质点动力学

牛顿运动定律

牛顿第二定律

动量

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

物体动量的变化与受外力成正比，且变化量方向就是合外力方向

$$\vec{F} = \frac{d(\vec{P})}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{dm}{dt}\vec{v}$$

质量不变时就是牛顿第二定律

动量在速度达到光速时依然成立（质量会随速度的改变而改变）

直角坐标系形式

$$F_x = \sum_i F_{ix} = m\frac{d^2x}{dt^2} = ma_x$$

$$F_y = \sum_i F_{iy} = m\frac{d^2y}{dt^2} = ma_y$$

$$F_z = \sum_i F_{iz} = m\frac{d^2z}{dt^2} = ma_z$$

自然坐标系表示

$$F_\tau = \sum_i F_{ix} = m\frac{dv}{dt} = ma_\tau$$

$$F_n = \sum_i F_{in} = m\frac{v^2}{\rho} = ma_n$$

流体力学的牛顿第二定律

目前无法理解，P23

基本自然力

- 引力
- 电磁力

- 强力
- 弱力

引力（万有引力）

$$F=G\frac{m_1m_2}{r^2},(G=6.67*10^{-11}(m^3*kg^{-1}*s^{-2}))$$

电磁力

$$f=\frac{kq_1q_2}{r^2},(k=9*10^9(N*m^2/C^2))$$

电磁力包括静电力和磁力

相互接触物体之间的作用力，例如弹性力，摩擦力，流体阻力，以及气体压力浮力，融结力等从根本上说也是电磁力

强力

强力是夸克所带"色核"之间的作用力，也称色力，力的大小可达10^4N,力程约为$10^{-15}m$

弱力

各种粒子之间的相互作用力，例如β衰变

动量定理

冲量与动量定理

微分形式的动量定理

$$\frac{d(m\vec{v})}{dt}=\vec{F}$$

$$d(m\vec{v})=\vec{F}dt$$

积分形式动量定理

$$I=\int_{t_1}^{t_2}\vec{F}dt=m\vec{v_2}-m\vec{v_1}$$

在直角坐标系中只需将方向分解为i，j即可

平均冲力

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{\bar{F}}(t_2 - t_1)$$

质点系的动量定理

内力是质点之间的相互作用力

质点1，受到外力F_1,质点2，受到外力F_2。两个质点相互作用内力是一对作用与反作用力$\vec{f} = -\vec{f}$

质点系动量定理微分形式

$$\vec{F}_1 + \vec{f} = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

$$\vec{F}_2 + \vec{f}' = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\Longleftrightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{d}{dt}(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$

$$\Longleftrightarrow \vec{F} dt = d\vec{p}$$

质点系动量定理加积分形式

$$\sum_i \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_i dt = \sum_i \vec{p_{i2}} - \sum_i \vec{p_{i1}}$$

动量守恒定律

$$d(\sum_i m_i \vec{v}_i) = 0$$

定义

在某一时间内，质点系所受外力矢量和自始至终保持为0，则在该时间内质点系动量守恒。

动能定律

功

定义

功是力在空间中的积累，是标量。

$$A=\int dA=\int \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int D\cos\varphi|d\vec{r}|$$

变力的功

对于从a点到b点，外力所做的功为：

$$A=\int \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

合力做功

$$A=\int \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int(\vec{F}_1+\vec{F}_2+\ldots)d\vec{r}=A_1+A_2+\cdots+A_n$$

功有正负

- 力与位移方向夹角为锐角，做正功
- 力与位移方向夹角为钝角，做负功

动能定理

质点动能定理

$$dA=\vec{F}\cdot d\vec{r}=mv\frac{dv}{ds}\cdot d\vec{r}=mvd\vec{v}\cdot\vec{\tau}=mvdv=d(\frac{1}{2}mv^2)$$

外力做的功和内力做的功等于两个质点动能的增量

$$A_{ext}+A_{int}=E_{kB}-E_{kA}$$

柯尼希定理

由多个质点组成的系统，质点系相对于惯性参考系S运动，$\vec{v}_i$为第i个质点相对于惯性参考系S的速度，$\vec{v}_i{}'$为第i个质点相对于质心参考系S的速度，$\vec{v}_C$为质点系的质心相对于惯性参考系S'的速度，相对于S系，质点系的动能为：

$$E_k=\sum_i\frac{1}{2}m_iv_i^2=\sum_i\frac{1}{2}m_i|\vec{v}_i{}^2|=\sum_i\frac{1}{2}m\vec{v}_i\cdot\vec{v}_i$$

$$=\sum_i\frac{1}{2}m_i|\vec{v}_C+\vec{v}'|^2=\frac{1}{2}mv_C^2+\vec{v}_C\cdot\sum_i m_iv_i'+\sum_i\frac{1}{2}m_iv_i'^2$$

- 第一项是质量为m的质点系相对与S系的动能，称为质点系轨道动能
- 第二项为0，因为在质点系中，$\sum_i m_iv_i'=0$
- 第三项为质点系相对于质心参考系S'的动能，称为质点系的内动能

势能，功能原理和机械能守恒

保守力的功及其势能

重力的功及其势能

$$A=\int_{h_a}^{h_b}-mgdy=-(mgh_b-mgh_a)$$

弹性力的功及其势能

$$A=\int_{x_1}^{x_2}(-kx)dx=-(\frac{1}{2}kx_2^2-\frac{1}{2}kx_1^2)$$

保守力做功

$$E_p=-\int_{\text{零电势点}}^{P\text{点}}\vec{F}_{\text{保守力}}\cdot d\vec{r}$$

势能定理

$$dA=-dE_P$$

在直角坐标系中，微分形式的势能定理：

$$dA=\vec{F}\cdot d\vec{r}=F_xdx+F_ydy+F_zdz$$

保守力与势能的关系：

$$dE_P(x,y,z)=\frac{\partial E_P}{\partial x}dx+\frac{\partial E_P}{\partial y}dy+\frac{\partial E_P}{\partial z}dz$$

$$dA=-dE_P$$

$$F_x=-\frac{\partial E_p}{\partial x},F_y=-\frac{\partial E_P}{\partial y},F_z=-\frac{\partial E_P}{\partial z}$$

$$\vec{F}=-\nabla E_P\text{其中}\nabla=\frac{\partial}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

万有引力势能

$$f=G\frac{m_1m_2}{r^2}$$

$$A_{AB}=\int_A^B\vec{f}\cdot d\vec{r}=\int_A^B G\frac{m_1m_2}{r^2}|d\vec{r}|\cos\varphi$$

势能：

$$E_P = -G\frac{m_1 m_2}{r}$$

功能原理和机械能守恒定律

$$A_{外} + A_{非内保} = E_b - E_a$$

如果外力做功和非保守内力做功均为0，则系统机械能守恒