

Lógica e Teoria de Conjuntos

Matemática I



**ESCOLA
SUPERIOR
DE MEDIA
ARTES
E DESIGN**

Expressões Algébricas e Condições

- **Expressões Algébricas:** expressões com uma ou mais variáveis
- **Expressões Designatórias:** expressões algébricas que se transformam em termos quando se concretizam as variáveis
- **Condições:** expressões algébricas que se transformam em proposições ao concretizar as variáveis
- Exemplo:

$$3x + 2 = 1 \quad \text{Conjunto-solução em } \mathbb{R} = -\frac{1}{3}$$

Classificação de Condições

- **Possíveis não universais:** apenas algumas concretizações são verdadeiras
- **Possíveis universais:** todas as concretizações são verdadeiras
- **Impossíveis:** nenhuma concretização é verdadeira
- Exemplos em \mathbb{R} :
 - $x^2 = 1$
 - $x^2 > -1$
 - $x^2 < -1$

- **Quantificador universal:** \forall
- **Quantificador existencial:** \exists
- Exemplo:

$$\forall n \in \mathbb{N}, n > 0$$

$$\exists x \in \mathbb{Z} : 3x = -21$$

Operações com Conjuntos

- **Reunião:** $A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}$
- **Interseção:** $A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}$
- **Complementar:** $A' = \{x : x \notin A\}$
- **Diferença:** $A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$

- **Igualdade de Conjuntos:** $A = B \iff \forall x, (x \in A \iff x \in B)$
- **Subconjunto:** $A \subseteq B \iff \forall x, (x \in A \Rightarrow x \in B)$

Propriedades das Operações com Conjuntos

- **Comutativa:**

$$A \cup B = B \cup A \quad A \cap B = B \cap A$$

- **Associativa:**

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

- **Idempotência:**

$$A \cup A = A \quad A \cap A = A$$

- **Elemento Neutro:**

$$A \cup \emptyset = A \quad A \cap \mathcal{U} = A$$

- **Elemento Absorvente:**

$$A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U} \quad A \cap \emptyset = \emptyset$$

Leis de DeMorgan para Conjuntos

- **Primeiras Leis de DeMorgan:**

$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad (A \cap B)' = A' \cup B'$$

- **Segundas Leis de DeMorgan:**

$$\sim \forall x, p(x) \iff \exists x : \sim p(x)$$

$$\sim \exists x : p(x) \iff \forall x, \sim p(x)$$