ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

1η Ομαδική Εργασία

Ομάδα DSD009

Ρηγάτος Διονύσιος - 3200262

Παπαπαναγιώτου Αναστάσιος - 3200143

Παπαποστόλου Χριστόφορος - 3150208

Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων Εαρινό 2021

Πρόβλημα 1

a)

m	X1	X2	X3	X4	X5	F
0	0	0	0	0	0	**1**
1	0	0	0	0	1	**1**
2	0	0	0	1	0	**1**
3	0	0	0	1	1	**0**
4	0	0	1	0	0	**1**
5	0	0	1	0	1	**1**
6	0	0	1	1	0	**0**
7	0	0	1	1	1	**0**
8	0	1	0	0	0	**1**
9	0	1	0	0	1	**0**
10	0	1	0	1	0	**d**
11	0	1	0	1	1	**d**
12	0	1	1	0	0	**d**
13	0	1	1	0	1	**0**
14	0	1	1	1	0	**1**
15	0	1	1	1	1	**1**
16	1	0	0	0	0	**1**
17	1	0	0	0	1	**0**
18	1	0	0	1	0	**1**
19	1	0	0	1	1	**0**
20	1	0	1	0	0	**1**
21	1	0	1	0	1	**0**
22	1	0	1	1	0	**0**
23	1	0	1	1	1	**0**
24	1	1	0	0	0	**1**
25	1	1	0	0	1	**0**
26	1	1	0	1	0	**1**
27	1	1	0	1	1	**d**
28	1	1	1	0	0	**1**
29	1	1	1	0	1	**0**
30	1	1	1	1	0	**0**
31	1	1	1	1	1	**1**

SOP

x5 = 0

x1x2 / x3x4	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	1	1	1
01	1	D	1	1
11	0	1	0	0
10	1	D	1	1

$\overline{\boldsymbol{x3}}\overline{\boldsymbol{x5}}$

$\overline{\boldsymbol{x4}}\overline{\boldsymbol{x5}}$

$\overline{\boldsymbol{x1}}\boldsymbol{x2}\overline{\boldsymbol{x5}}$

x5 = 1

x1x2 / x3x4	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	0	0	0
01	0	D	D	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	0

$\overline{\boldsymbol{x1}}\overline{\boldsymbol{x2}}\overline{\boldsymbol{x4}}$

$\boldsymbol{x2x4x5}$

Άρα η συνάρτηση της μορφής SOP είναι:

$$\boldsymbol{f} = \left(\overline{\boldsymbol{x3}}\overline{\boldsymbol{x5}}\right) + \left(\overline{\boldsymbol{x4}}\overline{\boldsymbol{x5}}\right) + \left(\overline{\boldsymbol{x1}}\boldsymbol{x2}\overline{\boldsymbol{x5}}\right) + (\overline{\boldsymbol{x1}}\overline{\boldsymbol{x2}}\overline{\boldsymbol{x4}}) + (\boldsymbol{x2x4x5})$$

- 2 πύλες AND με 2 εισόδους
- 3 πύλες AND με 3 εισόδους
- 1 πύλη OR με 5 εισόδους
- 13 είσοδοι για τις πύλες AND
- 5 είσοδοι για την πύλη OR

Κόστος: 24

POS

x5 = 0

x1x2 / x3x4	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	1	1	1
01	1	D	1	1
11	0	1	0	0
10	1	D	1	1

$$\boldsymbol{x1x3x4\overline{x5}}$$

$$\boldsymbol{\overline{x2}x3x4}$$

x5 = 1

x1x2 / x3x4	**00**	**01**	**11**	**10**
00	1	0	0	0
01	0	D	D	0
11	0	1	1	0
10	1	0	0	0

$\boldsymbol{x1\overline{x2}x5}$

$\boldsymbol{\overline{x2}x4x5}$

$\boldsymbol{x1\overline{x2}x5}$

Άρα η συνάρτηση της μορφής POS είναι:

$$\boldsymbol{f = (\overline{x2} + x3 + x4)(x1 + x3 + x4 + \overline{x5})(\overline{x2} + \overline{x4} + x5)(x2 + \overline{x4} + x5)(x1 + \overline{x2} + x5)}$$

- 1 πύλη OR με 4 εισόδους
- 4 πύλες OR με 3 εισόδους
- 1 πύλη AND με 5 εισόδους
- 5 είσοδοι για τις πύλες AND
- 16 είσοδοι για την πύλη OR

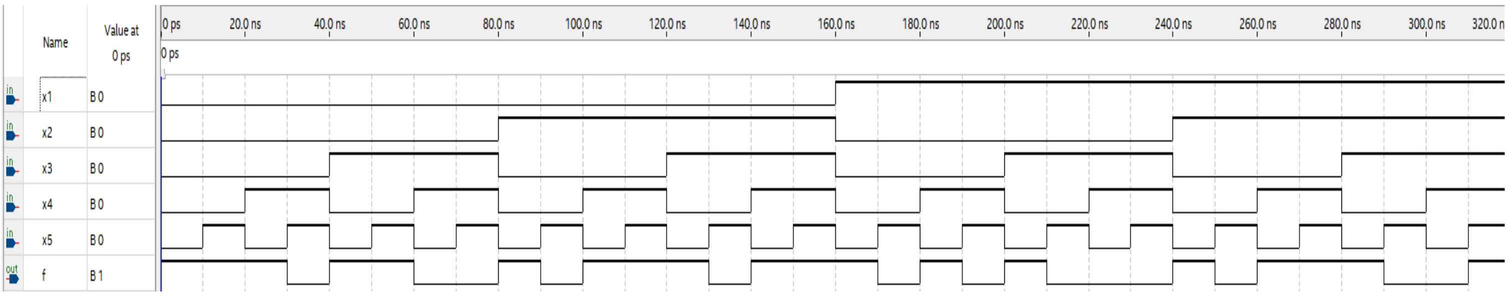
Κόστος: 27

Φαίνεται πως το κόστος της συνάρτησης SOP είναι μικρότερο από το κόστος της POS.

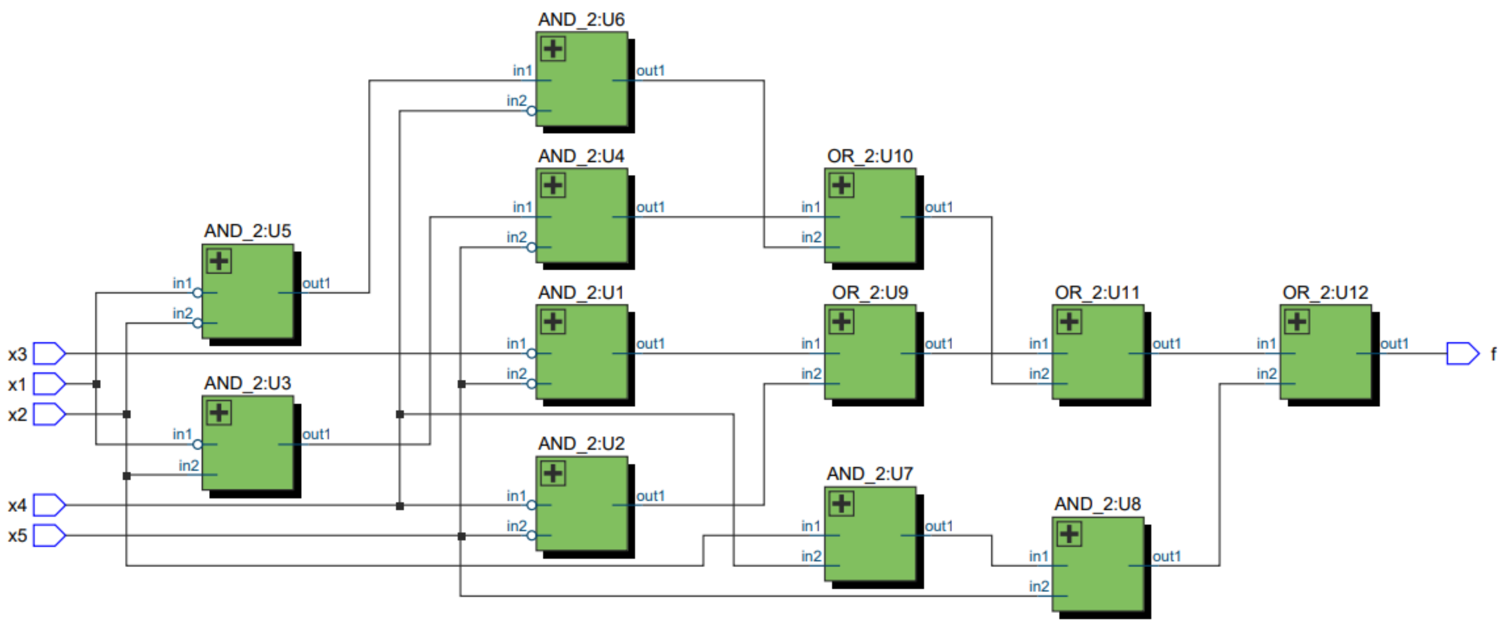
Για να ελαχιστοποιήσουμε το κόστος της μορφής SOP θέλουμε η f να αποτελείται απο πρώτους όρους αληθείας. Αρχικά βρίσκουμε όλους τους ουσιαστικούς πρώτους όρους και τους συμπεριλαμβάνουμε στην συνάρτηση. Τέλος συμπεριλαμβάνουμε τους πρώτους όρους αληθείας που είναι μη ουσιαστικοί. Για να βρούμε τους ουσιαστικούς πρώτους, ξεκινάμε με έναν ουσιαστικό πρώτο όρο και τον προσθέτουμε στην συνάρτηση, και μετά βρίσκουμε μια κάλυψη στην οποία δεν συμπεριλαμβάνεται ο προηγούμενος πρώτος όρος. Στις αδιάφορες καταστάσεις, θέτουμε το D είτε με 1 είτε με 0 έτσι ώστε να είναι μικρότερο το κόστος. Τέλος, βρίσκω τα κοινά 1 που μεταξύ των δύο πινάκων, και αν υπάρχει μια ολόκληρη πρώταση και στους δύο πίνακες τότε αφαιρώ το χ5 από τον τύπο, στο συγκεκριμένο παράδειγμα, το στον πίνακα όπου x5 = 0, το m14 που έχει τύπο x3 x4 x1’ x2 x5’ είναι 1 και στον άλλο πίνακα, αρα δεν χρειάζεται να βάλουμε το x5 και γίνεται x3 x4 x1’ x2. Ομοίως και για την συνάρτηση POS.

b) Αρχέιο Project1.

c)



d) **RTL Diagram**



Πρόβλημα 2

a)

x1	x2	x3	x4	f
0	0	0	0	**0**
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	**0**
0	0	1	1	**0**
0	1	0	0	**0**
0	1	0	1	**0**
0	1	1	0	**0**
0	1	1	1	**1**
1	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**0**
1	0	1	0	**0**
1	0	1	1	**1**
1	1	0	0	**0**
1	1	0	1	**1**
1	1	1	0	**1**
1	1	1	1	**0**

Αρχικά δημιουργούμε έναν πίνακα αληθείας ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί έτσι ώστε να σχηματιστεί ο χάρτης Karnaugh από τα minterms της συνάρτησής μας. Με την χρήση του χάρτη Karnaugh θα καταλήξουμε στην συνάρτηση ελαχίστου κόστους που αναζητάμε.

Πίνακας Karnaugh:

x1x2 / x3x4	**00**	**01**	**11**	**10**
00	0	0	0	0
01	0	0	1	0
11	0	1	0	1
10	0	0	1	0

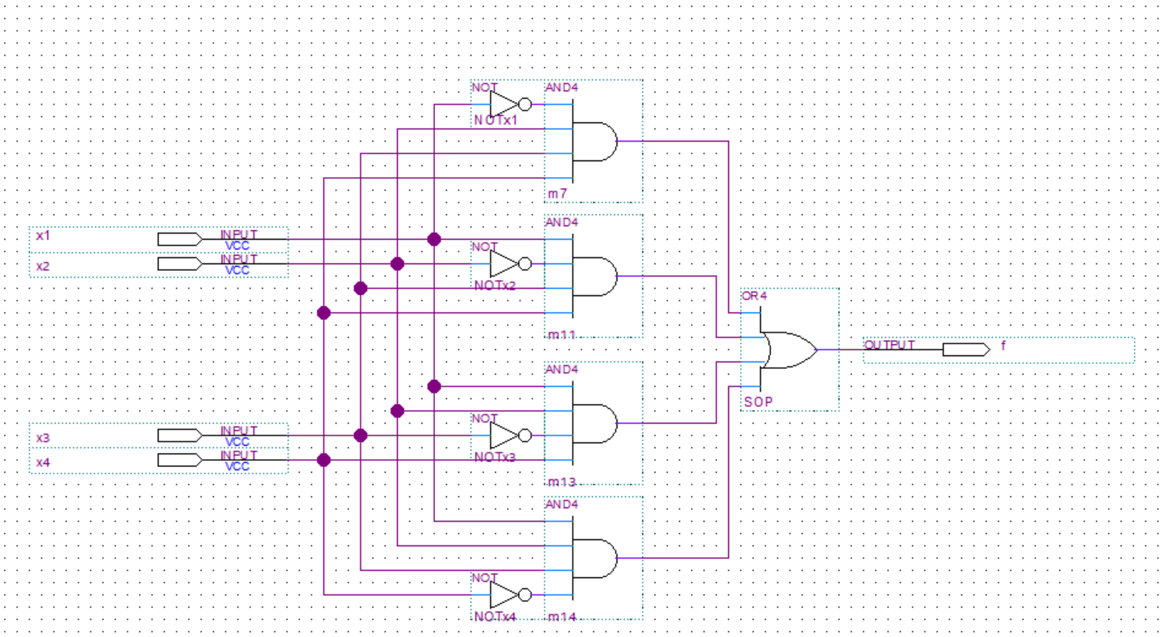
Παρατηρούμε ότι κάθε όρος μπορεί να κάνει ομάδα μόνο με τον εαυτό του, κάτι το οποίο δεν είναι ιδανικό, αλλά βάσει αυτού θα εξάγουμε την συνάρτηση σε μορφή SOP.

Άρα η συνάρτηση της μορφής SOP είναι:

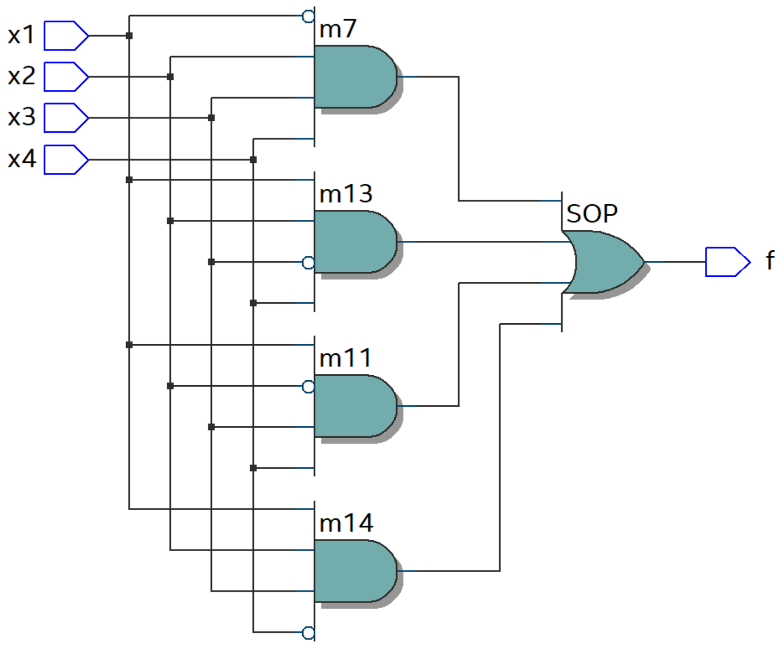
$$\boldsymbol{f} = (\overline{x1}x2x3x4) + (x1\overline{x2}x3x4) + (x1x2\overline{x3}x4) + (x1x2x3\overline{x4})$$

b) Θα σχεδιάσουμε τώρα το κύκλωμα με το εργαλείο block/schematic diagram του Quartus με τις κατάλληλες πύλες.

Block/Schematic Diagram

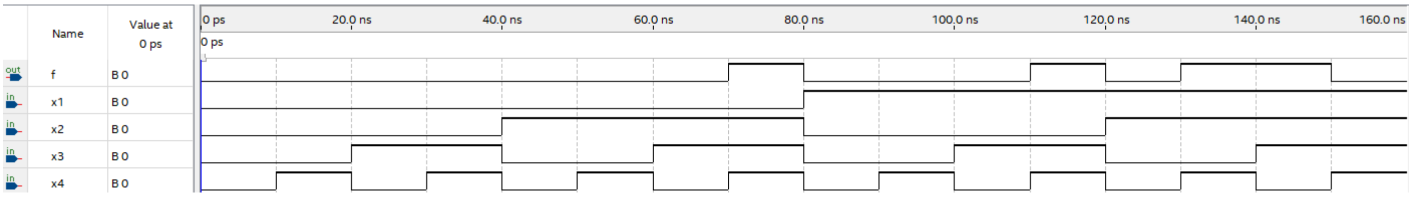


RTL View (Auto-Generated)



Το κύκλωμα που σχεδιάσαμε σε μορφή RTL, auto-generated από το Quartus, για ευκολία στην κατανόηση.

c) **Waveform (10ns intervals)**



Η παραπάνω κυματομορφή , που εξάγαμε από το κύκλωμά μας στο ερώτημα (b), θα τρέξει για 160ns και θα αλλάζει input ανά 10ns. Παρατηρούμε πως η συνάρτηση f, σύμφωνα με την κυματομορφή, «συμφωνεί» με τον πίνακα αληθείας μας. Είναι **1** μόνο στα 70-80ns (m7), 110-120ns (m11), 130-140ns (m13) και 140-150ns (m14).

Πρόβλημα 3

a)

Αρχικά με την βοήθεια ενός πρόχειρου πίνακα αληθείας , σχηματίζουμε τον πίνακα αληθείας Karnaugh ο οποίος θα μας βοηθήσει να σχηματίσουμε την συνάρτηση ελαχίστου κόστους που χρειαζόμαστε.

Παρατηρούμε ότι οι όροι ομαδοποιούνται πολύ εύκολα, σε μία κάθετη και μια οριζόντια στήλη και έτσι η συνάρτηση ελαχίστου κόστους είναι πολύ απλή (χαμηλό κόστος).

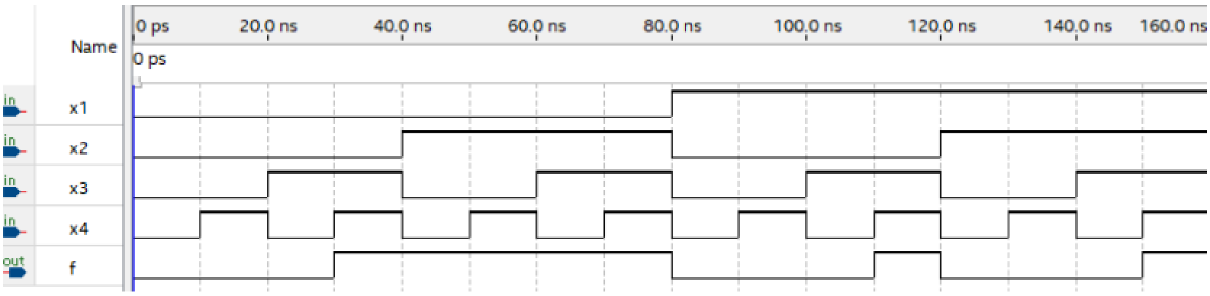
x1	x2	x3	x4	f
0	0	0	0	**0**
0	0	0	1	**0**
0	0	1	0	**0**
0	0	1	1	**1**
0	1	0	0	**1**
0	1	0	1	**1**
0	1	1	0	**1**
0	1	1	1	**1**
1	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**0**
1	0	1	0	**0**
1	0	1	1	**1**
1	1	0	0	**0**
1	1	0	1	**0**
1	1	1	0	**0**
1	1	1	1	**1**

x1x2 / x3x4	**00**	**01**	**11**	**10**
00	0	1	0	0
01	0	1	0	0
11	1	1	1	1
10	0	1	0	0

$$\boldsymbol{f} = (\overline{\boldsymbol{x1}}\boldsymbol{x2}) + (\boldsymbol{x3x4})$$

b)

Στη συνέχεια , με τη βοήθεια της γλώσσας VHDL περιγράφουμε τη συνάρτηση που θέλουμε και αφού κάνουμε επιτυχώς compile παρατηρούμε ότι η κυματομορφή είναι ίδια με αυτή που μας δόθηκε στην εκφώνηση της άσκησης. (Κώδικας στο Project3.zip)



c) Τέλος στο Quartus μπορούμε επίσης να δούμε το κύκλωμα σε μορφή RTL (Auto-generated) για να έχουμε και μια εικόνα της δομής του κυκλώματος.