

Matemática I - Ficha de Exercícios

Diogo Ribeiro

Ficha n.º 1: Lógica Bivalente

Exercício 1

Considere as seguintes expressões:

1. Pedro
2. O mês de fevereiro tem 31 dias.
3. $5 - 3 = 1$
4. $0 \notin \mathbb{N}$
5. 4π
6. $\gcd(4, 12)$
7. O número 1 é primo.
8. Bolas
9. Marcelo Rebelo de Sousa
10. Eusébio Machado foi jogador de futebol.
11. $\sqrt{4} + \sqrt{16}$
12. $1 \neq 5 - 4$
13. $\sqrt[3]{-8} = -2$
14. O hino de Portugal chama-se “A Portuguesa”.
15. $\left(\frac{-5}{2}\right)^{-1}$
16. $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)$
17. $\ln(e + 1) < 3$
18. $y = -x$ é a bissetriz dos quadrantes ímpares.

1.1 Distinga os termos das proposições.

1.2 Indique o valor lógico de cada proposição.

Exercício 2

Considere as seguintes proposições e indique as que são equivalentes:

- (A) $3 + 2 = 20 + (-1)^2 - 2 \times \left(\frac{-3}{2}\right)$
- (B) $5 + 3 \times 2 = 11$
- (C) $4 \neq -\left(\frac{-8}{2}\right)$
- (D) Açores é um arquipélago.
- (E) $-5 < -7$
- (F) Portugal situa-se abaixo da linha do equador.

Exercício 3

Considere as seguintes proposições:

$$p : (-4)^2 < 0, \quad q : (-4)^3 < -4, \quad r : (-22)^3 > 0, \quad s : -43 = 64, \quad t : \left(\frac{1}{22}\right)^2 < \frac{1}{4}$$

Indique o valor lógico de:

1. $p \iff q$
2. $p \iff r$
3. $p \iff s$
4. $p \iff t$
5. $q \iff r$
6. $q \iff s$
7. $q \iff t$
8. $r \iff s$
9. $r \iff t$
10. $s \iff t$

Exercício 4

Considere as proposições:

a : O comboio desloca-se sobre carris,

b : O automóvel funciona a gasóleo,

c : A bicicleta tem duas rodas

Traduza em linguagem corrente:

- $a \wedge b$
- $b \wedge c$
- $\sim a \wedge b$
- $b \wedge \sim c$

Exercício 5

Considere as proposições:

d : Como doce, f : Como fruta, g : Como gelado

Traduza em linguagem simbólica:

1. Como doce ou como gelado, mas não ambas as coisas.
2. Como doce e como fruta e não como gelado.
3. Como fruta ou como gelado (ou as duas coisas).
4. Se comer gelado, então não como doce e como fruta.
5. Ou como doce ou como fruta e não como gelado.

Exercício 6

Designando por m e n as proposições:

m : Cristiano Ronaldo foi jogador do SCP, n : Luís Figo foi jogador do SCP

Traduza em linguagem simbólica e indique o valor lógico:

1. Cristiano Ronaldo e Luís Figo foram jogadores do SCP.
2. Cristiano Ronaldo foi jogador do SCP e Luís Figo não.
3. Nem Cristiano Ronaldo, nem Luís Figo foram jogadores do SCP.

Exercício 7

Sendo:

$$p : 1 + 1 = 2, \quad q : \text{A lógica é uma batata}$$

Traduza em linguagem corrente:

1. $p \dot{\vee} q$
2. $q \dot{\vee} \sim p$
3. $p \wedge \sim q$
4. $q \Rightarrow p$

Exercício 8

Considere as proposições p , q e r :

$$p : \text{O Manuel é estudante}, \quad q : \text{O Manuel é programador}, \quad r : \text{O João é estudante}$$

Traduza em linguagem simbólica:

1. O Manuel é estudante e/ou programador.
2. Ou o Manuel é estudante ou é programador.
3. O Manuel e o João são estudantes.

Exercício 9

Considere as proposições:

$$\begin{aligned} p : 5 \text{ é um número primo,} \\ q : 5 \text{ é um número ímpar,} \\ r : \text{Todos os números ímpares são números primos} \end{aligned}$$

9.1 Traduza em linguagem corrente:

1. $p \wedge q$
2. $p \wedge \sim q$
3. $\sim r$

9.2 Indique o valor lógico de cada uma:

1. $p \wedge r$
2. $\sim (q \wedge \sim r)$
3. $(p \wedge \sim r) \wedge q$

Exercício 10

Seja p uma proposição falsa. Averigue o valor lógico de q , sabendo que:

1. $\sim p \wedge q$ é verdadeira
2. $\sim (p \wedge q) \wedge \sim q$ é falsa
3. $\sim q \wedge \sim p \wedge p$ é falsa

Exercício 11

Considere as proposições:

$$a : \sqrt{17} > 4, \quad b : \sqrt{16} + 49 = 11, \quad c : \sqrt{16} + \sqrt{49} = 11$$

11.1 Indique o valor lógico das proposições.

11.2 Determine o valor lógico de d , sabendo que $\sim d \wedge a$ é verdadeira.

11.3 Determine o valor lógico de e , sabendo que $e \wedge \sim b$ é falsa.

Exercício 12

Em relação aos três primeiros classificados num torneio de voleibol, considere as proposições:

x : A primeira equipa classificada não é portuguesa,

y : A segunda equipa classificada é portuguesa,

z : A terceira equipa classificada é brasileira

12.1 Traduza em linguagem simbólica:

1. A segunda equipa classificada não é portuguesa.
2. Não é verdade que a segunda equipa classificada seja portuguesa e a terceira seja brasileira.
3. As duas primeiras equipas classificadas são portuguesas.
4. A segunda equipa classificada é portuguesa ou a terceira não é brasileira.

12.2 Traduza em linguagem corrente:

1. $\sim x \vee z$
2. $x \wedge \sim z$
3. $\sim (y \vee z)$
4. $\sim x \wedge \sim (\sim y)$

12.3 O que pode concluir quanto à nacionalidade das três primeiras equipas classificadas sabendo que $\sim (x \vee \sim y) \wedge z$ é verdadeira?

Exercício 13

Dadas duas proposições a e b , sabe-se que não são equivalentes. Determine o valor lógico das proposições:

1. $a \vee b$
2. $a \wedge b$
3. $(a \vee b) \vee (a \wedge \sim b)$
4. $(\sim a \wedge \sim b) \wedge a$

Exercício 14

Considere a proposição $(p \vee \sim r) \wedge (\sim q \wedge r)$.

14.1 Construa uma tabela de verdade relativa à proposição dada.

14.2 Indique os valores lógicos das proposições p , q e r se a proposição dada for verdadeira.

Exercício 15

Mostre que:

1. $\sim p \vee (q \wedge p)$ é equivalente a $\sim (p \wedge \sim q)$
2. $p \wedge [\sim (p \vee \sim q)]$ é uma contradição
3. $p \vee [\sim (p \wedge \sim q)]$ é uma tautologia
4. $p \vee [(\sim q \wedge p) \vee q]$ é equivalente a $p \vee q$
5. $p \dot{\vee} q \iff (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$
6. $p \dot{\vee} q \iff (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$
7. $\sim (p \Rightarrow \sim q) \wedge \sim q$ é uma contradição
8. $(\sim p \wedge q) \Rightarrow q$ é uma tautologia
9. $\sim [(p \Rightarrow q) \vee p] \Rightarrow q$ é uma tautologia
10. $[(p \wedge q) \Rightarrow \sim r] \vee r$ é uma tautologia

Exercício 16

Dadas três proposições m , n e q , sabe-se que é falsa a proposição $[m \Rightarrow (n \wedge q)] \vee [q \Rightarrow (m \wedge n)]$. Determine os valores lógicos das proposições m , n e q .

Exercício 17

Dadas duas proposições a e b , sabe-se que a proposição $\sim a \vee b$ é verdadeira. Determine o valor lógico da proposição $a \Rightarrow (a \wedge b)$.

Exercício 18

Considere as proposições:

d : O despertador não funciona, c : A Joana vai de comboio, a : A Joana chega atrasada

18.1 Traduza em linguagem simbólica:

1. A Joana vai de comboio se e só se o despertador não funcionar.
2. Se o despertador funciona, então a Joana não vai de comboio e não chega atrasada.
3. Ou a Joana vai de comboio e não chega atrasada, ou o despertador não funciona.

18.2 Sem recorrer a tabelas de verdade, mostre que a proposição $d \Rightarrow (\sim c \vee a)$ é equivalente à proposição $\sim (d \wedge c) \vee a$.

Exercício 19

Considere as proposições:

a : $(-2)^3 < -2$, b : $1 + 2 \times (-3) = -9$, c : 11 é um número primo, d : $3 = \frac{\sqrt{25} - \sqrt{8}}{3}$

19.1 Indique o valor lógico de cada uma das proposições.

19.2 Determine o valor lógico de:

1. $\sim (c \vee b) \vee \sim (a \wedge \sim d)$
2. $b \Rightarrow (a \vee d)$

Exercício 20

Das seguintes proposições, identifique a(s) falsa(s):

- (A) Se a Lua não é um satélite da Terra, então a Terra não é um planeta.
- (B) O número π é um número racional se e somente se -2 é um número natural.
- (C) O cubo não é um poliedro regular ou os ângulos agudos de um triângulo retângulo são complementares.
- (D) O quadrado de qualquer número real é um número positivo e Espanha faz fronteira com Portugal.

Exercício 21

A Rita, após ter conhecimento do resultado de uma entrevista (aprovada ou reprovada), como candidata a um emprego, encontrou três amigos e a cada um deles deu uma informação diferente:

p : Fui reprovada, q : Não sei o resultado, t : Fui aprovada

Sabe-se que $[p \wedge \sim (q \vee \sim t)] \iff (q \vee p)$. Qual foi o resultado obtido pela Rita?

Exercício 22

Considere as proposições:

a : A Ana foi convidada para a festa,
 b : A Beatriz não foi convidada para a festa,
 c : A Carolina não foi convidada para a festa

Das três amigas, qual foi convidada para a festa, sabendo que:

$a \vee [\sim (b \wedge \sim c)]$ é falsa?

Exercício 23

Mostre que o valor lógico da proposição $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$ não depende dos valores lógicos de p e q .

Exercício 24

Considere, em \mathbb{R} , as proposições:

p : A equação $x^2 - 4 = 0$ tem duas soluções, q : $(-2)^2 = 4$, r : 2 não é solução da equação $x^2 - 4 = 0$

Determine o valor lógico das proposições:

1. $(r \Rightarrow p) \vee (q \Rightarrow r)$
2. $p \Rightarrow (q \wedge r)$
3. $\sim (q \vee \sim r) \Rightarrow (\sim p \vee q)$
4. $q \Rightarrow \sim (p \wedge r)$

Exercício 25

Considere as expressões que definem proposições. Simplifique-as:

1. $\sim p \wedge (p \wedge q)$
2. $\sim p \wedge (p \vee q)$
3. $[\sim p \wedge (p \vee q)] \wedge \sim q$
4. $[p \vee (\sim p \wedge q)] \vee \sim q$
5. $(\sim q \wedge p) \Rightarrow \sim p$
6. $\sim [\sim (q \wedge p) \Rightarrow \sim p]$
7. $p \iff \sim p$
8. $\sim p \vee \sim [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)]$
9. $\sim p \Rightarrow [(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \wedge q)]$
10. $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$
11. $\sim [p \wedge (\sim q \vee r) \wedge \sim (p \wedge r)] \wedge \sim q$
12. $\sim [p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow (p \wedge q)$

Exercício 26

Supondo verdadeiras as três proposições:

$$a \Rightarrow b, \quad \sim (b \wedge c), \quad a$$

O que pode dizer acerca do valor lógico de b e c ?

Exercício 27

Considere as seguintes proposições:

- p : O FCP ganha o campeonato de futebol da primeira liga,
 q : O SLB ganha o campeonato de futebol da primeira liga,
 r : O SCP ganha o campeonato de futebol da primeira liga

Admitindo como verdadeira a proposição:

$$\sim [\sim p \vee (\sim q \Rightarrow r)]$$

Determine quem ganha o campeonato.