Лабораторная работа No 7-72 «Сравнение скорости сходимости метода

Якоби и Зейделя»

Цель работы

Убедиться в эффективности метода Зейделя на экспериментальных данных и подтвердить утверждение о том, что метод Зейделя сходится примерно в два раза быстрее метода Якоби.

Задание

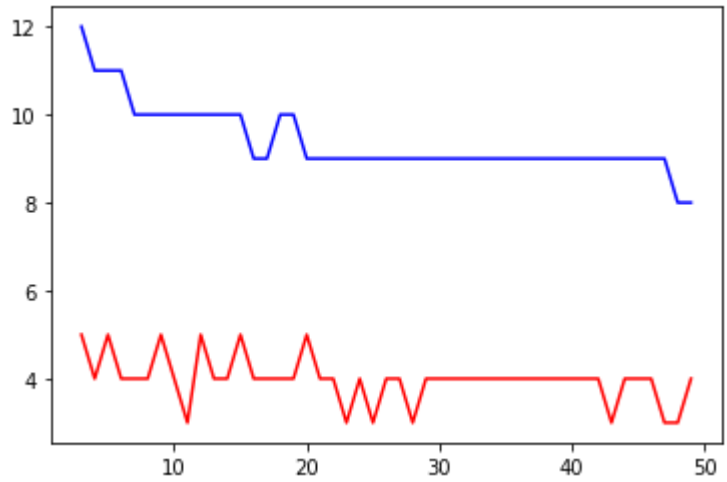
1. Реализовать метод Якоби и Зейделя.
2. Для различных размеров N матрицы A генерировать матрицы с постоянной степенью диагонального преобладания, далее решить систему уравнений Ax=b двумя методами и получить количество итераций, необходимых для получения решения с заданной фиксированной точностью e.
3. Степень диагонального преобладания определяется как максимальное значение отношение модуля диагонального элемента к сумме модулей внедиагональных элементов.
4. Построить графики зависимости скорости решения Ax=b двумя способами от размера матрицы A на одной координатной плоскости.
5. Размер N матрицы A необходимо брать в диапазоне от 3 до порядка 100.

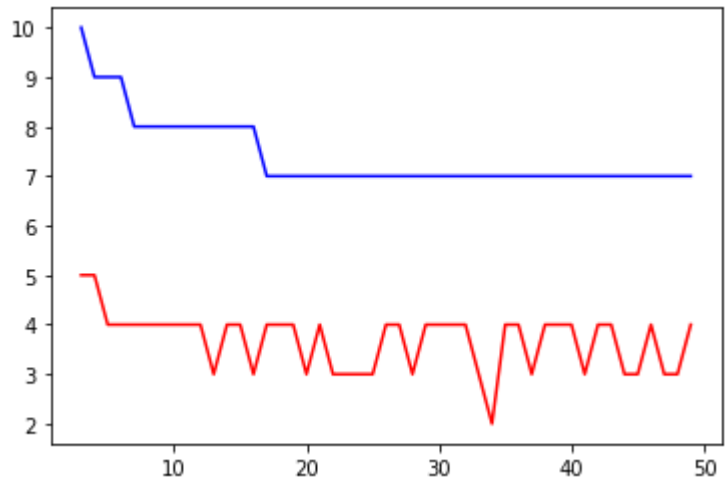
```
import random
from copy import deepcopy

import numpy
import numpy as np
from matplotlib import pyplot as plt


def increase_diag(a, pow):
    for i in range(0, len(a)):
        a[i][i] = abs(a[i][i] * (10 ** pow))
    return a


def norma_vec(vec):
    max = -1
    for x in vec:
        if max <= abs(x):
```

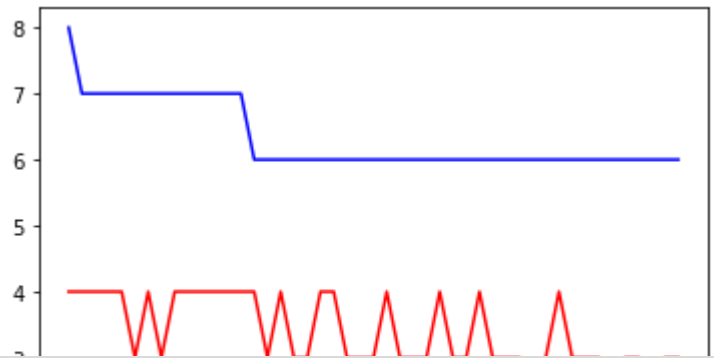
```
            max = x
    return max


def jacobi(a, b):
    x = np.zeros_like(b, dtype=np.double)
    d = np.diagonal(a)
    t = a - np.diag(d)
    iter = 0
    while True:

        x_old = x.copy()

        x[:] = (b - np.dot(t, x)) / d
        if abs(norma_vec(x) - norma_vec(x_old)) < 10 ** (-6):
            break
        iter += 1

    return x, iter


def seidel(a, b):
    x = np.zeros_like(b, dtype=np.double)
    iter = 0
    while True:

        x_old = x.copy()

        for i in range(a.shape[0]):
            x[i] = (b[i]
                    - np.dot(a[i, :i], x[:i])
                    - np.dot(a[i, (i + 1):], x_old[(i + 1):])) \
                   / a[i, i]

        if abs(norma_vec(x) - norma_vec(x_old)) < 10 ** (-6):
            break
        iter += 1

    return x, iter


def fill_matrix(n, a, b):
    m = [[random.uniform(-a, b) for i in range(n)] for j in range(n)]
    return m


def increase_diag_by_pow(a, p):
    diag_pow = []
    for i in range(0, len(a)):
        summ = 0
        for j in range(0, len(a)):
            if i != j:
                summ += abs(a[i][j])
        divide = a[i][i] / summ
        # print(f"{divide}: a- {a[i][i]} sum - {summ}")
```

```
            a[i][i] = summ * p
            # while (a[i][i] / summ) < p:
            #     print(f"{a[i][i] / summ}: a- {a[i][i]} sum - {summ}")
            #     a[i][i] = abs(a[i][i] * 10)
            #print(f"{a[i][i] / summ}: a- {a[i][i]} sum - {summ}")

        return a


    def compare_jacobi_gauss(n, p):
        # matrix = fill_matrix(3, 0, 10)
        # b = [random.uniform(0, 10) for i in range(3)]
        # x = [1.0, 1.0, 1.0]
        a = numpy.array(increase_diag_by_pow(fill_matrix(n, 0, 10), p))
        b = numpy.array([random.uniform(0, 10) for i in range(n)])

        x_jacobi, iter_jacobi = jacobi(deepcopy(a), deepcopy(b))
        x_seidel, iter_seidel = seidel(deepcopy(a), deepcopy(b))
        # print("------------------")
        # for el in x_jacobi:
        #     print("%.30f " % el)
        #
        # print(x_jacobi)
        # print("------------------")
        # print("------------------")
        # for el in x_seidel:
        #     print("%.30f " % el)
        #
        # print(x_seidel)
        return iter_jacobi, iter_seidel


    def compare_speed():
        for x in range(3, 7):
            x_j = []
            x_z = []
            y = []
            for i in range(3, 50):
                j, z = compare_jacobi_gauss(i, x)
                x_j.append(j)
                x_z.append(z)
                y.append(i)
            plt.plot(y, x_j, color="blue")
            plt.plot(y, x_z, color="red")
            plt.show()


    def is_diag(a):
        sum = []
        flag = True
        for i in range(0, len(a)):
            s = 0.0
            for j in range(0, len(a)):
                if i != j:
                    s += abs(a[i][j])
            sum.append(s)
```

```
            sum.append(s)

        for i in range(0, len(a)):
            if abs(a[i][i]) < sum[i]:
                flag = False
                break

        return flag


    if __name__ == '__main__':
        compare_speed()
```


12
10
8
6
4
10
20
30
40
50


10
9
8
7
6
5
4
3
2
10
20
30
40
50


8
7
6
5
4