Capítulo 3

PREFERENCIAS Y UTILIDAD

Axiomas de la elección racional

- Integridad
  - si A y B son dos situaciones, un individuo siempre puede especificar exactamente una de estas posibilidades:
    - A es preferible a B
    - B es preferible a A
    - A y B son igualmente atractivos

Axiomas de la elección racional

- Transitividad
  - si “A es preferible a B”, y “B es preferible a C”, entonces “A es preferible a C”
  - asume que las opciones del individuo son internamente consistentes

Axiomas de la elección racional

- Continuidad
  - si “A es preferible a B”, entonces las situaciones convenientemente "cercanas" A también deben ser preferibles a B
  - para analizar las respuestas de las personas a cambios relativamente pequeños en los ingresos y los precios

Utilidad

- Teniendo en cuenta estas suposiciones, es posible demostrar que las personas son capaces de clasificar todas las situaciones posibles, entre la menos y la más deseable.
- Los economistas llaman a esta clasificación ***utilidad***.
  - si "A es preferible a B", entonces la utilidad asignada a A supera la utilidad asignada a B

$$U(A) > U(B)$$

Utilidad

- Las clasificaciones de utilidad son de naturaleza ordinal
  - Registran la conveniencia relativa de cestas de consumo
- Debido a que las medidas de utilidad no son únicas, no tiene sentido considerar cuánta más utilidad se obtiene de A que de B
- También es imposible comparar las utilidades entre las personas

Utilidad

- La utilidad se ve afectada por el consumo de productos físicos, actitudes psicológicas, presiones de grupos de compañeros, experiencias personales y el entorno cultural general
- En general, los economistas prestan atención a las opciones cuantificables mientras mantienen constantes las otras cosas que afectan a la utilidad
  - Supuesto de ***ceteris paribus***

Utilidad

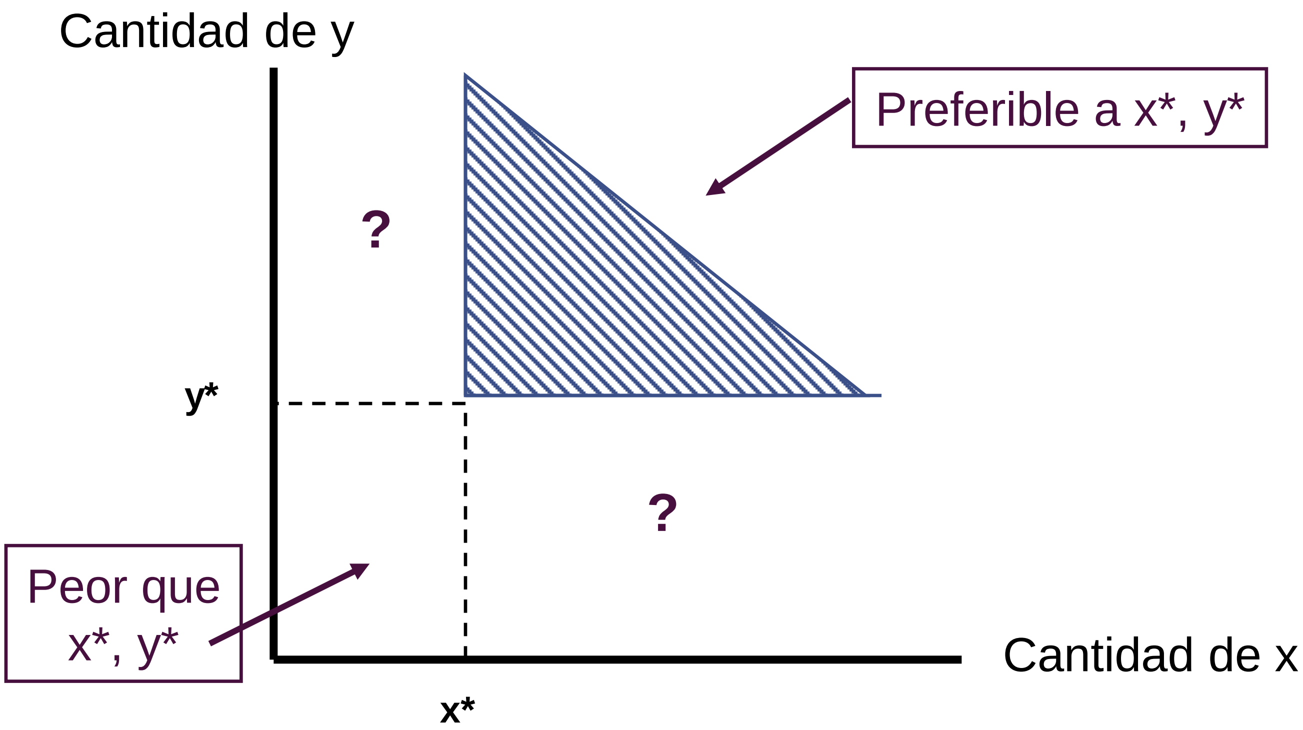
- Supongamos que un individuo debe elegir entre los bienes de consumo $x_1, x_2,\ldots, x_n$
- Las clasificaciones del individuo se pueden mostrar mediante una función de utilidad de la forma:

$$\text{utilidad} = U(x_1, x_2,\ldots, x_n; \text{todo lo demás})$$

  – esta función es única hasta una transformación que preserva el orden

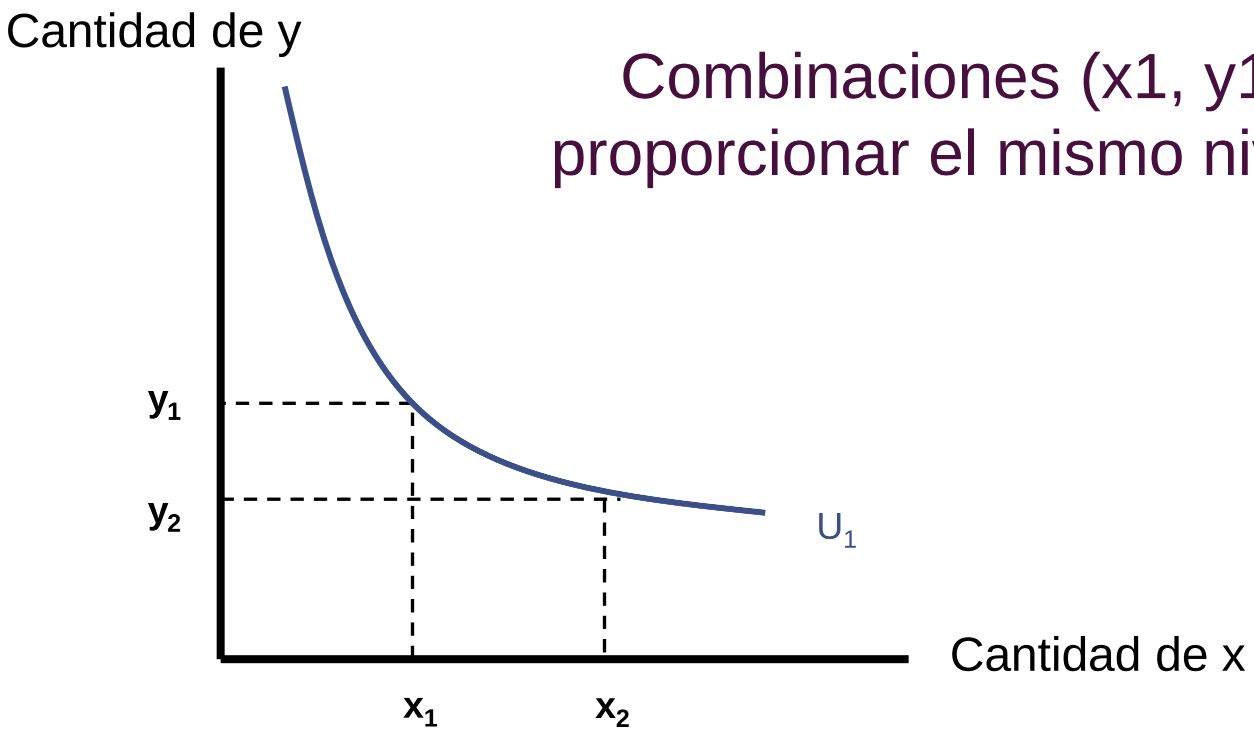
Bienes económicos

- En la función de utilidad, se supone que las x son “bienes"
- Se prefiere más a menos



Curvas de indiferencia

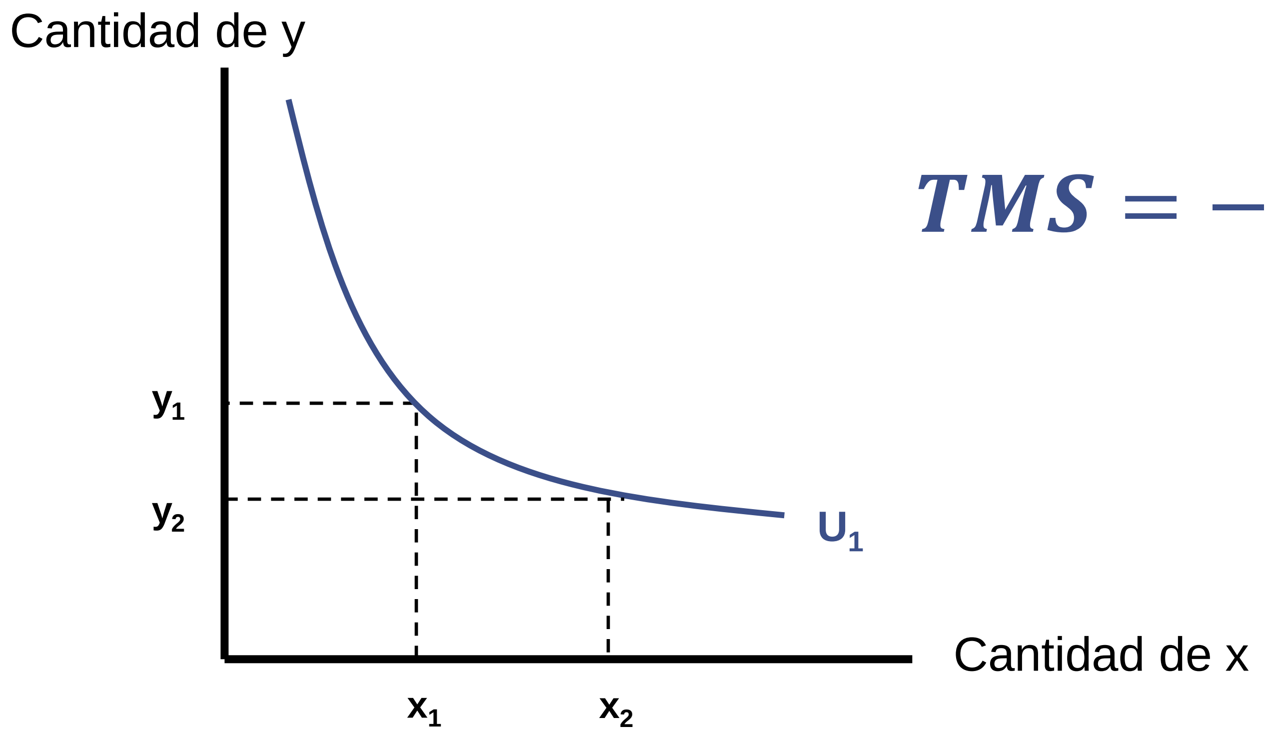
- Una *<u>curva de indiferencia</u>* muestra un conjunto de cestas de consumo entre los cuales el individuo es indiferente



Combinaciones (x1, y1) y (x2, y2) proporcionar el mismo nivel de utilidad

Tasa Marginal de Sustitución

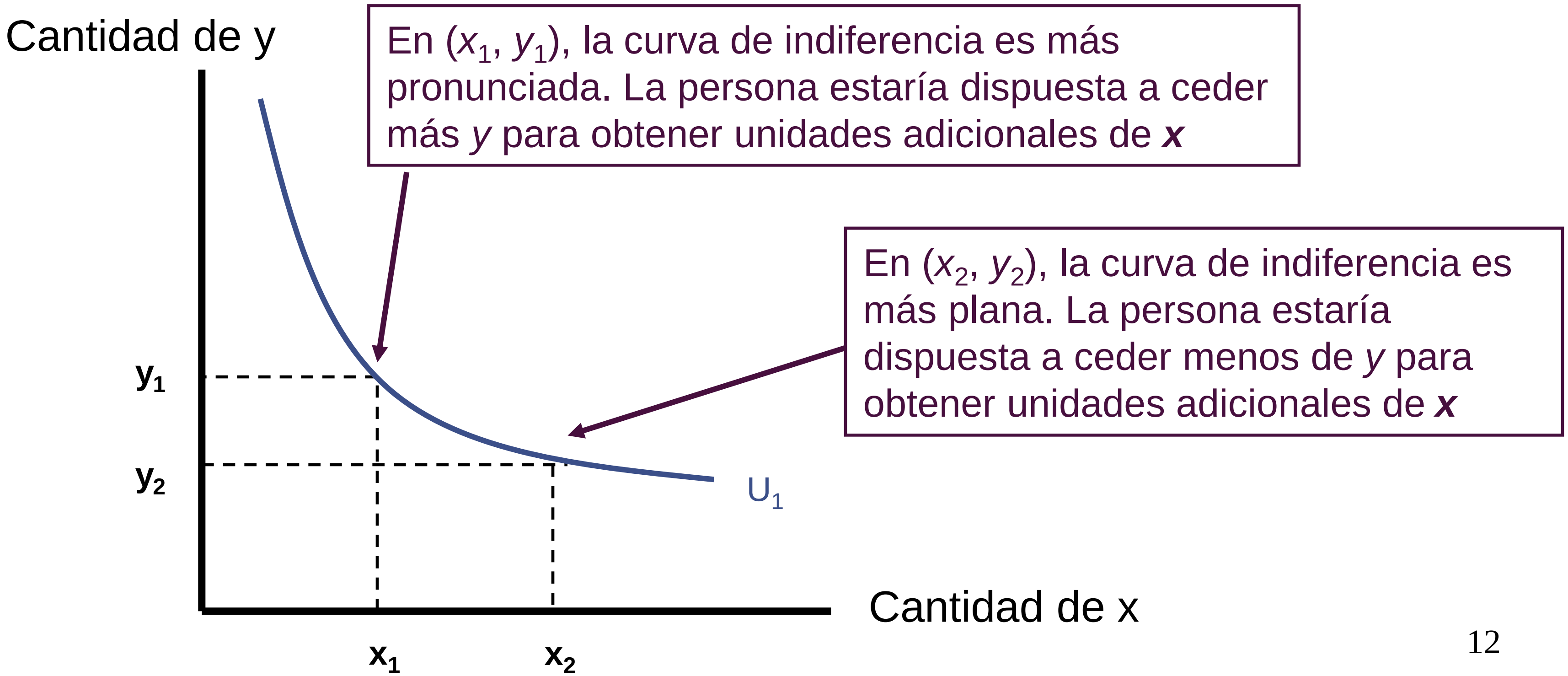
- La pendiente negativa de la curva de indiferencia en cualquier punto se denomina *tasa marginal de sustitución* (TMS)



$$TMS = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=U_1}$$

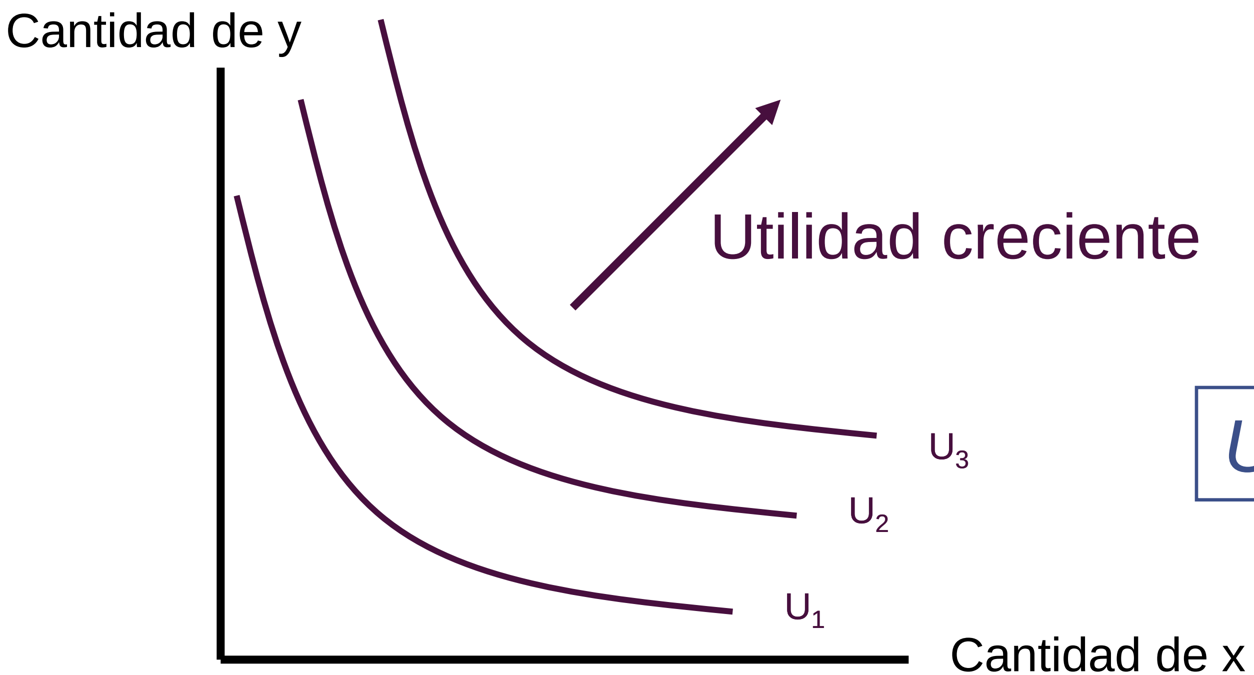
Tasa Marginal de Sustitución

- *TMS* cambia cuando ***x*** e ***y*** cambian
  - refleja la voluntad del individuo de intercambiar ***y*** por ***x***



Mapa de Curva de Indiferencia

- Cada punto debe tener una curva de indiferencia a través de él

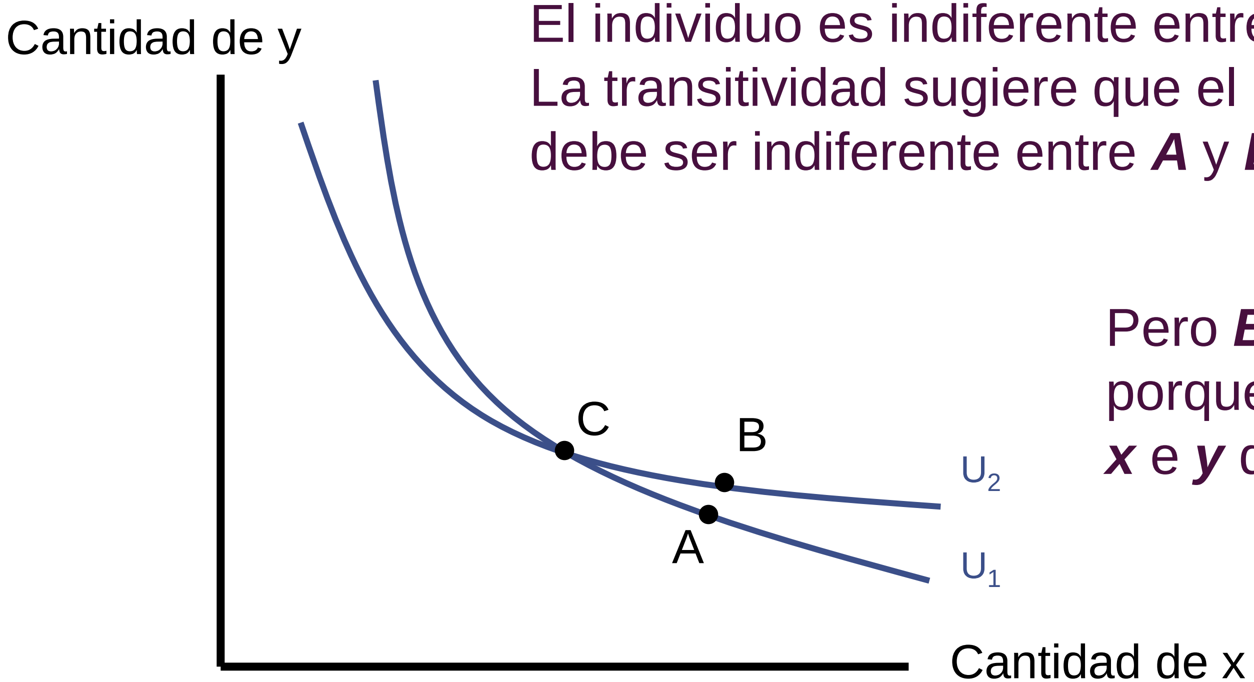


$$U_1 < U_2 < U_3$$

Transitividad

- ¿Pueden dos curvas de indiferencia de un individuo intersecarse?
-

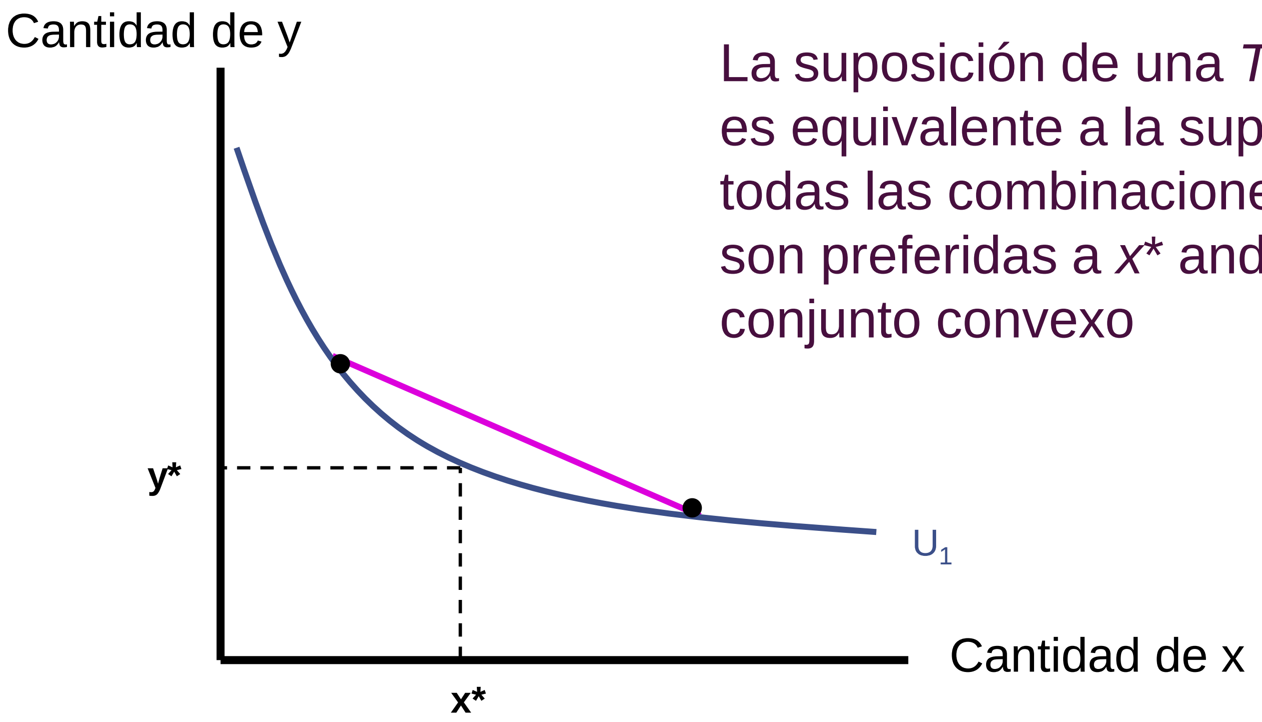
El individuo es indiferente entre ***A*** y ***C***.
El individuo es indiferente entre ***B*** y ***C***.
La transitividad sugiere que el individuo debe ser indiferente entre ***A*** y ***B***



Pero ***B*** se prefiere a ***A*** porque ***B*** contiene más ***x*** e ***y*** que ***A***

Convexidad

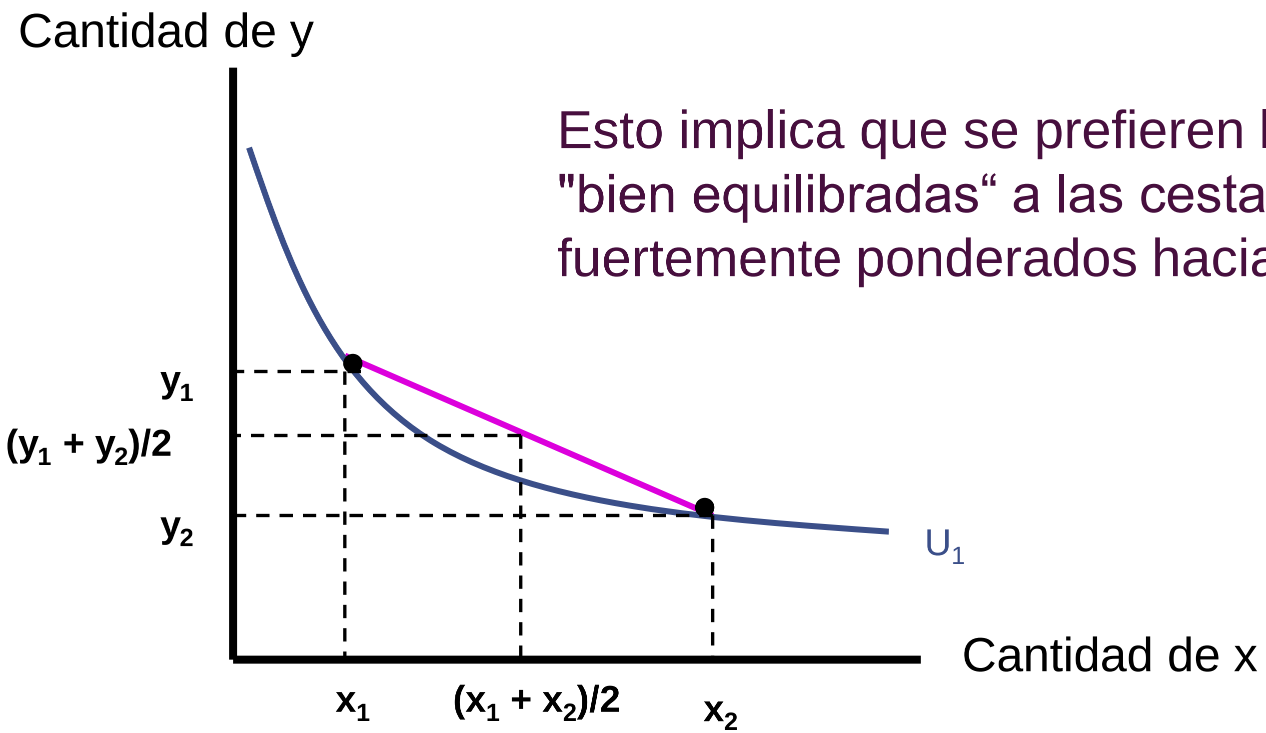
- Un conjunto de puntos es *convexo* si se pueden unir dos puntos por una línea recta que se encuentra completamente dentro del conjunto



La suposición de una *TMS* decreciente es equivalente a la suposición de que todas las combinaciones de ***x*** e ***y*** que son preferidas a *x** and *y** forman un conjunto convexo

Convexidad

- Si la curva de indiferencia es convexa, entonces la combinación $(x_1 + x_2)/2$, $(y_1 + y_2)/2$ será preferible a (x_1,y_1) o (x_2,y_2)



Esto implica que se prefieren las cestas "bien equilibradas“ a las cestas que están fuertemente ponderados hacia un bien

Utilidad y la *TMS*

- Supongamos que las preferencias de una persona para las hamburguesas (y) y los refrescos (x) pueden ser representadas por
- $$utilidad = 10 = \sqrt{x \cdot y}$$
- Resolviendo por *y*, obtenemos

$$y = 100/x$$

- Resolviendo por TMS = *-dy/dx*:

$$TMS = -dy/dx = 100/x^2$$

Utilidad y la *TMS*

$$TMS = -dy/dx = 100/x^2$$

- Tenga en cuenta que, a medida que ***x*** aumenta, la *TMS* cae
  - cuando $x = 5$, $TMS = 4$
  - cuando $x = 20$, $TMS = 0.25$

Utilidad Marginal

- Supongamos que un individuo tiene una función de utilidad de la forma

$$\text{utilidad} = U(x,y)$$

- El diferencial total de *U* es

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x}dx + \frac{\partial U}{\partial y}dy$$

- A lo largo de cualquier curva de indiferencia, la utilidad es constante ($dU = 0$)

Derivando la *TMS*

- Por lo tanto, obtenemos:

$$TMS = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=\text{constante}} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}$$

- *TMS* es la relación entre la utilidad marginal de *x* y la utilidad marginal de *y*

Disminución de la Utilidad Marginal y la *TMS*

- Intuitivamente, parece que el supuesto de una utilidad marginal decreciente está relacionado con el concepto de una *TMS* decreciente.
  - disminuir la *TMS* requiere que la función de utilidad sea cuasi-cóncava
  - esto es independiente de cómo se mide la utilidad
  - disminuir la utilidad marginal depende de cómo se mide la utilidad
- Por lo tanto, estos dos conceptos son diferentes

Convexidad de curvas de indiferencia

- Supongamos que la función de utilidad es

$$\text{utilidad} = \sqrt{x \cdot y}$$

- Podemos simplificar el álgebra tomando el logaritmo de esta función

$$U^*(x,y) = \ln[U(x,y)] = 0.5 \ln x + 0.5 \ln y$$

Convexidad de curvas de indiferencia

- Así,

$$TMS = \frac{\frac{\partial U*}{\partial x}}{\frac{\partial U*}{\partial y}} = \frac{\frac{0.5}{x}}{\frac{0.5}{y}} = \frac{y}{x}$$

Convexidad de curvas de indiferencia

- Si la función de la utilidad es

$$U(x,y)\ x + xy + y$$

- No hay ninguna ventaja para transformar esta función de utilidad, por lo que

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{1+y}{1+x}$$

Convexidad de curvas de indiferencia

- Supongamos que la función de utilidad es

$$\text{utilidad} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

- Para este ejemplo, es más fácil utilizar la transformación

$$U^*(x,y) = [U(x,y)]^2 = x^2 + y^2$$

Convexidad de curvas de indiferencia

- Así,

$$TMS = \frac{\frac{\partial U *}{\partial x}}{\frac{\partial U *}{\partial y}} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$$

Ejemplos de funciones de utilidad

- Utilidad de la función Cobb-Douglas

$$\text{utilidad} = U(x,y) = x^{\alpha}y^{\beta}$$

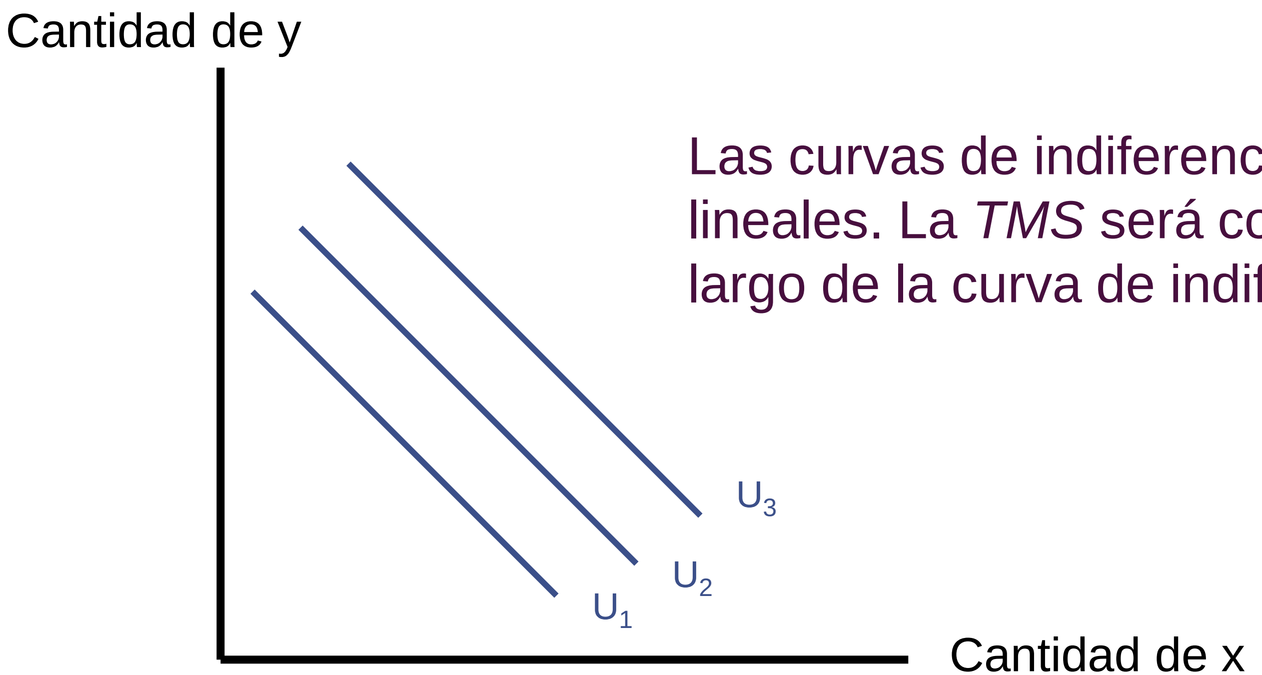
donde α y β son constantes positivas

– Los tamaños relativos de α y β indican la importancia relativa de los bienes

Ejemplos de funciones de utilidad

- Sustitutos perfectos

$$\text{utilidad} = U(x,y) = \alpha x + \beta y$$

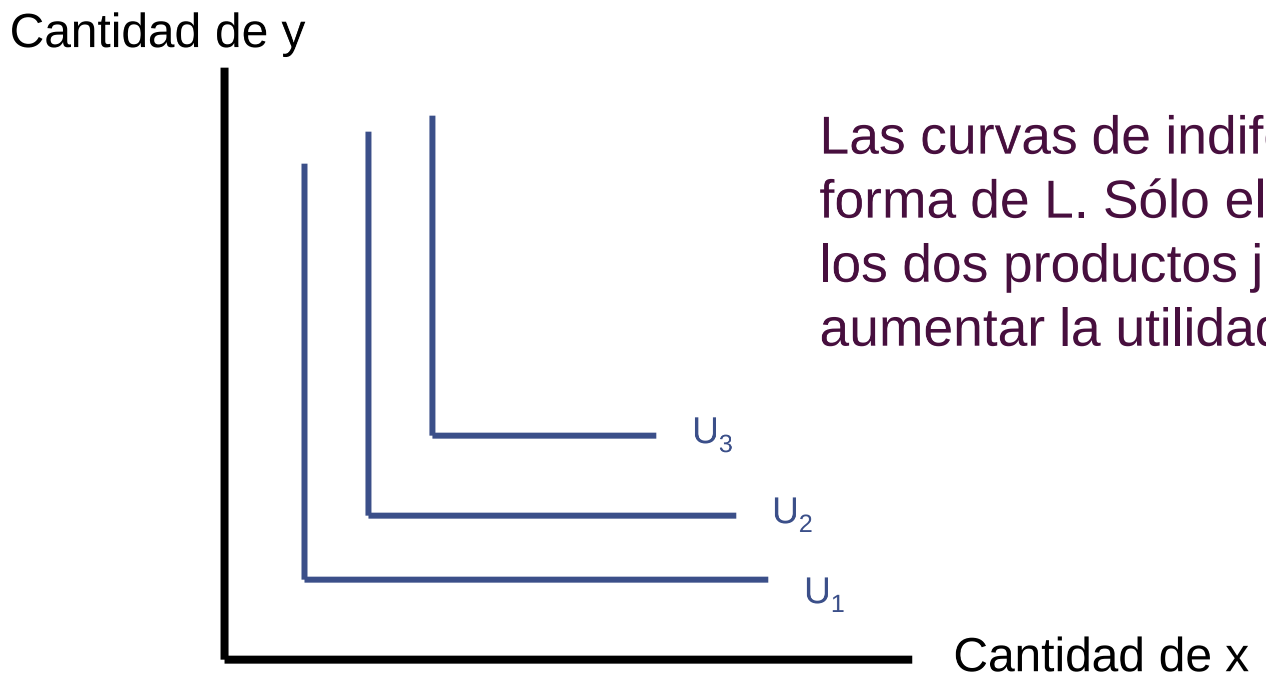


Las curvas de indiferencia serán lineales. La *TMS* será constante a lo largo de la curva de indiferencia.

Ejemplos de funciones de utilidad

- Complementos perfectos

$$\text{utilidad} = U(x,y) = \min(\alpha x, \beta y)$$



Las curvas de indiferencia tendrán forma de L. Sólo eligiendo más de los dos productos juntos se puede aumentar la utilidad.

Ejemplos de funciones de utilidad

- Utilidad CES (Elasticidad de sustitución constante)

$$\text{utilidad} = U(x,y) = x^{\delta}/\delta + y^{\delta}/\delta$$

cuando $\delta \neq 0$ y

$$\text{utilidad} = U(x,y) = \ln x + \ln y$$

cuando $\delta = 0$

  – Sustitutos perfectos $\Rightarrow \delta = 1$

  – Cobb-Douglas $\Rightarrow \delta = 0$

  – Complementos perfectos $\Rightarrow \delta = -\infty$

Ejemplos de funciones de utilidad

- Utilidad CES (Elasticidad de sustitución constante)
  - La elasticidad de sustitución (σ) es igual a $1/(1 - \delta)$
    - Sustitutos perfectos $\Rightarrow \sigma = \infty$
    - Proporciones fijas $\Rightarrow \sigma = 0$

Preferencias Homotéticas

- Si la TMS depende sólo de la razón de las cantidades de ambos bienes, no de las cantidades totales de los bienes, la función de utilidad es *homotética*
  - Sustitutos perfectos $\Rightarrow$ *TMS* es la misma en cada punto.
  - Complementos perfectos $\Rightarrow$ *TMS* $= \infty$ si $y/x > \alpha/\beta$, indefinida si $y/x = \alpha/\beta$,y *TMS* $= 0$ si $y/x < \alpha/\beta$

Preferencias Homotéticas

- Para la función general Cobb-Douglas, la *TMS* se puede encontrar como

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{y}{x}$$

Preferencias No Homotéticas

- Algunas funciones de utilidad no presentan preferencias homotéticas

utilidad = $U(x,y) = x + \ln y$

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{1}{\frac{1}{y}} = y$$

El Caso De Muchos Bienes

- Supongamos que la utilidad es una función de *n* bienes

$$\text{utilidad} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

- El diferencial total de *U* es

$$dU = \frac{\partial U}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2} dx_2 + \ldots + \frac{\partial U}{\partial x_n} dx_n$$

El Caso De Muchos Bienes

- Podemos encontrar la *TMS* entre dos bienes al establecer $dU = 0$

$$dU = 0 = \frac{\partial U}{\partial x_i} dx_i + \frac{\partial U}{\partial x_j} dx_j$$

- Reorganizando, obtenemos

$$TMS(x_i \text{ for } x_j) = -\frac{dx_j}{dx_i} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x_i}}{\frac{\partial U}{\partial x_j}}$$

Superficies de Indiferencia de Bienes Múltiples

- Definiremos una superficie de indiferencia como el conjunto de puntos en *n* dimensiones que satisfacen la ecuación

$$U(x_1,x_2,\ldots x_n) = k$$

donde *k* es cualquier constante preasignada

Superficies de Indiferencia de Bienes Múltiples

- Si la función de utilidad es cuasi-cóncava, el conjunto de puntos para los cuales $U \geq k$ será convexo
  – todos los puntos de una línea que une dos puntos cualquiera en la superficie de indiferencia de $U = k$ también tendrán $U \geq k$

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Si los individuos obedecen ciertos postulados conductuales, podrán clasificar todos los conjuntos de mercancías
  - la clasificación puede ser representada mediante una función de utilidad
  - al tomar decisiones, los individuos actuarán como si estuvieran maximizando esta función
- Las funciones de utilidad para dos bienes pueden ilustrarse mediante un mapa de curvas de indiferencia

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- La pendiente negativa de la curva de indiferencia mide la tasa marginal de sustitución (*TMS*)
  - la tasa a la que un individuo renunciaría a una cantidad de un bien (y) por una unidad más de otro bien (x)
- La *TMS* disminuye al sustituir x por y
  - Los individuos prefieren cierto equilibrio en sus elecciones de consumo

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Algunas formas funcionales simples pueden capturar diferencias importantes en las preferencias de las personas por dos (o más) bienes
  - Función Cobb-Douglas
  - Función lineal (sustitutos perfectos)
  - Función de proporciones fijas (complementos perfectos)
  - Función CES
    - incluye los otros tres como casos especiales

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Es una cuestión sencilla generalizar ejemplos de dos bienes a muchos bienes
  - estudiar las decisiones de las personas entre muchos bienes puede arrojar cantidad de discernimientos
  - las matemáticas de muchos bienes no es especialmente intuitiva, por lo que nos basaremos en casos de dos bienes para construir la intuición

Capítulo 4

MAXIMIZACIÓN DE LA UTILIDAD Y ELECCIÓN

Quejas sobre el Enfoque Económico

- Ningún individuo real hace los tipos de "*cálculos relámpagos*" necesarios para la maximización de la utilidad
- El modelo de maximización de utilidad predice muchos aspectos del comportamiento
- Por lo tanto, los economistas asumen que las personas se comportan como *si* hicieran tales cálculos

Quejas sobre el Enfoque Económico

- El modelo económico de elección es extremadamente egoísta porque nadie tiene objetivos exclusivamente egocéntricos
- Nada en el modelo de maximización de utilidad impide a las personas derivar satisfacción de "*hacer el bien*"

Principio de Optimización

- Para maximizar la utilidad, dada una cantidad fija de ingresos para gastar, un individuo comprará los bienes y servicios:
  - que agotan sus ingresos totales
  - por el cual la tasa psíquica de compensación entre cualquier mercancía (la *TMS*) es igual a la tasa a la que las mercancías pueden ser comercializadas entre sí en el mercado

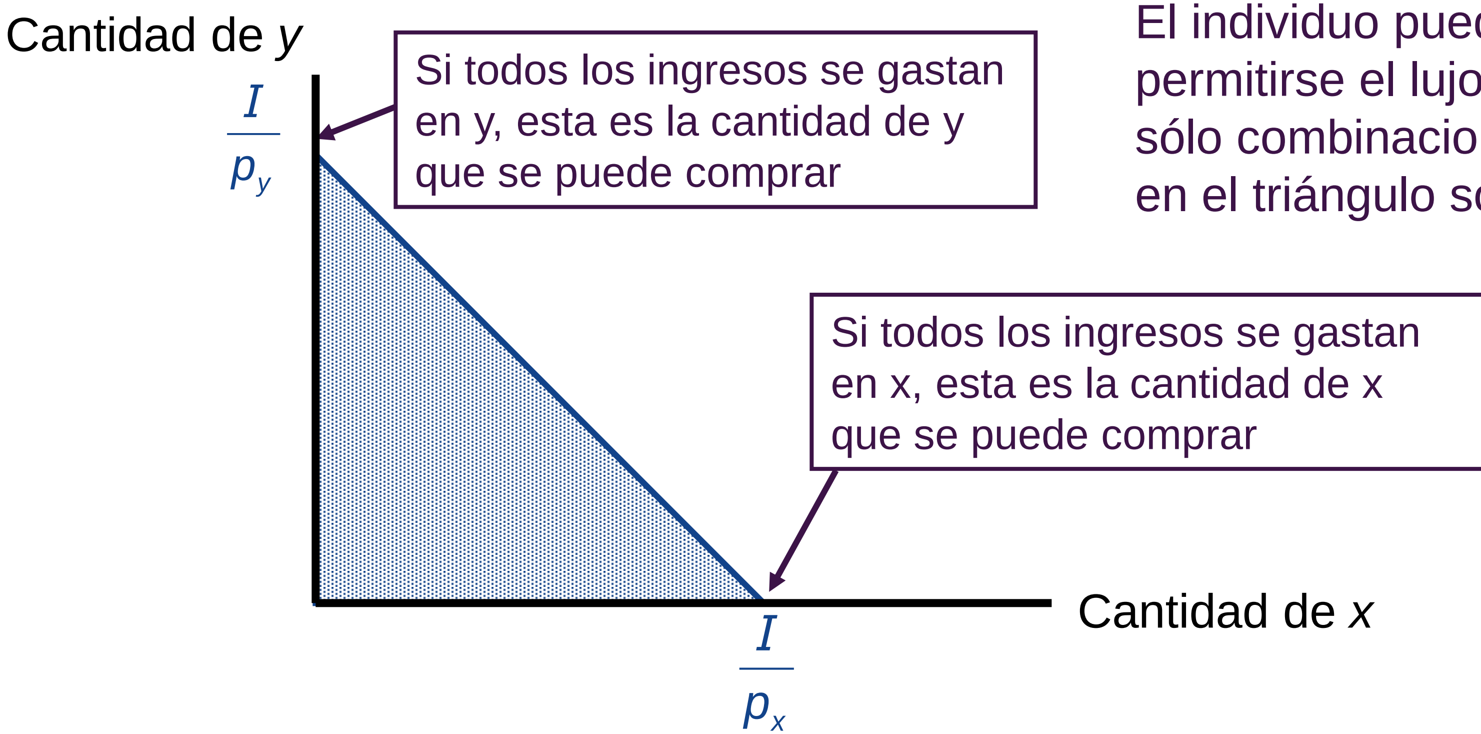
Una Ilustración Numérica

- Supongamos que el individuo tiene una *TMS* = 1
  - dispuesto a intercambiar una unidad de *x* por una unidad de *y*
- Supongamos que el precio de *x* = \$2 y el precio de *y* = \$1
- El individuo puede estar en mejores condiciones
  - intercambiar 1 unidad de *x* para 2 unidades de *y* en el mercado

La Restricción Presupuestaria

- Supongamos que un individuo tiene ***I*** dólares para asignar entre el bien ***x*** y el bien ***y***

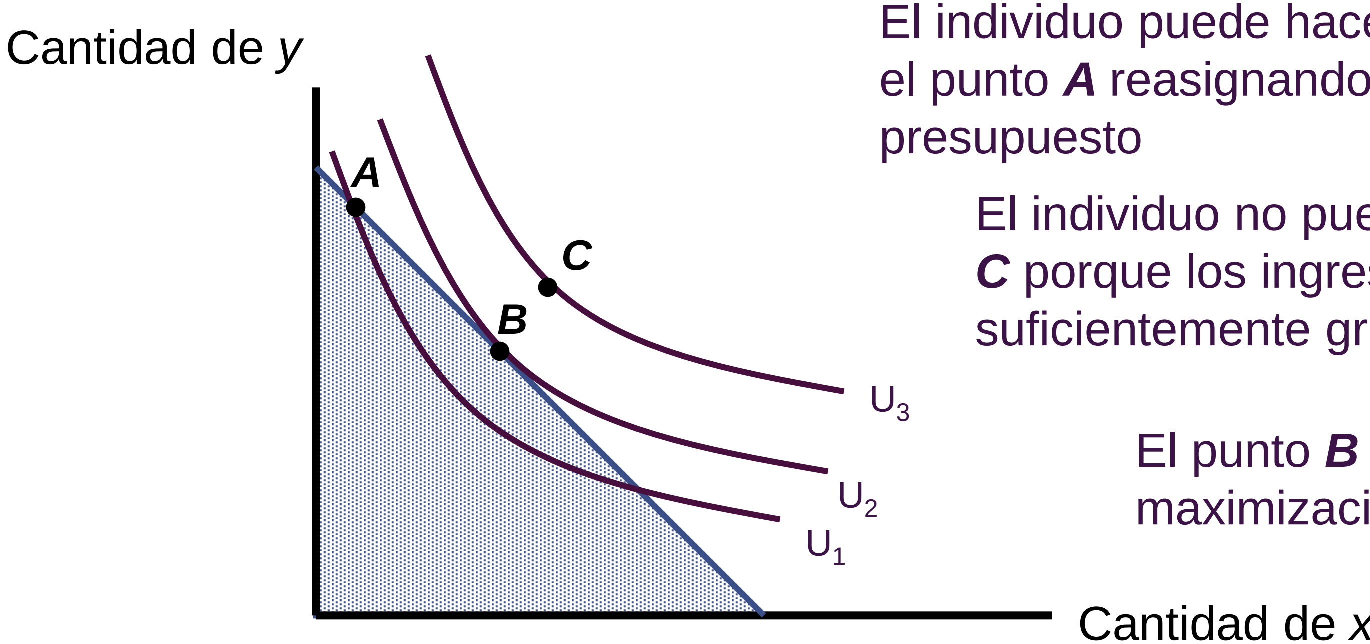
$$p_x x + p_y y \leq I$$



El individuo puede permitirse el lujo de elegir sólo combinaciones de *x* e *y* en el triángulo sombreado

Condiciones de primer orden para un máximo

- Podemos agregar el mapa de utilidades del individuo para mostrar el proceso de maximización de utilidad



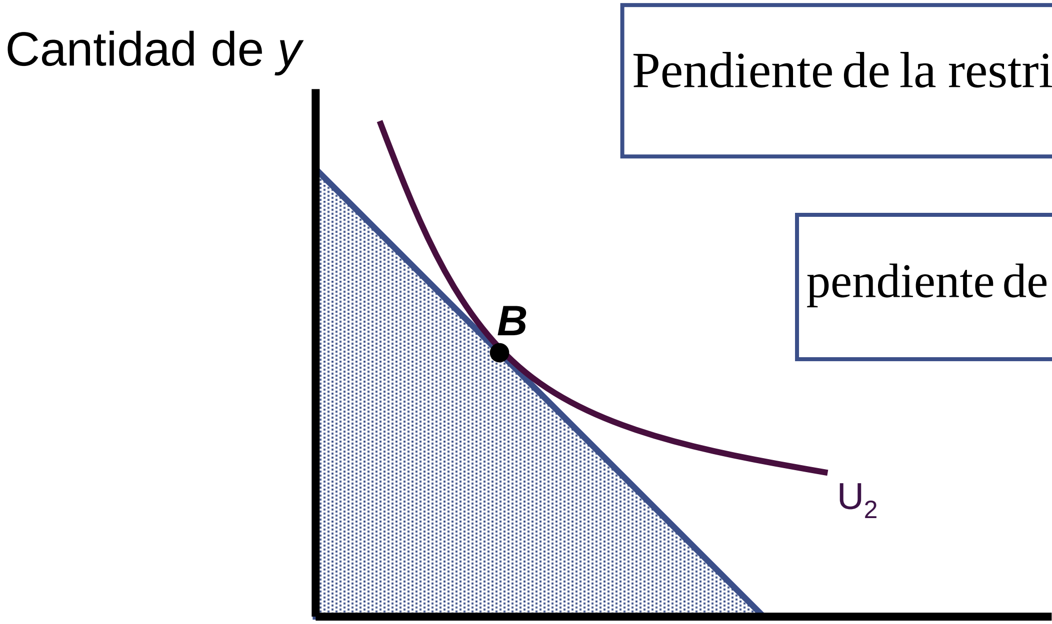
El individuo puede hacerlo mejor que el punto ***A*** reasignando su presupuesto

El individuo no puede tener el punto ***C*** porque los ingresos no son lo suficientemente grandes

El punto ***B*** es el punto de maximización de utilidad

Condiciones de primer orden para un máximo

- La utilidad se maximiza cuando la curva de indiferencia es tangente a la restricción presupuestaria



$$\text{Pendiente de la restricción presupuestaria} = -\frac{p_x}{p_y}$$

$$\text{pendiente de la curva de indiferencia} = \left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=\text{constante}}$$

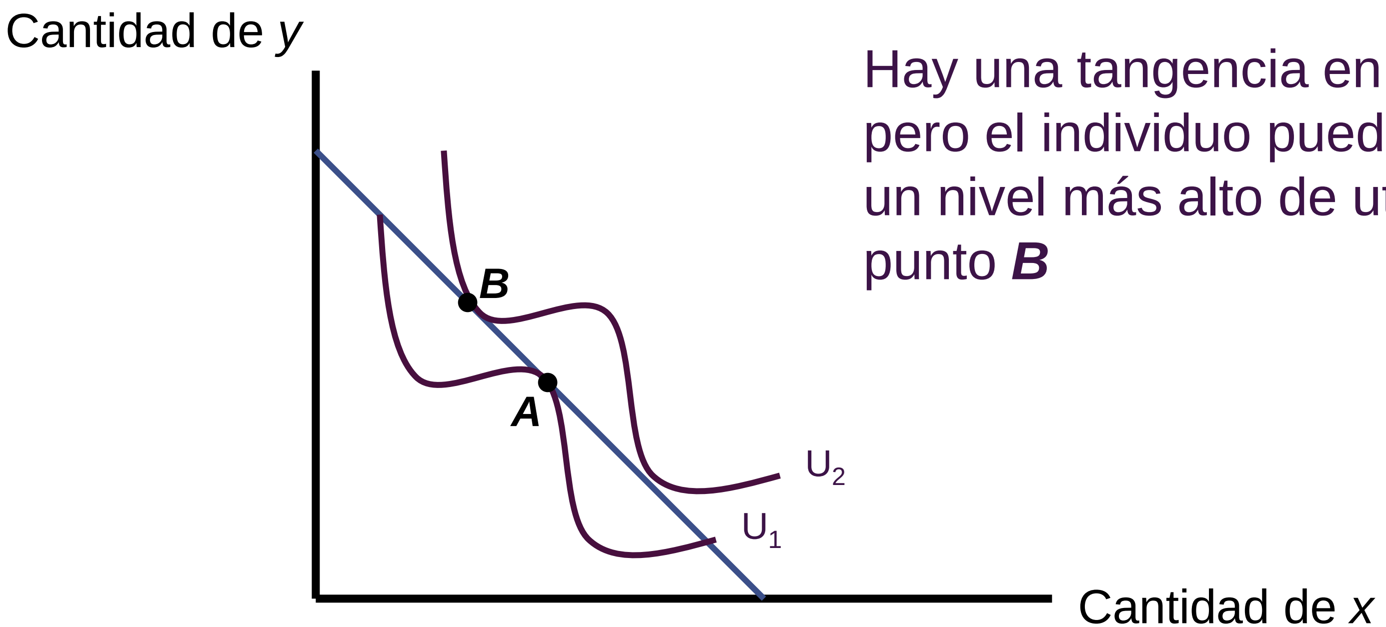
$$\frac{p_x}{p_y} = -\left.\frac{dy}{dx}\right|_{U=\text{constante}} = TMS$$

Condiciones de segundo orden para un máximo

- La regla de tangencia sólo es necesaria, pero no suficiente, a menos que supongamos que la *TMS* está disminuyendo
  - si *TMS* está disminuyendo, entonces las curvas de indiferencia son estrictamente convexas
- Si la *TMS* no está disminuyendo, entonces debemos comprobar las condiciones de segundo orden para asegurarnos de que estamos en un máximo

Condiciones de segundo orden para un máximo

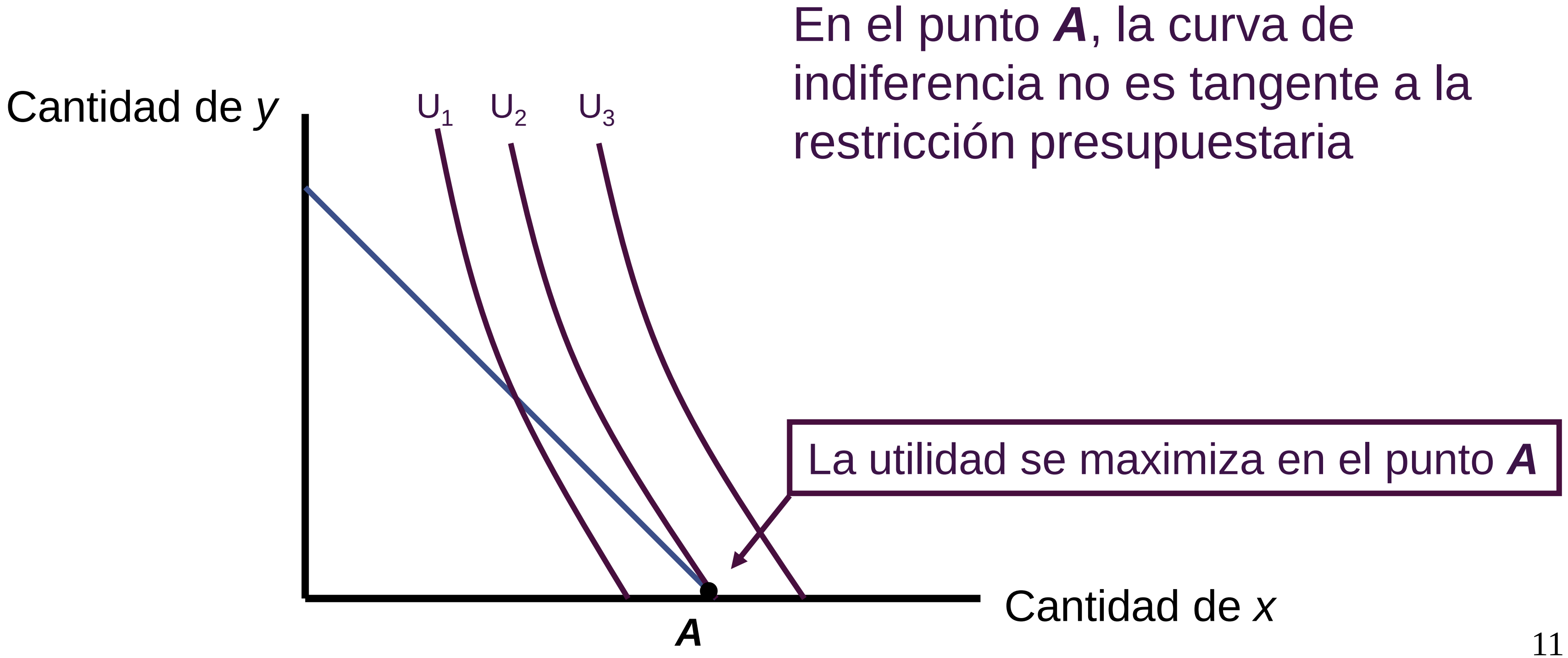
- La regla de tangencia es sólo una condición necesaria
  - necesitamos que la *TMS* esté disminuyendo



Hay una tangencia en el punto ***A***, pero el individuo puede alcanzar un nivel más alto de utilidad en el punto ***B***

Soluciones de esquina

- En algunas situaciones, las preferencias de las personas pueden ser tales que pueden maximizar la utilidad eligiendo consumir sólo uno de los bienes



El Caso de *n*-bienes

- El objetivo del individuo es maximizar

$$\text{utilidad} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

sujeto a la restricción presupuestaria

$$I = p_1x_1 + p_2x_2 + \ldots + p_nx_n$$

- Establecemos la expresión de Lagrange:

$$\mathbf{L} = U(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \lambda(I - p_1x_1 - p_2x_2 - \ldots - p_nx_n)$$

El Caso de *n*-bienes

- Condiciones de primer orden para un máximo interior:

$$\partial \mathbf{L}/\partial x_1 = \partial U/\partial x_1 - \lambda p_1 = 0$$

$$\partial \mathbf{L}/\partial x_2 = \partial U/\partial x_2 - \lambda p_2 = 0$$

$$\vdots$$

$$\partial \mathbf{L}/\partial x_n = \partial U/\partial x_n - \lambda p_n = 0$$

$$\partial \mathbf{L}/\partial \lambda = I - p_1 x_1 - p_2 x_2 - \ldots - p_n x_n = 0$$

Implicaciones de las condiciones de primer orden

- Para dos bienes cualquiera,

$$\frac{\partial U / \partial x_i}{\partial U / \partial x_j} = \frac{p_i}{p_j}$$

- Esto implica que en la asignación óptima de ingresos

$$TMS\,(x_i \text{ for } x_j) = \frac{p_i}{p_j}$$

Interpretación del multiplicador Lagrange

$$\lambda = \frac{\partial U / \partial x_1}{p_1} = \frac{\partial U / \partial x_2}{p_2} = \ldots = \frac{\partial U / \partial x_n}{p_n}$$

$$\lambda = \frac{MU_{x_1}}{p_1} = \frac{MU_{x_2}}{p_2} = \ldots = \frac{MU_{x_n}}{p_n}$$

- λ es la utilidad marginal de un dólar extra de gasto de consumo
  - la utilidad marginal del ingreso

Interpretación del multiplicador Lagrange

- En el margen, el precio de un bien representa la evaluación del consumidor de la utilidad de la última unidad consumida
  - cuánto está dispuesto a pagar el consumidor por la última unidad

$$p_i = \frac{MU_{x_i}}{\lambda}$$

Soluciones de esquina

- Cuando se trata de soluciones de esquina, se deben modificar las condiciones de primer orden:

$$\partial \mathbf{L}/\partial x_i = \partial U/\partial x_i - \lambda p_i \leq 0 \quad (i = 1,\ldots,n)$$

- Si $\partial \mathbf{L}/\partial x_i = \partial U/\partial x_i - \lambda p_i < 0$, entonces $x_i = 0$
- Esto significa que

$$p_i > \frac{\partial U / \partial x_i}{\lambda} = \frac{MU_{x_i}}{\lambda}$$

  – cualquier bien cuyo precio exceda su valor marginal para el consumidor no será comprado

Funciones de demanda de Cobb-Douglas

- Función de utilidad Cobb-Douglas:

$$U(x,y) = x^{\alpha}y^{\beta}$$

- Construimos el Lagrangiano:

$$\mathbf{L} = x^{\alpha}y^{\beta} + \lambda(I - p_x x - p_y y)$$

- Condiciones de primer orden:

$$\partial\mathbf{L}/\partial x = \alpha x^{\alpha-1}y^{\beta} - \lambda p_x = 0$$

$$\partial\mathbf{L}/\partial y = \beta x^{\alpha}y^{\beta-1} - \lambda p_y = 0$$

$$\partial\mathbf{L}/\partial\lambda = I - p_x x - p_y y = 0$$

Funciones de demanda de Cobb-Douglas

- Las condiciones de primer orden implican:

$$\alpha y/\beta x = p_x/p_y$$

- Donde $\alpha + \beta = 1$:

$$p_y y = (\beta/\alpha)p_x x = [(1-\alpha)/\alpha]p_x x$$

- Sustituyendo en la restricción presupuestaria:

$$I = p_x x + [(1-\alpha)/\alpha]p_x x = (1/\alpha)p_x x$$

Funciones de demanda de Cobb-Douglas

- Despejando para ***x*** produce

$$x^* = \frac{\alpha I}{p_x}$$

- Despejando para ***y*** produce

$$y^* = \frac{\beta I}{p_y}$$

- El individuo asignará α por ciento de su ingreso en el bien ***x*** y β por ciento de su ingreso en el bien ***y***

Funciones de demanda de Cobb-Douglas

- La función de utilidad Cobb-Douglas está limitada en su capacidad para explicar el comportamiento real del consumo
  - la proporción de ingresos dedicados a bienes particulares a menudo cambia en respuesta a las condiciones económicas cambiantes
- Una forma funcional más general podría ser más útil para explicar las decisiones de consumo

Demanda CES

- Asumamos que $\delta = 0.5$

$$U(x,y) = x^{0.5} + y^{0.5}$$

- Establecemos el Lagrange:

$$\mathbf{L} = x^{0.5} + y^{0.5} + \lambda(I - p_x x - p_y y)$$

- Condiciones de primer orden:

$$\partial\mathbf{L}/\partial x = 0.5x^{-0.5} - \lambda p_x = 0$$

$$\partial\mathbf{L}/\partial y = 0.5y^{-0.5} - \lambda p_y = 0$$

$$\partial\mathbf{L}/\partial\lambda = I - p_x x - p_y y = 0$$

Demanda CES

- Esta significa que

$$(y/x)^{0.5} = p_x/p_y$$

- Sustituyendo a la restricción presupuestaria, podemos resolver las funciones de demanda

$$x^* = \frac{I}{p_x[1+\frac{p_x}{p_y}]} \qquad y^* = \frac{I}{p_y[1+\frac{p_y}{p_x}]}$$

Demanda CES

- En estas funciones de demanda, la proporción de los ingresos gastados en ***x*** o ***y*** no es una constante
  - depende de la relación de los dos precios

- Cuanto mayor sea el precio relativo de ***x*** (o ***y***), menor será la proporción de los ingresos gastados en ***x*** (o ***y***)

Demanda CES

- Si δ = -1,

$$U(x,y) = -x^{-1} - y^{-1}$$

- Las condiciones de primer orden implican que

$$y/x = (p_x/p_y)^{0.5}$$

- Las funciones de demanda son

$$x^* = \frac{I}{p_x\left[1+\left(\frac{p_y}{p_x}\right)^{0.5}\right]} \qquad y^* = \frac{I}{p_y\left[1+\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{0.5}\right]}$$

Demanda CES

- Si $\delta = -\infty$,

$$U(x,y) = Min(x,4y)$$

- La persona elegirá sólo combinaciones para las cuales $x = 4y$
- Esto significa que

$$I = p_x x + p_y y = p_x x + p_y(x/4)$$

$$I = (p_x + 0.25p_y)x$$

Demanda CES

- Por lo tanto, las funciones de demanda son

$$x^* = \frac{I}{p_x + 0.25p_y}$$

$$y^* = \frac{I}{4p_x + p_y}$$

Función de Utilidad Indirecta

- A menudo es posible manipular las condiciones de primer orden para resolver los valores óptimos de $x_1, x_2, \ldots, x_n$
- Estos valores óptimos dependerán de los precios de todos los bienes e ingresos

$$x^*_1 = x_1(p_1, p_2, \ldots, p_n, I)$$
$$x^*_2 = x_2(p_1, p_2, \ldots, p_n, I)$$
$$\vdots$$
$$x^*_n = x_n(p_1, p_2, \ldots, p_n, I)$$

Función de Utilidad Indirecta

- Podemos utilizar los valores óptimos de las *x's* para encontrar la función de utilidad indirecta

$$\text{utilidad máxima} = U(x^*_1, x^*_2, \ldots, x^*_n)$$

- Sustituyendo por cada x^*_i, obtenemos

$$\text{utilidad máxima} = V(p_1, p_2, \ldots, p_n, I)$$

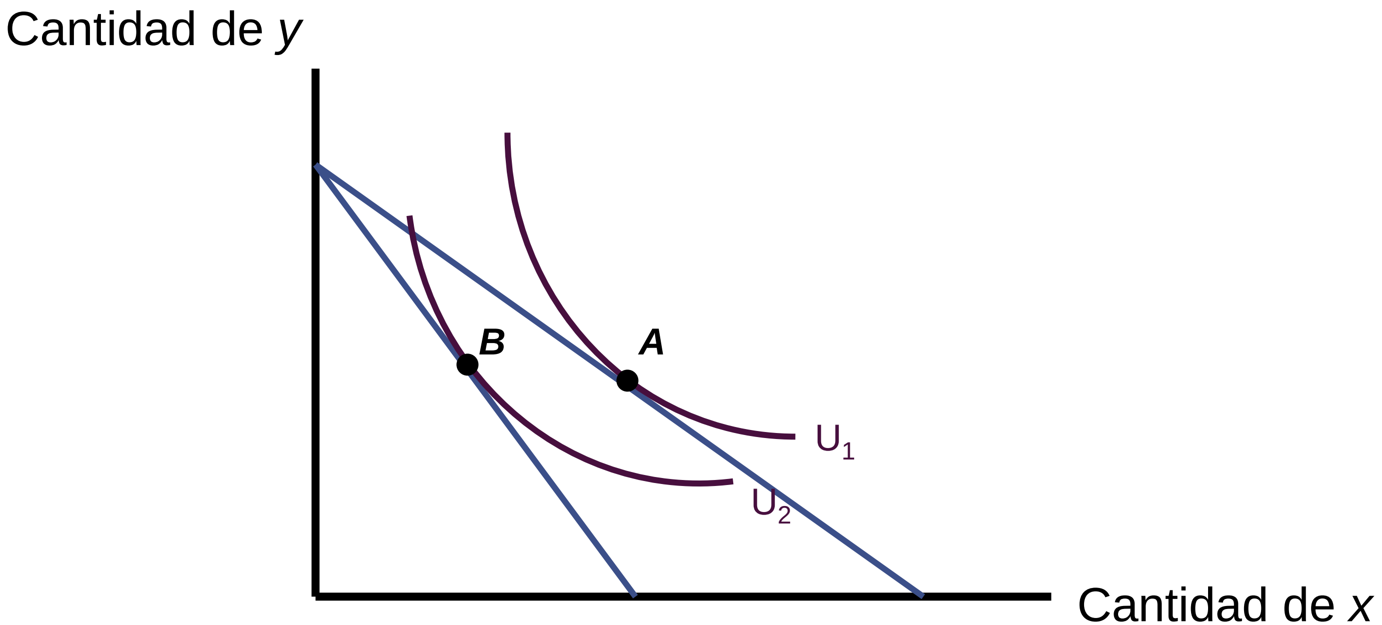
- El nivel óptimo de utilidad dependerá ***indirectamente*** de los precios y los ingresos
  - si los precios o los ingresos cambiaran, la utilidad máxima posible cambiará

El Principio de Suma Global

- Los impuestos sobre el poder adquisitivo general de una persona son superiores a los impuestos sobre un bien
  - un impuesto sobre la renta permite a la persona decidir libremente cómo asignar los ingresos restantes
  - un impuesto sobre un bien específico reducirá el poder adquisitivo de un individuo y distorsionará sus elecciones

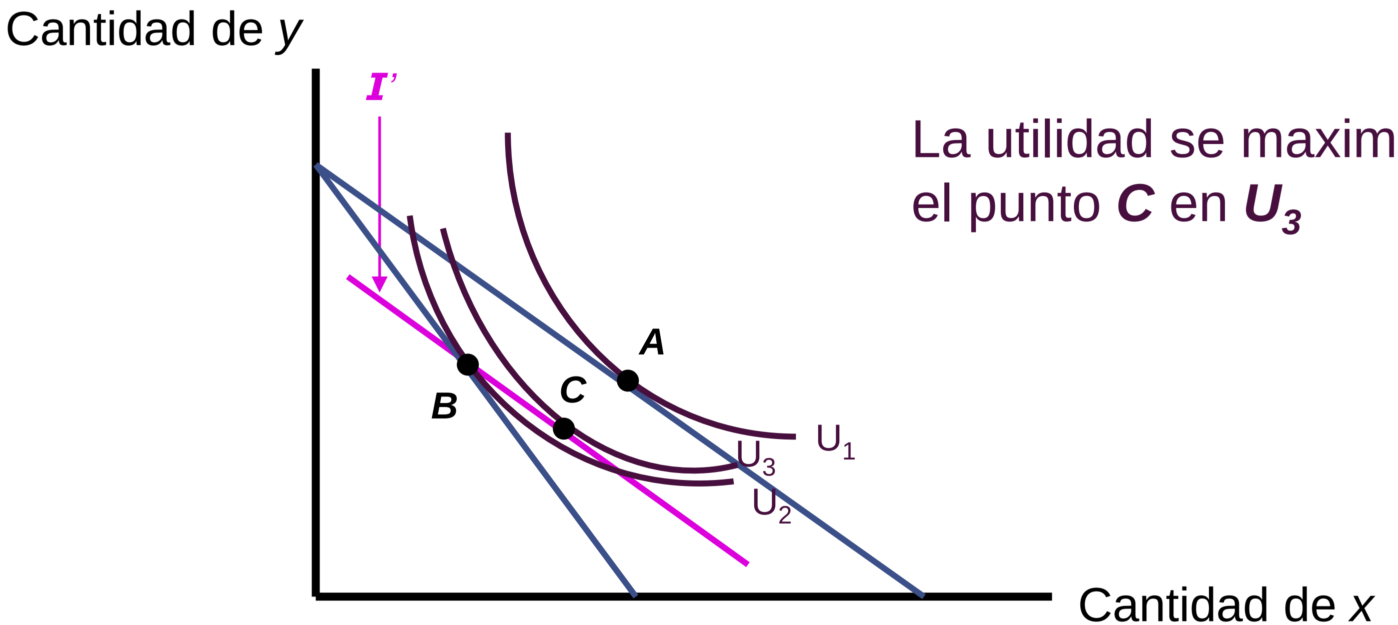
El Principio de Suma Global

- Un impuesto sobre el bien ***x*** cambiaría la opción de maximizar la utilidad del punto ***A*** al punto ***B***



El Principio de Suma Global

- Un impuesto sobre la renta que recaudara la misma cantidad cambiaría la restricción presupuestaria a *I'*



La utilidad se maximiza ahora en el punto ***C*** en ***U***$_3$

Utilidad Indirecta y el Principio de Suma Global

- Si la función de utilidad es Cobb-Douglas con $\alpha = \beta = 0.5$, sabemos que

$$x^* = \frac{I}{2p_x} \qquad y^* = \frac{I}{2p_y}$$

I=8, px=1, py=4

- Así que la función de utilidad indirecta es

$$V(p_x, p_y, I) = (x^*)^{0.5}(y^*)^{0.5} = \frac{I}{2p_x^{0.5}p_y^{0.5}}$$

Utilidad Indirecta y el Principio de Suma Global

- Si se grava un impuesto de $1 al bien ***x***
  - el individuo comprará $x^*=2$
  - utilidad indirecta caerá de 2 a 1.41
- Un impuesto de igualdad de ingresos reducirá los ingresos a $6
  - utilidad indirecta caerá de 2 a 1.5

Utilidad Indirecta y el Principio de Suma Global

- Si la función de utilidad es proporciones fijas con $U = Min(x,4y)$, sabemos que

$$x^* = \frac{I}{p_x + 0.25p_y} \qquad y^* = \frac{I}{4p_x + p_y}$$

- Así que la función de utilidad indirecta es

$$V(p_x, p_y, I) = Min(x^*, 4y^*) = x^* = \frac{I}{p_x + 0.25p_y}$$

$$= 4y^* = \frac{4}{4p_x + p_y} = \frac{I}{p_x + 0.25p_y}$$

Utilidad Indirecta y el Principio de Suma Global

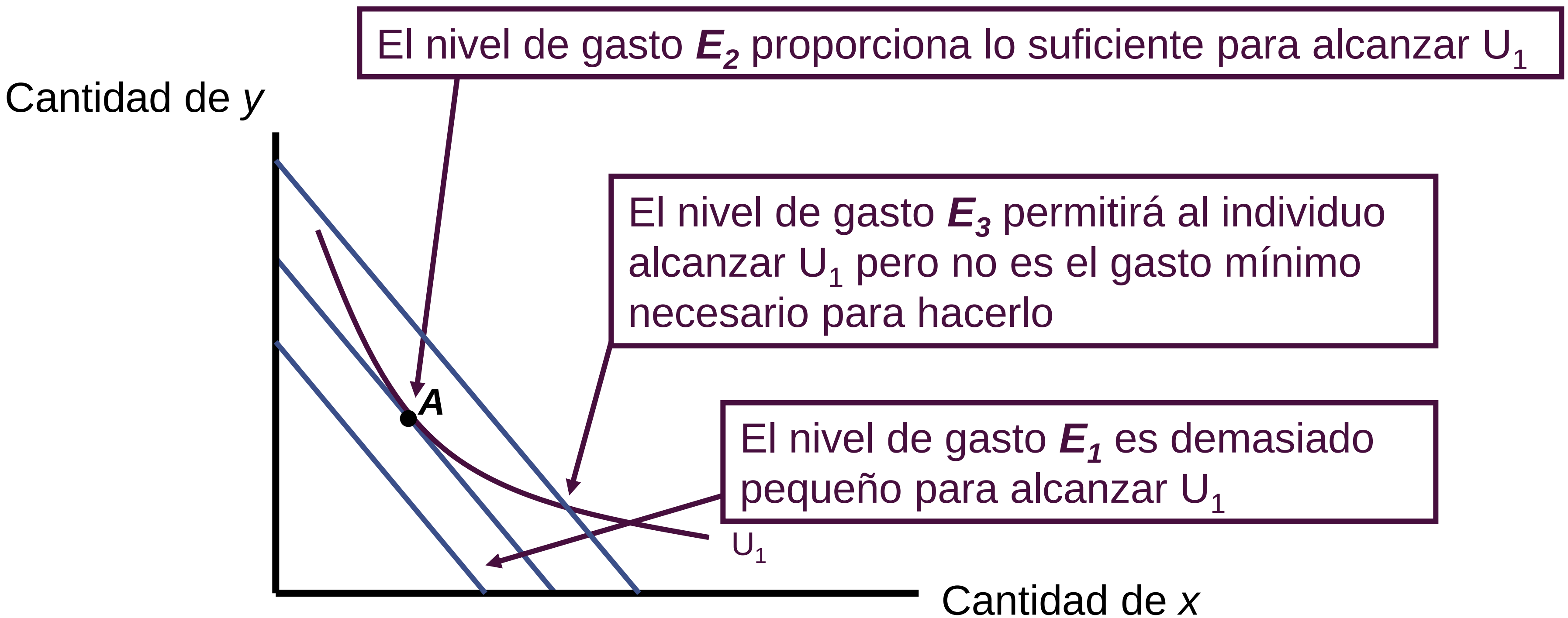
- Si se grava un impuesto de $1 al bien ***x***
  - utilidad indirecta caerá de 4 a 8/3
- Un impuesto de igualdad de ingresos reducirá los ingresos a $16/3
  - utilidad indirecta caerá de 4 a 8/3
- Dado que las preferencias son rígidas, el impuesto sobre ***x*** no distorsiona las opciones

Minimización de Gasto

- Problema dual de minimización para la maximización de utilidad
  – la asignación de ingresos de tal manera que se alcance un determinado nivel de utilidad con el gasto mínimo
  – esto significa que el objetivo y la restricción se han invertido

Minimización de Gasto

- El punto ***A*** es la solución al problema dual



Minimización de Gasto

- El problema del individuo es elegir $x_1, x_2, \ldots, x_n$ para minimizar

$$\text{gastos totales} = E = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \ldots + p_n x_n$$

sujeto a la restricción

$$\text{utilidad} = U_1 = U(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

- Las cantidades óptimas de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dependerá de los precios de los bienes y del nivel de utilidad requerido

Minimización de Gasto

- La *función de gastos* muestra los gastos mínimos necesarios para alcanzar un nivel de utilidad determinado para un conjunto determinado de precios

$$\text{gastos mínimos} = E(p_1,p_2,\ldots,p_n,U)$$

- La función de gastos y la función de utilidad indirecta están inversamente relacionadas
  - ambos dependen de los precios de mercado, pero implican diferentes limitaciones

Dos Funciones de Gasto

- La función de utilidad indirecta de dos bienes, en el caso Cobb-Douglas es

$$V(p_x, p_y, I) = \frac{I}{2p_x^{0.5}p_y^{0.5}}$$

- Si intercambiamos el papel de la utilidad y los ingresos (gastos), tendremos la función de gastos

$$E(p_x,p_y,U) = 2p_x^{0.5}p_y^{0.5}U$$

Dos Funciones de Gasto

- Para el caso de las proporciones fijas, la función de utilidad indirecta es

$$V(p_x, p_y, I) = \frac{I}{p_x + 0.25 p_y}$$

- Si volvemos a cambiar el papel de la utilidad y los gastos, tendremos la función de gastos

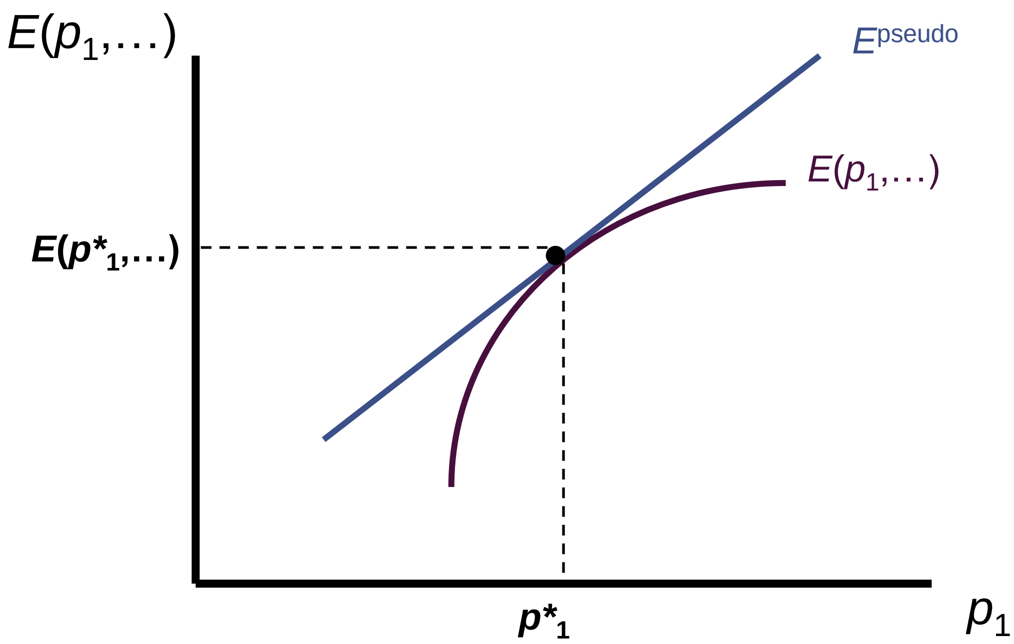
$$E(p_x, p_y, U) = (p_x + 0.25 p_y)U$$

Propiedades de las Funciones de Gasto

- Homogeneidad
  - duplicar todos los precios duplicará con precisión el valor de los gastos requeridos
    - homogéneo de grado uno
- No decrecientes en precios
  - $\partial E/\partial p_i \geq 0$ para cada bien, i
- Cóncavas en los precios

Concavidad de la Función de Gasto

En p^*_1, el individuo gasta $E(p^*_1,\ldots)$



Si continua comprando el mismo conjunto de bienes que cambia p^*_1, su función de gastos sería E^{pseudo}

Dado que su patrón de consume probablemente cambiará, los gastos reales serán menores que E^{pseudo} como en $E(p_1,\ldots)$

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Para alcanzar un máximo restringido, una persona debe:
  - gastar todos los ingresos disponibles
  - elegir un conjunto de bienes de tal manera que la *TMS* entre dos productos cualquiera sea igual a la razón de los precios de dichos bienes
    - el individuo equiparará las relaciones de la utilidad marginal al precio por cada bien que se consuma realmente

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Las condiciones de tangencia son sólo condiciones de primer orden
  - el mapa de indiferencia del individuo debe exhibir *TMS* decreciente
  - la función de utilidad debe ser estrictamente cuasi-cóncava

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Las condiciones de tangencia también deben modificarse para permitir soluciones de esquina
  - la razón entre la utilidad marginal y el precio será inferior a la razón común de costo marginal-beneficio marginal para los bienes realmente adquiridos

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Las opciones óptimas del individuo dependen implícitamente de los parámetros de su restricción presupuestaria
  - las decisiones observadas serán funciones implícitas de precios e ingresos
  - la utilidad también será una función indirecta de los precios y los ingresos

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- El problema dual de la maximización de utilidad restringida es minimizar los gastos necesarios para alcanzar un objetivo de utilidad determinado
  – produce la misma solución óptima que el problema principal
  – funciones de gasto en las que el gasto es una función del objetivo de utilidad y los precios

Capítulo 8

FUNCIONES DE COSTO

Definiciones de Costos

- Es importante diferenciar entre el costo contable y el costo económico
  - la opinión del contador sobre los costos se enfatiza en los gastos de bolsillo, los costos históricos, la depreciación y otros asientos contables
  - economistas se centran más en el costo de oportunidad

Definiciones de Costos

- Costos del trabajo
  - a los contadores, los gastos de trabajo son gastos corrientes y, por lo tanto, costos de producción
  - para los economistas, el trabajo es un costo *explícito*
    - los servicios de trabajo se contratan a un salario por hora (w) y se supone que esto es también lo que los servicios de trabajo podría ganar en un empleo alternativo

Definiciones de Costos

- Costos de capital
  - los contadores utilizan el precio histórico del capital y aplican alguna regla de depreciación para determinar los costos actuales
  - los economistas se refieren al precio original del capital como un "*costo hundido*" y en su lugar consideran que el costo implícito del capital es lo que otra persona estaría dispuesta a pagar por su uso
    - vamos a utilizar ***v*** para denotar la tasa de alquiler de capital

Definiciones de Costos

- Costos de Servicios Empresariales
  - los contadores creen que el propietario de una empresa tiene derecho a todos los beneficios
    - ingresos o pérdidas sobrantes después de pagar todos los costos de insumos
  - economistas consideran los costos de oportunidad del tiempo y los fondos que los propietarios dedican al funcionamiento de sus empresas
    - parte de los beneficios contables serían considerados como costos empresariales por los economistas

Costos Económicos

- El ***costo económico*** de cualquier insumo es el pago necesario para mantener ese insumo en su empleo actual
  - la remuneración que recibiría el insumo en su mejor empleo alternativo

Dos Supuestos Simplificadores

- Sólo hay dos insumos
  - trabajo homogéneo (l), medido en horas-trabajo
  - capital homogéneo (k), medido en horas-máquina
    - los costos empresariales se incluyen en los costos de capital
- Los insumos se contratan en mercados perfectamente competitivos
  - las empresas son tomadores de precios en los mercados de insumos

Beneficios Económicos

- Los costos totales de la empresa son dados por

$$\text{costos totales} = C = wl + vk$$

- Los ingresos totales de la empresa son dados por

$$\text{ingresos totales} = pq = pf(k,l)$$

- Los beneficios económicos (π) son iguales a

$$\pi = \text{ingresos totales} - \text{costos totales}$$

$$\pi = pq - wl - vk$$

$$\pi = pf(k,l) - wl - vk$$

Beneficios Económicos

- Los beneficios económicos son una función de la cantidad de capital y trabajo empleados
  - podríamos examinar cómo una empresa elegiría $\boldsymbol{k}$ y $\boldsymbol{l}$ para maximizar los beneficios
    - Teoría de la "demanda derivada" de los insumos de capital y trabajo
  - por ahora, asumiremos que la empresa ya ha elegido su nivel de producción (q_0) y quiere minimizar sus costos

Decisiones de Insumos de Minimización de Costos

- Para minimizar el costo de producir un determinado nivel de producción, una empresa debe elegir un punto en la *TMST* que sea igual a la razón *w/v*
  - debe igualar la tasa a la que ***k*** puede ser negociado por ***l*** en el proceso productivo a la tasa a la que se pueden negociar en el mercado

Decisiones de Insumos de Minimización de Costos

- Matemáticamente, buscamos minimizar los costos totales dado $q = f(k,l) = q_0$
- Establecemos el Lagrangiano:

$$\mathbf{L} = wl + vk + \lambda[q_0 - f(k,l)]$$

- Las condiciones de primer orden son:

$$\partial\mathbf{L}/\partial l = w - \lambda(\partial f/\partial l) = 0$$

$$\partial\mathbf{L}/\partial k = v - \lambda(\partial f/\partial k) = 0$$

$$\partial\mathbf{L}/\partial\lambda = q_0 - f(k,l) = 0$$

Decisiones de Insumos de Minimización de Costos

- Dividiendo las dos primeras condiciones que obtuvimos

$$\frac{w}{v} = \frac{\partial f / \partial l}{\partial f / \partial k} = TMST \; (l \text{ por } k)$$

- La empresa que minimiza los costos debería igualar la *TMST* de los dos insumos a la relación de sus precios

Decisiones de Insumos de Minimización de Costos

- Multiplicando de forma cruzada, obtenemos

$$\frac{f_k}{v} = \frac{f_l}{w}$$

- Para que los costos se minimicen, la productividad marginal por dólar gastado debe ser la misma para todos los insumos

Decisiones de Insumos de Minimización de Costos

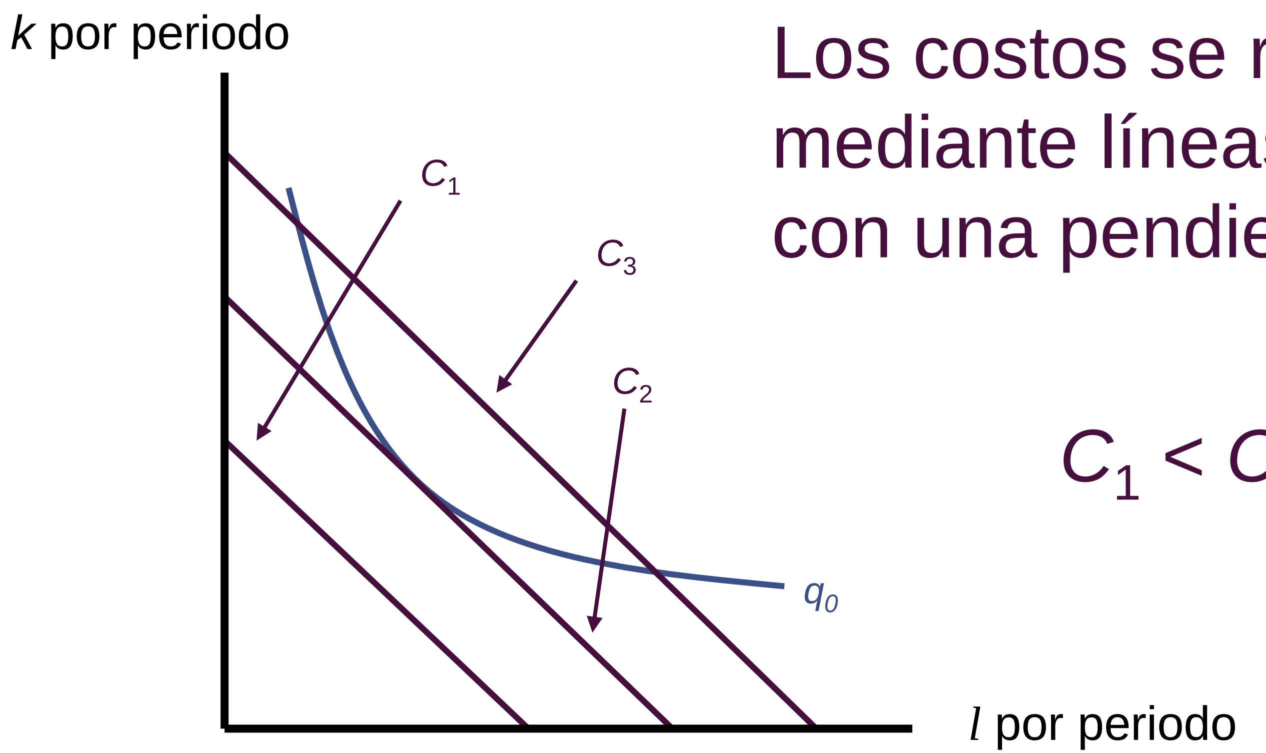
- Tenga en cuenta que la inversa de esta ecuación también es de interés

$$\frac{w}{f_l} = \frac{v}{f_k} = \lambda$$

- El multiplicador de Lagrange muestra cuánto en costos adicionales se incurriría al aumentar ligeramente la restricción de producción

Decisiones de Insumos de Minimización de Costos

Dada la producción q_0, deseamos encontrar el punto menos costoso en la isocuanta

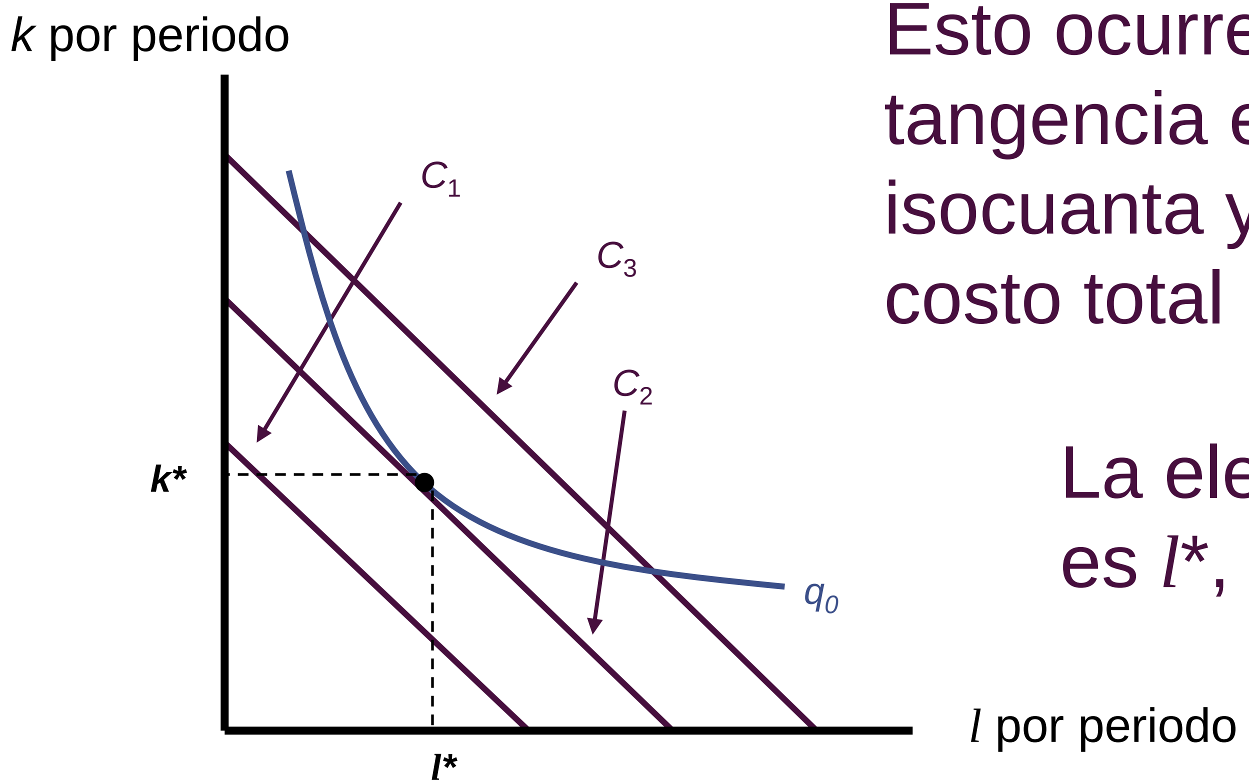


Los costos se representan mediante líneas paralelas con una pendiente de -*w*/*v*

$C_1 < C_2 < C_3$

Decisiones de Insumos de Minimización de Costos

El costo mínimo de producir q_0 es C_2



Esto ocurre en la tangencia entre la isocuanta y la curva de costo total

La elección óptima es l^*, k^*

Demanda Contingente de Insumos

- En el capítulo 4, consideramos el problema de la minimización de gastos de una persona
  - utilizamos esta técnica para desarrollar la demanda compensada de un bien
- ¿Podemos desarrollar la demanda de una empresa de un insumo de la misma manera?

Demanda Contingente de Insumos

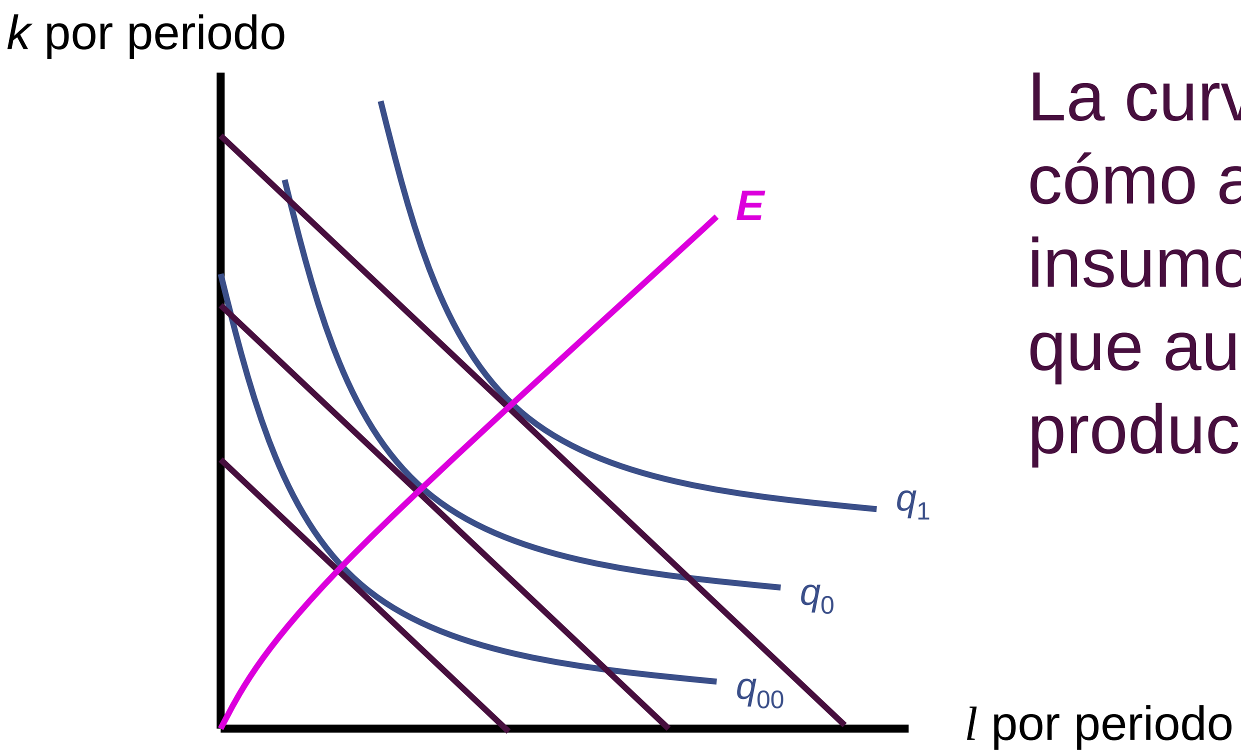
- En este caso, la minimización de costos conduce a una demanda de capital y trabajo contingente al nivel de producción por generar
- La demanda de un insumo es una *demanda derivada*
  - se basa en el nivel de la producción de la empresa

Trayectoria de Expansión de la Empresa

- La empresa puede determinar las combinaciones de ***k*** y ***l*** de minimización de costos para cada nivel de producción
- Si los costos de insumos se mantienen constantes para todas las cantidades de ***k*** y ***l*** que la empresa pueda demandar, podemos trazar el *"locus"* de decisiones que minimizan los costos
  - llamado la *trayectoria de expansión* de la empresa

Trayectoria de Expansión de la Empresa

La trayectoria de expansión es el lugar de las tangencias de minimización de costos



La curva muestra cómo aumentan los insumos a medida que aumenta la producción

Trayectoria de Expansión de la Empresa

- La trayectoria de expansión no tiene que ser una línea recta
  - el uso de algunos insumos puede aumentar más rápido que otros a medida que la producción se expande
    - depende de la forma de las isocuantas
- La trayectoria de expansión no tiene que ser inclinada hacia arriba
  - si el uso de un insumo cae a medida que la producción se expande, ese insumo es un *insumo inferior*

Minimización de Costos

- Supongamos que la función de producción es Cobb-Douglas:

$$q = k^{\alpha} l^{\beta}$$

- La expresión lagrangiana para minimizar el costo de producir q_0 es

$$\mathbf{L} = vk + wl + \lambda(q_0 - k^{\alpha} l^{\beta})$$

Minimización de Costos

- Las condiciones de primer orden para un mínimo son

$$\partial \mathbf{L}/\partial k = v - \lambda\alpha k^{\alpha-1} l^{\beta} = 0$$

$$\partial \mathbf{L}/\partial l = w - \lambda\beta k^{\alpha} l^{\beta-1} = 0$$

$$\partial \mathbf{L}/\partial \lambda = q_0 - k^{\alpha} l^{\beta} = 0$$

Minimización de Costos

- Dividiendo la primera ecuación por la segunda, obtenemos

$$\frac{w}{v} = \frac{\beta k^{\alpha} l^{\beta-1}}{\alpha k^{\alpha-1} l^{\beta}} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{k}{l} = TMST$$

- Esta función de producción es homotética
  – la *TMST* depende sólo de la relación de los dos insumos
  – la trayectoria de expansión es una línea recta

Minimización de Costos

- Supongamos que la función de producción CES es:

$$q = (k^{\rho} + l^{\rho})^{\gamma/\rho}$$

- La expresión lagrangiana para minimizar el costo de producir q_0 es

$$\mathbf{L} = vk + wl + \lambda[q_0 - (k^{\rho} + l^{\rho})^{\gamma/\rho}]$$

Minimización de Costos

- Las condiciones de primer orden para un mínimo son

$$\partial \mathbf{L}/\partial k = v - \lambda(\gamma/\rho)(k^{\rho} + l^{\rho})^{(\gamma-\rho)/\rho}(\rho)k^{\rho-1} = 0$$

$$\partial \mathbf{L}/\partial l = w - \lambda(\gamma/\rho)(k^{\rho} + l^{\rho})^{(\gamma-\rho)/\rho}(\rho)l^{\rho-1} = 0$$

$$\partial \mathbf{L}/\partial \lambda = q_0 - (k^{\rho} + l^{\rho})^{\gamma/\rho} = 0$$

Minimización de Costos

- Dividiendo la primera ecuación por la segunda, obtenemos

$$\frac{w}{v} = \left(\frac{1}{k}\right)^{\rho-1} = \left(\frac{k}{l}\right)^{1-\rho} = \left(\frac{k}{l}\right)^{1/\sigma}$$

- Esta función de producción también es homotética

Función de Costo Total

- La *función de costo total* muestra que para cualquier conjunto de costos de insumos y para cualquier nivel de producción, el costo mínimo incurrido por la empresa es

$$C = C(v,w,q)$$

- A medida que aumenta la producción (q), los costos totales aumentan

Función de Costo Medio

- La *función de costo medio (CMe)* se determina calculando los costos totales por unidad de producción

$$\text{costo medio} = CMe(v, w, q) = \frac{C(v, w, q)}{q}$$

Función de Costo Marginal

- La *función de costo marginal (CMg)* se determina calculando la variación en costos totales por una variación en la producción generada

$$\text{costo marginal} = CMg(v,w,q) = \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial q}$$

Análisis Gráfico de los Costos Totales

- Supongamos que k_1 unidades de insumo capital y l_1 unidades de insumo trabajo son necesarias para generar una unidad de producción

$$C(q{=}1) = vk_1 + wl_1$$

- Para generar m unidades de producción (asumiendo rendimientos constantes a escala)

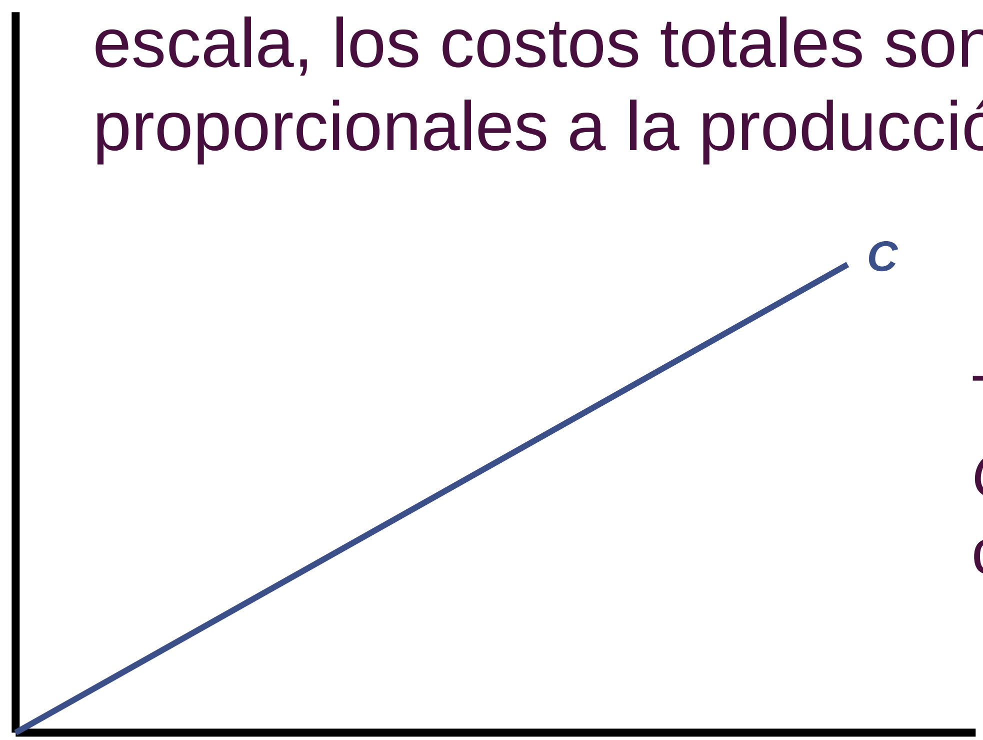
$$C(q{=}m) = vmk_1 + wml_1 = m(vk_1 + wl_1)$$

$$C(q{=}m) = m \cdot C(q{=}1)$$

Análisis Gráfico de los Costos Totales

Con rendimientos constantes a escala, los costos totales son proporcionales a la producción

$$CMe = CMg$$

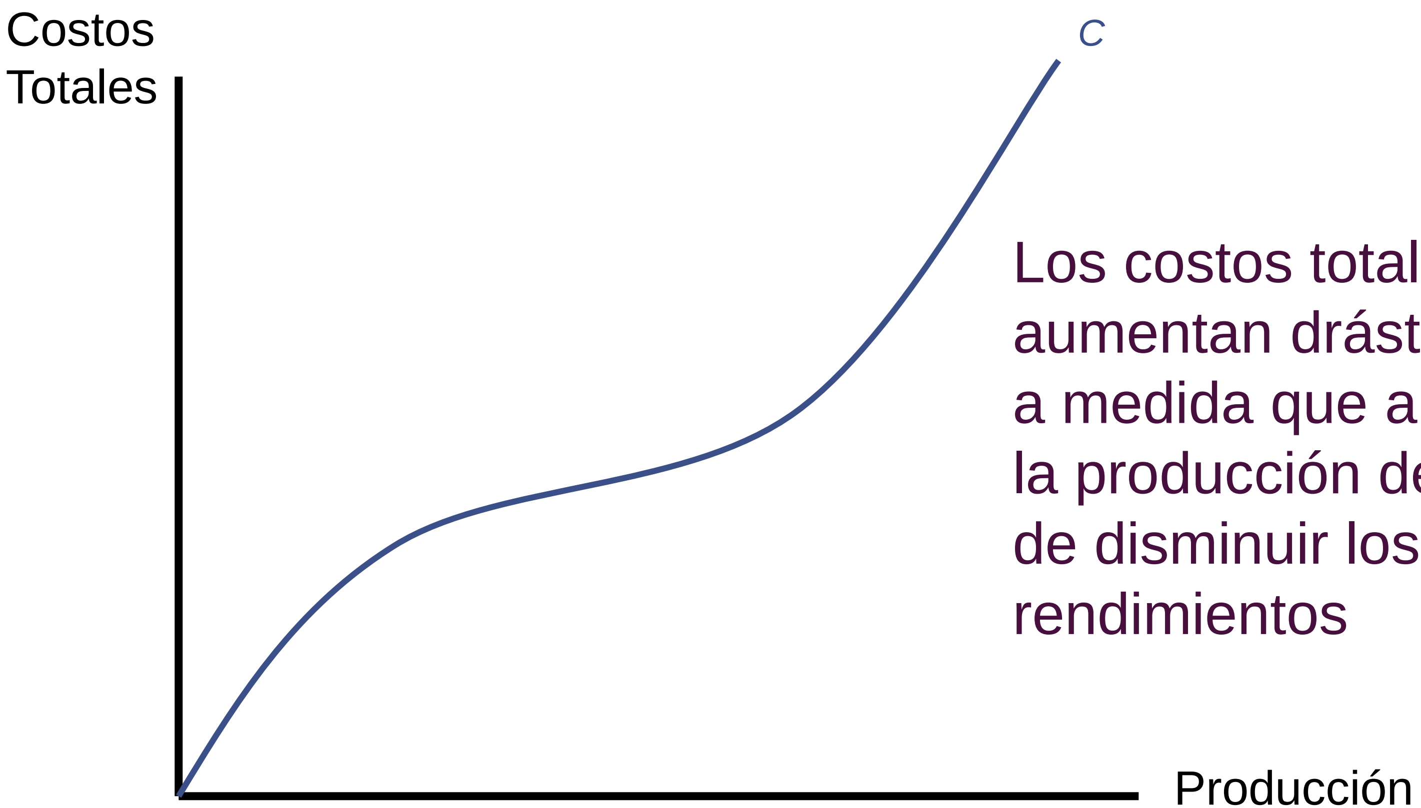


Tanto *CMe* como *CMg* serán constantes

Análisis Gráfico de los Costos Totales

- Supongamos en cambio que los costos totales comienzan cóncavos y luego se vuelven convexos a medida que aumenta la producción
  - una posible explicación para esto es que hay un tercer factor de producción que se fija a medida que el uso de capital y trabajo se expande
  - los costos totales comienzan a aumentar rápidamente después de disminuir los rendimientos

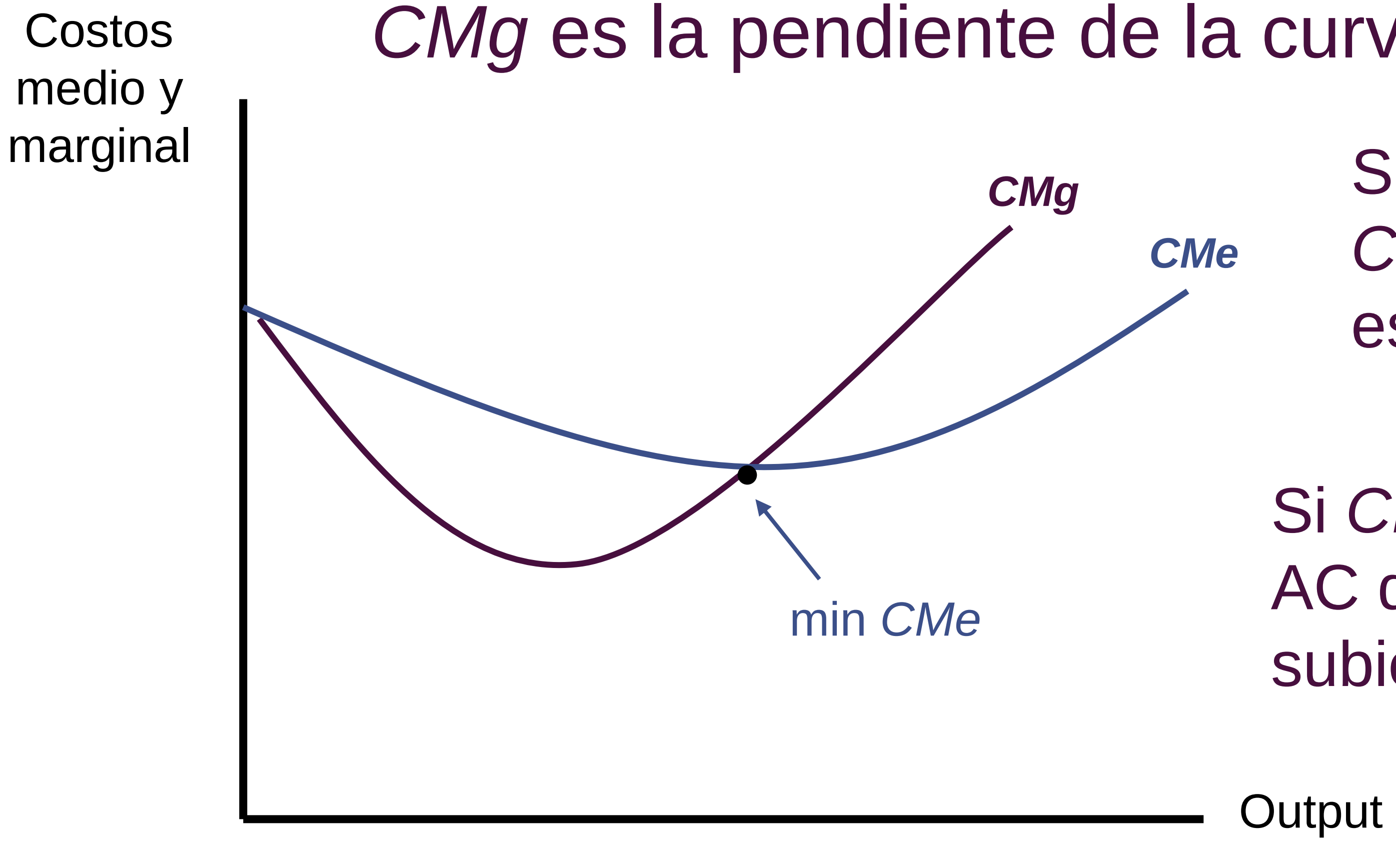
Análisis Gráfico de los Costos Totales



Los costos totales aumentan drásticamente a medida que aumenta la producción después de disminuir los rendimientos

Análisis Gráfico de los Costos Totales

CMg es la pendiente de la curva ***C***



Si *CMe* > *CMg*, *CMe* debe estar cayendo

Si *CMe* < *CMg*, AC debe estar subiendo

Desplazamientos en las Curvas de Costos

- Las curvas de costos se dibujan bajo el supuesto de que los precios de los insumos y el nivel de tecnología se mantienen constantes
  - cualquier cambio en estos factores hará que las curvas de costos se desplacen

Algunas Funciones de Costo Ilustrativo

- Supongamos que tenemos una tecnología de proporciones fijas de tal manera que

$$q = f(k,l) = \min(ak,bl)$$

- La producción se ocurrirá en el vértice de las isocuantas en forma de L ($q = ak = bl$)

$$C(w,v,q) = vk + wl = v(q/a) + w(q/b)$$

$$C(w,v,q) = a\left(\frac{v}{a} + \frac{w}{b}\right)$$

Algunas Funciones de Costo Ilustrativo

- Supongamos que tenemos una tecnología Cobb-Douglas tal que

$$q = f(k,l) = k^{\alpha} l^{\beta}$$

- La minimización de costos requiere que

$$\frac{w}{v} = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \frac{k}{l}$$

$$k = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{w}{v} \cdot l$$

Algunas Funciones de Costo Ilustrativo

- Si sustituimos en la función de producción y resolvemos para ***l***, obtendremos

$$l = q^{1/\alpha+\beta}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\alpha/\alpha+\beta} w^{-\alpha/\alpha+\beta} v^{\alpha/\alpha+\beta}$$

- Un método similar producirá

$$k = q^{1/\alpha+\beta}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta/\alpha+\beta} w^{\beta/\alpha+\beta} v^{-\beta/\alpha+\beta}$$

Algunas Funciones de Costo Ilustrativo

- Ahora podemos obtener los costos totales como

$$C(v,w,q) = vk + wl = q^{1/\alpha+\beta} B v^{\alpha/\alpha+\beta} w^{\beta/\alpha+\beta}$$

donde

$$B = (\alpha+\beta)\alpha^{-\alpha/\alpha+\beta}\beta^{-\beta/\alpha+\beta}$$

que es una constante que involucra sólo los parámetros α y β

Algunas Funciones de Costo Ilustrativo

- Supongamos que tenemos una tecnología CES tal que

$$q = f(k,l) = (k^{\rho} + l^{\rho})^{\gamma/\rho}$$

- Para derivar el costo total, usaríamos el mismo método y eventualmente obtendríamos

$$C(v,w,q) = vk + wl = q^{1/\gamma}(v^{\rho/\rho-1} + w^{\rho/\rho-1})^{(\rho-1)/\rho}$$

$$C(v,w,q) = q^{1/\gamma}(v^{1-\sigma} + w^{1-\sigma})^{1/1-\sigma}$$

Propiedades de las Funciones de Costo

- Homogeneidad
  – las funciones de costo son todas homogéneas de grado uno en los precios de los insumos
    - la minimización de costos requiere que la relación de los precios de los insumos se establezca igual a *TMST*, una duplicación de todos los precios de los insumos no cambiará los niveles de los insumos comprados
    - una inflación pura y uniforme no cambiará las decisiones de insumos de una empresa, sino que desplazará las curvas de costos

Propiedades de las Funciones de Costo

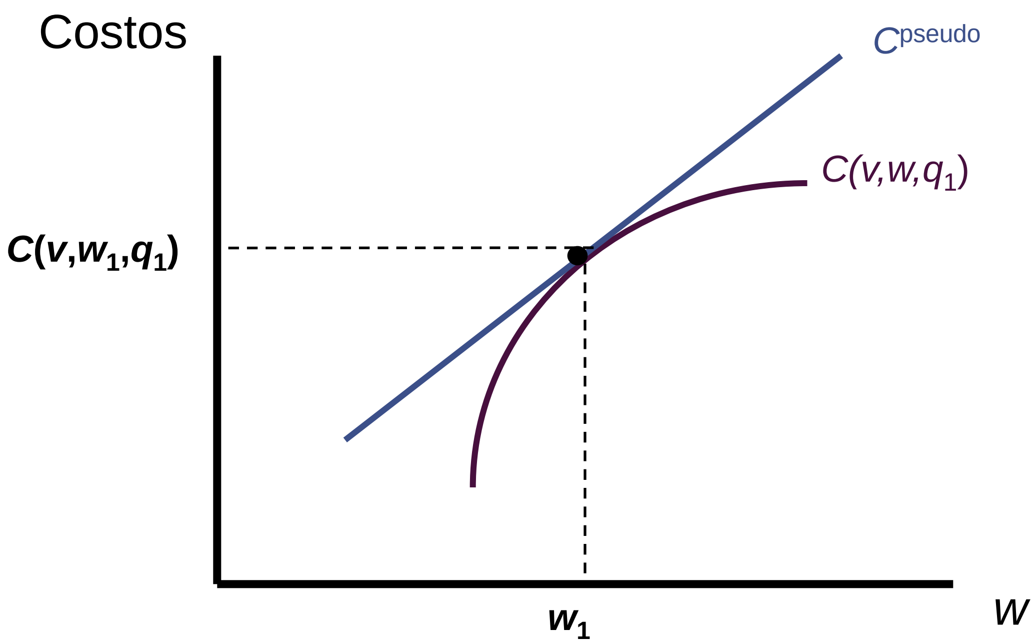
- No decreciente en ***q***, ***v***, y ***w***
  - las funciones de costo se derivan de un proceso de minimización de costos
    - cualquier disminución de los costos por un aumento de uno de los argumentos de la función llevaría a una contradicción

Propiedades de las Funciones de Costo

- Cóncava en los precios
  - los costos serán más bajos cuando una empresa se enfrenta a precios de los insumos que fluctúan alrededor de un nivel dado que cuando se mantienen constantes en ese nivel
    - la empresa puede adaptar su mezcla de insumos para aprovechar tales fluctuaciones

Concavidad de la Función de Costos

En w_1, los costos de la empresa son $C(v,w_1,q_1)$



Si la empresa continúa comprando la misma combinación de insumos a medida que ***w*** cambia, su función de costo sería C^{pseudo}

Dado que la combinación de insumos de la empresa probablemente cambiará, los costos reales serán menores que C^{pseudo} como $C(v,w,q_1)$

Propiedades de las Funciones de Costo

- Algunas de estas propiedades se reducen a costos medios y marginales
  - homogeneidad
  - efectos de ***v***, ***w***, y ***q*** son ambiguos

Sustitución de Insumos

- Un cambio en el precio de un insumo hará que la empresa modifique su mezcla de insumos
- Deseamos ver cómo *k*/*l* cambia en respuesta a un cambio en *w*/*v*, mientras ***q*** se mantiene constante

$$\frac{\partial\left(\frac{k}{l}\right)}{\partial\left(\frac{w}{v}\right)}$$

Sustitución de Insumos

- Poniendo esto en términos proporcionales como

$$s = \frac{\partial(k/l)}{\partial(w/v)} \cdot \frac{w/v}{k/l} = \frac{\partial \ln(k/l)}{\partial \ln(w/v)}$$

dando una definición alternativa de la elasticidad de la sustitución

  - en el caso de dos insumos, ***s*** debe ser no negativo
  - grandes valores de ***s*** indican que las empresas cambian significativamente su combinación de insumos si los precios de los insumos cambian

Elasticidad Parcial de la Sustitución

- La elasticidad parcial de sustitución entre dos insumos (x_i y x_j) con los precios w_i y w_j viene dada por

$$s_{ij} = \frac{\partial(x_i / x_j)}{\partial(w_j / w_i)} \cdot \frac{w_j / w_i}{x_i / x_j} = \frac{\partial \ln(x_i / x_j)}{\partial \ln(w_j / w_i)}$$

- S_{ij} es un concepto más flexible que σ porque permite a la empresa alterar el uso de insumos distintos de x_i y x_j cuando cambian los precios de los insumos

Magnitud de Desplazamientos en Curvas de Costos

- El aumento de los costos se verá influenciado en gran medida por la importancia relativa del insumo en el proceso de producción
- Si las empresas pueden sustituir fácilmente otro insumo por el que ha aumentado en precio, puede haber poco aumento en los costos

Cambio Técnico

- Las mejoras en la tecnología también reducen las curvas de costos
- Supongamos que los costes totales (con rendimientos constantes a escala) son

$$C_0 = C_0(q,v,w) = qC_0(v,w,1)$$

Cambio Técnico

- Debido a que los mismos insumos que generaron una unidad de producción en el período cero producirán $A(t)$ unidades en el período t

$$C_t(v,w,A(t)) = A(t)C_t(v,w,1) = C_0(v,w,1)$$

- Los costos totales están dados por

$$C_t(v,w,q) = qC_t(v,w,1) = qC_0(v,w,1)/A(t)$$

$$= C_0(v,w,q)/A(t)$$

Desplazamiento de la Función de Costos Cobb-Douglas

- La función de costo Cobb-Douglas es

$$C(v,w,q) = vk + wl = q^{1/\alpha+\beta} B v^{\alpha/\alpha+\beta} w^{\beta/\alpha+\beta}$$

donde

$$B = (\alpha+\beta)\alpha^{-\alpha/\alpha+\beta}\beta^{-\beta/\alpha+\beta}$$

- Si asumimos $\alpha = \beta = 0.5$, la curva de costo total se simplifica en gran medida:

$$C(v,w,q) = vk + wl = 2qv^{0.5}w^{0.5}$$

Desplazamiento de la Función de Costos Cobb-Douglas

- Si v = 3 y w = 12, la relación es

$$C(3{,}12,q)=2q\sqrt{36}=12q$$

  – C = 480 para producir q =40

  – $CMe = C/q$ = 12

  – $CMg = \partial C/\partial q$ = 12

Desplazamiento de la Función de Costos Cobb-Douglas

- Si v = 3 y w = 27, la relación es

$$C(3,27,q) = 2q\sqrt{81} = 18q$$

  - C = 720 para producir q =40
  - $CMe = C/q$ = 18
  - $CMg = \partial C/\partial q$ = 18

Demanda Contingente de Insumos

- Las funciones de demanda contingente para todos los insumos de las empresas pueden derivarse de la función de costos
  - <u>*Lema de Shephard*</u>
    - la función de demanda contingente para cualquier insumo viene dada por la derivada parcial de la función de costo total con respecto al precio de ese insumos

Demanda Contingente de Insumos

- Supongamos que tenemos una tecnología de proporciones fijas
- La función de costos es

$$C(w,v,q) = a\left(\frac{v}{a} + \frac{w}{b}\right)$$

Demanda Contingente de Insumos

- Para esta función de costos, las funciones de demanda contingente son bastante simples:

$$k^c(v,w,q) = \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial v} = \frac{q}{a}$$

$$l^c(v,w,q) = \frac{\partial C(v,w,q)}{\partial w} = \frac{q}{b}$$

Demanda Contingente de Insumos

- Supongamos que tenemos una tecnología Cobb-Douglas
- La función de costos es

$$C(v,w,q) = vk + wl = q^{1/\alpha+\beta} B v^{\alpha/\alpha+\beta} w^{\beta/\alpha+\beta}$$

Demanda Contingente de Insumos

- Para esta función de costos, la derivación es más complicada:

$$k^c(v,w,q) = \frac{\partial C}{\partial v} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/\alpha+\beta} B v^{-\beta/\alpha+\beta} w^{\beta/\alpha+\beta}$$

$$= \frac{\alpha}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/\alpha+\beta} B \left(\frac{w}{v}\right)^{\beta/\alpha+\beta}$$

Demanda Contingente de Insumos

$$l^c(v,w,q) = \frac{\partial C}{\partial w} = \frac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/\alpha+\beta} B v^{\alpha/\alpha+\beta} w^{-\alpha/\alpha+\beta}$$

$$= \frac{\beta}{\alpha+\beta} \cdot q^{1/\alpha+\beta} B \left(\frac{w}{v}\right)^{-\alpha/\alpha+\beta}$$

- Las demandas contingentes de insumos dependen de los precios de ambos insumos

Distinción a Corto Plazo y a Largo Plazo

- A corto plazo, los agentes económicos sólo tienen una flexibilidad limitada en sus acciones
- Supongamos que el aporte de capital se mantiene constante en k1 y la empresa es libre de variar sólo su insumo trabajo
- La función de producción se convierte en

$$q = f(k_1, l)$$

Costos Totales a Corto Plazo

- El costo total a corto plazo para la empresa es

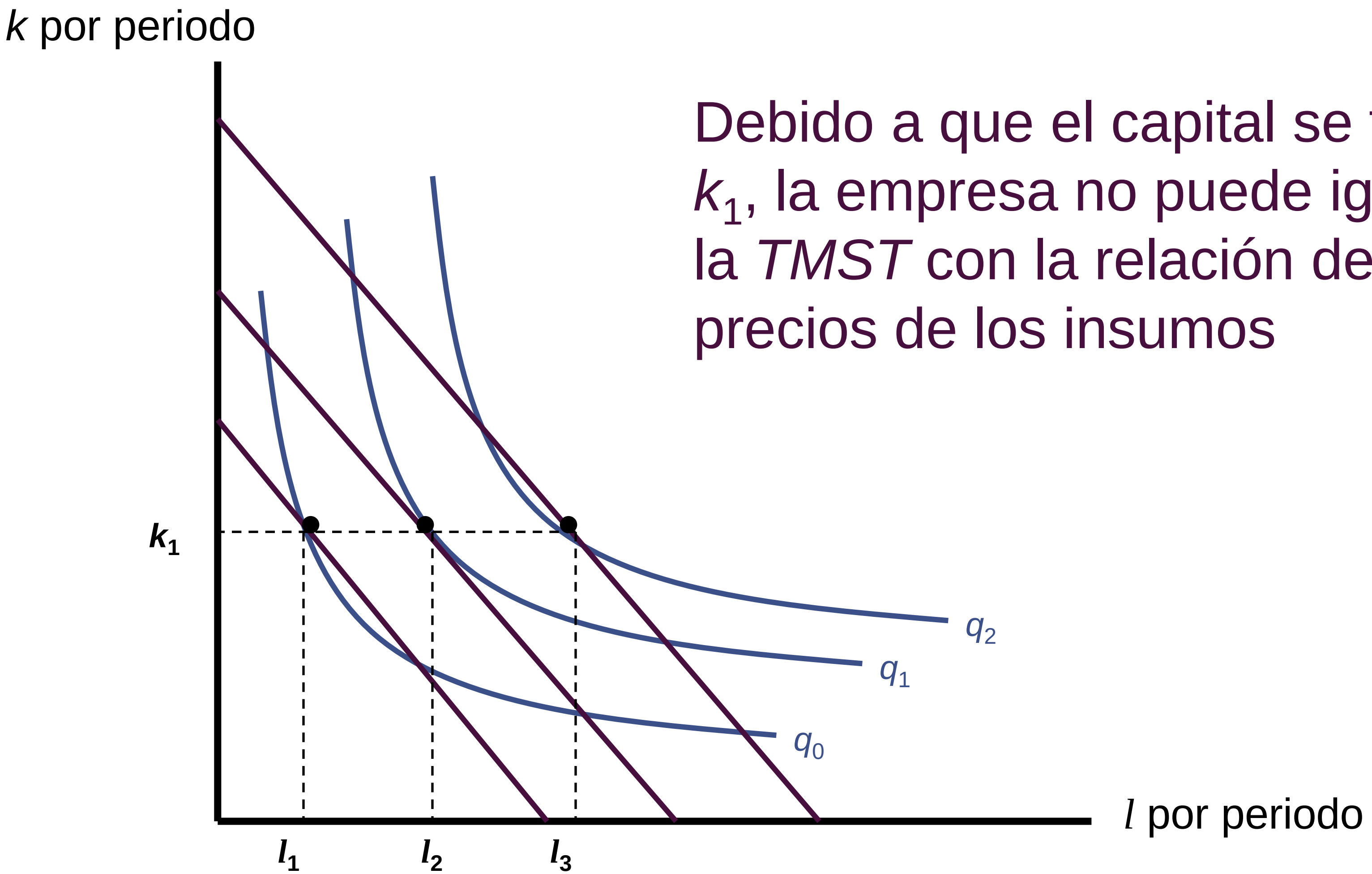
$$SC = vk_1 + wl$$

- Existen dos tipos de costos a corto plazo:
  - los costos fijos a corto plazo son costes asociados con insumos fijos (vk_1)
  - los costos variables a corto plazo son costes asociados con insumos variables (wl)

Costos Totales a Corto Plazo

- Los costos a corto plazo no son costos mínimos para producir los diversos niveles de producción
  - la empresa no tiene la flexibilidad de la elección de insumos
  - para variar su producción a corto plazo, la empresa debe utilizar combinaciones de insumos no óptimas
  - la *TMST* no será igual a la relación de precios de los insumos

Costos Totales a Corto Plazo



Debido a que el capital se fija en k_1, la empresa no puede igualar la *TMST* con la relación de precios de los insumos

Costos Marginales y Medios a Corto Plazo

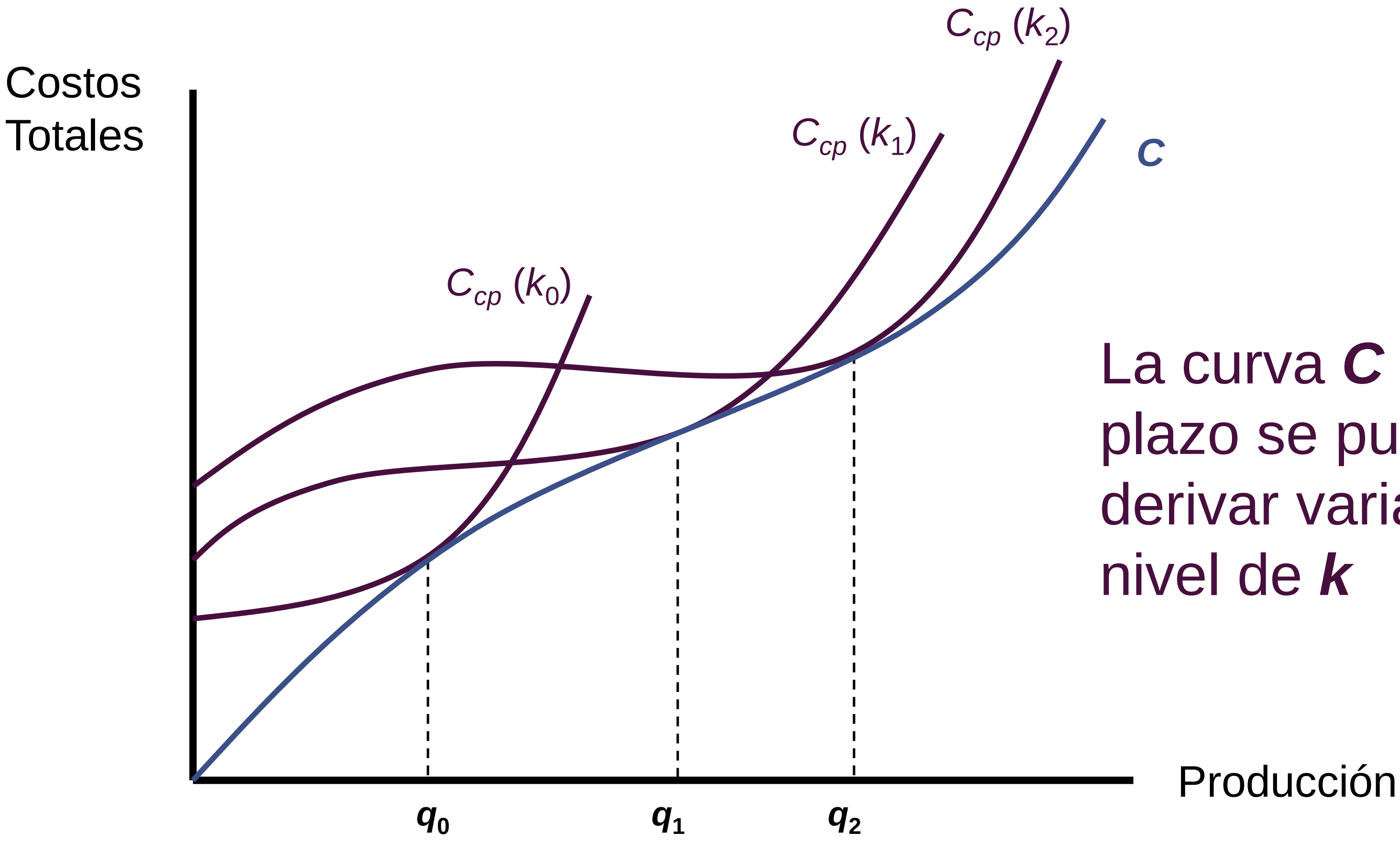
- La función de costo total medio a corto plazo (CMe_{cp}) es

CMe_{cp} = costos totales / producción total = C_{cp}/q

- La función de costo marginal a corto plazo (CMg_{cp}) es

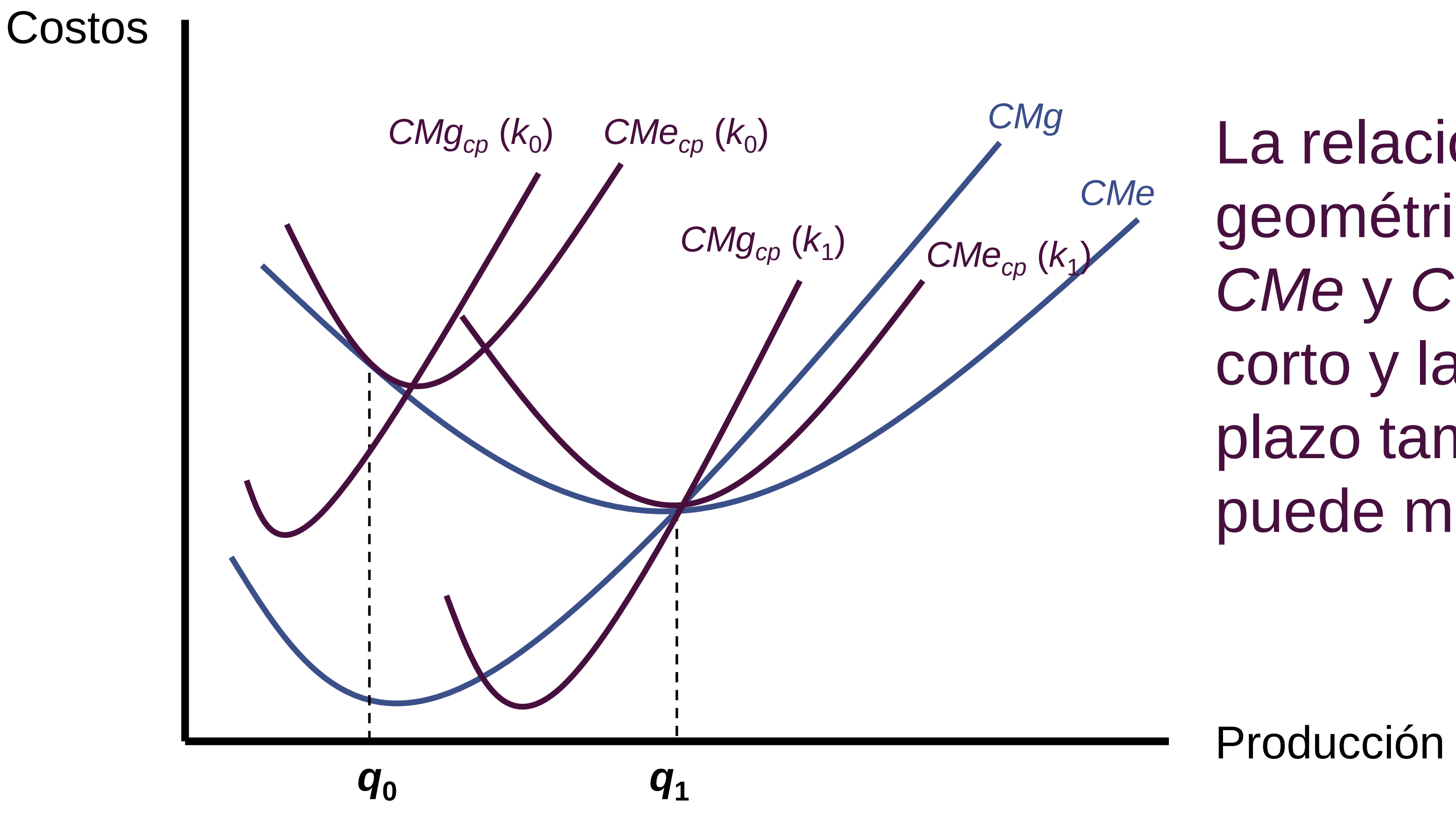
CMg_{cp} = cambio en CT / cambio en producción = $\partial SC/\partial q$

Relación entre Costes de Corto Plazo y de Largo Plazo



La curva ***C*** a largo plazo se puede derivar variando el nivel de ***k***

Relación entre Costes de Corto Plazo y de Largo Plazo



La relación geométrica entre *CMe* y *CMg* a corto y largo plazo también se puede mostrar

Relación entre Costes de Corto Plazo y de Largo Plazo

- En el punto mínimo de la curva *CMe*:
  - la curva *CMg* cruza la curva *CMe*
    - *CMg* = *CMe* en este punto
  - la curva CMe_{cp} es tangente a la curva *CMe*
    - CMe_{cp} (para este nivel de k) se minimiza al mismo nivel de producción que *CMe*
    - CMg_{cp} interseca CMe_{cp} también en este punto

$$CMe = CMg = CMe_{cp} = CMg_{cp}$$

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Una empresa que desee minimizar los costos económicos de generar un nivel particular de producción debe elegir la combinación de insumos para la cual la tasa marginal de sustitución técnica (*TMST*) es igual a la razón de los precios de arrendamiento de los insumos

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- La aplicación repetida de este procedimiento de minimización arroja la trayectoria de expansión de la empresa
  - la trayectoria de expansión muestra cómo se expande el uso de insumos con el nivel de producción
    - también muestra la relación entre el nivel de producción y el costo total
    - esta relación se resume en la función de coste total, $C(v,w,q)$

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- El coste medio de la empresa ($CMe = C/q$) y el coste marginal ($CMg = \partial C/\partial q$) pueden derivarse directamente de la función de coste total
  - si la curva de coste total tiene una forma cúbica general, las curvas *CMe* y *CMg* tendrán forma de u

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Todas las curvas de costos se dibujan suponiendo que los precios de los insumos se mantienen constantes
  - cuando varía el precio de los insumos, las curvas de costo se desplazan a nuevas posiciones
    - la medida de los desplazamientos se determinará por la importancia general del insumo y las capacidades de sustitución de la empresa
  - el progreso técnico también desplazará las curvas de costos

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- Las funciones de demanda de insumos se pueden derivar de la función de costo total de la empresa a través de la diferenciación parcial
  – estas demandas de insumos dependerán de la cantidad de producción que la empresa elija generar
    - se denominan funciones de demanda "*contingentes*"

Puntos Importantes a Tener en Cuenta:

- A corto plazo, es posible que la empresa no pueda variar algunos insumos
  - puede entonces alterar su nivel de producción sólo cambiando el empleo de sus insumos variables
  - puede tener que utilizar combinaciones de insumos no óptimas y de mayor costo de las que elegiría si fuera posible variar todos los insumos