

PM 001 23/04/2022

Nome:

RA:

- 1) a) Dê exemplo de um sistema linear homogêneo de três equações e quatro incógnitas tal que as três condições abaixo sejam satisfeitas:
- i) A matriz dos coeficientes tenha todos os elementos não nulos
  - ii)  $(1, 2, -1, 0)$  seja solução do sistema
  - iii) O conjunto-solução seja um subespaço vetorial do  $\mathbb{R}^4$  de dimensão 2.
- b) Encontre a solução geral do seu sistema e escreva-a num formato:  
 $(x_1, x_2, x_3, x_4) = s \mathbf{v}_1 + t \mathbf{v}_2$ , onde  $\mathbf{v}_1$  e  $\mathbf{v}_2$  são vetores fixos do  $\mathbb{R}^4$  e  $s$  e  $t$  são números reais quaisquer.
- c) Reinterprete o item a) acima em termos da transformação linear associada à sua matriz explicitando o núcleo e a imagem desta transformação.
- 2) i) Encontre uma transformação linear do plano no plano que deforme uma circunferência de raio 1 centrada na origem numa elipse de semieixo maior medindo 3 sobre a reta  $y = 2x$  e semieixo menor com medida igual a 1.
- ii) Exiba as parametrizações da circunferência original e da elipse resultante.
- 3) a) Por que podemos afirmar que dados um conjunto de 6 pontos do plano  $P_i = (x_i, y_i)$ , tais que  $x_i \neq x_j$ ,  $i=1, \dots, 6$ , existe uma única função polinomial de grau menor ou igual a 5 cujo gráfico passa por estes pontos? Justifique.
- b) Qual condição adicional você teria que impor para ter certeza de que o polinômio em questão tenha grau exatamente 5? Justifique
- 4) Considere as afirmações abaixo onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  são consideradas matrizes reais  $n \times n$  e  $k$  é um número real;  $G$  é uma matriz  $m \times n$  e  $H$  é  $n \times m$  com  $m > n$ . Demonstre as afirmações verdadeiras e dê contra exemplo para as falsas.
- a)  $\text{Det}(A+B) = \text{Det}(A) + \text{Det}(B)$
  - b)  $\text{Det}(kA) = k^n \text{Det} A$
  - c) Um sistema linear com mais equações do que incógnitas não admite solução.
  - d) Se  $A \cdot B$  é a matriz nula então pelo menos uma destas duas matrizes é a matriz nula.
  - e)  $A$  possui inversa se e somente se  $\text{Det}(A) \neq 0$
  - f)  $\text{Det}(G \cdot H) = 0$
- 5) Considere o espaço vetorial:  $V =$  matrizes reais  $n \times n$  e seus subespaços  $MS =$  matrizes simétricas  $n \times n$ ,  $MT =$  matrizes  $n \times n$  triangulares superiores.
- a) Quais as dimensões de  $V$ ,  $MS$ ,  $MT$ ,  $MS \cap MT$  e  $MS + MT$ ? Justifique suas afirmações.
  - b) Mostre que  $MS + MT = V$

Valores: 1) 3,0 2) 2,0 3) 1,5 4) 3,0 5) 1,5

Boa Prova!!!