



DEEC

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA
ELETROTÉCNICA E DE COMPUTADORES

TÉCNICO LISBOA

Licenciatura em Engenharia
Electrotécnica e de Computadores
(LEEC)

ALGORITMOS E ESTRUTURAS DE DADOS
AULAS PRÁTICAS DE GRAFOS

Conteúdo

1	Objectivos	2
2	Plano de aula	2

1 Objectivos

Esta colecção de exercícios contém temas relacionados com propriedades de grafos, caminhos simples, árvores mínimas de suporte (MST) e árvores de caminhos mais curtos (SPT).

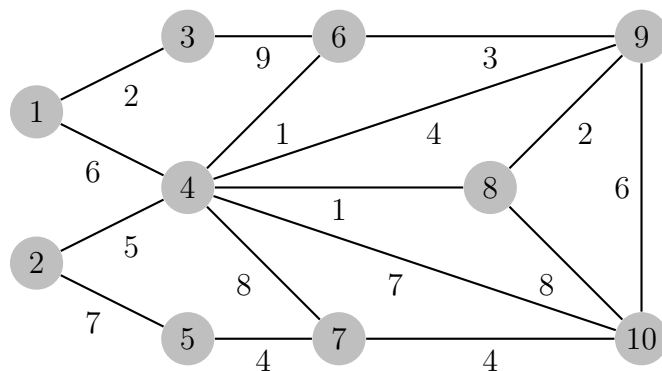
- Ser capazes de identificar características básicas em grafos;
- Saber calcular caminhos simples em grafos usando DFS ou BFS;
- Conseguir operacionalizar as propriedades estruturais das árvores mínimas de suporte (MST);
- Saber aplicar os algoritmos de Kruskal e Prim para determinação de MST;
- Saber interpretar os resultados produzidos por aqueles algoritmos.
- Saber calcular caminhos mais curtos (SPT) em grafos
- Saber interpretar os resultados produzidos pelos algoritmos

Para atingir os objectivos anteriormente listados propõe-se que estes exercícios sejam divididos em duas aulas:

- Aula #5: Exercícios 1-6
- Aula #6: Exercícios 5-9

2 Plano de aula

1. Considere o grafo G indicado em baixo e assuma que o mesmo não é direccionado mas é ponderado.

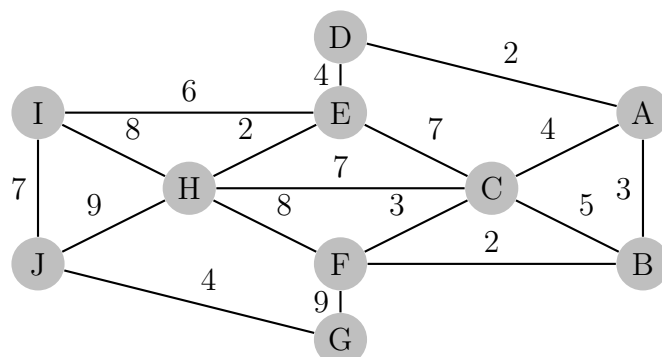


Pretende-se determinar caminhos entre vértices usando DFS. Assuma que o grafo está representado por matriz de adjacências. Indique claramente a ordem de visita a cada vértice, assim como os vértices em que existe recuo por falta de adjacentes não visitados.

- a) Caminho de 7 para 2.

b) Caminho de 8 para 2.

2. Considere o grafo G indicado em baixo e assumo que o mesmo não é direccionado mas é ponderado.



Pretende-se determinar caminhos entre vértices usando BFS. Assuma que o grafo está representado por matriz de adjacências. Indique claramente a ordem de visita a cada vértice, e explicito o conteúdo da fila em cada iteração.

a) Caminho de H para A.

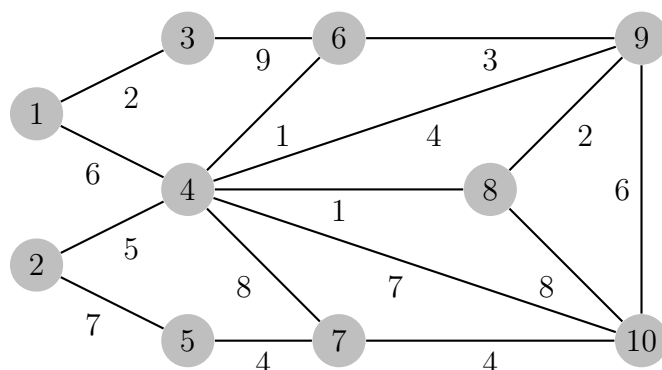
b) Caminho de G para D.

3. Considere os grafos dos Problemas 1 e 2 e responda às questões seguintes.

a) Qual o grau máximo do grafo complementar do grafo do Problema 1 e quantos vértices possuem esse grau?

b) Qual o grau mínimo do grafo complementar do grafo do Problema 2 e quantos vértices possuem esse grau?

4. Considere o grafo G indicado em baixo e assumo que o mesmo não é direccionado mas é ponderado.

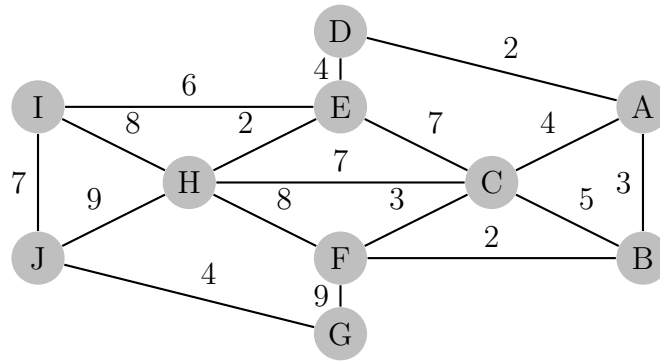


Neste exercício pretende-se determinar uma MST usando o algoritmo de Prim. Indique, explique e justifique os passos executados.

a) Usando o vértice 8 como ponto de partida do algoritmo, determine a MST do grafo.

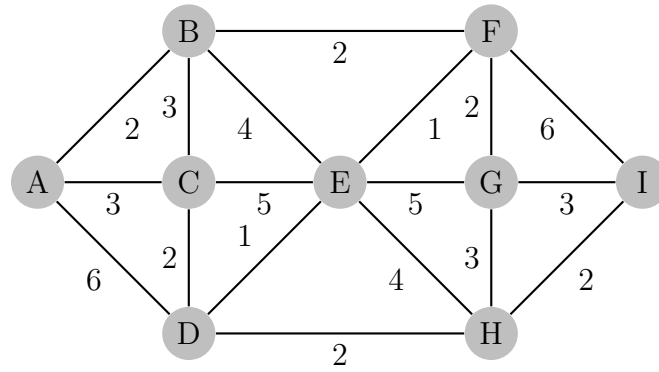
b) Trace a MST obtida no problema anterior.

5. Considere o grafo G indicado em baixo e assuma que o mesmo não é direccionado mas é ponderado.



Neste exercício pretende-se determinar uma MST usando o algoritmo de Prim. Indique, explique e justifique os passos executados.

- Usando o vértice E como ponto de partida do algoritmo, determine a MST do grafo.
 - Trace a MST obtida no problema anterior.
6. Relativamente à MST do grafo do Problema 4, e **sem a calcular**, indique qual das afirmações é **falsa**.
- Considerando as arestas incidentes ao vértice 10, a aresta 7-10 pertence de certeza à MST.
 - Considerando as arestas 4-8, 4-10 e 8-10, a aresta 8-10 não pertence de certeza à MST.
 - Seja G' o grafo que se obtém adicionando a aresta 5-10 com peso 5. A MST de G' é igual à MST de G .
 - Considerando todas as arestas incidentes do par de vértices 5 e 7, a aresta 7-10 pode não pertencer à MST.
7. Relativamente ao grafo do Problema 5, se aplicar o algoritmo de Kruskal para obtenção da Árvore Mínima de Suporte (“MST”) e os pares de arestas indicados abaixo, qual corresponde ao caso em que a primeira é descartada na nona iteração e a segunda entra na décima iteração?
- (B – C); (E – I).
 - (B – C); (C – E).
 - (G – J); (B – C).
 - (B – C); (I – J).
8. Considere o grafo indicado em baixo e assuma que o mesmo não é direccionado mas é ponderado.



- Determine a árvore de caminhos mais curtos (SPT) tomando o vértice **A** como fonte. Apresente os seus cálculos de forma clara, detalhada e completa para cada iteração do algoritmo. Por exemplo, mas sem se restringir a estes aspectos, identifique a franja da procura e pesos, assim como deverá indicar por que ordem entra cada vértice na árvore e o estado da franja em cada momento.
- Indique quais os vértices que fazem parte do caminho mais curto entre o vértice **A** e o vértice **G**, bem como qual o seu valor de custo.
- Diga se a SPT que calculou lhe permite ou não dizer qual o caminho mais curto entre **G** e **H**. Porquê?

9. A tabela abaixo resultou da aplicação do algoritmo de Dijkstra a um grafo direcionado e ponderado.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
6	5/6	∞	∞	∞	∞	∞	-	1/6	∞	∞
7	5/6	∞	5/7	∞	∞	∞	-	-	7/7	8/7
0	-	∞	5/7	∞	∞	7/0	-	-	7/7	8/7
2	-	∞	-	∞	11/2	7/0	-	-	7/7	7/2
5	-	14/5	-	10/5	11/2	-	-	-	7/7	7/2
8	-	14/5	-	10/5	11/2	-	-	-	-	7/2
9	-	9/9	-	9/9	11/2	-	-	-	-	-
1	-	-	-	9/9	11/2	-	-	-	-	-
3	-	-	-	-	11/2	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Qual das afirmações é **falsa**?

- Não existe uma aresta ligando o vértice 2 ao vértice 4.
- A aresta que liga o vértice 9 ao vértice 3 tem peso 2.
- Caso exista, a aresta que liga o vértice 5 ao vértice 4 tem peso igual ou superior a 4.
- A aresta que liga o vértice 9 ao vértice 1 tem peso 2.

Referências

- [1] Acetatos 11-GrafosA, 12-GrafosB, 13-GrafosC bem como os vídeos da aulas #18 a #23.