Τεχνικές βελτιστοποίησης

Νοέμβριος 2023

1η Εργαστηριακή Άσκηση

Ελαχιστοποίηση κυρτής συνάρτησης μιας μεταβλητής σε δοσμένο διάστημα

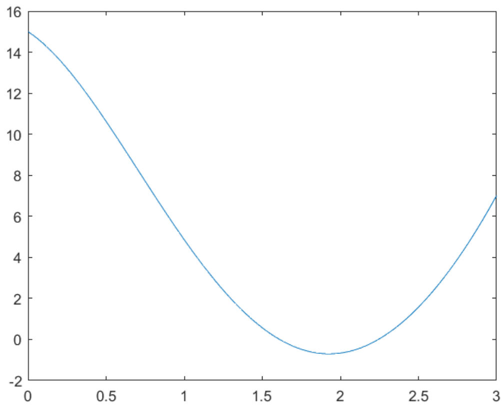
Καμπούρης-Μίχος Διόνυσος

7691

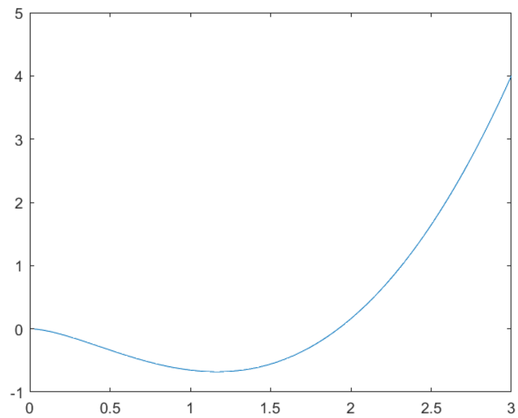
Εισαγωγή

Ζητούμενο της παρούσης εργασίας είναι η ελαχιστοποίηση των δοθέντων συναρτήσεων στο διάστημα [0,3]:

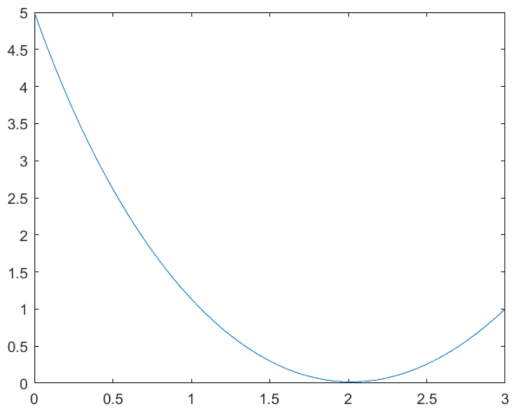
- $f1(x) = (x-1)^3 + (x-4)^2 \cos(x)$
- $f2(x) = e^{-2x} + (x-2)^2$
- $f3(x) = x^2 \ln(0.5x) + sin(0.2x)^2$



f1(x)



f2(x)

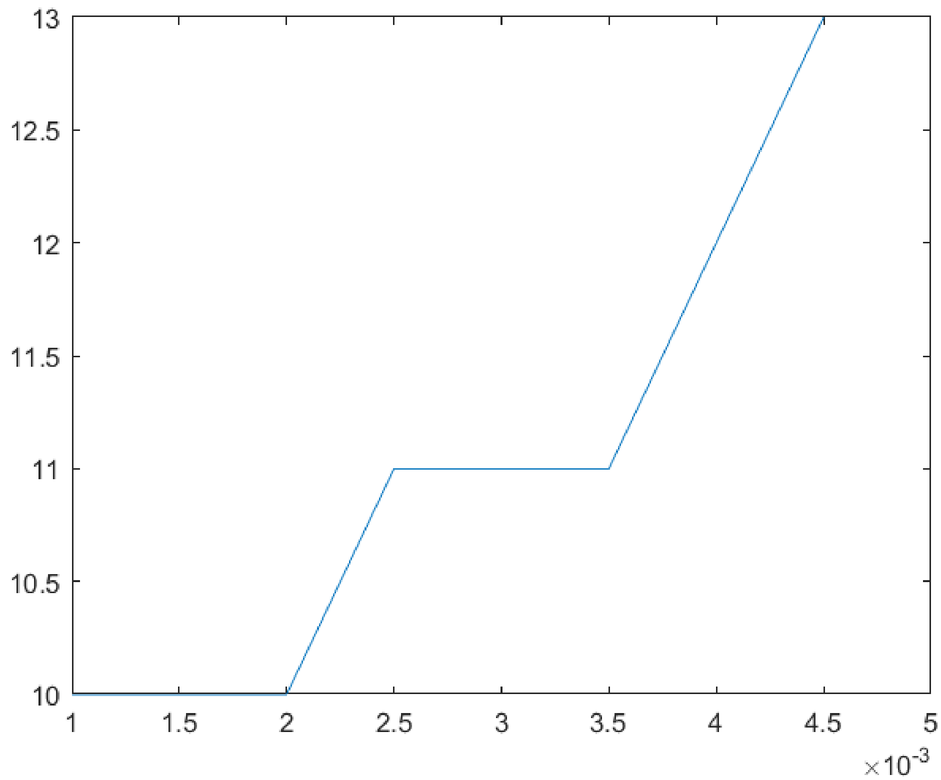


f3(x)

<u>Θέμα 1:</u>

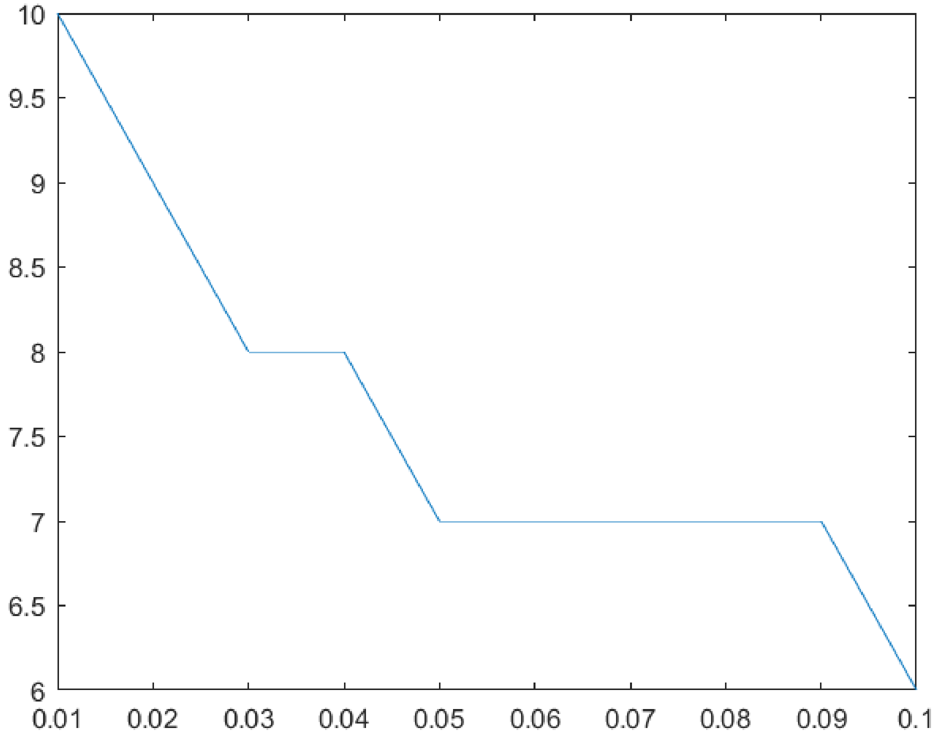
Στο πρώτο ερώτημα μας ζητήθηκε να υλοποιηθεί η μέθοδος της διχοτόμου στο Matlab και διατηρώντας το εύρος αναζήτησης σταθερό (*l = 0.01*) να μελετήσουμε πως επηρεάζει τον αριθμό των κλήσεων της συνάρτησης η μεταβολή της απόστασης από τη διχοτόμο (*l/2>ε>0*).

Τα αποτελέσματα φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα το οποίο είναι κοινό και για τις τρεις συναρτήσεις.

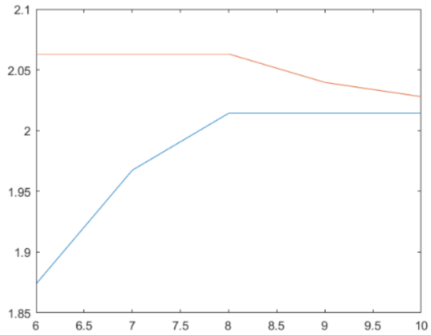


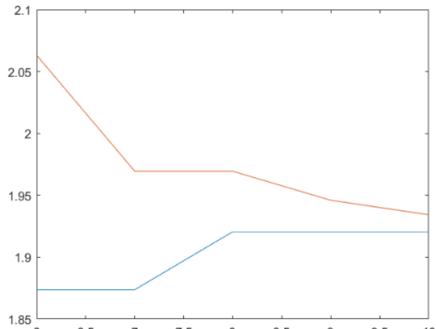
Είναι εμφανέστατο ότι με την αύξηση της απόστασης από την διχοτόμο αυξάνεται και ο αριθμός των κλήσεων της συνάρτησης. Αυτό συμβαίνει γιατί όσο μεγαλύτερη είναι η σταθερά της απόστασης από την διχοτόμο τόσο μεγαλύτερο είναι το διάστημα αναζήτησης του ελαχίστου που προκύπτει.

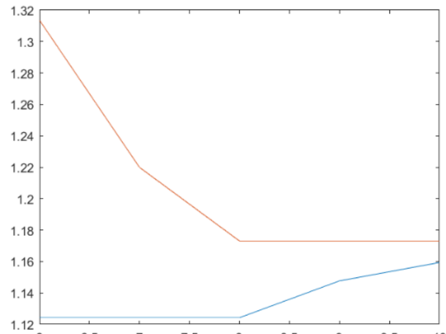
Στη συνέχεια με σταθερό το *ε=0.001* αυτή τη φορά μελετάμε πως μεταβάλετε ο αριθμός κλήσεων της συνάρτησης μεταβάλλοντας το *l* και στο παρακάτω διάγραμμα βλέπουμε όπως περιμένοντας άλλωστε ότι όσο χάνουμε σε ακρίβεια, δηλαδή μεγάλα *l,* τόσες λιγότερες φορές καλείται η συνάρτηση.



Τέλος στο τρίτο υποερώτημα του πρώτου θέματος ζητούνται τρία διαγράμματα με τις τιμές των άκρων του διαστήματος σε συνάρτηση με των αριθμό των κλήσεων της κάθε μεθόδου.



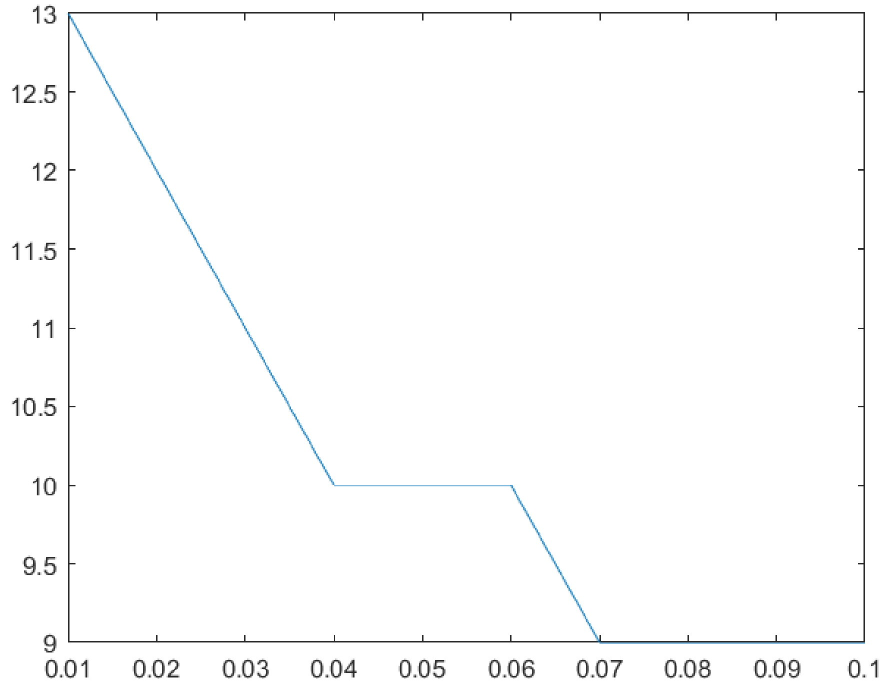


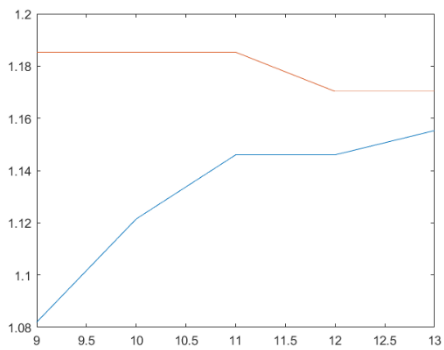


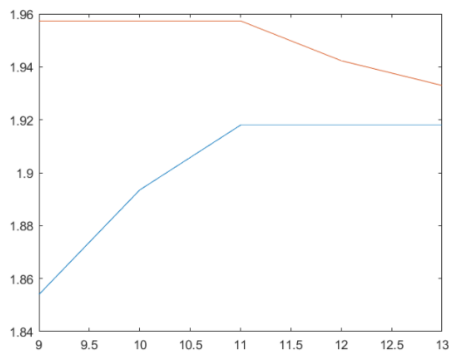
Θέμα 2:

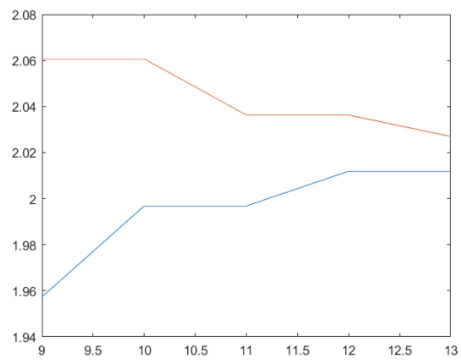
Στο δεύτερο θέμα της εργασίας μας ζητείται η υλοποίηση της μεθόδου το χρυσού κανόνα και η απάντηση του δεύτερου και του τρίτου υποερωτήματος του προηγούμενου θέματος.

Τα διαγράμματα φαίνονται παρακάτω και τα συμπεράσματα είναι κοινά με την μέθοδο της διχοτόμου.





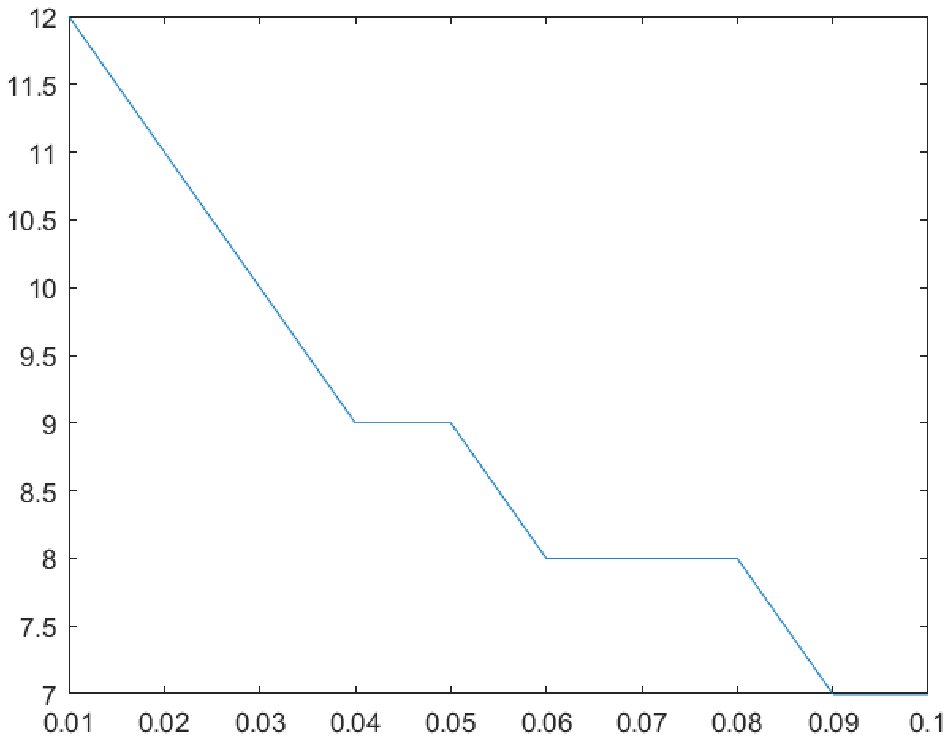


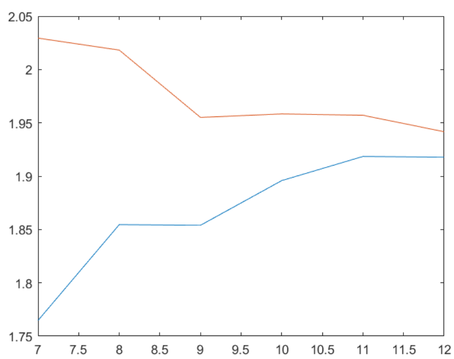


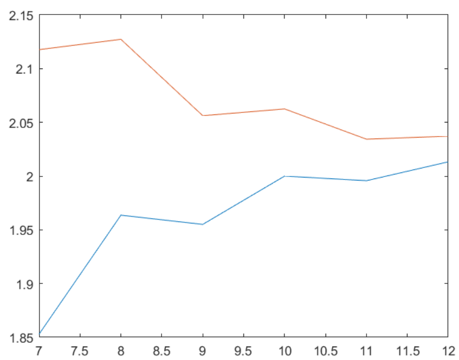
Θέμα 3:

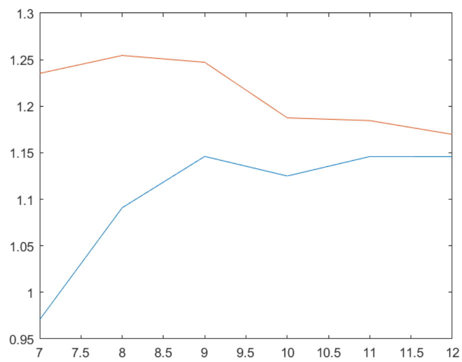
Στο τρίτο θέμα της εργασίας μας ζητείται η υλοποίηση της μεθόδου fibonacci και η μελέτη των ίδιων υποερωτημάτων με το πρώτο και το δεύτερο θέμα.

Τα διαγράμματα φαίνονται παρακάτω και τα συμπεράσματα είναι κοινά με των δύο προηγούμενων μεθόδων.





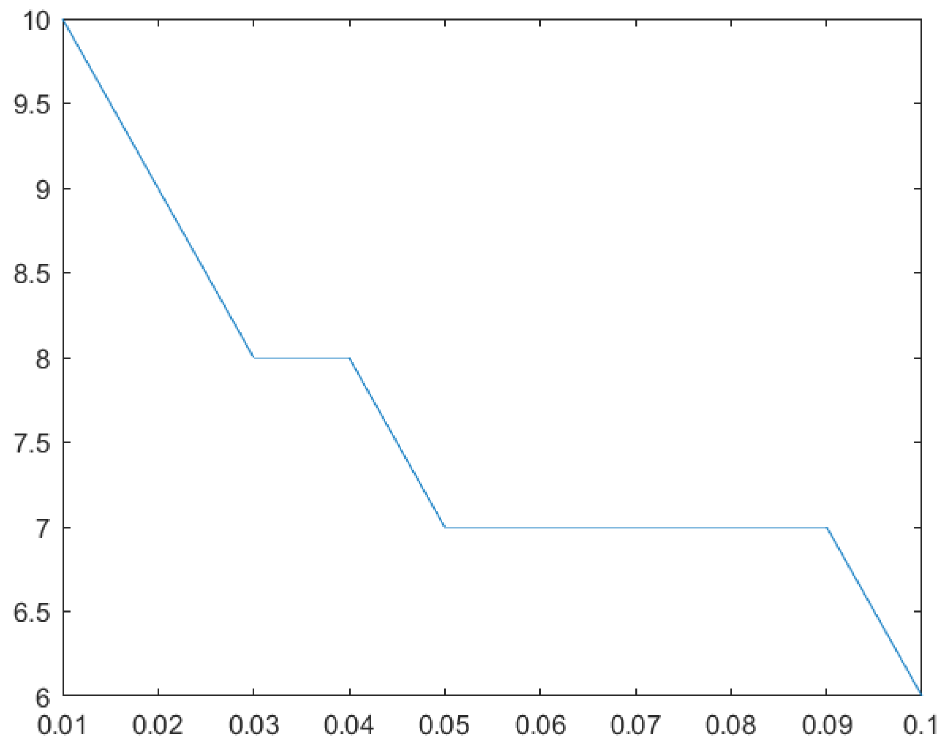


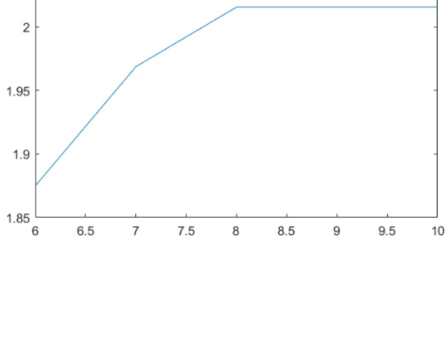


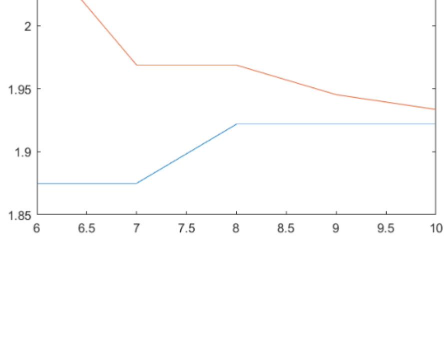
Θέμα 4:

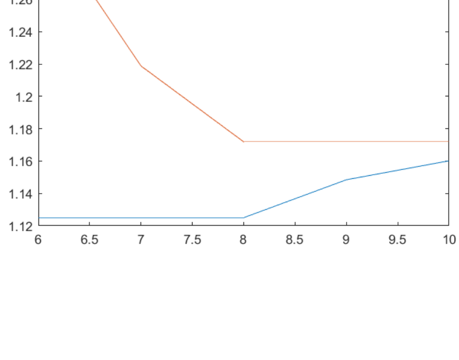
Στο τέταρτο θέμα της εργασίας μας ζητείται η υλοποίηση της μεθόδου της διχοτόμου με παράγωγο και η μελέτη των ίδιων υποερωτημάτων με τα προηγούμενα θέματα.

Τα διαγράμματα φαίνονται παρακάτω και τα συμπεράσματα είναι κοινά με όλων των προηγούμενων μεθόδων.









Τέλος όσον αφορά την αποτελεσματικότητα της κάθε μεθόδου στο παραδοτέο script.m όπου υπολογίζονται η κλήσεις της κάθε συνάρτησης σε κάθε μέθοδο καθώς και το εύρος του διαστήματος στο οποίο καταλήγουμε παρατηρούμε ότι όσον αφορά οι λιγότερες κλήσεις των συναρτήσεων γίνονται με τη μέθοδο της διχοτόμου με παράγωγο ενώ την μεγαλύτερη ακρίβεια την έχουμε με τη μέθοδο της χρυσής τομής.

Τα αποτελέσματα φαίνονται και στον παρακάτω πίνακα.

	dichotomy		golden section		fibonacci		derivative dich	
	calls	d	calls	d	calls	d	calls	d
F1	10	0.0957	10	0.0639	8	0.0892	5	0.0938
F2	10	0.0957	10	0.0639	8	0.0892	5	0.0938
F3	10	0.0957	10	0.0639	8	0.0892	5	0.0938