泰勒公式

微分

$$\text{设函数} y = f(x) \text{定义在} U(x_0;\delta) \text{上，当} x_0 + \Delta x \in U(x_0;\delta) \text{时}$$

$$\text{若} \Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) = A \cdot \Delta x + o(\Delta x),$$

$$\text{称} y = f(x) \text{在} x_0 \text{处可微}$$

$$\text{函数} f(x) \text{在点} x_0 \text{处可微的充要条件是} f(x) \text{在} x_0 \text{处可导}, A = f'(x_0)$$

带配亚诺型余项的泰勒公式

$$p_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k + o((x - x_0)^n)$$

初等函数的泰勒展开式（记）

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}x^n + o(x^n)$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{(2n!)} + o(x^{2n})$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n!}x^n + o(x^n)$$

$$\ln(x + 1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n}x^n + o(x^n)$$

带拉格朗日余项的泰勒公式

$$\text{只需在配亚诺型泰勒公式的基础上，}$$

$$o(x^n) = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x - x_0)^{n+1}, (\xi \in (x, , x_0))$$

$$\text{如果联系拉格朗日中值定理，这样的结论是显而易见的}$$
