



Cours- Architecture des ordinateurs

Représentation et codage

Première année - Cycle Ingénieur

IPSL - Institut de polytechnique de Saint-Louis



Système de numération

- Les êtres humains utilisent les systèmes numériques décimal (base 10) et duodécimal (base 12).
- Les ordinateurs utilisent le système de nombres binaires (base 2), car ils sont constitués de composants numériques binaires (appelés transistors) fonctionnant dans deux états : marche et arrêt.
- En informatique, nous utilisons également les systèmes numériques hexadécimal (base 16) ou octal (base 8), qui constituent une forme compacte de représentation des nombres binaires.

Système de numération **décimal**

- Le système numérique décimal comporte dix symboles : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9, appelés chiffres.
- Il utilise la notation positionnelle.
- C'est-à-dire que le chiffre le moins significatif (chiffre le plus à droite) est de l'ordre de 10^0 (unités), le deuxième chiffre le plus à droite est de l'ordre de 10^1 (dizaines), le troisième chiffre le plus à droite est de l'ordre de 10^2 (centaines), et ainsi de suite, où ^ désigne l'exposant.

$$735 = 700 + 30 + 5 = 7 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

Système de numération **binaire**

- Le système numérique binaire comporte deux symboles : 0 et 1, appelés bits. Il s'agit également d'une notation positionnelle.
- Nous désignerons un nombre binaire avec un suffixe **B**. Certains langages de programmation désignent des nombres binaires avec le préfixe **0b** ou **0B** (par exemple, **0b1001000**), ou le préfixe **b** avec les bits entre guillemets (par exemple, **b'10001111'**).
- Un chiffre binaire est appelé un *bit* . **Huit bits** est appelé un **octet**.

$$10110B = 10000B + 0000B + 100B + 10B + 0B = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$$

Système de numération **hexadécimal**

- Système utilise 16 **hexadécimal** symboles: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, et F, appelé *chiffres hexadécimaux*.
- Nous désignerons un nombre **hexadécimal** avec un suffixe **H**. Certains langages de programmation indiquent des nombres **hexadécimaux**
 - avec un préfixe **0x** ou **0X** (par exemple, **0x1A3C5F**),
 - ou un préfixe **x** avec des chiffres hexadécimaux entre guillemets (par exemple, **x'C3A4D98B'**).

$$\text{A3EH} = \text{A00H} + 30\text{H} + \text{EH} = 10 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 14 \times 16^0$$

Système de numération hexadécimal

- **Les ordinateurs utilisent un système binaire** dans leurs opérations internes, car ils sont construits à partir de composants électroniques numériques binaires avec 2 états - marche et arrêt.
- Cependant, l'écriture ou la lecture d'une longue séquence de bits binaires est lourde et sujette aux erreurs
 - (Exemple:, 1011 0011 0100 0011 0001 1101 0001 1000B est identique à hexadécimal B343 1D18H)

Décimal	Binaire	Hexadécimal
0	0000	0
1	0001	1
2	0010	2
3	0011	3
4	0100	4
5	0101	5
6	0110	6
7	0111	7
8	1000	8
9	1001	9
10	1010	A
11	1011	B
12	1100	C
13	1101	D
14	1110	E
15	1111	F

CONVERSIONS ENTRE DIFFÉRENTS SYSTÈMES DE CODAGE

Conversion **hexadécimal** vers **décimal**

Remplacez chaque chiffre hexadécimal par les 4 bits équivalents (comme indiqué dans le tableau ci-dessus).

A3C5H = 1010 0011 1100 0101B

102AH = 0001 0000 0010 1010B

Conversion binaire vers hexadécimal

En commençant par le bit le plus à droite (bit le moins significatif), remplacez chaque groupe de 4 bits par le chiffre hexadécimal équivalent (remplissez les bits les plus à gauche avec zéro si nécessaire).

```
1001001010B = 0010 0100 1010B = 24AH
```

```
10001011001011B = 0010 0010 1100 1011B = 22CBH
```

Il est important de noter que le nombre hexadécimal fournit une *forme compacte* ou un *raccourci* pour représenter les bits binaires.

Conversion de base r vers décimal

Étant donné un nombre de base r à n chiffres en base r ,
l'équivalent décimal est donné par:

$$d_{n-1}d_{n-2}d_{n-3}\dots d_2d_1d_0$$

$$d_{n-1} \times r^{n-1} + d_{n-2} \times r^{n-2} + \dots + d_1 \times r^1 + d_0 \times r^0$$

$$A1C2H = 10 \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 12 \times 16^1 + 2 = 41410 \text{ (base 10)}$$

$$10110B = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 = 22 \text{ (base 10)}$$

Conversion de décimal vers base r

Algorithme de conversion 1:

1. Utiliser des divisions successives jusqu'à atteindre 0.
2. Rassemblez les chiffres du reste dans l'ordre inverse.

Exemple:

Convertir 261 (base 10) en hexadécimal ?

$261/16 \Rightarrow \text{quotient}=16 \text{ reste}=5$

$16/16 \Rightarrow \text{quotient}=1 \text{ reste}=0$

$1/16 \Rightarrow \text{quotient}=0 \text{ reste}=1 \text{ (quotient}=0 \text{ stop)}$

D'où, **261D = 105H.**

Conversion de décimal vers base r

L'algorithme de conversion reste valable pour toute conversion entre 2 systèmes de numération.

Exemple:

Convertir 1023 (base 4) en base 3?

1023(base 4)/3 => quotient=25D reste=0

25D/3 => quotient=8D reste=1

8D/3 => quotient=2D reste=2

2D/3 => quotient=0 reste=2 (quotient=0 stop)

D'où, **1023(base 4) = 2210(base 3)**

Conversion avec partie décimale

1. Séparez les parties entière et décimale.
2. Pour la partie entière, utiliser l'**algorithme de conversion**.
3. Pour la partie décimale, multiplier la partie décimale par le radicale cible de manière répétée, et collecter la partie entière dans le même ordre.
4. Combiner les deux résultats.

Exemple:

Convertir 18.6875D en binaire

Partie entière = **18D**

18/2 => quotient=9	reste=0
9/2 => quotient=4	reste=1
4/2 => quotient=2	reste=0
2/2 => quotient=1	reste=0
1/2 => quotient=0	reste=1

(quotient=0 stop)

D'où, **18D = 10010B**

Partie décimale = **.6875D**

0.6875*2=1.375	=> nombre entier est 1
0.375*2=0.75	=> nombre entier est 0
0.75*2=1.5	=> nombre entier est 1
0.5*2=1.0	=> nombre entier est 1

D'où, **.6875D = .1011B**

On combine et on obtient, **18.6875D = 10010.1011B**

Conversion avec partie décimale

1. Séparez les parties entière et décimale.
2. Pour la partie entière, utiliser l'**algorithme de conversion**.
3. Pour la partie décimale, multiplier la partie décimale par le radicale cible de manière répétée, et collecter la partie entière dans le même ordre.
4. Combiner les deux résultats.

Exemple:

Convertir 18.6875D en hexadécimal

Partie entière = 18D

18/16 => quotient=1

reste =2

1/16 => quotient=0

reste =1 (quotient=0

stop)

D'où, **18D = 12H**

Partie décimale = .6875D

0.6875*16=11.0 => nombre entier : 11D

(BH)

D'où .6875D = .BH

On combine et on obtient, **18.6875D = 12.BH**

Exercices d'application

1. Convertissez les nombres décimaux suivants en nombres binaires et hexadécimaux : **108, 4848, 9000**.

2. Convertissez les nombres binaires suivants en nombres hexadécimaux et décimaux : **1000011000, 10000000, 101010101010**.

3. Convertissez les nombres hexadécimaux suivants en nombres binaires et décimaux : **ABCDE, 1234, 80F**.

4. Convertissez les nombres décimaux suivants en équivalent binaire : **19.25D, 123.456D**.