wedge q) \wedge r \iff p \wedge (q \wedge r)$,
 $(p \vee q) \vee r \iff p \vee (q \vee r)$
- ▶ **Distributiva:** $p \vee (q \wedge r) \iff (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- ▶ **Idempotência:** $p \wedge p \iff p$, $p \vee p \iff p$
- ▶ **Elementos Neutros:** $p \wedge V \iff p$, $p \vee F \iff p$
- ▶ **Elementos Absorventes:** $p \wedge F \iff F$, $p \vee V \iff V$

Leis de DeMorgan e Outras Propriedades

- ▶ **Leis de DeMorgan:**

$$\sim (p \wedge q) \iff (\sim p \vee \sim q)$$

$$\sim (p \vee q) \iff (\sim p \wedge \sim q)$$

- ▶ **Princípio da Dupla Implicação:**

$$p \Rightarrow q \wedge q \Rightarrow p \iff (p \iff q)$$

- ▶ **Princípio da Transitividade:** $p \Rightarrow q \wedge q \Rightarrow r \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

- ▶ **Lei da Conversão:** $p \Rightarrow q \iff (\sim q \Rightarrow \sim p)$

Exercícios

► Provar usando tabelas de verdade:

1. A propriedade distributiva da conjunção em relação à disjunção: $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
2. A primeira Lei de DeMorgan: $\sim (p \vee q) \iff (\sim p \wedge \sim q)$
3. A Lei da Conversão: $p \Rightarrow q \iff (\sim p \vee q)$