UNIVERSIDADE DE ÉVORA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

Linguagens Formais e Autómatos
Resolução de Segunda Frequência
Realizada a 13 de dezembro de 2015

Exercício 1 As fórmulas (simplificadas) nas folhas de cálculo são representadas por palavras geradas pela gramática $G = (\{F, A\}, \{\mathtt{f}, \ (\ ,\ ;\ ,\ )\ \}, \ldots, F)$

$$F \to \mathtt{f} \qquad A \to F$$
$$F \to \mathtt{f}\ (\ A\ ) \qquad A \to F\ ;\ A$$

Por exemplo "f", "f (f ; f)" e "f (f ; f (f))" são fórmulas simplificadas. **n.b.** que ; ( ) fazem parte dos terminais desta gramática.

1. **[2,5 valores]** Obtenha uma gramática equivalente a G na *Forma Normal de Greibach*;
2. **[2,5 valores]** Como as duas produções de F começam pelo terminal f esta gramática **não é** $\mathcal{LL}(1)$. Obtenha uma gramática equivalente que seja $\mathcal{LL}(1)$, justificando — Se não consegue obter a gramática equivalente, com um penalização de 50% na cotação desta alínea, justifique se a gramática seguinte é $\mathcal{LL}(1)$: $G = (\{E, F, T\}, \{x, y, z, \#\}, \ldots, E)$ com produções...

$$E \to FT\# \qquad F \to xFy \qquad T \to xTz$$
$$F \to \lambda \qquad T \to \lambda$$

Forma Normal de Greibach
Símbolo inicial recursivo? **Não é.**
Produções vazias? **Não tem.**
Produções unitárias? Tem uma: $A \to F$. Transformação da gramática:

$$F \to \mathtt{f} \qquad A \to \mathtt{f}$$
$$F \to \mathtt{f}\ (\ A\ ) \qquad A \to \mathtt{f}\ (\ A\ )$$
$$A \to F\ ;\ A$$

Símbolos produtivos e acessíveis? **São todos.** Portanto esta gramática está **limpa.**
Forma Normal de Chomsky

$$F \to \mathtt{f} \qquad A \to \mathtt{f} \qquad G \to \mathtt{f} \qquad O \to LA$$
$$F \to GH \qquad A \to GH \qquad H \to OR \qquad C \to\ ;$$
$$A \to FB \qquad B \to CA \qquad L \to\ (\qquad R \to\ )$$

Forma normal de Greibach, usando a ordem $F < A < H < O < B < G < L < C < R$:

passo descendente	passo ascendente
$F \to \mathtt{f}$	$F \to \mathtt{f}$
$F \to GH$	$F \to \mathtt{f}H$
$A \to \mathtt{f}$	$A \to \mathtt{f}$
$A \to GH$	$A \to \mathtt{f}H$
$(A \to \boxed{F}B)$	
substituir F	
$A \to \boxed{\mathtt{f}}B$	$A \to \mathtt{f}B$
$A \to \boxed{GH}B$	$A \to \mathtt{f}HB$
$H \to OR$	$H \to (\,AR$
$O \to LA$	$O \to (\,A$
$B \to CA$	$B \to \,;A$
$G \to \mathtt{f}$	$G \to \mathtt{f}$
$L \to ($	$L \to ($
$C \to \,;$	$C \to \,;$
$R \to)$	$R \to)$

Gramática equivalente $\mathcal{LL}(1)$

$$F \to \mathtt{f}G \qquad G \to \lambda \qquad H \to \lambda$$
$$A \to FH \qquad G \to (\,A\,) \qquad H \to \,;A$$

Verificação que esta gramática é $\mathcal{LL}(1)$
Geradores de λ:

$$\Lambda = \{G, H\}$$

Primeiros e seguintes:

NT	Primeiros	Seguintes
F	$\mathtt{f}$	;)
A	$\mathtt{f}$	)
G	(	;)
H	;	)

Diretores:

Produção	Diretores
$F \to \mathtt{f}G$	$\mathtt{f}$
$A \to FH$	$\mathtt{f}$
$G \to \lambda$	;)
$G \to (\,A\,)$	(
$H \to \lambda$	)
$H \to \,;A$	;

Como, para cada não terminal, os diretores de produções distintas não se intersetam, **a gramática é** $\mathcal{LL}(1)$.

Gramática alternativa

$$E \to FT\# \qquad F \to xFy \qquad T \to xTz$$
$$F \to \lambda \qquad T \to \lambda$$

Os geradores de λ são $\Lambda = \{F, T\}$ e os primeiros e seguintes de cada não terminal são

NT	Primeiros	Seguintes
E	x #	
F	x	$x\ y$ #
T	x	z #

Os diretores de cada produção são

Produção	Diretores
$E \to FT\#$	x #
$F \to xFy$	$\boxed{x}$
$F \to \lambda$	$\boxed{x}\ y$ #
$\ldots$	

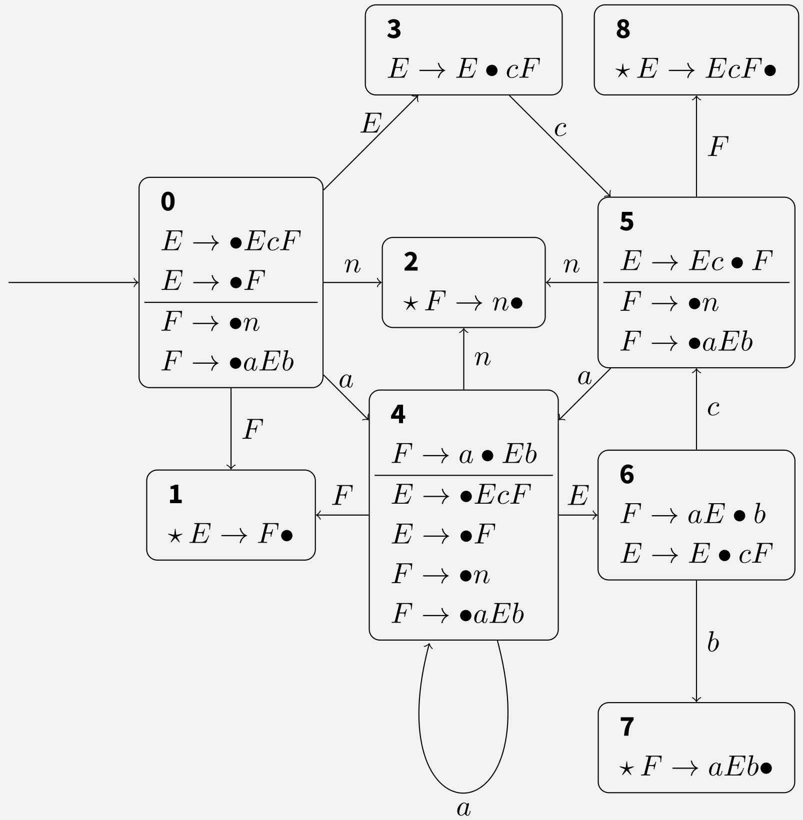
Não é necessário completar a tabela porque, para o não terminal F, os diretores das suas duas produções intersetam-se, o que permite concluir que **a gramática não é** $\mathcal{LL}(1)$.

Exercício 2 Considere a gramática $G = (\{E, F\}, \{a, b, c, n\}, \ldots, E)$ com as seguintes produções

$$E \to EcF \qquad F \to n$$
$$E \to F \qquad F \to aEb$$

1. **[2,5 valores]** Confirme que esta gramática não é $\mathcal{LL}(1)$;
2. **[2,5 valores]** Verifique se esta gramática é $\mathcal{LR}(0)$. Se o for construa a tabela de análise sintática;

Verificação que a gramática não é $\mathcal{LL}(1)$: O símbolo inicial é recursivo à esquerda. Em alternativa, note que os primeiros de E são os primeiros de F e, como não há geradores de λ, os diretores das duas produções de E são os primeiros de E e de F, que coincidem.
Verificação que a gramática é $\mathcal{LR}(0)$:
O diagrama do autómato dos itens válidos é:



Como nos estados com itens completos só existe esse item não há nem conflitos redução/redução nem redução/transferência. Portanto a gramática é $\mathcal{LR}(0)$. A tabela de análise sintática é

q	a	b	c	n	E	F	Ação
0	4			2	3	1	transfere
1							aceita
2							$F \to n$
3			5				transfere
4	4			2	6	1	transfere
5	4			2		8	transfere
6		7	5				transfere
7							$F \to aEb$
8							aceita

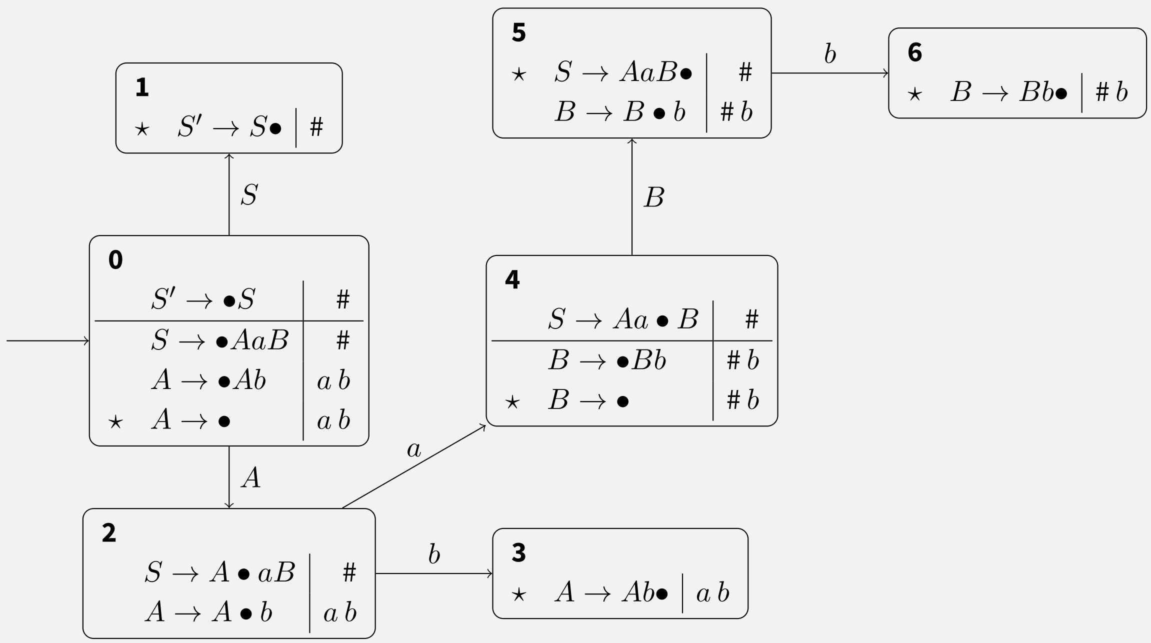
Exercício 3 Considere a gramática $G = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, \dots, S)$ com produções

$$S \to AaB \qquad A \to Ab \mid \lambda \qquad B \to Bb \mid \lambda$$

1. **[2,5 valores]** Mostre que esta gramática **não é** $\mathcal{LR}(0)$;
2. **[2,5 valores]** Determine o autómato dos itens $\mathcal{LR}(1)$ válidos e justifique que a gramática é $\mathcal{LR}(1)$;
3. **[2,5 valores]** Determine o autómato de pilha reconhecedor e use-o para verificar se $babb$ é gerada pela gramática;
4. **[2,5 valores]** Verifique se esta gramática é $\mathcal{LALR}(1)$;

Para mostrar que esta gramática não é $\mathcal{LR}(0)$ basta mostrar que, no autómato $\mathcal{LR}(0)$ dos itens válidos, existe um estado com um conflito redução/redução ou redução/transferência. Considerando as produções desta gramática existe certamente um estado com o item $S \to Aa \bullet B$. Nesse estado também está o item $B \to \bullet Bb$. Desse estado, lendo B, obtém-se um estado com os itens $S \to AaB\bullet$ e $B \to B \bullet b$. Como o primeiro item é completo e no segundo o ponto está antes de um terminal da gramática, há um **conflito redução/transferência**. Portanto a gramática não é $\mathcal{LR}(0)$.

Autómato dos itens $\mathcal{LR}(1)$ **válidos**. Considerando a gramática aumentada com um novo não terminal inicial S' e produção $S' \to S$, obtemos o seguinte autómato



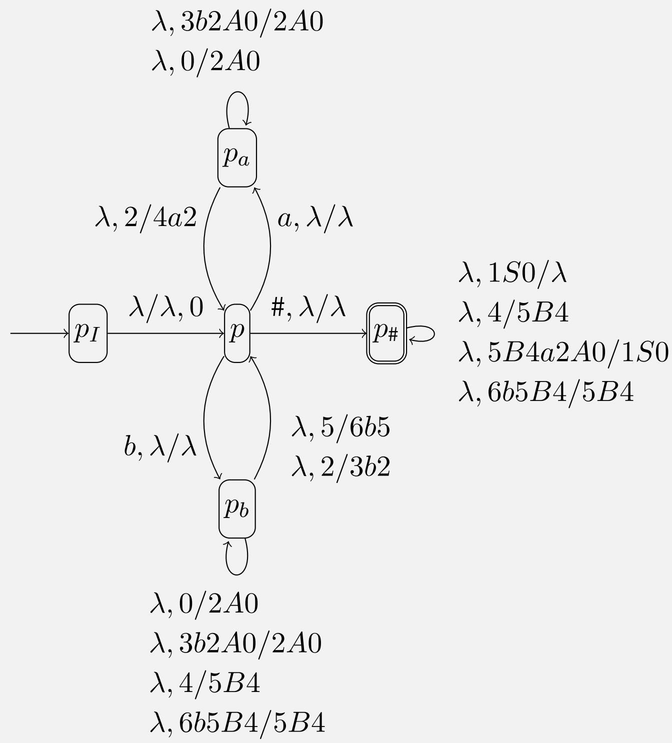
Os estados $1, 3, 6$ têm itens completos mas esses itens são os únicos nesses estados. Portanto nestes casos não há nem conflitos redução/redução nem redução/transferência.

Os estados com potenciais conflitos são $0, 4, 5$. Estes estados contêm apenas um único item completo portanto não podem haver conflitos redução/redução. Vejamos os conflitos redução/transferência:

- No estado 0 nenhum item tem o ponto antes de um terminal; nesse estado não há conflitos redução/transferência;
- No estado 4, pela mesma razão, não há conflitos redução/transferência;
- O estado 5 tem um item com núcleo $B \to B \bullet b$, com um ponto antes do terminal b. Mas esse terminal não está no conjunto de avanço, $\{\#\}$, do item completo. Portanto, também neste estado não há conflitos redução/transferência;

Como no autómato dos itens $\mathcal{LR}(1)$ válidos não há conflitos, **a gramática é** $\mathcal{LR}(1)$.

Autómato de pilha reconhecedor.



Usando este autómato para verificar se $babb$ é gerada pela gramática obtemos a seguinte computação:

controlo	pilha	palavra	controlo	pilha	palavra
p_I	λ	$babb\#$	p_b	$5B4a2A0$	$b\#$
p	0	$babb\#$	p	$6b5B4a2A0$	$b\#$
p_b	0	$abb\#$	p_b	$6b5B4a2A0$	$\#$
p_b	$2A0$	$abb\#$	p_b	$5B4a2A0$	$\#$
p	$3b2A0$	$abb\#$	p	$6b5B4a2A0$	$\#$
p_a	$3b2A0$	$bb\#$	$p_\#$	$6b5B4a2A0$	λ
p_a	$2A0$	$bb\#$	$p_\#$	$5B4a2A0$	λ
p	$4a2A0$	$bb\#$	$p_\#$	$1S0$	λ
p_b	$4a2A0$	$b\#$	$p_\#$	λ	λ

Esta computação termina num estado final, com a pilha vazia e a palavra completamente lida. Portanto **a palavra é aceite**.

Para **verificar se a gramática é** $\mathcal{LALR}(1)$ o seu autómato **amalgamado** dos itens $\mathcal{LR}(1)$ válidos tem de verificar as condições $\mathcal{LR}(1)$.
Como todos os estados do autómato dos itens $\mathcal{LR}(1)$ válidos têm núcleos diferentes, o autómato amalgamado coincide com este. E já foi confirmado que este autómato verifica as condições $\mathcal{LR}(1)$. Portanto **a gramática é** $\mathcal{LALR}(1)$.