Varian

UN ENFOQUE ACTUAL

MICROECONOMÍA INTERMEDIA

8ª Edición

HAL R. VARIAN es catedrático de la Escuela de Informática, la Escuela de Negocios y el departamento de Economía en la University of California en Berkeley. Anteriormente ha sido profesor en el Massachussets Institute of Technology y en las universidades de Michigan, Stanford, Oxford, Estocolmo y Melbourne.

Microeconomía intermedia

Un enfoque actual

Microeconomía intermedia

Un enfoque actual

Hal R. Varian

University of California, Berkeley

Octava edición

Traducción de
Mª Esther Rabasco
y Luis Toharia
Universidad de Alcalá

Antoni Bosch editor

Publicado por Antoni Bosch, editor
Palafolls, 28 – 08017 Barcelona – España
Tel. (+34) 93 206 07 30
info@antonibosch.com
www.antonibosch.com

Título original de la obra:
Intermediate Microeconomics: A Modern Approach, 8th Ed.

Primera publicación en Estados Unidos por W. W. Norton & Company, Inc.

ISBN: 978-84-95348-57-9
Depósito legal: B-42.848-2010

Maquetación: JesMart
Corrección: Nuria Pujol i Valls
Diseño de la cubierta: Compañía
Impresión y encuadernación: Liberdúplex

Impreso en España
Printed in Spain

Para Carol

CONTENIDO

16 El equilibrio

17 Las subastas

18 La tecnología

19 La maximización del beneficio

24 El monopolio

25 La conducta del monopolio

26 Los mercados de factores

27 El oligopolio

Prefacio

Me siento sumamente complacido con el éxito de las siete primeras ediciones de *Microeconomía intermedia*. Ha confirmado mi opinión de que el mercado acogería favorablemente un enfoque analítico de la microeconomía intermedia.

El objetivo de la primera edición era presentar un tratamiento de los métodos de la microeconomía que permitiera a los estudiantes utilizar por sí solos estos instrumentos y que no se limitaran a absorber pasivamente los ejemplos predigeridos descritos en él. He observado que la mejor vía para alcanzar este objetivo es poner énfasis en los fundamentos conceptuales básicos de la microeconomía y dar ejemplos concretos de su aplicación, en lugar de intentar ofrecer una enciclopedia de terminología y anécdotas.

La deficiente formación matemática de los estudiantes hace que resulte difícil presentar algunos de los métodos analíticos de la economía. Sin embargo, no es imposible. Puede recorrerse un largo camino con unos sencillos ejemplos basados en funciones de demanda y de oferta lineales y con algunos elementos de álgebra elemental. Es perfectamente posible ser analítico sin ser excesivamente matemático.

Merece la pena insistir en la distinción. En economía, un método analítico es aquel que se basa en un razonamiento lógico riguroso, lo cual no implica necesariamente utilizar métodos matemáticos avanzados. El lenguaje matemático contribuye, ciertamente, a aumentar el rigor del análisis y es sin duda el mejor enfoque, siempre que sea posible utilizarlo, aunque puede no serlo para todos los estudiantes.

Muchos estudiantes de economía *deberían* saber cálculo diferencial, pero no lo saben o, al menos, no muy bien. Por esa razón, lo he colocado en apéndices exhaustivos al final de muchos de los capítulos. Eso significa que los métodos del cálculo están ahí para los estudiantes que sepan utilizarlos, pero no suponen ningún obstáculo para los demás.

Creo que esta estructuración del libro consigue transmitir la idea de que el cálculo diferencial no es una mera nota a pie de página de los argumentos del texto, sino un instrumento más profundo para analizar los mismos tipos de cuestiones que pueden examinarse también verbal o gráficamente. Muchos argumentos resultan bastante más sencillos con la ayuda de las matemáticas y todos los estudiantes de economía deberían saberlo.

He observado que, en muchos casos, con la motivación adecuada y unos pocos ejemplos económicos acertados, a los estudiantes les atrae bastante la idea de ver las cuestiones desde una perspectiva analítica.

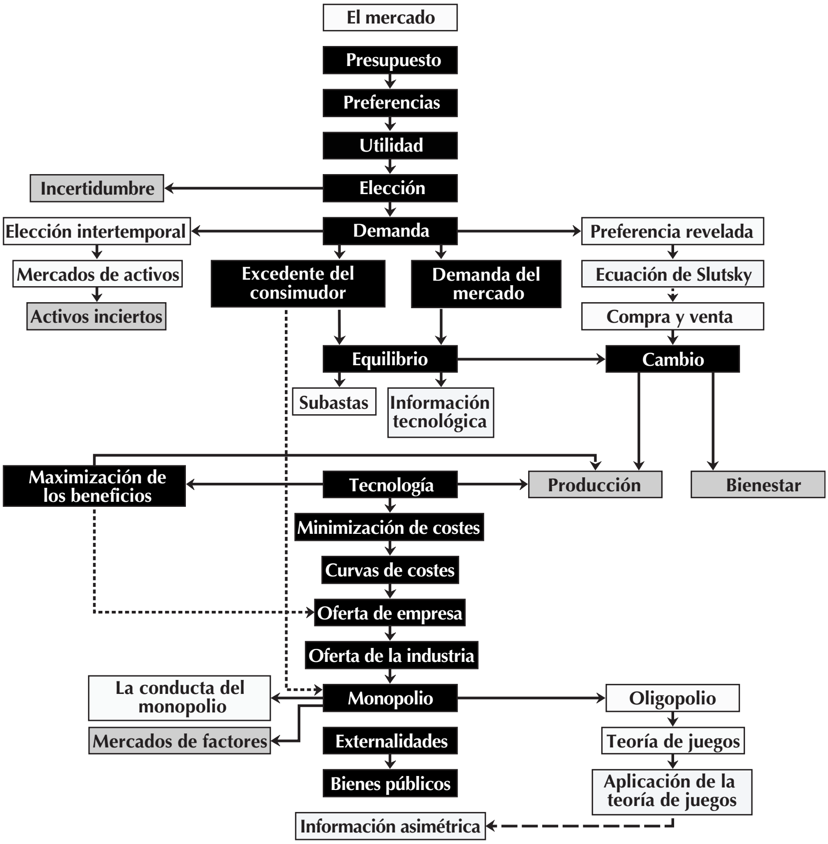
La presente obra contiene otras innovaciones. En primer lugar, los capítulos son, por lo general, muy breves. He intentado que tuvieran aproximadamente la extensión de una clase con el fin de que pudieran leerse de una sola vez. He seguido el orden habitual de analizar primero la teoría del consumo y después la teoría de la producción, pero me he extendido más de lo normal sobre la primera, no porque creyera que es necesariamente la parte más importante de la microeconomía, sino porque he observado que es la parte que resulta más misteriosa a los estudiantes.

En segundo lugar, he intentado mostrar con una gran cantidad de ejemplos cómo se utiliza la teoría descrita. En la mayoría de los libros, los estudiantes observan abundantes gráficos de curvas que se desplazan. Sin embargo, en la práctica, la que se utiliza para resolver los problemas es el álgebra. Los gráficos pueden ayudar a comprenderlos, pero el verdadero poder del análisis económico reside en que da respuestas cuantitativas a problemas económicos. Todos los estudiantes de economía deberían ser capaces de traducir un argumento económico a una ecuación o a un ejemplo numérico, pero con demasiada frecuencia se presta escasa atención a esta habilidad. Por este motivo, también he realizado un libro de ejercicios que creo que es un acompañamiento esencial de esta obra. Lo he escrito en colaboración con mi colega Theodore Bergstrom y hemos hecho un gran esfuerzo para ofrecer problemas interesantes e instructivos. Creo que constituye una importante ayuda para el estudiante de economía.

En tercer lugar, creo que el análisis de los temas que aparecen en este libro es más preciso de lo que suele ser en los manuales de microeconomía intermedia. Es cierto que a veces he elegido casos especiales cuando el general era demasiado difícil, pero he tratado de ser honrado cuando lo he hecho. En general, he intentado exponer detalladamente todos los pasos de cada argumento. Creo que el análisis no sólo es más completo y preciso de lo habitual, sino también que este énfasis en los detalles permite comprender los argumentos con mayor facilidad que la vaga exposición de muchos otros libros.

Hay muchos caminos para aprender economía

Este libro contiene más material del que puede enseñarse cómodamente en un semestre, por lo que merece la pena que el lector elija cuidadosamente el que desea estudiar. Si comienza por la página 1 y sigue el orden de los capítulos, se le habrá agotado el tiempo mucho antes de llegar al final del libro. La estructura modular del manual da al profesor una gran libertad para elegir la manera de presentar los temas; confío en



que otras personas también hagan uso de esa libertad. El gráfico adjunto muestra las relaciones de dependencia existentes entre los capítulos.

Los capítulos de color oscuro son “fundamentales”; probablemente deberían estudiarse en todo curso de microeconomía intermedia. Los de color claro son “opcionales”: yo enseño algunos, pero no todos, en los cursos semestrales. Por lo que se refiere a los capítulos de color gris, yo no suelo explicarlos en mi curso, pero podrían incluirse fácilmente en otros. Las líneas de trazo continuo que van del capítulo A al B significan que el A debe leerse antes que el B. Las líneas de trazo discontinuo significan que para estudiar el capítulo B, es preciso conocer algo el A, pero no depende de él significativamente.

Generalmente presento la teoría del consumidor y los mercados y a continuación paso directamente a la teoría del productor. Otro camino habitual es presentar el intercambio inmediatamente después de la teoría del consumidor; muchos profesores prefieren esta ruta y he tenido algunos problemas al tratar de asegurarme de que fuera posible.

A algunas personas les gusta presentar la teoría del productor antes que la del consumidor. Esta opción es posible con este manual, pero si el lector elige esta senda, necesitará complementar el análisis del manual. Por ejemplo, el material sobre las isocuantas parte del supuesto de que los estudiantes ya han visto las curvas de indiferencia.

Una gran parte del contenido sobre los bienes públicos, las externalidades, el derecho y la información puede presentarse en una fase anterior del curso. He ordenado los temas de tal manera que sea muy fácil colocarlos donde se desee.

Del mismo modo, los temas sobre los bienes públicos pueden utilizarse para ilustrar el análisis de la caja de Edgeworth. Las externalidades pueden introducirse inmediatamente después del análisis de las curvas de costes y los temas del capítulo sobre la información pueden presentarse casi en cualquier momento una vez que los estudiantes se han familiarizado con el enfoque del análisis económico.

Cambios introducidos en la octava edición

En esta edición he añadido algunos ejemplos relacionados con acontecimientos ocurridos recientemente. Entre ellos se encuentran la ampliación del plazo de los derechos de autor, las burbujas de los precios de los activos, el riesgo de contraparte, el valor en riesgo y los impuestos sobre el carbono. He continuado ofreciendo ejemplos extraídos de las empresas de Silicon Valley, como Apple, eBay, Google, Yahoo y otras. Analizo temas como la complementariedad entre el iPod y iTunes, la retroalimentación positiva de empresas como Facebook y los modelos de subastas de anuncios que se utilizan en Google, Microsoft y Yahoo. Creo que son ejemplos prácticos de gran interés.

También he añadido un extenso análisis de cuestiones relacionadas con el diseño de mecanismos, destacando el caso de los mercados de emparejamientos bilaterales y los mecanismos de Vickrey-Clarke-Groves. Este tema, que fue en su origen principalmente de carácter teórico, ha cobrado actualmente una considerable importancia práctica.

El manual del profesor y el libro de ejercicios

El libro de ejercicios, *Ejercicios de microeconomía intermedia*, constituye una parte esencial del curso. Contiene cientos de ejercicios con espacios en blanco para escribir las respuestas, que llevan a los estudiantes a aplicar paso por paso los instrumentos que han aprendido en el libro de texto. También contiene un conjunto de breves preguntas tipo test basadas en los problemas de cada capítulo del libro de ejercicios, cuyas respuestas también se encuentran en *Ejercicios de microeconomía intermedia*. Estas preguntas permiten al estudiante repasar rápidamente la materia que ha aprendido haciendo los problemas del libro de ejercicios.

También existe un *Manual del profesor*, que contiene mis sugerencias docentes y apuntes de clase para cada capítulo del libro de texto, así como las soluciones de los problemas de *Ejercicios de microeconomía intermedia*. Para información o para descargar el material auxiliar, visite nuestra página web en www.antonibosch.com.

Agradecimientos

Son varias las personas que han participado en este proyecto. En primer lugar, debo dar las gracias a mis ayudantes de investigación, John Miller y Debra Holt. John me ha hecho numerosos comentarios y sugerencias, me ha proporcionado ejercicios basados en los primeros borradores del libro y ha contribuido significativamente a aumentar la coherencia del producto final. Debra ha leído cuidadosamente las pruebas, ha revisado su coherencia durante las últimas fases y ha ayudado a realizar el índice.

Las personas que me hicieron numerosas y útiles sugerencias y comentarios durante la preparación de la primera edición son las siguientes: Ken Binmore (University of Michigan), Mark Bagnoli (Indiana University), Larry Chenault (Miami University), Jonathan Hoag (Bowling Green State University), Allen Jacobs (MIT), John McMillan (University of California en San Diego), Hal White (University of California en San Diego) y Gary Yohe (Wesleyan University). Me gustaría dar las gracias, en concreto, al doctor Reiner Buchegger, que preparó la traducción alemana, por su minuciosa lectura de la primera edición y por ofrecerme una lista detallada de correcciones; otras personas a las que debo agradecer sus sugerencias realizadas antes de que se publicara la primera edición son Theodore Bergstrom, Jan Gerson, Oliver Landmann, Alasdair Smith, Barry Smith y David Winch.

Por lo que se refiere a la segunda edición, me ayudaron Sharon Parrott y Angela Bilis. Ellas me brindaron una valiosa y gran ayuda en la redacción y la edición. Robert M. Costrell (University of Massachusetts en Amherst), Ashley Lyman (University of Idaho), Daniel Schwallie (Case-Western Reserve), A. D. Slivinskie (Western Ontario) y Charles Plourde (York University) me hicieron detallados comentarios y sugerencias para mejorar la segunda edición.

Entre las personas de las que he recibido útiles comentarios para la preparación de la tercera edición se encuentran Doris Cheng (San José), Imre Csekó (Budapest), Gregory Hildebrandt (UCLA), Jamie Brown Kruse (Colorado), Richard Manning (Brigham Young), Janet Mitchell (Cornell), Charles Plourde (York University), Yeung-

Nan Shieh (San José), John Winder (Toronto). Deseo dar las gracias especialmente a Roger F. Miller (University of Wisconsin), David Wildasin (Indiana) por sus detallados comentarios, sugerencias y correcciones.

En la quinta edición me han resultado útiles los comentarios de Kealoah Widdows (Wabash College), William Sims (Concordia University), Jennifer R. Reinganum (Vanderbilt University) y Paul D. Thistle (Western Michigan University).

Para realizar la sexta edición me resultaron útiles los comentarios de James S. Jordon (Pennsylvania State University), Brad Kamp (University of South Florida), Sten Nyberg (Stockholm University), Matthew R. Roelofs (Western Washington University), Maarten-Pieter Schinkel (University of Maastricht) y Arthur Walker (University of Northumbria).

En la séptima edición me han resultado de gran ayuda las revisiones de Irina Khindanova (Colorado School of Mines), Istvan Konya (Boston College), Shomu Banerjee (Georgia Tech), Andrew Helms (University of Georgia), Marc Melitz (Harvard University), Andrew Chatterjea (Cornell University) y Cheng-Zhong Qin (UC Santa Barbara).

Por último, he recibido comentarios muy útiles sobre la octava edición de Kevin Balsam (Hunter College), Clive Belfield (Queens College, CUNY), Jeffrey Miron (Harvard University), Babu Nahata (University of Louisville) y Scout J. Savage (University of Colorado).

Berkeley, California
Octubre de 2010

1. El mercado

Convencionalmente, el primer capítulo de los manuales de microeconomía es un análisis del "alcance y los métodos" de la economía. Aunque esta cuestión pueda ser muy interesante, no parece muy conveniente que el lector comience su estudio de la economía por esos aspectos. Difícilmente valorará un estudio de ese tipo hasta que no haya visto algunas aplicaciones del análisis económico.

Por esa razón, nosotros empezaremos este libro con un *ejemplo* de análisis económico. En el presente capítulo examinaremos un modelo de un mercado determinado, el de apartamentos, e introduciremos al mismo tiempo nuevas ideas e instrumentos de la economía. No debe preocuparse el lector si le parece que vamos demasiado deprisa. En este capítulo sólo pretendemos ofrecer una rápida panorámica de cómo pueden utilizarse estas ideas. Más adelante las estudiaremos con mayor detalle.

1.1 Cómo se construye un modelo

La economía se basa en la construcción de **modelos** de los fenómenos sociales. Entendemos por modelo una representación simplificada de la realidad. El término importante de esta definición es la palabra "simplificada". Piénsese en lo inútil que sería un mapa hecho a escala 1 : 1. Lo mismo ocurre con un modelo económico que intente describir todos los aspectos de la realidad. El poder de un modelo se deriva de la supresión de los detalles irrelevantes, que permite al economista fijarse en los rasgos esenciales de la realidad económica que intenta comprender.

En este caso, queremos saber qué determina el precio de los apartamentos, para lo cual necesitamos tener una descripción simplificada de su mercado. La elección de las simplificaciones correctas para construir un modelo tiene algo de arte. En general, lo mejor es adoptar el modelo más sencillo capaz de describir la situación económica que estemos examinando. Ya habrá ocasión más adelante de ir añadiendo sucesivas complicaciones, para que el modelo sea más complejo y confiamos en que más realista.

El ejemplo concreto que nos proponemos analizar es el mercado de apartamentos de una ciudad universitaria de tamaño mediano. En esta ciudad hay dos tipos de apartamentos. Unos están cerca de la universidad y otros lejos. Los que están cerca son, en general, más atractivos para los estudiantes, ya que les permiten ir con mayor facilidad a la universidad. Los que están más lejos les obligan a coger el autobús o a hacer un largo recorrido a pie, por lo que la mayoría prefiere un apartamento más cercano, si puede pagarlo.

Imaginemos que los apartamentos se encuentran en dos grandes círculos alrededor de la universidad. Los más cercanos se hallan en el círculo interior y el resto en el exterior. Nos fijaremos en el mercado de apartamentos del círculo interior y consideraremos que al exterior van las personas que no encuentran uno más cercano. Supondremos que en el círculo exterior hay muchos apartamentos vacíos y que su alquiler es fijo y conocido. Nos ocuparemos únicamente de la determinación del precio del círculo interior y de las personas que viven en él.

Un economista describiría la distinción entre los precios de los dos tipos de apartamentos de este modelo diciendo que el de los apartamentos del círculo exterior es una **variable exógena** y el de los apartamentos del círculo interior una **variable endógena**, lo que significa que el precio de los apartamentos del círculo exterior se considera que es predeterminado por factores que no se analizan en este modelo, mientras que el de los apartamentos del círculo interior es determinado por fuerzas que se describen en el modelo. La primera simplificación que haremos en nuestro modelo es suponer que todos los apartamentos son idénticos en todos los aspectos, excepto en su localización. Por lo tanto, tiene sentido hablar de "el precio" de los apartamentos, sin preocuparse de si tienen un dormitorio o dos, una terraza, etc.

Pero ¿qué determina este precio? ¿Qué determina quién irá en los apartamentos del círculo interior y quién en los del exterior? ¿Qué puede decirse sobre la conveniencia de los diferentes mecanismos económicos para asignar los apartamentos? ¿Qué conceptos podemos utilizar para juzgar los méritos de diferentes asignaciones de los apartamentos a los individuos? Éstas son las preguntas que queremos que responda nuestro modelo.

1.2 Optimización y equilibrio

Siempre que tratamos de explicar la conducta de los seres humanos, necesitamos tener un modelo en el que basar el análisis. En economía se utiliza casi siempre un modelo basado en los dos principios siguientes.

El principio de la optimización: los individuos tratan de elegir las mejores pautas de consumo que están a su alcance.

El principio del equilibrio: los precios se ajustan hasta que la cantidad que demandan los individuos de una cosa es igual a la que se ofrece.

Examinemos estos dos principios. El primero es *casi* tautológico. Si los individuos pueden decidir libremente sus actos, es razonable suponer que tratan de elegir las cosas que desean y no las que no desean. Desde luego, siempre hay excepciones a este principio general, pero normalmente se encuentran fuera del dominio de la conducta económica.

El segundo principio es algo más complicado. Es, cuando menos, razonable imaginar que en un momento dado las demandas y las ofertas de los individuos no sean compatibles y, por lo tanto, que esté cambiando necesariamente algo. Estos cambios pueden tardar mucho tiempo en gestarse y, lo que es peor, pueden provocar otros que "desestabilicen" todo el sistema.

Este tipo de cosas puede ocurrir... pero normalmente no ocurre. En el caso de los apartamentos, generalmente el precio de alquiler es bastante estable de un mes a otro. Es este precio de *equilibrio* el que nos interesa y no la forma en que llega a fijarse, ni los cambios que ocurren en el transcurso de largos periodos de tiempo.

Merece la pena señalar que la definición de equilibrio utilizada puede variar de un modelo a otro. En el caso del sencillo mercado que analizamos en este capítulo, la idea del equilibrio de la demanda y la oferta será adecuada para nuestras necesidades. Pero en los modelos más generales necesitamos definiciones más generales de equilibrio. Normalmente el equilibrio exigirá que los actos de los agentes económicos sean mutuamente coherentes.

¿Cómo utilizamos estos dos principios para averiguar las respuestas a las preguntas formuladas antes? Ha llegado el momento de introducir algunos conceptos económicos.

1.3 La curva de demanda

Supongamos que consideramos todos los posibles arrendatarios de los apartamentos y les preguntamos qué alquiler estarían dispuestos a pagar como máximo por uno de los apartamentos.

Comencemos por arriba. Necesariamente debe haber alguna persona dispuesta a pagar el precio más alto, bien porque quizá tenga mucho dinero, bien porque quizá sea muy vaga y no quiera tener que andar mucho, bien por cualquier otra razón. Supongamos que está dispuesta a pagar 500 euros al mes.

Si sólo hay una persona dispuesta a pagar 500 euros al mes por un apartamento y si ése es el precio mensual de los apartamentos, se alquilará exactamente uno; lo alquilará la única persona que está dispuesta a pagar ese precio.

Supongamos que el siguiente precio más alto que alguien está dispuesto a pagar sea de 490 euros. Si en este caso el precio de mercado fuera de 499, continuaría alquilándose un solo apartamento: lo alquilaría la persona que estuviera *dispuesta* a pagar 500 euros, pero no la que está dispuesta a pagar 490. Y así sucesivamente. Si el precio es de 498 euros, 497, 496, sólo se alquilará un apartamento... hasta que lleguemos a 490, precio al que se alquilarán exactamente dos apartamentos: uno a la persona dispuesta a pagar 500 y otro a la persona dispuesta a pagar 490.

Del mismo modo, se alquilarán dos apartamentos hasta que se llegue al precio máximo que está dispuesta a pagar la persona que ofrece el *tercer* precio más alto, y así sucesivamente.

La cantidad máxima que una determinada persona está dispuesta a pagar suele denominarse precio de reserva. En otras palabras, el **precio de reserva** de una persona es aquel al que le da exactamente igual comprar una cosa que no comprarla. En nuestro ejemplo, si una persona tiene un precio de reserva p, significa que le dará igual vivir en el círculo interior y pagar un precio p que vivir en el exterior.

Por lo tanto, el número de apartamentos que se alquilarán a un precio dato p^* será exactamente igual al número de personas que tengan un precio de reserva superior o igual a p^*, pues si el precio de mercado es p^*, todo el que esté dispuesto a pagar como mínimo p^* por un apartamento deseará uno que se encuentre en el círculo interior y todo el que no esté dispuesto a pagarlo preferirá vivir en el exterior.

Estos precios de reserva pueden representarse en una figura como la 1.1, en la que el precio se encuentra en el eje de ordenadas y el número de personas que están dispuestas a pagar ese precio o más en el de abscisas.

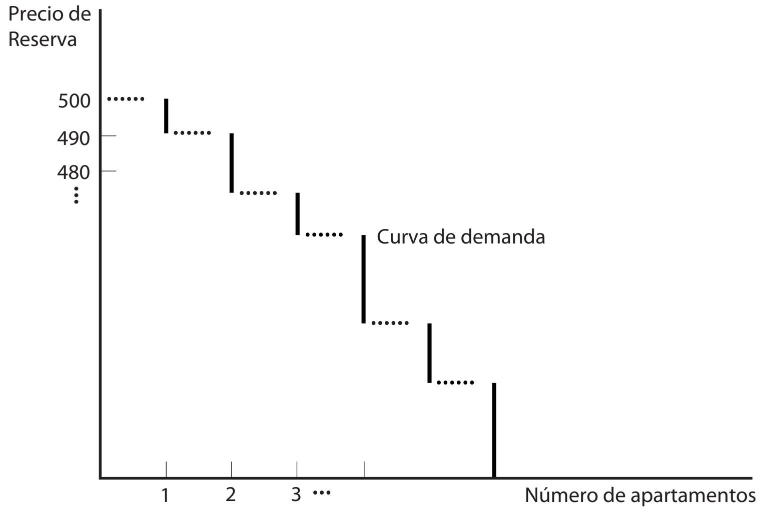


Figura 1.1. La curva de demanda de apartamentos. El eje de ordenadas mide el precio de mercado y el de abcisas el número de apartamentos que se alquila a cada uno de los precios.

También puede interpretarse que la figura 1.1 mide el número de personas que desearían alquilar apartamentos a un determinado precio. Representa una **curva de demanda**, que relaciona la cantidad demandada y el precio de mercado. Si éste es superior a 500 euros, no se alquilará ningún apartamento. Si oscila entre 500 y 490, se alquilará uno. Si oscila entre 490 y el tercer precio de reserva más alto, se alquilarán dos, y así sucesivamente. La curva de demanda describe la cantidad demandada a cada uno de los posibles precios.

La curva de demanda de apartamentos tiene pendiente negativa: los individuos están más dispuestos a alquilar apartamentos a medida que baja su precio. Si hay un gran número de personas y sus precios de reserva sólo difieren ligeramente, es razonable pensar que la curva de demanda tiene una pendiente suavemente negativa, como ocurre en la figura 1.2, que muestra cómo sería la curva de demanda de la 1.1 si hubiera muchas personas que desearan alquilar apartamentos.

Los "saltos" de esta figura ahora son tan pequeños en relación con el tamaño del mercado que podemos prescindir tranquilamente de ellos al trazar la curva de demanda del mercado.

1.4 La curva de oferta

Una vez que contamos con una buena representación gráfica de la conducta de la demanda, veamos cómo se comporta la oferta. En este caso, tenemos que considerar el tipo de mercado que estamos analizando. Examinaremos la situación en la que hay muchos caseros independientes que desean alquilar sus apartamentos al precio más alto que les paguen en el mercado. Llamaremos a este caso **mercado competitivo**. Existen, por supuesto, otros tipos, algunos de los cuales se examinarán más adelante. De momento, consideremos el caso en el que hay numerosos arrendadores que actúan independientemente. Es evidente que si todos tratan de ganar el máximo posible y los arrendatarios están perfectamente informados de los precios que cobran éstos, el precio de equilibrio de todos los apartamentos del círculo interior deberá ser el mismo. No es difícil comprender la causa. Supongamos, por el contrario, que se cobra por los apartamentos un precio alto (p_a), y uno bajo (p_b). En este caso, las personas que estén pagando por su apartamento un precio alto podrán acudir al casero que cobra un precio bajo y ofrecerle por su apartamento un alquiler situado entre p_a y p_b. Si se realiza una transacción a ese precio, saldrán ganando tanto los arrendatarios como el casero. Mientras todas las partes sigan buscando su propio interés y conozcan los distintos precios que están cobrándose, no puede mantenerse en equilibrio una situación en la que se cobren precios diferentes por el mismo bien.

Pero ¿cuál es este único precio de equilibrio? Repitamos el mismo tipo de ejercicio realizado para construir la curva de demanda: elijamos un precio y preguntémonos cuántos apartamentos se ofrecerán a ese precio.

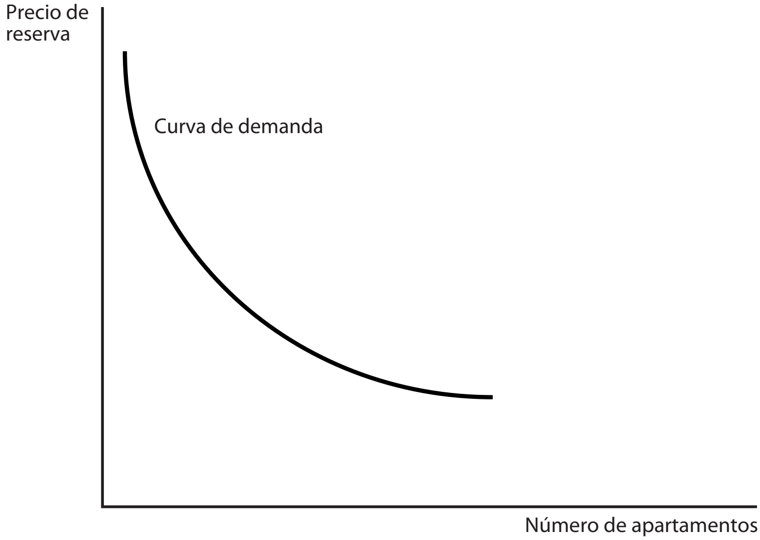


Figura 1.2. Curva de demanda de apartamentos con muchos demandantes. Cuando hay un gran número de demandantes, los saltos entre los precios son menores y la curva de demanda tiene la forma lisa convencional.

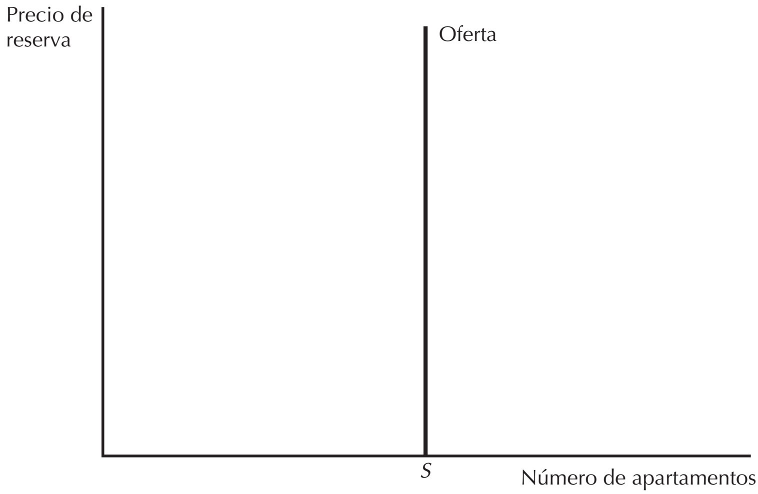


Figura 1.3. Curva de oferta a corto plazo. La oferta de apartamentos es fija a corto plazo.

La respuesta dependerá en cierta medida del plazo de tiempo que analicemos. Si se trata de un periodo de varios años en el que pueden construirse nuevas viviendas, el número de apartamentos dependerá, por supuesto, del precio que se cobre. Pero a "corto plazo" —por ejemplo, un año—, el número de apartamentos es más o menos fijo. Si sólo consideramos este último caso, el nivel de oferta de apartamentos será constante y predeterminado.

La figura 1.3 representa la **curva de oferta** de este mercado mediante una línea vertical. Cualquiera que sea el precio que se cobre, se pondrá en alquiler el mismo número de apartamentos, a saber, todos los que estén vacíos en ese momento.

1.5 El equilibrio del mercado

Ya tenemos un instrumento para representar la demanda y la oferta del mercado de apartamentos. Unámoslas y preguntémonos cuál es la conducta de equilibrio del mercado, trazando en la figura 1.4 tanto la curva de demanda como la de oferta.

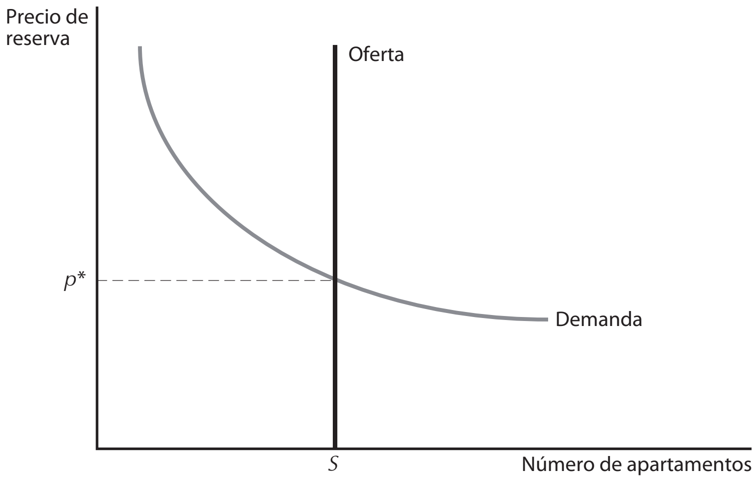


Figura 1.4. Equilibrio en el mercado de apartamentos. El precio de equilibrio, p^*, se encuentra en la intersección de las curvas de oferta y de demanda.

En este gráfico, p^* representa el precio al que la cantidad demandada de apartamentos es igual a la ofrecida. Éste es el **precio de equilibrio** de los apartamentos, al que cada consumidor que está dispuesto a pagar p^* como mínimo puede encontrar un apartamento y cada casero puede alquilar el suyo al precio de mercado vigente. Ni los consumidores ni los caseros tienen razón alguna para cambiar de conducta.

Éste es el motivo por el que decimos que hay *equilibrio*: no se observa ningún cambio en el comportamiento.

Para comprender mejor el razonamiento, veamos qué ocurriría si el precio no fuera p^*. Supongamos, por ejemplo, que fuera $p < p^*$. A ese precio, la demanda sería mayor que la oferta. ¿Podría perdurar esta situación? Con este precio habría al menos algunos caseros a los que acudirían más arrendatarios de los que podrían atender. Se formarían colas de personas a la espera de conseguir un apartamento; habría más arrendatarios dispuestos a pagar el precio p que apartamentos. Naturalmente, algunos caseros se darían cuenta de que les interesaría elevar los alquileres.

Supongamos ahora que el precio de los apartamentos fuera algo superior a p^*. En ese caso, habría algunos vacíos, ya que sería menor el número de personas dispuestas a pagar p que el de apartamentos. Ahora algunos de los caseros correrían el peligro de quedarse sin alquilar todos sus apartamentos, por lo que tendrían un incentivo para bajar el precio a fin de atraer a más arrendatarios.

Si el precio es superior a p^*, habrá muy pocos arrendatarios; si es inferior, habrá demasiados. Sólo si es p^*, el número de personas dispuestas a alquilar un apartamento a ese precio será igual al de apartamentos en alquiler. Sólo a ese precio la demanda será igual a la oferta.

Si el precio es p^*, la conducta de los caseros es compatible con la de los arrendatarios en el sentido de que el número de apartamentos demandados por los segundos al precio p^* es igual al número de apartamentos ofrecidos por los primeros. Éste es el precio de equilibrio del mercado de apartamentos.

Una vez que determinamos el precio de mercado de los apartamentos cercanos, podemos preguntarnos quién acaba consiguiéndolos y quién se exilia a los que están situados más lejos. En nuestro modelo la respuesta es muy sencilla: en el equilibrio del mercado todo el que está dispuesto a pagar p^* o más consigue un apartamento del círculo interior y todo el que está dispuesto a pagar menos de p^* consigue uno del círculo exterior. A la persona que tiene un precio de reserva p^* le da igual alquilar un apartamento del círculo interior que uno del círculo exterior. El resto de las personas del círculo interior alquila sus apartamentos a un precio inferior al máximo que estaría dispuesto a pagar por ellos.

1.6 Estática comparativa

Una vez que tenemos un modelo económico del mercado de apartamentos, podemos comenzar a utilizarlo para analizar la conducta del precio de equilibrio. Podemos preguntarnos cómo varía el alquiler de los apartamentos cuando cambian algunos aspectos del mercado. Este tipo de ejercicio se denomina **estática comparativa**, porque consiste en comparar dos equilibrios "estáticos", sin preocuparse especialmente por la forma en que el mercado pasa de uno a otro.

El paso de un equilibrio a otro puede tardar bastante tiempo en consumarse; y aunque pueda ser sumamente interesante e importante preguntarse cómo se produce, debemos aprender a andar antes de correr, por lo que de momento prescindiremos de estas cuestiones dinámicas. El análisis de estática comparativa consiste solamente en comparar equilibrios, lo que ya plantea por el momento suficientes interrogantes que deben resolverse en este modelo.

Comencemos con un caso sencillo. Supongamos que aumentara la oferta de apartamentos, como ocurre en la figura 1.5.

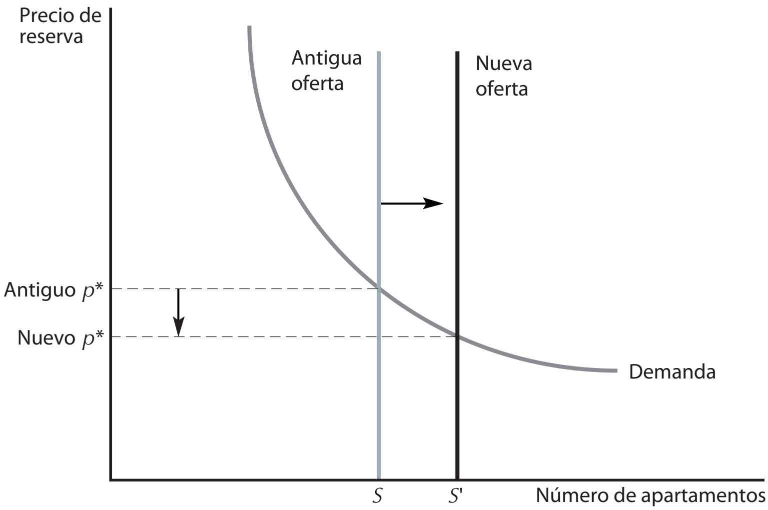


Figura 1.5. Aumento de la oferta de apartamentos. Cuando aumenta la oferta de apartamentos, baja el precio de equilibrio.

Es fácil ver en este gráfico que bajaría el precio de equilibrio. Por el contrario, si disminuyera la oferta de apartamentos, subiría el precio de equilibrio.

Veamos un ejemplo más complicado e interesante. Supongamos que una agencia inmobiliaria decidiera vender algunos de sus apartamentos a sus inquilinos. ¿Qué ocurriría con el precio de los restantes?

Probablemente lo primero que piense el lector sea que subiría el precio de los apartamentos, ya que ha disminuido la oferta. Sin embargo esto no es necesariamente correcto. Es cierto que ha disminuido la oferta de apartamentos de alquiler, pero también ha disminuido la *demanda de apartamentos*, ya que es posible que algunas de las personas que vivían en apartamentos alquilados hayan decidido comprar los que se han puesto a la venta.

Es natural suponer que los compradores de apartamentos son individuos que ya vivían en el círculo interior, individuos que están dispuestos pagar más de p^* por un apartamento. Supongamos, por ejemplo, que los demandantes que tienen los 10 precios de reserva más altos deciden comprar un apartamento en lugar de vivir en uno alquilado. En ese caso, la nueva curva de demanda será exactamente igual a la antigua con 10 demandantes menos a cada precio. Dado que también hay 10 apartamentos menos en alquiler, tanto el nuevo precio de equilibrio como el número de personas que acabarán viviendo en apartamentos del círculo interior serán exactamente los mismos que antes. La figura 1.6 representa esta situación. Tanto la curva de demanda como la de oferta se desplazan hacia la izquierda en 10 apartamentos y el precio de equilibrio no varía.

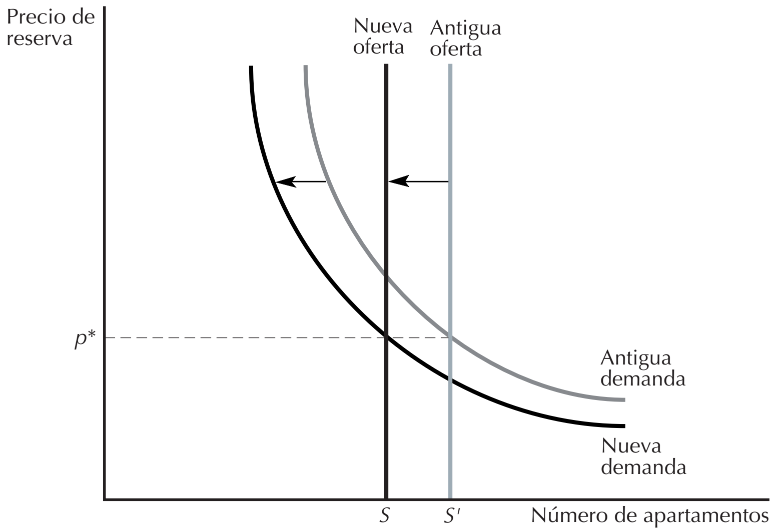


Figura 1.6. Efecto de la venta de apartamentos a sus arrendatarios. Si tanto la demanda como la oferta se desplazan hacia la izquierda en la misma cuantía, el precio de equilibrio no varía.

Casi todo el mundo considera sorprendente este resultado, ya que tiende a fijarse solamente en la reducción de la oferta de apartamentos y no se da cuenta de la reducción de la demanda. El caso que hemos analizado es extremo: *todas* las personas que han comprado una vivienda vivían en apartamentos alquilados. Pero el otro caso —en el que ninguno de los que han comprado una vivienda vivía en un apartamento alquilado— es aún más extremo.

El modelo, con todo lo sencillo que es, nos muestra algo importante. Si queremos saber cómo afectará al mercado de apartamentos la venta de algunos de ellos, debemos tener en cuenta no sólo cómo afectará a su oferta sino también cómo afectará a su demanda.

Veamos otro sorprendente ejemplo de un análisis de estática comparativa: el efecto de un impuesto sobre los apartamentos. Supongamos que el ayuntamiento decide gravar los apartamentos con un impuesto de 500 euros anuales. Es decir, todos los caseros tendrán que pagar 500 euros anuales al ayuntamiento por cada apartamento que posean. ¿Cómo afectará esta medida a su precio?

La mayoría de la gente pensaría que se trasladará a los arrendatarios al menos una parte del impuesto. Sin embargo, por muy sorprendente que parezca, no ocurre así. De hecho, el precio de equilibrio de los apartamentos no variará.

Para verificarlo, tenemos que preguntarnos qué ocurre con las curvas de demanda y de oferta. La curva de oferta no varía: hay exactamente el mismo número de apartamentos antes del impuesto que después. La curva de demanda tampoco varía, ya que el número de apartamentos que se alquila a cada uno de los precios también es el mismo. Si no se desplaza ni la curva de demanda ni la de oferta, el precio no puede variar como consecuencia del impuesto.

He aquí una forma de analizar el efecto de este impuesto. Antes de que se introduzca, cada casero cobra el precio más alto posible que mantiene ocupados sus apartamentos, que es el precio de equilibrio p^*. Una vez que se introduce el impuesto, ¿pueden subir los caseros los precios para compensarlo? No, pues si pudieran subir los precios y mantener los apartamentos ocupados, ya lo habrían hecho. Si estuvieran cobrando el precio máximo que puede soportar el mercado, ya no podrían subirlo: no es posible trasladar ninguna parte del impuesto a los arrendatarios. Los caseros tienen que pagarlo todo.

Este análisis depende del supuesto fundamental de que la oferta de apartamentos se mantiene fija. Si ésta puede variar cuando se modifica el impuesto, normalmente variará el precio que pagan los arrendatarios. Más adelante examinaremos este tipo de conducta, una vez que dominemos el uso de algunas herramientas más poderosas para analizar esos problemas.

1.7 Otras formas de asignar los apartamentos

En el apartado anterior describimos el equilibrio de los apartamentos en un mercado competitivo. Pero ésta no es la única forma de asignar los recursos. Veamos algunas otras. Quizá resulten bastante extrañas al lector, pero todas ellas son ilustrativas.

El monopolista discriminador

Examinemos primero una situación en la que hay un único casero que es dueño de todos los apartamentos o en la que algunos se unen y coordinan sus acciones para actuar al unísono. El caso en el que el mercado de un producto está dominado por un único vendedor se denomina **monopolio**.

Para alquilar los apartamentos, el casero podría decidir sacarlos uno a uno a subasta y adjudicarlos a los mejores postores. Dado que con este método cada persona acabaría pagando precios distintos, llamamos a este caso el del **monopolista discriminador**. Supongamos para mayor sencillez que el monopolista discriminador conoce el precio de reserva que está dispuesto a pagar cada individuo por los apartamentos (este supuesto no es muy realista, pero servirá para ilustrar un importante hecho).

Eso significa que alquilará el primer apartamento al individuo que más pague por él: en este caso, 500 euros; el siguiente lo alquilará por 490, y así sucesivamente conforme nos desplazamos en sentido descendente a lo largo de la curva de demanda. Alquilará cada apartamento a la persona que esté dispuesta a pagar más por él.

He aquí la característica interesante del monopolista discriminador: *las personas que conseguirán los apartamentos serán las mismas que en el caso de la solución de mercado,* a saber, las que conceden a los apartamentos un valor superior a p^*. La última que alquile un apartamento pagará p^*, que es igual que el precio de equilibrio de un mercado competitivo. El intento del monopolista discriminador de maximizar su propio beneficio da lugar a la misma asignación de los apartamentos que el mecanismo de la oferta y la demanda del mercado competitivo. La cantidad que pagan los individuos es diferente, pero los que consiguen los apartamentos son los mismos. Este resultado no es accidental; más adelante explicaremos por qué.

El monopolista ordinario

Hemos supuesto que el monopolista discriminador puede alquilar cada apartamento a un precio distinto. Pero ¿qué ocurrirá si se ve obligado a alquilarlos todos al mismo precio? En ese caso, se encontrará ante una disyuntiva: si elige un precio bajo, alquilará más apartamentos, pero correrá el riesgo de terminar ganando menos dinero que si fija un precio más alto.

Sea $D(p)$ la función de demanda, es decir, el número de apartamentos demandados al precio p. En ese caso, si el monopolista fija un precio p, alquilará $D(p)$ apartamentos y, por lo tanto, recibirá unos ingresos $pD(p)$. Supongamos que el área del rectángulo sombreado de la figura 1.7 representa los ingresos que recibe el monopolista: su altura es el precio p y su base el número de apartamentos. Por lo tanto, el producto de la altura por la base —el área del rectángulo— representa los ingresos que percibe el monopolista.

Si el monopolista no incurre en ningún coste cuando alquila un apartamento, querrá elegir el precio que maximice su renta procedente de los alquileres, es decir, el que genera el rectángulo de mayor superficie, que en la figura 1.7 es $\hat{p}$.

En este caso, el monopolista se dará cuenta de que no le interesa alquilar todos los apartamentos. De hecho, esto es generalmente lo que ocurre en el caso de los monopolistas. Querrá restringir la producción con el fin de maximizar su beneficio, lo cual significa que normalmente querrá cobrar un precio superior al precio de equilibrio de un mercado competitivo, p^*. En el caso del monopolista ordinario, se alquilarán menos apartamentos a un precio superior al del mercado competitivo.

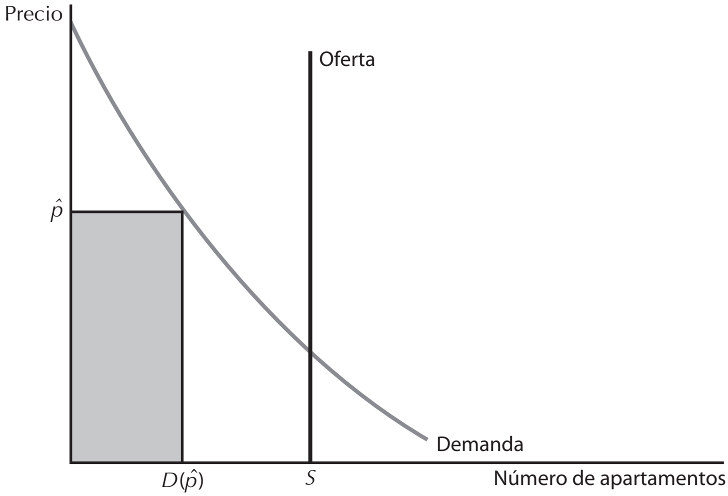


Figura 1.7. Rectángulo del ingreso. El ingreso que recibe el monopolista es el precio multiplicado por la cantidad y está representado por el área del rectángulo de la figura.

El control de los alquileres

El tercer y último caso que analizaremos es el control de los alquileres. Supongamos que el ayuntamiento decide fijar el alquiler máximo que puede cobrarse por los apartamentos, p_{max} y que este precio es menor que el de equilibrio del mercado competitivo, p^*. En ese caso, tendremos un **exceso de demanda**: habrá más personas dispuestas a alquilar apartamentos a p_{max} que apartamentos vacíos. ¿Quién conseguirá los que hay?

La teoría descrita hasta ahora no tiene ninguna respuesta a esta pregunta. Puede describir lo que ocurre cuando la oferta es igual a la demanda, pero no es lo suficientemente detallada para describir qué ocurre si la oferta no es igual a la demanda. La respuesta a la pregunta de quién consigue los apartamentos cuando los alquileres están controlados depende de quién busque durante más tiempo, de quién conozca a los inquilinos actuales, etc. Todos estos factores se encuentran fuera del alcance del modelo sencillo que hemos desarrollado. Podría ocurrir que las personas que consiguieran los apartamentos en un régimen de control de los alquileres fueran las mismas que en un mercado competitivo, aunque este resultado es sumamente improbable. Mucho más probable es que algunas de las personas que viven en el círculo exterior consiguieran algunos de los apartamentos del círculo interior y, por lo tanto, desplazaran a las que vivieran allí en el sistema de mercado. Así pues, cuando los alquileres están controlados, se alquila el mismo número de apartamentos al precio controlado que si fueran competitivos: lo único que ocurre es que se alquilan a personas distintas.

1.8 ¿Cuál es la mejor forma?

Hemos descrito cuatro formas posibles de asignar los apartamentos a los individuos:

- El mercado competitivo.
- El monopolista discriminador.
- El monopolista ordinario.
- El control de los alquileres.

Se trata de cuatro instituciones económicas diferentes para asignar los apartamentos. Con cada una son diferentes las personas que los obtienen y diferentes los precios que se cobran por ellos. Podríamos muy bien preguntarnos cuál es mejor, pero primero hemos de definir este término. ¿Qué criterios podríamos utilizar para comparar estos mecanismos de asignación de los apartamentos?

Podríamos analizar la situación económica de las personas en cuestión. Es bastante evidente que los propietarios de los apartamentos acaban ganando más dinero si pueden actuar como monopolistas discriminadores. Por otra parte, el control de los alquileres es probablemente lo peor que les puede ocurrir.

¿Qué decir de los arrendatarios? Probablemente resulten perjudicados, en promedio, en el caso del monopolista discriminador, ya que la mayoría pagará un precio más alto que si se asignaran los apartamentos de otra forma. ¿Salen ganando los consumidores en el caso del control de los alquileres? Algunos sí: *los que terminan consiguiendo un apartamento* disfrutan de un mayor bienestar que en la solución de mercado, pero, en cambio, los que no consiguen ninguno disfrutan de un bienestar *menor*.

Lo que necesitamos es un criterio para analizar la situación económica de todas las partes afectadas, es decir, de todos los arrendatarios y de todos los arrendadores. ¿Cómo podemos examinar la conveniencia de los diferentes mecanismos para asignar los apartamentos, teniendo en cuenta a todo el mundo? ¿Qué criterio podemos utilizar para encontrar una "buena" forma de asignar los apartamentos teniendo en cuenta a *todas* las partes involucradas?

1.9 La eficiencia en el sentido de Pareto

Un criterio útil para comparar los resultados de diferentes instituciones económicas es un concepto conocido con el nombre de eficiencia en el sentido de Pareto o eficiencia económica.[1] Comenzamos con la siguiente definición: si podemos encontrar una forma de mejorar el bienestar de alguna persona sin empeorar el de ninguna otra, tenemos una **mejora en el sentido de Pareto.** Si una asignación puede ser mejorable en el sentido de Pareto, esta asignación se denomina **ineficiente en el sentido de Pareto**; si no puede ser mejorable en el sentido de Pareto, esta asignación se denomina **eficiente en el sentido de Pareto**.

Una asignación ineficiente en el sentido de Pareto tiene una característica negativa: es posible mejorar el bienestar de una persona sin empeorar el de ninguna otra. Esa asignación quizá tenga otros rasgos positivos, pero el hecho de que sea ineficiente en el sentido de Pareto es, desde luego, una característica que juega en su contra. Si existe otra forma de mejorar la situación de alguna persona sin empeorar la de ninguna otra, ¿por qué no utilizarla?

La idea de la eficiencia en el sentido de Pareto es importante en economía, por lo que más adelante la examinaremos con mayor detalle. Tiene muchas y sutiles implicaciones que tendremos que investigar más detenidamente, pero ya podemos hacernos una idea de cuáles son éstas.

He aquí una forma útil de analizar la idea de la eficiencia en el sentido de Pareto. Supongamos que asignáramos aleatoriamente a los arrendatarios a los apartamentos del círculo interior y del exterior, pero les permitiéramos subarrendárselos unos a otros. Algunas personas que tuvieran mucho interés en vivir cerca de la universidad podrían tener mala suerte y acabar en un apartamento del círculo exterior. Pero podrían subarrendar uno del círculo interior a otra persona a la que se le hubiera asignado en esa zona, pero que no lo valorara tanto como la primera. Si los apartamentos se asignaran aleatoriamente, por lo general habría alguna persona a la que le gustaría intercambiar el suyo, si se le compensara suficientemente por ello.

Supongamos, por ejemplo, que la persona A recibe un apartamento del círculo interior que piensa que vale 200 euros y que hay una persona B en el círculo exterior que estaría dispuesta a pagar 300 euros por el apartamento de A. En ese caso, habría una clara "ganancia derivada del comercio" si estos dos individuos intercambiaran sus apartamentos y acordaran que B pagara a A una cantidad que oscilara entre 200 y 300 euros. Lo importante no es la cantidad exacta de la transacción, sino el hecho de que las personas que están dispuestas a pagar el máximo por los apartamentos los consiguen; de lo contrario, quien valorara poco vivir en el círcu-

[1] El término "eficiencia en el sentido de Pareto" pretende honrar al economista y sociólogo del siglo XIX Vilfredo Pareto (1848-1923), que fue uno de los primeros que analizaron las consecuencias de esta idea.

lo interior tendría incentivos para intercambiar su apartamento con una persona que lo valorara mucho.

Supongamos que se llevan a cabo todos los intercambios voluntarios, por lo que se agotan todas las ganancias derivadas del comercio. La asignación resultante deberá ser eficiente en el sentido de Pareto. De no ser así, habría algún intercambio que beneficiaría a dos personas sin perjudicar a ninguna otra; pero esto contradiría el supuesto de que se han realizado todos los intercambios voluntarios. Una asignación en la que se han llevado a cabo todos los intercambios voluntarios es una asignación eficiente en el sentido de Pareto.

1.10 Comparación entre distintas formas de asignar los apartamentos

El proceso de intercambio que acabamos de describir es tan general que quizá el lector piense que no puede decirse mucho más sobre el resultado. Sin embargo, debe hacerse una interesante observación. Preguntémonos quién acabará recibiendo los apartamentos en una asignación en la que se hayan agotado todas las ganancias derivadas del comercio.

Para solucionar esta cuestión, basta observar que cualquiera que tenga un apartamento en el círculo interior debe tener un precio de reserva más alto que cualquiera que tenga un apartamento en el círculo exterior, pues, de lo contrario, las dos personas podrían llegar a un acuerdo que mejorara el bienestar de ambas. Así, por ejemplo, si hay S apartamentos en alquiler, las S personas que tengan los precios de reserva más altos acabarán recibiendo apartamentos del círculo interior. Esta asignación es eficiente en el sentido de Pareto; las demás no, ya que permitirían realizar algún intercambio que beneficiaría al menos a dos personas sin perjudicar a ninguna otra.

Tratemos de aplicar este criterio de la eficiencia en el sentido de Pareto a los resultados de los distintos mecanismos de asignación de los recursos mencionados antes. Comencemos por el del mercado. Es fácil ver que éste asigna al círculo interior a las personas que tienen los precios de reserva S más altos, a saber, a las que están dispuestas a pagar por los apartamentos un precio superior al de equilibrio, p^*. Por lo tanto, en un mercado competitivo no hay más ganancias derivadas del comercio una vez que se han alquilado los apartamentos. El resultado es eficiente en el sentido de Pareto.

¿Qué ocurre en el caso de que haya un monopolista discriminador? ¿Es este mecanismo eficiente en el sentido de Pareto? Para responder a esta pregunta basta observar que las personas que consiguen los apartamentos son exactamente las mismas tanto si hay un monopolista discriminador como si el mercado es competitivo: todas las que están dispuestas a pagar por un apartamento un precio superior a p^*. Así pues, el resultado del monopolista discriminador también es eficiente en el sentido de Pareto.

Aunque tanto el mercado competitivo como el monopolista discriminador generan resultados eficientes en el sentido de Pareto, ya que no se desea realizar ningún otro intercambio, pueden dar lugar a distribuciones de la renta muy diferentes. No cabe duda de que los consumidores están mucho peor y los caseros mucho mejor en el mecanismo del monopolista discriminador que en el del mercado competitivo. En general, la eficiencia en el sentido de Pareto no tiene mucho que decir sobre la distribución de las ganancias derivadas del comercio. Sólo le interesa su *eficiencia*, es decir, si se realizan o no todos los intercambios posibles.

¿Qué ocurre con el monopolista ordinario que sólo puede cobrar un único precio? En este caso, la situación no es eficiente en el sentido de Pareto. Para verificarlo, basta observar que, como el monopolista no alquila, por lo general, todos los apartamentos, puede aumentar sus beneficios alquilando uno a *cualquier* precio positivo a una persona que no tenga ninguno. Existe un precio que debe beneficiar tanto al monopolista como al arrendatario. Si el monopolista no modifica el precio que pagan todos los demás arrendatarios, éstos disfrutarán del mismo bienestar que antes. Por lo tanto, hemos encontrado una **mejora en el sentido de Pareto**, una forma de mejorar el bienestar de dos partes sin empeorar el de ninguna otra.

El último caso es el control de los alquileres. Este mecanismo tampoco es eficiente en el sentido de Pareto, ya que la asignación arbitraria de los arrendatarios a los apartamentos generalmente implica que una persona que vive en el círculo interior (por ejemplo, el Sr. Dentro) está dispuesta a pagar menos por un apartamento que una que vive en el exterior (por ejemplo, el Sr. Fuera). Supongamos que el precio de reserva del Sr. Dentro es de 300 euros y el del Sr. Fuera de 500.

Necesitamos encontrar una mejora en el sentido de Pareto, es decir, una forma de mejorar el bienestar del Sr. Dentro y del Sr. Fuera sin empeorar el de ninguna otra. Existe una sencilla forma de conseguirlo: dejar que el Sr. Dentro subarriende su apartamento al Sr. Fuera. A este último le compensa pagar 500 euros por vivir cerca de la universidad, mientras que para el Sr. Dentro sólo vale 300. Si el Sr. Fuera paga al Sr. Dentro 400 euros, por ejemplo, y se intercambien los apartamentos, ambos salen ganando: el Sr. Fuera consigue un apartamento que valora en más de 400 euros y el Sr. Dentro consigue 400 euros que valora más que un apartamento del círculo interior.

Este ejemplo muestra que el mercado de alquileres controlados generalmente no da lugar a una asignación eficiente en el sentido de Pareto, ya que pueden realizarse más intercambios una vez que ha actuado el mercado. Mientras algunas personas reciban apartamentos del círculo interior y los valoren menos que otras que no los reciben, podrán obtenerse ganancias del comercio.

1.11 El equilibrio a largo plazo

Hemos analizado la fijación del precio de equilibrio de los apartamentos **a corto plazo**, en que la oferta es fija. Sin embargo, ésta puede variar **a largo plazo**. Lo mismo que la curva de demanda mide el número de apartamentos que se demandan a cada precio, la curva de oferta mide el número de apartamentos que se ofrecen a cada precio. La determinación final del precio de mercado de los apartamentos depende de la interacción de la oferta y la demanda.

¿Y qué determina la conducta de la oferta? En general, el número de apartamentos nuevos que ofrezca el mercado privado depende de lo rentable que sea su construcción, que depende a su vez, en parte, del precio que puedan cobrar los caseros por ellos. Para analizar la conducta del mercado de apartamentos a largo plazo, tenemos que examinar la conducta tanto de los oferentes como de los demandantes, tarea que emprenderemos más adelante.

Cuando la oferta es variable, podemos preguntarnos no sólo quién obtendrá los apartamentos, sino también cuántos serán construidos por los diferentes tipos de instituciones del mercado. ¿Ofrecerá un monopolista más apartamentos que un mercado competitivo o menos? ¿Aumentará el control de los alquileres el número de apartamentos de alquiler o lo reducirá? ¿Qué instituciones proporcionan un número de apartamentos eficiente en el sentido de Pareto? Para responder a estas y otras preguntas parecidas debemos desarrollar instrumentos más sistemáticos y poderosos del análisis económico.

Resumen

1. La economía se basa en la construcción de modelos de los fenómenos sociales, que son representaciones simplificadas de la realidad.
2. En esta tarea, los economistas se guían por el principio de la optimización, según el cual, normalmente, los individuos tratan de buscar lo que es mejor para ellos, y por el principio del equilibrio, según el cual los precios se ajustan hasta que la demanda y la oferta son iguales.
3. La curva de demanda mide la cantidad que desean demandar los individuos a cada uno de los precios posibles y la de oferta la cantidad que desean ofrecer. El precio de equilibrio es aquel al que la cantidad demandada es igual a la ofrecida.
4. El estudio de las variaciones que experimentan el precio y la cantidad de equilibrio cuando cambian las condiciones subyacentes se denomina estática comparativa.
5. Una situación económica es eficiente en el sentido de Pareto si no existe ninguna forma de mejorar el bienestar de un grupo de personas sin empeorar el de algún otro. El concepto de eficiencia en el sentido de Pareto puede utilizarse para evaluar las diferentes formas de asignar los recursos.

Problemas

1. Supongamos que hubiera 25 personas con un precio de reserva de 500 euros y que el de la vigésimo sexta fuera de 200. ¿Cómo sería la curva de demanda?
2. En el ejemplo anterior, ¿cuál sería el precio de equilibrio si hubiera 24 apartamentos en alquiler? ¿Y si hubiera 26? ¿Y si hubiera 25?
3. Si cada persona tiene un precio de reserva distinto, ¿por qué tiene la curva de demanda pendiente negativa?
4. En este capítulo hemos supuesto que las personas que compraban una vivienda vivían antes en el círculo interior, es decir, ya estaban alquilando apartamentos. ¿Qué ocurriría con el precio de los apartamentos del círculo interior si todas las personas que compraran una vivienda vivieran en el círculo exterior, es decir, no estuvieran alquilando actualmente apartamentos del círculo interior?
5. Supongamos ahora que las personas que compraran una vivienda residieran todas ellas en el círculo interior, pero que cada una de las nuevas viviendas se construyera uniendo 2 apartamentos. ¿Qué ocurriría con el precio de los apartamentos?
6. ¿Cómo se supone que influiría un impuesto en el número de apartamentos que se construyera a largo plazo?
7. Supongamos que la curva de demanda es $D(p) = 100 - 2p$. ¿Qué precio fijaría el monopolista si tuviera 60 apartamentos? ¿Cuántos alquilaría? ¿Qué precio fijaría si tuviera 40? ¿Cuántos alquilaría?
8. Si nuestro modelo de control de los alquileres no pusiera limitación alguna a los subarrendamientos, ¿quién acabaría recibiendo los apartamentos del círculo interior? ¿Sería el resultado eficiente en el sentido de Pareto?

2. La restricción presupuestaria

La teoría económica del consumidor es muy sencilla: los economistas suponen que los consumidores eligen la mejor cesta de bienes que pueden adquirir. Para dar contenido a esta teoría, tenemos que describir con mayor precisión qué entendemos por "mejor" y por "poder adquirir". En este capítulo veremos cómo se describe lo que puede adquirir un consumidor y en el siguiente cómo determina éste lo que es mejor. Entonces podremos emprender el estudio detallado de las implicaciones del modelo sencillo de la conducta de los consumidores.

2.1 La restricción presupuestaria

Comenzaremos examinando el concepto de **restricción presupuestaria**. Supongamos que el consumidor puede elegir entre varios bienes. En la vida real, pueden consumirse muchos bienes, pero para nuestros fines resulta más cómodo considerar únicamente dos, ya que de esa forma podemos describir gráficamente el problema de elección al que se enfrenta el consumidor.

Sea la **cesta de consumo** del individuo (x_1, x_2). Esta cesta no es más que una lista de dos cifras que nos indica cuánto decide consumir el individuo del bien 1, x_1, y cuánto del 2, x_2. Algunas veces es más cómodo representarla mediante un único símbolo, por ejemplo, X que es sencillamente una abreviatura de la lista de dos cifras (x_1, x_2).

Supongamos que podemos observar el precio de los dos bienes, (p_1, p_2), y la cantidad de dinero que el consumidor tiene para gastar, m. En ese caso, su restricción presupuestaria será:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq m. \qquad [2.1]$$

En esta expresión, p_1x_1 es la cantidad de dinero que gasta el consumidor en el bien 1 y p_2x_2 la que gasta en el 2. Su restricción presupuestaria requiere que la cantidad gastada en los dos bienes no sea superior a la cantidad total que tiene para gastar. Las cestas de consumo que *están a su alcance* son las que no cuestan más de m.

Este conjunto de cestas de consumo alcanzables a los precios (p_1, p_2) y la renta m se denomina **conjunto presupuestario** del consumidor.

2.2 Dos bienes suelen ser suficientes

El supuesto de los dos bienes es más general de lo que parece a primera vista, ya que normalmente podemos considerar que uno de ellos representa todo lo demás que al individuo le gustaría consumir.

Por ejemplo, si tenemos interés en estudiar la demanda de leche de un consumidor, supongamos que x_1 mide su consumo de leche en litros mensuales y que x_2 representa todo lo demás que desea consumir, además de leche.

Cuando se adopta esta interpretación, resulta útil suponer que el bien 2 son los euros que puede gastar el consumidor en otros bienes. En este caso, el precio del bien 2 es automáticamente 1, ya que el precio de un euro es un euro. Por lo tanto, la restricción presupuestaria adopta la forma siguiente:

$$p_1x_1 + x_2 \leq m. \tag{2.2}$$

Esta expresión nos dice sencillamente que la cantidad de dinero gastada en el bien 1, p_1x_1, más la gastada en todos los demás bienes, x_2, no debe ser superior a la cantidad total de dinero que tiene para gastar el consumidor, m.

Decimos que el bien 2 es un **bien compuesto** porque representa todo lo demás que podría consumir el individuo, aparte del bien 1. Ese bien compuesto se mide invariablemente en los euros que pueden gastarse en otros bienes distintos del 1. Por lo que se refiere a la forma algebraica de la restricción presupuestaria, la ecuación [2.2] no es más que un caso especial de la fórmula [2.1], en la que $p_2 = 1$, por lo que todo lo que digamos sobre la restricción presupuestaria en general se refiere también a la interpretación del bien compuesto.

2.3 Propiedades del conjunto presupuestario

La **recta presupuestaria** es el conjunto de cestas que cuestan exactamente m:

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m. \tag{2.3}$$

Éstas son las cestas de bienes que agotan exactamente la renta del consumidor.

El conjunto presupuestario se representa en la figura 2.1, en la cual la línea de trazo grueso es la recta presupuestaria —es decir, las cestas que cuestan exactamente m— y las cestas que se encuentran por debajo son las que cuestan estrictamente menos de m.

La restricción presupuestaria de la ecuación [2.3] también puede expresarse de la forma siguiente:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\, x_1. \qquad [2.4]$$

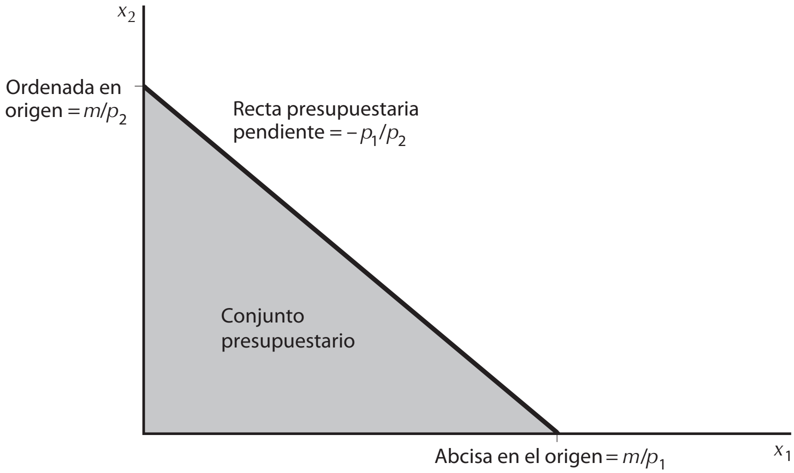


Figura 2.1. El conjunto presupuestario. El conjunto presupuestario está formado por todas las cestas asequibles a los precios y la renta dados.

Ésta es la fórmula de una línea recta que tiene una ordenada en el origen de m/p_2 y una pendiente de $-p_1/p_2$. Indica cuántas unidades del bien 2 necesita consumir el individuo para satisfacer exactamente la restricción presupuestaria si está consumiendo x_1 unidades del bien 1.

He aquí una sencilla forma de representar una recta presupuestaria dados los precios (p_1, p_2) y la renta m. Basta preguntarse qué cantidad del bien 2 podría adquirir el consumidor si gastara todo el dinero en dicho bien. La respuesta es, por supuesto, m/p_2. A continuación debe preguntarse qué cantidad del bien 1 podría comprar si gastara todo el dinero en dicho bien. La respuesta es m/p_1. Por lo tanto, las coordenadas en el origen miden la cantidad que podría comprar el consumidor si gastara todo el dinero en los bienes 1 y 2, respectivamente. Para representar la recta presupuestaria basta dibujar estos dos puntos en los ejes apropiados del gráfico y unirlos con una línea recta.

La pendiente de la recta presupuestaria tiene una bonita interpretación económica. Mide la relación en la que el mercado está dispuesto a sustituir el bien 2 por el 1. Supongamos, por ejemplo, que el consumidor va a aumentar su consumo del bien 1 en Δx_1.[1] ¿Cuánto tendrá que modificar su consumo del 2 para satisfacer su restricción presupuestaria? Sea Δx_2 la variación del consumo del bien 2.

Por otra parte, obsérvese que si satisface su restricción presupuestaria antes y después de la variación, debe satisfacer

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$$

y

$$p_1(x_1 + \Delta x_1) + p_2\,(x_2 + \Delta x_2) = m.$$

Restando la primera ecuación de la segunda tenemos que

$$p_1 \Delta x_1 + p_2 \Delta x_2 = 0.$$

Esta expresión nos dice que el valor total de la variación de su consumo debe ser cero. Despejando $\Delta x_2/\Delta x_1$ que es la relación a la que puede sustituirse el bien 1 por el 2 satisfaciendo al mismo tiempo la restricción presupuestaria, tenemos que

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Esta expresión no es más que la pendiente de la recta presupuestaria. El signo negativo se debe a que Δx_1 y Δx_2 siempre deben tener signos opuestos. Si una persona consume una mayor cantidad del bien 1, tiene que consumir una cantidad menor del 2 y viceversa, si continúa satisfaciendo la restricción presupuestaria.

Algunas veces los economistas dicen que la pendiente de la recta presupuestaria mide el **coste de oportunidad** de consumir el bien 1. Para consumir una mayor cantidad de dicho bien hay que renunciar a alguna cantidad del 2. La renuncia a la oportunidad de consumir el bien 2 es el verdadero coste económico de consumir una mayor cantidad del 1, y ese coste está representado por la pendiente de la recta presupuestaria.

2.4 Cómo varía la recta presupuestaria

Cuando varían los precios y las rentas, también varía el conjunto de bienes que puede adquirir el consumidor. ¿Cómo afectan estas variaciones al conjunto presupuestario?

[1] La notación Δx_1 representa la variación del bien 1. Para una mayor información sobre las variaciones y sobre las tasas de variación, véase el apéndice matemático.

Consideremos primero las variaciones de la renta. Es fácil ver en la ecuación [2.4] que un incremento de la renta aumenta la ordenada en el origen y no afecta a la pendiente de la recta. Por lo tanto, un incremento de la renta da lugar a un *desplazamiento paralelo hacia fuera* de la recta presupuestaria, como en la figura 2.2. En cambio, una reducción de la renta provoca un desplazamiento paralelo hacia dentro.

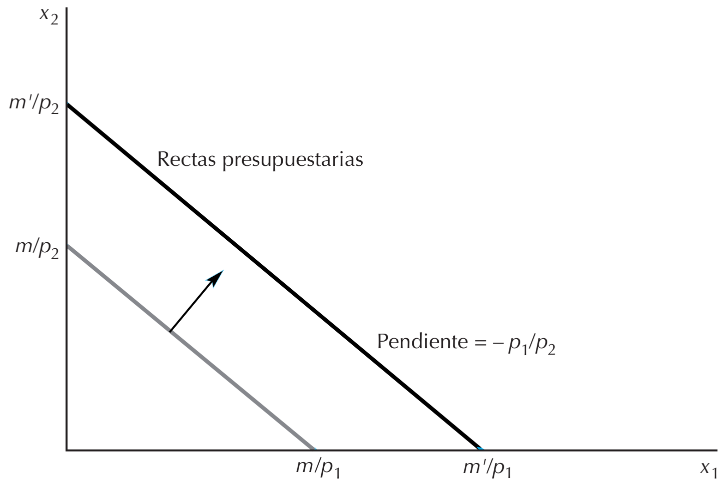


Figura 2.2. Aumento de la renta. Cuando aumenta la renta, la recta presupuestaria se desplaza paralelamente hacia fuera.

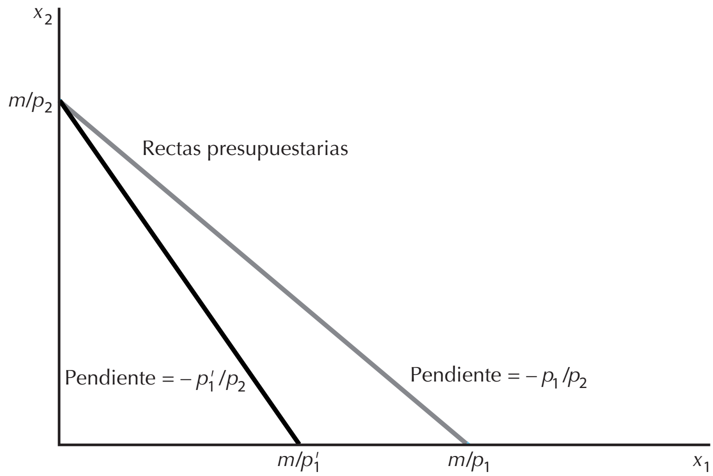


Figura 2.3. Subida del precio. Si se encarece el bien 1, la recta presupuestaria se vuelve más inclinada.

¿Qué ocurre cuando varían los precios? Supongamos primero que sube el precio 1 y que el 2 y la renta permanecen fijos. Según la ecuación [2.4], la subida del precio p_1 no altera la ordenada en el origen, pero hace que la recta presupuestaria sea más inclinada, ya que aumenta p_1/p_2.

También puede verse cómo varía la recta presupuestaria utilizando el truco descrito antes para representarla gráficamente. Si una persona gasta todo el dinero en el bien 2, la subida del precio del 1 no altera la cantidad máxima que puede comprar del bien 2; por lo tanto, no varía la ordenada en el origen de la recta presupuestaria. Pero si gasta todo el dinero en el bien 1 y éste se encarece, debe reducir el consumo de dicho bien. Por lo tanto, la abscisa en el origen de la recta presupuestaria debe desplazarse hacia dentro, lo que da lugar al giro que muestra la figura 2.3.

¿Cómo afecta a la recta presupuestaria una variación simultánea de los precios del bien 1 y del 2? Supongamos, por ejemplo, que duplicamos los precios de ambos bienes. En ese caso, tanto la ordenada en el origen como la abscisa en el origen se reducirán a la mitad y, por consiguiente, la recta presupuestaria también se desplazará en la misma medida. Multiplicar ambos precios por dos es exactamente lo mismo que dividir la renta por dos.

Este efecto también puede verse algebraicamente. Supongamos que nuestra recta presupuestaria original es

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Supongamos ahora que ambos precios se multiplican por t:

$$tp_1x_1 + tp_2x_2 = m.$$

Pero esta ecuación es igual que

$$p_1x_1 + p_2x_2 = \frac{m}{t}.$$

Por lo tanto, multiplicar ambos precios por una cantidad constante t es exactamente lo mismo que dividir la renta por la misma constante, de lo que se deduce que si multiplicamos por t *tanto* los precios *como* la renta, la recta presupuestaria no varía en absoluto.

También podemos considerar simultáneamente las variaciones del precio y de la renta. ¿Qué ocurre si suben ambos precios y disminuye la renta? Pensemos cómo afectan estos cambios a las coordenadas en el origen. Si disminuye m y suben p_1 y p_2, deben disminuir las coordenadas en el origen m/p_1 y m/p_2, lo cual significa que la recta presupuestaria se desplaza hacia dentro. ¿Qué ocurre con su pendiente? Si el precio 2 sube más que el 1, de modo que $-p_1/p_2$ disminuye (en valor absoluto), la recta presupuestaria es más horizontal; si el precio 2 sube menos que el 1, la recta presupuestaria es más inclinada.

2.5 El numerario

En la definición de la recta presupuestaria se utilizan dos precios y una renta, pero una de estas variables es redundante. Podríamos mantener fijo uno de los precios o la renta y ajustar la otra variable para que describiera exactamente el mismo conjunto presupuestario. Así, por ejemplo, la recta presupuestaria

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m$$

es exactamente igual que la recta presupuestaria

$$\frac{p_1}{p_2}x_1 + x_2 = \frac{m}{p_2}$$

o

$$\frac{p_1}{m}x_1 + \frac{p_2}{m}x_2 = 1,$$

ya que la primera recta presupuestaria se obtiene dividiendo todo por p_2 y la segunda se obtiene dividiendo todo por m. En el primer caso, mantenemos fijo $p_2 = 1$ y, en el segundo, $m = 1$. El supuesto de que el precio de uno de los bienes o la renta es constante e igual a 1 y el ajuste correspondiente de las demás variables no altera el conjunto presupuestario.

Cuando suponemos que uno de los precios es 1, como hemos hecho antes, a menudo decimos que éste es el precio del **numerario**: el precio en relación con el cual medimos el otro precio y la renta. A veces resulta útil considerar que uno de los bienes es un bien numerario, ya que de esa forma hay un precio menos del que preocuparse.

2.6 Los impuestos, las subvenciones y el racionamiento

La economía política utiliza a menudo instrumentos, como los impuestos, que afectan a la restricción presupuestaria del consumidor. Por ejemplo, si el Gobierno introduce un **impuesto sobre la cantidad**, significa que el consumidor tiene que pagar una determinada cantidad de dinero al Estado por cada unidad que compra de ese bien. Por ejemplo, en la mayoría de los países hay que pagar un impuesto por cada litro de gasolina que se consume.

¿Cómo afecta un impuesto sobre la cantidad a la recta presupuestaria del consumidor? Desde el punto de vista del consumidor, el impuesto supone exactamente lo mismo que un precio más alto. Por lo tanto, un impuesto sobre la cantidad de t euros por unidad del bien 1 altera simplemente el precio de dicho bien, p_1, que ahora es $p_1 + t$, lo que, como hemos visto antes, implica que la recta presupuestaria debe ser más inclinada.

Otro tipo es el impuesto **sobre el valor**, que es un impuesto sobre el precio del bien y no sobre la cantidad que se compra de él. Suele expresarse en términos porcentuales. Un ejemplo es el impuesto sobre las ventas o el IVA (impuesto sobre el valor añadido). Si éste es de un 12 por ciento, un bien que valga 100 euros se venderá, en realidad, a 112 (los impuestos sobre el valor también se conocen como impuestos **ad valorem**).

Si el bien 1 tiene un precio de p_1, pero está sujeto a un impuesto sobre el importe de las ventas cuyo tipo es τ, el precio real que tiene que pagar el consumidor es $(1 + \tau)p_1$. Es decir, tiene que pagar p_1 al oferente y τp_1 al Estado por cada unidad del bien que compre, por lo que éste le cuesta $(1 + \tau)p_1$.

Una **subvención** es lo contrario de un impuesto. En el caso de la **subvención a la cantidad**, el Estado *da* al consumidor una cantidad de dinero que depende de la cantidad que compre del bien. Por ejemplo, si se subvencionara el consumo de leche, el Estado pagaría una determinada cantidad de dinero a cada consumidor de este producto según la cantidad que comprara. Si la subvención fuera de s euros por unidad de consumo del bien 1, desde el punto de vista del consumidor el precio de dicho bien sería $p_1 - s$, por lo que la recta presupuestaria sería más horizontal.

Del mismo modo, una subvención ad valorem es una subvención basada en el precio del bien subvencionado. Si el Estado devuelve a una persona 100 euros por cada 200 que ésta done a instituciones de caridad, sus donaciones se subvencionan a una tasa del 50 por ciento. En general, si el precio del bien 1 es p_1 y este bien está sujeto a una subvención ad valorem que tiene una tasa σ, el precio real del bien 1 que tiene que pagar el consumidor es $(1 - \sigma)p_1$.

Vemos que los impuestos y las subvenciones afectan a los precios exactamente de la misma forma, excepto en lo que se refiere al signo algebraico: un impuesto eleva el precio que paga el consumidor y una subvención lo reduce.

Otro tipo de impuesto o de subvención que puede utilizar el Gobierno es una **tasa fija.** Como impuesto, significa que el Estado se lleva una cantidad fija de dinero, independientemente de la conducta del individuo. Por lo tanto, una tasa fija desplaza la recta presupuestaria del consumidor hacia dentro debido a que disminuye su renta monetaria. Del mismo modo, una subvención en una cantidad fija significa que la recta presupuestaria se desplaza hacia fuera. Los impuestos sobre la cantidad y sobre el valor hacen girar la recta presupuestaria en uno u otro sentido dependiendo de cuál sea el bien que se grave, pero las tasas la desplazan hacia dentro.

Los Gobiernos también utilizan a veces el *racionamiento*, que consiste en establecer la cantidad máxima que puede consumir el individuo.

Supongamos, por ejemplo, que se racionara el bien 1 y un individuo dado no pudiera consumir más que $\bar{x}_1$. En ese caso, su conjunto presupuestario tendría la forma que muestra la figura 2.4: sería el antiguo conjunto presupuestario, pero con un trozo menos. El trozo recortado está formado por todas las cestas de consumo que son alcanzables, pero en las que $x_1 > \bar{x}_1$.

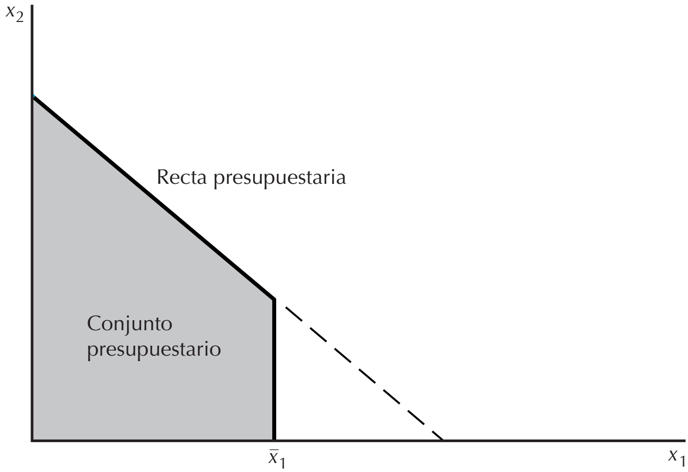


Figura 2.4. El conjunto presupuestario con racionamiento. Si se raciona el bien 1, desaparece la porción del conjunto presupuestario situada más allá de la cantidad racionada.

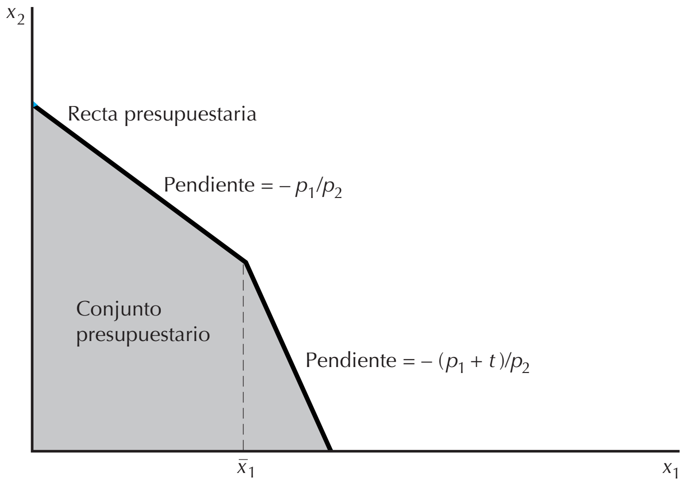


Figura 2.5. Impuesto sobre el consumo superior a $\bar{x}_1$. En este conjunto presupuestario el consumidor sólo debe pagar un impuesto sobre el consumo del bien 1 superior a $\bar{x}_1$, por lo que la recta presupuestaria se vuelve más inclinada a la derecha de ese punto.

Algunas veces se combinan los impuestos, las subvenciones y el racionamiento. Consideremos, por ejemplo, una situación en la que un individuo puede consumir el bien 1 al precio de p_1, hasta el nivel $\bar{x}_1$, a partir del cual tiene que pagar un impuesto

t sobre todo el consumo que traspase ese nivel. La figura 2.5 muestra el conjunto presupuestario de este consumidor. La recta presupuestaria tiene una pendiente de $-p_1/p_2$ a la izquierda de $\bar{x}_1$ y una pendiente de $-(p_1+t)/p_2$ a la derecha de $\bar{x}_1$.

Ejemplo: El programa de cupones de alimentación

Desde la aprobación de la Food Stamp Act (Ley de cupones de alimentación) de 1964, el gobierno federal de Estados Unidos tiene un programa de subvenciones a los alimentos destinado a los pobres, cuyos detalles se han modificado en varias ocasiones. Aquí describiremos los efectos económicos de una de las modificaciones.

Hasta 1979 las familias que reunían ciertos requisitos podían comprar cupones de alimentación para adquirir alimentos en establecimientos minoristas. En enero de 1975, por ejemplo, una familia formada por cuatro personas que participara en el programa podía recibir una cantidad mensual máxima de 153 dólares en cupones.

El precio de los cupones dependía de los ingresos de cada familia. La que tenía unos ingresos mensuales ajustados de 300 dólares pagaba 83 dólares por la cantidad total mensual de cupones. La que tenía unos ingresos mensuales de 100 dólares, pagaba 25 dólares.[2]

El programa de cupones de alimentación anterior a 1979 era una subvención ad valorem a los alimentos. La tasa a la que se subvencionaban éstos dependía de los ingresos de las familias. Aquellas a las que los cupones les costaban 83 dólares pagaban 1 dólar y recibían a cambio alimentos por valor de 1,84 dólares (1,84 es igual a 153 dividido por 83). Del mismo modo, aquellas a las que les costaban 25 dólares pagaban 1 dólar y recibían alimentos por valor de 6,12 dólares (6,12 es igual a 153 dividido por 25).

La figura 2.6A muestra cómo afecta el programa de cupones de alimentación al conjunto presupuestario de una familia. El eje de abscisas mide la cantidad de dinero gastado en alimentación y el de ordenadas la cantidad gastada en todos los demás bienes. Dado que medimos cada bien en función del dinero gastado en él, su "precio" es automáticamente 1 y, por lo tanto, la recta presupuestaria tiene una pendiente de –1.

Si la familia podía comprar 153 dólares de cupones de alimentación por 25 dólares, esto implicaba una subvención de un 84 por ciento ($= 1 - 25/153$) a las compras de alimentos, por lo que la recta presupuestaria tenía una pendiente aproximada de $-0{,}16 (= 25/153)$ hasta que la familia gastara 153 dólares en alimentos. Cada dólar que gastaba en alimentos hasta llegar a 153 dólares sólo le costaba unos 16 centavos menos en consumo de otros bienes. Una vez gastados 153 dólares en alimentos, la recta presupuestaria tenía de nuevo una pendiente de –1.

Estos efectos dan lugar al tipo de vértice que se representa en la figura 2.6. Las familias que tenían mayores ingresos debían pagar más por los cupones. Por lo tanto, la

[2] Estas cifras proceden de Kenneth Clarkson, *Food Stamps and Nutrition*, American Enterprise Institute, 1975.

pendiente de la recta presupuestaria de la familia era cada vez más inclinada a medida que aumentaban sus ingresos.

En 1979 se modificó el programa. A partir de este momento, en lugar de exigir que las familias compren cupones de alimentación, éstos se dan simplemente a las que reúnen los requisitos establecidos. La figura 2.6B muestra cómo afecta este cambio al conjunto presupuestario.

Supongamos que ahora una familia recibe una ayuda mensual de 200 dólares en cupones de alimentación. Eso significa que puede consumir 200 dólares más de alimentos al mes, independientemente de lo que gaste en otros bienes, lo cual implica que la recta presupuestaria se desplaza hacia la derecha en 200 dólares. La pendiente no varía: si se gastara 1 dólar menos en alimentos, significaría que se gasta 1 dólar más en otras cosas, pero como la ley prohíbe a la familia vender los cupones, no varía la cantidad máxima que puede gastar en otros bienes. El programa de cupones de alimentación es, de hecho, una subvención de suma fija con la única salvedad de que no pueden venderse los cupones.

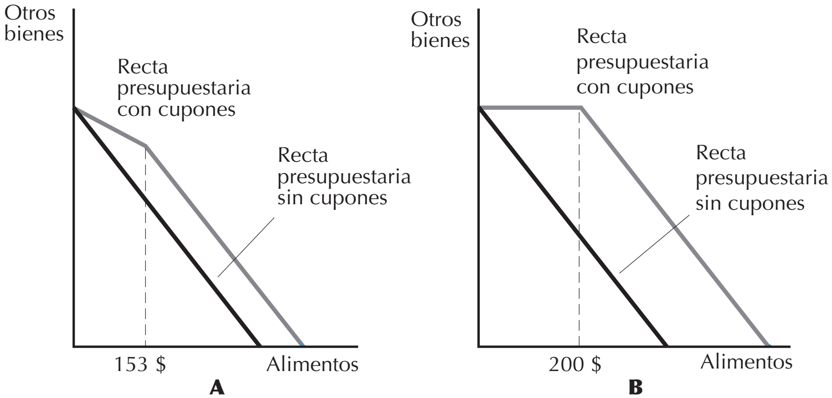


Figura 2.6. Los cupones de alimentación. La figura muestra cómo afecta a la recta presupuestaria el programa de cupones de alimentación existente en Estados Unidos. La parte A representa el programa vigente hasta 1979 y la B el vigente a partir de entonces.

2.7 Las variaciones de la recta presupuestaria

En el siguiente capítulo explicaremos cómo elige el consumidor una cesta óptima de consumo a partir de su conjunto presupuestario. No obstante, ya podemos hacer algunas observaciones que se derivan de lo que hemos aprendido sobre las variaciones de la recta presupuestaria.

En primer lugar, podemos observar que como el conjunto presupuestario no varía cuando multiplicamos todos los precios y la renta por un número positivo, tampoco puede variar el punto de dicho conjunto elegido por el consumidor. Incluso sin analizar el propio proceso de elección, hemos extraído una importante conclusión: una inflación perfectamente equilibrada —en la que todos los precios y todas las rentas varíen en la misma tasa— no altera el conjunto presupuestario de nadie y, por lo tanto, no puede alterar la elección óptima de nadie.

En segundo lugar, podemos hacer algunas afirmaciones sobre el grado de bienestar del consumidor con cada precio y cada renta. Supongamos que aumenta su renta y que no varía ninguno de los precios. Sabemos que, como consecuencia, la recta presupuestaria se desplaza en paralelo y hacia fuera. Por lo tanto, todas las cestas que consumía el individuo cuando tenía una renta más baja también pueden elegirse cuando ésta aumenta. Pero en ese caso el consumidor debe disfrutar como mínimo del mismo bienestar que antes, ya que tiene las mismas posibilidades de elección que antes y algunas más. Del mismo modo, si baja un precio y todos los demás permanecen constantes, el consumidor debe disfrutar al menos del mismo bienestar. De nuevo esta sencilla observación nos será de una gran utilidad más adelante.

Resumen

1. El conjunto presupuestario está formado por todas las cestas de bienes que puede adquirir el consumidor con unos precios y unos ingresos dados. Normalmente, supondremos que sólo hay dos bienes, ya que este supuesto simplifica las operaciones y es, además, más general de lo que parece.
2. La recta presupuestaria se expresa de la forma siguiente: $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Tiene una pendiente de $-p_1/p_2$, una ordenada en el origen de m/p_2 y una abscisa en el origen de m/p_1.
3. El incremento de la renta desplaza la recta presupuestaria hacia fuera. La subida del precio del bien 1 hace que ésta sea más inclinada y la subida del precio del bien 2 que sea más horizontal.
4. Los impuestos, las subvenciones y el racionamiento alteran la pendiente y la posición de la recta presupuestaria alterando, en consecuencia, los precios que paga el consumidor.

Problemas

1. Inicialmente el consumidor tiene la recta presupuestaria $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Ahora se duplica el precio del bien 1, se multiplica por 8 el del bien 2 y se cuadriplica la renta. Muestre mediante una ecuación la nueva recta presupuestaria en función de los precios y de la renta iniciales.

2. ¿Qué ocurre con la recta presupuestaria si sube el precio del bien 2, pero el del 1 y la renta permanecen constantes?
3. Si se duplica el precio del bien 1 y se triplica el del 2, ¿se vuelve la recta presupuestaria más horizontal o más inclinada?
4. ¿Cómo se define un bien numerario?
5. Supongamos que el Gobierno establece un impuesto de 15 céntimos por litro sobre la gasolina y que, más tarde, decide subvencionar este producto a una tasa de 7 céntimos por litro. ¿A qué impuesto neto equivale esta combinación?
6. Supongamos que la ecuación presupuestaria es $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. El Gobierno decide establecer un impuesto de tasa fija de u, un impuesto sobre la cantidad del bien 1 de t y una subvención al bien 2 de s. ¿Cuál es la fórmula de la nueva recta presupuestaria?
7. Si aumenta la renta del consumidor y, al mismo tiempo, baja uno de los precios, ¿disfrutará necesariamente el consumidor al menos del mismo bienestar que antes?

3. Las preferencias

En el capítulo 2 vimos que el modelo económico de la conducta del consumidor es muy sencillo: afirma que los individuos eligen las mejores cosas que están a su alcance. En él tratamos de aclarar el significado de "están a su alcance" y en éste trataremos de aclarar el concepto económico de "mejores cosas".

Los objetos que elige el consumidor se denominan **cestas de consumo**. Éstas consisten en una lista completa de los bienes y los servicios a que se refiera el problema de elección que estemos investigando. Debe subrayarse la palabra "completa": cuando analizamos el problema de elección de un consumidor, debemos asegurarnos de que incluimos todos los bienes pertinentes en la definición de la cesta de consumo.

Si analizamos la elección del consumidor en el plano más general, necesitamos no sólo una lista completa de los bienes que podría consumir, sino también una descripción de cuándo, dónde y en qué circunstancias podría obtenerlos. Después de todo, a los individuos les preocupa saber cuántos alimentos tendrán mañana tanto como saber cuántos tienen hoy. Una balsa en medio del océano Atlántico es muy diferente de una balsa en medio del desierto del Sahara y un paraguas en un día lluvioso es un bien muy diferente de un paraguas en un día soleado. A menudo es útil considerar que un "mismo" bien consumido en dos lugares o circunstancias distintas equivale a dos bienes distintos, ya que el consumidor puede valorarlo de forma diferente en esas situaciones.

Sin embargo, cuando centramos únicamente nuestra atención en un sencillo problema de elección, normalmente los bienes relevantes son bastante obvios. Muchas veces adoptaremos la idea descrita anteriormente de utilizar sólo dos bienes y de llamar a uno de ellos "todos los demás bienes". De esa forma podremos analizar elecciones de consumo que afecten a muchos bienes y utilizar gráficos de dos dimensiones.

Imaginemos, pues, que nuestra cesta de consumo está formada por dos bienes y que x_1 representa la cantidad de uno de ellos y x_2 la del otro. Por lo tanto, la cesta de consumo completa es (x_1, x_2). Como señalamos anteriormente, de vez en cuando representaremos esta cesta de consumo mediante la abreviatura X.

3.1 Las preferencias del consumidor

Supondremos que dadas dos cestas de consumo cualesquiera, (x_1, x_2) y (y_1, y_2), el consumidor puede ordenarlas según su atractivo. Es decir, puede decidir que una de ellas es estrictamente mejor que la otra o bien que le son indiferentes.

Utilizaremos el símbolo $\succ$ para indicar que una cesta **se prefiere estrictamente a** otra, por lo que debe interpretarse que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ significa que el consumidor **prefiere estrictamente** (x_1, x_2) a (y_1, y_2), en el sentido de que le gusta más la cesta x que la y. Esta relación de preferencia pretende ser un concepto práctico. Si el consumidor prefiere una cesta a otra, significa que elegirá la que prefiere, si tiene posibilidad de hacerlo. Por lo tanto, la idea de la preferencia se basa en la *conducta* del consumidor. Para saber si éste prefiere una cesta a otra, observamos cómo se comporta en situaciones en las que hay que elegir entre dos cestas. Si siempre elige la (x_1, x_2) cuando existe la (y_1, y_2), es natural decir que prefiere la (x_1, x_2) a la (y_1, y_2).

Si al consumidor le resulta **indiferente** elegir una u otra de las dos cestas de bienes, utilizamos el símbolo $\sim$ y escribimos $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$. Esto significa que, de acuerdo con sus propias preferencias, cualquiera de las dos cestas satisfaría igualmente al consumidor.

Si el individuo prefiere una de las dos cestas o es indiferente entre ellas, decimos que **prefiere débilmente** la (x_1, x_2) a la (y_1, y_2) y escribimos $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.

Estas relaciones de preferencia estricta, preferencia débil e indiferencia no son conceptos independientes, ¡las propias relaciones están relacionadas entre sí! Por ejemplo, si $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ y $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$, podemos concluir que $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$. Es decir, si el consumidor piensa que la cesta (x_1, x_2) es al menos tan buena como la (y_1, y_2) y que la (y_1, y_2) es al menos tan buena como la (x_1, x_2), debe ser indiferente entre las dos cestas de bienes.

Del mismo modo, si $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$, pero sabemos que *no* se da $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$, podemos concluir que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$, lo que significa simplemente que si el consumidor piensa que la cesta (x_1, x_2) es al menos tan buena como la (y_1, y_2) y no es indiferente ante las dos, debe ser que piensa que la (x_1, x_2) es estrictamente mejor que la (y_1, y_2).

3.2 Supuestos sobre las preferencias

Los economistas suelen partir de algunos supuestos sobre la “compatibilidad” de las preferencias de los consumidores. Por ejemplo, parece poco razonable —por no decir contradictoria— una situación en la que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ y, al mismo tiempo, $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, pues significaría que el consumidor prefiere estrictamente la cesta X a la Y... y viceversa.

Por esa razón, normalmente los economistas parten de una serie de supuestos sobre las relaciones de preferencia. Algunos son tan importantes que podemos llamar-los "axiomas" de la teoría del consumidor. He aquí tres de ellos. Decimos que las preferencias son:

Completas. Suponemos que es posible comparar dos cestas cualesquiera. Es decir, dada cualquier cesta X y cualquier cesta Y, suponemos que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ o $(y_1, y_2) \succeq (x_1, x_2)$ o las dos cosas, en cuyo caso, el consumidor es indiferente entre las dos cestas.

Reflexivas. Suponemos que cualquier cesta es al menos tan buena como ella misma: $(x_1, x_2) \succeq (x_1, x_2)$.

Transitivas. Si $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ y $(y_1, y_2) \succeq (z_1, z_2)$, suponemos que $(x_1, x_2) \succeq (z_1, z_2)$. En otras palabras, si el consumidor piensa que la cesta X es al menos tan buena como la Y y que la Y es al menos tan buena como la Z, piensa que la X es al menos tan buena como la Z.

El primer axioma, la completitud, es difícilmente criticable, al menos en el caso de los tipos de elecciones que suelen analizar los economistas. Decir que pueden compararse dos cestas cualesquiera es decir simplemente que el consumidor es capaz de elegir entre dos cestas cualesquiera. Cabría imaginar situaciones extremas que implicaran elecciones a vida o muerte en las que la ordenación de las opciones fuera difícil o incluso imposible, pero estas elecciones quedan, en su mayor parte, fuera del dominio del análisis económico.

El segundo axioma, la reflexividad, es trivial. Una cesta cualquiera es, ciertamente, tan buena como una cesta idéntica. Las personas que tienen hijos pequeños a veces observan en ellos conductas que violan este supuesto, pero parece probable en la conducta de la mayoría de los adultos.

El tercer axioma, la transitividad, plantea más problemas. No está claro que las preferencias deban tener *necesariamente* esta propiedad. El supuesto de que son transitivas no parece evidente desde un punto de vista puramente lógico, y, de hecho, no lo es. La transitividad es una hipótesis sobre la conducta de los individuos en sus elecciones y no una afirmación puramente lógica. Sin embargo, no importa que sea o no un hecho lógico básico; lo que importa es que sea o no una descripción razonablemente exacta del comportamiento de los individuos.

¿Qué pensaríamos de una persona que dijera que prefiere la cesta X a la Y y la Y a la Z, pero que también dijera que prefiere la Z a la X? Desde luego, lo consideraríamos como prueba de una conducta peculiar.

Y lo que es más importante, ¿cómo se comportaría este consumidor si tuviera que elegir entre las tres cestas X, Y y Z? Si le pidiéramos que eligiera la que prefiere, tendría un serio problema, pues cualquiera que fuese la cesta que eligiera, siempre preferiría otra. Si queremos tener una teoría en la que los individuos tomen las "mejores" decisiones, las preferencias deben satisfacer el axioma de la transitividad o algo muy parecido. Si las preferencias no fueran transitivas, podría muy bien haber un conjunto de cestas tal que ninguna de las elecciones fuera la mejor.

3.3 Las curvas de indiferencia

Como veremos, toda la teoría de la elección del consumidor puede formularse en función de preferencias que satisfagan los tres axiomas descritos antes, además de algunos supuestos más técnicos. No obstante, resultará útil describirlas gráficamente mediante **curvas de indiferencia**.

Consideremos la figura 3.1, cuyos dos ejes representan el consumo de los bienes 1 y 2 por parte de un individuo. Escojamos una determinada cesta de consumo (x_1, x_2) y sombreemos todas las que se prefieren débilmente a ésta. Esa área se llama **conjunto preferido débilmente**. Las cestas de la frontera de este conjunto —es decir, aquellas que el consumidor considera indiferentes a la (x_1, x_2)— constituyen la **curva de indiferencia**.

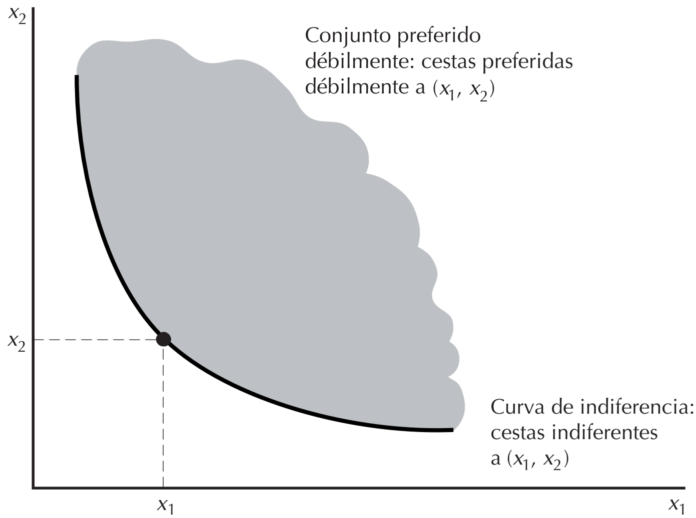


Figura 3.1. Conjunto preferido débilmente. El área sombreada está formada por todas las cestas que son, al menos, tan buenas como la (x_1, x_2).

Podemos trazar una curva de indiferencia partiendo de cualquier cesta de consumo que queramos. Esta curva está formada por todas las cestas ante las cuales el consumidor se muestra indiferente.

Uno de los problemas que plantea la utilización de las curvas de indiferencia para describir las preferencias estriba en que sólo nos muestran las cestas que el consumidor considera indiferentes, pero no cuáles son mejores y cuáles peores. Algunas veces resulta útil trazar pequeñas flechas en las curvas de indiferencia que indiquen la dirección de las cestas preferidas. No lo haremos en todos los casos, pero sí en algunos de los ejemplos que puedan suscitar confusiones.

Si no partimos de otros supuestos sobre las preferencias, las curvas de indiferencia pueden adoptar formas realmente peculiares. Pero incluso en este nivel general podemos formular un importante principio sobre ellas: *las curvas de indiferencia que representan distintos niveles de preferencias no pueden cortarse*. Es decir, no puede darse la situación descrita en la figura 3.2.

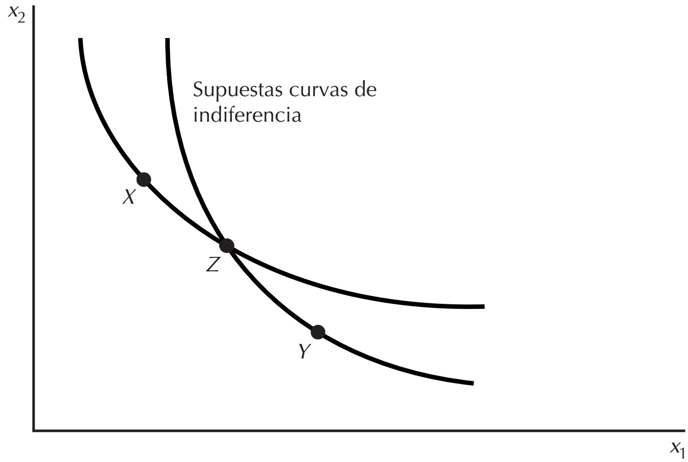


Figura 3.2. Las curvas de indiferencia no pueden cortarse. Si se cortaran, X, Y, y Z tendrían que ser indiferentes y, por lo tanto, no podrían encontrarse en curvas de indiferencia distintas.

Para demostrarlo, escojamos tres cestas de bienes, X, Y y Z, tales que la X se encuentre solamente en una curva de indiferencia, la Y en la otra y la Z en la intersección de ambas. Hemos partido del supuesto de que las curvas de indiferencia representan niveles de preferencias distintos, por lo que una de las cestas, por ejemplo, la X, se prefiere estrictamente a la otra, la Y. Según la definición de las curvas de indiferencia, sabemos que $X \sim Z$ y que $Z \sim Y$. A partir del axioma de la transitividad, podemos concluir que $X \sim Y$. Pero esta conclusión contradice el supuesto de que $X \succ Y$, con lo que queda demostrado el resultado de que las curvas de indiferencia que representan niveles de preferencia distintos no pueden cortarse.

¿Qué otras propiedades tienen las curvas de indiferencia? En abstracto, la respuesta es: no muchas. Las curvas de indiferencia constituyen un instrumento para describir las preferencias. Pueden representar casi todas las preferencias que puedan imaginarse. El truco consiste en aprender qué forma tienen las curvas de indiferencia correspondientes a cada tipo de preferencias.

3.4 Ejemplos de preferencias

Intentemos relacionar las preferencias con las curvas de indiferencia mediante algunos ejemplos. Describiremos algunas preferencias y veremos cómo son las curvas de indiferencia que las representan.

Existe un procedimiento general para construir curvas de indiferencia dada una descripción "verbal" de las preferencias. Primero situamos el lápiz en una cesta de consumo cualquiera del gráfico, por ejemplo, la (x_1, x_2). A continuación imaginamos que le damos al consumidor un poco más del bien 1, Δx_1 desplazándolo a $(x_1 + \Delta x_1, x_2)$. Después nos preguntamos cómo tendría que *variar* el consumo de x_2 para que el consumidor fuera indiferente al punto de consumo inicial, y llamamos a esta variación Δx_2. A continuación nos preguntamos cómo tendría que variar el bien 2, dada una variación del 1, para que el consumidor fuera indiferente entre $(x_1 + \Delta x_1, x_2 + \Delta x_2)$ y (x_1, x_2). Una vez determinado el desplazamiento correspondiente a una cesta de consumo ya tenemos una parte de la curva de indiferencia. Ahora intentamos hacer lo mismo con otra cesta, y así sucesivamente hasta obtener claramente la forma general de las curvas de indiferencia.

Sustitutivos perfectos

Dos bienes son **sustitutivos perfectos** si el consumidor está dispuesto a sustituir uno por otro a una tasa *constante*. El caso más sencillo es aquel en el que el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro a una tasa igual a 1.

Supongamos, por ejemplo, que los dos bienes son lápices rojos y azules y que al consumidor le gustan los lápices, pero le da igual el color. Escoge una cesta de consumo, por ejemplo, la (10, 10). Para este consumidor cualquier otra cesta que contenga 20 lápices es tan buena como la (10, 10). En términos matemáticos, cualquier cesta de consumo (x_1, x_2) tal que $x_1 + x_2 = 20$ se encontrará en la curva de indiferencia que pasa por el punto (10, 10). Por lo tanto, las curvas de indiferencia de este consumidor son todas rectas paralelas con una pendiente de –1, como muestra la figura 3.3. Las cestas que contienen más lápices se prefieren a las que contienen menos, por lo que las sucesivas curvas de indiferencia son paralelas en sentido ascendente y hacia la derecha, como indica la figura 3.3.

¿Cómo se aplica este razonamiento al procedimiento general para trazar curvas de indiferencia? Si nos encontramos en (10, 10) y aumentamos la cantidad del primer bien en una unidad, ¿cuánto tenemos que cambiar el segundo para volver a la curva de indiferencia inicial? Es evidente que tenemos que reducir el segundo bien en 1 unidad.

Por lo tanto, la curva de indiferencia que pasa por el punto (10, 10) tiene una pendiente de –1. Este mismo procedimiento general puede utilizarse con cualquier cesta de bienes con los mismos resultados; en este caso, todas las curvas de indiferencia tienen una pendiente constante de –1.

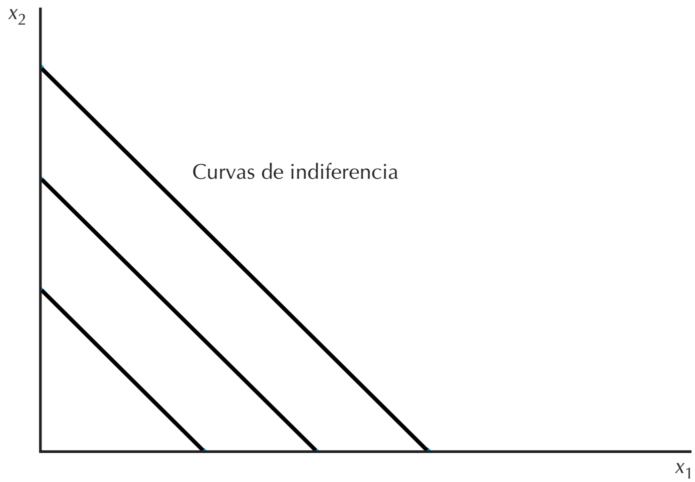


Figura 3.3. Los sustitutivos perfectos. Al consumir sólo le interesa el número total de lápices y no su color. Por lo tanto, las curvas de indiferencia son líneas rectas y tienen una pendiente de –1.

La característica más importante de los sustitutivos perfectos reside en que las curvas de indiferencia tienen una pendiente *constante*. Supongamos, por ejemplo, que representamos los lápices azules en el eje de ordenadas y los *pares* de lápices rojos en el de abscisas. Las pendientes de las curvas de indiferencia correspondientes a estos dos bienes serían iguales a –2, ya que el consumidor estaría dispuesto a renunciar a dos lápices azules para obtener un *par* más de lápices rojos.

En este libro analizaremos principalmente el caso en el que los bienes son sustitutivos perfectos a una tasa igual a 1.

Complementarios perfectos

Los **complementarios perfectos** son bienes que siempre se consumen juntos en proporciones fijas. Los bienes se "complementan" en cierto sentido. Un buen ejemplo son los zapatos del pie derecho y los del izquierdo. Al consumidor le gustan los zapatos, pero siempre lleva juntos el derecho y el izquierdo. No le sirve de nada tener uno solo.

Tracemos las curvas de indiferencia de los bienes complementarios perfectos. Supongamos que elegimos la cesta de consumo (10, 10). Ahora añadimos 1 zapato más del pie derecho, por lo que tenemos (11, 10). Por hipótesis, el consumidor es indiferente entre esta nueva posición y la inicial, ya que el zapato adicional no le sirve para nada. Lo mismo ocurre si añadimos 1 zapato más del pie izquierdo: el consumidor también es indiferente entre (10, 11) y (10, 10).

Por lo tanto, como muestra la figura 3.4, las curvas de indiferencia tienen forma de L cuyo vértice se encuentra en el punto en el que el número de zapatos del pie izquierdo es igual al de zapatos del derecho.

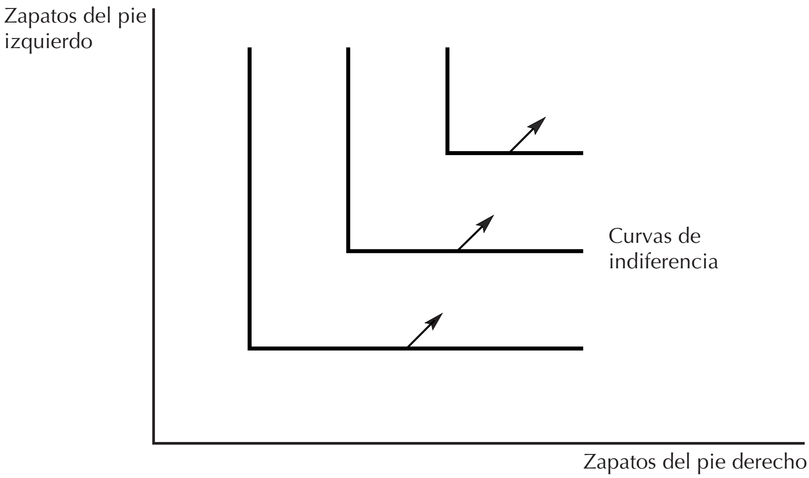


Figura 3.4. Los complementarios perfectos. El individuo siempre desea consumir los bienes en proporciones fijas. Por lo tanto, las curvas de indiferencia tienen forma de L.

El incremento simultáneo del número de zapatos del pie izquierdo y del derecho desplaza al consumidor a una posición mejor, por lo que también en este caso las sucesivas curvas de indiferencia son paralelas en sentido ascendente y hacia la derecha, como muestra el gráfico.

La característica más importante de los complementarios perfectos radica en que el consumidor prefiere consumir los bienes en proporciones fijas y no necesariamente en que la proporción sea de 1 a 1. Si un consumidor echa siempre dos cucharadas de azúcar en el té y no utiliza azúcar para ninguna otra cosa, las curvas de indiferencia tendrán forma de L. En este caso, las esquinas de la L se encontrarán en (2 cucharadas de azúcar, 1 taza de té), (4 cucharadas de azúcar, 2 tazas de té), etc., y no en

(1 zapato del pie derecho, 1 zapato del pie izquierdo), (2 zapatos del pie derecho, 2 zapatos del pie izquierdo), etc.

En este libro analizaremos principalmente el caso en el que los bienes se consumen en la misma proporción.

Males

Un **mal** es una mercancía que no gusta al consumidor. Supongamos, por ejemplo, que ahora las mercancías que consideramos son el salchichón y las anchoas y que al consumidor le gusta el salchichón, pero no las anchoas. Pero supongamos también que existe una posibilidad de intercambiar los dos bienes. Es decir, en una pizza hay una cantidad de salchichón por la que al consumidor le compensaría tener que consumir una cantidad dada de anchoas. ¿Cómo podemos representar estas preferencias mediante curvas de indiferencia?

Escojamos una cesta (x_1, x_2) formada por algunas rodajas de salchichón y algunas anchoas. Si le damos al consumidor más anchoas, ¿cómo tendremos que variar el número de rodajas de salchichón que le damos para que permanezca en la misma curva de indiferencia? Es evidente que tenemos que darle algunas más para compensarle por tener que soportar las anchoas. Por lo tanto, este consumidor debe tener curvas de indiferencia de pendiente positiva como las que muestra la figura 3.5.

Las sucesivas curvas de indiferencia son paralelas en sentido ascendente y hacia la derecha, es decir, el consumidor prefiere consumir menos anchoas y más salchichón, como indican las flechas del gráfico.

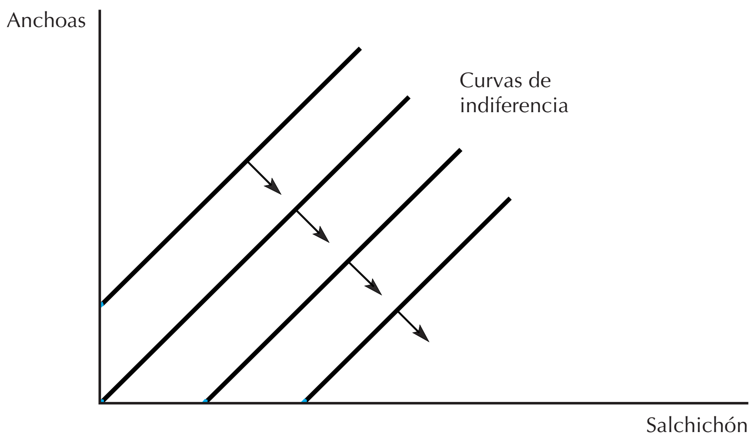


Figura 3.5. Los males. Para este consumidor las anchoas son un "mal" y el salchichón un "bien". Por lo tanto, sus curvas de indiferencia tienen pendiente positiva.

Neutrales

Un bien es **neutral** si al consumidor le da igual. ¿Qué ocurre si un consumidor es neutral respecto a las anchoas?[1] En ese caso, sus curvas de indiferencia serán líneas verticales, como en la figura 3.6. Sólo le interesará la cantidad de salchichón que tenga y no le importará la de anchoas. Cuanto más salchichón tenga, mejor, pero el aumento de las anchoas no le afectará en absoluto.

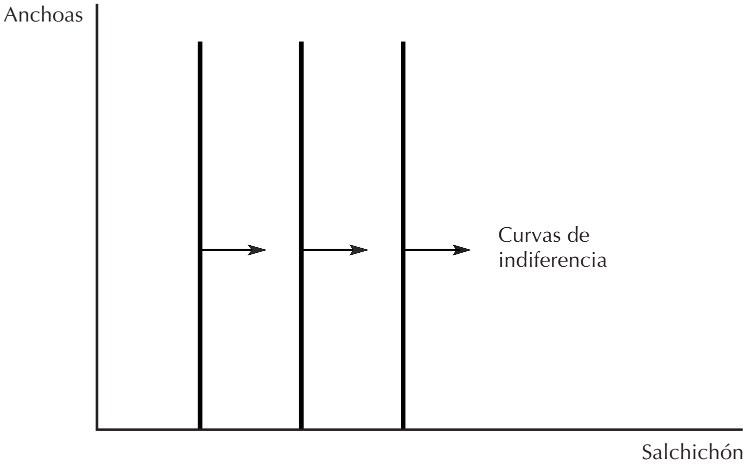


Figura 3.6. Un bien neutral. Al consumir le gusta el salchichón, pero es neutral ante las anchoas, por lo que sus curvas de indiferencia son líneas verticales.

Saciedad

A veces interesa considerar una situación de **saciedad**, en la que hay una cesta global mejor para el consumidor y cuanto "más cerca" se encuentre de esa cesta, mejor; mayor será su bienestar, en función de sus propias preferencias. Supongamos, por ejemplo, que el consumidor prefiere la cesta de bienes $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ más que ninguna otra y que cuanto más lejos está de ella, menor es su bienestar. En este caso, decimos que $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ es un punto de **saciedad** o un punto de **máxima felicidad**. Las curvas de indiferencia del consumidor son como las que muestra la figura 3.7. El mejor punto es $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$ y los que se alejan de él se encuentran en curvas de indiferencia "más bajas".

En este caso, las curvas de indiferencia tienen pendiente negativa cuando el consumidor tiene una cantidad "demasiado pequeña" o "demasiado grande" de ambos bienes, y una pendiente positiva cuanto tiene "demasiado" de uno de ellos. Cuando

[1] ¿Puede ser alguien neutral ante las anchoas?

tiene una cantidad demasiado grande de uno de los bienes, éste se convierte en un mal, por lo que la reducción del consumo del bien malo lo aproxima a su "punto de máxima felicidad". Si tiene una cantidad demasiado grande de los dos bienes, ambos son males, por lo que la reducción del consumo de cada uno lo acerca al punto de máxima felicidad.

Supongamos, por ejemplo, que los dos bienes son las tartas y los helados de chocolate. Es muy posible que queramos comer a la semana una cantidad óptima de tarta y de helado de chocolate. Nuestro bienestar sería menor si comiéramos una cantidad menor, pero también si comiéramos una mayor.

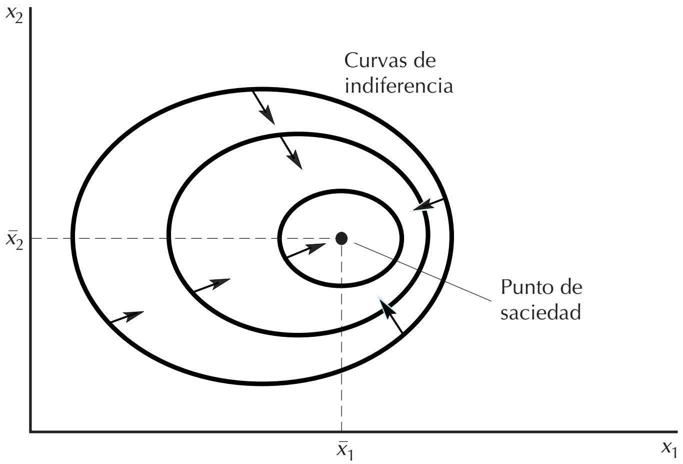


Figura 3.7. Preferencias saciadas. La cesta $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ es el punto de saciedad o punto de máxima felicidad y las curvas de indiferencia rodean a este punto.

Si nos detenemos a considerarlo, la mayoría de los bienes son, en ese sentido, como las tartas y los helados de chocolate: podemos desear una cantidad demasiado grande de casi todo. Sin embargo, por lo general, los individuos no *eligen* voluntariamente una cantidad demasiado grande de los bienes que consumen. ¿Por qué iban a hacerlo? Por lo tanto, el área interesante desde el punto de vista de la elección económica es aquella en la que tenemos una cantidad de la mayoría de los bienes menor de la que queremos. Este tipo de elecciones es el que interesa realmente a la gente, por lo que será el que analicemos.

Bienes discretos

Normalmente cuando hablamos de medir las cantidades de bienes, pensamos en unidades en las que tengan sentido los decimales; por ejemplo, una persona puede consumir 12,43 litros de leche al mes aunque la compre por litros. Sin embargo, a veces queremos examinar las preferencias por algunos bienes que se encuentran de manera natural en unidades discretas.

Analicemos, por ejemplo, la demanda de automóviles de un consumidor. Podríamos definirla en función del tiempo que se utiliza un automóvil, de tal manera que tendríamos una variable continua. Sin embargo, en muchos casos el que interesa es el número real demandado de automóviles.

No hay ningún problema en utilizar las preferencias para describir la elección en el caso de este tipo de bien discreto. Supongamos que x_2 es el dinero que se gasta en otros bienes y x_1 es un **bien discreto** que sólo se encuentra en cantidades enteras. En la figura 3.8 hemos representado la forma de las "curvas" de indiferencia y un conjunto preferido débilmente de este tipo de bien. En este caso, las cestas indiferentes a una cesta dada son un conjunto de puntos discretos. El conjunto de cestas que es al menos tan bueno como una determinada cesta es un conjunto de segmentos rectilíneos.

La decisión de poner o no énfasis en el carácter discreto de un bien dependerá de cada caso. Si el consumidor sólo elige una o dos unidades del bien durante el periodo analizado, puede ser importante el reconocimiento del carácter discreto de la elección. Pero si el consumidor elige 30 o 40 unidades, probablemente resultará preferible concebirlo como un bien continuo.

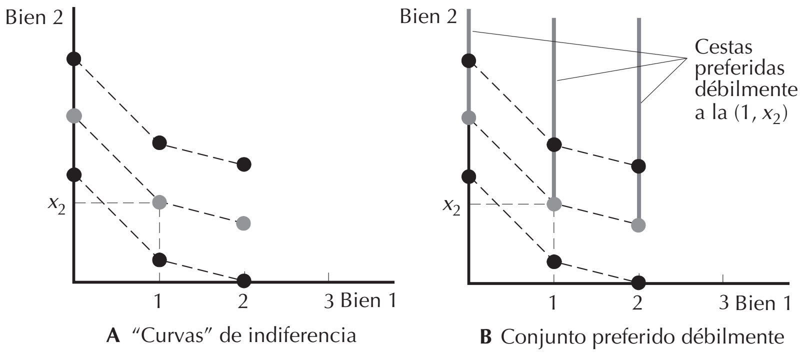


Figura 3.8. Un bien discreto. El bien 1 sólo se encuentra en cantidades enteras. En la parte A las líneas discontinuas conectan las cestas que son indiferentes y en la parte B las líneas rectas verticales representan cestas que son, al menos, tan buenas como la indicada.

3.5 Las preferencias regulares

Ya hemos visto algunos ejemplos de curvas de indiferencia. Muchas clases de preferencias, razonables o no, pueden describirse mediante estos sencillos gráficos. Pero, si queremos describir preferencias en general, es útil centrar la atención en sólo unas cuantas formas generales de las curvas de indiferencia. En este apartado describiremos algunos de los supuestos más generales sobre las preferencias y atenderemos a la forma de las correspondientes curvas de indiferencia. Estos supuestos no son los únicos posibles; en algunas situaciones quizá sea deseable utilizar otros. No obstante, consideraremos que son los rasgos que definen las **curvas de indiferencia regulares**.

En primer lugar, generalmente suponemos que cuanto más, mejor; es decir, que hablamos de *bienes* y no de males. Más concretamente, si (x_1, x_2) es una cesta de bienes y (y_1, y_2) es otra que contiene al menos la misma cantidad de ambos bienes y más de uno de ellos, $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$. Este supuesto se denomina a veces "preferencias **monótonas**". Como hemos sugerido en nuestro análisis de la saciedad, el supuesto de "cuanto más, mejor" probablemente sólo se cumpla hasta un punto determinado. Por lo tanto, el supuesto de que las preferencias son monótonas indica que sólo vamos a examinar las situaciones que se encuentran *antes* de alcanzar ese punto —antes de que haya saciedad alguna— en las que más *todavía* es mejor. La economía no sería una disciplina muy interesante en un mundo en el que todas las personas estuvieran saciadas en su consumo de todos y cada uno de los bienes.

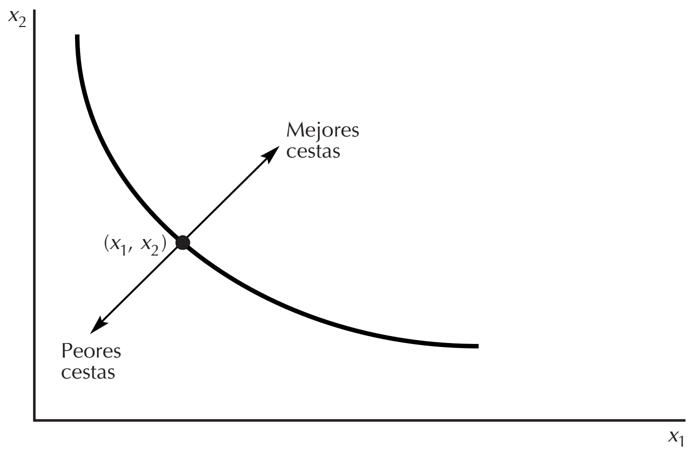


Figura 3.9. Preferencias monótonas. Para el consumidor es mejor la cesta que contiene una mayor cantidad de ambos bienes y, peor, la que contiene una cantidad menor.

¿Qué consecuencias tiene para la forma de las curvas de indiferencia el hecho de que las preferencias sean monótonas? Implica que tienen pendiente *negativa*. Consideremos la figura 3.9. Si partimos de la cesta (x_1, x_2) y nos desplazamos en sentido ascendente y hacia la derecha, nos desplazamos necesariamente a una posición mejor. Si nos desplazamos hacia abajo y hacia la izquierda, nos desplazamos necesariamente a una posición peor. Por lo tanto, para desplazarnos a una posición *indiferente*, debemos desplazarnos, o bien hacia la izquierda y en sentido ascendente, o bien hacia la derecha y en sentido descendente: la curva de indiferencia debe tener pendiente negativa.

En segundo lugar, vamos a suponer que se prefieren las medias a los extremos. Es decir, si tenemos dos cestas de bienes (x_1, x_2) y (y_1, y_2) en la misma curva de indiferencia y tomamos una media ponderada de las dos como la siguiente:

$$\left(\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}y_1, \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}y_2\right),$$

la cesta media será al menos tan buena como cada una de las dos cestas extremas o estrictamente preferible a ellas. Esta cesta media ponderada contiene la cantidad media del bien 1 y la cantidad media del 2 presente en las dos cestas. Por lo tanto, se encuentra en el medio de la recta que une la cesta x y la y.

De hecho, vamos a adoptar este supuesto en el caso de cualquier peso t situado entre 0 y 1 y no sólo cuando es $1/2$. Supondremos, por lo tanto, que si $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$,

$$(tx_1 + (1-t)y_1, tx_2 + (1-t)y_2) \succ (x_1, x_2)$$

para cualquier t tal que $0 \leq t \leq 1$. Esta media ponderada de las dos cestas asigna un peso t a la cesta X y un peso $1 - t$ a la Y. Por consiguiente, la distancia que hay entre la cesta X y la cesta media es una proporción t de la distancia que hay entre la cesta Y y la X, a lo largo de la recta que une las dos cestas.

¿Qué significa este supuesto sobre las preferencias desde el punto de vista geométrico? Significa que el conjunto de cestas preferidas débilmente a la (x_1, x_2) es un **conjunto convexo**, pues suponemos que (y_1, y_2) y (x_1, x_2) son cestas indiferentes. En ese caso, si se prefieren las medias a los extremos, todas las medias ponderadas de (x_1, x_2) y (y_1, y_2) se prefieren débilmente a (x_1, x_2) y (y_1, y_2). Un conjunto convexo tiene la propiedad de que si se toman dos puntos *cualesquiera* del conjunto y se traza el segmento que los une, este segmento pertenece en su totalidad al conjunto.

La figura 3.10A muestra un ejemplo de preferencias convexas y la 3.10B y 3.10C dos ejemplos de preferencias no convexas. Esta última muestra unas preferencias que son tan poco convexas que podríamos llamarlas “preferencias cóncavas”.

¿Conoce el lector alguna preferencia que no sea convexa? Una posibilidad podría ser algo así como mis preferencias por el helado y las aceitunas. Me gusta el helado y las aceitunas... pero no me gustan juntos. Es posible que cuando considere mi consumo dentro de una hora, me dé igual consumir 200 gramos de helado y 25 de aceitunas que 200 gramos de aceitunas y 25 de helado, pero cualquiera de estas dos cestas será mejor que consumir 100 gramos de cada una. Éste es el tipo de preferencias que describe la figura 3.10C.

¿Por qué queremos suponer que las preferencias regulares son convexas? Porque los bienes se consumen casi siempre juntos. Las clases de preferencias representadas en las figuras 3.10B y 3.10C implican que el consumidor preferiría especializarse, al menos hasta cierto punto, y consumir solamente uno de los bienes. Sin embargo, el caso normal es aquel en que el consumidor desea intercambiar una parte de uno de los bienes por una parte del otro y terminar consumiendo una cierta cantidad de cada uno, más que especializarse en el consumo exclusivo de uno de los dos.

De hecho, si examináramos mis preferencias por el consumo *mensual* de helado y de aceitunas, en lugar de mi consumo inmediato, éstas tenderían a parecerse mucho más a las de la figura 3.10A que a las de la 3.10C. Cada mes preferiría tener una cierta cantidad tanto de helado como de aceitunas —aunque en momentos diferentes— a especializarme en el consumo de uno de los dos bienes durante todo el mes.

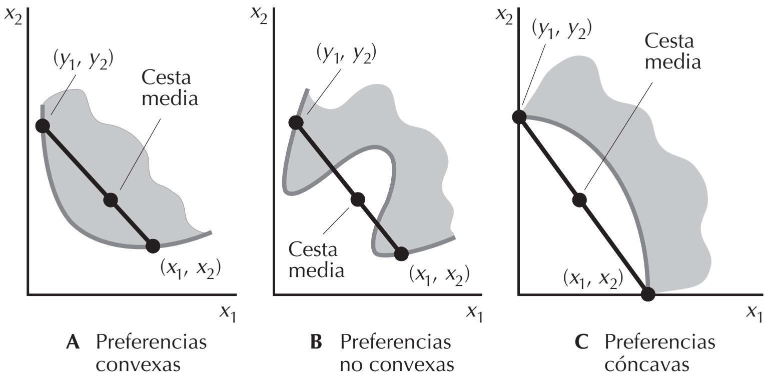


Figura 3.10. Varios tipos de preferencia. La parte A representa unas preferencias convexas; la B, unas preferencias no convexas; y la C, unas preferencias "cóncavas".

Por último, una de las extensiones del supuesto de la convexidad es el supuesto de la **convexidad estricta**, que significa que la media ponderada de dos cestas indiferentes se prefiere estrictamente a las dos cestas extremas. Las preferencias convexas pueden tener segmentos rectilíneos, mientras que las *estrictamente* convexas deben tener curvas de indiferencia que sean "curvilíneas". Las preferencias por dos bienes que sean sustitutivos perfectos son convexas, pero no estrictamente convexas.

3.6 La relación marginal de sustitución

Muchas veces es útil referirse a la pendiente de las curvas de indiferencia en un determinado punto, tanto es así que recibe incluso un nombre: se llama **relación marginal de sustitución (RMS)** debido a que mide la relación en que el consumidor está dispuesto a sustituir un bien por el otro.

Supongamos que le quitamos un poco del bien 1, Δx_1, y le damos Δx_2 que es una cantidad suficiente para que vuelva a su curva de indiferencia, por lo que disfruta exactamente del mismo nivel de bienestar que antes de esta sustitución de x_1 por x_2. $\Delta x_2/\Delta x_1$ es la *relación* en que el consumidor está dispuesto a sustituir el bien 1 por el 2.

Imaginemos ahora que Δx_1 es una variación muy pequeña, es decir, una variación marginal. En ese caso, el cociente $\Delta x_2/\Delta x_1$ mide la relación *marginal* de sustitución del bien 1 por el 2. A medida que disminuye Δx_1, $\Delta x_2/\Delta x_1$ se aproxima a la pendiente de la curva de indiferencia, como muestra la figura 3.11.

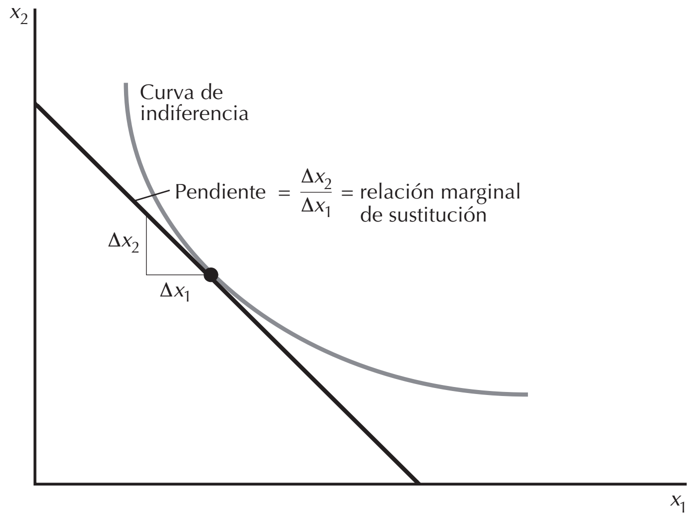


Figura 3.11. La relación marginal de sustitución (RMS). La relación marginal de sustitución mide la pendiente de la curva de indiferencia.

Cuando escribamos el cociente $\Delta x_2/\Delta x_1$, siempre supondremos que tanto el numerador como el denominador son cifras pequeñas, que representan variaciones *marginales* con respecto a la cesta de consumo inicial. Por lo tanto, el cociente que define la relación marginal de sustitución siempre describirá la pendiente de la curva de indiferencia, es decir, la relación en la que el consumidor está dispuesto a sacrificar una pequeña cantidad del bien 1 a cambio de un pequeño aumento del consumo del bien 2.

Una característica algo desconcertante de la relación marginal de sustitución es el hecho de que sea normalmente *negativa*. Ya hemos visto que las preferencias monótonas implican que las curvas de indiferencia deben tener pendiente negativa. Dado que la RMS es la medida numérica de la pendiente de una curva de indiferencia, naturalmente será negativa.

La relación marginal de sustitución mide un interesante aspecto de la conducta del consumidor. Supongamos que éste tiene unas preferencias "regulares", es decir, unas preferencias que son monótonas y convexas, y que consume actualmente una cesta (x_1, x_2). Ahora le ofrecemos un cambio: puede intercambiar cualquier cantidad del bien 1 por cualquier cantidad del 2 o cualquier cantidad del 2 por cualquier cantidad del 1, a una "relación de intercambio" E.

Es decir, si renuncia a Δx_1 unidades del bien 1, puede obtener a cambio $E\Delta x_1$ unidades del 2, o si, por el contrario, renuncia a Δx_2 unidades del bien 2, puede obtener $\Delta x_2/E$ unidades del 1. En términos geométricos, estamos ofreciéndole la posibilidad de trasladarse a cualquier punto de una línea que tiene una pendiente de $-E$ y que pasa por (x_1, x_2), como muestra la figura 3.12. Desplazarse en sentido ascendente y hacia la izquierda de (x_1, x_2) significa intercambiar el bien 1 por el 2, y desplazarse en sentido descendente y hacia la derecha significa intercambiar el bien 2 por el 1. En ambos desplazamientos, la relación de intercambio es E. Dado que el intercambio siempre entraña renunciar a un bien a cambio de otro, la *relación* de intercambio E corresponde a una *pendiente* de $-E$.

Ahora podemos preguntarnos cuál tendría que ser la relación de intercambio para que el consumidor deseara permanecer en (x_1, x_2). Para responder a esta pregunta basta observar que siempre que la recta de intercambio *corta* la curva de indiferencia, hay algunos puntos de esa recta que se prefieren a (x_1, x_2), es decir, que se encuentran por encima de la curva de indiferencia. Así pues, si no se produce ningún desplazamiento con respecto a (x_1, x_2), la recta de intercambio debe ser tangente a la curva de indiferencia. Es decir, la pendiente de la recta de intercambio, $-E$, debe ser la pendiente de la curva de indiferencia en (x_1, x_2). Con cualquier otra relación de intercambio, la recta de intercambio cortaría a la curva de indiferencia, lo que permitiría al consumidor desplazarse a un punto mejor para él.

Así pues, la pendiente de la curva de indiferencia, la relación marginal de sustitución, mide la relación en la que al consumidor le es igual intercambiar o no los dos bienes. Con cualquier otra relación de intercambio que no sea la relación marginal de sustitución, deseará intercambiar un bien por el otro. Pero si la relación de intercambio es idéntica a la relación marginal de sustitución, deseará permanecer en el mismo punto.

3.7 Otras interpretaciones de la RMS

Hemos dicho que la RMS mide la relación a la que el consumidor empezaría a estar dispuesto a sustituir un bien por el otro. También podríamos afirmar que se encuentra en el punto en que empieza a estar dispuesto a "pagar" una cierta cantidad del bien 1 para conseguir algo más del 2. Ésa es la razón por la que algunas veces oímos decir que la pendiente de la curva de indiferencia mide la **disposición marginal a pagar**.

Si el bien 1 representa el consumo de "todos los demás bienes" y se mide en la cantidad de euros que podemos gastar en ellos, la interpretación de la disposición marginal a pagar es muy natural. La relación marginal de sustitución del bien 1 por el 2 es la cantidad de euros que estamos dispuestos a detraer del gasto en los demás bienes para consumir algo más del 2. Por lo tanto, mide la disposición marginal a renunciar a algunos euros para consumir una cantidad mayor del bien 2. Pero renunciar a esos euros es exactamente lo mismo que pagarlos para consumir una cantidad algo mayor del bien 2.

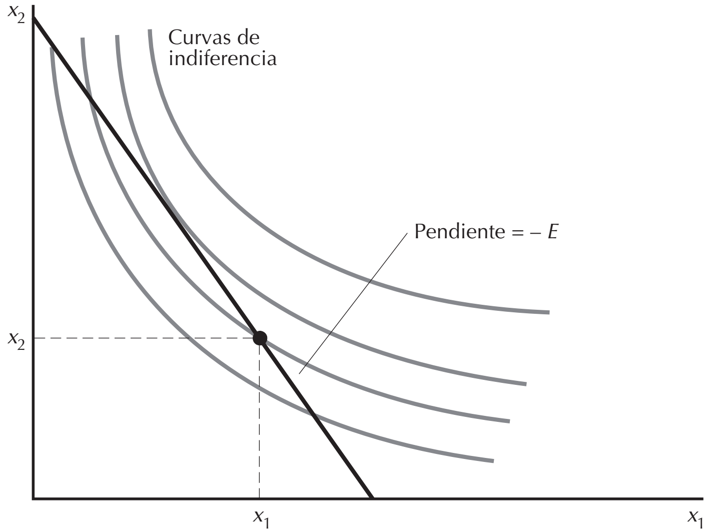


Figura 3.12. El intercambio a una determinada relación. En esta figura el consumidor intercambia los bienes a una relación de intercambio E, lo que implica que puede desplazarse a lo largo de una recta que tiene una pendiente de – E.

Cuando se utiliza la interpretación de la RMS basada en la disposición marginal a pagar debe tenerse especial cuidado en subrayar tanto el término "marginal" como el término "disposición". La RMS mide la cantidad del bien 1 que estamos *dispuestos* a pagar por una cantidad *marginal* de consumo adicional del 2. Lo que *tengamos* que pagar realmente por una cantidad dada de consumo adicional puede ser diferente de lo que estemos dispuestos a pagar. Lo que tengamos que pagar dependerá del precio del bien en cuestión y lo que estemos dispuestos a pagar no dependerá del precio sino de nuestras preferencias.

Del mismo modo, lo que estemos dispuestos a pagar por una gran variación del consumo puede ser diferente de lo que estemos dispuestos a pagar por una variación marginal. La cantidad que terminemos comprando realmente dependerá de nuestras preferencias por los bienes y de los precios que tengamos que pagar por ellos. Lo que estemos dispuestos a pagar por una pequeña cantidad adicional de un bien dependerá exclusivamente de nuestras preferencias.

3.8 La relación marginal de sustitución y las preferencias

A veces resulta útil describir la forma de las curvas de indiferencia en función de la relación marginal de sustitución. Por ejemplo, las curvas de indiferencia de los "sustitutivos perfectos" se caracterizan por el hecho de que la relación marginal de sustitución es constante e igual a –1. El caso de los "neutrales" se caracteriza por el hecho de que la relación marginal de sustitución es infinita en todos los puntos. Las preferencias por los "complementarios perfectos" se caracterizan por el hecho de que la RMS no puede ser más que 0 o infinita.

Ya hemos señalado que el supuesto de que las preferencias son monótonas implica que las curvas de indiferencia deben tener pendiente negativa, por lo que la RMS siempre implica reducir el consumo de un bien para conseguir una mayor cantidad de otro.

El caso de las curvas de indiferencia convexas corresponde a otro tipo más de RMS. Cuando las curvas de indiferencia son convexas, la relación marginal de sustitución –la pendiente de la curva de indiferencia– disminuye cuando aumentamos x_1. Por lo tanto, las curvas de indiferencia muestran una **relación marginal de sustitución decreciente**, lo cual significa que la cantidad del bien 1 a la que la persona está dispuesta a renunciar a cambio de una cantidad adicional del bien 2 aumenta a medida que aumenta la cantidad del bien 1. La convexidad de las curvas de indiferencia parece muy natural cuando se expresa de esta forma: cuanto mayor sea la cantidad que tengamos de un bien, más dispuestos estaremos a renunciar a una parte de él a cambio de otro (recuérdese, sin embargo, el ejemplo del helado y las aceitunas: este supuesto podría no ser válido en el caso de algunos pares de bienes).

Resumen

1. Los economistas suponen que un consumidor puede ordenar las distintas posibilidades de consumo. La forma en que las ordene describe sus preferencias.

2. Las curvas de indiferencia pueden utilizarse para representar diferentes tipos de preferencias.
3. Las preferencias regulares son monótonas (lo que significa que “cuanto más, mejor”) y convexas (lo que significa que se prefieren las medias a los extremos).
4. La relación marginal de sustitución mide la pendiente de la curva de indiferencia. Muestra la cantidad del bien 1 a la que está dispuesto a renunciar el consumidor para adquirir una cantidad mayor del 2.

Problemas

1. Si observamos que un consumidor elige (x_1, x_2) cuando también puede elegir (y_1, y_2), ¿está justificado que concluyamos que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$?
2. Considere un grupo de personas A, B, C y la relación “al menos tan alto como”, por ejemplo, “A es al menos tan alto como B”. ¿Es transitiva esta relación? ¿Es completa?
3. Considere el mismo grupo de personas y la relación “estrictamente más alto que”. ¿Es transitiva esta relación? ¿Es reflexiva? ¿Es completa?
4. El entrenador de un equipo de fútbol universitario dice que dados dos delanteros cualesquiera, A y B, siempre prefiere al más alto y más rápido. ¿Es transitiva esta relación? ¿Es completa?
5. ¿Puede una curva de indiferencia cortarse a sí misma? Por ejemplo, ¿podría describir la figura 3.2 una única curva de indiferencia?
6. ¿Podría ser la figura 3.2 una única curva de indiferencia si las preferencias fueran monótonas?
7. Si tanto el salchichón como las anchoas son males, ¿tiene la curva de indiferencia pendiente positiva o negativa?
8. Explique por qué las preferencias convexas significan que “se prefieren las medias a los extremos”.
9. ¿Cuál es la relación marginal de sustitución de billetes de 500 euros por billetes de 100?
10. Si el bien 1 es “neutral”, ¿cuál es la relación marginal de sustitución del bien 1 por el 2?
11. Cite algunos otros bienes en cuyo caso sus preferencias podrían ser cóncavas.

4. LA UTILIDAD

En la época victoriana, los filósofos y los economistas hablaban alegremente de la "utilidad" como indicador del bienestar general de las personas. Se consideraba una medida numérica de la felicidad del individuo. Dada esta idea, era natural imaginar que los consumidores tomaban sus decisiones con vistas a maximizar su utilidad, es decir, a ser lo más felices posible.

El problema estriba en que estos economistas clásicos nunca describieron realmente cómo se medía la utilidad. ¿Cómo se supone que debemos cuantificar la "cantidad" de utilidad de las diferentes elecciones? ¿Es la utilidad lo mismo para una persona que para otra? ¿Qué quiere decir que una chocolatina me reporta el doble de utilidad que una zanahoria? ¿Tiene el concepto de utilidad algún significado independiente, de no ser el de ser lo que maximizan los individuos?

Debido a estos problemas conceptuales, los economistas han abandonado la anticuada idea de la utilidad como medida de la felicidad y han reformulado totalmente la teoría de la conducta del consumidor en función, ahora, de sus **preferencias**. Se considera que la utilidad no es más que una *forma de describirlas*.

Los economistas se han dado cuenta gradualmente de que lo único importante de la utilidad, en lo que a la elección se refiere, es si una cesta tiene una mayor utilidad que otra y no el grado en que una utilidad es mayor que otra. Antes, las preferencias se definían en función de la utilidad: decir que se prefería la cesta (x_1, x_2) a la (y_1, y_2) significaba que la X tenía una mayor utilidad que la Y. Sin embargo, hoy tendemos a ver las cosas de otra forma. Las *preferencias* del consumidor son la descripción fundamental para analizar la elección, y la utilidad no es más que una forma de describirlas.

Una **función de utilidad** es un instrumento para asignar un número a todas las cestas de consumo posibles de tal forma que las que se prefieren tengan un número más alto que las que no se prefieren. Es decir, la cesta (x_1, x_2) se prefiere a la (y_1, y_2) si y sólo si la utilidad de la primera es mayor que la utilidad de la segunda; en símbolos, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ si y sólo si $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$.

La única propiedad importante de una asignación de utilidad es la forma en que *ordena* las cestas de bienes. La magnitud de la función de utilidad sólo es relevante en la medida en que nos permite determinar el *puesto* relativo que ocupan las diferentes cestas de consumo; la magnitud de la diferencia de utilidad entre dos cestas de consumo cualesquiera no importa. Este tipo de utilidad se denomina **utilidad ordinal** debido a que pone el énfasis en la ordenación de las cestas de bienes.

Consideremos, por ejemplo, el cuadro 4.1, en el que mostramos varias formas de asignar utilidades a tres cestas de bienes, que las ordenan de la misma manera. En este ejemplo, el consumidor prefiere la A a la B y la B a la C. Todas las formas de asignación indicadas son funciones de utilidad válidas que describen las mismas preferencias porque todas tienen la propiedad de que asignan a la A un número más alto que a la B, a la cual asignan, a su vez, un número más alto que a la C.

Cesta	U_1	U_2	U_3
A	3	17	– 1
B	2	10	– 2
C	1	0,002	– 3

Cuadro 4.1. Diferentes formas de asignar utilidades.

Dado que sólo importa la ordenación de las cestas de bienes, no puede haber una sola manera de asignarles utilidades. Si podemos encontrar una forma de asignar cifras de utilidad a cestas de bienes, podremos también hallar un número infinito de formas de hacerlo. Si $u(x_1, x_2)$ representa una forma de asignar cifras de utilidades a las cestas (x_1, x_2), multiplicar $u(x_1, x_2)$ por 2 (o por cualquier otro número positivo) es una forma igualmente buena de asignarlas.

La multiplicación por 2 es un ejemplo de **transformación monótona**: transforma una serie de números en otra de tal manera que se mantenga el orden de éstos.

Normalmente, las transformaciones monótonas se representan mediante una función $f(u)$ que cambia cada número u por algún otro número $f(u)$, de tal manera que se mantiene el orden de los números en el sentido de que $u_1 > u_2$ implica que $f(u_1) > f(u_2)$. Una transformación monótona y una función monótona son esencialmente lo mismo.

Ejemplos de transformación monótona son la multiplicación por un número positivo (por ejemplo, $f(u) = 3u$), la suma de cualquier número (por ejemplo, $f(u) = u + 17$), la elevación de u a una potencia impar (por ejemplo, $f(u) = u^3$), etc.[1]

[1] Lo que llamamos "transformación monótona" se denomina, estrictamente hablando, "transformación monótonamente creciente", para distinguirla de la "transformación monótonamente decreciente" que es aquella que *invierte* el orden de los números. El término "transformaciones monótonas" es un tanto injusto, ya que estas transformaciones pueden ser, de hecho, muy interesantes.

La tasa de variación de $f(u)$ provocada por una variación de u puede medirse observando la variación que experimenta f entre dos valores de u, dividida por la variación de u:

$$\frac{\Delta f}{\Delta u} = \frac{f(u_2) - f(u_1)}{u_2 - u_1}.$$

En el caso de una transformación monótona, $f(u_2) - f(u_1)$ siempre tiene el mismo signo que $u_2 - u_1$. Por lo tanto, una función monótona siempre tiene una tasa de variación positiva, lo que significa que el gráfico de una función de este tipo siempre tiene pendiente positiva, como muestra la figura 4.1A.

Si $f(u)$ es una transformación monótona *cualquiera* de una función de utilidad que representa las preferencias $\succeq$, $f(u(x_1, x_2))$ también es una función de utilidad que representa esas mismas preferencias.

¿Por qué? Por las tres razones siguientes:

1. Decir que $u(x_1, x_2)$ representa las preferencias $\succeq$ significa que $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ si y sólo si $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.
2. Pero si $f(u)$ es una transformación monótona, $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$ si y sólo si $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$.
3. Por lo tanto, $f(u(x_1, x_2)) > f(u(y_1, y_2))$ si y sólo si $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$, por lo que la función $f(u)$ representa las preferencias $\succeq$ de la misma forma que la función de utilidad original $u(x_1, x_2)$.

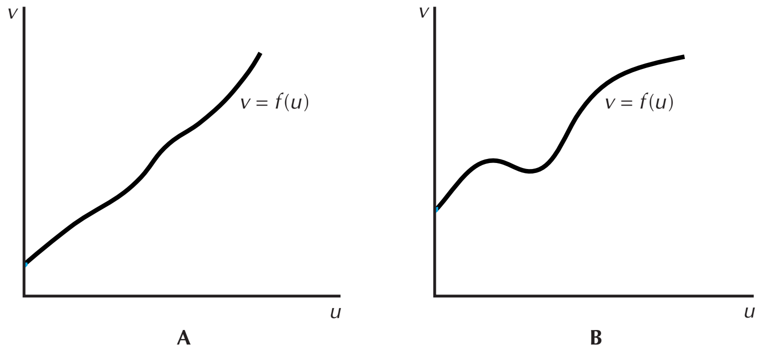


Figura 4.1. Una transformación monótona positiva. La parte A muestra una función monótona, es decir, una función que siempre es creciente. La B muestra una función que no es monótona, ya que unas veces aumenta y otras disminuye.

Resumimos este análisis formulando el siguiente principio: *una transformación monótona de una función de utilidad es una función de utilidad que representa las mismas preferencias que la función de utilidad original.*

Desde el punto de vista geométrico, una función de utilidad es una forma de denominar las curvas de indiferencia. Dado que todas las cestas de una curva de indiferencia deben tener la misma utilidad, una función de utilidad es un instrumento para asignar números a las distintas curvas de indiferencia de tal manera que las más altas reciban números más altos. Desde este punto de vista, una transformación monótona equivale exactamente a denominar de nuevo las curvas de indiferencia. Mientras las curvas de indiferencia que contengan las cestas que se prefieren reciban un número más alto que las que contienen las cestas que no se prefieren, las denominaciones representarán las mismas preferencias.

4.1 La utilidad cardinal

Existen algunas teorías de la utilidad que consideran importante su magnitud y que se conocen como teorías de la utilidad cardinal. En una teoría de **la utilidad cardinal**, se supone que la magnitud de la diferencia de utilidad entre dos cestas tiene algún tipo de significado.

Sabemos cómo se averigua si una persona dada prefiere una cesta de bienes a otra: es suficiente darle a elegir entre las dos y ver cuál escoge. Por lo tanto, sabemos cómo se asigna una utilidad ordinal a las dos cestas de bienes: basta con asignar una utilidad mayor a la elegida que a la rechazada. Toda asignación que proceda de este modo es una función de utilidad. Tenemos, pues, un criterio práctico para saber si una cesta tiene para una persona una mayor utilidad que otra.

Pero ¿cómo sabemos si a una persona le gusta una cesta el doble que otra? ¿Cómo puede saber incluso una misma persona si *le* gusta una cesta el doble que otra?

Podrían proponerse varias definiciones de este tipo de asignación: me gusta una cesta el doble que otra si estoy dispuesto a pagar el doble por ella; o me gusta una cesta el doble que otra si estoy dispuesto a recorrer el doble de distancia para conseguirla o a esperar el doble de tiempo o a apostar por ella, cuando la probabilidad de conseguirla es la mitad.

Ninguna de estas definiciones es incorrecta; cada una de ellas asignaría los niveles de utilidad de tal manera que la magnitud de los números asignados tuviera alguna importancia práctica. Pero tampoco son muy correctas. Aunque cada una de ellas es una interpretación posible de lo que significa querer una cosa el doble que otra, ninguna es especialmente convincente.

Incluso aunque encontráramos un método para asignar niveles de utilidad que resultara totalmente satisfactorio, ¿qué nos aportaría para describir las elecciones del consumidor? Para saber qué cesta se elegirá, basta saber cuál se prefiere, cuál tiene la mayor utilidad. Saber en qué medida es mayor no añade nada a nuestra descripción de la elección. Dado que la utilidad cardinal no es necesaria para describir las elecciones de los consumidores y que, de todos modos, no existe ningún método para asignar utilidades cardinales, nos quedaremos con un modelo de utilidad puramente ordinal.

4.2 La construcción de una función de utilidad

Pero ¿estamos seguros de que existe algún mecanismo para asignar utilidades ordinales? Dada una ordenación de las preferencias, ¿podremos encontrar siempre una función de utilidad que ordene las cestas de bienes de la misma forma que esas preferencias? ¿Existe una función de utilidad que describa una ordenación razonable cualquiera de las preferencias?

No todos los tipos de preferencias pueden representarse mediante una función de utilidad. Supongamos, por ejemplo, que una persona tiene preferencias intransitivas de tal manera que $A \succ B \succ C \succ A$. En ese caso, una función de utilidad de estas preferencias tendría que estar formada por los números $u(A)$, $u(B)$ y $u(C)$, de modo que $u(A) > u(B) > u(C) > u(A)$. Pero esto es imposible.

Sin embargo, si excluimos los casos anormales, como las preferencias intransitivas, generalmente podremos encontrar siempre una función de utilidad para representar las preferencias. Mostraremos dos ejemplos en este capítulo y en el capítulo 14.

Supongamos que se nos da un mapa de indiferencia como el de la figura 4.2. Sabemos que una función de utilidad es una forma de etiquetar las curvas de indiferencia de modo que las más altas tengan números más altos. ¿Cómo podemos hacerlo?

Una sencilla forma consiste en trazar la diagonal mostrada y etiquetar cada curva de indiferencia en función de su distancia desde el origen, medida a lo largo de la diagonal.

¿Cómo sabemos que se trata de una función de utilidad? No es difícil ver que si las preferencias son monótonas, la recta que pasa por el origen debe cortar todas las curvas de indiferencia exactamente una vez. Por lo tanto, todas las cestas reciben su etiqueta y las que se encuentran en las curvas de indiferencia más elevadas reciben etiquetas más altas. Y eso es lo único que se necesita para tener una función de utilidad.

De esta manera podemos dar un número a las curvas de indiferencia, siempre que las preferencias sean monótonas. Ésta no es, en todos los casos, la forma más natural de hacerlo, pero, por lo menos, muestra que la noción de "función de utilidad ordinal" es bastante general: casi todos los tipos de preferencias "razonables" pueden representarse mediante una función de utilidad.

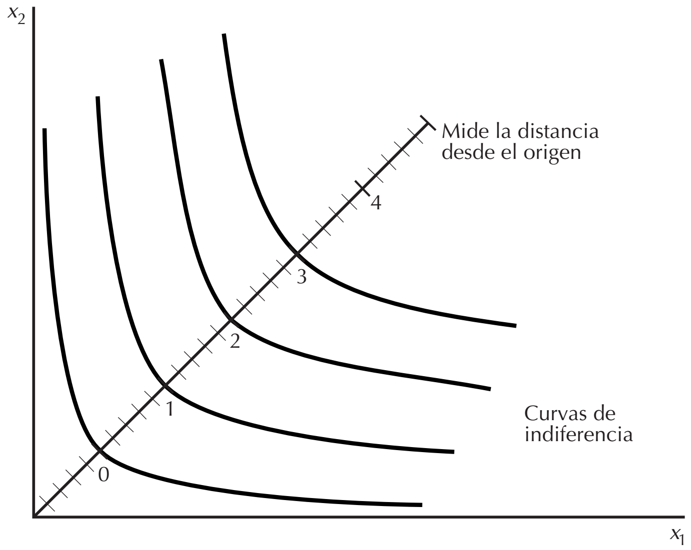


Figura 4.2. Cómo se construye una función de utilidad a partir de las curvas de indiferencia. Primero se traza una diagonal y a continuación se denomina cada curva de indiferencia según la distancia a la que se encuentre del origen, medida a lo largo de la recta.

4.3 Algunos ejemplos de funciones de utilidad

En el capítulo 3 describimos algunos ejemplos de preferencias y las curvas de indiferencia que las representaban. También podemos representar estas preferencias mediante funciones de utilidad. Si tenemos una función de utilidad, $u(x_1, x_2)$, es relativamente fácil trazar curvas de indiferencia: basta dibujar todos los puntos (x_1, x_2) de tal manera que $u(x_1, x_2)$ sea una constante. En matemáticas, el conjunto de todas las (x_1, x_2), tal que $u(x_1, x_2)$ sea una constante, se denomina **conjunto de nivel**. Así obtenemos una curva de indiferencia distinta para cada valor de la constante.

Ejemplo: Cómo se obtienen las curvas de indiferencia a partir de la utilidad

Supongamos que la función de utilidad es $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$. ¿Cómo son las curvas de indiferencia?

Sabemos que una curva de indiferencia tipo es el conjunto de todas las x_1, y las x_2 tal que $k = x_1 x_2$. Despejando x_2 como función de x_1, vemos que una curva de indiferencia tipo tiene la fórmula:

$$x_2 = \frac{k}{x_1}.$$

La figura 4.3 representa esta curva en el caso en que $k = 1, 2, 3...$

Veamos otro ejemplo. Supongamos que nos dan la función de utilidad $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$. ¿Cómo son las curvas de indiferencia? Aplicando las reglas del álgebra, sabemos que

$$v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2 = (x_1 x_2)^2 = u(x_1, x_2)^2 .$$

Por lo tanto, la función de utilidad $v(x_1, x_2)$ es el cuadrado de la función de utilidad $u(x_1, x_2)$. Como $u(x_1, x_2)$ no puede ser negativa, $v(x_1, x_2)$ es una transformación monótona de la función de utilidad anterior, $u(x_1, x_2)$. Eso significa que la función de utilidad $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ tiene que tener unas curvas de indiferencia exactamente iguales que las que muestra la figura 4.3. La denominación de las curvas de indiferencia es distinta —las etiquetas que antes eran 1, 2, 3... ahora son 1, 4, 9...—, pero el conjunto de cestas que tiene $v(x_1, x_2) = 9$ es exactamente el mismo que el que tiene $u(x_1, x_2) = 3$. Por lo tanto, $v(x_1, x_2)$ describe las mismas preferencias que $u(x_1, x_2)$, ya que *ordena* todas las cestas de la misma forma.

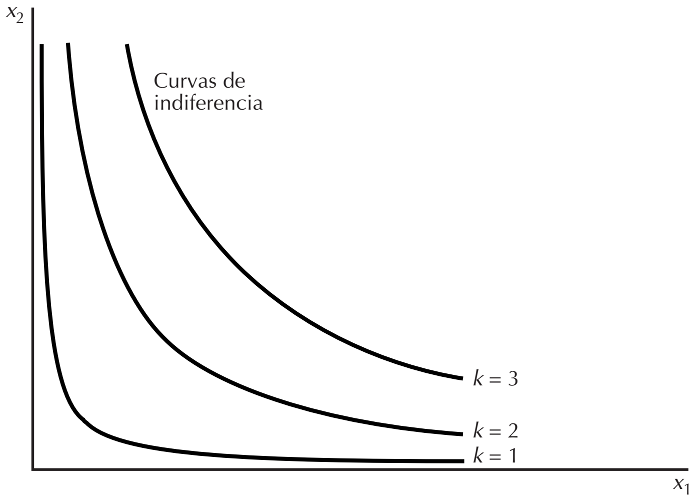


Figura 4.3. Las curvas de indiferencia. Las curvas de indiferencia $k = x_1 x_2$, correspondientes a diferentes valores k.

El caso contrario —hallar una función de utilidad que represente un determinado conjunto de curvas de indiferencia— es algo más difícil. Existen dos formas de hacerlo. La primera es matemática: dadas las curvas de indiferencia, tenemos que encontrar una función que sea constante a lo largo de cada una y que asigne valores más altos a las más altas.

La segunda forma es algo más intuitiva: dada una descripción de las preferencias, tratamos de averiguar qué intenta maximizar el consumidor, es decir, qué combinación de bienes describe su conducta. Este procedimiento quizá parezca algo vago a primera vista, pero se entenderá mejor cuando hayamos analizado algunos ejemplos.

Sustitutivos perfectos

¿Recuerda el lector el ejemplo del lápiz rojo y el azul? Al consumidor sólo le importaba el número total de lápices. En consecuencia, es natural medir la utilidad en función del número total de lápices. Por lo tanto, elegimos provisionalmente la función de utilidad $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. ¿Es adecuada esta función? Para responder a esta cuestión hay que preguntarse dos cosas: ¿es constante a lo largo de las curvas de indiferencia?; ¿asigna una etiqueta más alta a las cestas preferibles? Como la respuesta es afirmativa en ambos casos, la función es adecuada.

Naturalmente, ésta no es la única función de utilidad posible. También podríamos utilizar el *cuadrado* del número de lápices. Por lo tanto, la función de utilidad $v(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2$ también representa las preferencias por los sustitutivos perfectos, como las representaría cualquier otra transformación monótona de $u(x_1, x_2)$.

¿Qué ocurre si el consumidor está dispuesto a sustituir el bien 2 por el 1 a una tasa distinta de 1? Supongamos, por ejemplo, que para compensarlo por la renuncia a una unidad del bien 1 se necesitaran *dos* unidades del 2. Eso significaría que el bien 1 es el *doble* de valioso para el consumidor que el 2. Por lo tanto, la función de utilidad adoptaría la forma $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Obsérvese que esta utilidad genera curvas de indiferencia que tienen una pendiente de –2.

En general, las preferencias por los sustitutivos perfectos pueden representarse por medio de una función de utilidad de la forma siguiente:

$$u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2 .$$

En esta expresión a y b son números positivos que miden el “valor” que tienen los bienes 1 y 2 para el consumidor. Obsérvese que la pendiente de una curva de indiferencia representativa viene dada por $-a/b$.

Complementarios perfectos

Éste es el caso de los zapatos del pie izquierdo y del pie derecho, en el que al consumidor sólo le interesa el número de *pares* de zapatos que tiene, por lo que es natural elegir dicho número como función de utilidad. El número de pares completos de zapatos que tengamos es el *mínimo* del número de zapatos del pie derecho que tengamos, x_1, y del número de zapatos del pie izquierdo que tengamos, x_2. Por lo tanto, la función de utilidad de los complementarios perfectos tiene la forma $u(x_1, x_2) = \min \{x_1, x_2\}$.

Para verificar si esta formulación es adecuada, escogemos una cesta de bienes como la (10, 10). Si añadimos una unidad más del bien 1, obtenemos (11, 10), que debería estar situada en la misma curva de indiferencia. ¿Sucede así? Sí, ya que $\min\{10, 10\} = \min\{11, 10\} = 10$.

Así pues, $u(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$ es una función de utilidad posible para describir complementarios perfectos. Como siempre, también los describiría cualquier transformación monótona.

¿Qué ocurre en el caso del consumidor que desea consumir los bienes a una tasa distinta de 1? ¿Qué ocurre, por ejemplo, en el caso del consumidor que siempre consume 2 cucharadas de azúcar con cada taza de té? Si x_1 es el número de tazas de té y x_2 es el número de cucharadas de azúcar, el número de tazas de té correctamente azucaradas será $\min\{x_1, x_2/2\}$.

Este caso es algo complejo, por lo que debemos detenernos a examinarlo. Si el número de tazas de té es mayor que la mitad del número de cucharadas de azúcar, sabemos que no podremos echar 2 cucharadas en cada taza. En este caso, sólo estará correctamente azucarada $x_2/2$ taza (el lector puede dar algunos valores numéricos a x_1 y x_2 para convencerse).

Naturalmente, cualquier transformación monótona de esta función de utilidad describirá las mismas preferencias. Por ejemplo, podemos multiplicar por dos las cantidades de los dos bienes para eliminar la fracción. De esa manera obtendremos la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$.

En general, la forma de una función de utilidad que describa las preferencias por los complementarios perfectos es:

$$u(x_1, x_2) = \min\{ax_1, bx_2\},$$

donde a y b son números positivos que indican las proporciones que se consumen de cada bien.

Preferencias cuasilineales

He aquí unas curvas de indiferencia que tienen una forma que no hemos visto antes. Supongamos que un consumidor tiene unas curvas de indiferencia que son traslaciones verticales unas de otras, como sucede en la figura 4.4. Eso significa que todas las curvas de indiferencia son simplemente "traslaciones" verticales de una curva de indiferencia, de lo que se desprende que la ecuación de una curva de indiferencia adopta la forma $x_2 = k - v(x_1)$, en la que k es una constante diferente para cada curva de indiferencia. Esta ecuación afirma que la altura de cada curva de indiferencia es una función de x_1, $-v(x_1)$, más una constante k. Cuanto mayores son los valores de k, más altas son las curvas de indiferencia (el signo "menos" sólo es una convención; más adelante veremos por qué es útil).

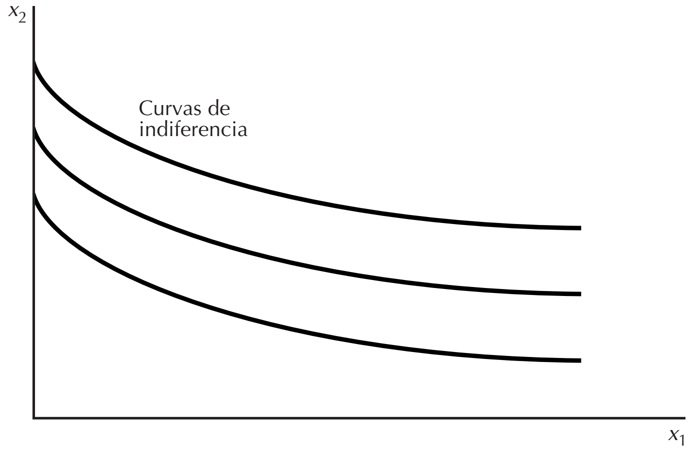


Figura 4.4. Preferencias cuasilineales. Cada una de las curvas de indiferencia es una versión desplazada verticalmente de una única curva de indiferencia.

En este caso, la forma natural de etiquetar las curvas de indiferencia consiste en llamarlas k, que es el valor de la ordenada en el origen. Despejando k e igualándolo a la utilidad, tenemos que

$$u(x_1, x_2) = k = v(x_1) + x_2.$$

En este caso, la función de utilidad es lineal en el bien 2, pero no en el 1; de ahí el nombre de **utilidad cuasilineal**, que significa utilidad "parcialmente lineal". Ejemplos concretos son $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$ o $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$. Las funciones de utilidad cuasilineal no son especialmente realistas, pero como veremos más adelante en varios ejemplos, es fácil trabajar con ellas.

Preferencias Cobb-Douglas

Otra función de utilidad que se utiliza frecuentemente es la **Cobb-Douglas**:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d,$$

donde c y d son números positivos que describen las preferencias del consumidor.[2]

La función de utilidad Cobb-Douglas resultará útil en algunos ejemplos. Las preferencias representadas mediante esta función tienen la forma general que muestra la figura 4.5. En la 4.5A hemos representado las curvas de indiferencia correspondientes a $c = 1/2$, $d = 1/2$ y en la 4.5B las curvas de indiferencia correspondientes a $c = 1/5$, $d = 4/5$. Obsérvese que la diferencia entre los valores de los parámetros c y d da lugar a curvas de indiferencia de forma distinta.

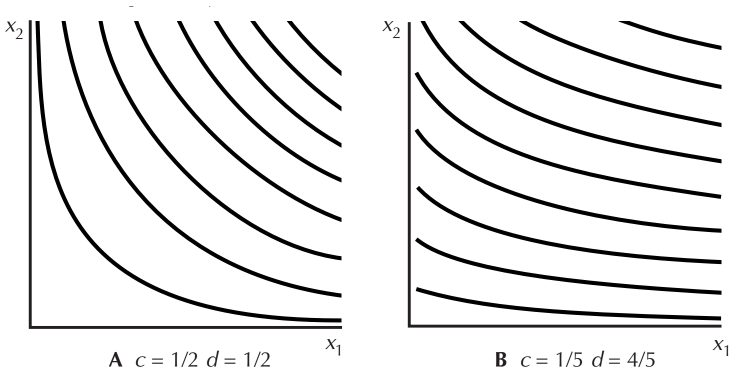


Figura 4.5. Las curvas de indiferencia Cobb-Douglas. La parte A muestra el caso en que $c = 1/2$, $d = 1/2$ y la parte B muestra el caso en el que $c = 1/5$, $d = 4/5$.

Las curvas de indiferencia Cobb-Douglas son exactamente iguales que las curvas de indiferencia monótonas convexas que en el capítulo 3 llamamos "curvas de indiferencia regulares". Las preferencias Cobb-Douglas son el ejemplo clásico de curvas de indiferencia regulares y, de hecho, la fórmula que las describe es una de las expresiones algebraicas más sencillas de todas las que generan preferencias de este tipo. Veremos que las preferencias Cobb-Douglas nos resultarán bastante útiles para presentar ejemplos algebraicos de los conceptos económicos que estudiaremos más adelante.

Naturalmente, una transformación monótona de la función de utilidad Cobb-Douglas representa exactamente las mismas preferencias, por lo que es interesante analizar un par de ejemplos de estas transformaciones.

En primer lugar, si tomamos el logaritmo natural de la utilidad, el producto de los términos se convertirá en una suma, por lo que tendremos que

$$v(x_1, x_2) = \ln(x_1^c x_2^d) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

[2] Paul Douglas fue un economista del siglo XX, profesor de la Universidad de Chicago y, más tarde, senador de Estados Unidos. Charles Cobb fue matemático y profesor del Amherst College. La forma funcional Cobb-Douglas se utilizó inicialmente para estudiar la producción.

Las curvas de indiferencia de esta función de utilidad se parecerán a las de la primera función Cobb-Douglas, ya que el logaritmo es una transformación monótona (para un breve repaso de los logaritmos naturales, véase el apéndice matemático que se encuentra al final del libro).

En segundo lugar, supongamos que partimos de la forma Cobb-Douglas

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d .$$

En ese caso, elevando la utilidad a la potencia $1/(c + d)$, tenemos que

$$x_1^{\frac{c}{c+d}} x_2^{\frac{d}{c+d}} .$$

Definamos ahora un nuevo número:

$$a = \frac{c}{c + d} .$$

Ahora podemos expresar nuestra función de utilidad de la forma siguiente:

$$v(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}.$$

Eso significa que siempre podemos tener una transformación monótona de la función de utilidad Cobb-Douglas en la que los exponentes sumen 1. Más adelante veremos que esta propiedad tiene una útil interpretación.

La función de utilidad Cobb-Douglas puede expresarse de muy distintas formas; el lector debe aprender a reconocerlas, ya que esta familia de preferencias es muy útil para entender los ejemplos.

4.4 La utilidad marginal

Consideremos el caso de un individuo que consume la cesta de bienes (x_1, x_2). ¿Cómo varía su utilidad cuando obtiene una cantidad algo mayor del bien 1? Esta tasa de variación se denomina **utilidad marginal** (UM_1) con respecto al bien 1 y se expresa como un cociente:

$$UM_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1},$$

que mide la tasa de variación de la utilidad (ΔU) provocada por una pequeña variación de la cantidad del bien 1 (Δx_1). Obsérvese que en este cálculo se mantiene fija la cantidad del bien 2.[3]

[3] En el apéndice de este capítulo se incluye una visión matemática de la utilidad marginal.

Esta definición implica que para calcular la variación de la utilidad provocada por una pequeña variación del consumo del bien 1, basta multiplicar la variación del consumo por la utilidad marginal del bien:

$$\Delta U = UM_1 \Delta x_1.$$

La utilidad marginal con respecto al bien 2 se define de una forma parecida:

$$UM_2 = \frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \frac{u(x_1, x_2 + \Delta x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

Obsérvese que cuando calculamos la utilidad marginal con respecto al bien 2 mantenemos constante la cantidad del 1. La variación de la utilidad provocada por una variación del consumo del bien 2 se calcula mediante la fórmula

$$\Delta U = UM_2 \Delta x_2.$$

Es importante darse cuenta de que la magnitud de la utilidad marginal depende de la magnitud de la utilidad. Por lo tanto, depende de la forma concreta en que decidamos medir esta última. Si la multiplicamos por 2, la utilidad marginal también se multiplicará por 2. Seguiremos teniendo una función de utilidad perfectamente válida, en el sentido de que representará las mismas preferencias, aunque a una escala distinta.

Esto significa que la utilidad marginal en sí misma no tiene ningún contenido relacionado con la conducta. ¿Cómo podemos calcularla, pues, a partir de la conducta del consumidor? La respuesta es muy simple: no podemos. La conducta sólo revela información sobre la forma en que el consumidor *ordena* las diferentes cestas de bienes. La utilidad marginal depende de la función de utilidad específica que utilicemos para reflejar la ordenación de las preferencias y su magnitud no tiene ningún significado especial. Sin embargo, como veremos en el siguiente apartado, la utilidad marginal puede servir para calcular algo que sí tiene significado en cuanto a la conducta.

4.5 La utilidad marginal y la RMS

Para medir la relación marginal de sustitución definida en el capítulo 3 se puede usar una función de utilidad $u(x_1, x_2)$. Recuérdese que la relación marginal de sustitución mide la pendiente de la curva de indiferencia correspondiente a una cesta de bienes dada; puede interpretarse como la relación en que el consumidor está dispuesto a sustituir el bien 1 por el 2.

Esta interpretación nos permite calcular fácilmente la relación marginal de sustitución. Consideremos el caso de una variación del consumo de cada bien $(\Delta x_1, \Delta x_2)$

que mantiene constante la utilidad, es decir, una variación del consumo que nos desplaza a lo largo de la curva de indiferencia. En ese caso, debe cumplirse que

$$UM_1 \Delta x_1 + UM_2 \Delta x_2 = \Delta U = 0.$$

Despejando la pendiente de la curva de indiferencia, tenemos que

$$RMS = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{UM_1}{UM_2}. \qquad [4.1]$$

Obsérvese que en el primer miembro de la ecuación tenemos 2 partido por 1 y en el segundo 1 partido por 2; no se confunda el lector.

El signo algebraico de la RMS es negativo, ya que si obtenemos una mayor cantidad del bien 1, tenemos que recibir una cantidad *menor* del 2 para conservar el mismo nivel de utilidad. Sin embargo, para no tener que recordar la existencia de ese engorroso signo negativo, los economistas prefieren, por lo general, expresar la RMS en su valor absoluto, es decir, como un número positivo. Seguiremos esta convención mientras no cree confusiones.

He aquí la característica interesante del cálculo de la RMS: la relación marginal de sustitución puede medirse observando la conducta real de los individuos; como vimos en el capítulo 3, se obtiene la relación de intercambio que les deja en el mismo nivel de utilidad.

La función de utilidad y, por lo tanto, la función de utilidad marginal no son únicas. Cualquier transformación monótona de una función de utilidad nos proporciona otra función de utilidad igualmente válida. Así, por ejemplo, si multiplicamos la utilidad por 2, la utilidad marginal se multiplica por 2. Por lo tanto, la magnitud de la función de utilidad marginal depende de la elección de la función de utilidad, que es arbitraria. Es decir, no depende solamente de la conducta sino de la función de utilidad que empleemos para describirla.

Pero el *cociente* de las utilidades marginales nos proporciona una magnitud observable, a saber, la relación marginal de sustitución. Dicho cociente no depende de la transformación específica de la función de utilidad que decidamos emplear. Veamos qué ocurre si multiplicamos la utilidad por 2. La relación marginal de sustitución se convierte en

$$RMS = -\frac{2UM_1}{2UM_2}.$$

Los 2 se eliminan, por lo que la RMS sigue siendo la misma.

Lo mismo ocurre cuando tomamos una transformación monótona cualquiera de una función de utilidad. Tomar una transformación monótona equivale a etiquetar de nuevo las curvas de indiferencia, mientras que el cálculo de la relación marginal de sustitución mostrado antes se refiere al desplazamiento a lo largo de una curva de indiferencia dada. Incluso aunque las transformaciones monótonas alteren las utilidades marginales, el *cociente* de las utilidades marginales es independiente de la forma concreta que se elija para representar las preferencias.

4.6 Aplicación de la utilidad al transporte

Las funciones de utilidad son esencialmente instrumentos para describir la conducta de los consumidores: si se elige una cesta de bienes X cuando existe una cesta de bienes Y, X debe tener una mayor utilidad que Y. Examinando las elecciones de los consumidores, podemos estimar una función de utilidad que describa su conducta.

Esta idea se ha utilizado frecuentemente en el campo de la economía del transporte para estudiar la conducta de los consumidores en sus desplazamientos al trabajo. En la mayoría de las ciudades, la gente tiene la posibilidad de utilizar el transporte público o el vehículo particular para ir a trabajar. Imaginemos que cada una de estas opciones representa una cesta de características diferentes: tiempo del recorrido, tiempo de espera, coste, comodidad, etc. Sea x_1 la cantidad de tiempo que tarda cada tipo de transporte en llevarnos al trabajo, x_2 la cantidad de tiempo de espera de cada uno, etc.

Si $(x_1, x_2, ..., x_n)$ representa los valores de n características diferentes del empleo del automóvil particular, por ejemplo, y $(y_1, y_2, ..., y_n)$ representa los valores correspondientes a la utilización del autobús, podemos analizar un modelo en el que el consumidor decida utilizar su automóvil o el autobús dependiendo de que prefiera una cesta a otra.

Más concretamente, supongamos que las preferencias del consumidor medio pueden representarse mediante una función de utilidad de la forma

$$U(x_1, x_2, ..., x_n) = \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + ... + \beta_n x_n,$$

donde los coeficientes β_1, β_2, etc., son parámetros desconocidos. Naturalmente, cualquier transformación monótona de esta función de utilidad describiría, por supuesto, la conducta del consumidor igualmente bien, pero la forma lineal es especialmente fácil de utilizar desde el punto de vista estadístico.

Supongamos ahora que observamos la conducta de una serie de consumidores parecidos que eligen entre el automóvil particular y el autobús basándose en los valores concretos de los tiempos de recorrido, costes, etc., de cada medio de transporte. Existen técnicas estadísticas para hallar los valores de los coeficientes β_i para $i = 1, ..., n$, que mejor se ajusten al tipo de elecciones observadas en una serie de consumidores. Estas técnicas estadísticas permiten estimar la función de utilidad de diferentes medios de transporte.

Según un estudio, la función de utilidad estimada era la siguiente:[4]

$$U(TW, TT, C) = -0{,}147TW - 0{,}0411TT - 2{,}24C, \qquad [4.2]$$

donde

TW = tiempo total que se tarda en llegar andando hasta la parada del autobús o hasta el automóvil y en volver;
TT = tiempo total del recorrido en minutos;
C = coste total del recorrido en dólares.

La función de utilidad estimada en el libro de Domenich y McFadden describía correctamente la elección entre el transporte en automóvil y el transporte en autobús en el caso del 93% de las economías domésticas de su muestra.

Los coeficientes de las variables de la ecuación [4.2] describen el valor que da una familia media a las diferentes características; es decir, la utilidad marginal de cada característica. El *cociente* entre un coeficiente y otro mide la relación marginal de sustitución entre una característica y otra. Por ejemplo, el cociente entre la utilidad marginal de TW y la utilidad marginal de TT indica que el consumidor medio considera que el tiempo que tiene que andar es aproximadamente tres veces más oneroso que el tiempo del recorrido. En otras palabras, el consumidor estaría dispuesto a tardar tres minutos más en hacer el recorrido para ahorrar un minuto de desplazamiento a pie.

Del mismo modo, el cociente entre el coste y el tiempo del recorrido indica la relación de intercambio del consumidor medio entre estas dos variables. En este estudio, el individuo medio valoraba el tiempo del recorrido en $0{,}0411/2{,}24 = 0{,}0183$ dólares por minuto, lo que equivale a 1,10 dólares por hora. A título de comparación, el salario por hora del individuo medio de la muestra era de unos 2,85 dólares por hora cuando se realizó el estudio.

Esas funciones de utilidad estimadas pueden ser muy valiosas para averiguar si merece la pena o no modificar el sistema de transporte público. Por ejemplo, en la función de utilidad anterior uno de los factores importantes para explicar la elección del medio de transporte es el tiempo que se tarda en realizar el recorrido. Las autoridades responsables del transporte urbano pueden poner más autobuses para reducir este tiempo, con el consiguiente aumento del coste. Pero ¿justifica el número de viajeros adicionales el incremento de los gastos?

[4] Véase Thomas Domenich y Daniel McFadden, *Urban Travel Demand*, North-Holland Publishing Company, 1975. El procedimiento de estimación de este libro también incluye varias características demográficas de las economías domésticas, además de las variables puramente económicas que describimos aquí. Daniel McFadden recibió el Premio Nobel de economía en 2000 por sus técnicas para estimar modelos de este tipo.

Dada una función de utilidad y una muestra de consumidores, podemos predecir cuáles utilizarán su automóvil y cuáles decidirán ir en autobús, lo que nos indica aproximadamente si los ingresos serán suficientes para cubrir el coste adicional.

También podemos utilizar la relación marginal de sustitución para estimar el *valor* que da cada consumidor a la reducción del tiempo del recorrido. Antes vimos que en el estudio de Domenich y McFadden de 1967 el individuo medio valoraba el tiempo de recorrido a una tasa de 1,10 dólares por hora. Por lo tanto, debería estar dispuesto a pagar alrededor de 0,37 dólares para reducir en 20 minutos su recorrido. Esta cifra nos da una medida del beneficio monetario del crecimiento de la frecuencia del servicio de autobús. Este beneficio debe compararse con el coste de ofrecer un servicio de autobús más frecuente con el fin de averiguar si merece la pena. Ciertamente es útil contar con una medida cuantitativa del beneficio para tomar una decisión racional sobre la política de transporte.

Resumen

1. Una función de utilidad es simplemente una forma de representar o de resumir una ordenación de las preferencias. Las magnitudes numéricas de los niveles de utilidad no tienen ningún significado intrínseco.
2. Por lo tanto, dada una función de utilidad cualquiera, su transformación monótona representa las mismas preferencias.
3. La relación marginal de sustitución puede calcularse a partir de la función de utilidad mediante la fórmula $RMS = \Delta x_2/\Delta x_1 = -UM_1/UM_2$.

Problemas

1. En este capítulo decimos que elevar un número a una potencia impar es una transformación monótona. ¿Qué ocurre cuando elevamos un número a una potencia par? ¿Es una transformación monótona? (Pista: considere el caso $f(u) = u^2$.)
2. De los siguientes ejemplos, ¿cuáles son transformaciones monótonas? (1) $u = 2v - 13$; (2) $u = -1/v^2$; (3) $u = 1/v^2$; (4) $u = \ln v$; (5) $u = -e^{-v}$; (6) $u = v^2$; (7) $u = v^2$ cuando $v > 0$; (8) $u = v^2$ cuando $v < 0$.
3. En este capítulo afirmamos que si las preferencias fueran monótonas, una diagonal que pasara por el origen cortaría a cada curva de indiferencia exactamente una vez. ¿Puede probarlo rigurosamente? (Pista: ¿qué ocurriría si cortara alguna curva de indiferencia dos veces?)
4. ¿Qué tipo de preferencias se representa mediante una función de utilidad de la forma $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 + x_2}$? ¿Y mediante la función de utilidad $v(x_1, x_2) = 13x_1 + 13x_2$?

5. ¿Qué tipo de preferencias se representa mediante una función de utilidad de la forma $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$? ¿Es la función de utilidad $v(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1\sqrt{x_2} + x_2$ una transformación monótona de $u(x_1, x_2)$?
6. Considere la función de utilidad $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$. ¿Qué tipo de preferencias representa? ¿Es la función $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$ una transformación monótona de $u(x_1, x_2)$? ¿Es la función $w(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ una transformación monótona de $u(x_1, x_2)$?
7. ¿Puede explicar por qué una transformación monótona de una función de utilidad no altera la relación marginal de sustitución?

Apéndice

Aclaremos primero qué significa "utilidad marginal". Como siempre en economía, "marginal" no significa más que una derivada. Por lo tanto, la utilidad marginal del bien 1 es

$$UM_1 = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{u(x_1 + \Delta x_1, x_2) - u(x_1, x_2)}{\Delta x_1} = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1}.$$

Obsérvese que aquí utilizamos la derivada *parcial*, ya que la utilidad marginal del bien 1 se calcula manteniendo fijo el bien 2.

Ahora ya podemos volver a expresar la derivación de la relación marginal de sustitución de este capítulo mediante un cálculo. Lo haremos de dos formas, primero utilizando diferenciales y después utilizando funciones implícitas.

Por lo que se refiere al primer método, consideremos una variación (dx_1, dx_2) que mantenga constante la utilidad. Por lo tanto, queremos que

$$du = \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} dx_2 = 0 .$$

El primer término mide el incremento de la utilidad generado por la pequeña variación de x_1 y el segundo mide el incremento de la utilidad generado por la pequeña variación de x_2. Nos interesa elegir estas variaciones para que la variación total de la utilidad, du, sea cero. Despejando dx_2/dx_1, tenemos que

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} ,$$

que es igual que la ecuación [4.1] de este capítulo, pero expresada en la notación del cálculo diferencial.

Por lo que se refiere al segundo método, consideremos ahora que la curva de indiferencia se describe mediante la función $x_2(x_1)$. Es decir, la función $x_2(x_1)$ nos dice qué cantidad de x_2 necesitamos, dado x_1, para alcanzar esa curva de indiferencia específica. Por lo tanto, la función $x_2(x_1)$ tiene que satisfacer la identidad

$$u(x_1, x_2(x_1)) \equiv k,$$

donde k es el nivel de utilidad de la curva de indiferencia en cuestión.

Si derivamos los dos miembros de esta identidad con respecto a x_1, obtenemos

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_1} + \frac{\partial u(x_1, x_2)}{\partial x_2} \frac{\partial x_2 (x_1)}{\partial x_1} = 0.$$

Obsérvese que x_1 aparece en dos lugares de esta identidad, por lo que cambiando x_1 cambiará la función de dos formas y tendremos que tomar la derivada en cada uno de los lugares en los que aparece x_1.

A continuación despejamos $\partial x_2 (x_1)/ \partial x_1$ en esa ecuación y hallamos que

$$\frac{\partial x_2 (x_1)}{\partial x_1} = - \frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2},$$

que es exactamente el mismo resultado que obtuvimos antes.

El método de la función implícita es algo más riguroso, pero el del cálculo diferencial es más directo, siempre que no se haga ninguna tontería.

Supongamos que tenemos, por ejemplo, una transformación monótona de la función de utilidad $v(x_1, x_2) = f(u(x_1, x_2))$. Calculemos la RMS de esta función de utilidad. Utilizando la regla de la derivación en cadena

$$\begin{aligned} RMS = -\frac{\partial v/\partial x_1}{\partial v/\partial x_2} &= -\frac{\partial f/\partial u}{\partial f/\partial u} \frac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_2} \\ &= -\frac{\partial u/\partial x_1}{\partial u/\partial x_2}, \end{aligned}$$

ya que el término $\partial f/\partial u$ se anula tanto en el numerador como en el denominador. Este resultado demuestra que la RMS es independiente de la representación de la utilidad.

Este método es útil para reconocer las preferencias representadas por funciones de utilidad diferentes: dadas dos funciones de utilidad, basta calcular las relaciones marginales de sustitución y ver si son iguales. Si lo son, las dos funciones de utilidad tienen las mismas curvas de indiferencia. Si en ambas funciones el aumento de la utilidad va en la misma dirección, las preferencias subyacentes deben ser las mismas.

Ejemplo: Las preferencias Cobb-Douglas

En el caso de las preferencias Cobb-Douglas es fácil calcular la relación marginal de sustitución utilizando la fórmula derivada antes.

Si elegimos la representación logarítmica en la que

$$u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2 ,$$

tenemos que

$$\begin{aligned} RMS &= -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} \\ &= -\frac{c/x_1}{d/x_2} \\ &= -\frac{c}{d}\frac{x_2}{x_1}. \end{aligned}$$

Obsérvese que en este caso la RMS sólo depende del cociente entre los dos parámetros y de la cantidad de los dos bienes.

¿Qué ocurre si elegimos la representación exponencial en la que

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d ?$$

En ese caso, tenemos que

$$\begin{aligned} RMS &= -\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} \\ &= -\frac{c x_1^{c-1} x_2^d}{\mathrm{d} x_1^c x_2^{d-1}} \\ &= -\frac{c x_2}{d x_1}, \end{aligned}$$

que es lo mismo que teníamos antes. Naturalmente, el lector ya sabía que una transformación monótona no podía alterar la relación marginal de sustitución.

5. La elección

En este capítulo uniremos el conjunto presupuestario y la teoría de las preferencias para examinar la elección óptima de los consumidores. Hemos afirmado que, según el modelo de la elección económica del consumidor, los individuos eligen la mejor cesta que pueden adquirir. Ahora ya podemos expresar esta idea con términos que suenan más profesionales diciendo que "los consumidores eligen la cesta que prefieren de su conjunto presupuestario".

5.1 La elección óptima

La figura 5.1 muestra un caso representativo. Contiene un conjunto presupuestario y algunas de las curvas de indiferencia del consumidor. Nuestro propósito consiste en hallar la cesta del conjunto presupuestario que se encuentra en la curva de indiferencia más alta. Dado que las preferencias son de buen comportamiento, es decir, que se prefiere tener más a tener menos, podemos centrar la atención únicamente en las cestas de bienes que se encuentran *en* la recta presupuestaria sin preocuparnos por las que se encuentran *debajo*.

Ahora comenzamos simplemente por la esquina derecha de la recta presupuestaria y nos desplazamos hacia la izquierda. A medida que nos desplazamos, observamos que vamos ascendiendo a curvas de indiferencia cada vez más altas. Nos detenemos cuando llegamos a la más alta que toca a la recta presupuestaria. En el gráfico, la cesta de bienes correspondiente a la curva de indiferencia más alta que toca a la recta presupuestaria se denomina (x_1^*, x_2^*).

La cesta (x_1^*, x_2^*) es la **elección óptima** del consumidor. El conjunto de cestas que prefiere a la (x_1^*, x_2^*) —es decir, el conjunto de cestas situado *por encima* de su curva de indiferencia— no corta a las que puede adquirir, que son las que se encuentran *por debajo* de su recta presupuestaria. Por lo tanto, la cesta (x_1^*, x_2^*) es la mejor que puede alcanzar el consumidor.

Obsérvese un importante rasgo de esta cesta óptima: en esta relación, la curva de indiferencia es *tangente* a la recta presupuestaria. Si nos paramos a reflexionar un momento, veremos que tiene que ser así: si la curva de indiferencia no fuera tangente, cortaría a la recta presupuestaria, y si cortara la recta presupuestaria, habría un punto cercano de ésta que se encontraría por encima de la curva de indiferencia, lo que significaría que no podríamos haber comenzado en una cesta óptima.

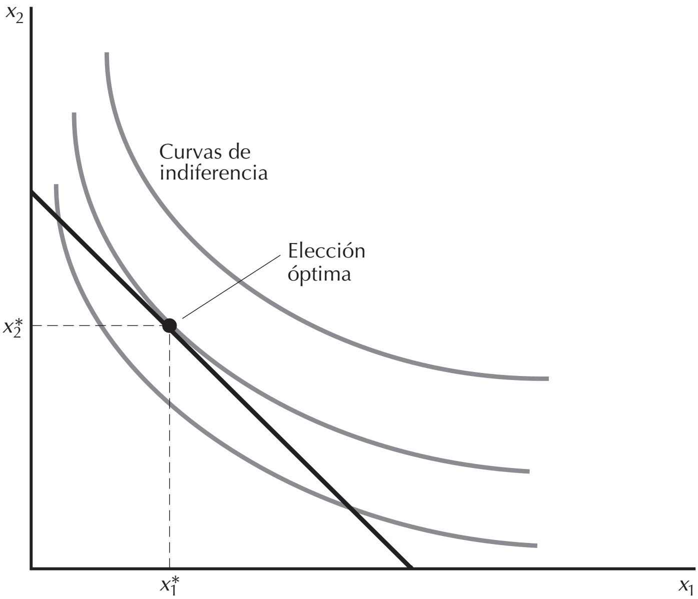


Figura 5.1. La elección óptima. La posición de consumo es aquella en la que la curva de indiferencia es tangente a la recta presupuestaria.

¿*Tiene* que cumplirse realmente esta condición de tangencia en una elección óptima? No se cumple en *todos* los casos, pero sí en los más interesantes. Lo que siempre es cierto es que en el punto óptimo la curva de indiferencia no puede cortar a la recta presupuestaria. Entonces ¿cuándo equivale "no cortar" a "ser tangente"? Veamos primero las excepciones.

En primer lugar, la curva de indiferencia podría no tener una tangente, como ocurre en la figura 5.2, en la que la elección óptima se encuentra en un vértice, y, por tanto, sencillamente no es posible definir una tangente, ya que su definición exige que sólo haya una recta tangente en cada punto. Este caso es un obstáculo más que otra cosa.

La segunda excepción es más interesante. Supongamos que el punto óptimo se encuentra donde el consumo de un bien es cero, como sucede en la figura 5.3. En ese caso, la pendiente de la curva de indiferencia y la pendiente de la recta presupuestaria son diferentes, pero la curva de indiferencia tampoco *corta* la recta presupuestaria. Decimos que la figura 5.3 representa un **óptimo de esquina**, mientras que la 5.1 representa un **óptimo interior**.

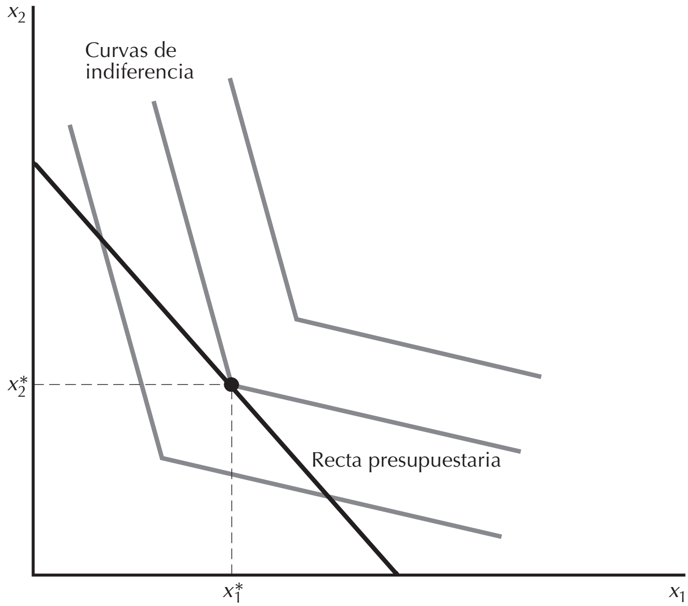


Figura 5.2. Gustos con vértice. Un punto óptimo de consumo es aquel en el que la curva de indiferencia no tiene una tangente.

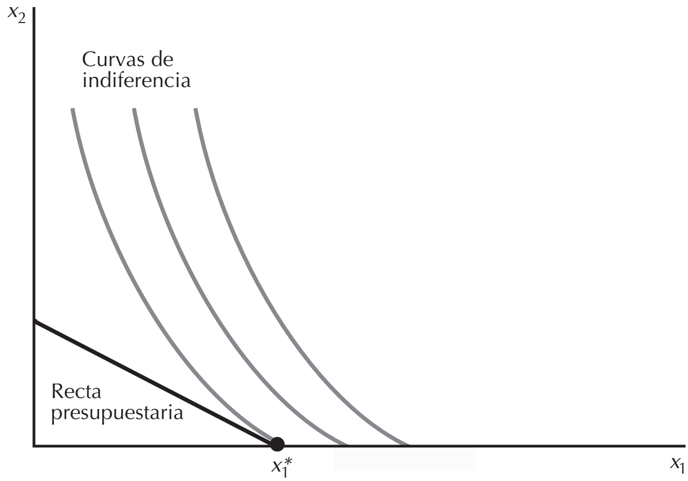


Figura 5.3. El óptimo de esquina. El consumo óptimo implica consumir 0 unidades del bien 2. La curva de indiferencia no es tangente a la recta presupuestaria.

Si estamos dispuestos a excluir los "gustos con vértice", podemos olvidarnos del ejemplo de la figura 5.2. Y si estamos dispuestos a fijarnos exclusivamente en los óptimos *interiores*, podemos excluir el otro ejemplo. Si tenemos un óptimo interior con curvas de indiferencia continuas, la pendiente de la curva de indiferencia y la pendiente de la recta presupuestaria deben ser iguales ya que, si fueran diferentes, la curva de indiferencia cortaría la recta presupuestaria y no podríamos encontrarnos en el punto óptimo.

Hemos hallado una condición necesaria que debe satisfacer la elección óptima. Si ésta implica consumir una cantidad de ambos bienes y es, por ello, un óptimo interior, la curva de indiferencia será necesariamente tangente a la recta presupuestaria. Pero ¿es la condición de tangencia una condición *suficiente* para que una cesta sea óptima? Si encontramos una en la que la curva de indiferencia sea tangente a la recta presupuestaria, ¿podemos estar seguros de que tenemos una elección óptima?

Observemos la figura 5.4, que representa tres cestas en las cuales se satisface la condición de tangencia; todas ellas son interiores, pero sólo dos son óptimas. Por lo tanto, generalmente la condición de tangencia es una condición necesaria pero no suficiente para la optimalidad.

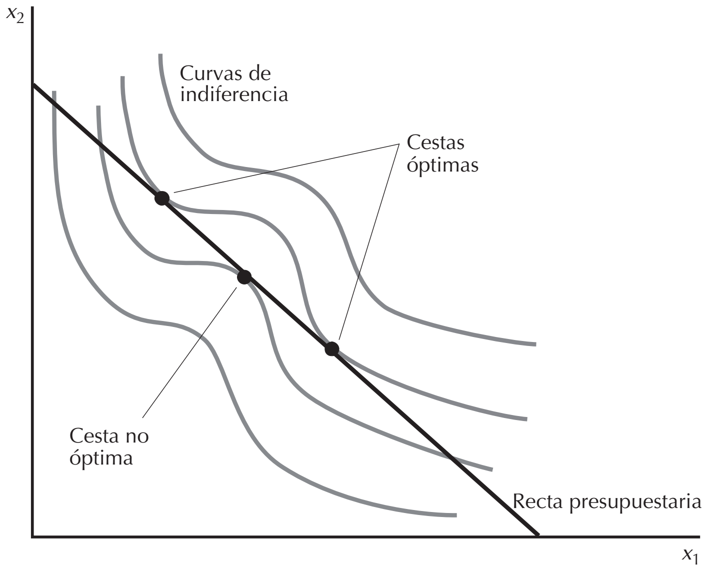


Figura 5.4. Más de una tangencia. En esta figura hay tres tangencias, pero sólo dos puntos óptimos, por lo que la condición de tangencias es necesaria pero no suficiente.

Sin embargo, existe un importante caso en el que es suficiente: el de las preferencias convexas. En este caso, cualquier punto que satisfaga la condición de tangencia debe ser un punto óptimo. Este resultado es evidente en términos geométricos: dado que la curvatura de las curvas de indiferencia convexas implica que éstas se alejan de la recta presupuestaria, no pueden volverse hacia atrás para tocarla de nuevo.

La figura 5.4 también nos muestra que generalmente puede haber más de una cesta óptima que satisfaga la condición de tangencia. Sin embargo, una vez más, la convexidad implica una restricción. Si las curvas de indiferencia son *estrictamente* convexas —es decir, no tienen ningún segmento rectilíneo—, sólo habrá una elección óptima en cada recta presupuestaria. Aunque este hecho puede demostrarse matemáticamente, también resulta bastante claro si se examina la figura.

La condición de que la relación marginal de sustitución debe ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria en un óptimo interior es evidente desde el punto de vista gráfico, pero ¿qué significa desde el punto de vista económico? Recuérdese que, según una de nuestras interpretaciones de la relación marginal de sustitución, la relación de intercambio mantenía el mismo nivel de utilidad para el consumidor. Pues bien, el mercado está ofreciéndole una relación de intercambio de $-p_1/p_2$: si renuncia a una unidad del bien 1, puede comprar p_1/p_2 unidades del 2. Si se encuentra con una cesta de consumo que está dispuesto a conservar, ésta debe ser tal que la relación marginal de sustitución sea igual a esta relación de intercambio:

$$RMS = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Esta conclusión también puede analizarse imaginando qué ocurriría si la relación marginal de sustitución fuera diferente de la relación de precios. Supongamos, por ejemplo, que la RMS es $\Delta x_2/\Delta x_1 = -1/2$ y la relación de precios $1/1$. En este caso, significa que el consumidor está dispuesto a renunciar a 2 unidades del bien 1 para obtener una unidad del bien 2, pero el mercado está dispuesto a intercambiarlos en una proporción de 1 a 1. Por lo tanto, el consumidor estaría dispuesto, desde luego, a renunciar a una cierta cantidad del bien 1 para adquirir una cantidad algo mayor de 2. Siempre que la relación marginal de sustitución sea diferente de la relación de precios, el consumidor no habrá tomado una decisión óptima.

5.2 La demanda del consumidor

La elección óptima de los bienes 1 y 2, dado un conjunto de precios y renta determinado, se denomina **cesta demandada** por el consumidor. En general, cuando varían los precios y la renta, también varía la elección óptima del consumidor. La **función de demanda** es aquella que relaciona la elección óptima —las cantidades demandadas— con los diferentes valores de los precios y las rentas.

Las funciones de demanda dependen tanto de los precios como de la renta y se expresan de la forma siguiente: $x_1(p_1, p_2, m)$ y $x_2(p_1, p_2, m)$. A cada conjunto de precios y de renta le corresponde una combinación diferente de bienes, que es la elección óptima del consumidor. Cada preferencia da lugar a funciones de demanda distintas; en seguida veremos algunos ejemplos. Nuestro principal objetivo en los siguientes capítulos es estudiar el comportamiento de estas funciones de demanda, es decir, analizar cómo varían las elecciones óptimas cuando varían los precios y la renta.

5.3 Algunos ejemplos

Apliquemos el modelo de la elección del consumidor que hemos expuesto a los ejemplos de preferencias descritos en el capítulo 3. El procedimiento básico es el mismo en todos ellos: trazar las curvas de indiferencia y la recta presupuestaria y encontrar el punto en el que ésta toca la curva de indiferencia más alta.

Sustitutivos perfectos

La figura 5.5 muestra el caso de los sustitutivos perfectos. Tenemos tres posibilidades. Si $p_2 > p_1$, la pendiente de la recta presupuestaria es más horizontal que la pendiente de las curvas de indiferencia. En este caso, la cesta óptima es aquella en la que el consumidor gasta todo su dinero en el bien 1. Si $p_1 > p_2$, entonces el consumidor adquiere sólo el bien 2. Si $p_1 = p_2$, hay toda una gama de elecciones óptimas: en este caso es óptima cualquier cantidad de los bienes 1 y 2 que satisfaga la restricción presupuestaria. Por lo tanto, la función de demanda del bien 1 es

$$x_1 = \begin{cases} m/p_1 & \text{cuando } p_1 < p_2; \\ \text{cualquier número situado entre 0 y } m/p_1 & \text{cuando } p_1 = p_2; \\ 0 & \text{cuando } p_1 > p_2. \end{cases}$$

¿Son estos resultados compatibles con el sentido común? Lo único que dicen es que si dos bienes son sustitutivos perfectos, el consumidor comprará el más barato. Si ambos tienen el mismo precio, al consumidor le dará igual comprar uno que otro.

Complementarios perfectos

La figura 5.6 muestra el caso de los complementarios perfectos. Obsérvese que la elección óptima debe encontrarse siempre en la diagonal, en la cual el consumidor compra cantidades iguales de ambos bienes, cualesquiera que sean los precios. En nuestro ejemplo, esto quiere decir que las personas que tengan dos pies comprarán los zapatos por pares.[1]

[1] No se preocupe el lector; más adelante obtendremos algunos resultados más interesantes.

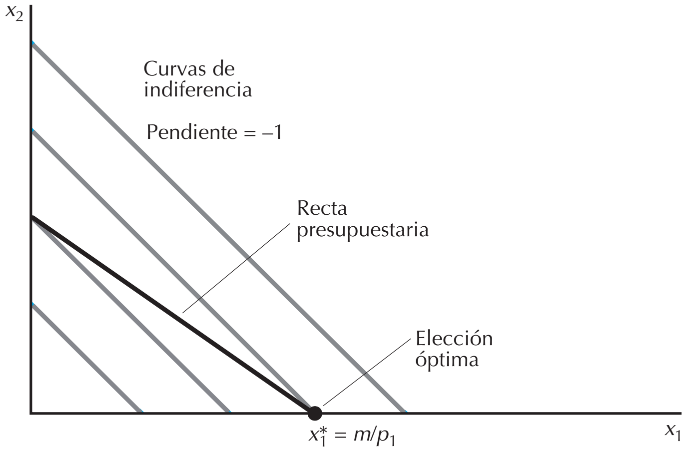


Figura 5.5. La elección óptima con sustitutivos perfectos. Si los bienes son sustitutivos perfectos, normalmente la elección óptima se encuentra en la esquina.

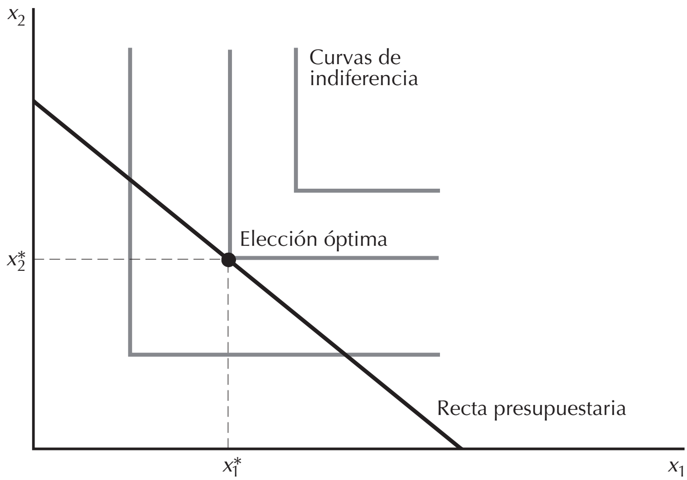


Figura 5.6. La elección óptima con complementarios perfectos. Si los bienes son complementarios perfectos, las cantidades demandadas siempre se encuentran en la diagonal, ya que la elección óptima se halla en el punto en el que x_1 es igual a x_2.

Hallemos la elección óptima algebraicamente. Sabemos que este consumidor está comprando la misma cantidad del bien 1 y del 2, cualesquiera que sean los precios.

Sea x esta cantidad. En ese caso, tenemos que satisfacer la restricción presupuestaria.

$$p_1x + p_2x = m.$$

Despejando x, tenemos las elecciones óptimas de los bienes 1 y 2:

$$x_1 = x_2 = x = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

Esta función de demanda de la elección óptima es bastante intuitiva. Dado que los dos bienes siempre se consumen juntos, es como si el consumidor gastara todo su dinero en un único bien cuyo precio fuera $p_1 + p_2$.

Neutrales y males

En el caso del bien neutral, el consumidor gasta todo su dinero en el bien que le gusta y no compra nada del bien neutral. Lo mismo ocurre si la mercancía es un mal. Así, por ejemplo, si la mercancía 1 es un bien y la 2 un mal, las funciones de demanda serán

$$x_1 = \frac{m}{p_1}$$

$$x_2 = 0\ .$$

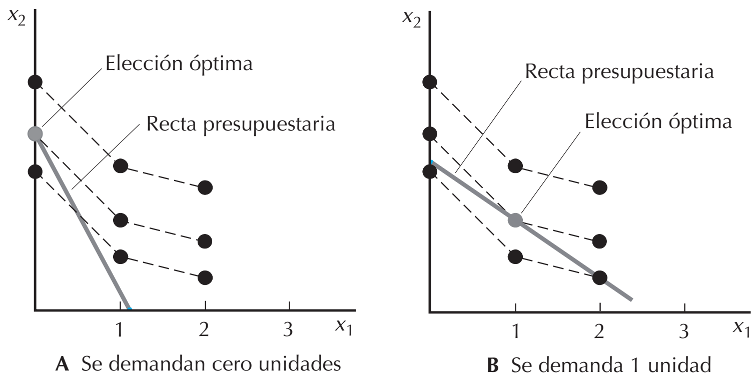


Figura 5.7. Los bienes discretos. En la parte A la demanda del bien 1 es cero y en la parte B se demanda una unidad.

Bienes discretos

Supongamos que el bien 1 es un bien discreto que sólo existe en unidades enteras y que el 2 es el dinero que se gasta en todo lo demás. Si el consumidor elige 1, 2, 3, ...

unidades del bien 1, elegirá implícitamente las cestas de consumo $(1, m - p_1)$, $(2, m - 2p_1)$, $(3, m - 3p_1)$, etc. Podemos comparar simplemente la utilidad de cada una de estas cestas para ver cuál tiene la mayor utilidad.

También podemos utilizar el análisis de la figura 5.7 basado en las curvas de indiferencia. La cesta óptima es como siempre la que se encuentra en la "curva" de indiferencia más alta. Si el precio del bien 1 es muy elevado, el consumidor elegirá cero unidades de consumo; a medida que baje el precio, le resultará óptimo consumir 1 unidad. Normalmente, conforme baje el precio, el consumidor decidirá consumir más unidades del bien 1.

Preferencias cóncavas

Consideremos la situación que muestra la figura 5.8. ¿Es X una elección óptima? ¡No! La elección óptima en el caso de estas preferencias siempre va a ser una elección de "esquina", como la cesta Z. Piénsese en lo que significan las preferencias no convexas. Si tenemos dinero para comprar helados y aceitunas y no nos gusta consumirlos juntos, lo gastaremos todo en uno de los dos bienes.

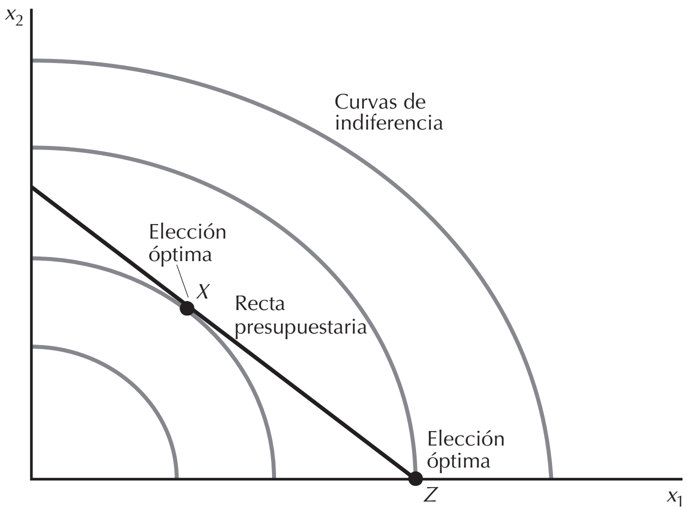


Figura 5.8. La elección óptima con preferencias cóncavas. La elección óptima es el punto de esquina, Z, y no el punto de tangencia interior, X, porque Z se encuentra en una curva de indiferencia más alta.

Preferencias Cobb-Douglas

Supongamos que la función de utilidad tiene la forma Cobb-Douglas, $u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d$. En el apéndice de este capítulo utilizamos el cálculo diferencial para derivar las elecciones óptimas de esta función de utilidad. Son

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1}$$
$$x_2 = \frac{d}{c+d}\frac{m}{p_2}.$$

Estas funciones de demanda suelen ser útiles en los ejemplos algebraicos, por lo que conviene que el lector las memorice.

Las preferencias Cobb-Douglas tienen una interesante propiedad. Consideremos la proporción de la renta que gasta un consumidor Cobb-Douglas en el bien 1. Si consume x_1 unidades del bien 1, le cuesta p_1x_1, lo que presenta una proporción $p_1 x_1 / m$ de la renta total. Sustituyendo x_1 por la función de demanda, tenemos que

$$\frac{p_1 x_1}{m} = \frac{p_1}{m}\frac{c}{c+d}\frac{m}{p_1} = \frac{c}{c+d}.$$

Del mismo modo, la proporción de la renta que gasta el consumidor en el bien 2 es $d/(c+d)$.

Así pues, el consumidor Cobb-Douglas siempre gasta una proporción fija de su renta en cada bien. La magnitud de dicha proporción es exactamente igual al exponente de la función Cobb-Douglas.

Ésa es la razón por la que a menudo resulta útil elegir una representación de la función de utilidad Cobb-Douglas en la que los exponentes sumen 1. Si $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, podemos interpretar inmediatamente a como la fracción de la renta gastada en el bien 1. Ésa es la razón por la cual generalmente expresaremos las preferencias Cobb-Douglas de esta manera.

5.4 Estimación de las funciones de utilidad

Hemos visto ya diferentes tipos de preferencias y de funciones de utilidad y hemos examinado las clases de comportamiento de la demanda que generan estas preferencias. Pero en el mundo real normalmente tenemos que proceder a la inversa: observamos el comportamiento de la demanda, pero nuestro problema consiste en averiguar qué tipo de preferencias generaron el comportamiento observado.

Supongamos, por ejemplo, que observamos las elecciones de un consumidor correspondientes a diferentes niveles de precios y de renta. El cuadro 5.1 muestra un ejemplo. Se trata de un cuadro de la demanda de dos bienes correspondientes a los diferentes niveles de precios y de rentas vigentes en distintos años. También hemos calculado la proporción de la renta gastada cada año en cada bien utilizando las fórmulas $s_1 = p_1x_1/m$ y $s_2 = p_2x_2/m$.

Por lo que se refiere a estos datos, las proporciones de gastos son relativamente constantes. Hay pequeñas diferencias de una observación a otra, pero probablemente no son demasiado grandes como para preocuparse. La proporción media de gasto correspondiente al bien 1 es alrededor de 1/4 y la proporción media de gasto correspondiente al bien 2 es alrededor de 3/4. Parece que la función de utilidad de la forma $u(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$ se ajusta bastante bien a estos datos. Es decir, una función de utilidad de esta forma generaría una elección muy parecida a la observada. Por comodidad hemos calculado la utilidad correspondiente a cada observación utilizando esta función de utilidad Cobb-Douglas que hemos estimado.

Año	p_1	p_2	m	x_1	x_2	s_1	s_2	Utilidad
1	1	1	100	25	75	0,25	0,75	57,0
2	1	2	100	24	38	0,24	0,76	33,9
3	2	1	100	13	74	0,26	0,74	47,9
4	1	2	200	48	76	0,24	0,76	67,8
5	2	1	200	25	150	0,25	0,75	95,8
6	1	4	400	100	75	0,25	0,75	80,6
7	4	1	400	24	304	0,24	0,76	161,1

Cuadro 5.1. Algunos datos que describen el comportamiento del consumidor.

Por lo que se desprende del comportamiento observado, parece que si el consumidor estuviera maximizando la función $u(x_1, x_2) = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$. Podría muy bien ocurrir que una nueva observación del comportamiento del consumidor nos llevara a rechazar esta hipótesis. Pero, a juzgar por los datos de que disponemos, esta función se ajusta bastante al modelo optimizador.

Esto tiene consecuencias muy importantes, ya que ahora podemos utilizar esta función de utilidad "ajustada" para evaluar las repercusiones de los cambios de política propuestos. Supongamos, por ejemplo, que el Gobierno estuviera considerando la posibilidad de establecer un sistema de impuestos como consecuencia del cual este consumidor se enfrentara a los precios (2, 3) y tuviera una renta de 200. Según nuestras estimaciones, la cesta demandada a estos precios sería

$$x_1 = \frac{1}{4}\,\frac{200}{2} = 25$$
$$x_2 = \frac{3}{4}\,\frac{200}{3} = 50.$$

La utilidad estimada de esta cesta es

$$u(x_1, x_2) = 25^{\frac{1}{4}}\ 50^{\frac{3}{4}} \approx 42.$$

Eso significa que la nueva política tributaria mejoraría el bienestar del consumidor con respecto al que disfrutaba en el año 2, pero lo empeoraría con respecto al que disfrutaba en el 3. Para valorar las consecuencias que tendría para este consumidor un cambio de política podemos utilizar, pues, la elección observada.

Teniendo en cuenta la importancia de esta idea en economía, repasemos la lógica una vez más. Dadas algunas observaciones sobre la forma en que los individuos se comportan a la hora de elegir, tratamos de averiguar qué se maximiza, en caso de que se maximice algo. Una vez que contamos con una estimación, podemos utilizarla tanto para predecir la elección en nuevas situaciones como para evaluar los cambios propuestos del entorno económico.

Naturalmente, hemos descrito una situación muy sencilla. En la realidad, normalmente no disponemos de datos detallados sobre las elecciones de consumo de cada individuo, sino de datos de grupos de individuos: los adolescentes, las familias de clase media, los ancianos, etc. Estos grupos pueden tener preferencias distintas por los diferentes bienes que se reflejan en sus pautas de gastos de consumo. Podemos estimar una función de utilidad que describa sus pautas de consumo y utilizar esta función para predecir la demanda y evaluar las políticas propuestas.

En el sencillo ejemplo antes descrito, era evidente que las proporciones de gasto eran relativamente constantes, por lo que la función de utilidad Cobb-Douglas nos daría un ajuste bueno. En otros casos, sería adecuada una función de utilidad que tuviera una forma más compleja. Los cálculos podrían ser entonces más complicados y obligarnos a utilizar un ordenador para realizar la estimación, pero la idea esencial del procedimiento es la misma.

5.5 Consecuencias de la condición de la RMS

En el apartado anterior hemos examinado una importante idea: la observación del comportamiento de la demanda nos suministra una importante información sobre las preferencias subyacentes de los consumidores que muestran ese comportamiento. Dado un número suficiente de observaciones sobre las elecciones de los consumidores, a menudo será posible estimar la función de utilidad que genera esas elecciones.

Pero incluso la observación de la elección de *un solo* consumidor correspondiente a un conjunto de precios nos permite realizar algunos tipos de deducciones útiles sobre la forma en que varía la utilidad del consumidor cuando varía el consumo. Veamos cómo.

En los mercados bien organizados, es normal que los precios sean aproximadamente los mismos para todo el mundo. Tomemos, por ejemplo, dos bienes como la mantequilla y la leche. Si todos los consumidores tienen que pagar los mismos precios por la mantequilla y la leche, todos siguen una conducta optimizadora y todos se encuentran en una solución interior; por lo que todos deben tener la misma relación marginal de sustitución entre la mantequilla y la leche.

Esta conclusión se desprende directamente del análisis anterior. El mercado ofrece a todo el mundo la misma relación de intercambio por la mantequilla y la leche y todo el mundo ajusta su consumo de los bienes hasta que su propia valoración marginal "interna" de los dos es igual a la valoración "externa" que hace el mercado de los mismos.

Ahora bien, el interés de esta afirmación reside en que es independiente de la renta y de los gustos. Los individuos valoran su consumo *total* de los dos bienes de una forma muy distinta. Unas personas consumen mucha mantequilla y poca leche y otras hacen lo contrario. Algunos individuos consumen mucha mantequilla y mucha leche, mientras que otros consumen muy poca cantidad de cada uno. Pero todo el que consuma los dos bienes debe tener la misma relación marginal de sustitución. Todo el que consuma los dos bienes debe estar de acuerdo sobre lo que vale uno en función del otro, es decir, sobre cuánto estaría dispuesto a sacrificar de uno para obtener una mayor cantidad del otro.

El hecho de que las relaciones de precios midan la relación marginal de sustitución es muy importante, pues significa que disponemos de un método para valorar las posibles variaciones de las cestas de consumo. Supongamos, por ejemplo, que el precio de la leche es de 1 euro el litro y el de la mantequilla de 2 el cuarto de kilo. En ese caso, la relación marginal de sustitución de todas las personas que consuman leche y mantequilla debe ser 2: habrá que darles 2 litros de leche para que les compense renunciar a 1 cuarto de kilo de mantequilla, o bien, 1 cuarto de kilo de mantequilla para que les compense renunciar a 2 litros de leche. Por lo tanto, todo el que consuma ambos bienes valorará de la misma forma una variación marginal del consumo.

Supongamos ahora que un inventor descubre un nuevo método para transformar leche en mantequilla: por cada 3 litros de leche que se introducen en esta máquina, se obtiene 1 cuarto de kilo de mantequilla y ningún otro derivado útil. Pregunta: ¿hay un mercado para este artilugio? Respuesta: los capitalistas que tienen dinero para financiar inventos nuevos no se pelearían por éste, pues todo el mundo se encuentra ya en un punto en el que está dispuesto a renunciar a 2 litros de leche a cambio de 1 cuarto de kilo de mantequilla. ¿Por qué habrían, pues, de estar dispuestos a obtener sólo 1 cuarto de kilo de mantequilla por cada 3 litros de leche? Este invento no tiene ningún valor.

Pero ¿qué ocurriría si consiguiera que funcionara en sentido contrario y obtuviera 3 litros de leche de 1 cuarto de kilo de mantequilla? ¿Existiría un mercado para este artilugio? La respuesta en este caso es afirmativa. Los precios de mercado de la leche y de la mantequilla nos dicen que los consumidores estarían dispuestos a intercambiar 1 cuarto de kilo de mantequilla por 2 litros de leche, por lo que obtener 3 litros de leche a cambio de 1 cuarto de kilo de mantequilla sería un negocio mejor que el que ofrece actualmente el mercado ¡Que me reserven mil acciones! (y varios kilos de mantequilla).

Los precios de mercado muestran que la primera máquina no es rentable: produce 2 euros de mantequilla utilizando 3 de leche. El hecho de que no sea rentable no es más que otra forma de decir que los consumidores valoran los factores más que los productos. La segunda máquina produce 3 euros de leche utilizando solamente 2 de mantequilla. Esta máquina es rentable porque los consumidores valoran los productos más que los factores.

En conclusión, dado que los precios miden la relación en que los consumidores están dispuestos a sustituir un bien por otro, pueden utilizarse para valorar propuestas que conlleven la introducción de variaciones en el consumo. El hecho de que los precios no son números arbitrarios, sino que reflejan cómo valoran los individuos las cosas en el margen, es una de las ideas fundamentales en economía.

Si observamos una elección correspondiente a un conjunto de precios, obtenemos la RMS correspondiente a un punto de consumo. Si varían los precios y observamos otra elección, obtenemos otra RMS. A medida que observamos un número cada vez mayor de elecciones, conocemos mejor la forma de las preferencias subyacentes que pueden haber generado la elección observada.

5.6 La elección de los impuestos

La pequeña parte de la teoría del consumidor que hemos analizado hasta ahora puede utilizarse para extraer interesantes e importantes conclusiones. He aquí un bonito ejemplo que describe una elección entre dos tipos de impuestos. Hemos visto que un **impuesto sobre la cantidad** es un impuesto sobre la cantidad que se consume de un bien como, por ejemplo, un impuesto de 15 centímos por litro sobre la gasolina. Un **impuesto sobre la renta** carece de misterio: no es más que un impuesto sobre la renta. Si el Gobierno desea recaudar una determinada cantidad de ingresos, ¿qué tipo de impuesto resulta más conveniente? Apliquemos lo que hemos visto hasta ahora para responder a esta pregunta.

En primer lugar, analizaremos la introducción de un impuesto sobre la cantidad. Supongamos que la restricción presupuestaria inicial es

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

¿Cuál es la restricción presupuestaria si gravamos el consumo del bien 1 al tipo t? La respuesta es sencilla. Desde el punto de vista del consumidor, es como si el precio del bien 1 hubiera subido una cantidad t. En consecuencia, la nueva restricción presupuestaria es

$$(p_1 + t)x_1 + p_2 x_2 = m. \quad [5.1]$$

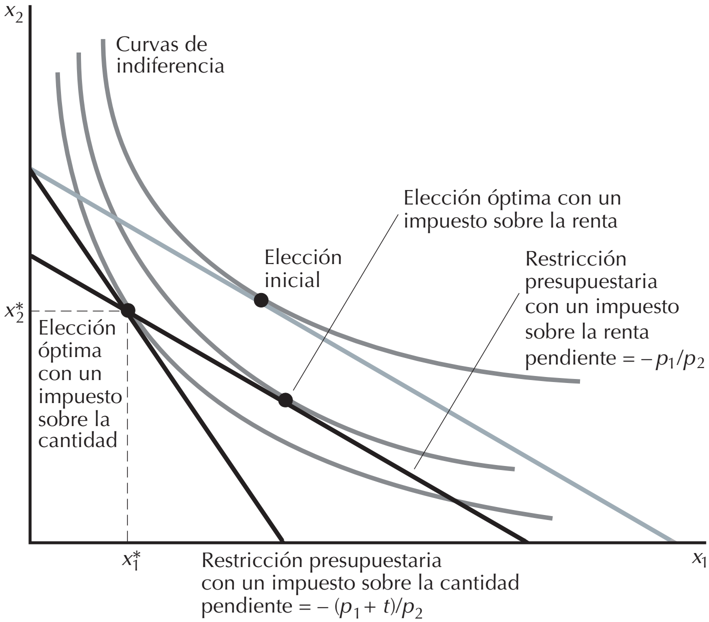


Figura 5.9. Un impuesto sobre la renta y un impuesto sobre la cantidad. Esta figura representa un impuesto sobre la cantidad que recauda unos ingresos R^* y un impuesto sobre la renta que recauda los mismos ingresos. El consumidor disfrutará de un mayor bienestar con el impuesto sobre la renta, ya que en ese caso podrá elegir un punto de una curva de indiferencia más alta.

Por lo tanto, un impuesto sobre la cantidad que se consume de un bien eleva el precio que paga el consumidor. La figura 5.9 muestra cómo podría afectar la variación del precio a la demanda. En esta fase, no sabemos con seguridad si este impuesto aumentará o reducirá el consumo del bien 1, aunque se presupone que lo reducirá. Cualquiera que sea el caso, sabemos que la elección óptima, (x_1^*, x_2^*), debe satisfacer la restricción presupuestaria

$$(p_1 + t)x_1^* + p_2 x_2^* = m. \qquad [5.2]$$

Los ingresos recaudados mediante este impuesto son $R^* = tx_1^*$.

Consideramos ahora un impuesto sobre la renta que recauda la misma cantidad de ingresos. La restricción presupuestaria tendría ahora la forma siguiente:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m - R^*$$

o, sustituyendo R^* por su valor,

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m - tx_1^*.$$

¿Dónde se encuentra esta recta presupuestaria en la figura 5.9?

Es fácil ver que tiene la misma pendiente que la recta presupuestaria original, $-p_1/p_2$, pero el problema es averiguar su localización. Con el impuesto sobre la renta, la recta presupuestaria debe pasar por el punto (x_1^*, x_2^*). Para comprobarlo se introduce (x_1^*, x_2^*) en la restricción presupuestaria con impuesto sobre la renta y se observa si satisface esa condición.

¿Es cierto que

$$p_1x_1^* + p_2x_2^* = m - tx_1^* ?$$

Sí, lo es, ya que no se trata más que de una reordenación de la ecuación [5.2], que sabemos que se cumple.

Este resultado establece que (x_1^*, x_2^*) se encuentra en la recta presupuestaria con impuesto sobre la renta: es, por tanto, una elección *asequible* para el consumidor. Pero ¿es una elección óptima? Es fácil ver que la respuesta es negativa. En (x_1^*, x_2^*), la relación marginal de sustitución es $-(p_1 + t)/p_2$. Pero el impuesto sobre la renta nos permite intercambiar los bienes a una relación de $-p_1/p_2$. Por lo tanto, la recta presupuestaria corta la curva de indiferencia en (x_1^*, x_2^*), lo que implica que hay un punto de la recta presupuestaria que se prefiere a (x_1^*, x_2^*).

Así pues, el impuesto sobre la renta es claramente superior al impuesto sobre la cantidad en el sentido de que se puede recaudar del consumidor la misma cantidad de ingresos y, aun así, mejorar su bienestar.

Se trata de un resultado que merece la pena recordar, pero cuyas limitaciones también conviene comprender. En primer lugar, sólo se aplica a un consumidor. El argumento muestra que, dado un consumidor, hay un impuesto sobre la renta que recauda tanto dinero de ese consumidor como un impuesto sobre la cantidad y mejora su bienestar. Sin embargo, la cuantía del impuesto sobre la renta suele variar de una persona a otra, por lo que un impuesto sobre la renta *uniforme* para todos los consumidores no es necesariamente mejor que un impuesto sobre la cantidad *uniforme* para todos los consumidores (piénsese en el caso de un consumidor que no consuma ninguna cantidad del bien 1: este individuo preferirá, desde luego, el impuesto sobre la cantidad al impuesto uniforme sobre la renta).

En segundo lugar, hemos supuesto que cuando introducimos el impuesto sobre la renta, no varía la renta del consumidor. Hemos considerado que es, esencialmente, una tasa fija, es decir, que sólo altera la cantidad de dinero que tiene el consumidor para gastar, pero no afecta a las opciones entre las que puede elegir. Este supuesto es improbable. Si la renta del consumidor procede de su trabajo, cabría esperar que gravándola se desincentivara el conseguirla, por lo que la renta, una vez deducimos los impuestos, podría disminuir en una cantidad mayor que la recaudada por el impuesto.

En tercer lugar, no hemos tenido en cuenta la respuesta de la oferta al impuesto. Hemos demostrado cómo responde la demanda a sus variaciones, pero la oferta también responde, por lo que hay que fijarse en estas variaciones para que el análisis sea completo.

Resumen

1. La elección óptima del consumidor es la cesta de su conjunto presupuestario que se encuentra en la curva de indiferencia más alta.
2. Normalmente, la cesta óptima se caracteriza por la condición de que la pendiente de la curva de indiferencia (la relación marginal de sustitución) es igual a la pendiente de la recta presupuestaria.
3. Si observamos varias elecciones de consumo, es posible estimar una función de utilidad que genere ese tipo de elección. Esta clase de función de utilidad puede emplearse para predecir las elecciones futuras y estimar la utilidad que tiene para los consumidores una nueva política económica.
4. Si los precios de los dos bienes son los mismos para todos los consumidores, todos tendrán la misma relación marginal de sustitución y, por lo tanto, estarán dispuestos a intercambiar ambos en la misma proporción.

Problemas

1. Si dos bienes son sustitutivos perfectos, ¿cuál es la función de demanda del bien 2?
2. Suponga que las curvas de indiferencia se describen mediante líneas rectas cuya pendiente es $-b$. Dados unos precios y una renta monetaria arbitrarios, p_1, p_2 y m, ¿cómo serán las elecciones óptimas del consumidor?
3. Suponga que un individuo siempre consume 2 cucharadas de azúcar con cada taza de café. Si el precio del azúcar es p_1 por cucharada y el del café p_2 por taza y el consumidor tiene m euros para gastar en café y azúcar, ¿cuánto querrá comprar?
4. Suponga que usted tiene unas preferencias claramente no convexas por el helado y las aceitunas, como las que se muestran en este capítulo, y que se enfrenta a los precios p_1 y p_2, y tiene m euros para gastar. Enumere las elecciones correspondientes a las cestas óptimas de consumo.
5. Si un consumidor tiene la función de utilidad, $u(x_1, x_2) = x_1x_2^4$, ¿qué proporción de su renta gastará en el bien 2?
6. ¿Con qué tipos de preferencias disfrutará el consumidor del mismo bienestar en el caso de un impuesto sobre la cantidad y en el de un impuesto sobre la renta?

Apéndice

Es muy útil resolver el problema de la maximización de las preferencias y deducir ejemplos algebraicos de funciones de demanda reales: es lo que hemos hecho en el presente capítulo con casos fáciles como los sustitutivos perfectos y los complementarios perfectos. En este apéndice veremos cómo hacerlo en casos más generales.

En primer lugar, normalmente representaremos las preferencias del consumidor mediante la función de utilidad $u(x_1, x_2)$. En el capítulo 4 vimos que este supuesto no es muy restrictivo: la mayoría de las preferencias de buen comportamiento pueden describirse mediante una función de utilidad.

Lo primero que observamos es que ya *sabemos* cómo se resuelve el problema de la elección óptima. Basta recordar lo que hemos aprendido en los tres capítulos anteriores. En este último hemos visto que una elección óptima (x_1, x_2) debe satisfacer la condición

$$RMS(x_1, x_2) = -\frac{p_1}{p_2}, \tag{5.3}$$

y en el apéndice del capítulo 4 vimos que la RMS puede expresarse como el cociente de las derivadas de la función de utilidad. Haciendo esta sustitución, y cancelando los signos negativos, tenemos que

$$\frac{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial u(x_1, x_2)/\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}. \tag{5.4}$$

En el capítulo 2 vimos que la elección óptima también debe satisfacer la restricción presupuestaria

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m. \tag{5.5}$$

De esta forma tenemos dos ecuaciones —la condición RMS y la restricción presupuestaria— y dos incógnitas, x_1 y x_2. Lo único que tenemos que hacer es resolver estas dos ecuaciones para hallar las elecciones óptimas de x_1 y x_2 en función de los precios y de la renta. Existen varias formas de resolver un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Una que siempre funciona, aunque no siempre sea la más sencilla, consiste en despejar una de las dos elecciones en la restricción presupuestaria e introducir el resultado en la condición de la RMS.

Recordando la restricción presupuestaria, tenemos que

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \tag{5.6}$$

e introduciendo esta expresión en la ecuación [5.4], obtenemos

$$\frac{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)\partial x_1}{\partial u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1)\partial x_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

Esta expresión tan larga sólo tiene una incógnita, x_1, y normalmente puede obtenerse una solución para x_1 en función de (p_1, p_2, m). A continuación, la restricción presupuestaria proporciona la solución para x_2 en función de los precios y la renta.

También podemos solucionar el problema de la maximización de la utilidad de una manera más sistemática, utilizando las condiciones de maximización de la utilidad que establece el cálculo diferencial. Para ello, primero planteamos el problema de la maximización de la utilidad como un problema de maximización sujeta a restricciones:

$$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2)$$

$$\text{tal que } p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Este problema exige que hallemos los valores de x_1 y x_2 que cumplan las dos condiciones siguientes: en primer lugar, que satisfagan la restricción y, en segundo lugar, que den un valor más alto a $u(x_1, x_2)$ que a cualquiera de los otros valores de x_1 y x_2 que satisfacen la restricción.

Existen dos métodos muy útiles para resolver este tipo de problemas. El primero consiste, simplemente, en despejar en la restricción presupuestaria una de las variables en función de la otra y, a continuación, introducir el resultado en la función objetivo.

Por ejemplo, dado un valor de x_1, la cantidad que necesitamos de x_2 para satisfacer la restricción presupuestaria viene dada por la función lineal

$$x_2(x_1) = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1. \qquad [5.7]$$

Ahora sustituimos x_2 por $x_2(x_1)$ en la función de utilidad y llegamos al siguiente problema de maximización *sin restricciones*

$$\max_{x_1} u(x_1, m/p_2 - (p_1/p_2)x_1).$$

Éste es un problema de maximización sin restricciones únicamente con respecto a x_1, ya que hemos utilizado la función $x_2(x_1)$ para que el valor de x_2 satisfaga siempre la restricción presupuestaria, cualquiera que sea el valor de x_1.

Este tipo de problemas puede resolverse también como se hace habitualmente: derivando con respecto a x_1 e igualando el resultado a cero. Con este procedimiento obtenemos una condición de primer orden de la forma siguiente:

$$\frac{\partial u(x_1, x_2(x_1))}{\partial x_1} + \frac{\partial u((x_1, x_2(x_1))}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dx_1} = 0. \qquad [5.8]$$

En este caso, el primer término es la consecuencia directa de que el incremento de x_1 aumenta la utilidad. El segundo término está formado por dos partes: la tasa del aumento de la utilidad provocado por el aumento de x_2, $\partial u / \partial x_2$, multiplicada por dx_2 / dx_1, que es la tasa del aumento de x_2 provocado por el aumento de x_1 para continuar satisfaciendo la ecuación presupuestaria. Para calcular esta última derivada podemos diferenciar [5.7]:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2}.$$

Introduciendo este resultado en (5.8), obtenemos

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*) / \partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*) / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

que dice simplemente que la relación marginal de sustitución entre x_1 y x_2 debe ser igual a la relación de precios en la elección óptima (x_1^*, x_2^*). Ésta es exactamente la condición que derivamos antes: la pendiente de la curva de indiferencia debe ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria. Naturalmente, la elección óptima también debe satisfacer la restricción presupuestaria $p_1x_1^* + p_2x_2^* = m$, que de nuevo arroja dos ecuaciones con dos incógnitas.

La segunda forma de resolver estos problemas consiste en utilizar **multiplicadores de Lagrange**. Este método comienza definiendo una función auxiliar conocida como *lagrangiano*:

$$L = u(x_1, x_2) - \lambda(p_1 x_1 + p_2 x_2 - m).$$

La nueva variable λ se denomina **multiplicador de Lagrange**, ya que se multiplica por la restricción. El teorema de Lagrange dice que una elección óptima (x_1^*, x_2^*) debe satisfacer las tres condiciones de primer orden

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = p_1x_1^* + p_2x_2^* - m = 0.$$

Estas tres ecuaciones tienen varias características interesantes. En primer lugar, obsérvese que son simplemente las derivadas del lagrangiano con respecto a x_1, x_2, y λ, igualadas a cero. La última derivada, con respecto a λ, no es más que la restricción presupuestaria. En segundo lugar, tenemos ahora tres ecuaciones con tres incógnitas, x_1, x_2 y λ. Cabe esperar que podamos obtener x_1 y x_2 en función de p_1, p_2 y m.

El teorema de Lagrange está demostrado en cualquier libro de cálculo avanzado. Se utiliza frecuentemente en los cursos de economía superior, pero para nuestros fines basta conocer su formulación y saber utilizarlo.

En nuestro caso concreto, merece la pena señalar que si dividimos la primera condición por la segunda, tenemos que

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*) / \partial x_1}{\partial u(x_1^*, x_2^*) / \partial x_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

que significa, simplemente, lo mismo que antes: que la RMS debe ser igual a la relación de precios. La restricción presupuestaria nos da la otra ecuación, por lo que volvemos a tener dos ecuaciones con dos incógnitas.

Ejemplo: Funciones de demanda Cobb-Douglas

En el capítulo 4 introdujimos la **función de utilidad Cobb-Douglas**:

$$u(x_1, x_2) = x_1^c x_2^d.$$

Dado que pueden tomarse transformaciones monótonas de las funciones de utilidad, es conveniente partir de la forma logarítmica de la expresión anterior

$$\ln u(x_1, x_2) = c \ln x_1 + d \ln x_2.$$

Hallemos las funciones de demanda de x_1 y x_2 en el caso de la función de utilidad Cobb-Douglas. El problema que queremos resolver es el siguiente:

$$\max_{x_1, x_2} c \ln x_1 + d \ln x_2$$

$$\text{tal que } \; p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Existen al menos tres formas de resolver este problema. Una de ellas consiste en escribir la condición RMS y la restricción presupuestaria. Utilizando la expresión de la RMS derivada en el capítulo 4, tenemos que

$$\frac{cx_2}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Se trata de dos ecuaciones con dos incógnitas cuya resolución nos permitirá hallar la elección óptima de x_1 y x_2. Una forma de resolverlas consiste en introducir la segunda en la primera:

$$\frac{c(m/p_2 - x_1 p_1/p_2)}{dx_1} = \frac{p_1}{p_2}.$$

De donde se obtiene

$$c(m - x_1\, p_1) = dp_1\, x_1\, .$$

Tras algunas manipulaciones, obtenemos

$$cm = (c + d)\, p_1\, x_1$$

o sea,

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\,\frac{m}{p_1}.$$

Ésta es la función de demanda de x_1. Para averiguar la función de demanda de x_2, introducimos este resultado en la restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}\,\frac{c}{c+d}\,\frac{m}{p_1} \\ &= \frac{d}{c+d}\,\frac{m}{p_2}. \end{aligned}$$

El segundo método consiste en introducir la restricción presupuestaria en el problema de maximización inicial. De esa manera, nuestro problema se convierte en

$$\max_{x_1}\, c \ln x_1 + d \ln\,(m/p_2 - x_1\, p_1\,/p_2).$$

La condición de primer orden de este problema es

$$\frac{c}{x_1} - d\,\frac{p_2}{m - p_1 x_1}\,\frac{p_1}{p_2} = 0.$$

Utilizando algo de álgebra —operación que debe realizar el lector— obtenemos la solución

$$x_1 = \frac{c}{c+d}\,\frac{m}{p_1}.$$

Si introducimos este resultado en la restricción presupuestaria $x_2 = m/p_2 - x_1\; p_1/p_2$, obtenemos

$$x_2 = \frac{d}{c+d}\,\frac{m}{p_2}.$$

Éstas son las funciones de demanda de los bienes, que, felizmente, son las mismas que las que derivamos antes con el otro método.

Veamos ahora el método de Lagrange. Sea el lagrangiano

$$L = c \ln x_1 + d \ln x_2 - \lambda(p_1x_1 + p_2x_2 - m)$$

y diferenciemos esta expresión para obtener las tres condiciones de primer orden

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial x_1} &= \frac{c}{x_1} - \lambda p_1 = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial x_2} &= \frac{d}{x_2} - \lambda p_2 = 0 \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= p_1x_1 + p_2x_2 - m = 0.
\end{aligned}$$

Ahora el problema es resolverlas. Lo mejor es despejar primero λ y después x_1 y x_2. Por lo tanto, reordenamos las dos primeras ecuaciones y obtenemos

$$\begin{aligned}
c &= \lambda p_1x_1 \\
d &= \lambda p_2x_2.
\end{aligned}$$

Sumamos estas dos ecuaciones,

$$c + d = \lambda(p_1x_1 + p_2x_2) = \lambda m,$$

lo que nos da

$$\lambda = \frac{c + d}{m} \cdot$$

Introduciendo este resultado en las dos primeras ecuaciones y despejando x_1 y x_2, tenemos que

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{c}{c + d}\,\frac{m}{p_1} \\
x_2 &= \frac{d}{c + d}\,\frac{m}{p_2},
\end{aligned}$$

que es exactamente lo mismo que teníamos antes.

6. La demanda

En el capítulo anterior presentamos el modelo básico de la elección del consumidor: cómo la maximización de la utilidad sujeta a una restricción presupuestaria da lugar a una elección óptima. Vimos que las elecciones óptimas del consumidor dependían de su renta y de los precios de los bienes y los ejemplificamos con algunos tipos sencillos de preferencias.

Las **funciones de demanda** del consumidor muestran las cantidades óptimas de cada uno de los bienes en función de los precios y de la renta del consumidor. Se expresan de la forma siguiente:

$$x_1 = x_1 (p_1, p_2, m)$$
$$x_2 = x_2 (p_1, p_2, m).$$

El primer miembro de cada ecuación representa la cantidad de demanda y el segundo es la función que relaciona los precios y la renta con esa cantidad.

En este capítulo veremos que la demanda de un bien varía cuando varían los precios y la renta. Como ya dijimos en el capítulo 1, el estudio de las respuestas a los cambios del entorno económico se denomina **estática comparativa.** Se llama "comparativa" porque se trata de comparar dos situaciones: el antes y después de la variación del entorno económico; y "estática" porque no interesan los procesos de ajuste que entraña el cambio de una elección por otra, sino sólo la elección final de equilibrio.

En el caso del consumidor, sólo hay dos elementos en nuestro modelo que afectan a la elección óptima: los precios y la renta. Por lo tanto, en la teoría del consumidor, la estática comparativa consiste en investigar cómo varía la demanda cuando varían los precios y la renta.

6.1 Bienes normales e inferiores

Comenzamos observando cómo varía la demanda de un bien por parte de un consumidor cuando varía su renta. Nuestro propósito es averiguar qué relación existe entre la elección óptima correspondiente a un determinado nivel de renta y la elección óptima correspondiente a otro. Durante este ejercicio mantendremos fijos los precios y sólo examinaremos la variación de la demanda provocada por una variación de la renta.

Sabemos cómo afecta un incremento de la renta monetaria a la recta presupuestaria cuando los precios son fijos: se desplaza hacia fuera en paralelo. ¿Cómo afecta este desplazamiento a la demanda?

Lo normal es pensar que la demanda de cada bien aumenta cuando aumenta la renta, como muestra la figura 6.1. Los economistas, con una singular falta de imaginación, llaman **normales** a estos bienes. Si el bien 1 es normal, su demanda aumenta cuando aumenta la renta y disminuye cuando disminuye la renta. Cuando un bien es normal, la cantidad demandada siempre varía de la misma forma que la renta:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta m} > 0.$$

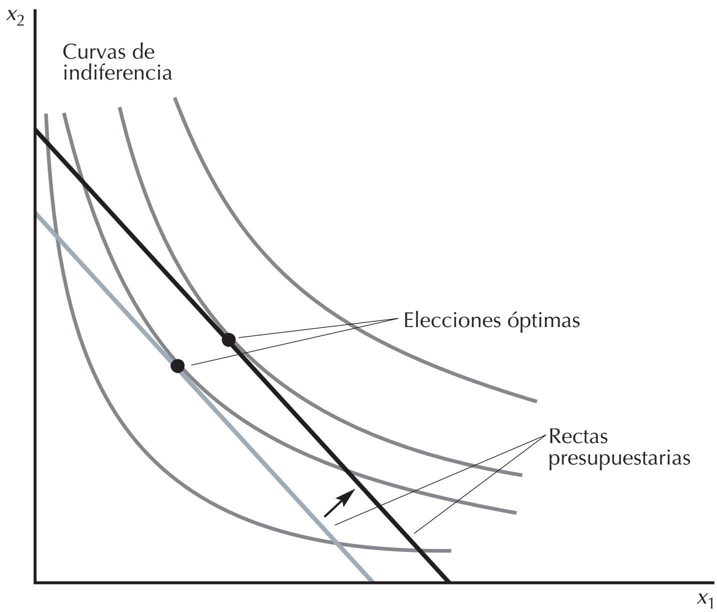


Figura 6.1. Los bienes normales. La demanda de ambos bienes aumenta cuando aumenta la renta, por lo que son bienes normales.

Si algo se llama normal, podemos estar seguros de que debe haber una *posibilidad* de ser anormal; y, de hecho, la hay. La figura 6.2 muestra un ejemplo de curvas de indiferencia regulares en las que un incremento de la renta da lugar a una *reducción* del consumo de uno de los bienes. A este bien se le denomina un bien **inferior**.

Aunque este tipo de bienes puede parecer "anormal", si nos paramos a pensar un poco, no es tan raro. Hay muchos bienes cuya demanda disminuye cuando aumenta la renta; por ejemplo, las gachas, la mortadela, las chabolas y casi todo los tipos de bienes de baja calidad.

El hecho de que un bien sea inferior o no, depende del nivel de renta que estemos examinando. Por ejemplo, es posible que las personas muy pobres consuman más mortadela cuando aumenta su renta. Sin embargo, traspasado un determinado punto, probablemente consumirán menos. Dado que en la vida real el consumo de bienes puede aumentar o disminuir cuando aumenta la renta, es tranquilizador saber que la teoría económica prevé ambas posibilidades.

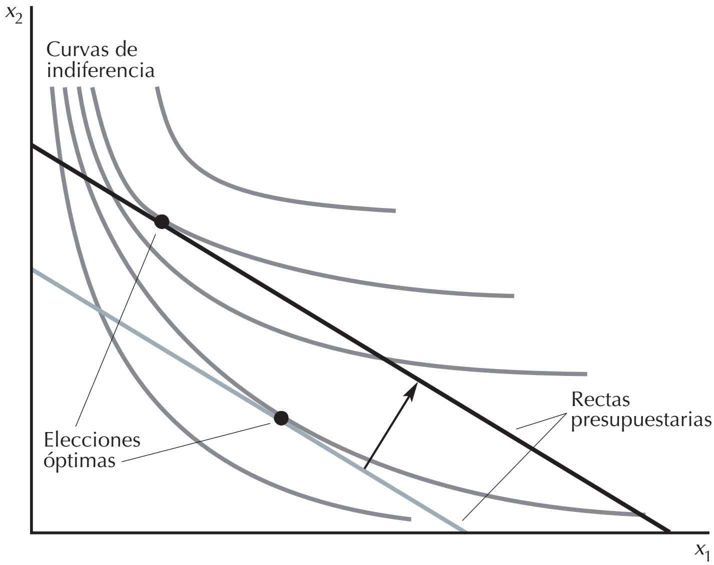


Figura 6.2. Un bien inferior. El bien 1 es un bien inferior, lo que significa que cuando aumenta la renta, disminuye su demanda.

6.2 Curvas de oferta-renta y curvas de Engel

Hemos visto que un aumento de la renta equivale a un desplazamiento de la recta presupuestaria hacia fuera en paralelo. Las cestas demandadas que hemos obtenido al desplazar la recta presupuestaria hacia fuera pueden unirse para construir una **curva de oferta-renta**. Esta curva, representada en la figura 6.3A, muestra las cestas de bienes que se demandan en los diferentes niveles de renta. También se conoce con el nombre de **senda de expansión de la renta**. Como muestra la figura 6.3A, esta senda tiene pendiente positiva si los dos bienes son normales.

En cada nivel de renta, m, hay una elección óptima para cada uno de los bienes. Fijémonos en el bien 1 y consideremos la elección óptima correspondiente a cada conjunto de precios y renta, $x_1(p_1, p_2, m)$. Ésta no es sino la función de demanda del bien 1. Si mantenemos fijos los precios de los bienes 1 y 2 y observamos cómo varía la demanda cuando varía la renta, generamos una curva conocida como **curva de Engel**, que muestra cómo varía la demanda cuando varía la renta y todos los precios se mantienen constantes (para un ejemplo, véase la figura 6.3B).

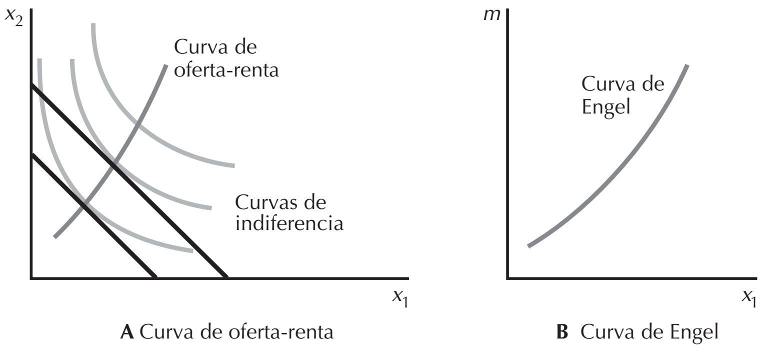


Figura 6.3. Cómo varía la demanda cuando varía la renta. (A) La curva de oferta-renta (o senda de expansión de la renta) representa la elección óptima correspondiente a diferentes niveles de renta, manteniéndose fijos los precios. (B) La curva de Engel muestra la elección óptima del bien 1 en función de la renta m.

6.3 Algunos ejemplos

Consideremos algunas de las preferencias que examinamos en el capítulo 5 y veamos cómo son las curvas de oferta-renta y las curvas de Engel.

Sustitutivos perfectos

La figura 6.4 muestra el caso de los sustitutivos perfectos. Si $p_1 < p_2$, de tal manera que el consumidor se especializa en el consumo del bien 1, su incremento de la renta significa que aumenta su consumo de dicho bien. Por lo tanto, como muestra la figura 6.4A, la curva de oferta-renta coincide con el eje de abscisas.

Dado que en este caso la demanda del bien 1 es $x_1 = m/p_1$, la curva de Engel es una línea recta con una pendiente de p_1, como muestra la figura 6.4B (dado que m se representa en el eje de ordenadas y x_1 en el de abscisas, podemos expresar esta demanda de la forma siguiente: $m = p_1 x_1$, con lo que queda claro que la pendiente es p_1).

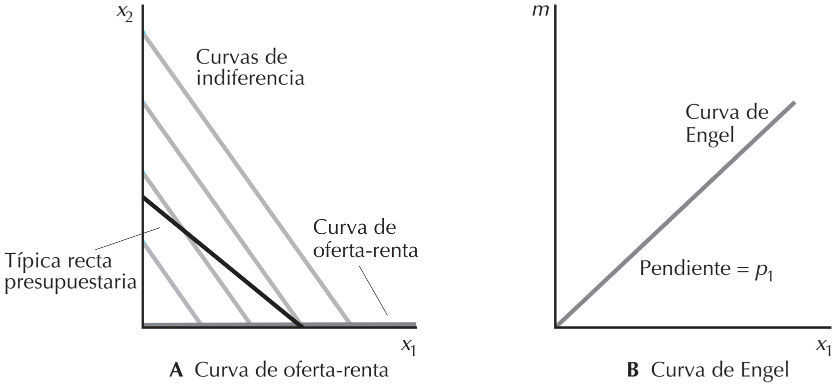


Figura 6.4. Los sustitutivos perfectos. La curva de oferta-renta (A) y la curva de Engel (B) cuando los bienes son sustitutivos perfectos.

Complementarios perfectos

La figura 6.5 muestra cómo se comporta la demanda cuando los bienes son complementarios perfectos. Dado que el consumidor siempre consume la misma cantidad de cada bien, cualquiera que sea ésta, la curva de oferta-renta es la diagonal que pasa por el origen, como indica la figura 6.5A. Hemos visto que la demanda del bien 1 es $x_1 = m/(p_1 + p_2)$, por lo que la curva de Engel, representada en la figura 6.5B, es una recta cuya pendiente es $p_1 + p_2$.

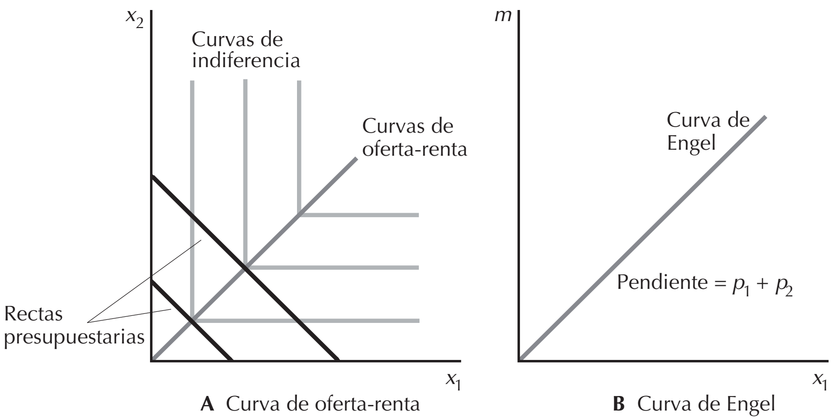


Figura 6.5. Los complementarios perfectos. La curva de oferta-renta (A) y la curva de Engel (B) cuando los bienes son complementarios perfectos.

Preferencias Cobb-Douglas

En el caso de las preferencias Cobb-Douglas, es más fácil analizar la forma algebraica de las funciones de demanda para ver cómo son los gráficos. Si $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^{1-a}$, la demanda Cobb-Douglas del bien 1 tiene la forma $x_1 = am/p_1$. Si mantenemos fijo el valor de p_1, ésta es una función *lineal* de m. Por lo tanto, si duplicamos m, se duplica la demanda; si triplicamos m, se triplica la demanda, etc. De hecho, si se multiplica m por un número positivo cualquiera, t, la demanda se multiplica exactamente por la misma cantidad.

La demanda del bien 2 es $x_2 = (1 - a)m/p_2$, que también es claramente lineal. El hecho de que las funciones de demanda de ambos bienes sean funciones lineales de la renta significa que las sendas de expansión de la renta son líneas que pasan por el origen, como muestra la figura 6.6A. La curva de Engel del bien 1, representada en la figura 6.6B, es una línea recta cuya pendiente es p_1/a.

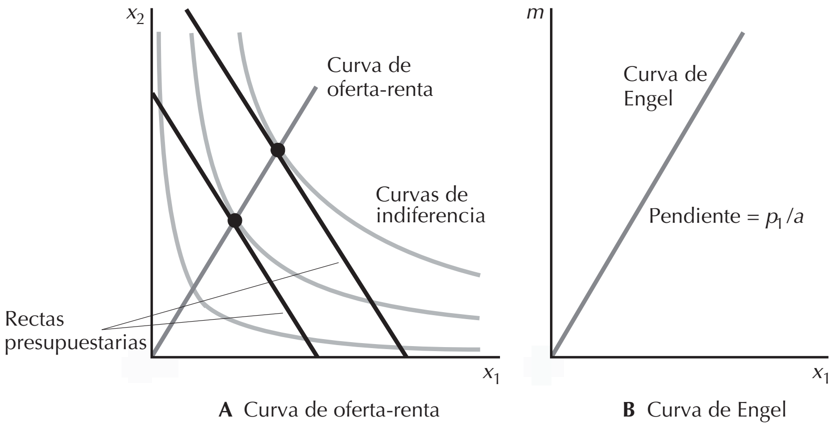


Figura 6.6. Cobb-Douglas. La curva de oferta-renta (A) y la curva de Engel (B) correspondiente a la utilidad Cobb-Douglas.

Preferencias homotéticas

Todas las curvas de oferta-renta y las curvas de Engel que hemos visto hasta ahora son sencillas; de hecho, son rectas, debido a que nuestros ejemplos eran muy sencillos. Las curvas de Engel reales no tienen por qué ser rectas. En general, cuando aumenta la renta, la demanda de un bien puede aumentar más o menos deprisa que ella. Si aumenta más deprisa, decimos que es un **bien de lujo** y si aumenta menos deprisa, decimos que es un **bien necesario**.

La línea divisoria es el caso en que la demanda de un bien aumenta en la misma proporción que la renta; y esto es lo que ocurre en los tres casos que hemos examinado antes. ¿Qué rasgo de las preferencias del consumidor le llevan a comportarse así?

Supongamos que sus preferencias sólo dependen del *cociente* entre el bien 1 y el 2, lo que significa que si prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2), automáticamente prefiere $(2x_1, 2x_2)$ a $(2y_1, 2y_2)$, $(3x_1, 3x_2)$ a $(3y_1, 3y_2)$, etc., ya que el cociente entre el bien 1 y el 2 es el mismo en todas estas cestas. De hecho, el consumidor prefiere (tx_1, tx_2) a (ty_1, ty_2) para cualquier valor positivo de t. Las preferencias que tienen esta propiedad se denominan **preferencias homotéticas**. No es difícil mostrar que los tres ejemplos examinados antes —los sustitutivos perfectos, los complementarios perfectos y las preferencias Cobb-Douglas— responden todos a preferencias homotéticas.

La figura 6.7 muestra que si el consumidor tiene preferencias homotéticas, las curvas de oferta-renta son todas ellas líneas rectas que pasan por el origen. Más concretamente, si las preferencias son homotéticas, esto significa que cuando la renta se multiplica o se divide por un coeficiente $t > 0$, la cesta demandada se multiplica o se divide en la misma proporción. Este resultado puede establecerse rigurosamente, pero queda bastante claro en el gráfico. Si la curva de indiferencia es tangente a la recta presupuestaria en (x_1^*, x_2^*), la curva de indiferencia que pasa por (tx_1^*, tx_2^*) es tangente a la recta presupuestaria que tiene una renta t veces mayor y los mismos precios. Esto implica que las curvas de Engel también son líneas rectas. Si duplicamos la renta, también duplicamos la demanda de cada bien.

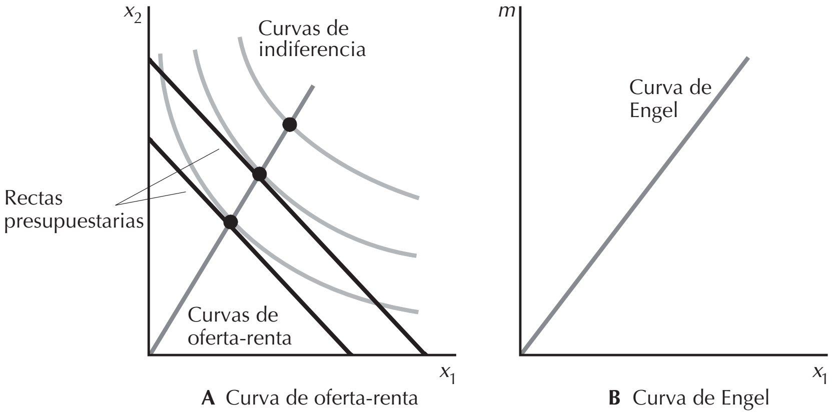


Figura. 6.7. Preferencias homotéticas. La curva de oferta-renta (A) y la curva de Engel (B) cuando las preferencias son homotéticas.

Las preferencias homotéticas son muy cómodas por lo sencillos que son los efectos-renta. Sin embargo, desgraciadamente, y por esa misma razón, no son muy realistas. Aun así, las utilizaremos frecuentemente.

Preferencias cuasilineales

Otro tipo de preferencias que genera una forma especial de curvas de oferta-renta y curvas de Engel es el caso de las preferencias cuasilineales. Recuérdese que en el capítulo 4 las definimos como aquellas en las que todas las curvas de indiferencia son versiones "desplazadas" de una curva de indiferencia, como en la figura 6.8. En otras palabras, la función de utilidad de estas preferencias adopta la forma $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$. ¿Qué ocurre si desplazamos la recta presupuestaria hacia fuera? En este caso, si una curva de indiferencia es tangente a la recta presupuestaria en una cesta (x_1^*, x_2^*), otra curva de indiferencia también debe ser tangente a $(x_1^*, x_2^* + k)$ para cualquier constante k. El incremento de la renta no altera la demanda del bien 1 y toda la renta adicional se destina enteramente al consumo del bien 2. Si las preferencias son cuasilineales, a veces decimos que "el efecto-renta es nulo" en el caso del bien 1. Por lo tanto, la curva de Engel es una línea vertical: cuando varía la renta, la demanda del bien 1 permanece constante.

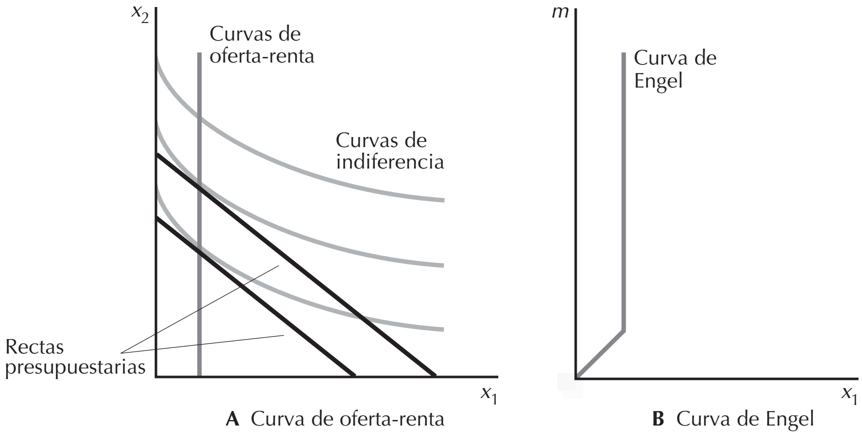


Figura 6.8. Preferencias cuasilineales. La curva de oferta-renta (A) y la curva de Engel (B) cuando las preferencias son cuasilineales.

¿En qué situación real podría observarse este caso? Supongamos que el bien 1 son lápices y el 2 dinero para gastar en otros bienes. Inicialmente, podemos gastar nuestra renta únicamente en lápices, pero cuando ésta es suficientemente elevada, dejamos de comprar más lápices y gastamos toda nuestra renta adicional en otros bienes. Otros ejemplos de este tipo son la sal y la pasta dentífrica. Cuando examinamos la elección entre un bien que no representa una parte muy significativa del presupuesto del consumidor y todos los demás, el supuesto cuasilineal puede muy bien ser plausible, al menos cuando la renta del consumidor es suficientemente elevada.

6.4 Bienes ordinarios y bienes Giffen

Veamos ahora qué ocurre cuando varían los precios. Supongamos que bajamos el precio del bien 1 y mantenemos fijo el del bien 2 y la renta monetaria. ¿Qué puede suceder con la cantidad demandada del bien 1? La intuición nos dice que debe aumentar cuando baja su precio. Como muestra la figura 6.9, éste es de hecho el caso ordinario.

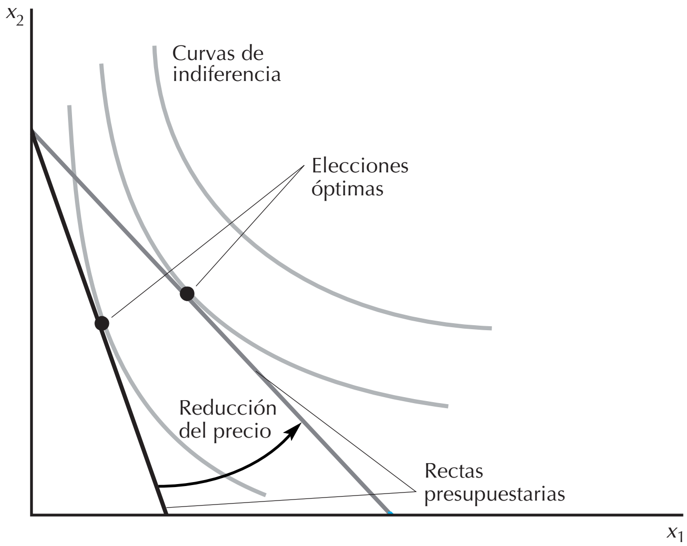


Figura 6.9. Un bien ordinario. La figura muestra que ordinariamente la demanda de un bien aumenta cuando baja su precio.

Cuando baja el precio del bien 1, la recta presupuestaria se vuelve más horizontal; en otras palabras, la ordenada en el origen es fija y la abscisa en el origen se desplaza hacia la derecha. En la figura 6.9, la elección óptima del bien 1 se desplaza también hacia la derecha: aumenta la cantidad demandada del bien 1. Pero cabría preguntarse si siempre sucede lo mismo. ¿Debe aumentar siempre la demanda de un bien cuando baja su precio, cualquiera que sea el tipo de preferencias del consumidor?

No. Desde el punto de vista lógico, es posible encontrar preferencias regulares en las que la reducción del precio del bien 1 provoque una reducción de su demanda. Ese bien se llama **bien Giffen**, en honor al economista del siglo XIX que señaló por primera vez esta posibilidad. La figura 6.10 muestra un ejemplo.

¿Qué ocurre en este caso desde el punto de vista económico? ¿Qué tipo de preferencias podría dar lugar a la peculiar conducta representada en la figura 6.10? Supongamos que los dos bienes que estamos consumiendo son gachas y leche y que actualmente consumimos 7 boles de gachas y 7 tazas de leche a la semana. Ahora baja el precio de las gachas. Si seguimos consumiendo 7 boles de gachas a la semana, nos quedará algún dinero para comprar más leche. De hecho, con el dinero adicional que hemos ahorrado gracias a la reducción del precio de las gachas, quizá decidamos consumir aún más leche y reducir el consumo de gachas. Como consecuencia de la reducción del precio de las gachas nos queda algún dinero adicional para gastar en otros bienes. Por lo tanto, la variación del precio es en cierto sentido como una variación de la renta. Incluso aunque la renta *monetaria* permanezca constante, una variación del precio de un bien altera el poder adquisitivo y, por lo tanto, la demanda.

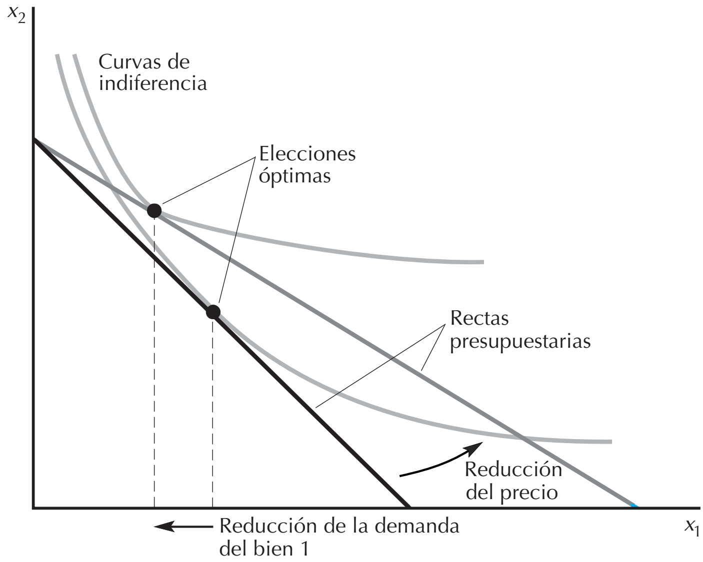


Figura 6.10. Un bien Giffen. El bien 1 es un bien Giffen ya que, cuando baja su precio, disminuye su demanda.

Así pues, el bien Giffen no es inverosímil desde el punto de vista puramente lógico, aunque es improbable en la conducta del mundo real. La mayoría de los bienes son ordinarios, lo que quiere decir que cuando sube su precio, desciende su demanda. Más adelante veremos por qué es ésta la situación normal.

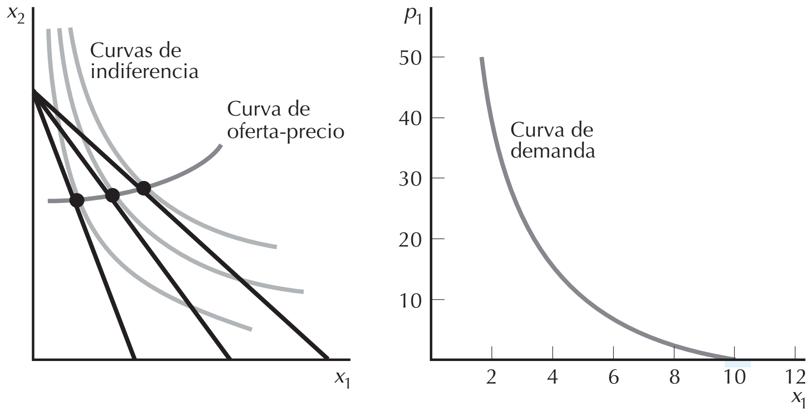
Al margen, no es casualidad que hayamos elegido las gachas como ejemplo tanto del bien inferior como del bien Giffen. Existe una estrecha relación entre ambos tipos de bienes que examinaremos en seguida.

Sin embargo es posible que, de momento, el lector extraiga de nuestro análisis de la teoría del consumidor la conclusión de que puede ocurrir casi todo: la demanda de un bien puede aumentar o disminuir tanto si aumenta la renta como si sube su precio. ¿Es compatible la teoría del consumidor con *cualquier* tipo de conducta? ¿O excluye alguno? El modelo de la maximización *impone* algunas restricciones a la conducta; pero tendremos que esperar al capítulo siguiente para ver cuáles son.

6.5 La curva de oferta-precio y la curva de demanda

Supongamos que varía el precio del bien 1, mientras p_2 y la renta se mantienen fijos. Geométricamente, significa que pivota la recta presupuestaria. Si unimos los puntos óptimos, obtenemos la **curva de oferta-precio** de la figura 6.11A, que representa las cestas que se demandarían a los diferentes precios del bien 1.

Esta misma información puede describirse de una forma distinta. De nuevo mantenemos fijos el precio del bien 2 y la renta monetaria y representamos el nivel óptimo de consumo del bien 1 correspondiente a cada valor de p_1. El resultado es la **curva de demanda** de la figura 6.11B, que es una representación de la función de demanda x_1 (p_1, p_2, m) manteniendo fijos p_2 y m en unos valores predeterminados.



A Curva de oferta-precio   **B** Curva de demanda

Figura 6.11. La curva de oferta-precio y la curva de demanda. La parte A muestra una curva de oferta-precio, que representa las elecciones óptimas cuando varía el precio del bien 1. La B muestra la curva de demanda correspondiente, que representa las elecciones óptimas del bien 1 en función de su precio.

Normalmente, cuando sube el precio de un bien, disminuye su demanda. Por lo tanto, el precio y la cantidad del bien varían en sentido *contrario*, lo que significa que la curva de demanda tiene, por lo general, pendiente negativa. Utilizando tasas de variación, tenemos que, normalmente,

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} < 0,$$

lo que quiere decir, sencillamente, que las curvas de demanda suelen tener pendiente negativa.

Sin embargo, también hemos visto que, en el caso de los bienes Giffen, la demanda de un bien puede descender cuando baja su precio. Por lo tanto, es posible, aunque no probable, que una curva de demanda tenga pendiente positiva.

6.6 Algunos ejemplos

Veamos algunos ejemplos de curvas de demanda, utilizando las preferencias que analizamos en el capítulo 3.

Sustitutivos perfectos

La figura 6.12 muestra la curva de oferta-precio y la curva de demanda de sustitutivos perfectos: el caso de los lápices rojos y azules. Como vimos en el capítulo 5, la demanda del bien 1 es 0 cuando $p_1 > p_2$; cualquier cantidad de la recta presupuestaria cuando $p_1 = p_2$ y m/p_1 cuando $p_1 < p_2$. La curva de oferta-precio representa estas posibilidades.

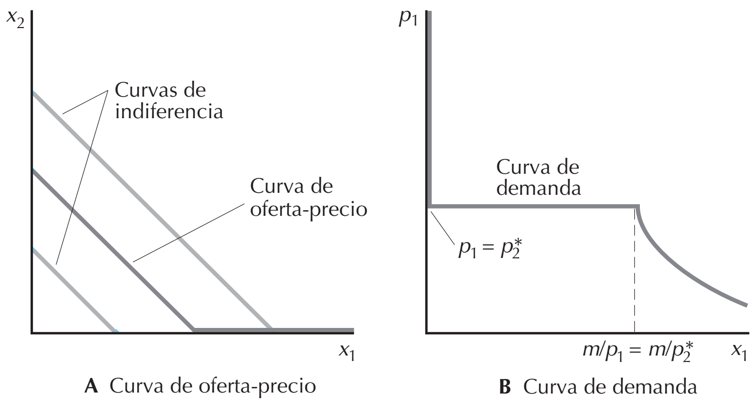


Figura 6.12. Los sustitutivos perfectos. La curva de oferta-precio (A) y la curva de demanda (B) cuando los bienes son sustitutivos perfectos.

Para hallar la curva de demanda representada en la figura 6.12B, mantenemos fijo el precio del bien 2 al precio p_2^* y representamos la demanda del bien 1 con respecto a su precio.

Complementarios perfectos

La figura 6.13 describe este caso de complementarios perfectos con el ejemplo de los zapatos del pie derecho e izquierdo. Sabemos que independientemente de cuáles sean los precios, el consumidor demanda la misma cantidad de los bienes 1 y 2. Por lo tanto, su curva de oferta-precio es una diagonal, como muestra la figura 6.13A.

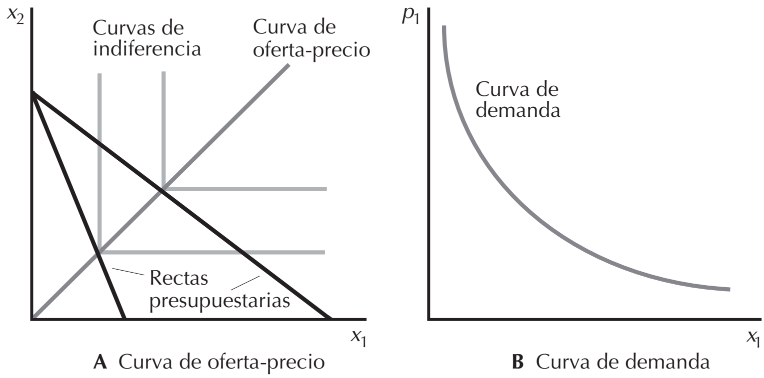


Figura 6.13. Los complementarios perfectos. La curva de oferta precio (A) y la curva de demanda (B) cuando los bienes son complementarios perfectos.

En el capítulo 5 vimos que la demanda del bien 1 viene dada por

$$x_1 = \frac{m}{p_1 + p_2}.$$

Si mantenemos fijos m y p_2 y representamos la relación entre x_1 y p_1, obtenemos la curva de la figura 6.13B.

Un bien discreto

Supongamos que el bien 1 es un bien discreto. Si p_1 es muy elevado, el consumidor preferirá estrictamente consumir cero unidades; si es suficientemente bajo, preferirá estrictamente consumir una unidad. Al precio r_1, le dará igual consumir el bien 1 que no consumirlo. Ese precio se denomina **precio de reserva**.[1] La figura 6.14 representa las curvas de indiferencia y la curva de demanda.

[1] El término "precio de reserva" procede de los mercados de subasta. Cuando una persona quiere vender un bien en una subasta, normalmente fija el precio mínimo al que está dispuesto a venderlo. Si el mejor precio ofrecido es inferior a éste, el vendedor se reserva el derecho de comprar el artículo él mismo. Este precio se conoce con el nombre de "precio de reserva" del vendedor y se utiliza para describir el precio al que una persona está dispuesta a comprar o vender un bien.

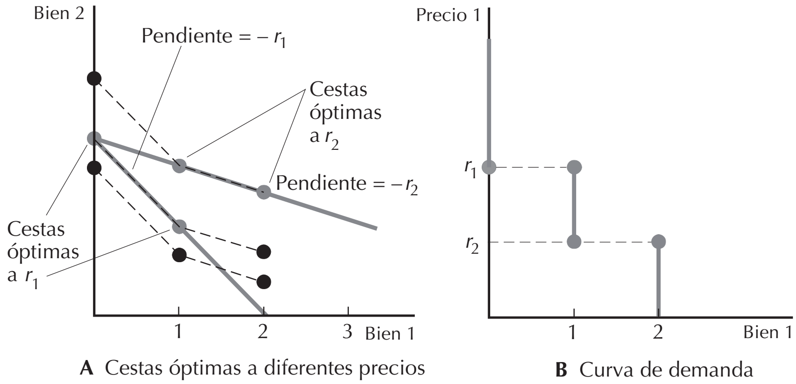


Figura 6.14. Un bien discreto. Cuando baja el precio del bien 1, hay un precio, el precio de reserva, al que el consumidor le da igual consumir el bien 1 que no consumirlo. Cuando baja aún más el precio, se demandan más unidades del bien discreto.

El gráfico muestra claramente que la conducta de la demanda puede describirse mediante una secuencia de precios de reserva a los que el consumidor está dispuesto a comprar otra unidad del bien. Al precio r_1, el consumidor está dispuesto a comprar 1 unidad del bien; si desciende a r_2, está dispuesto a comprar otra unidad, y así sucesivamente.

Estos precios pueden describirse mediante la función de utilidad original. Por ejemplo, r_1 es el precio al que el consumidor le da igual consumir 0 unidades del bien 1 que 1, por lo que debe satisfacer la ecuación

$$u(0, m) = u(1, m - r_1). \qquad [6.1]$$

r_2 satisface la ecuación

$$u(1, m - r_2) = u(2, m - 2r_2). \qquad [6.2]$$

El primer miembro de esta ecuación es la utilidad que reporta el consumo de 1 unidad del bien al precio r_2. El segundo miembro es la utilidad que reporta el consumo de 2 unidades del bien, cada una de las cuales se vende a r_2.

Si la función de utilidad es cuasilineal, las fórmulas que describen los precios de reserva son algo más sencillas. Si $u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2$ y $v(0) = 0$, podemos expresar la ecuación [6.1] de la forma siguiente:

$$v(0) + m = m = v(1) + m - r_1.$$

Dado que $v(0) = 0$, podemos despejar r_1 y obtenemos:

$$r_1 = v(1). \tag{6.3}$$

La ecuación [6.2] puede expresarse de la forma siguiente:

$$v(1) + m - r_2 = v(2) + m - 2r_2.$$

Introduciendo el resultado de la ecuación (6.3), ésta se convierte en:

$$r_2 = v(2) - v(1).$$

Procediendo de esta manera, el precio de reserva de la tercera unidad de consumo viene dado por

$$r_3 = v(3) - v(2),$$

y así sucesivamente.

En todos los casos, el precio de reserva mide el incremento de la utilidad necesario para inducir al consumidor a elegir una unidad adicional del bien. En términos generales, los precios de reserva miden las utilidades marginales correspondientes a diferentes niveles de consumo del bien 1. Nuestro supuesto de la utilidad marginal decreciente implica que debe disminuir la secuencia de los precios de reserva: $r_1 > r_2 > r_3 ...$

Como consecuencia de la estructura especial de la función de utilidad cuasilineal, los precios de reserva no dependen de la cantidad del bien 2 que tiene el consumidor. Se trata ciertamente de un caso especial, pero permite describir con mucha facilidad la conducta de la demanda. Dado cualquier precio p, basta buscar dónde se encuentra en la lista de precios de reserva. Supongamos, por ejemplo, que se encuentra entre r_6 y r_7. El hecho de que $r_6 > p$ significa que el consumidor está dispuesto a renunciar a p dólares por unidad para obtener 6 unidades del bien 1 y el hecho de que $p > r_7$ significa que no está dispuesto a renunciar a p dólares para obtener la séptima unidad del bien 1.

Este argumento es bastante intuitivo, pero comprobémoslo matemáticamente para asegurarnos de que está claro. Supongamos que el consumidor demanda 6 unidades del bien 1. Queremos demostrar que $r_6 \geq p \geq r_7$.

Si el consumidor está maximizando la utilidad, debe cumplirse la siguiente condición:

$$v(6) + m - 6p \geq v(x_1) + m - px_1$$

para todas las elecciones posibles de x_1. En concreto, debe cumplirse la condición:

$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p.$$

Reordenando esta ecuación tenemos que

$$r_6 = v(6) - v(5) \geq p,$$

que es la mitad de lo que queríamos.

Por la misma lógica,

$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p.$$

Reordenando esta ecuación tenemos que

$$p \geq v(7) - v(6) = r_7,$$

que es la otra mitad de la desigualdad que queríamos establecer.

6.7 Sustitutivos y complementarios

Ya hemos utilizado los términos sustitutivos y complementarios, pero conviene definirlos de una manera formal. Dado que ya hemos visto en varias ocasiones sustitutivos *perfectos* y complementarios *perfectos*, parece razonable analizar el caso imperfecto.

Examinemos primero los sustitutivos. Hemos dicho que los lápices rojos y los azules podían considerarse sustitutivos perfectos, al menos en los casos que al consumidor le da igual el color. Pero ¿qué ocurre si los bienes son lápices y plumas? Se trata de un caso de sustitutivos "imperfectos". Es decir, las plumas y los lápices son, hasta cierto punto, sustitutivos, aunque no tan perfectos como los lápices rojos y los azules.

También hemos dicho que los zapatos del pie derecho y los del pie izquierdo son complementarios perfectos. Pero ¿qué ocurre si los bienes son un par de zapatos y un par de calcetines? Los zapatos del pie derecho y los del izquierdo casi siempre se consumen juntos, y los zapatos y los calcetines *habitualmente* se consumen juntos. Los bienes complementarios son aquellos que, como los zapatos y los calcetines, tienden a consumirse juntos, pero no siempre.

Una vez analizada la idea básica de los complementarios y los sustitutivos, estamos en condiciones de dar una definición más precisa. Recuérdese, por ejemplo, que normalmente la función de demanda del bien 1 es una función del precio tanto del bien 1 como del 2, por lo que la expresamos de la manera siguiente: $x_1(p_1, p_2, m)$. Podemos preguntarnos cómo varía la demanda cuando varía el precio del bien 2: ¿aumenta o disminuye?

Si la demanda del bien 1 aumenta cuando sube el precio del bien 2, decimos que el bien 1 es un **sustitutivo** del 2. Utilizando tasas de variación, el bien 1 es un sustitutivo del 2 si

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} > 0.$$

Es decir, cuando el bien 2 se encarece, el consumidor recurre al 1: *sustituye* el consumo del bien más caro por el del más barato.

En cambio, si la demanda del bien 1 disminuye cuando sube el precio del 2, decimos que el bien 1 es un **complementario** del 2, lo que significa que

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_2} < 0.$$

Los complementarios son bienes que se consumen juntos, como el café y el azúcar, por lo que cuando sube el precio de uno de ellos, tiende a disminuir el consumo de los dos.

Los casos de los sustitutivos perfectos y los complementarios perfectos son buenos ejemplos de lo que acabamos de decir. Obsérvese que $\Delta x_1/\Delta p_2$ es positivo (o cero) cuando los bienes son sustitutivos perfectos y es negativo cuando los bienes son complementarios perfectos.

Conviene hacer dos advertencias sobre estos conceptos. En primer lugar, el caso de dos bienes que son complementarios o sustitutivos es bastante especial. Dado que la renta se mantiene fija, si gastamos más dinero en el bien 1, tenemos que gastar menos en el 2, lo que impone algunas restricciones a los tipos de conducta posibles. Cuando hay más de dos bienes, estas restricciones no plantean tantos problemas.

En segundo lugar, aunque la definición de los sustitutivos y los complementarios en función de la conducta de la demanda del consumidor parece razonable, plantea algunas dificultades en los contextos más generales. Por ejemplo, si la utilizamos en una situación en la que haya más de dos bienes, es perfectamente posible que el bien 1 pueda ser un sustitutivo del 3, pero el 3 puede ser un complementario del 1. Como consecuencia de esta peculiar característica, en los análisis más avanzados se utiliza normalmente una definición algo diferente. Las definiciones presentadas antes describen conceptos conocidos como **sustitutivos brutos** y **complementarios brutos**; serán suficientes para nuestras necesidades.

6.8 La función inversa de demanda

Si mantenemos fijos p_2 y m y los representamos en un gráfico p_1 en función de x_1, obtenemos la **curva de demanda**. Como sugerimos antes, ésta suele tener pendiente negativa, de modo que la subida de los precios hace que la demanda disminuya, si bien el ejemplo Giffen muestra que podría ocurrir lo contrario.

Mientras tengamos una curva de demanda de pendiente negativa, como suele ocurrir, tiene sentido hablar de la **función inversa de demanda**, que es la función de demanda que representa el precio en función de la cantidad. Es decir, indica cuál tendría que ser el precio del bien 1 correspondiente a cada nivel de demanda de dicho bien para que el consumidor eligiera ese nivel de consumo. Por lo tanto, la función de demanda inversa mide la misma relación que la función de demanda directa, pero desde otra perspectiva. La figura 6.15 representa la función de demanda inversa o la función de demanda directa dependiendo del punto de vista que se adopte.

Recuérdese, por ejemplo, la demanda Cobb-Douglas del bien 1, $x_1 = am/p_1$. La relación entre el precio y la cantidad también podría expresarse de la forma siguiente: $p_1 = am/x_1$. La primera representación es la función de demanda directa; la segunda es la función inversa de demanda.

La función inversa de demanda tiene una interpretación económica muy útil. Recuérdese que, en la medida en que se consuman cantidades positivas de ambos bienes, la elección óptima debe satisfacer la condición de que la relación marginal de sustitución sea igual a la relación de precios:

$$|RMS| = \frac{p_1}{p_2}$$

o, lo que es lo mismo,

$$p_1 = p_2|RMS|. \qquad [6.4]$$

Por lo tanto, en el nivel óptimo de demanda del bien 1, su precio es proporcional a la relación marginal de sustitución entre el bien 1 y el 2.

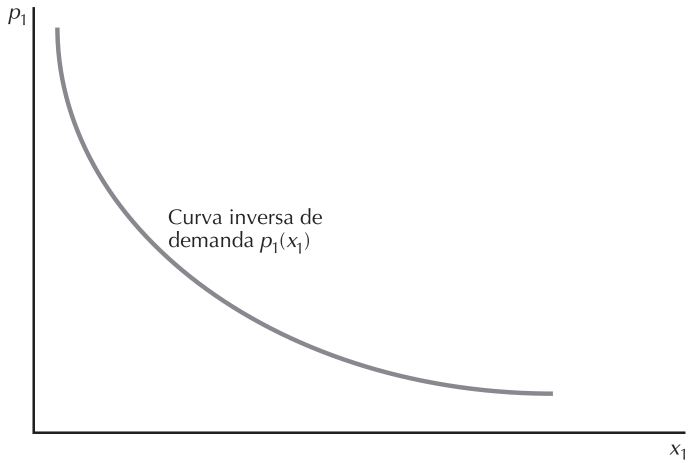


Figura 6.15. La curva inversa de demanda. Si consideramos que la curva de demanda mide el precio en función de la cantidad, tenemos una curva inversa de demanda.

Supongamos, para mayor sencillez, que el precio del bien 2 es 1. La ecuación [6.4] nos dice que, en el nivel óptimo de demanda, el precio del bien 1 es exactamente igual a la relación marginal de sustitución: la cantidad del bien 2 que está dispuesto a sacrificar el consumidor para obtener un incremento del bien 1. En este caso, la curva de demanda inversa mide simplemente la RMS. Cualquiera que sea el nivel óptimo de x_1, la función inversa de demanda nos dice qué cantidad del bien 2 querría el consumidor como compensación por una pequeña reducción del 1; en otras palabras, indica qué cantidad del bien 2 estaría dispuesto a sacrificar el consumidor para que le diera igual tener una cantidad algo mayor del 1.

Si imaginamos que el bien 2 es el dinero que tiene el consumidor para gastar en otros bienes, podemos imaginar que la relación marginal de sustitución es la cantidad de pesetas que está dispuesto a sacrificar para tener una cantidad algo mayor del 1. Antes hemos sugerido que en este caso podemos considerar que la relación marginal de sustitución mide la disposición marginal a pagar. Dado que en este caso el precio del bien 1 es exactamente igual que la RMS, significa que el propio precio del bien 1 mide la disposición marginal a pagar.

La función inversa de demanda mide la cantidad de pesetas correspondiente a cada cantidad de x_1 a que está dispuesto a renunciar el consumidor para obtener una cantidad algo mayor del bien 1; en otras palabras, indica la cantidad de pesetas que está dispuesto a sacrificar a cambio de la última unidad comprada del bien 1. Cuando la cantidad del bien 1 es lo suficientemente pequeña, las dos expresiones son equivalentes.

La curva inversa de demanda de pendiente negativa, vista de esta forma, cobra un nuevo significado. Cuando la cantidad de x_1 es muy pequeña, el consumidor está dispuesto a renunciar a una gran cantidad de dinero, es decir, a una gran cantidad de otros bienes para adquirir algo más del bien 1. A medida que aumenta x_1, el consumidor está dispuesto a renunciar a menos dinero, en el margen, para adquirir una cantidad algo mayor del bien 1. Así pues, la disposición marginal a pagar, en el sentido de la disposición marginal a sacrificar el bien 2 a cambio del 1, disminuye cuando aumenta el consumo del bien 1.

Resumen

1. La función de demanda de un bien por parte del consumidor depende de los precios y de la renta.
2. Un bien normal es aquel cuya demanda aumenta cuando aumenta la renta. Un bien inferior es aquel cuya demanda disminuye cuando aumenta la renta.
3. Un bien ordinario es aquel cuya demanda disminuye cuando sube su precio. Un bien Giffen es aquel cuya demanda aumenta cuando sube su precio.
4. Si la demanda del bien 1 aumenta cuando sube el precio del 2, el bien 1 es un sustitutivo del bien 2. Si en esta situación desciende la demanda del bien 1, éste es un complementario del bien 2.

5. La función de demanda inversa mide el precio al que se demanda una cantidad dada. La altura de la curva de demanda inversa correspondiente a un determinado nivel de consumo mide la disposición marginal a pagar por una unidad adicional del bien, en ese nivel de consumo.

Problemas

1. Si un individuo consume exactamente dos bienes y siempre gasta todo su dinero, ¿pueden ser inferiores ambos bienes?
2. Muestre que los sustitutivos perfectos son un ejemplo de preferencias homotéticas.
3. Muestre que las preferencias Cobb-Douglas son preferencias homotéticas.
4. ¿La curva de oferta-renta es a la curva de Engel lo que la curva de oferta-precio es a... ?
5. Si las preferencias son cóncavas, ¿consumirá alguna vez el individuo ambos bienes al mismo tiempo?
6. ¿Son las hamburguesas y los panecillos para hamburguesas bienes complementarios o sustitutivos?
7. ¿Cuál es la forma de la función inversa de demanda del bien 1 en el caso de los complementarios perfectos?
8. ¿Verdadero o falso? Si la función de demanda es $x_1 = -p_1$, la función inversa de demanda es $x_1 = -1/p_1$.

Apéndice

Si las preferencias adoptan una forma especial, significa que las funciones de demanda que se deriven de esas preferencias adoptarán una forma especial. En el capítulo 4 describimos las preferencias cuasilineales, que implican curvas de indiferencia que son paralelas entre sí y que pueden representarse mediante una función de utilidad de la forma

$$u(x_1, x_2) = v(x_1) + x_2.$$

En el caso de una función de utilidad como ésta, el problema de maximización es el siguiente:

$$\max_{x_1, x_2} v(x_1) + x_2$$

$$\text{tal que } p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Despejando x_2 en la restricción presupuestaria e introduciendo el resultado en la función objetivo, tenemos que

$$\max_{x_1} v(x_1) + m/p_2 - p_1 x_1/p_2.$$

Diferenciando, tenemos la condición de primer orden

$$v'(x_1^*) = \frac{p_1}{p_2}.$$

Esta función de demanda posee un rasgo muy interesante: la demanda del bien 1 debe ser independiente de la renta, como ya vimos utilizando las curvas de indiferencia. La curva inversa de demanda viene dada por

$$p_1(x_1) = v'(x_1)\, p_2.$$

Es decir, la función inversa de demanda del bien 1 es una derivada de la función de utilidad multiplicada por p_2. Una vez que tenemos la función de demanda del bien 1, la función de demanda del 2 se deriva de la restricción presupuestaria.

Calculemos, por ejemplo, las funciones de demanda correspondientes a la función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2.$$

Aplicando la condición de primer orden, tenemos que

$$\frac{1}{x_1} = \frac{p_1}{p_2},$$

por lo que la función directa de demanda del bien 1 es

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1},$$

y la función inversa de demanda es

$$p_1(x_1) = \frac{p_2}{x_1}.$$

La función de demanda directa del bien 2 se obtiene introduciendo $x_1 = p_2/p_1$ en la restricción presupuestaria:

$$x_2 = \frac{m}{p_2} - 1.$$

Conviene hacer una advertencia sobre estas funciones de demanda. Obsérvese que en este ejemplo, la demanda del bien 1 es independiente de la renta. Ésta es una característica general de las funciones de utilidad cuasilineales: la demanda del bien 1 permanece constante aunque varíe la renta. Sin embargo, eso sólo ocurre cuando la renta adopta determinados valores. Una función de demanda no puede ser literalmente independiente de la renta cualesquiera que sean los valores de la renta; después de todo, cuando la renta es cero todas las demandas son cero. Resulta que la función de demanda cuasilineal derivada anteriormente sólo es relevante cuando se consume una cantidad positiva de cada bien.

En este ejemplo, cuando $m < p_2$, el consumo óptimo del bien 2 es cero. Cuando la renta aumenta, la utilidad marginal del consumo del bien 1 disminuye. Cuando $m = p_2$, la utilidad marginal del gasto de renta adicional en el bien 1 es exactamente igual a la utilidad marginal del gasto de renta adicional en el bien 2. Hay un punto a partir del cual el consumidor gasta toda la renta adicional en el bien 2.

Por lo tanto, es mejor expresar la demanda del bien 2 de la forma siguiente:

$$x_2 = \begin{cases} 0 & \text{cuando } m \leq p_2 \\ m/p_2 - 1 & \text{cuando } m > p_2 \end{cases}$$

Para más información sobre las propiedades de las funciones de demanda cuasilineales, véase Hal R. Varian, Análisis microeconómico, Barcelona, Antoni Bosch, editor, 1992, 3ª ed.

7. Las preferencias reveladas

En el capítulo 6 vimos cómo podía utilizarse la información sobre las preferencias del consumidor y la restricción presupuestaria para averiguar la demanda. En este capítulo invertiremos el proceso y mostraremos cómo puede utilizarse la información sobre la demanda del consumidor para conocer sus preferencias. Hasta ahora, hemos considerado lo que podían decirnos las preferencias sobre la conducta de los individuos. Sin embargo, en la vida real, las preferencias no pueden observarse directamente: hay que descubrirlas analizando los comportamientos. En este capítulo presentaremos algunos instrumentos para hacerlo.

Cuando hablamos de averiguar las preferencias de los individuos examinando su conducta, tenemos que suponer que éstas no varían mientras lo hacemos. Si bien este supuesto no es muy razonable cuando consideramos periodos de tiempo muy largos, para periodos mensuales o trimestrales como los que suelen utilizar los economistas, resulta bastante ajustado a la realidad, ya que parece improbable que los gustos del consumidor cambien radicalmente en un plazo tan breve. Por lo tanto, adoptaremos la hipótesis de que las preferencias del consumidor son estables a lo largo del periodo de tiempo en el que observamos su conducta.

7.1 La preferencia revelada

Antes de comenzar esta investigación, adoptaremos en el presente capítulo la convención de que se sabe que las preferencias subyacentes, cualesquiera que sean, son estrictamente convexas. Por lo tanto, para cada presupuesto hay una *única* cesta demandada. Este supuesto, aunque no es necesario en la teoría de la preferencia revelada, facilita la exposición.

Consideremos la figura 7.1, que representa la cesta demandada por un consumidor, (x_1, x_2), y otra cesta arbitraria, (y_1, y_2), que se encuentra por debajo de la recta presupuestaria del consumidor. Supongamos que estamos dispuestos a postular que se trata de un individuo optimizador del tipo que hemos venido estudiando. ¿Qué podemos decir sobre sus preferencias con respecto a estas dos cestas de bienes?

La cesta (y_1, y_2) es, ciertamente, una compra asequible con el presupuesto dado; el consumidor podría haberla comprado si hubiera querido e incluso le habría sobrado dinero. Dado que (x_1, x_2) es la cesta *óptima*, debe ser mejor que ninguna otra de las que el consumidor podría adquirir. Por lo tanto, en concreto debe ser mejor que la (y_1, y_2).

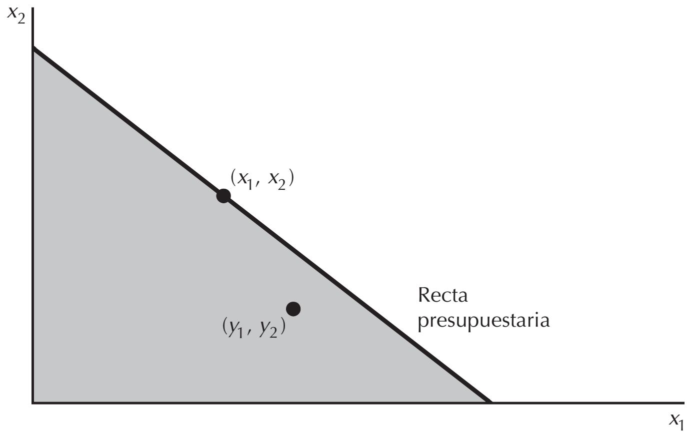


Figura 7.1. La preferencia revelada. Cuando el consumidor elige la cesta (x_1, x_2), revela que prefiere esta cesta a la (y_1, y_2), que es una cesta que podría haber elegido.

Este argumento también se cumple en el caso de todas las cestas que se encuentran en o por debajo de la recta presupuestaria y que no son la demandada. Dado que *podrían* haberse comprado con el presupuesto dado, y que no lo *han* hecho, la que se ha comprado debe ser mejor. Aquí es donde tenemos que recurrir al supuesto de que hay una *única* cesta demandada para cada presupuesto. Si las preferencias no son estrictamente convexas, de modo que las curvas de indiferencia tienen segmentos rectos, puede que algunas de las cestas que se encuentren *en* la recta presupuestaria sean tan buenas como la demandada. Esta complicación puede resolverse sin excesivas dificultades, pero es más fácil prescindir de ella.

La figura 7.1 nos muestra que, para el consumidor, todas las cestas que se encuentran en el área sombreada situada por debajo de la recta presupuestaria son peores que la demandada (x_1, x_2), debido a que podría haberla elegido, pero la han rechazado en favor de la (x_1, x_2). A continuación traduciremos algebraicamente el análisis geométrico de la preferencia revelada.

Sea (x_1, x_2) la cesta comprada a los precios (p_1, p_2) cuando el consumidor tiene la renta m. ¿Qué significa que (y_1, y_2) es asequible a esos precios y con esa renta? Significa simplemente que (y_1, y_2) satisface la restricción presupuestaria

$$p_1y_1 + p_2y_2 \leq m.$$

Dado que (x_1, x_2) es la cesta que se compra realmente con el presupuesto dado, debe satisfacer la restricción presupuestaria con el signo de igualdad

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m.$$

Uniendo estas dos ecuaciones, el hecho de que (y_1, y_2) sea asequible con el presupuesto (p_1, p_2, m) significa que

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2.$$

Si se satisface la igualdad anterior y (y_1, y_2) es realmente una cesta diferente de la (x_1, x_2), decimos que el consumidor **revela directamente que prefiere** la (x_1, x_2) a la (y_1, y_2).

Obsérvese que el primer miembro de esta desigualdad es el gasto realizado en la cesta que se *elige realmente* a los precios (p_1, p_2). Por lo tanto, la preferencia revelada es una relación que se cumple entre la cesta demandada realmente con un presupuesto dado y las que *podrían haberse demandado* con ese presupuesto.

El término "preferencia revelada" es, en realidad, algo engañoso. Inherentemente no tiene relación alguna con las preferencias, aunque antes hemos visto que si el consumidor toma decisiones óptimas, los dos conceptos están estrechamente relacionados entre sí. En lugar de decir que "el consumidor revela que prefiere X a Y", sería mejor decir que "el consumidor elige X en vez de Y". Cuando decimos que el consumidor revela que prefiere X a Y, lo único que decimos es que elige X cuando podría haber elegido Y; es decir, que $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$.

7.2 De la preferencia revelada a la preferencia

Es muy fácil resumir el apartado anterior. De acuerdo con nuestro modelo de la conducta del consumidor —los individuos eligen lo mejor de lo que está a su alcance— se deduce que las decisiones que se toman se prefieren a las que podrían haberse tomado; o, utilizando la terminología del apartado anterior, si el consumidor *revela directamente que prefiere* (x_1, x_2) a (y_1, y_2), *prefiere* de hecho (x_1, x_2) a (y_1, y_2). Esta deducción puede formularse en términos más formales:

El principio de la preferencia revelada. *Sea (x_1, x_2) la cesta elegida cuando los precios son (p_1, p_2) y sea (y_1, y_2) otra cesta tal que $p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2$. En este caso, si el consumidor elige de entre las cestas asequibles la cesta óptima, debe cumplirse que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$.*

Este principio puede parecer trivial a primera vista. Si el consumidor revela que prefiere X a Y, ¿no significa esto automáticamente que prefiere X a Y? No. La "preferencia revelada" significa simplemente que se ha elegido X cuando podía adquirirse Y, mientras que "preferencia" significa que el consumidor sitúa X por encima de Y. Si elige las mejores cestas de las que están a su alcance, la preferencia revelada implica una preferencia, pero esto es una consecuencia del modelo de conducta y no de las definiciones de los términos.

Ésta es la razón por la que sería mejor decir que "se elige" una cesta en vez de otra, como sugerimos antes. En ese caso, formularíamos el principio de la preferencia revelada diciendo: "Si se elige la cesta X en vez de la Y, debe preferirse la X a la Y". En esta formulación, es evidente que el modelo de conducta nos permite utilizar las elecciones observadas para hacer algunas deducciones sobre las preferencias subyacentes.

Cualquiera que sea la terminología que se utilice, está clara la cuestión esencial: si observamos que se elige una cesta cuando puede adquirirse otra, sabemos algo sobre las preferencias con respecto a las dos cestas, a saber, que se prefiere la primera a la segunda.

Supongamos ahora que sabemos que (y_1, y_2) es una cesta demandada a los precios (q_1, q_2) y que el consumidor nos revela que la prefiere a alguna otra cesta (z_1, z_2). Es decir,

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1z_1 + q_2z_2.$$

Sabemos, pues, que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ y que $(y_1, y_2) \succ (z_1, z_2)$ A partir del supuesto de la transitividad, podemos concluir que $(x_1, x_2) \succ (z_1, z_2)$.

La figura 7.2 ilustra este argumento. La preferencia revelada y la transitividad nos dicen que (x_1, x_2) debe ser mejor que (z_1, z_2) para el consumidor que ha realizado estas elecciones.

Es natural decir que en este caso el consumidor **revela indirectamente que prefiere** (x_1, x_2) a (z_1, z_2). Por supuesto, la "cadena" de elecciones observadas puede estar formada por más de tres elementos: si el consumidor revela directamente que prefiere la cesta A a la B y la B a la C y la C a la D, hasta la M, por ejemplo, revela indirectamente que prefiere la cesta A a la M. La cadena de comparaciones directas puede tener cualquier longitud.

Si un consumidor revela directa o indirectamente que prefiere una cesta a otra, decimos que **revela que prefiere** la primera a la segunda. La idea de la preferencia revelada es sencilla, pero sorprendentemente poderosa. La mera observación de las elecciones de un consumidor puede transmitir una gran cantidad de información sobre las preferencias subyacentes. Consideramos, por ejemplo, la figura 7.2, que ilustra varias observaciones sobre las preferencias subyacentes. A partir de estas observaciones, podemos concluir que, como el consumidor revela, directa o indirectamente, que prefiere (x_1, x_2) a todas las cestas del área sombreada, (x_1, x_2) es la cesta que *prefiere* de hecho. En otras palabras, la verdadera curva de indiferencia que pasa por (x_1, x_2), cualquiera que sea, debe encontrarse por encima del área sombreada.

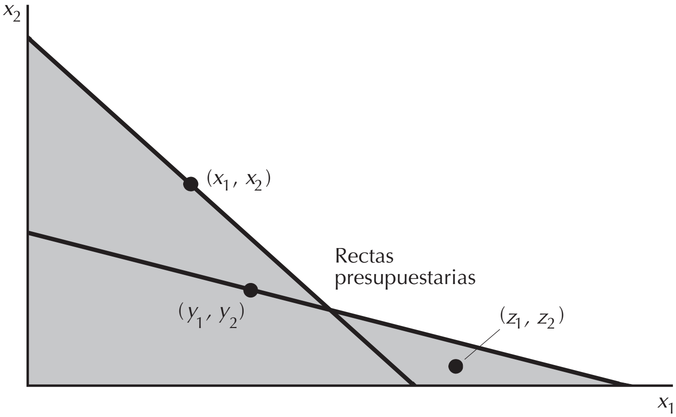


Figura 7.2. La preferencia revelada indirectamente. El consumidor revela indirectamente que prefiere la cesta (x_1, x_2) a la (z_1, z_2).

7.3 Recuperación de las preferencias

Observando las elecciones que realiza el consumidor, podemos conocer sus preferencias. Conforme observamos un mayor número de ellas, podemos realizar una mejor estimación de las preferencias del consumidor.

Esa información sobre las preferencias puede ser muy importante para tomar decisiones relacionadas con la política económica. Ésta entraña en la mayoría de los casos intercambiar unos tipos de bienes por otros: por ejemplo, si gravamos el calzado o subvencionamos el vestido, probablemente acabaremos teniendo más vestido y menos calzado. Para evaluar la conveniencia de esa medida, es importante tener alguna información sobre las preferencias de los consumidores en cuanto al vestido y al calzado. Examinando sus elecciones, podemos extraer esa información mediante la preferencia revelada y otras técnicas similares.

Si estamos dispuestos a introducir más supuestos sobre las preferencias de los consumidores, podremos realizar estimaciones más precisas sobre la forma de las curvas de indiferencia. Supongamos, por ejemplo, que observamos que el consumidor revela que prefiere las dos cestas Y y Z a la X, como ocurre en la figura 7.3, y que postulamos que las preferencias son convexas. En ese caso, sabemos que también prefiere todas las medias ponderadas de Y y Z a X. Si suponemos que las preferencias son monótonas, entonces también se prefieren a X todas las cestas que contienen una mayor cantidad de ambos bienes que X, Y y Z, o cualquiera de sus medias ponderadas.

La zona de la figura 7.3 llamada “cestas peores” está formada por todas las cestas en relación con las cuales se revela que se prefiere la X. Es decir, está formada por todas las cestas que cuestan menos que X, así como por todas las cestas que cuestan menos que las cestas que cuestan menos que X, etc.

Por lo tanto, podemos concluir que en la figura 7.3 todas las cestas del área sombreada superior son mejores que la X y que todas las cestas del área sombreada inferior son peores que la X, de acuerdo con las preferencias del consumidor que realizó las elecciones. La verdadera curva de indiferencia que pasa por X debe encontrarse entre las dos áreas sombreadas. Hemos conseguido aprehender con bastante precisión la curva de indiferencia simplemente aplicando de una forma inteligente la idea de la preferencia revelada y algunos sencillos supuestos sobre las preferencias.

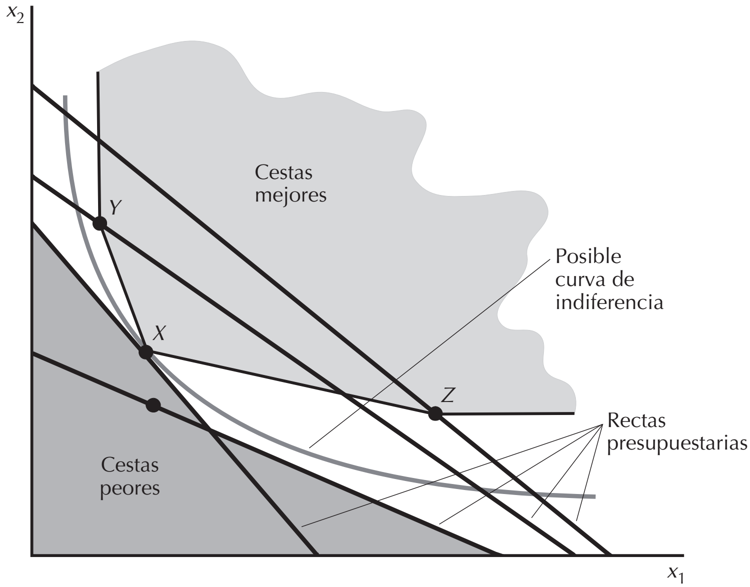


Figura 7.3. Cómo se acota la curva de indiferencia. El área sombreada superior está formada por las cestas que el consumidor prefiere a la X, y la inferior por las que revela que son peores que la X. La curva de indiferencia que pasa por X debe encontrarse en alguna parte de la zona situada entre las dos áreas sombreadas.

7.4 El axioma débil de la preferencia revelada

Hasta ahora hemos supuesto que el consumidor *tiene* preferencias y que siempre elige la mejor cesta de bienes que puede adquirir. Si no se comporta de esta manera, no tienen ningún sentido las "estimaciones" de las curvas de indiferencia que hemos realizado antes. Es natural preguntarse: ¿cómo podemos saber si el consumidor sigue el modelo maximizador? O, en otras palabras, ¿qué tipo de observación nos llevaría a concluir que el consumidor *no* estaba maximizando?

Consideremos la situación que muestra la figura 7.4. ¿Podría elegir un consumidor maximizador las dos opciones? Según la lógica de la preferencia revelada, la figura 7.4 nos permite extraer dos conclusiones: (1) se prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2); y (2) se prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2), lo cual es claramente absurdo. En la figura 7.4, parece que el consumidor ha elegido (x_1, x_2) cuando podría haber elegido (y_1, y_2), lo que indica que ha preferido (x_1, x_2) a (y_1, y_2), pero, por otra parte, ha elegido (y_1, y_2), cuando podría haber elegido (x_1, x_2), lo que indica lo contrario.

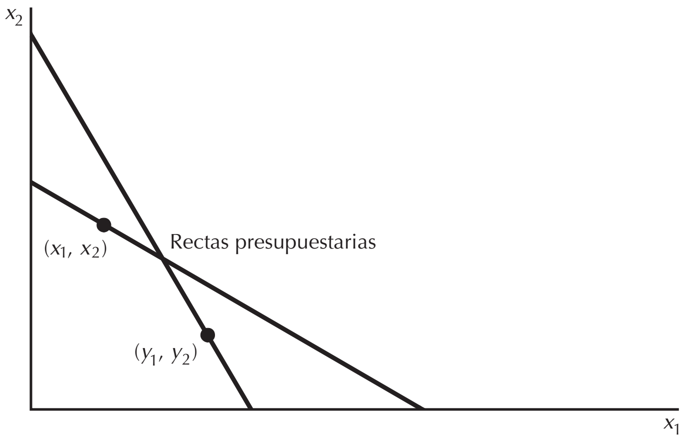


Figura 7.4. Violación del axioma débil de la preferencia revelada. El consumidor que elige tanto (x_1, x_2), como (y_1, y_2) viola el axioma débil de la preferencia revelada.

Es evidente que este individuo no puede ser un consumidor maximizador. O bien no elige la mejor cesta que está a su alcance, o bien ha variado algún otro aspecto del problema de la elección que no hemos observado. Tal vez han cambiado los gustos del consumidor o algún otro aspecto del entorno económico. En todo caso, una violación de este tipo no es compatible con el modelo de la elección del consumidor si no varían las circunstancias.

La teoría de la elección del consumidor implica que esas observaciones no son posibles. Si el individuo elige las mejores cosas que puede adquirir, entonces las cosas que están a su alcance, pero que no elige, deben ser peores que las que elige. Los economistas han formulado esta sencilla idea en un axioma básico de la teoría del consumidor:

Axioma débil de la preferencia revelada. *Si un consumidor revela directamente que prefiere* (x_1, x_2) *a* (y_1, y_2) *y las dos cestas no son iguales, no puede ocurrir que revele directamente que prefiere* (y_1, y_2) *a* (x_1, x_2).

En otras palabras, si se compra la cesta (x_1, x_2) a los precios (p_1, p_2) y la (y_1, y_2) a los precios (q_1, q_2), entonces si

$$p_1x_1 + p_2x_2 \geq p_1y_1 + p_2y_2,$$

no puede ocurrir que

$$q_1y_1 + q_2y_2 \geq q_1x_1 + q_2x_2.$$

En otras palabras, si puede adquirirse la cesta Y cuando se adquiere la X, entonces cuando se adquiere la Y, no debe ser alcanzable la X.

El consumidor de la figura 7.4 ha *violado* el axioma débil de la preferencia revelada. Por lo tanto, sabemos que su conducta no ha sido maximizadora.

En la figura 7.4 no podría representarse ningún conjunto de preferencias según las cuales ambas cestas fueran maximizadoras. En cambio, el consumidor de la figura 7.5 satisface el axioma débil de la preferencia revelada; en este caso, es posible encontrar unas curvas de indiferencia tales que su conducta sea óptima. A continuación ilustraremos una elección posible de curvas de indiferencia.

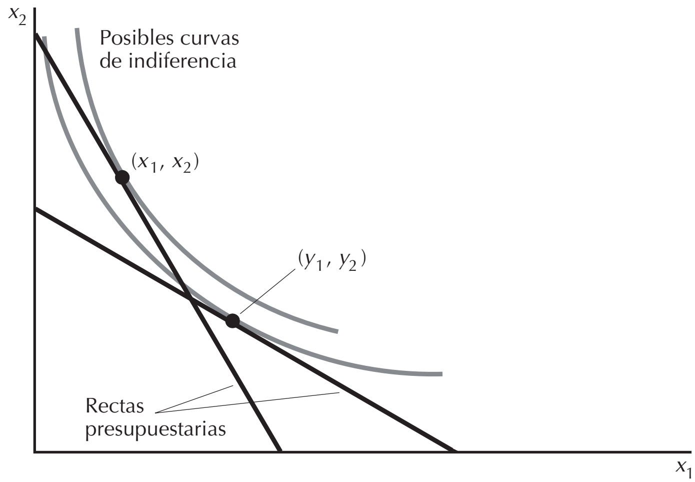


Figura 7.5. Cumplimiento del axioma débil de la preferencia revelada. Elecciones del consumidor que satisface el axioma débil de la preferencia revelada y algunas curvas de indiferencia posibles.

7.5 Verificación del axioma débil de la preferencia revelada (Optativo)

Es importante comprender que el axioma débil de la preferencia revelada es una condición que debe satisfacer el consumidor que siempre elija las mejores cosas que están a su alcance. Este axioma es una implicación lógica de ese modelo y, por lo tanto, puede utilizarse para comprobar si un determinado consumidor, o una entidad económica que queremos representar como un consumidor, es o no compatible con nuestro modelo económico.

Veamos cómo contrastaríamos sistemáticamente en la práctica el axioma débil de la preferencia revelada. Supongamos que observamos varias elecciones de cestas de bienes a diferentes precios. Sea (p_1^t, p_2^t) la observación t-ésima de los precios y (x_1^t, x_2^t) la observación t-ésima de las elecciones. Utilicemos a título de ilustración los datos del cuadro 7.1

Observación	p_1	p_2	x_1	x_2
1	1	2	1	2
2	2	1	2	1
3	1	1	2	2

Cuadro 7.1. Algunos datos de consumo.

Con estos datos podemos calcular cuánto le costaría al consumidor la adquisición de cada cesta de bienes a cada uno de los diferentes conjuntos de precios, como hemos hecho en el cuadro 7.2. Por ejemplo, la cifra de la fila 3 y de la columna 1 mide la cantidad de dinero que tendría que gastar el consumidor para adquirir la primera cesta de bienes si el conjunto de precios fuera el tercero.

		Cestas		
		1	2	3
	1	5	4*	6
Precios	2	4*	5	6
	3	3*	3*	4

Cuadro 7.2. Coste de cada cesta correspondiente a cada conjunto de precios.

Los términos diagonales del cuadro 7.2 miden la cantidad de dinero que gasta el consumidor en cada elección. Las cifras de cada fila miden lo que habría gastado si hubiera comprado una cesta distinta. Así, por ejemplo, vemos si el consumidor revela que prefiere la cesta 3 a la 1, observando si la cifra de la fila 3 y la columna 1 (que es lo que tendría que gastar con el tercer conjunto de precios para comprar la primera cesta) es menor que la cifra de la fila 3 y la columna 3 (que es lo que el consumidor ha gastado realmente con el tercer conjunto de precios para adquirir la tercera cesta). En este caso concreto, cuando el consumidor compró la cesta 3, también era alcanzable la 1, lo que significa que revela que prefiere la 3 a la 1. Por lo tanto, ponemos un asterisco en la fila 3 y en la columna 1 del cuadro.

Desde el punto de vista matemático, ponemos un asterisco en la cifra de la fila s y la columna t si ésta es menor que la que se encuentra en la fila s y la columna s.

Podemos utilizar este cuadro para averiguar si se viola el axioma débil de la preferencia revelada. En este cuadro se viola el axioma débil de la preferencia revelada si se observa que *tanto* la cifra de la fila t y la columna s *como* la de la fila s y la columna t contienen un asterisco.

Ahora podemos utilizar un ordenador (o un ayudante de investigación) para comprobar si hay algún par de observaciones como éstas en las elecciones estudiadas. Si lo hay, las elecciones son incompatibles con la teoría económica del consumidor. O bien la teoría es errónea en lo que se refiere a este consumidor, o bien ha variado alguna otra cosa en su entorno que no hemos tenido en cuenta. El axioma débil de la preferencia revelada constituye, pues, una condición fácilmente verificable para ver si algunas elecciones observadas son compatibles con la teoría económica del consumidor.

En el cuadro 7.2 observamos que tanto la fila 1 y la columna 2 como la fila 2 y la columna 1 contienen un asterisco, lo que significa que el consumidor podría haber elegido la cesta 2 cuando eligió realmente la 1 y viceversa. Se trata de una violación del axioma débil de la preferencia revelada. Podemos extraer la conclusión de que los datos representados en los cuadros 7.1 y 7.2 no podrían provenir de un consumidor que tuviera preferencias estables y que siempre eligiera las mejores cosas que tuviera a su alcance.

7.6 El axioma fuerte de la preferencia revelada

El axioma débil de la preferencia revelada descrito en el apartado anterior es una condición observable que deben satisfacer todos los consumidores optimizadores. Sin embargo, existe otra condición más poderosa que resulta útil algunas veces.

Ya hemos señalado que si un consumidor revela que prefiere la cesta de bienes X a la Y y la Y a la Z, debe preferir, de hecho, la X a la Z. Si tiene preferencias compatibles, nunca deberá observarse una secuencia de elecciones que revele que prefiere la Z a la X.

El axioma débil de la preferencia revelada exige que si el consumidor revela *directamente* que prefiere X a Y, nunca debemos observar que revela *directamente* que prefiere Y a X. El **axioma fuerte de la preferencia revelada** exige que se cumpla el mismo tipo de condición en el caso de la preferencia revelada de forma *indirecta*. En términos más formales, puede expresarse como sigue:

Axioma fuerte de la preferencia revelada. *Si un consumidor revela, directa o indirectamente, que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) y (y_1, y_2) es diferente de (x_1, x_2), no puede revelar, ni directa ni indirectamente, que prefiere (y_1, y_2) a (x_1, x_2).*

Es evidente que si la conducta observada es optimizadora, debe satisfacer el axioma fuerte, pues si el consumidor es optimizador y revela, directa o indirectamente, que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2), $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$. Por lo tanto, si revela que prefiere (x_1, x_2) a (y_1, y_2) y (y_1, y_2) a (x_1, x_2), eso implica que $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ y que $(y_1, y_2) \succ (x_1, x_2)$, lo cual es una contradicción. Podemos extraer la conclusión de que o bien el consumidor no debe ser un optimizador, o bien debe haber cambiado algún otro aspecto de su entorno.

En términos generales, dado que las preferencias subyacentes del consumidor deben ser transitivas, también deben serlo sus preferencias *reveladas.* Por lo tanto, el axioma fuerte de la preferencia revelada es una consecuencia *necesaria* de la conducta optimizadora: si un consumidor siempre elige las mejores cosas que están a su alcance, el comportamiento observado debe satisfacer el axioma. Lo que resulta sorprendente es que toda conducta que satisfaga el axioma fuerte puede considerarse optimizadora en el siguiente sentido: si las elecciones observadas satisfacen el axioma fuerte de la preferencia revelada, siempre podemos encontrar unas preferencias regulares que *podrían haberlas* generado. En este sentido, el axioma fuerte de la preferencia revelada es una condición *suficiente* para que la conducta sea optimizadora: si las elecciones observadas satisfacen el axioma fuerte de la preferencia revelada, siempre es posible hallar preferencias de las que se deduzca que la conducta observada es optimizadora. Aunque la demostración de esta afirmación está desgraciadamente fuera del alcance de este libro, no ocurre así con la apreciación de su importancia.

Lo que significa es que el axioma fuerte de la preferencia revelada nos da *todas* las restricciones que impone a la conducta el modelo del consumidor optimizador, pues si las elecciones observadas satisfacen este axioma, podemos "construir" preferencias que podrían haberlas generado. Así pues, el axioma fuerte de la preferencia revelada es una condición necesaria y suficiente para que las elecciones observadas sean compatibles con el modelo económico de la elección del consumidor.

¿Demuestra esto que las preferencias construidas generaron realmente las elecciones observadas? Por supuesto que no. Al igual que ocurre con cualquier afirmación científica, sólo podemos demostrar que la conducta observada no es incompatible con la afirmación. No podemos probar que el modelo económico es correcto; sólo podemos hallar las implicaciones de ese modelo y ver si las elecciones observadas son compatibles con ellas.

7.7 Cómo verificar el axioma fuerte de la preferencia revelada (Optativo)

Supongamos que tenemos una tabla como la que describe el cuadro 7.2, que tiene un asterisco en la fila t y la columna s si el consumidor revela directamente que prefiere la observación t a la s. ¿Cómo podemos utilizarla para verificar el axioma fuerte de la preferencia revelada?

Lo más sencillo es transformar primero la tabla como se hace en el cuadro 7.3, que es exactamente igual que el 7.2 a excepción de las cifras. En este caso, los asteriscos indican preferencias reveladas directamente. El asterisco entre paréntesis se explicará más adelante.

		Cestas		
		1	2	3
	1	20	10*	22(*)
Precios	2	21	20	15*
	3	12	15	10

Cuadro 7.3. Cómo se verifica el axioma fuerte de la preferencia revelada.

A continuación observamos sistemáticamente cada uno de los datos del cuadro y vemos si hay alguna *cadena* de observaciones en las que el consumidor revela indirectamente que prefiere otras cestas a la considerada. Por ejemplo, el consumidor revela directamente que prefiere la cesta 1 a la 2, ya que hay un asterisco en la fila 1 y la columna 2; y la 2 a la 3, ya que hay un asterisco en la fila 2 y la columna 3. Por lo tanto, el consumidor revela *indirectamente* que prefiere la cesta 1 a la 3, lo que se indica colocando un asterisco entre paréntesis en la fila 1 y la columna 3.

En general, si tenemos muchas observaciones, tendremos que buscar cadenas de longitud arbitraria para ver si el consumidor revela indirectamente que prefiere una observación a otra. Aunque pueda no ser totalmente evidente cómo se hace esto, existen sencillos programas de ordenador que permiten calcular la relación de preferencias reveladas indirectamente a partir del cuadro que describe la relación de preferencias reveladas directamente. El ordenador puede colocar un asterisco en el lugar st del cuadro si el consumidor revela que prefiere la observación s a la t a través de cualquier cadena de otras observaciones.

Una vez realizado este cálculo, podemos verificar fácilmente el axioma fuerte de la preferencia revelada. Basta ver si existe una situación en la que haya un asterisco en ts y en st. En caso afirmativo, hemos encontrado una situación en la que el consumidor revela, directa o indirectamente, que prefiere la observación t a la s y, al mismo tiempo, revela que prefiere la s a la t. Se trata de una violación del axioma fuerte de la preferencia revelada.

En cambio, si no encontramos ninguna violación, sabemos que las observaciones que hemos realizado son compatibles con la teoría económica del consumidor. Estas observaciones podría hacerlas un consumidor optimizador que tuviera preferencias de buen comportamiento. Tenemos, pues, un test totalmente viable para averiguar si un consumidor actúa de una forma compatible con la teoría económica.

Esta posibilidad es importante, ya que hay algunos tipos de unidades económicas que se comportan como consumidores. Pensemos, por ejemplo, en una familia formada por varias personas. ¿Maximizan sus elecciones su "utilidad"? Si tenemos algunos datos sobre las elecciones de la familia, podemos utilizar el axioma fuerte de la preferencia revelada para responder a esta pregunta. Otras unidades económicas que pueden imaginarse como consumidores son las organizaciones sin ánimo de lucro, tales como hospitales o universidades. ¿Maximizan las universidades una función de utilidad cuando toman sus decisiones económicas? Si tenemos una lista de las decisiones económicas que toman cuando se enfrentan a diferentes precios, podemos responder, en principio, a este tipo de pregunta.

7.8 Los números índices

Supongamos que examinamos las cestas de consumo de un individuo en dos periodos diferentes y que queremos ver cómo ha variado el consumo de un periodo a otro. Sea b el periodo base y t algún otro periodo. ¿En qué se diferencia el consumo del periodo base?

Supongamos que en el periodo t los precios son (p_1^t, p_2^t) y el consumidor elige (x_1^t, x_2^t). En el periodo base b, los precios son (p_1^b, p_2^b) y la elección del consumidor (x_1^b, x_2^b). Cabría preguntarse cómo ha variado el consumo "medio" de este individuo.

Si suponemos que w_1, y w_2 son algunos "pesos" que entran en el cálculo de la media, podemos analizar el siguiente tipo de índice de cantidades:

$$I_q = \frac{w_1 x_1^t + w_2 x_2^t}{w_1 x_1^b + w_2 x_2^b}.$$

Si I_q es mayor que 1, podemos decir que el consumo "medio" ha aumentado entre b y t, y si es menor que 1, podemos decir que el consumo "medio" ha disminuido.

Ahora bien, ¿qué utilizamos como pesos? Lo natural es elegir los precios de los bienes en cuestión, ya que miden, en cierto sentido, su importancia relativa. Pero en este caso tenemos dos conjuntos de precios. ¿Cuál debemos utilizar?

Si utilizamos como pesos los precios del periodo b, el índice que obtenemos se denomina índice de **Laspeyres** y si utilizamos los precios del periodo t, el índice que obtenemos se denomina índice de **Paasche.** Ambos índices muestran qué ha ocurrido con el consumo "medio", pero utilizan pesos distintos en el proceso de cálculo de la media.

Si sustituimos los pesos por los precios del periodo t, vemos que el **índice de cantidades de Paasche** se obtiene mediante la fórmula

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b},$$

y si los sustituimos por los precios del periodo b, vemos que el **índice de cantidades de Laspeyres** se obtiene mediante la fórmula

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

La magnitud de los índices de Laspeyres y Paasche puede revelarnos algo bastante interesante sobre el bienestar del consumidor. Supongamos que tenemos una situación en la que el índice de Paasche es mayor que 1:

$$P_q = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b} > 1.$$

¿Qué conclusiones podemos extraer sobre el bienestar del consumidor en el periodo t en comparación con la situación que tenía en el b?

La preferencia revelada nos da la respuesta. Basta expresar la desigualdad anterior de la siguiente forma equivalente:

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t > p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b,$$

que muestra de forma inmediata que el bienestar del consumidor debe ser mayor en t que en b, que podría haber consumido la cesta b en la situación t, pero prefirió no hacerlo.

¿Qué ocurre si el índice de Paasche es *menor* que 1? En ese caso, tenemos que

$$p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t < p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b,$$

que nos dice que cuando el consumidor eligió la cesta (x_1^t, x_2^t), la (x_1^b, x_2^b), no era alcanzable, pero no nos dice nada sobre su ordenación de las cestas. El mero hecho de que una cosa cueste más de lo que podemos pagar no significa que la prefiramos a la que estamos consumiendo ahora.

¿Qué ocurre con el índice de Laspeyres? Funciona de manera similar. Supongamos que es *menor* que 1:

$$L_q = \frac{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b} < 1.$$

Esta desigualdad implica que

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t,$$

que nos dice que el consumidor revela que prefiere la cesta (x_1^b, x_2^b) a la (x_1^t, x_2^t). Por lo tanto, el consumidor disfruta de un mayor bienestar en b que en t.

7.9 Los índices de precios

Los índices de precios funcionan de forma muy parecida. En general, son medias ponderadas de los precios:

$$I_p = \frac{p_1^t w_1 + p_2^t w_2}{p_1^b w_1 + p_2^b w_2}.$$

En este caso, para calcular las medias es natural elegir como pesos las cantidades. Obtendremos dos índices diferentes, dependiendo de los pesos que elijamos. Si elegimos las cantidades del periodo t, obtendremos el **índice de precios de Paasche:**

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t},$$

y si elegimos las cantidades del periodo base, obtendremos el **índice de precios de Laspeyres:**

$$L_p = \frac{p_1^t x_1^b + p_2^t x_2^b}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Supongamos que el índice de precios de Paasche es menor que 1: la preferencia revelada, ¿nos indica algo sobre el bienestar de que disfrutaba el consumidor en los periodos t y b?

La respuesta es negativa. El problema estriba en que ahora hay precios diferentes en el numerador y en el denominador de las fracciones que definen los índices, por lo que no es posible realizar comparaciones basadas en las preferencias relevadas.

Definamos un nuevo índice de la variación del gasto de la forma siguiente:

$$M = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Éste es el cociente entre el gasto total del periodo t y el gasto total del b.

Supongamos ahora que se nos dice que el índice de precios de Paasche es mayor que M. Eso significa que

$$P_p = \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t} > \frac{p_1^t x_1^t + p_2^t x_2^t}{p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b}.$$

Simplificando esta expresión, tenemos que

$$p_1^b x_1^b + p_2^b x_2^b > p_1^b x_1^t + p_2^b x_2^t.$$

Esta expresión nos dice que el consumidor revela que prefiere la cesta elegida en el año b a la elegida en el año t. El análisis implica que si el índice de precios de Paasche es mayor que el de gasto, el consumidor debe disfrutar de un mayor bienestar en el año b que en el t.

Este resultado es bastante intuitivo. Después de todo, si los precios aumentan más que la renta entre al año b y el t, cabe esperar que tienda a empeorar el bienestar del consumidor. El análisis de la preferencia revelada realizado antes confirma esta intuición.

También puede llegarse a un resultado similar mediante el índice de precios de Laspeyres. Si este índice es menor que M, el consumidor debe disfrutar de un mayor bienestar en el año t que en el b, lo que confirma de nuevo la idea intuitiva de que si los precios suben menos que la renta, debe mejorar el bienestar del consumidor. En el caso de los índices de precios, lo que importa no es que el índice sea mayor que uno, sino que sea mayor o menor que el índice de gasto.

Ejemplo: Indiciación de las pensiones de la seguridad social

Muchos ancianos tienen como única fuente de ingresos las pensiones de la seguridad social, lo que ha llevado a intentar ajustarlas de tal manera que su poder adquisitivo se mantenga constante incluso cuando varíen los precios. Dado que en ese caso la cuantía de las pensiones dependería de la variación de un índice de precios o de un índice del coste de la vida, este tipo de sistema se denomina **indiciación.**

Veamos una posible propuesta. Los economistas miden la cesta media de consumo de los pensionistas en el año b, que es el año base. A partir de entonces, el sistema de la seguridad social ajusta anualmente las pensiones de tal manera que el "poder adquisitivo" del pensionista medio se mantenga constante en el sentido de que pueda adquirir la cesta de consumo que podía comprar en el año b, como muestra la figura 7.6.

Una curiosa consecuencia de este sistema de indiciación es que el pensionista casi siempre disfruta de un mayor bienestar que en el año base b. Supongamos que se elige b como año base para realizar el índice de precios. En este caso, la cesta (x_1^b, x_2^b) es la cesta óptima a los precios (p_1^b, p_2^b), lo que significa que la recta presupuestaria correspondiente a los precios (p_1^b, p_2^b) debe ser tangente a la curva de indiferencia que pasa por (x_1^b, x_2^b).

Supongamos ahora que varían los precios. Más concretamente, supongamos que subieran. Si no existiera la seguridad social, la recta presupuestaria se desplazaría hacia dentro y giraría. El desplazamiento hacia dentro se debería a la subida de los precios, y el giro a la variación de los precios relativos. El programa de indiciación elevaría las prestaciones de la seguridad social para que pudiera adquirirse la cesta inicial (x_1^b, x_2^b) a los nuevos precios. Sin embargo, esto significa que la recta presupuestaria cortaría la curva de indiferencia y que habría alguna otra cesta en dicha recta que se preferiría estrictamente a la (x_1^b, x_2^b). Por lo tanto, normalmente el consumidor podría elegir una cesta mejor que la que eligió en el año base.

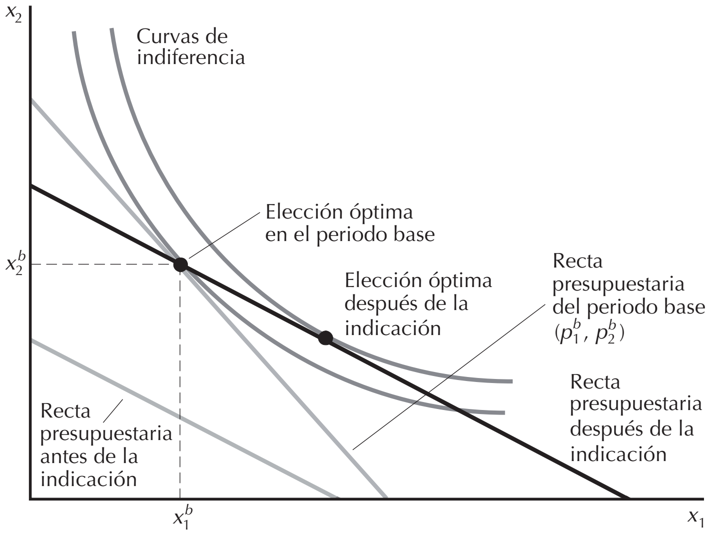


Figura 7.6. La seguridad social. Normalmente las variaciones de los precios mejoran el bienestar del consumidor con respecto al año base.

Resumen

1. Si un consumidor elige una cesta cuando podría haber elegido otra, decimos que revela que prefiere la primera a la segunda.
2. Si el consumidor siempre elige las cestas que prefiere y que están a su alcance, significa que debe preferir las cestas elegidas a las que también podía comprar y, sin embargo, no eligió.
3. Observando las elecciones de los consumidores podemos "recuperar" o estimar las preferencias en que se basan. Cuanto mayor sea el número de elecciones que observamos, mayor será la precisión con que podremos estimar las preferencias subyacentes que generaron esas elecciones.
4. El axioma débil de la preferencia revelada y el axioma fuerte de la preferencia revelada son condiciones necesarias que deben satisfacer las elecciones del consumidor para ser compatibles con el modelo económico de la elección optimizadora.

Problemas

1. Cuando los precios son $(p_1, p_2) = (1, 2)$, un consumidor demanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ y cuando son $(q_1, q_2) = (2, 1)$, demanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. ¿Es esta conducta compatible con el modelo de la conducta optimizadora?
2. Cuando los precios son $(p_1, p_2) = (2, 1)$, un consumidor demanda $(x_1, x_2) = (1, 2)$ y cuando son $(q_1, q_2) = (1, 2)$, demanda $(y_1, y_2) = (2, 1)$. ¿Es esta conducta compatible con el modelo de la conducta maximizadora?
3. ¿Qué cesta prefiere el consumidor en el ejercicio anterior? ¿La X o la Y?
4. Hemos visto que ajustando las pensiones de la seguridad social para tener en cuenta las variaciones de los precios, los pensionistas disfrutarían, normalmente, al menos del mismo bienestar que en el año base. ¿Con qué tipo de variación de los precios disfrutarían exactamente del mismo bienestar, independientemente del tipo de preferencias que tuvieran?
5. En relación con el problema anterior, ¿qué tipo de preferencias haría que el consumidor disfrutara exactamente del mismo bienestar que en el año base, *cualesquiera* que fueran las variaciones de los precios?

8. La ecuación de Slutsky

A menudo los economistas se interesan por saber cómo varía la conducta del consumidor cuando cambia el entorno económico. El caso que analizaremos en este capítulo es la respuesta del consumidor en su elección de un bien cuando varía el precio de éste. Es natural pensar que cuando sube el precio de un bien, desciende su demanda. Sin embargo, como vimos en el capítulo 6, es posible encontrar ejemplos en los que la demanda óptima de un bien *desciende* cuando baja su precio. Los bienes que tienen esta propiedad se llaman **bienes Giffen**.

Los bienes Giffen son bastante peculiares y constituyen principalmente curiosidades teóricas; pero hay otras situaciones en las que las variaciones de los precios pueden producir efectos "patológicos" que, cuando se consideran detenidamente, no resultan tan poco razonables. Por ejemplo, normalmente creemos que si la gente percibe un salario más alto, trabaja más. Pero ¿qué ocurriría si el salario de una persona subiera de 10 euros a 1.000 por hora? ¿Trabajaría realmente más? ¿No decidiría quizá trabajar menos horas y utilizar parte del dinero ganado para hacer otras cosas? ¿Qué ocurriría si su salario fuera de 1.000.000 de euros por hora? ¿No trabajaría menos?

Imaginemos, por poner otro ejemplo, qué ocurriría con la demanda de manzanas de un individuo si subiera su precio. Probablemente consumiría menos manzanas. Pero ¿y la familia que cultivara manzanas para venderlas? Si subiera el precio de las manzanas, su renta podría aumentar tanto que decidiera consumir más manzanas propias. En el caso de los consumidores de esta familia, la subida del precio de las manzanas provocaría un aumento del consumo de este bien.

¿Qué ocurre en este caso? ¿Por qué las variaciones del precio pueden producir estos efectos ambiguos en la demanda? Tanto en este capítulo como en el siguiente trataremos de responder a estas preguntas.

8.1 El efecto-sustitución

Cuando varía el precio de un bien, se observan dos tipos de efectos: varían tanto la tasa a la que puede intercambiarse un bien por otro como el poder adquisitivo total de nuestra renta. Si, por ejemplo, se abarata el bien 1, significa que tenemos que renunciar a una cantidad menor del bien 2 para comprar el 1. La variación del precio del bien 1 altera la tasa a la que el mercado nos permite "sustituir" el bien 2 por el 1. Varía la relación de intercambio entre los dos bienes que el mercado ofrece al consumidor.

Al mismo tiempo, si se abarata el bien 1, significa que podemos comprar una mayor cantidad de dicho bien con nuestra renta monetaria. Aumenta el poder adquisitivo de nuestro dinero; aunque el número de euros que tengamos sea el mismo, es mayor la cantidad que podemos comprar con ellos.

La primera parte —la variación de la demanda provocada por una variación de la relación de intercambio entre los dos bienes— se denomina **efecto-sustitución**. La segunda —la variación de la demanda provocada por un aumento del poder adquisitivo— se denomina **efecto-renta**. Estas definiciones de los dos efectos sólo son aproximadas, por lo que si queremos definirlos con mayor precisión, es necesario analizarlos más detalladamente.

Para ello dividimos la variación del precio en dos partes: primero dejamos que varíen los precios *relativos* y ajustamos la renta monetaria para mantener constante el poder adquisitivo y, a continuación, dejamos que se ajuste el poder adquisitivo, manteniendo constantes los precios relativos.

La mejor forma de explicar este proceso es utilizar la figura 8.1, en la que ha bajado el precio del bien 1. Por lo tanto, la recta presupuestaria gira en torno a la ordenada en el origen m/p_2 y se vuelve más horizontal. Este movimiento de la recta presupuestaria puede dividirse en dos: primero *pivota* alrededor de la cesta demandada *inicialmente* y después la recta pivotada se *desplaza* hasta la *nueva* cesta demandada.

Este movimiento "de pivotar y desplazarse" es útil para descomponer la variación de la demanda en dos partes. La primera —el pivotar— es un movimiento en el que la pendiente de la recta presupuestaria varía al tiempo que el poder adquisitivo permanece constante, mientras que la segunda es un movimiento en el que la pendiente permanece constante y el poder adquisitivo varía. Esta descomposición sólo es una construcción hipotética: el consumidor observa simplemente que varía el precio, ante lo cual elige una nueva cesta de bienes. Sin embargo, para ver cómo varía la elección del consumidor, es útil imaginar que la recta presupuestaria cambia en dos fases: primero pivota y luego se desplaza.

¿Cuál es el significado económico del giro y el desplazamiento de las rectas presupuestarias? Analicemos primero la recta pivotada. En este caso, tenemos una recta presupuestaria con la misma pendiente y, por lo tanto, los mismos precios relativos que la final. Sin embargo, la renta monetaria correspondiente a esta recta presupuestaria es diferente, ya que la ordenada en el origen es diferente. Dado que la cesta inicial de consumo (x_1, x_2) se encuentra en la recta presupuestaria pivotada, esa cesta es asequible. El poder adquisitivo del consumidor ha permanecido constante en el sentido de que la cesta inicial de bienes es asequible en la nueva recta pivotada.

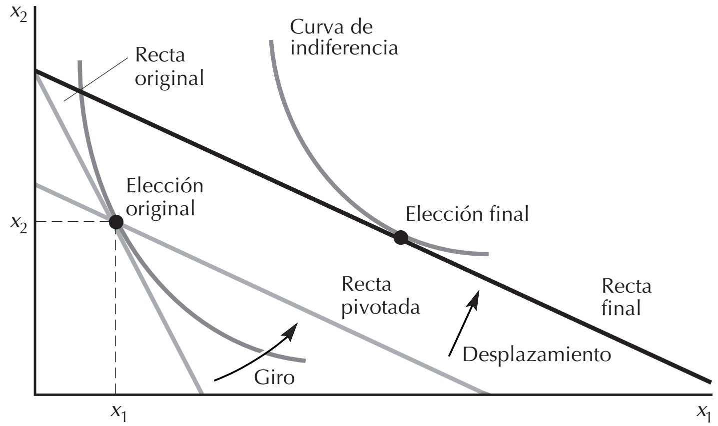


Figura 8.1. El giro y el desplazamiento. Cuando varía el precio del bien 1 y la renta se mantiene fija, la recta presupuestaria gira en torno al eje de ordenadas. Este ajuste puede dividirse en dos partes: primero gira la recta presupuestaria en torno a la elección *inicial* y después se desplaza hacia fuera, hacia la nueva cesta demandada.

Calculemos ahora cuánto tenemos que ajustar la renta monetaria para que la antigua cesta siga siendo alcanzable. Sea m' la cantidad de renta monetaria con la que la cesta inicial de consumo es asequible, la cantidad de renta monetaria correspondiente a la recta presupuestaria pivotada. Dado que (x_1, x_2) es asequible tanto con (p_1, p_2, m) como con (p'_1, p_2, m'), tenemos que

$$\begin{aligned} m' &= p_1'x_1 + p_2x_2 \\ m &= p_1x_1 + p_2x_2. \end{aligned}$$

Restando la segunda ecuación de la primera obtenemos

$$m' - m = x_1\,[p_1' - p_1].$$

Esta ecuación nos dice que la variación de la renta monetaria necesaria para que la antigua cesta sea asequible a los nuevos precios es la cantidad inicial de consumo del bien 1 multiplicada por la variación de los precios.

Si llamamos $\Delta p_1 = p_1' - p_1$ a la variación del precio 1 y $\Delta m = m' - m$ a la variación de la renta necesaria para que la antigua cesta sea asequible, tenemos que

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1. \qquad [8.1]$$

Obsérvese que la variación de la renta y la del precio siempre van en la misma dirección: si sube el precio, tenemos que aumentar la renta para que sea asequible la misma cesta.

Utilicemos algunas cifras reales. Supongamos que el individuo consume inicialmente 20 chocolatinas a la semana y que cada una cuesta 50 céntimos. Si su precio sube 10 céntimos —de modo que $\Delta p_1 = 60 - 50 = 10$— ¿cuánto tendría que variar la renta para que fuera asequible la antigua cesta de consumo?

Aplicando la fórmula anterior, si el consumidor tuviera 2 euros más de renta, podría consumir el mismo número de chocolatinas, a saber, 20. Utilizando la fórmula

$$\Delta m = \Delta p_1 \times x_1 = 10 \times 20 = 2 \text{ euros.}$$

Ya tenemos una fórmula para la recta presupuestaria pivotada: es la recta presupuestaria correspondiente al nuevo precio y a una nueva renta que ha variado en Δm. Obsérvese que si baja el precio del bien 1, el ajuste de la renta es negativo. Si baja el precio, aumenta el poder adquisitivo del consumidor, por lo que para mantenerlo fijo, tenemos que reducir su renta. Por el contrario, si sube el precio, disminuye su poder adquisitivo, por lo que la variación de la renta necesaria para mantenerlo constante debe ser positiva.

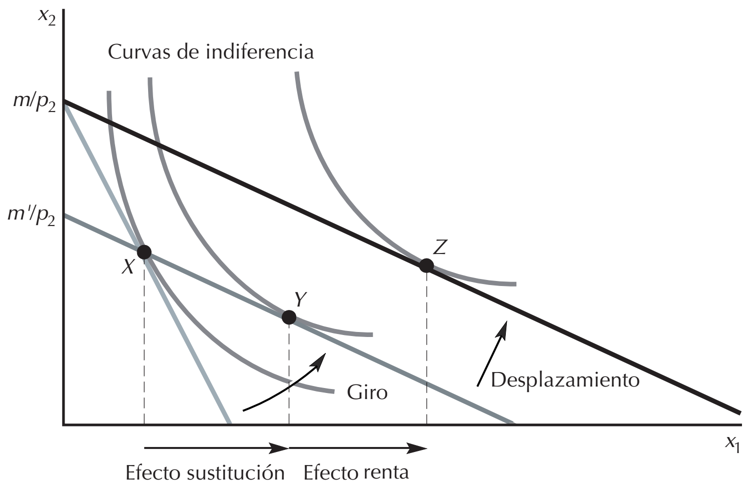


Figura 8.2. El efecto-sustitución y el efecto-renta. El giro muestra el efecto-sustitución y el desplazamiento, el efecto-renta.

Aunque (x_1, x_2) sigue siendo asequible, generalmente no es la compra óptima correspondiente a la recta presupuestaria pivotada. En la figura 8.2 la compra óptima correspondiente a esta recta presupuestaria es Y. Esta cesta de bienes es óptima cuando variamos el precio y ajustamos la renta monetaria para que la antigua cesta de bienes sea asequible. El desplazamiento de X a Y se denomina **efecto-sustitución** e indica cómo "sustituye" el consumidor un bien por otro cuando varía un precio, pero el poder adquisitivo permanece constante.

En términos más exactos, el efecto-sustitución Δx_1^s es la variación que experimenta el bien 1 cuando su precio varía pasando a p_1' y, al mismo tiempo, la renta monetaria varía pasando a m':

$$\Delta x_1^s = x_1\,(p_1', m') - x_1\,(p_1, m).$$

Para hallar el efecto-sustitución, debemos utilizar la función de demanda del consumidor con el fin de calcular las opciones óptimas correspondientes a (p_1', m') y (p_1, m). La variación de la demanda del bien 1 puede ser grande o pequeña, dependiendo de la forma de las curvas de indiferencia del consumidor. Pero dada la función de demanda, es fácil calcular numéricamente el efecto-sustitución (naturalmente, la demanda del bien 1 puede muy bien depender del precio del bien 2; pero el precio del bien 2 permanece constante durante este ejercicio, por lo que no lo hemos incluido en la función de demanda para no complicar innecesariamente la notación).

El efecto-sustitución se denomina algunas veces variación de la **demanda compensada**. Este término se basa en la idea de que el consumidor es compensado por la subida del precio y le devuelven la renta suficiente para poder comprar su antigua cesta. Naturalmente, si baja el precio, es "compensado" quitándole dinero. Aunque utilizaremos en general, y por razones de coherencia, el término "sustitución", también se empleará frecuentemente el de "compensación".

Ejemplo: Cómo se calcula el efecto-sustitución

Supongamos que el consumidor tiene la siguiente función de demanda de leche:

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}\cdot$$

Su renta inicial es de 120 euros semanales y el precio de la leche de 1 euro el litro. Por lo tanto, su demanda de leche es $10 + 120/(10 \times 1) = 22$ litros a la semana.

Supongamos ahora que baja el precio a 80 céntimos el litro. En ese caso, su demanda correspondiente a este nuevo precio será $10 + 120/(10 \times 80) = 25$ litros a la semana. La variación *total* de la demanda será de + 3 litros semanales.

Para calcular el efecto-sustitución, debemos calcular primero cuánto tendría que variar la renta para que el consumo inicial de leche fuera asequible al precio de 80 céntimos el litro. Aplicando la fórmula (8.1):

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1 = 22 \times (80 - 1) = -\,4{,}40 \text{ euros.}$$

Por lo tanto, el nivel de renta necesario para mantener constante el poder adquisitivo es $m' = m + \Delta m = 120 - 4{,}40 = 115{,}60$. ¿Cuánta leche demanda el consumidor al nuevo precio de 80 céntimos el litro y con este nivel de renta? Basta introducir los valores numéricos en la función de demanda:

$$x_1(p_1', m') = x_1(80, 115{,}60) = 10 + \frac{115{,}60}{10 \times 80} = 24{,}45.$$

Así pues, el efecto-sustitución es

$$\Delta x_1^s = x_1(80, 115{,}60) - x_1(1, 120) = 24{,}45 - 22 = 2{,}45.$$

8.2 El efecto-renta

A continuación pasamos a la segunda fase del ajuste de los precios: el desplazamiento. Esta parte es fácil de interpretar desde el punto de vista económico. Sabemos que un desplazamiento paralelo de la recta presupuestaria es el movimiento que tiene lugar cuando varía la renta y los precios relativos se mantienen constantes. Por lo tanto, la segunda fase del ajuste de los precios se denomina **efecto-renta.** Cambiamos simplemente la renta del consumidor m' por m, manteniendo constantes los precios en (p_1', p_2). En la figura 8.2, esta variación nos desplaza del punto (y_1, y_2) al (z_1, z_2). Es natural llamar a este último movimiento efecto-renta, ya que lo único que hacemos es variar la renta al tiempo que mantenemos constantes los precios en su nuevo valor.

En términos más precisos, el efecto-renta, Δx_1^n, es la variación de la demanda que experimenta el bien 1, cuando variamos la renta de m' a m, manteniendo fijo el precio del bien 1 en p_1':

$$\Delta x_1^n = x_1(p_1', m) - x_1(p_1', m').$$

Ya hemos analizado en el apartado 6.1 el efecto-renta. Hemos visto que puede actuar en cualquiera de los dos sentidos: tiende a aumentar o a reducir la demanda del bien 1 dependiendo de que dicho bien sea normal o inferior.

Cuando baja el precio de un bien, es preciso reducir la renta para mantener constante el poder adquisitivo. Si el bien es normal, esta reducción de la renta provoca un descenso de la demanda. Si es inferior, provoca un incremento de la demanda.

Ejemplo: Cómo se calcula el efecto-renta

En el ejemplo que hemos puesto antes en este capítulo observaremos que

$$x_1(p_1', m) = x_1(80, 12.000) = 25$$
$$x_1(p_1', m') = x_1(80, 11.560) = 24{,}45.$$

Por lo tanto, en este problema el efecto-renta es

$$\Delta x_1^n = x_1(80, 12.000) - x_1(80, 11.560) = 25 - 24{,}45 = 0{,}55.$$

Dado que para este consumidor la leche es un bien normal, su demanda aumenta cuando aumenta la renta.

8.3 Signo del efecto-sustitución

Hemos visto antes que el efecto-renta puede ser positivo o negativo, dependiendo de que el bien sea normal o inferior. ¿Y el efecto-sustitución? Si baja el precio de un bien, como ocurre en la figura 8.2, la variación de su demanda provocada por el efecto-sustitución no *debe* ser negativa. Es decir, si $p_1 > p_1'$ *debemos* tener que $x_1(p_1', m') \geq x_1(p_1, m)$, por lo que $\Delta x_1^s \geq 0$.

Veamos la demostración. Consideremos los puntos de la recta presupuestaria pivotada de la figura 8.2 en la que la cantidad consumida del bien 1 es menor que la correspondiente a la cesta X. Estas cestas eran todas ellas asequibles a los antiguos precios (p_1, p_2), pero no se compraron. Se compró la X. Si el consumidor siempre elige la mejor cesta que está a su alcance, debe preferirse la X a todas las cestas situadas en el segmento de la recta pivotada que se encuentra por debajo del conjunto presupuestario inicial.

Eso significa que la elección óptima correspondiente a la recta presupuestaria pivotada no debe ser una de las cestas que se encuentran por debajo del conjunto presupuestario inicial. Tendría que ser o bien X, o bien algún punto situado a su derecha. Pero eso significa que la nueva elección óptima supone necesariamente consumir al menos la misma cantidad del bien 1 que se consumía inicialmente, que es exactamente lo que queríamos demostrar. En el caso que representa la figura 8.2, la elección óptima correspondiente a la recta presupuestaria pivotada es la cesta Y, que implica, por supuesto, consumir una cantidad del bien 1 mayor que la correspondiente al punto inicial de consumo X.

El efecto-sustitución siempre actúa en sentido contrario a la variación del precio. Decimos que es *negativo*, ya que la variación de la demanda provocada por el efecto-sustitución es opuesta a la variación del precio: si éste sube, disminuye la demanda del bien generada por el efecto-sustitución.

8.4 La variación total de la demanda

La variación total de la demanda, Δx_1, es la variación de la demanda provocada por la variación del precio, manteniendo constante la renta:

$$\Delta x_1 = x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m).$$

Hemos visto antes que esta variación puede dividirse en dos: el efecto-sustitución y el efecto-renta. Utilizando los símbolos definidos antes, tenemos que

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= \Delta x_1^s + \Delta x_1^n \\ x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m) &= [x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)] \\ &\quad + [x_1\,(p_1', m) - x_1\,(p_1', m')].\end{aligned}$$

En palabras, esta ecuación, llamada **identidad de Slutsky**,[1] nos dice que la variación total de la demanda es igual al efecto-sustitución más el efecto-renta. Obsérvese que es una identidad: es cierta cualesquiera que sean los valores de p_1, p_1', m y m'. El primer y cuarto término del segundo miembro se anulan, por lo que el segundo miembro es *idéntico* al primero.

El contenido de la identidad de Slutsky no se limita a la identidad algebraica, que no es más que una trivialidad matemática, sino que se deriva de la interpretación de los dos términos del segundo miembro, es decir, del efecto-sustitución y el efecto-renta. En concreto, podemos utilizar lo que sabemos sobre los signos de ambos efectos para averiguar el signo del efecto total.

Aunque el efecto-sustitución siempre debe ser negativo —es decir, debe tener el signo contrario al de la variación—, el efecto-renta puede ser negativo o positivo. Por lo tanto, el efecto total puede ser positivo o negativo. Sin embargo, cuando el bien es normal, el efecto-sustitución y el efecto-renta actúan en el mismo sentido. Si sube el precio, desciende la demanda debido al efecto-sustitución. Por otra parte, si sube el precio es como si disminuyera la renta, lo que, para un bien normal, se resuelve en una disminución de su demanda. Ambos efectos se refuerzan mutuamente. Utilizando nuestra notación, la variación de la demanda provocada por la subida del precio significa en el caso de un bien normal que

$$\begin{matrix}\Delta x_1 & = & \Delta x_1^s & + & \Delta x_1^n \\ (-) & & (-) & & (-)\end{matrix}.$$

(El signo negativo situado debajo de cada término indica que éstos son negativos.)

Obsérvese detenidamente el signo del efecto-renta. Dado que estamos analizando una situación en la que sube el precio, la consecuencia es una reducción del poder adquisitivo, lo cual implica, en el caso de un bien normal, un descenso de la demanda.

En cambio, cuando el bien es inferior, el efecto-renta puede compensar al efecto-sustitución, por lo que la variación total de la demanda provocada por una subida del precio puede ser positiva. Se trata de un caso en el que

$$\begin{matrix}\Delta x_1 & = & \Delta x_1^s & + & \Delta x_1^n \\ (\,?\,) & & (-) & & (+)\end{matrix}.$$

Si el segundo término del segundo miembro —el efecto-renta— fuera suficientemente grande, la variación total de la demanda podría ser positiva, lo que significa-

[1] Eugen Slutsky (1880-1948), economista ruso que investigó la teoría de la demanda.

ría que una subida del precio podría provocar un *aumento* de la demanda. Éste es el caso Giffen, patológico, descrito antes: la subida del precio reduce tanto el poder adquisitivo del consumidor que aumenta su consumo del bien inferior.

Pero la identidad de Slutsky muestra que este tipo de efecto patológico sólo puede darse cuando los bienes son inferiores: si son normales, el efecto-renta y el efecto-sustitución se refuerzan mutuamente, por lo que la variación total de la demanda siempre va en el sentido "correcto".

Así pues, un bien Giffen tiene que ser un bien inferior. Sin embargo, un bien inferior no tiene por qué ser un bien Giffen: el efecto-renta no sólo debe tener el signo "incorrecto", sino que también ha de ser suficientemente grande para contrarrestar el signo "correcto" del efecto-sustitución. Éste es el motivo por el que se observan tan pocos bienes Giffen en el mundo real: no sólo tienen que ser inferiores, sino que también tienen que serlo *mucho*.

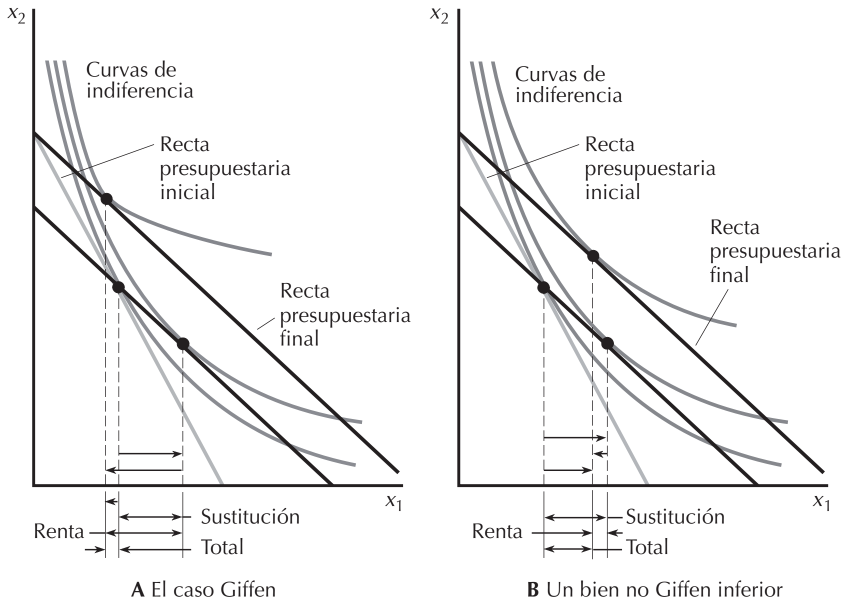


Figura 8.3. Los bienes inferiores. El caso A muestra un bien que es suficientemente inferior como para ser un caso Giffen, y el B muestra un bien que es inferior, pero el efecto no es suficientemente fuerte como para crear un bien Giffen.

La figura 8.3 representa gráficamente este caso. Muestra cómo se halla habitualmente el efecto-sustitución y el efecto-renta mediante el giro y el desplazamiento. En ambos casos, el bien 1 es inferior y, por lo tanto, el efecto-renta es negativo. En la figura 8.3A, el efecto-renta es suficientemente grande para contrarrestar al efecto-sustitución y producir un bien Giffen. En la figura 8.3B, el efecto-renta es más pequeño, por lo que el bien 1 responde en la forma habitual a la variación de su precio.

8.5 Las tasas de variación

Hemos visto que el efecto-sustitución y el efecto-renta pueden describirse gráficamente mediante una combinación de giros y desplazamientos o algebraicamente mediante la identidad de Slutsky:

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s + \Delta x_1^n,$$

que indica simplemente que la variación total de la demanda es el efecto-sustitución más el efecto-renta. Hasta ahora hemos expresado la identidad en variaciones absolutas, pero es más frecuente expresarla en *tasas* de variación.

Cuando expresamos la identidad de Slutsky en tasas de variación, resulta más cómodo definir Δx_1^m como la *negativa* del efecto-renta:

$$\Delta x_1^m = x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m) = -\,\Delta x_1^n.$$

Dada esta definición, la identidad de Slutsky se convierte en

$$\Delta x_1 = \Delta x_1^s - \Delta x_1^m.$$

Si dividimos cada uno de los miembros de la identidad por Δp_1 tenemos que

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta p_1}\cdot \qquad [8.2]$$

El primer término del segundo miembro es la tasa de variación que experimenta la demanda cuando varía el precio y se ajusta la renta de tal manera que la antigua cesta siga siendo asequible: el efecto-sustitución. Fijémonos en el segundo término. Dado que tenemos una variación de la renta en el numerador, sería bueno tener una variación de la renta en el denominador.

Recuérdese que la variación de la renta, Δm, y la del precio, Δp_1, están relacionadas por la fórmula

$$\Delta m = x_1 \Delta p_1\,.$$

Despejando Δp_1, tenemos que

$$\Delta p_1 = \frac{\Delta m}{x_1}\cdot$$

A continuación introducimos esta expresión en el último término de [8.2] y obtenemos nuestra fórmula final:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 \,.$$

Ésta es la identidad de Slutsky expresada en tasas de variación. Cada uno de sus términos puede interpretarse de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{x_1(p_1', m) - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

es la tasa de variación que experimenta la demanda cuando varía el precio y la renta se mantiene fija;

$$\frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} = \frac{x_1\,(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1}$$

es la tasa de variación que experimenta la demanda cuando varía el precio y se ajusta la renta para que la antigua cesta siga siendo asequible, es decir, el efecto-sustitución; y

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 = \frac{x_1\,(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{m' - m} x_1 \qquad [8.3]$$

es la tasa de variación que experimenta la demanda cuando se mantienen fijos los precios y se ajusta la renta, es decir, el efecto-renta.

El propio efecto-renta está formado por dos partes: la variación de la demanda provocada por una variación de la renta, multiplicada por el nivel inicial de demanda. Cuando el precio varía en Δp_1, la variación de la demanda provocada por el efecto-renta es

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1\,(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m} x_1 \Delta p_1.$$

Pero este último término, $x_1 \Delta p_1$, no es más que la variación de la renta necesaria, Δm, para que la antigua cesta siga siendo asequible, por lo que la variación de la demanda provocada por el efecto-renta se reduce a

$$\Delta x_1^m = \frac{x_1\,(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta m}\, \Delta m,$$

que es lo mismo que teníamos antes.

8.6 La ley de la demanda

En el capítulo 5 expresamos una cierta preocupación por el hecho de que la teoría del consumidor parecía no tener ningún contenido concreto: la demanda podía aumentar o disminuir tanto cuando subía el precio como cuando aumentaba la renta. Si una teoría no delimita de *alguna* manera la conducta observada, no es una teoría. Un modelo compatible con todos los tipos de conducta carece de contenido real.

Sin embargo, sabemos que la teoría del consumidor sí tiene algún contenido: hemos visto que las decisiones que toma un consumidor optimizador deben satisfacer el axioma fuerte de la preferencia revelada y que las variaciones de los precios pueden descomponerse en dos: un efecto-sustitución que es, con toda seguridad, negativo —es decir, tiene un signo contrario al de la variación del precio— y un efecto-renta, cuyo signo depende de que el bien sea normal o inferior.

Aunque la teoría del consumidor no delimita cómo varía la demanda cuando varía el precio o cuando varía la renta, sí delimita cómo se interrelacionan estos dos tipos de variaciones. En concreto, podemos establecer la siguiente proposición:

La ley de la demanda. *Si aumenta la demanda de un bien cuando aumenta la renta, debe descender cuando sube su precio.*

Esta ley se desprende directamente de la ecuación de Slutsky: si aumenta la demanda cuando aumenta la renta, el bien es normal, en cuyo caso el efecto-sustitución y el efecto-renta se refuerzan mutuamente y una subida del precio reduce inequívocamente la demanda.

8.7 Ejemplos de efectos-renta y efectos-sustitución

Consideremos ahora algunos ejemplos de variaciones de los precios en el caso de determinados tipos de preferencias y descompongamos las variaciones de la demanda en el efecto-renta y el efecto-sustitución.

Comenzaremos por el caso de los complementarios perfectos. La figura 8.4 ilustra la descomposición de Slutsky. Cuando pivotamos la recta presupuestaria alrededor del punto elegido, la elección óptima correspondiente a la nueva recta presupuestaria es la misma que la correspondiente a la antigua, lo que significa que el efecto-sustitución es cero. La variación de la demanda se debe totalmente al efecto-renta.

¿Qué ocurre con los sustitutivos perfectos, mostrados en la figura 8.5? En este caso, cuando giramos la recta presupuestaria, la cesta demandada salta del eje de ordenadas al de abscisas. ¡No queda ningún desplazamiento que hacer! Toda la variación de la demanda se debe al efecto-sustitución.

Consideremos como tercer ejemplo el caso de las preferencias cuasilineales. Esta situación es algo peculiar. Ya hemos visto que una variación de la renta no altera la demanda del bien 1 cuando las preferencias son cuasilineales, lo que significa que toda la variación de la demanda se debe al efecto-sustitución y que el efecto-renta es cero, como muestra la figura 8.6.

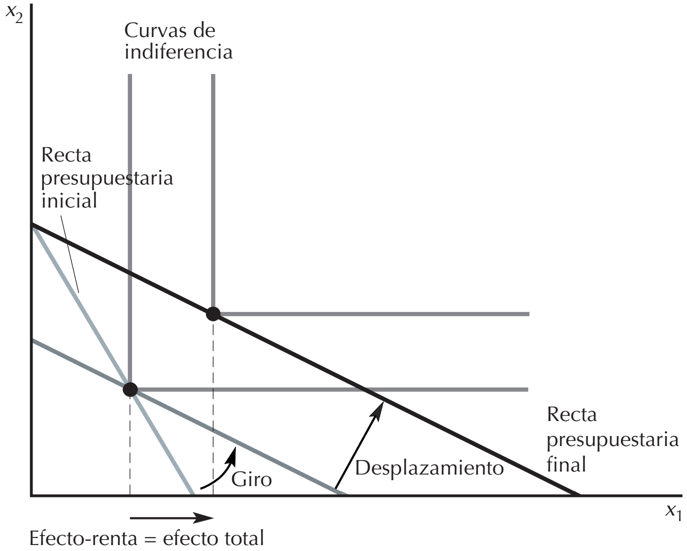


Figura 8.4. Los complementarios perfectos. La descomposición de Slutsky cuando los bienes son complementarios perfectos.

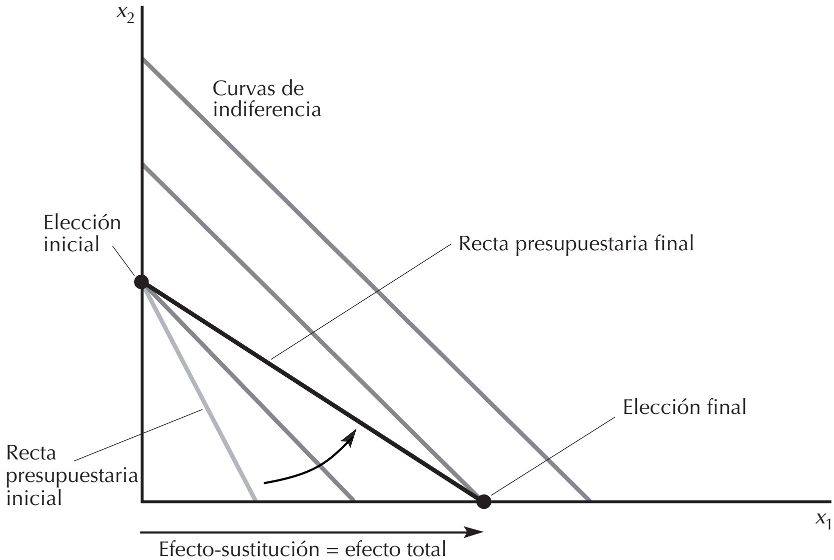


Figura 8.5. Los sustitutivos perfectos. La descomposción de Slutsky cuando los bienes son sustitutivos perfectos.

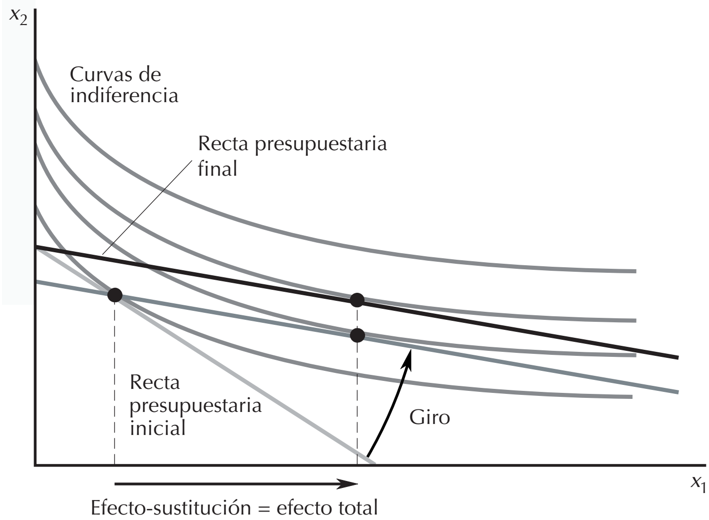


Figura 8.6. Preferencias cuasilineales. Cuando las preferencias son cuasilineales, toda la variación de la demanda se debe al efecto-sustitución.

Ejemplo: La devolución de un impuesto

En 1974 la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) decretó un embargo de petróleo contra Estados Unidos y pudo detener durante varias semanas los envíos de petróleo a los puertos norteamericanos. La vulnerabilidad de Estados Unidos a dichos obstáculos inquietó profundamente a su Congreso y a su presidente, por lo que se propusieron numerosos planes para reducir la dependencia norteamericana del petróleo extranjero.

Uno de los planes consistía en elevar el impuesto sobre la gasolina, con el fin de que los consumidores redujeran su consumo de este bien y la disminución de la demanda redujera a su vez la demanda de petróleo extranjero.

Sin embargo, un aumento directo del impuesto sobre la gasolina habría golpeado a los consumidores donde más les duele —en el bolsillo—, por lo que este plan habría sido inviable desde el punto de vista político. Se sugirió, pues, que los ingresos recaudados mediante el impuesto retornaran a los consumidores en forma de pagos discretos de dinero o en forma de una reducción de algún otro impuesto.

Los críticos de esta propuesta sostenían que la devolución a los consumidores de los ingresos recaudados mediante el impuesto no afectaría a la demanda, ya que podrían utilizar el dinero devuelto para comprar más gasolina. ¿Qué dice el análisis económico respecto a este plan?

Supongamos para mayor sencillez que el impuesto sobre la gasolina acabara trasladándose totalmente a los consumidores de este bien, por lo que su precio subiría exactamente en la cuantía del impuesto (en general, sólo se trasladaría parte del impuesto, pero aquí no tendremos en cuenta esta complicación). Supongamos que el impuesto elevara el precio de la gasolina de p a $p' = p + t$ y el consumidor medio respondiera reduciendo su demanda de x a x'. El consumidor medio pagaría t dólares más por la gasolina y consumiría x' galones una vez introducido el impuesto, por lo que la cantidad de ingresos recaudada mediante el impuesto pagado por el consumidor medio sería

$$R = tx' = (p' - p)x'.$$

Obsérvese que los ingresos recaudados mediante el impuesto dependen de la cantidad de gasolina que *termine* consumiendo el individuo, x', y no de la que consumiera inicialmente, x.

Si suponemos que y es el gasto realizado en otros bienes y que su precio es 1, la restricción presupuestaria inicial es

$$px + y = m \qquad [8.4]$$

y la restricción presupuestaria una vez puesto en marcha el plan de devolución de impuestos es

$$(p + t)x' + y' = m + tx'. \qquad [8.5]$$

En la restricción presupuestaria [8.5], el consumidor medio elige las variables del primer miembro —el consumo de cada bien—, pero el segundo miembro —su renta y la devolución del Estado— se considera fijo. La devolución depende de lo que hagan todos los consumidores y no de lo que haga el consumidor medio. En este caso, la devolución consiste en los impuestos pagados por el consumidor medio, pero porque es el consumidor medio y no porque exista una conexión causal.

Si restamos tx' en ambos miembros de la ecuación [8.5], tenemos que

$$px' + y' = m.$$

Por lo tanto, (x', y') es una cesta que era asequible con la restricción presupuestaria inicial y que ha sido rechazada en favor de la (x, y). Así pues, ello implica que se prefiere (x, y) a (x', y'): este plan empeora el bienestar de los consumidores. ¡Quizá sea ésa la razón por la que nunca se puso en práctica!

La figura 8.7 representa el equilibrio con la devolución del impuesto. Éste encarece el bien 1 y la devolución aumenta la renta monetaria. La cesta inicial ya no es asequible, por lo que el bienestar del consumidor es claramente menor. Con el plan de devolución del impuesto, la elección del consumidor implica consumir menos gasolina y una mayor cantidad de "todos los demás bienes".

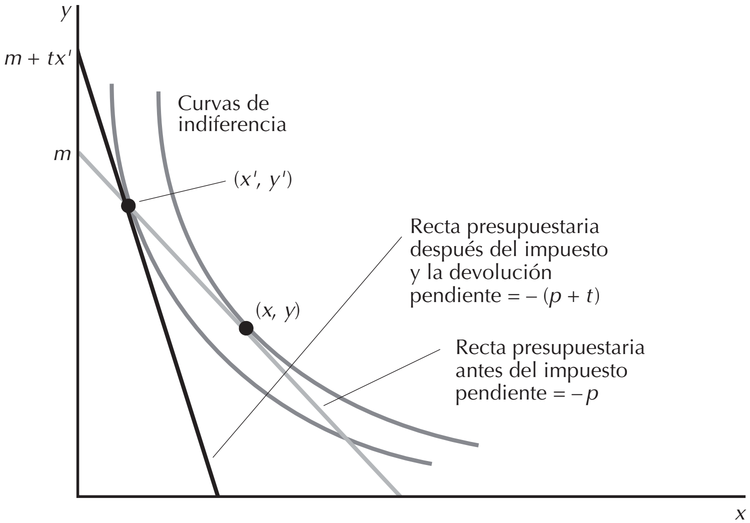


Figura 8.7. La devolución de un impuesto. Cuando se grava a un consumidor con un impuesto y se le devuelven los ingresos recaudados, empeora su bienestar.

¿Qué podemos decir sobre la cantidad de gasolina consumida? El consumidor medio puede seguir consumiendo la misma cantidad, pero como consecuencia del impuesto, ahora ésta es más cara. En general, decidirá consumir una cantidad menor.

Ejemplo: Participación voluntaria en un plan de precios en tiempo real

La producción de electricidad adolece de un grave problema de capacidad: es relativamente barato producir electricidad hasta donde permite la capacidad existente, pero a partir de ahí es imposible, por definición, producir más. Resulta extraordinariamente caro aumentar la capacidad, por lo que es muy atractivo desde el punto de vista económico encontrar una fórmula para reducir el consumo de electricidad durante los periodos en los que mayor es la demanda.

En Estados Unidos, alrededor del 30 por ciento del consumo que se registra en los estados de clima caluroso, como Georgia, durante los periodos de mayor demanda se debe al aire acondicionado. Por otra parte, es relativamente fácil predecir un día antes la temperatura, por lo que los usuarios tienen tiempo de ajustar su demanda cambiando la temperatura de los aparatos de aire acondicionado, poniéndose ropa ligera, etc. El reto es establecer un sistema de precios que incentive a reducir el consumo de electricidad a aquellos usuarios que puedan hacerlo.

Uno de ellos es el plan de precios en tiempo real. En un programa de precios en tiempo real, a los grandes usuarios industriales se les provee de contadores especiales que permiten que el precio de la electricidad varíe de un minuto a otro dependiendo de las señales que envía la compañía generadora de electricidad. Cuando la demanda de electricidad se aproxima al límite de capacidad, la compañía generadora sube el precio para animar a los usuarios a reducir su consumo. El plan de precios depende de la demanda total de electricidad.

Georgia Power Company sostiene que su programa de precios en tiempo real es el mayor del mundo. En 1999, consiguió reducir la demanda en 750 megavatios los días en los que el precio era alto, induciendo a algunos grandes clientes a reducir su demanda nada menos que en un 60 por ciento.

Georgia Power ha ideado algunas variantes interesantes del modelo básico de fijación de los precios en tiempo real. En uno de sus planes de precios se asigna a los clientes una cantidad de referencia, que es igual a su consumo normal. Cuando la oferta de electricidad es escasa y el precio en tiempo real sube, estos usuarios tienen que pagar un precio más alto por aquel consumo de electricidad que supere la cantidad que se les ha asignado. Pero también reciben un reembolso si consiguen consumir una cantidad inferior a la asignada.

La figura 8.8 muestra cómo afecta este plan a la recta presupuestaria de los consumidores. El eje de ordenadas representa "el dinero gastado en otros bienes" y el de

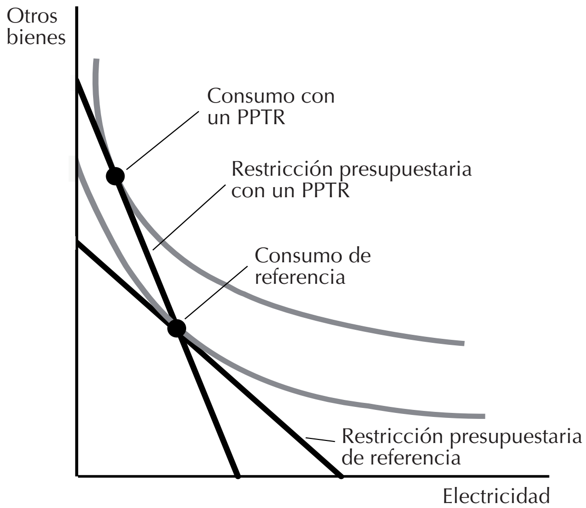


Figura 8.8. Participación voluntaria en un plan de precios en tiempo real. Los usuarios pagan una tarifa más alta por la electricidad adicional cuando sube el precio en tiempo real, pero también reciben un reembolso al mismo precio si reducen su consumo. Como consecuencia, la recta presupuestaria gira alrededor del punto de consumo de referencia y tiende a mejorar el bienestar de los consumidores.

abscisas representa "el consumo de electricidad". En las épocas normales, los consumidores eligen el consumo de electricidad que maximiza la utilidad sujeta a una restricción presupuestaria que viene determinada por el precio de referencia de la electricidad. La elección resultante es su consumo de referencia.

Cuando sube la temperatura, el precio en tiempo real también sube, lo que encarece la electricidad. Pero esta subida del precio favorece a los consumidores que pueden reducir su consumo, ya que reciben un reembolso basado en el elevado precio en tiempo real por cada kilovatio que consumen de menos. Si siguen consumiendo la cantidad asignada, su factura no varía.

No es difícil ver que este plan de precios equivale a un giro en el sentido de Slutsky alrededor del punto de consumo de referencia. Podemos, pues, estar seguros de que el consumo de electricidad disminuirá y de que los usuarios disfrutarán como mínimo del mismo bienestar con el precio en tiempo real que con el precio de referencia. De hecho, el programa ha sido bastante popular; en él han participado voluntariamente más de 1.600 clientes.

8.8 Otro efecto-sustitución

El efecto-sustitución es el nombre que dan los economistas a la variación que experimenta la demanda cuando varían los precios, pero el poder adquisitivo del consumidor se mantiene constante, por lo que la cesta inicial continúa siendo asequible. Ésta es al menos una de las definiciones del efecto-sustitución. También hay otra que resulta útil.

La definición que hemos estudiado antes se denomina **efecto-sustitución de Slutsky**; la que describiremos en este apartado se llama **efecto-sustitución de Hicks.**[2]

Supongamos que en lugar de girar la recta presupuestaria alrededor de la cesta inicial de consumo, ahora la *deslizamos* alrededor de la curva de indiferencia que pasa por la cesta inicial de consumo, como muestra la figura 8.9. De esta forma presentamos al consumidor una nueva recta presupuestaria que tiene los mismos precios relativos que la recta presupuestaria final, pero una renta diferente. El poder adquisitivo que tiene esta recta presupuestaria ya no es suficiente para comprar su cesta inicial de bienes, pero es suficiente para comprar una cesta que sea exactamente *indiferente* a su cesta inicial.

Por lo tanto, el efecto-sustitución de Hicks mantiene constante la *utilidad* en lugar de mantener constante el poder adquisitivo. El efecto-sustitución de Slutsky da al consumidor suficiente dinero para volver a su antiguo nivel de consumo, mientras que el efecto-sustitución de Hicks le da suficiente dinero para volver a su antigua curva de indiferencia. A pesar de esta diferencia entre las definiciones, el efecto-sus-

[2] Sir John Hicks, economista inglés galardonado con el premio Nobel de Economía.

titución de Hicks debe ser negativo —en el sentido de que su signo es contrario al de la variación del precio—, exactamente igual que el efecto-sustitución de Slutsky.

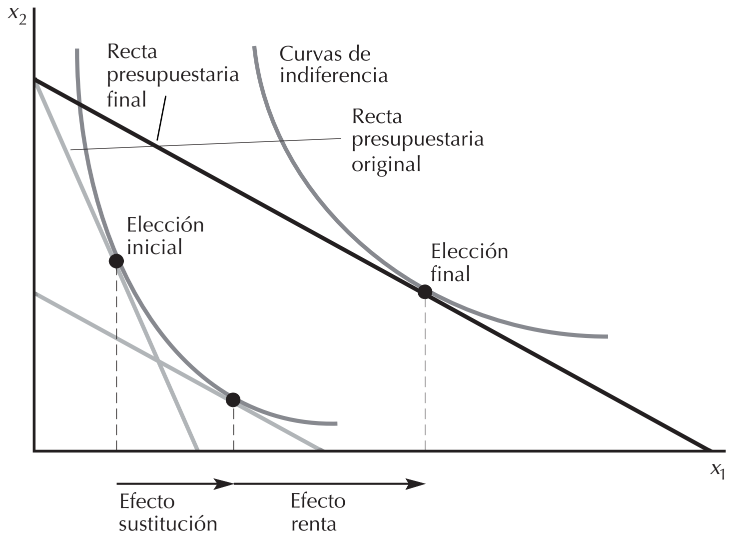


Figura 8.9. El efecto-sustitución de Hicks. En esta figura giramos la recta presupuestaria en torno a la curva de indiferencia y no en torno a la elección inicial.

La demostración se realiza una vez más utilizando los teoremas de la preferencia revelada. Sea (x_1, x_2) una cesta demandada a los precios (p_1, p_2) y (y_1, y_2) una cesta demandada a los precios (q_1, q_2). Supongamos que la renta es tal que el consumidor es indiferente ante las dos, por lo que no puede revelar que prefiere la una a la otra.

Según la definición de la preferencia revelada, esto significa que las dos desigualdades siguientes *no* son verdaderas:

$$p_1x_1 + p_2x_2 > p_1y_1 + p_2y_2$$
$$q_1y_1 + q_2y_2 > q_1x_1 + q_2x_2.$$

De lo que se deduce que las dos desigualdades siguientes *son* verdaderas:

$$p_1x_1 + p_2x_2 \leq p_1y_1 + p_2y_2$$
$$q_1y_1 + q_2y_2 \leq q_1x_1 + q_2x_2.$$

Sumando estas desigualdades y simplificando, tenemos

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) + (q_2 - p_2)(y_2 - x_2) \leq 0.$$

Esta expresión es una formulación general de la variación que experimenta la demanda cuando varían los precios si se ajusta la renta de tal manera que el consumidor permanezca en la misma curva de indiferencia. En este caso concreto, sólo alteramos el primer precio. Por lo tanto, $q_2 = p_2$ y nos quedamos con

$$(q_1 - p_1)(y_1 - x_1) \leq 0.$$

Esta ecuación nos dice que la variación de la cantidad demandada debe tener el signo contrario al de la variación del precio, que es lo que queríamos demostrar.

La variación total de la demanda sigue siendo igual al efecto-sustitución más el efecto-renta. Pero ahora es el efecto-sustitución de Hicks. Dado que este efecto es negativo, la ecuación de Slutsky tiene exactamente la misma forma y la misma interpretación que antes. Tanto la definición del efecto-sustitución de Slutsky como la de Hicks tienen su lugar y su utilidad; depende del problema que se aborda. Puede demostrarse que cuando las variaciones de los precios son pequeñas, los dos efecto-sustitución son casi idénticos.

8.9 Curvas de demanda compensadas

Hemos visto en tres contextos diferentes que cuando varía un precio, también varía la cantidad demandada: manteniendo fija la renta (el caso convencional), manteniendo fijo el poder adquisitivo (el efecto-sustitución de Slutsky) y manteniendo fija la utilidad (el efecto-sustitución de Hicks). Podemos trazar la relación entre el precio y la cantidad demandada manteniendo constante cualquiera de estas tres variables. De esa manera, tenemos tres curvas de demanda diferentes: la curva de demanda ordinaria, la curva de demanda de Slutsky y la curva de demanda de Hicks.

El análisis de este capítulo muestra que las curvas de demanda de Slutsky y de Hicks siempre tienen pendiente negativa. Por otra parte, la curva de demanda ordinaria tiene pendiente negativa en el caso de los bienes normales. Sin embargo, el análisis de los bienes Giffen muestra que teóricamente es posible que la curva de demanda ordinaria tenga pendiente positiva en el caso de un bien inferior.

La curva de demanda hicksiana —que es la curva en la que la utilidad se mantiene constante— a veces se denomina **curva de demanda compensada**. Esta terminología resulta lógica si construimos la curva de demanda hicksiana ajustando la renta cuando varía el precio con el fin de mantener constante la utilidad. Por lo tanto, el consumidor es “compensado” por las variaciones del precio y su utilidad es la misma en todos los puntos de la curva de demanda hicksiana. Este caso contrasta con el de la curva de demanda ordinaria, en el cual el consumidor disfruta de un bienestar menor cuando suben los precios que cuando bajan, ya que su renta es constante.

La curva de demanda compensada resulta muy útil en los cursos avanzados, sobre todo en el análisis coste-beneficio. En este tipo de análisis, es lógico preguntarse qué cantidad habría que pagar a los consumidores para compensarles si se introdujera algún cambio de política. La magnitud de esa cantidad constituye una útil estimación del coste de dicho cambio. Sin embargo, el cálculo efectivo de las curvas de demanda compensadas requiere un instrumental matemático más complejo que el que hemos presentado en el texto.

Resumen

1. La reducción del precio de un bien produce dos efectos en el consumo. La variación de los precios hace que el individuo desee consumir una mayor cantidad del bien abaratado. El aumento del poder adquisitivo generado por la reducción del precio puede elevar o reducir el consumo, dependiendo de que el bien sea normal o inferior.
2. La variación de la demanda provocada por la variación de los precios relativos se denomina efecto-sustitución, y la variación provocada por el aumento del poder adquisitivo, efecto-renta.
3. El efecto-sustitución es la variación que experimenta la demanda cuando varían los precios y el poder adquisitivo se mantiene constante, en el sentido de que la cesta inicial sigue siendo asequible. Para mantener constante el poder adquisitivo, debe variar la renta monetaria. La variación necesaria de la renta monetaria viene dada por $\Delta m = x_1 \Delta p_1$.
4. La ecuación de Slutsky nos dice que la variación total de la demanda es la suma del efecto-sustitución y el efecto-renta.
5. La ley de la demanda nos dice que los bienes normales deben tener curvas de demanda de pendiente negativa.

Problemas

1. Supongamos que un consumidor tiene una preferencia entre dos bienes que son sustitutivos perfectos. ¿Podemos cambiar los precios de tal forma que toda la respuesta de la demanda se deba al efecto-renta?
2. Supongamos que las preferencias son cóncavas. ¿Sigue siendo negativo el efecto-sustitución?
3. En el caso del impuesto sobre la gasolina, ¿qué ocurriría si la devolución efectuada a los consumidores dependiera de su consumo inicial de gasolina, x, y no de su consumo final, x'?
4. En el caso descrito en el problema anterior, ¿devolvería el Estado más de lo que recaudaría en impuestos o menos?

5. En este caso, ¿mejoraría o empeoraría el bienestar de los consumidores si estuviera en vigor el impuesto con devolución basada en el consumo inicial?

Apéndice

Derivemos la ecuación de Slutsky mediante el cálculo diferencial. Consideremos la definición del efecto-sustitución de Slutsky según la cual la renta se ajusta a fin de que el consumidor tenga suficiente dinero para pagar la cesta inicial de consumo, que ahora es $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$. Si los precios son (p_1, p_2), la elección real del consumidor con este ajuste dependerá de (p_1, p_2) y $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$. Llamemos a esta relación **función de demanda de Slutsky** del bien 1 y expresémosla de la forma siguiente: $x_1^s\,(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)$.

Supongamos que la cesta demandada inicialmente es la $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ a los precios $(\overline{p}_1, \overline{p}_2)$ y la renta $\overline{m}$. La función de demanda de Slutsky nos dice qué demandaría el consumidor si se enfrentara a unos precios distintos, (p_1, p_2) y tuviera la renta $p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2$. Por lo tanto, la función de demanda de Slutsky correspondiente a $(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)$ es la demanda ordinaria correspondiente a (p_1, p_2) y a la renta $p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2$. Es decir,

$$x_1^s\,(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2) \equiv x_1(p_1, p_2, p_1\bar{x}_1 + p_2\bar{x}_2).$$

Esta ecuación nos dice que la demanda de Slutsky correspondiente a los precios (p_1, p_2) es la cantidad que demandaría el consumidor si tuviera suficiente renta para comprar su cesta inicial de bienes $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$. Ésta no es más que la definición de la función de demanda de Slutsky.

Derivando esta identidad con respecto a p_1, tenemos que

$$\frac{\partial x_1^s\,(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial m}\,\bar{x}_1.$$

De donde se deduce que

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s\,(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, \overline{m})}{\partial m}\,\bar{x}_1.$$

Obsérvese el uso de la regla de la derivación en cadena en este cálculo.

Ésta es la forma de la ecuación de Slutsky, expresada mediante derivadas, según la cual el efecto total de una variación del precio está formado por un efecto-sustitución (obtenido ajustando la renta para que la cesta $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ siga siendo asequible) y un efecto-renta. Hemos visto en este capítulo que el efecto-sustitución es negativo y que el signo del efecto-renta depende de que el bien en cuestión sea inferior o no. Como vemos, ésta no es más que la forma de ecuación de Slutsky analizada en este capítulo, con la diferencia de que hemos sustituido las Δ por derivadas.

¿Qué ocurre con el efecto-sustitución de Hicks? También es posible definir en este caso una ecuación de Slutsky. Sea $x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})$ la función de demanda hicksiana, que mide la cantidad que demanda el consumidor del bien 1 a los precios (p_1, p_2) si se ajusta la renta para mantener constante la *utilidad* en el nivel inicial $\overline{u}$. En este caso, la ecuación de Slutsky adopta la forma

$$\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m}\overline{x}_1.$$

La demostración de esta ecuación se basa en el hecho de que

$$\frac{\partial x_1^h(p_1, p_2, \overline{u})}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s\,(p_1, p_2, \bar{x}_1, \bar{x}_2)}{\partial p_1}$$

en el caso de variaciones infinitesimales del precio. Es decir, cuando las variaciones de los precios son infinitesimales, el efecto-sustitución de Slutsky y el de Hicks son iguales. La demostración no es terriblemente difícil, pero se basa en algunos conceptos que quedan fuera del alcance de este libro. Para una demostración relativamente sencilla, véase Hal R. Varian, *Análisis microeconómico*, 3.ª ed., Barcelona, Antoni Bosch editor, 1992.

Ejemplo: Devolución de un pequeño impuesto

Para ver cómo reacciona un consumidor a una pequeña variación de un impuesto cuando se le devuelven los ingresos recaudados, puede utilizarse la versión de la ecuación de Slutsky basada en el cálculo diferencial.

Supongamos, como antes, que el impuesto provoca una subida del precio exactamente igual al impuesto. Sea x la cantidad de gasolina, p su precio inicial y t la cuantía del impuesto. En ese caso, la variación del consumo vendrá dada por

$$dx = \frac{\partial x}{\partial p}t + \frac{\partial x}{\partial m}tx.$$

El primer término indica la respuesta de la demanda a la variación del precio multiplicada por la variación de éste, lo que nos da el efecto-precio del impuesto. El segundo término indica la respuesta de la demanda a una variación de la renta multiplicada por la cantidad en que ha variado ésta: la renta ha aumentado en la cantidad de los ingresos fiscales devueltos al consumidor.

Ahora utilizamos la ecuación de Slutsky para expandir el primer término del segundo miembro y hallar los efectos sustitución y renta de la propia variación del precio:

$$dx = \frac{\partial x^s}{\partial p} t - \frac{\partial x}{\partial m} tx + \frac{\partial x}{\partial m} tx = \frac{\partial x^s}{\partial p} t.$$

El efecto-renta desaparece y lo único que queda es el efecto-sustitución puro. Introducir un pequeño impuesto y devolver los ingresos recaudados es exactamente igual que imponer una variación del precio y ajustar la renta de tal manera que sea asequible la antigua cesta de consumo, siempre y cuando el impuesto sea suficientemente pequeño para que la aproximación del cálculo diferencial sea válida.

9. La compra y la venta

En el modelo sencillo del consumidor que hemos analizado en los capítulos anteriores, su renta estaba dada. Sin embargo, en el mundo real los individuos obtienen sus ingresos vendiendo las cosas que poseen, es decir, los bienes que producen, los activos que acumulan o, lo que es más frecuente, su propio trabajo. En este capítulo veremos cómo debe modificarse el modelo anterior para que describa este tipo de conducta.

9.1 Demandas netas y brutas

Al igual que hemos hecho hasta ahora, nos limitaremos a analizar el modelo de dos bienes. Ahora supondremos que el consumidor parte con una **dotación** de los dos bienes, que denominaremos (w_1, w_2) y que nos indica la cantidad que tiene el individuo de los dos bienes antes de entrar en el mercado. Imaginemos que un agricultor acude al mercado con w_1 unidades de zanahorias y w_2 de patatas. Observa los precios vigentes y decide la cantidad que desea comprar y vender de los dos bienes.

Hagamos una distinción entre las **demandas brutas** del consumidor y sus **demandas netas**. La demanda bruta de un bien es la cantidad que el individuo acaba consumiendo realmente, es decir, la cantidad de cada uno de los bienes que se lleva del mercado. La demanda neta de un bien es la *diferencia* entre lo que termina consumiendo (la demanda bruta) y la dotación inicial de bienes. La demanda neta de un bien no es más que la cantidad comprada o vendida de dicho bien.

Si suponemos que (x_1, x_2) representan las demandas brutas, $(x_1 - w_1, x_2 - w_2)$ son las demandas netas. Obsérvese que mientras que las demandas brutas son generalmente números positivos, las netas pueden ser positivas o negativas. Si la demanda neta del bien 1 es negativa, significa que el consumidor desea consumir una cantidad del bien 1 menor que la que tiene; es decir, desea *ofrecer* el bien 1 al mercado. Una demanda neta negativa no es más que una cantidad ofrecida.

Desde el punto de vista del análisis económico, las demandas brutas son las más importantes, ya que son las que interesan, en última instancia, al consumidor. Pero las demandas netas son las que se observan realmente en el mercado y, por lo tanto, se aproximan más a lo que el profano entiende por demanda u oferta.

9.2 La restricción presupuestaria

Lo primero que debe hacerse es analizar la forma de la restricción presupuestaria. ¿Qué restringe el consumo final del individuo? El valor de la cesta de bienes que se lleva a casa debe ser igual al valor de la cesta con la que llegó. En términos algebraicos,

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1w_1 + p_2w_2.$$

Esta recta presupuestaria también puede expresarse en función de las demandas netas de la forma siguiente:

$$p_1(x_1 - w_1) + p_2(x_2 - w_2) = 0.$$

Si $(x_1 - w_1)$ es positivo, decimos que el consumidor es un **comprador neto** o un **demandante neto** del bien 1; si es negativo, decimos que es un **vendedor neto** o un **oferente neto**. En ese caso, la ecuación anterior nos dice que el valor de lo que compra debe ser igual al valor de lo que vende, lo que parece de sentido común.

La recta presupuestaria también puede expresarse en términos de dinero. Ahora se necesitan dos ecuaciones:

$$\begin{aligned} p_1x_1 + p_2x_2 &= m \\ m &= p_1w_1 + p_2w_2. \end{aligned}$$

Si los precios son fijos, el valor de la dotación y, por lo tanto, la renta del consumidor también son fijos.

¿Cómo se representa gráficamente la recta presupuestaria? Cuando fijamos los precios, la renta monetaria es fija, por lo que tenemos una ecuación presupuestaria exactamente igual que la que teníamos antes. Por lo tanto, la pendiente es $-p_1/p_2$, exactamente igual que antes, con lo que el único problema es hallar la posición de la recta.

La posición de la recta puede hallarse mediante la sencilla observación siguiente: la cesta correspondiente a la dotación siempre se encuentra en la recta presupuestaria. Es decir, un valor de (x_1, x_2) que satisface la recta presupuestaria es $x_1 = w_1$ y $x_2 = w_2$. La dotación siempre es asequible, ya que la cantidad que se tiene para gastar es precisamente el valor de la dotación.

Teniendo en cuenta ambos hechos, resulta que la recta presupuestaria tiene una pendiente de $-p_1/p_2$ y pasa por el punto correspondiente a la dotación, como muestra la figura 9.1.

Dada esta restricción presupuestaria, el consumidor puede elegir al igual que antes la cesta óptima de consumo que en la figura 9.1 es la (x_1^*, x_2^*). Al igual que antes, ésta satisface la condición de optimalidad según la cual la relación marginal de sustitución es igual a la relación de precios.

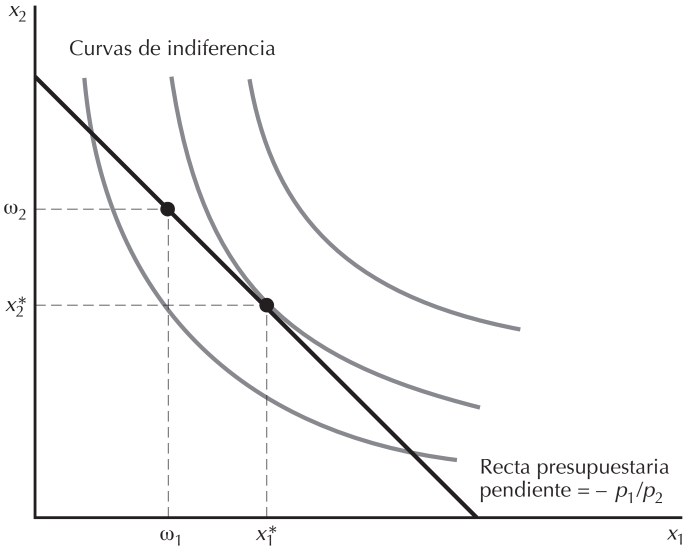


Figura 9.1. La recta presupuestaria. La recta presupuestaria pasa por la dotación y tiene una pendiente de $-p_1/p_2$.

En este caso concreto, $x_1^* > w_1$ y $x_2^* < w_2$, por lo que el consumidor es un comprador neto del bien 1 y un vendedor neto del 2. Las demandas netas son simplemente las cantidades netas que compra o vende de los dos bienes. En general, puede decidir ser un comprador o un vendedor dependiendo de los precios relativos de los dos bienes.

9.3 Variación de la dotación

En nuestro análisis anterior de la elección, hemos visto cómo variaba el consumo óptimo cuando variaba la renta monetaria, mientras los precios permanecían fijos. Ahora podemos hacer un análisis parecido preguntándonos cómo varía el consumo óptimo cuando varía la *dotación*, mientras los precios permanecen fijos.

Supongamos, por ejemplo, que varía la dotación (w_1, w_2), y se convierte en (w_1', w_2'), tal que

$$p_1 w_1 + p_2 w_2 > p_1 w_1' + p_2 w_2'.$$

Esta desigualdad significa que la nueva dotación (w'_1, w'_2) vale menos que la antigua: la renta monetaria que podría lograr el consumidor vendiendo su dotación es menor.

La figura 9.2A representa gráficamente este resultado: la recta presupuestaria se desplaza hacia dentro. Dado que es exactamente igual que una reducción de la renta monetaria, podemos extraer las dos mismas conclusiones que extrajimos cuando analizamos ese caso. En primer lugar, el consumidor disfruta claramente de un bienestar menor con la dotación (w'_1, w'_2) que con la antigua, ya que han disminuido sus posibilidades de consumo. En segundo lugar, su demanda de cada bien variará dependiendo de que sea normal o inferior.

Por ejemplo, si el bien 1 es normal y la dotación del consumidor pierde valor, podemos extraer la conclusión de que disminuirá su demanda de este bien.

La figura 9.2B muestra el caso en el que aumenta el valor de la dotación. Siguiendo el argumento anterior, llegamos a la conclusión de que si la recta presupuestaria se desplaza paralelamente hacia fuera, debe mejorar el bienestar del consumidor. Algebraicamente, si la dotación (w_1, w_2) varía y se convierte en (w'_1, w'_2) y $p_1w_1 + p_2w_2 < p_1w'_1 + p_2w'_2$, el nuevo conjunto presupuestario del consumidor debe contener su antiguo conjunto presupuestario, lo que implica, a su vez, que éste prefiere la elección óptima con el nuevo conjunto presupuestario a la elección óptima correspondiente a la antigua dotación.

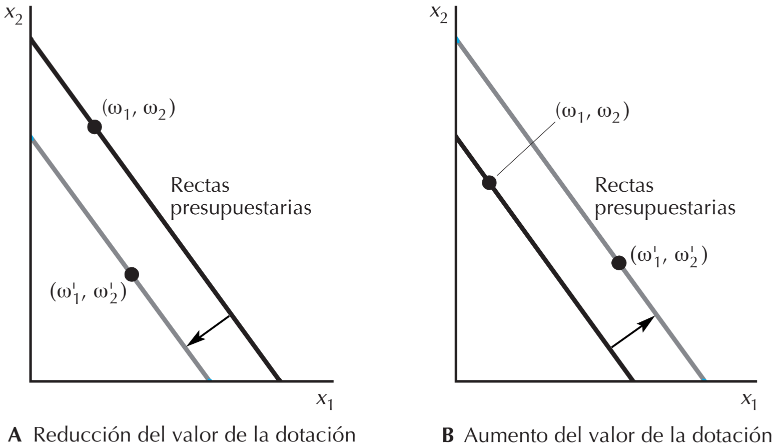


Figura 9.2. Variación del valor de la dotación. En el caso A, disminuye el valor de la dotación y en el B aumenta.

Conviene detenerse por un momento en este punto. En el capítulo 7 afirmamos que el mero hecho de que una cesta de consumo costara más que otra no significaba que se prefiriera a ésta. Sin embargo, esa afirmación sólo es cierta cuando se trata de una cesta que debe *consumirse*. Si un consumidor puede vender una cesta de bienes en un mercado libre a precios constantes, siempre preferirá una cesta que tenga un valor mayor a una que tenga un valor menor, simplemente porque una cesta que tenga un valor mayor le permitirá obtener más ingresos y, por lo tanto, tener más posibilidades de consumo. Así pues, siempre preferirá una *dotación* que tenga un valor más alto a una que tenga uno más bajo. Esta sencilla observación tendrá algunas consecuencias importantes más adelante.

Debe considerarse otro caso más: ¿qué sucede si $p_1w_1 + p_2w_2 = p_1w_1' + p_2w_2'$? En este caso, el conjunto presupuestario no varía: el consumidor disfruta del mismo bienestar con (w_1, w_2) que con (w_1', w_2') y su elección óptima deberá ser exactamente la misma. Lo único que sucede es que la dotación se desplaza a lo largo de la recta presupuestaria inicial.

9.4 Variaciones de los precios

Cuando antes examinamos las variaciones que experimentaba la demanda cuando variaba el precio, partimos de la hipótesis de que la renta monetaria permanecía constante. Ahora, cuando la renta monetaria depende del valor de la dotación, esa hipótesis no es razonable: si varía el valor del bien que vende un individuo, variará, por supuesto, su renta monetaria. Por lo tanto, en el caso en que el consumidor tiene una dotación, la variación de los precios implica automáticamente una variación de la renta.

Veámoslo primero geométricamente. Si baja el precio del bien 1, sabemos que la recta presupuestaria se vuelve más horizontal. Dado que la cesta correspondiente a la dotación siempre es asequible, esto significa que la recta presupuestaria debe pivotar alrededor de la dotación, como muestra la figura 9.3.

En este caso, el consumidor es inicialmente un vendedor del bien 1 y sigue siéndolo incluso después de *bajar* el precio. ¿Qué podemos decir sobre su bienestar? En el caso representado, el consumidor se encuentra en una curva de indiferencia más baja, después de variar el precio, que antes, pero ¿es esto cierto en general? La respuesta puede hallarse aplicando el principio de la preferencia revelada.

Si el consumidor continúa siendo un oferente, su nueva cesta de consumo debe encontrarse en el segmento de trazo más grueso de la nueva recta presupuestaria. Pero este segmento se encuentra por debajo del conjunto presupuestario inicial: el consumidor tenía todas estas opciones entre las que elegir antes de que variara el precio. Por lo tanto, según la preferencia revelada, todas ellas son peores que la cesta inicial de consumo. Podemos concluir, pues, que si baja el precio del bien que vende el consumidor y éste decide seguir siendo vendedor, debe empeorar su bienestar.

¿Qué ocurre si baja el precio del bien que vende el consumidor y éste decide convertirse en un comprador de dicho bien? En este caso, su bienestar puede mejorar o empeorar; no es posible saberlo.

Veamos ahora la situación en la que el consumidor es un comprador neto de un bien. En este caso, todo se invierte: si el consumidor es un comprador neto de un bien, *sube* el precio que paga y toma la decisión óptima de seguir siendo un comprador, debe empeorar claramente su bienestar. Pero si la subida del precio le induce a convertirse en vendedor, su bienestar puede mejorar o empeorar. Estas observaciones se deducen de la simple aplicación de la preferencia revelada, exactamente igual que en los casos descritos antes; no obstante, es una buena práctica para el lector analizar este caso gráficamente para asegurarse de que lo comprende.

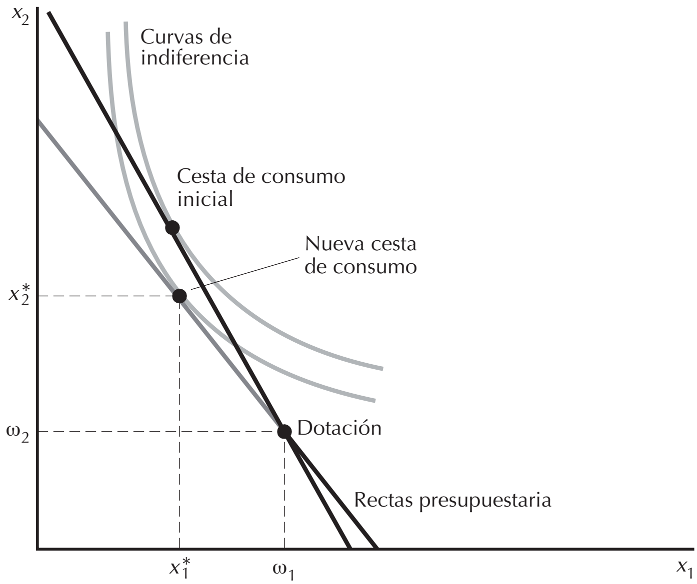


Figura 9.3. Una reducción del precio del bien 1. Cuando baja el precio del bien 1, la recta presupuestaria gira en torno a la dotación. Si el consumidor continúa siendo un oferente, su bienestar debe ser menor.

La preferencia revelada también nos permite hacer algunas observaciones interesantes sobre la decisión de seguir siendo un comprador o convertirse en vendedor cuando varían los precios. Supongamos, como en la figura 9.4, que el consumidor es un comprador neto del bien 1 y veamos qué ocurre si *baja* su precio. En ese caso, la recta presupuestaria se vuelve más horizontal.

Como siempre, no sabemos con seguridad si el consumidor comprará una mayor cantidad del bien 1 o una menor; dependerá de sus gustos. Sin embargo, sí podemos decir algo: *continuará siendo un comprador neto del bien 1; no se convertirá en vendedor.*

¿Por qué lo sabemos? Veamos qué ocurriría si se convirtiera en vendedor. En ese caso, consumiría en algún punto situado en el segmento de trazo más grueso de la nueva recta presupuestaria de la figura 9.4. Pero esas cestas de consumo eran asequibles cuando el consumidor tenía la recta presupuestaria inicial y las rechazó en favor de (x_1^*, x_2^*). Por lo tanto, (x_1^*, x_2^*) debe ser mejor que cualquiera de estos puntos. Y en la *nueva* recta presupuestaria, (x_1^*, x_2^*) es una cesta de consumo asequible. En consecuencia, cualquiera que sea la cantidad que consuma en la nueva recta presupuestaria, debe ser mejor que la (x_1^*, x_2^*) y, por lo tanto, mejor que cualquiera de los puntos situados en el segmento de trazo más grueso de la nueva recta presupuestaria, lo que implica que su consumo de x_1 debe hallarse a la derecha de su punto de dotación, es decir, debe continuar siendo un demandante neto del bien 1.

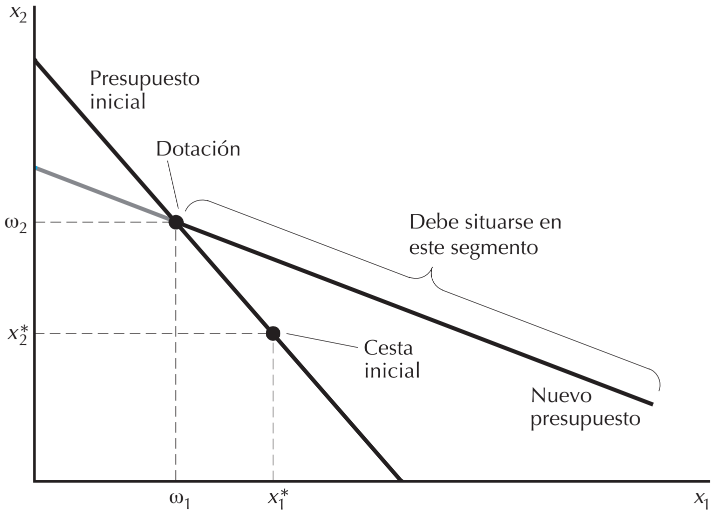


Figura 9.4. Una reducción del precio del bien 1. Si un individuo es un comprador y baja el precio de lo que compra, continúa siendo un comprador.

De nuevo, este tipo de observación también puede aplicarse al caso de un individuo que sea un vendedor neto de un bien: si *sube* el precio de lo que vende, no se convertirá en un comprador neto. No podemos saber con seguridad si consumirá una cantidad del bien mayor o menor que la que vende, pero sabemos que continuará vendiendo si sube el precio.

9.5 Curvas de oferta y de demanda

En el capítulo 6 vimos que las curvas de oferta-precio representan las combinaciones de dos bienes que puede demandar el consumidor y las curvas de demanda, la relación entre el precio y la cantidad demandada del mismo bien. Cuando el consumidor tiene una dotación de ambos bienes se aplican las mismas definiciones.

Consideremos, por ejemplo, la figura 9.5, que muestra las curvas de oferta-precio y de demanda de un consumidor. La curva de oferta-precio siempre pasa por la dotación, ya que hay algún precio al cual ésta es una cesta demandada; es decir, hay algunos precios a los cuales la decisión óptima del consumidor es no comerciar.

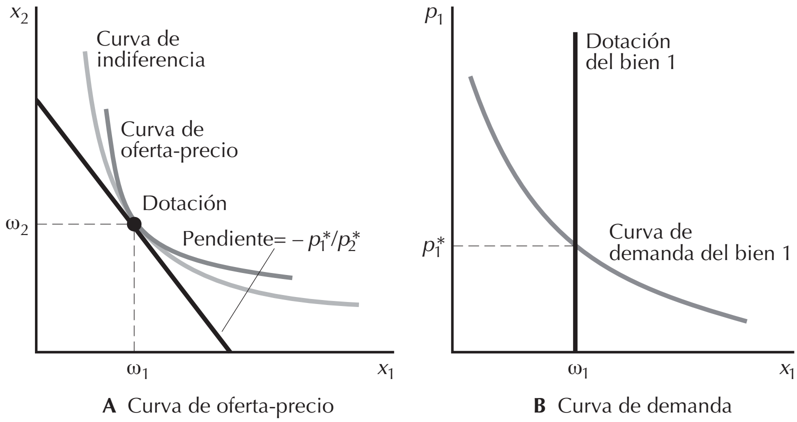


Figura 9.5. La curva de oferta-precio y la curva de demanda. Esta figura muestra dos formas de representar la relación entre la cesta demandada y los precios cuando hay una dotación.

Como hemos visto, el consumidor puede decidir ser un comprador del bien 1 con unos precios y un vendedor con otros. Por lo tanto, la curva de oferta-precio pasa generalmente a la izquierda y a la derecha del punto de dotación.

La curva de demanda representada en la figura 9.5B es la curva de demanda bruta: mide la cantidad total del bien 1 que decide consumir el individuo. La figura 9.6 muestra la curva de demanda neta.

Obsérvese que normalmente la demanda neta del bien 1 es negativa a algunos precios: cuando el precio del bien 1 sube tanto que el consumidor decide convertirse en vendedor de dicho bien. A un determinado precio, deja de ser un demandante neto para convertirse en un oferente neto.

Convencionalmente, la curva de oferta suele representarse en el cuadrante positivo, aunque en realidad tiene más sentido concebir la oferta como una demanda negativa. Aquí cederemos a la tradición y representaremos la curva de oferta neta de la manera convencional, es decir, como una cantidad positiva, igual que en la figura 9.6.

Algebraicamente, la demanda neta del bien 1, $d_1(p_1, p_2)$ es la diferencia entre la demanda bruta x_1 (p_1, p_2) y la dotación del bien 1, cuando esta diferencia es positiva; es decir, cuando el consumidor desea poseer una mayor cantidad del bien de la que tiene:

$$d_1(p_1, p_2) = \begin{cases} x_1(p_1, p_2) - w_1 & \text{si es positiva;} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

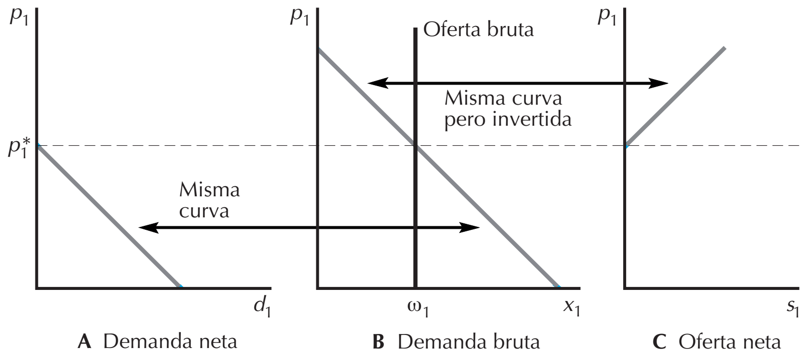


Figura 9.6. La demanda bruta, la demanda neta y la oferta neta. Esta figura muestra cómo se utiliza la demanda bruta y la demanda neta para representar el comportamiento de demanda y de oferta.

La curva de oferta neta es la diferencia entre la cantidad del bien 1 que tiene el consumidor y la que desea cuando esta diferencia es positiva:

$$s_1(p_1, p_2) = \begin{cases} w_1 - x_1(p_1, p_2) & \text{si es positiva;} \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Todo lo que hemos expuesto sobre las propiedades de la conducta de la demanda se aplica directamente a la conducta de la oferta del consumidor, ya que ésta no es más que una demanda negativa. Si la curva de demanda *bruta* siempre tiene pendiente negativa, la curva de demanda neta tendrá pendiente negativa y la de oferta tendrá pendiente positiva. Pensemos por qué: si una subida del precio hace que la demanda neta sea más negativa, la oferta neta será más positiva.

9.6 Reconsideración de la ecuación de Slutsky

Las aplicaciones anteriores son útiles, pero no responden realmente a la pregunta principal: ¿cómo reacciona la demanda de un bien a las variaciones de su precio? En el capítulo 8 vimos que si la renta monetaria se mantenía constante y el bien era normal, una reducción de su precio debía provocar un aumento de la demanda.

La clave se encuentra en la expresión "la renta monetaria se mantenía constante". El caso que estamos examinando aquí implica necesariamente una variación de la renta monetaria ya que, cuando varía un precio, necesariamente varía el valor de la dotación.

En el capítulo 8 describimos la ecuación de Slutsky, que descomponía la variación de la demanda provocada por una variación del precio en un efecto-sustitución y un efecto-renta. El efecto-renta se debía a la variación del poder adquisitivo provocada por la variación del precio. Pero ahora el poder adquisitivo tiene dos razones para variar cuando varía el precio. La primera está implícita en la definición de la ecuación de Slutsky: por ejemplo, cuando baja un precio, podemos comprar la misma cantidad que consumíamos antes y todavía nos sobra dinero. Llamaremos a este efecto **efecto-renta ordinario**. Sin embargo, el segundo efecto es nuevo. Cuando varía el precio de un bien, altera el valor de la dotación del consumidor, por lo que también altera su renta monetaria. Por ejemplo, si es un oferente neto de un bien, la reducción de su precio reduce directamente su renta monetaria, ya que no puede vender su dotación por el mismo dinero que antes. Tenemos los mismos efectos, más un efecto-renta adicional producido por la influencia de los precios en el valor de la cesta correspondiente a la dotación. Llamaremos a este efecto **efecto-renta-dotación**.

En la forma anterior de la ecuación de Slutsky, era fija la cantidad de renta monetaria que tenía el consumidor. Ahora tenemos que averiguar cuánto varía ésta cuando cambia el valor de su dotación. Por lo tanto, cuando calculemos la influencia de una variación del precio en la demanda, la ecuación de Slutsky adoptará la forma siguiente:

variación total de la demanda = variación provocada por el efecto-sustitución + variación de la demanda provocada por el efecto-renta ordinario + variación de la demanda provocada por el efecto-renta-dotación.

Los dos primeros efectos son ya conocidos. Supongamos, como antes, que Δx_1 representa la variación total de la demanda; Δx_1^s, la variación de la demanda provocada por el efecto-sustitución; y Δx_1^m, la variación de la demanda provocada por el efecto-renta ordinario. En ese caso, podemos introducir estos términos en la "ecuación verbal" anterior para expresar la ecuación de Slutsky en tasas de variación:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - x_1 \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} + \text{efecto-renta-dotación.} \qquad [9.1]$$

¿Cómo será el último término? En seguida obtendremos una expresión explícita, pero antes veamos qué implica. Cuando varía el precio de la dotación, varía la renta monetaria, lo que provoca una variación de la demanda. Por lo tanto, el efecto-renta-dotación está formado por dos términos:

efecto-renta-dotación = variación de la demanda provocada por una variación de la renta $\times$ variación de la renta provocada por una variación del precio. [9.2]

Analicemos primero el segundo efecto. Dado que la definición de la renta es

$$m = p_1 w_1 + p_2 w_2,$$

tenemos que

$$\frac{\Delta m}{\Delta p_1} = w_1.$$

Esta expresión nos dice cómo varía la renta cuando varía el precio del bien 1: si tenemos 10 unidades del bien 1 para vender y sube su precio un euro, nuestra renta monetaria aumentará 10 euros.

El primer término de la ecuación [9.2] muestra cómo varía la demanda cuando varía la renta. Ya tenemos una expresión: $\Delta x_1^m / \Delta m$, que es la variación de la demanda dividida por la variación de la renta. Por lo tanto, el efecto-renta-dotación es

$$\text{efecto-renta-dotación} = \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} \frac{\Delta m}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} w_1. \qquad [9.3]$$

Insertando la ecuación (9.3) en la (9.1) obtenemos la forma final de la ecuación de Slutsky:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (w_1 - x_1) \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}.$$

Esta ecuación puede utilizarse para responder a la pregunta planteada antes. Sabemos que el signo del efecto-sustitución siempre es negativo, contrario al sentido de la variación del precio. Supongamos que el bien es normal, por lo que $\Delta x_1^m / \Delta m > 0$. En ese caso, el signo del efecto-renta combinado dependerá de que el individuo sea un demandante neto o un oferente neto del bien en cuestión. Si es un demandante neto de un bien normal y sube su precio, necesariamente comprará menos. Si es un oferente neto, el signo del efecto total será ambiguo: dependerá de la magnitud del efecto-renta combinado (positivo) en comparación con la magnitud del efecto-sustitución (negativo).

Al igual que antes, todas estas variaciones pueden representarse gráficamente, si bien el gráfico se complica bastante. Veamos la figura 9.7, que representa la descomposición de Slutsky de la variación de un precio. El desplazamiento de A y C indica la variación total de la demanda. Este desplazamiento es la suma de tres efectos distintos: el efecto-sustitución, que es el desplazamiento de A a B, y dos efectos-renta. El efecto-renta ordinario, que es el desplazamiento de B a D, es la variación de la demanda *manteniendo fija la renta monetaria*, es decir, el mismo efecto-renta que examinamos en el capítulo 8. Pero como el valor de la dotación varía cuando cambian los precios, ahora hay un efecto-renta adicional: como consecuencia del cambio del valor de la dotación, varía la renta monetaria. Esta variación vuelve a desplazar la recta presupuestaria hacia dentro de tal manera que pase por la cesta correspondiente a la dotación. El desplazamiento de la demanda de D a C mide este efecto-renta-dotación.

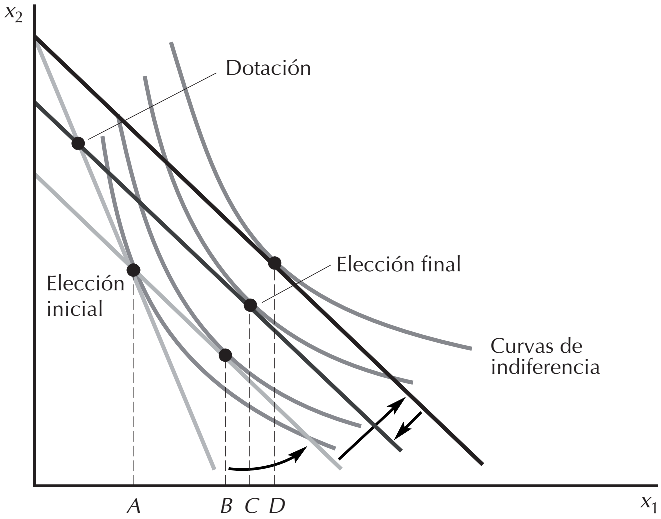


Figura 9.7. Reconsideración de la ecuación de Slutsky. Esta figura muestra cómo se divide el efecto de una variación del precio en el efecto-sustitución (de A a B), el efecto-renta ordinario (de B a D) y el efecto-renta-dotación (de D a C).

9.7 Utilización de la ecuación de Slutsky

Supongamos, como al principio del capítulo 8, que un consumidor vende las naranjas y las manzanas que recoge de unos cuantos árboles que tiene en el jardín de su casa. Entonces dijimos que si subía el precio de las manzanas, este consumidor podía consumir, de hecho, una mayor cantidad. No es difícil ver por qué, mediante la ecuación de Slutsky derivada en este capítulo. Si x_a representa la demanda de manzanas por parte del consumidor y p_a su precio, sabemos que

$$\underset{}{\frac{\Delta x_a}{\Delta p_a}} = \underset{(-)}{\frac{\Delta x_a^s}{\Delta p_a}} + \underset{(+)}{(w_a - x_a)} \underset{(+)}{\frac{\Delta x_a^m}{\Delta m}} .$$

Esta ecuación nos dice que la variación total que experimenta la demanda de manzanas cuando varía su precio es el efecto-sustitución más el efecto-renta. El efecto-sustitución actúa en la dirección correcta: la subida del precio reduce la demanda de manzanas. Pero si éstas constituyen un bien normal para este consumidor, el efecto-renta actúa en la dirección incorrecta. Dado que el consumidor es un oferente neto de manzanas, la subida de su precio eleva su renta monetaria, por lo que desea consumir una mayor cantidad como consecuencia del efecto-renta. Si el último término es suficientemente fuerte para contrarrestar al efecto-sustitución, podemos obtener fácilmente el resultado "patológico".

Ejemplo: Cómo se calcula el efecto-renta-dotación

Veamos un pequeño ejemplo numérico. Supongamos que un ganadero produce 120 litros de leche a la semana. Al principio, el precio de la leche es de 100 pesetas el litro. Su función de demanda de leche para su propio consumo es

$$x_1 = 10 + \frac{m}{10p_1}.$$

Dado que produce 120 litros a 100 pesetas cada uno, su renta es de 12.000 pesetas a la semana. Por lo tanto, su demanda inicial de leche es $x_1 = 22$. Supongamos ahora que baja el precio a 80 pesetas el litro. En ese caso, su renta monetaria será $m' = 80 \times 120 = 9.600$ pesetas y su demanda $x_1' = 10 + 9.600/800 = 22$.

Si su renta monetaria hubiera permanecido fija en $m = 12.000$ pesetas, habría comprado $x_1 = 10 + 12.000/10 \times 80 = 25$ litros de leche a este precio. Por lo tanto, el efecto-renta-dotación —que es la variación de la demanda provocada por el cambio del valor de su dotación— es de – 3,0. El efecto-sustitución y el efecto-renta ordinario de este problema se calcularon en el capítulo 8.

9.8 La oferta de trabajo

Apliquemos la idea de la dotación al análisis de la oferta de trabajo del consumidor. Éste puede elegir entre trabajar mucho y disfrutar de un consumo relativamente elevado y trabajar poco y disfrutar de un consumo bajo. La cantidad de trabajo y de consumo vendrá determinada por el juego de las preferencias del consumidor y la restricción presupuestaria.

La restricción presupuestaria

Supongamos que el consumidor percibe inicialmente la renta monetaria M independientemente de que trabaje o no. Esta renta puede proceder, por ejemplo, de inversiones o de familiares y se denomina **renta no laboral del consumidor** (el individuo podría tener una renta no laboral nula, pero queremos prever la posibilidad de que sea positiva).

Sea C la cantidad de consumo del individuo y p el precio del consumo. Suponiendo que w es el salario y L la cantidad ofrecida de trabajo, tenemos la restricción presupuestaria:

$$pC = M + wL,$$

que nos dice que el valor de lo que consume el individuo debe ser igual a su renta no laboral más su renta laboral.

Tratemos de comparar esta formulación con los ejemplos anteriores de restricciones presupuestarias. La principal diferencia reside en que en el segundo miembro de la ecuación tenemos algo que elige el consumidor: la oferta de trabajo. Ésta puede transponerse fácilmente al primer miembro:

$$pC - wL = M.$$

Esta formulación es mejor, pero tenemos un signo negativo donde normalmente tenemos uno positivo. ¿Cómo podemos resolver esta anomalía? Supongamos que hay una cantidad máxima de oferta de trabajo posible: 24 horas al día, 7 días a la semana, o cualquier otra que sea compatible con las unidades de medición que estemos utilizando. Sea $\bar{L}$ esta cantidad de tiempo de trabajo. En este caso, sumando $w\bar{L}$ a ambos miembros y reagrupando, tenemos que

$$pC + w(\bar{L} - L) = M + w\bar{L}.$$

Sea $\bar{C} = M / p$ la cantidad de consumo que tendría el consumidor si no trabajara. Es decir, $\bar{C}$ es su dotación de consumo, por lo que escribiremos

$$pC + w(\bar{L} - L) = p\bar{C} + w\bar{L}.$$

Ahora tenemos una ecuación muy parecida a las que hemos visto antes. Tenemos dos variables de elección en el primer miembro y dos variables de dotación en el segundo. La variable $\bar{L} - L$ puede interpretarse como la cantidad de "ocio", es decir, el tiempo que no se dedica a trabajar. Supongamos que la variable R (¡por relajación!) representa el ocio, de modo que $\mathrm{R} = \bar{L} - L$. En ese caso, la cantidad total del tiempo disponible para ocio es $\bar{R} = \bar{L}$ y la restricción presupuestaria se convierte en

$$pC + wR = p\bar{C} + w\bar{R}.$$

La ecuación anterior es formalmente idéntica a la primera restricción presupuestaria de este capítulo. Sin embargo, tiene una interpretación mucho más interesante. Nos dice que el valor del consumo de un individuo más su ocio tiene que ser igual a su dotación de consumo y su dotación de tiempo, valorado en función de su salario. El salario no es sólo el precio del trabajo sino también el precio de *ocio*.

Después de todo, si el salario de un individuo es de 6 euros por hora y decide consumir una hora adicional de ocio, ¿cuánto le cuesta? Le cuesta 6 euros de renta perdida, que es el precio del consumo de esa hora adicional de ocio. A veces los economistas dicen que el salario es el **coste de oportunidad** del ocio.

El segundo miembro de esta restricción presupuestaria se llama a veces **renta total** o **renta implícita** del consumidor. Mide el valor de lo que posee éste: su dotación de bienes de consumo, si es que tiene alguna, y la dotación de su propio tiempo. Ésta ha de distinguirse de la **renta medida** del consumidor, que es simplemente la renta que percibe por la venta de una parte de su tiempo.

El interés de esta restricción presupuestaria reside en que es exactamente igual que las que hemos visto antes. Pasa por el punto de dotación $(\bar{L}, \bar{C})$ y tiene una pendiente de $-w/p$. La dotación sería lo que obtendría el consumidor si no participara en el mercado, y la pendiente de la recta presupuestaria nos dice cuál es la tasa a la que el mercado intercambiará un bien por otro.

La elección óptima se encuentra donde la relación marginal de sustitución —el intercambio entre consumo y ocio— es igual a w/p, que es el **salario real** y que se representa en la figura 9.8. El valor que tiene para el individuo el consumo adicional que puede obtener trabajando algo más tiene que ser igual al valor del ocio a que debe renunciar para obtener ese consumo. El salario real es la cantidad de consumo que puede comprar si renuncia a una hora de ocio.

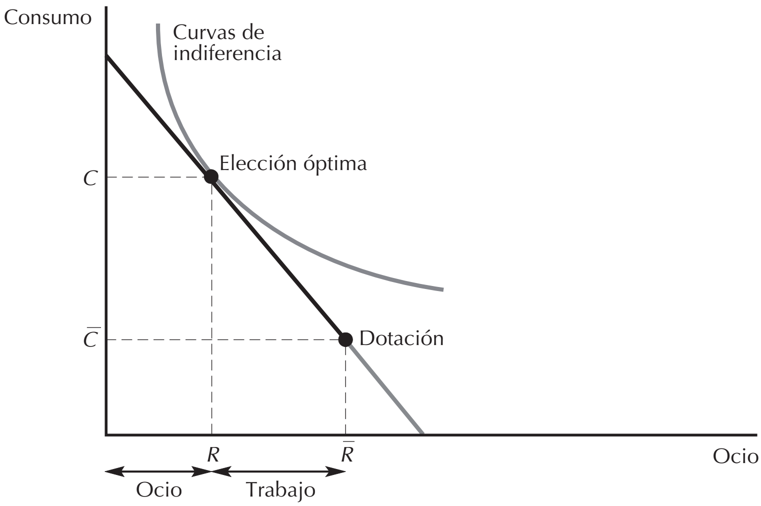


Figura 9.8. La curva de oferta. La elección óptima describe la demanda de ocio, que se mide desde el origen hacia la derecha, y la oferta de trabajo, que se mide desde la dotación hacia la izquierda.

9.9 Estática comparativa de la oferta de trabajo

Veamos primero cómo varía la oferta de trabajo de un consumidor cuando cambia su renta monetaria pero el precio y el salario se mantienen fijos. Si a un individuo le tocara la lotería y su renta monetaria recibiera una fuerte inyección de dinero, ¿qué ocurriría con su oferta de trabajo? ¿Y con su demanda de ocio?

En el caso de la mayoría de las personas, cuando aumenta su renta monetaria, disminuye la oferta de trabajo. En otras palabras, para la mayoría de las personas probablemente el ocio sea un bien normal: cuando aumenta su renta monetaria, la gente decide consumir más ocio. Parece que hay abundantes datos que confirman esta observación, por lo que la adoptaremos como hipótesis: supondremos que el ocio es un bien normal.

¿Qué consecuencias tiene este supuesto sobre la respuesta de la oferta de trabajo del consumidor a las variaciones del salario? Las subidas del salario tienen dos consecuencias: cuanto más aumentan los rendimientos del trabajo, más aumenta el coste de consumir ocio. Utilizando los conceptos del efecto-renta y efecto-sustitución y la ecuación de Slutsky podemos aislar cada uno de estos efectos y analizarlos.

Cuando sube el salario, se encarece el ocio, lo que por sí solo induce a los individuos a querer menos ocio (el efecto-sustitución). Puesto que el ocio es un bien normal, podemos predecir que una subida del salario provoca necesariamente una reducción de la demanda de ocio, es decir, un aumento de la oferta de trabajo. Esta predicción se desprende de la ecuación de Slutsky estudiada en el capítulo 8. Un bien normal debe tener una curva de demanda de pendiente negativa. Si el ocio es un bien normal, la curva de oferta de trabajo debe tener pendiente positiva.

Pero este análisis plantea un problema. En primer lugar, intuitivamente no parece razonable que la subida del salario provoque *siempre* un aumento de la oferta de trabajo. Si el salario de un individuo sube mucho, éste puede muy bien "gastar" la renta adicional en ocio. ¿Cómo podemos conciliar esta conducta aparentemente plausible con la teoría económica que acabamos de exponer?

Si la teoría nos da una respuesta incorrecta, probablemente se deba a que la hemos aplicado incorrectamente; y, de hecho, eso es lo que ha sucedido en este caso. El ejemplo de ampliación de la ecuación de Slutsky que hemos descrito nos daba la variación de la demanda *manteniendo constante la renta monetaria*. Pero si varía el salario, también debe variar la renta monetaria. La variación de la demanda provocada por una variación de la renta monetaria es un efecto-renta adicional: el efecto-renta-dotación, que se suma al efecto-renta ordinario.

Si aplicamos la versión *apropiada* de la ecuación de Slutsky expuesta en este capítulo, tenemos la siguiente expresión:

$$\frac{\Delta R}{\Delta w} = \underset{(-)}{\text{efecto-sustitución}} + \underset{(+)}{(\overline{R} - R)} \underset{(+)}{\frac{\Delta R}{\Delta m}}. \qquad [9.4]$$

En esta expresión, el efecto-sustitución es por supuesto negativo, como siempre, y $\Delta R/\Delta m$ es positivo, ya que estamos suponiendo que el ocio es un bien normal. Pero $(\bar{R} - R)$ también es positivo, por lo que el signo de toda la expresión puede ser positivo o negativo. A diferencia de lo que ocurre en el caso habitual de la demanda del consumidor, la demanda de ocio tiene un signo ambiguo, incluso aunque el ocio sea un bien normal. Cuando sube el salario, la gente puede decidir trabajar más o menos.

¿A qué se debe esta ambigüedad? Cuando sube el salario, el efecto sustitución provoca un aumento de las horas trabajadas para sustituir ocio por consumo. Pero también aumenta el valor de la dotación, lo que equivale a una renta adicional, que puede muy bien consumirse en ocio adicional. Saber qué efecto es más importante es una cuestión empírica que no puede dilucidarse mediante la teoría solamente. Para averiguar cuál es el efecto que predomina, es preciso analizar las decisiones reales de los individuos en relación con la oferta de trabajo.

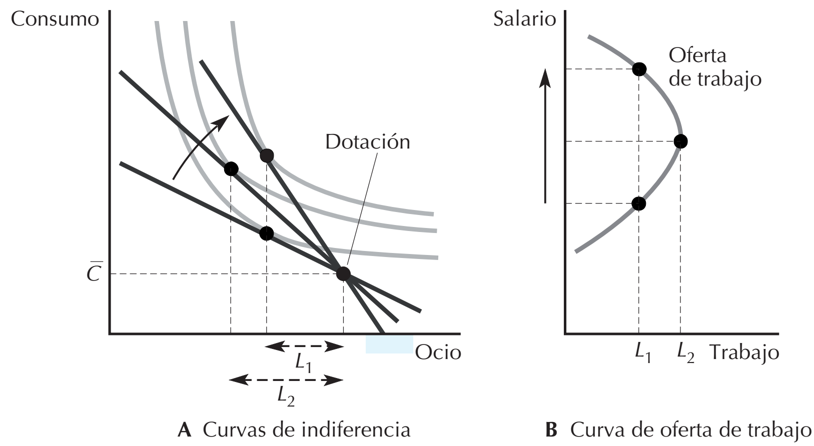


Figura 9.9. La oferta de trabajo que se vuelve hacia atrás. Cuando sube el salario, la oferta de trabajo aumenta de L_1 a L_2. Pero cuando sube de nuevo, la oferta de trabajo disminuye volviendo a L_1.

El caso en que una subida del salario provoca una reducción de la oferta de trabajo se expresa mediante una **curva de oferta de trabajo que se dobla hacia atrás.** La ecuación de Slutsky nos dice que es más probable que se produzca este efecto cuanto mayor sea $(\bar{R} - R)$, es decir, cuanto mayor sea la oferta de trabajo. Cuando $\bar{R} = R$, el individuo sólo consume ocio, por lo que una subida del salario da lugar a un efecto-sustitución puro y, por lo tanto, a un aumento de la oferta de trabajo. Pero conforme aumenta ésta, cada subida del salario proporciona al consumidor más renta a cambio de todas las horas que trabaja, por lo que traspasado un determinado punto puede muy bien ocurrir que decida utilizar esta renta adicional para "comprar" ocio adicional, es decir, para *reducir* su oferta de trabajo.

La figura 9.9 representa una curva de oferta de trabajo que se vuelve hacia atrás. Cuando el salario es bajo, el efecto-sustitución es mayor que el efecto-renta, por lo que un aumento del salario reduce la demanda de ocio y aumenta la oferta de trabajo. Cuando el salario es más alto, el efecto-renta puede ser superior al efecto-sustitución, por lo que un aumento del salario *reduce* la oferta de trabajo.

Ejemplo: Las horas extraordinarias y la oferta de trabajo

Consideremos el caso que representa la figura 9.10, en la que un trabajador decide ofrecer una determinada cantidad de trabajo $L^* = \bar{R} - R^*$ al salario w. Ahora supongamos que la empresa le ofrece un salario más alto, $w' > w$, por el tiempo adicional que decida trabajar. Esa retribución se conoce como prima por horas extraordinarias.

Esto significa que la pendiente de la recta presupuestaria de la figura 9.10 se volverá más inclinada si la cantidad ofrecida de trabajo supera a L^*. Pero sabemos que en ese caso el trabajador tomará la decisión óptima de ofrecer más trabajo, de acuerdo con el tipo normal de argumento de la preferencia revelada: las elecciones que implicaban trabajar una cantidad inferior a L^* ya existían antes de que se ofrecieran las horas extraordinarias y se rechazaron.

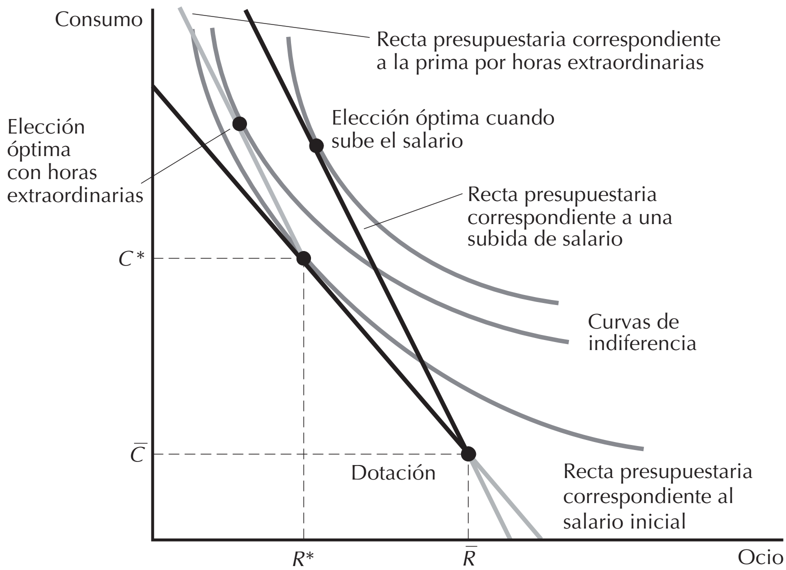


Figura 9.10. La prima por horas extraordinarias y la subida del salario ordinario. Una prima por horas extraordinarias aumenta claramente la oferta de trabajo, mientras que una subida del salario puede reducirla.

Obsérvese que con una prima por horas extraordinarias aumenta inequívocamente la oferta de trabajo, mientras que con una subida del salario por todas las horas de trabajo, el efecto es ambiguo: como vimos antes, la oferta de trabajo puede aumentar o disminuir. Esta diferencia se debe a que la respuesta a una prima por horas extraordinarias es esencialmente un efecto-sustitución puro: la variación que experimenta la elección óptima cuando se *gira* la recta presupuestaria en torno al punto elegido. La prima por horas *extraordinarias* proporciona una mayor retribución por las horas extraordinarias trabajadas, mientras que una subida del salario proporciona una mayor retribución por *todas* las horas trabajadas. Por lo tanto, una subida del salario implica tanto un efecto-sustitución como un efecto-renta, mientras que una prima por horas extraordinarias provoca un efecto-sustitución puro. La figura 9.10 muestra un ejemplo en el que una subida del salario da lugar a una *reducción* de la oferta de trabajo, mientras que una prima por horas extraordinarias da lugar a un incremento de la oferta de trabajo.

Resumen

1. Los consumidores obtienen ingresos vendiendo su dotación de bienes.
2. La demanda bruta de un bien es la cantidad que termina consumiendo el individuo. La demanda neta de un bien es la cantidad que compra. Por lo tanto, la demanda neta es la diferencia entre la demanda bruta y la dotación.
3. La restricción presupuestaria tiene una pendiente de $-p_1/p_2$ y pasa por la cesta correspondiente de la dotación.
4. Cuando varía un precio, también varía el valor de lo que tiene para vender el consumidor y, por lo tanto, genera un efecto-renta adicional en la ecuación de Slutsky.
5. La oferta de trabajo constituye un interesante ejemplo de la interdependencia del efecto-renta y el efecto-sustitución. Como consecuencia de esta interdependencia, la respuesta de la oferta de trabajo a una variación del salario es ambigua.

Problemas

1. Si las demandas netas de un consumidor son (5, – 3) y su dotación (4, 4), ¿cuáles son sus demandas brutas?
2. Los precios son $(p_1, p_2) = (2, 3)$ y el individuo está consumiendo actualmente $(x_1, x_2) = (4, 4)$. Existe un mercado perfecto de los dos bienes en el que éstos pueden comprarse y venderse sin costes. ¿Preferirá necesariamente el individuo consumir la cesta $(y_1, y_2) = (3, 5)$? ¿Preferirá necesariamente tener la cesta (y_1, y_2)?
3. Los precios son $(p_1, p_2) = (2, 3)$ y el individuo está consumiendo actualmente $(x_1, x_2) = (4, 4)$. Ahora los precios varían y son $(q_1, q_2) = (2, 4)$. ¿Podría mejorar el bienestar del consumidor con estos precios?

4. Supongamos que un país importa alrededor de la mitad del petróleo que utiliza. El resto procede de su producción nacional. ¿Podría subir el precio del petróleo tanto que llegara a mejorar el bienestar de este país?
5. Supongamos que por algún milagro aumenta el número de horas que tiene el día de 24 a 30 (lo que ocurriría con suerte poco antes de una semana de exámenes). ¿Cómo afectaría este cambio a la restricción presupuestaria?
6. Si el ocio es un bien inferior, ¿qué puede decirse de la pendiente de la curva de oferta de trabajo?

Apéndice

La derivación de la ecuación de Slutsky que hemos realizado en este capítulo es un poco artesanal. Cuando vimos cómo afectaba la variación del valor monetario de la dotación a la demanda, dijimos que era igual a $\Delta x_1^m / \Delta m$. En nuestra versión anterior de la ecuación de Slutsky, esta expresión era la tasa de variación que experimentaba la demanda cuando variaba la renta, de tal forma que la cesta inicial de consumo continuara siendo asequible. Pero no es necesariamente igual a la tasa de variación que experimenta la demanda cuando varía el valor de la dotación. Examinemos este punto con mayor detalle.

Supongamos que el precio del bien 1 pasa de p_1 a p_1' y que m'' representa la nueva renta monetaria correspondiente al precio p_1' debida al cambio del valor de la dotación. Supongamos también que el precio del bien 2 permanece fijo, por lo que podemos omitirlo como argumento de la función de demanda.

Según la definición de m'', sabemos que

$$m'' - m = \Delta p_1 w_1.$$

Obsérvese que la expresión siguiente es una identidad:

$$\frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} =$$

$$+ \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} \quad \text{(efecto-sustitución)}$$

$$- \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{\Delta p_1} \quad \text{(efecto-renta ordinario)}$$

$$+ \frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1', m)}{\Delta p_1} \quad \text{(efecto-renta-dotación)}$$

(para verlo basta anular los términos idénticos del segundo miembro que tienen signos contrarios).

Según la definición del efecto-renta ordinario,

$$\Delta p_1 = \frac{m' - m}{x_1}$$

y según la definición del efecto-renta-dotación,

$$\Delta p_1 = \frac{m'' - m}{w_1}.$$

Introduciendo estas definiciones en la expresión anterior, obtenemos la siguiente ecuación de Slutsky:

$$\frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} =$$

$$+ \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1, m)}{\Delta p_1} \qquad \text{(efecto-sustitución)}$$

$$- \frac{x_1(p_1', m') - x_1(p_1', m)}{m' - m}\, x_1 \quad \text{(efecto-renta ordinario)}$$

$$+ \frac{x_1(p_1', m'') - x_1(p_1', m)}{m'' - m}\, w_1 \quad \text{(efecto-renta-dotación).}$$

Expresando estas ecuaciones mediante variaciones obtenemos

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} - \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m} x_1 + \frac{\Delta x_1^w}{\Delta m}\, w_1.$$

El único término nuevo de esta expresión es el último, que indica la variación que experimenta la demanda del bien 1 cuando varía la renta, multiplicada por la *dotación* del bien 1. Éste es precisamente el efecto-renta-dotación. Supongamos que estamos analizando una variación muy pequeña del precio y, por lo tanto, una variación pequeña de la renta. En ese caso, las fracciones de los dos efectos-renta serán casi iguales, ya que la *tasa* de variación que experimenta el bien 1 cuando la renta varía de m a m', debe ser aproximadamente igual que la tasa de variación que experimenta cuando la renta varía de m a m''. Cuando las variaciones son tan pequeñas, podemos simplificar y expresar los dos últimos términos —los efectos-renta— de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}\,(w_1 - x_1),$$

con lo que obtenemos una ecuación de Slutsky de la misma forma que la que derivamos antes:

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = \frac{\Delta x_1^s}{\Delta p_1} + (w_1 - x_1)\ \frac{\Delta x_1^m}{\Delta m}\cdot$$

Si queremos expresar la ecuación de Slutsky mediante el cálculo diferencial, lo único que tenemos que hacer es tomar límites en esta expresión; o si se prefiere, calcular directamente la ecuación correcta, tomando simplemente derivadas parciales. Supongamos que $x_1\ (p_1, m(p_1))$ es la función de demanda del bien 1 en la que mantenemos fijo el precio 2 y reconocemos que la renta monetaria depende del precio del bien 1 mediante la relación $m(p_1) = p_1w_1 + p_2w_2$. En ese caso,

$$\frac{dx_1\ (p_1, m(p_1))}{dp_1} = \frac{\partial x_1\ (p_1, m)}{\partial p_1} + \frac{\partial x_1\ (p_1, m)}{\partial m}\ \frac{dm(p_1)}{dp_1}\cdot \tag{9.5}$$

De acuerdo con la definición de $m(p_1)$, sabemos cómo varía la renta cuando varía el precio:

$$\frac{\partial m\ (p_1)}{\partial p_1} = w_1 \tag{9.6}$$

y de acuerdo con la ecuación de Slutsky sabemos cómo varía la demanda cuando varía el precio, manteniendo fija la renta monetaria:

$$\frac{\partial x_1\ (p_1, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial x_1^s\ (p_1)}{\partial p_1} - \frac{\partial x\ (p_1, m)}{\partial m}\, x_1. \tag{9.7}$$

Introduciendo la ecuación [9.6] en la [9.5], tenemos que

$$\frac{dx_1\ (p_1, m(p_1))}{dp_1} = \frac{\partial x_1^s\ (p_1)}{\partial p_1} + \frac{\partial x\ (p_1, m)}{\partial m}\ (w_1 - x_1),$$

que es la forma de la ecuación de Slutsky que queremos.

10. La elección intertemporal

En este capítulo proseguiremos el análisis de la conducta del consumidor examinando las decisiones relacionadas con el ahorro y el consumo a lo largo del tiempo y llamadas **elecciones intertemporales**.

10.1 La restricción presupuestaria

Imaginemos un consumidor que decide qué cantidad va a consumir de un determinado bien en dos periodos de tiempo distintos. Normalmente, suponemos que este bien es una mercancía compuesta, como dijimos en el capítulo 2, pero también cabe pensar que se trata de cualquier mercancía concreta que queramos. Supongamos que la cantidad consumida en cada periodo es (c_1, c_2) y que los precios del consumo son constantes e iguales a 1 en ambos periodos. La cantidad de dinero que tiene el consumidor en cada periodo es (m_1, m_2).

Supongamos inicialmente que sólo puede transferir dinero del periodo 1 al 2 ahorrando sin obtener intereses. Supongamos también, por el momento, que no tiene posibilidades de pedir dinero prestado, por lo que la cantidad máxima que puede gastar en el periodo 1 es m_1. Su restricción presupuestaria se parece, pues, a la que muestra la figura 10.1.

Vemos que el consumidor tiene dos tipos posibles de opciones. Puede consumir en (m_1, m_2), lo que significa que consume su renta en cada periodo, o puede consumir una cantidad inferior a su renta durante el primer periodo. En este segundo caso, ahorra parte del consumo del primer periodo para una fecha posterior.

Supongamos a continuación que puede pedir dinero prestado y que puede también prestarlo al tipo de interés r. Derivemos la restricción presupuestaria, suponiendo por razones de comodidad que los precios del consumo son iguales a 1 en los dos periodos. Supongamos primero que el consumidor decide ahorrar, por lo que en el primer periodo su consumo, c_1, es menor que su renta, m_1. En este caso obtendrá intereses por la cantidad que ahorre, $m_1 - c_1$, al tipo de interés r. La cantidad que podrá consumir en el siguiente periodo es

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 + (m_1 - c_1) + r(m_1 - c_1) \\ &= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1). \end{aligned} \qquad [10.1]$$

Esta expresión nos dice que la cantidad que puede consumir el individuo en el periodo 2 es su renta más la cantidad ahorrada en el 1, más los intereses generados por sus ahorros.

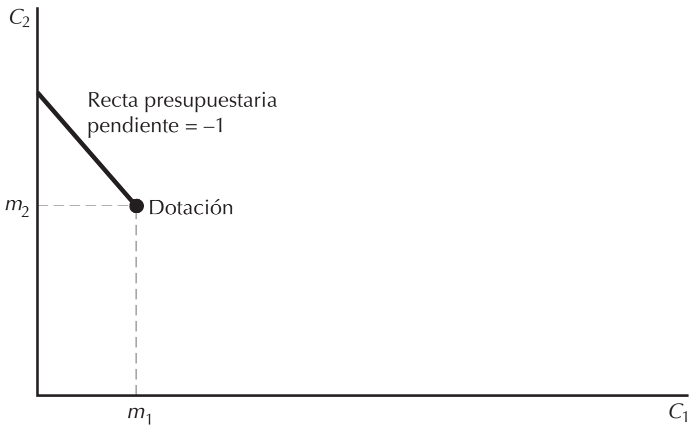


Figura 10.1. La restricción presupuestaria. Esta figura muestra la restricción presupuestaria del consumidor cuando el tipo de interés es cero y no es posible pedir préstamos. Cuanto menos consume el individuo en el periodo 1, más puede consumir en el 2.

Supongamos ahora que es un prestatario, por lo que en el primer periodo su consumo es mayor que su renta. El consumidor es un prestatario si $c_1 > m_1$, y los intereses que tendrá que pagar en el segundo periodo serán $r(c_1 - m_1)$. Naturalmente, también tendrá que devolver la cantidad prestada, $c_1 - m_1$, lo que significa que su restricción presupuestaria será

$$\begin{aligned} c_2 &= m_2 - r(c_1 - m_1) - (c_1 - m_1) \\ &= m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1), \end{aligned}$$

que es la misma que teníamos antes. Si $m_1 - c_1$ es una cantidad positiva, el consumidor obtendrá intereses por sus ahorros; si es negativa, pagará intereses por sus préstamos.

Si $c_1 = m_1$, necesariamente $c_2 = m_2$, por lo que el consumidor no es ni un prestatario ni un prestamista. Podríamos decir que esta posición de consumo es el "punto de Polonio".[1]

Reordenando la restricción presupuestaria del consumidor, obtenemos otras dos útiles expresiones:

$$(1 + r)c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2 \qquad [10.2]$$

y

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}. \qquad [10.3]$$

Obsérvese que ambas ecuaciones tienen la forma

$$p_1x_1 + p_2x_2 = p_1m_1 + p_2m_2.$$

En la ecuación [10.2], $p_1 = 1 + r$ y $p_2 = 1$. En la [10.3], $p_1 = 1$ y $p_2 = 1/(1 + r)$.

Decimos que la ecuación [10.2] expresa la restricción presupuestaria en **valor futuro** y la [10.3] la expresa en **valor actual**. Esta terminología se debe a que la primera restricción presupuestaria supone que el precio del consumo futuro es igual a 1, mientras que en la segunda lo que es igual a 1 es el precio del consumo actual. La primera mide el precio del periodo 1 *en relación con* el precio del periodo 2, mientras que la segunda hace lo contrario.

La figura 10.2 muestra la interpretación geométrica del valor actual y del valor futuro. El valor actual de la dotación de dinero que tiene el individuo en los dos periodos es la cantidad de dinero del periodo 1 que generaría el mismo conjunto presupuestario que aquella dotación. Es exactamente igual a la abscisa en el origen de la recta presupuestaria, que indica la cantidad máxima que puede consumirse en el primer periodo. Examinando la restricción presupuestaria, esta cantidad es $\bar{c}_1 = m_1 + m_2/(1 + r)$, que es el valor actual de la dotación.

Del mismo modo, la ordenada en el origen es la cantidad máxima que puede consumirse en el segundo periodo, que se obtiene cuando $c_1 = 0$. De nuevo, examinando la restricción presupuestaria, podemos despejar esta cantidad $\bar{c}_2 = (1 + r)m_1 + m_2$, que es el valor futuro de la dotación.

El valor actual es la medida más importante para expresar la restricción presupuestaria intertemporal, ya que mide el futuro en relación con el presente, que es nuestra manera natural de ver las cosas.

[1] "Ni pidas ni des prestado a nadie, pues el prestar hace perder a un tiempo el dinero y al amigo; y el tomar prestado embota el filo de la economía", *Hamlet*, acto I, escena 3; Polonio aconsejando a su hijo.

De cualquiera de estas dos ecuaciones se deduce fácilmente la representación gráfica de esta restricción presupuestaria. Pasa por el punto (m_1, m_2), ya que ésta es siempre una combinación de consumo *asequible*, y tiene una pendiente de $-(1 + r)$.

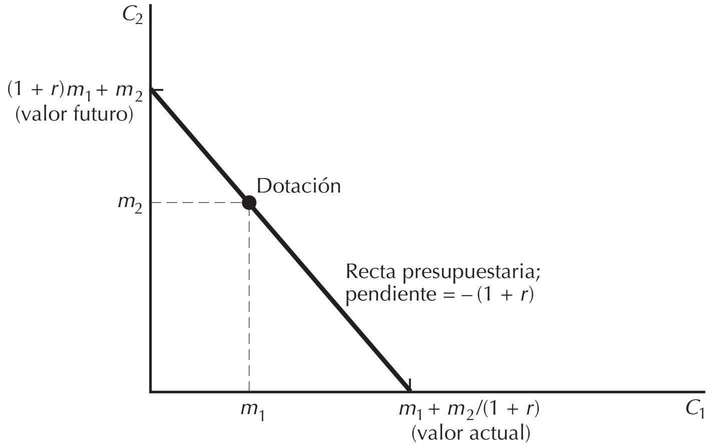


Figura 10.2. Valores actuales y futuros. La ordenada en el origen de la recta presupuestaria mide el valor futuro, y la abscisa en el origen mide el valor actual.

10.2 Las preferencias por el consumo

Analicemos ahora las preferencias del consumidor, tal como las representan sus curvas de indiferencia. La forma de éstas indica cuáles son los gustos de aquél en diferentes momentos del tiempo. Por ejemplo, si trazamos curvas de indiferencia con una pendiente constante de -1, éstas representan los gustos de un consumidor al que le da igual consumir hoy que mañana. Su relación marginal de sustitución entre hoy y mañana es de -1.

Si trazamos curvas de indiferencia propias de complementarios perfectos, éstas indican que el consumidor desea consumir la misma cantidad hoy que mañana. No está dispuesto a sustituir su consumo de un periodo por el de otro, independientemente de lo valioso que sea para él hacerlo.

Como siempre, el caso intermedio de las preferencias regulares es el más razonable. El consumidor está dispuesto a sustituir una parte del consumo futuro por consumo actual. ¿Qué parte depende de la combinación concreta de consumo que tenga?

La convexidad de las preferencias es muy natural en este contexto, ya que afirma que el consumidor preferiría tener una cantidad "media" de consumo en cada periodo a tener mucho hoy y nada mañana o viceversa.

10.3 Estática comparativa

Dada la restricción presupuestaria del consumidor y sus preferencias en relación con el consumo en los dos periodos, podemos examinar la elección óptima de consumo (c_1, c_2). Si el consumidor elige un punto en el que $c_1 < m_1$, decimos que es un **prestamista** y si elige un punto en el que $c_1 > m_1$, decimos que es un **prestatario**. Las figuras 10.3A y la 10.3B representan, respectivamente, los dos casos.

Veamos ahora cómo reaccionaría a una variación del tipo de interés. En la ecuación [10.1] observamos que, si sube el tipo de interés, la recta presupuestaria debe ser más inclinada: dada una reducción de c_1, el individuo conseguirá un mayor consumo en el segundo periodo si el tipo de interés es más alto. Naturalmente, la dotación siempre sigue siendo asequible, por lo que se produce, en realidad, un giro alrededor de la dotación.

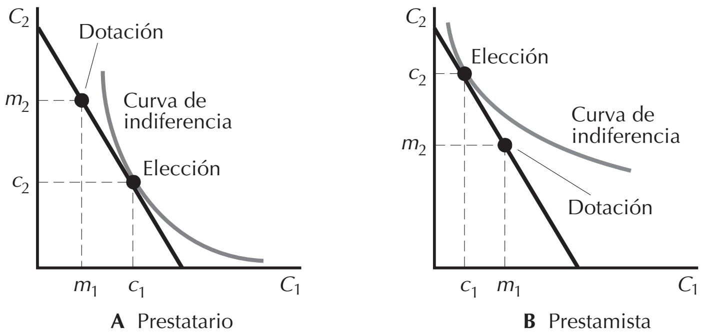


Figura 10.3. El prestatario y el prestamista. La parte A representa un prestatario, ya que $c_1 > m_1$ y la B un prestamista, ya que $c_1 < m_1$.

También podemos decir algo sobre la forma en que varía la decisión de ser un prestatario o un prestamista cuando varía el tipo de interés. Existen dos posibilidades, dependiendo de que el consumidor sea inicialmente un prestatario o un prestamista. Supongamos primero que es un prestamista. En ese caso, si sube el tipo de interés, debe continuar siéndolo.

La figura 10.4 muestra este argumento. Si el consumidor es inicialmente un prestamista, su cesta de consumo se encuentra a la izquierda del punto de dotación. Supongamos ahora que sube el tipo de interés. ¿Es posible que se desplace el consumidor a un nuevo punto de consumo situado a la *derecha* de la dotación?

No, porque en ese caso se violaría el principio de la preferencia revelada: las elecciones situadas a la derecha del punto de dotación ya eran accesibles para el consumidor cuando tenía el conjunto presupuestario inicial y las rechazó en favor del punto elegido. Dado que en la nueva recta presupuestaria sigue estando disponible la cesta óptima inicial, la nueva cesta óptima debe ser un punto situado *fuera* del antiguo conjunto presupuestario, lo que significa que debe hallarse a la izquierda de la dotación. Así pues, cuando sube el tipo de interés, el consumidor debe seguir siendo un prestamista.

El caso del prestatario es parecido: si el consumidor es inicialmente un prestatario y baja el tipo de interés, seguirá siéndolo (el lector puede representar un gráfico parecido al de la figura 10.4 y tratar de explicar el argumento).

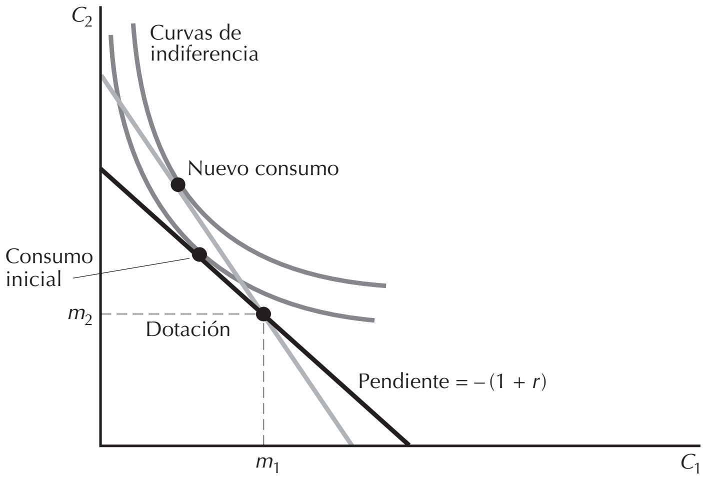


Figura 10.4. Si un individuo es un prestamista y sube el tipo de interés, continuará siéndolo. Si sube el tipo de interés, la recta presupuestaria gira en torno a la dotación y se vuelve más inclinada; la preferencia revelada implica que la nueva cesta de consumo debe encontrarse a la izquierda de la dotación.

Por lo tanto, si un individuo es un prestamista y sube el tipo de interés, seguirá siendo un prestamista. Si es un prestatario y baja el tipo de interés, seguirá siendo un prestatario. Por otra parte, si es un prestamista y baja el tipo de interés, puede muy bien decidir convertirse en prestatario; del mismo modo, si es un prestatario y sube el tipo de interés, puede convertirse en un prestamista. La preferencia revelada no nos indica nada sobre estos dos últimos casos.

La preferencia revelada también puede utilizarse para averiguar cómo afecta al bienestar del consumidor una variación del tipo de interés. Si ése es inicialmente un prestatario y sube el tipo de interés, pero decide seguir siendo un prestatario, con este nuevo tipo de interés su bienestar debe empeorar. La figura 10.5 muestra el argumento; si el consumidor continúa siendo un prestatario, debe actuar en un punto que era asequible en el antiguo conjunto presupuestario pero que se rechazó, lo que implica que debe haber empeorado su bienestar.

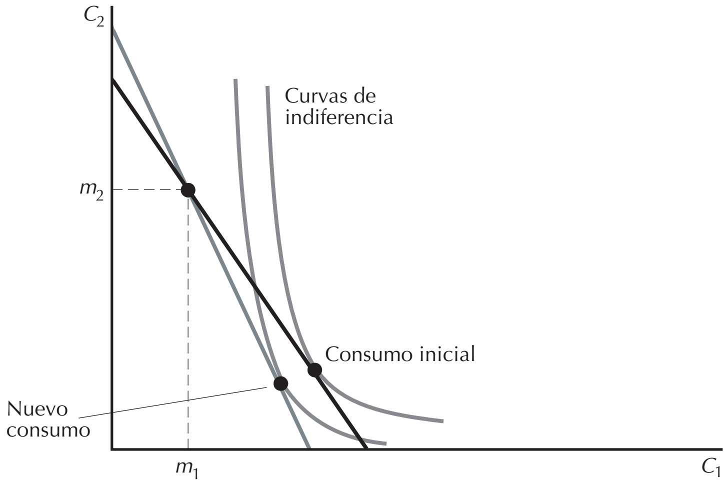


Figura 10.5. Una subida del tipo de interés empeora el bienestar de un prestatario. Cuando sube el tipo de interés que tiene que pagar un prestatario, empeora claramente su bienestar.

10.4 La ecuación de Slutsky y la elección intertemporal

La ecuación de Slutsky puede utilizarse para descomponer la variación de la demanda provocada por un cambio del tipo de interés en efectos-renta y efectos-sustitución, exactamente igual que en el capítulo 9. Supongamos que sube el tipo de interés. ¿Cómo afectará esta subida al consumo en cada uno de los periodos?

Este caso es más fácil de analizar utilizando la recta presupuestaria expresada en valor futuro en lugar de la expresada en valor actual. Si utilizamos la restricción presupuestaria expresada en valor futuro, una subida del tipo de interés es exactamente igual a una subida del precio del consumo actual en comparación con el consumo futuro.

Según la ecuación de Slutsky, tenemos que

$$\underset{(\,?\,)}{\frac{\Delta c_1^t}{\Delta p_1}} = \underset{(\,-\,)}{\frac{\Delta c_1^s}{\Delta p_1}} + \underset{(\,?\,)}{(m_1 - c_1)} \underset{(\,+\,)}{\frac{\Delta c_1^m}{\Delta m}}$$

El efecto-sustitución actúa, como siempre, en sentido opuesto al precio. En este caso, sube el precio del consumo del periodo 1, por lo que el efecto-sustitución nos dice que el consumidor debe consumir menos en el primer periodo. Éste es el significado del signo menos que aparece debajo del efecto-sustitución. Supongamos que en este periodo el consumo es un bien normal, por lo que el último término —cómo varía el consumo cuando varía la renta— es positivo. Por lo tanto, ponemos un signo más debajo del último término. Ahora el signo de toda la expresión depende del signo de $(m_1 - c_1)$. Si el individuo es un prestatario, este término es negativo y, por lo tanto, toda la expresión es inequívocamente negativa, es decir, si el individuo es un prestatario, una subida del tipo de interés debe reducir el consumo actual.

¿Por qué? Cuando sube el tipo de interés, siempre hay un efecto-sustitución que se traduce en una reducción del consumo actual. Para un prestatario, una subida del tipo de interés significa que tendrá que pagar más intereses mañana, lo que le inducirá a pedir menos préstamos y, por lo tanto, a consumir menos, en el primer periodo.

En el caso del prestamista, el efecto es ambiguo. El efecto total es la suma de un efecto-sustitución negativo y un efecto-renta positivo. Desde el punto de vista del prestamista, una subida del tipo de interés puede proporcionarle una renta adicional tan grande que quiera consumir aún más en el primer periodo.

Los efectos de las variaciones de los tipos de interés no son muy misteriosos. Hay un efecto-renta y un efecto-sustitución como en cualquier otra variación de los precios. Pero sin un instrumento como la ecuación de Slutsky que nos permita distinguir los diferentes efectos, puede resultar difícil diferenciar las variaciones. Con un instrumento como éste, es bastante sencillo.

10.5 La inflación

Todo el análisis anterior se basa en un bien de "consumo" general. Renunciando a Δc unidades de consumo hoy, compramos $(1 + r)\Delta c$ unidades de consumo mañana. Este análisis parte del supuesto implícito de que el "precio" del consumo no varía, es decir, no hay ni inflación ni deflación.

Sin embargo, no es difícil modificar el análisis para abordar el caso de la inflación. Supongamos que ahora el bien de consumo tiene un precio diferente en cada periodo. También es útil suponer que el precio del consumo actual es 1 y el del consumo futuro p_2 y que la dotación también se mide en unidades de los bienes de consumo, de tal manera que su valor monetario es $p_2 m_2$ en el periodo 2. En ese caso, la cantidad de dinero que puede gastar el consumidor en el segundo periodo es

$$p_2 c_2 = p_2 m_2 + (1 + r)(m_1 - c_1)$$

y la cantidad de consumo disponible en el segundo periodo es

$$c_2 = m_2 + \frac{1 + r}{p_2}(m_1 - c_1).$$

Obsérvese que esta ecuación es muy parecida a la [10.1]: la única diferencia estriba en que utilizamos $(1 + r)/p_2$ en lugar de $1 + r$.

Expresemos esta restricción presupuestaria en función de la tasa de inflación, π, que es simplemente la tasa a la que suben los precios. Recordando que $p_1 = 1$, tenemos que

$$p_2 = 1 + \pi,$$

de donde se deduce que

$$c_2 = m_2 + \frac{1 + r}{1 + \pi}(m_1 - c_1).$$

Creemos una nueva variable, ρ, el **tipo de interés real**, y definámosla de la forma siguiente:

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}.$$

Por lo tanto, la restricción presupuestaria se convierte en

$$c_2 = m_2 + (1 + \rho)(m_1 - c_1).$$

$(1 + \rho)$ mide el *consumo* adicional que podemos conseguir en el periodo 2 si renunciamos a una parte del *consumo* del periodo 1. Ésa es la razón por la que llamamos a ρ tipo de interés *real*: nos dice cuánto consumo adicional podemos obtener y no cuántos euros adicionales podemos conseguir.

El tipo de interés sobre los euros se llama tipo de interés **nominal.** Como hemos visto antes, la relación entre ambos viene dada por

$$1 + \rho = \frac{1 + r}{1 + \pi}.$$

Para hallar una expresión explícita de ρ, formulamos esta ecuación de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1 + r}{1 + \pi} - 1 = \frac{1 + r}{1 + \pi} - \frac{1 + \pi}{1 + \pi} \\ &= \frac{r - \pi}{1 + \pi}. \end{aligned}$$

Ésta es la expresión exacta del tipo de interés real, pero normalmente se utiliza una aproximación. Si la tasa de inflación no es demasiado grande, el denominador de la fracción sólo será algo mayor que 1. Por lo tanto, el tipo de interés real será aproximadamente

$$\rho \approx r - \pi.$$

Esta expresión nos dice que el tipo de interés real es el tipo nominal menos la tasa de inflación (el símbolo $\approx$ significa "aproximadamente igual a"). Esto es perfectamente razonable: si el tipo de interés es de un 18%, pero los precios están subiendo un 10%, el tipo de interés real —es decir, el consumo adicional que podemos comprar en el siguiente periodo si renunciamos a una parte de nuestro consumo actual— es de un 8% aproximadamente.

Por supuesto, siempre pensamos en el futuro cuando hacemos planes sobre el consumo. Normalmente, conocemos el tipo de interés nominal del siguiente periodo, pero no así la tasa de inflación. Generalmente se considera que el tipo de interés real es el actual menos la tasa de inflación *esperada*. Si cada persona estima de forma distinta la tasa de inflación del año siguiente, también estimará de forma distinta el tipo de interés real. Si es posible predecir con una precisión razonable la inflación, estas diferencias pueden no ser demasiado grandes.

10.6 El valor actual: un análisis más detallado

Volvamos ahora a las dos expresiones de la restricción presupuestaria descritas en las ecuaciones [10.2] y [10.3] del apartado 10.1:

$$(1 + r)\, c_1 + c_2 = (1 + r)m_1 + m_2$$

y

$$c_1 + \frac{c_2}{1 + r} = m_1 + \frac{m_2}{1 + r}.$$

Consideremos únicamente el segundo miembro de estas dos ecuaciones. Antes dijimos que el de la primera ecuación expresa el valor de la dotación medido en valor futuro y el de la segunda en valor actual.

Examinemos primero el concepto de valor futuro. Si podemos pedir un préstamo a un tipo de interés de r, ¿cuál es el equivalente futuro de un euro actual? La respuesta es $(1 + r)$ euros. Es decir, un euro de hoy puede convertirse en $(1 + r)$ euros en el próximo periodo prestándolo simplemente al banco al tipo de interés r. En otras palabras, (1 + r) euros del próximo periodo equivalen a un euro de hoy, ya que es lo que tendremos que pagar en el próximo periodo para comprar —es decir, pedir prestado— un euro de hoy. El valor $(1 + r)$ no es más que el precio de un euro de hoy, en relación con un euro del próximo periodo. Es fácil comprender por qué a partir de la primera restricción presupuestaria: está expresada en euros futuros (los euros del segundo periodo tienen un precio de 1 y los del primero se miden en relación con ellos).

En el caso del valor actual, tenemos exactamente lo contrario: todo se mide en euros de hoy. ¿Cuánto vale un euro del próximo periodo medido en un euro de hoy? $1/(1 + r)$ euros, ya que $1/(1 + r)$ euros puede convertirse en un euro del próximo periodo ahorrándolo simplemente al tipo de interés r. El *valor actual* de un euro que ha de entregarse en el siguiente periodo es $1/(1 + r)$.

El concepto de valor actual nos permite expresar de otra forma la restricción presupuestaria en los problemas de consumo intertemporales: un plan de consumo es asequible si *el valor actual del consumo es igual al valor actual de la renta*.

El concepto de valor actual tiene una importante implicación, estrechamente relacionada con una observación realizada en el capítulo 9: si el consumidor puede comprar y vender libremente bienes a precios constantes, siempre preferirá una dotación que tenga un valor mayor a una que tenga un valor menor. En el caso de las decisiones intertemporales, este principio implica que *si un consumidor puede pedir y conceder préstamos libremente a un tipo de interés constante, siempre preferirá una renta que tenga un valor actual mayor a una que tenga uno menor.*

Esta afirmación es cierta por la misma razón que la del capítulo 9: una dotación que tenga un valor más alto da lugar a una recta presupuestaria más alejada del origen. El nuevo conjunto presupuestario contiene el antiguo, lo que significa que el consumidor tiene todas las oportunidades de consumo que tenía con el antiguo conjunto presupuestario y algunas más. A veces los economistas dicen que una dotación que tiene un valor actual más alto **domina** a la que tiene un valor actual más bajo, en el sentido de que el individuo puede tener un mayor consumo en los *dos* periodos vendiendo la dotación que tiene el valor actual más alto que el que podría conseguir vendiendo la que tiene el valor actual más bajo.

Naturalmente, si el valor actual de una dotación es superior al de otra, también será mayor el valor futuro. Sin embargo, el valor actual es un instrumento más cómodo para medir el poder adquisitivo de una dotación de dinero a lo largo del tiempo, por lo que ésta es la medida a la que dedicaremos más atención.

10.7 Análisis del valor actual en el caso de varios periodos

Analicemos un modelo de tres periodos. Supongamos que podemos pedir o conceder un préstamo a un tipo de interés r en cada uno de los periodos y que este tipo de interés se mantiene constante en los tres. En ese caso, el precio del consumo del periodo 2 medido en consumo del periodo 1 será $1/(1+r)$, al igual que antes.

¿Cuál será el precio del consumo del periodo 3? Si invertimos un euro hoy, éste se convertirá en $(1+r)$ euros en el siguiente periodo y si lo dejamos invertido, se convertirá en $(1+r)^2$ en el tercer periodo. Por lo tanto, si comenzamos con $1/(1+r)^2$ euros hoy, podemos convertirlos en 1 euro en el periodo 3. El precio del consumo del periodo 3 en relación con el consumo del periodo 1 es, pues, $1/(1+r)^2$. Cada euro adicional de consumo del periodo 3 nos cuesta hoy $1/(1+r)^2$ euros, lo que implica que la restricción presupuestaria tendrá la forma

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} + \frac{c_3}{(1+r)^2} = m_1 + \frac{m_2}{1+r} + \frac{m_3}{(1+r)^2}.$$

Esta restricción presupuestaria es exactamente igual a la que vimos antes, en la cual el precio del consumo del periodo t medido en consumo actual es

$$p_t = \frac{1}{(1+r)^{t-1}}.$$

Como antes, cualquier consumidor preferirá trasladarse a una dotación que tenga un valor actual más alto a estos precios, ya que de esa forma se desplazará necesariamente el conjunto presupuestario hacia fuera.

Hemos derivado esta restricción presupuestaria partiendo del supuesto de que los tipos de interés se mantenían constantes; pero es fácil generalizarla al caso en que varían. Supongamos, por ejemplo, que los intereses generados por los ahorros entre el periodo 1 y el 2 son r_1 y los generados por los ahorros entre el periodo 2 y el 3, r_2. En ese caso, un euro del periodo 1 se convertirá en $(1 + r_1)(1 + r_2)$ euros en el periodo 3. Por lo tanto, el valor actual de un euro del periodo 3 será $1/(1 + r_1)(1 + r_2)$, lo que implica que la forma correcta de la restricción presupuestaria es

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = m_1 + \frac{m_2}{1+r_1} + \frac{m_3}{(1+r_1)(1+r_2)}.$$

Esta expresión no es difícil de utilizar, pero, en general, nos conformaremos con examinar el caso de los tipos de interés constantes.

El cuadro 10.1 contiene algunos ejemplos del valor actual de un euro dentro de T años a diferentes tipos de interés. Destaca la rapidez con que disminuye el valor actual cuando los tipos de interés son "razonables". Por ejemplo, a un tipo de interés de un 10%, el valor de un euro dentro de 20 años sólo será de 15 céntimos.

Tasa	1	2	5	10	15	20	25	30
0,5	0,95	0,91	0,78	0,61	0,48	0,37	0,30	0,23
0,10	0,91	0,83	0,62	0,39	0,24	0,15	0,09	0,06
0,15	0,87	0,76	0,50	0,25	0,12	0,06	0,03	0,02
0,20	0,83	0,69	0,40	0,16	0,06	0,03	0,01	0,00

Cuadro 10.1. Valor actual de un euro dentro de T años.

10.8 Utilización del valor actual

Comencemos formulando un importante principio general: *el valor actual es la única forma correcta de convertir una corriente de pagos en euros actuales*. Este principio se desprende directamente de la definición del valor actual: el valor actual mide el valor de la dotación de dinero de un consumidor. Si éste puede pedir y conceder préstamos libremente a un tipo de interés constante, una dotación que tenga un valor actual más alto siempre podrá generar un *mayor* consumo en todos los periodos que la que tenga un valor actual más bajo. Cualesquiera que sean nuestros gustos en relación con el consumo en los diferentes periodos, siempre preferiremos necesariamente la corriente de dinero que tiene un valor actual más alto a la que tiene uno más bajo, ya que siempre nos permitirá consumir más en todos los periodos.

Este argumento se muestra en la figura 10.6, en la cual (m_1', m_2') es una cesta de consumo peor que la dotación inicial del consumidor, (m_1, m_2), ya que se encuentra por debajo de la curva de indiferencia que pasa por su dotación. No obstante, el consumidor preferiría (m_1', m_2') a (m_1, m_2) si pudiera pedir y conceder préstamos al tipo de interés r, ya que con la dotación (m_1', m_2') podría consumir una cesta como la (c_1, c_2), que es inequívocamente mejor que la actual.

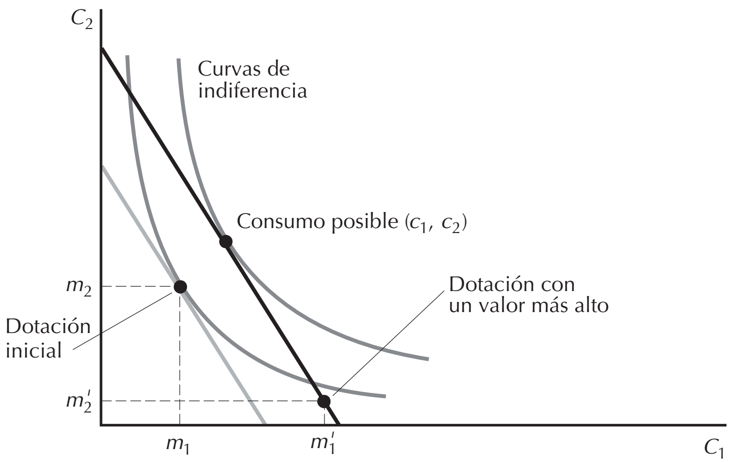


Figura 10.6. Mayor valor actual. Una dotación que tenga un valor actual más alto proporciona al consumidor mayores posibilidades de consumo en cada periodo si éste puede pedir y conceder préstamos a los tipos de interés de mercado.

El valor actual es un concepto muy útil para valorar diferentes tipos de inversión. Si queremos comparar dos inversiones distintas que generan corrientes de pagos diferentes para ver cuál es mejor, calculamos simplemente los dos valores actuales y elegimos la que genera el mayor. La inversión que tenga el valor actual más alto siempre nos permitirá realizar un mayor consumo.

A veces es necesario comprar una corriente de renta realizando una corriente de pagos a lo largo del tiempo. Por ejemplo, una persona puede comprar un edificio de apartamentos solicitando un préstamo a un banco y pagando una hipoteca durante una serie de años. Supongamos que puede comprarse la corriente de renta (M_1, M_2) realizando la corriente de pagos (P_1, P_2).

En este caso, puede evaluarse la inversión comparando el valor actual de la corriente de renta y el valor actual de la corriente de pagos. Si

$$M_1 + \frac{M_2}{1+r} > P_1 + \frac{P_2}{1+r}, \tag{10.4}$$

el valor actual de la corriente de renta es superior al valor actual de su coste, por lo que se trata de una buena inversión: aumentará el valor actual de nuestra dotación.

La inversión también puede valorarse utilizando el concepto de **valor actual neto**. Para averiguarlo, calculamos el flujo *neto* de renta correspondiente a cada periodo y descontamos esta corriente hasta la actualidad. En este ejemplo, el flujo neto es ($M_1 - P_1$, $M_2 - P_2$) y el valor actual es

$$VAN = M_1 - P_1 + \frac{M_2 - P_2}{1+r}.$$

Si se compara esta expresión con la ecuación [10.4], se observará que la inversión debe comprarse si y sólo si el valor actual neto es positivo.

El cálculo del valor actual neto es muy práctico, ya que nos permite sumar todos los flujos positivos y negativos de cada periodo y descontar la corriente resultante de flujos netos.

Ejemplo: Cómo se valora una corriente de pagos

Supongamos que estamos analizando dos inversiones, la *a* y la *b*. La *a* rinde 100 euros hoy y 200 el próximo año. La *b* rinde cero euros hoy y 310 el próximo año. ¿Cuál es mejor?

La respuesta depende del tipo de interés. Si éste es cero, la respuesta es clara; basta sumar los pagos, ya que en este caso el cálculo del valor actual se reduce a eso.

Si el tipo de interés es cero, el valor actual de la inversión *a* es

$$VA_a = 100 + 200 = 300$$

y el de la *b*

$$VA_b = 0 + 310 = 310,$$

por lo que *b* es la inversión preferida.

Pero si el tipo de interés es suficientemente elevado, la respuesta es la contraria. Supongamos, por ejemplo, que es de un 20%. En ese caso, el cálculo del valor actual se realiza de la forma siguiente:

$$VA_a = 100 + \frac{200}{1,20} = 266,67$$

$$VA_b = 0 + \frac{310}{1,20} = 258,33.$$

Ahora *a* es la mejor inversión. El hecho de que rinda más antes significa que tiene un valor actual mayor cuando el tipo de interés es suficientemente alto.

Ejemplo: El verdadero coste de una tarjeta de crédito

Pedir un préstamo utilizando una tarjeta de crédito es caro: muchas compañías cobran unos tipos de interés anuales que oscilan entre un 15 y un 21%. Sin embargo, el verdadero tipo de interés es mucho más alto debido a la forma en que se calculan estos costes financieros.

Supongamos que el dueño de una tarjeta de crédito realiza con ella unas compras por valor de 2.000 euros el primer día del mes y que el coste financiero es de 1,5% al mes. Si paga todo el saldo a final de mes, no tiene que pagar ningún coste financiero. Si no paga ninguno de los 2.000 euros, tiene que pagar un coste financiero de $2.000 \times 0,015 = 30$ euros al final del próximo mes.

¿Qué ocurre si paga 1.800 euros de los 2.000 el último día del mes? En este caso, sólo ha pedido un préstamo de 200, por lo que los costes financieros deberían ser de 3 euros. Sin embargo, muchas compañías de tarjetas de crédito cobran mucho más. La razón se halla en que muchas basan sus costes financieros en el "saldo mensual medio", aunque una parte de ese saldo se pague a final de mes. En este ejemplo, el saldo mensual medio sería cercano a 2.000 euros (30 días de saldo de 2.000 y 1 día de saldo de 200). Por lo tanto, el coste financiero ascendería a algo menos de 30 euros, incluso aunque el consumidor sólo hubiera pedido un préstamo de 200. Por lo tanto, en relación con la cantidad de dinero realmente prestada, el tipo de interés que paga es del 15%... ¡al mes!

Ejemplo: Ampliación del plazo de los derechos de autor

El artículo I, apartado 8, de la Constitución de los Estados Unidos permite al Congreso conceder patentes y derechos de autor, expresándolo en los siguientes términos: "Promover el progreso de las ciencias y las artes garantizando, por un tiempo limitado, a los autores y a los inventores el derecho exclusivo sobre sus respectivos escritos y descubrimientos".

Pero ¿qué significa "tiempo limitado"? En Estados Unidos, la vida de una patente se fijó en 20 años; la de los derechos de autor es muy distinta.

En la primera ley sobre derechos de autor, aprobada por el Congreso de los Estados Unidos en 1790, el plazo era de 14 años y podía renovarse por otros 14. Posteriormente, este plazo se amplió en 1831 a 28 años y en 1909 se introdujo la opción de renovarlo por otros 28. En 1962, el plazo se convirtió en 47 años y en 1978 en 67 años. En 1967, se definió como la vida del autor más 50 años, o más 75 en el caso de "las obras realizadas por encargo". La Sonny Bono Copyright Term Extension Act de 1998 amplió este plazo a la vida del autor más 70 años, y más 75-95 años en el de las obras realizadas por encargo.

Es discutible que "la vida del autor más 70 años" deba considerarse como un tiempo limitado. Cabría preguntarse qué incentivo adicional da la ampliación de 1998 a los autores para crear sus obras.

Examinemos un ejemplo sencillo. Supongamos que el tipo de interés es del 7 por ciento. En ese caso, un aumento del valor actual de la ampliación del plazo de los derechos de autor de 80 a 100 años representa alrededor de un 0,33 por ciento del valor actual de los 80 primeros años. Dicho de otra manera, esos 20 años de más casi no influyen en el valor actual de los derechos de autor en el momento de la creación. Por tanto, se trata de un incentivo adicional minúsculo a la creción.

Dado que la ampliación del plazo de los derechos de autor reporta unas ganancias diminutas, ¿por qué iba nadie a presionar para que se aprobara esa modificación? La respuesta es que la ley de 1998 amplió el plazo de los derechos de autor retroactivamente, por lo que se dio una nueva oportunidad a las obras cuyos derechos de autor estaban a punto de expirar.

Por ejemplo, se ha dicho que Disney ejerció fuertes presiones para que se ampliara el plazo de los derechos de autor, ya que estaba a punto de expirar el de la primera película de Mickey Mouse, *Steamboat Willie*.

Este tipo de ampliaciones retroactivas carece de sentido económico, ya que lo importante son los incentivos que tienen los autores en el momento de crear su obra. De no ser por esa ampliación retroactiva, es poco probable que nadie se hubiera molestado en pedir una ampliación, dado el pequeño valor económico de ganar los años adicionales de protección.

10.9 Los bonos

Los **títulos-valores** son instrumentos financieros que prometen determinados calendarios de pagos. Existen numerosos tipos de instrumentos financieros, ya que no todo el mundo desea la misma forma de pago, y los mercados financieros permiten intercambiar diferentes flujos monetarios a lo largo del tiempo.

Estos flujos se utilizan normalmente para financiar el consumo en uno u otro momento.

El tipo de título que analizaremos aquí es el **bono**, que es un instrumento emitido por el Estado o por una sociedad anónima cuyo principal objeto es pedir prestado dinero. El prestatario —el agente que emite el bono— promete pagar una cantidad fija de euros x (el **cupón**) en cada periodo hasta una determinada fecha T (la **fecha de vencimiento**), momento en el que pagará una cantidad F (el valor **nominal**) al poseedor del bono.

Por lo tanto, la corriente de pagos de un bono es (x, x, x, ..., F). Si el tipo de interés permanece constante, es fácil calcular el valor actual descontado de ese bono:

$$VA = \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + ... + \frac{F}{(1+r)^T} \; .$$

Obsérvese que el valor actual de un bono disminuye cuando sube el tipo de interés. ¿Por qué? Cuando sube el tipo de interés, sube el precio del euro que ha de entregarse en el futuro, por lo que los pagos futuros del bono valen menos actualmente.

El mercado de bonos es muy grande y está muy desarrollado. El valor de mercado de los bonos fluctúa dependiendo del tipo de interés, ya que varía el valor actual de la corriente de pagos que representan los bonos.

Un tipo especial de bono es aquel que realiza pagos indefinidamente. Se denominan **bonos a perpetuidad**. Supongamos que un bono a perpetuidad promete pagar euros anuales indefinidamente. Para calcular su valor tenemos que calcular la suma infinita:

$$VA = \frac{x}{1+r} + \frac{x}{(1+r)^2} + ...$$

El truco para calcularla consiste en sacar el factor común 1/(1 + r):

$$VA = \frac{1}{1+r}\left[x + \frac{x}{(1+r)} + \frac{x}{(1+r)^2} + ...\right].$$

¡Pero el término entre paréntesis no es sino x más el valor actual! Sustituyendo y despejando VA, tenemos que

$$\begin{aligned} VA &= \frac{1}{(1+r)}\,[x + VA] \\ &= \frac{x}{r}. \end{aligned}$$

Este cálculo no es difícil de realizar, pero existe una sencilla forma de llegar a la solución de manera inmediata. ¿Cuánto dinero, V, necesitaríamos para recibir euros indefinidamente si el tipo de interés fuera r? Basta escribir la ecuación

$$Vr = x,$$

que nos dice que los intereses generados por V deben ser iguales a x. Pero, en ese caso, el valor de esa inversión será

$$V = \frac{x}{r}.$$

Por lo tanto, el valor actual de un bono a perpetuidad que promete pagar x euros indefinidamente debe ser x/r.

Cuando el bono es a perpetuidad, es fácil ver directamente que la subida del tipo de interés reduce su valor. Supongamos, por ejemplo, que se emite un bono a perpetuidad cuando el tipo de interés es de un 10%. En ese caso, si promete pagar 10 euros al año indefinidamente, valdrá 100 hoy, ya que 100 generan 10 al año en intereses.

Supongamos ahora que el tipo de interés sube a un 20%. El valor del bono a perpetuidad debe descender a 50 euros, ya que a un tipo de interés del 20% sólo se necesitan 50 euros para ganar 10 anuales.

La fórmula del bono a perpetuidad puede utilizarse para calcular el valor aproximado de un bono a largo plazo. Por ejemplo, si el tipo de interés es de un 10%, el valor de un euro dentro de 30 años es de 6 céntimos solamente. Dados los tipos de interés con que solemos encontrarnos, 30 años podrían muy bien equivaler al infinito.

Ejemplo: Préstamo bancario devuelto a plazos

Supongamos que pedimos un préstamo de 1.000 euros con la promesa de devolverlo en 12 plazos mensuales de 100 euros cada uno. ¿Qué tipo de interés estamos pagando?

A primera vista, parece que nuestro tipo de interés es de un 20%: hemos pedido un préstamo de 1.000 euros y vamos a devolver 1.200 euros. Sin embargo, este análisis es incorrecto, ya que, en realidad, no hemos pedido 1.000 euros para todo un año, sino 1.000 durante un mes, transcurrido el cual hemos devuelto 100. A continuación, sólo hemos pedido 900 euros y sólo debemos los intereses mensuales de esa cantidad. Después hemos pedido 800 durante otro mes y hemos devuelto otros 100, y así sucesivamente.

La corriente de pagos que queremos valorar es

$$(1.000, -100, -100, ..., -100).$$

Para calcular el tipo de interés que hace que el valor actual de esta corriente sea igual a cero puede utilizarse una calculadora o un ordenador. ¡El verdadero tipo de interés que estamos pagando por el préstamo es de un 35% aproximadamente!

10.10 Los impuestos

Generalmente, en Estados Unidos los intereses percibidos se gravan igual que la renta ordinaria. Por lo tanto, la renta que generan está sujeta al mismo tipo impositivo que la renta procedente del trabajo. Supongamos que nuestro tipo impositivo marginal es t; en ese caso, cada euro *adicional* de renta, Δm, eleva nuestras obligaciones fiscales en $t\Delta m$. Si invertimos X euros en un activo, recibiremos unos intereses de rX. Pero también tendremos que pagar unos impuestos de trX sobre esta renta, por lo que nos quedarán únicamente $(1 - t)rX$ euros, una vez deducidos los impuestos. $(1 - t)r$ es lo que llamamos **tipo de interés una vez deducidos los impuestos.**

¿Qué ocurre si en lugar de prestar dinero decidimos pedir un préstamo de X euros? Tendremos que pagar unos intereses de rX sobre esa cantidad. En Estados Unidos, los intereses de algunos tipos de préstamos son gastos deducibles, no así los de otros. Por ejemplo, los intereses de los créditos hipotecarios son deducibles, pero no los intereses de los préstamos personales. Por otra parte, las empresas pueden deducir la mayoría de los intereses que pagan.

Si los intereses de un determinado préstamo son deducibles, podemos restarlos de nuestra otra renta y pagar impuestos únicamente sobre el resto. Por lo tanto, los rX euros que pagamos en intereses reducen nuestro pago de impuestos en trX. El coste total de los X euros que hemos pedido es $rX - trX = (1 - t)rX$.

Así pues, el tipo de interés una vez deducidos los impuestos es el mismo para todas las personas que cotizan por el mismo tipo impositivo, independientemente de que sean prestamistas o prestatarias. El impuesto sobre el ahorro reduce la cantidad de dinero que desean ahorrar los individuos, pero la subvención sobre los préstamos pedidos aumenta la cantidad de dinero que desean pedir.

Ejemplo: Becas y ahorros

En Estados Unidos, muchos estudiantes reciben algún tipo de ayuda económica para ayudarlos a sufragar los gastos de los estudios universitarios. La cantidad que reciben depende de numerosos factores, aunque uno importante es la capacidad de la familia para pagar esos gastos. La mayoría de las universidades norteamericanas utilizan un indicador normalizado de dicha capacidad que calcula el College Entrance Examination Board (CEEB).

Si un estudiante desea pedir ayuda económica, él o su familia deben cumplimentar un cuestionario describiendo sus circunstancias económicas. El CEEB utiliza la información sobre la renta y los activos de los padres para calcular una medida de la "renta disponible ajustada". La proporción de la renta disponible ajustada que se espera que aporten los padres oscila entre el 22 y el 47%, dependiendo de la renta. En 1985, se esperaba que los padres que tenían una renta total antes de deducir los impuestos de 35.000 dólares pagaran alrededor de 7.000 dólares de los gastos de los estudios universitarios.

Cada dólar adicional de activos que acumulen los padres eleva la cantidad que se espera que aporten y reduce la cuantía de la ayuda económica que pueden recibir los hijos. La fórmula que utiliza el CEEB impone, de hecho, un impuesto a los padres que ahorran para la educación universitaria de sus hijos. Martin Feldstein, presidente del National Bureau of Economic Research (NBER) y profesor de economía de la Universidad de Harvard, ha calculado la magnitud de este impuesto.[2]

Consideremos la situación de algunos padres que estén considerando la posibilidad de ahorrar un dólar adicional en el momento preciso en que su hija entra en la universidad. A un tipo de interés del 6%, el valor futuro de un dólar será de 1,26 dólares dentro de 4 años. Como la renta procedente de intereses está sujeta a impuestos federales y estatales, el dólar generará dentro de 4 años una renta después de impuestos de 1,19 dólares. Sin embargo, como este dólar adicional de ahorros incrementa los activos totales de los padres, la cantidad de ayuda recibida por la hija se reduce durante *cada* uno de sus cuatro años de universidad. Este "impuesto sobre la educación" reduce el valor futuro del dólar a 87 centavos solamente después de 4 años, lo que equivale a un impuesto sobre la renta del 150%.

Feldstein también ha examinado la conducta de ahorro de una muestra de familias de clase media que tenían hijos en edad preuniversitaria y ha estimado que una familia que tenga una renta de 40.000 dólares anuales y dos hijos en edad universitaria ahorra alrededor de un 50% menos debido a los impuestos federales, a los impuestos de los estados y al impuesto sobre la "educación" que ha de pagar.

10.11 La elección del tipo de interés

En el análisis anterior hemos hablado de "el tipo de interés". Sin embargo, en la vida real hay muchas clases de tipos de interés: nominales, reales, antes de deducir los impuestos, una vez deducidos los impuestos, a corto plazo, a largo plazo, etc. ¿Cuál es el tipo "correcto" para calcular el valor?

Para responder a esta pregunta pensemos en los principios fundamentales. La idea del valor actual descontado surgió porque queríamos convertir el dinero de un determinado periodo en el dinero equivalente de otro periodo. "El tipo de interés" es el rendimiento de una inversión que nos permite transferir fondos de esta forma.

[2] Martin Feldstein, "College Scholarship Rules and Private Savings", NBER Working Paper 4032, marzo de 1992.

Si queremos aplicar este análisis al caso en que hay numerosos tipos de interés, debemos preguntarnos cuál tiene las propiedades más parecidas a la corriente de pagos que estamos tratando de valorar. Si ésta no está sujeta a impuestos, debemos utilizar un tipo de interés una vez deducidos los impuestos. Si dura 30 años, debemos utilizar un tipo de interés a largo plazo. Si es insegura, debemos utilizar el tipo de interés de una inversión que tenga un riesgo parecido (más adelante explicaremos qué quiere decir realmente esta última afirmación).

El tipo de interés mide el **coste de oportunidad** de los fondos, es decir, las otras cosas que podríamos hacer con ellos. Por lo tanto, debemos comparar la corriente de pagos con la mejor alternativa que tenga características parecidas en lo que se refiere al tratamiento fiscal, al riesgo y a la liquidez.

Resumen

1. La restricción presupuestaria correspondiente al consumo intertemporal puede expresarse en valor actual o en valor futuro.
2. Los resultados de estática comparativa obtenidos hasta ahora en el análisis de problemas generales de elección también pueden aplicarse al consumo intertemporal.
3. El tipo de interés real mide el consumo adicional que podemos obtener en el futuro renunciando a un cierto consumo hoy.
4. Un consumidor que pueda pedir y conceder préstamos a un tipo de interés constante siempre preferirá una dotación que tenga un valor actual más alto a una que tenga un valor más bajo.

Problemas

1. ¿Cuánto vale hoy un millón de euros que ha de entregarse dentro de 20 años si el tipo de interés es de un 20%?
2. Cuando sube el tipo de interés, ¿la restricción presupuestaria intertemporal se vuelve más inclinada o más horizontal?
3. ¿Sería válido el supuesto de que los bienes son sustitutivos perfectos en un estudio de compras intertemporales de alimentos?
4. Un consumidor, que es inicialmente un prestamista, sigue siéndolo incluso después de que bajen los tipos de interés. ¿Mejora o empeora su bienestar como consecuencia de la variación de los tipos de interés? Si se convierte en un prestatario después de la variación, ¿mejora su bienestar o empeora?
5. ¿Cuál es el valor actual de 10.000 euros pagaderos dentro de un año si el tipo de interés es de un 10%? ¿Y si es de un 5%?

11. Los mercados de activos

Los **activos** son bienes que generan un flujo de servicios a lo largo del tiempo. Estos flujos pueden ser de consumo, como la vivienda, o de dinero, que pueden utilizarse, a su vez, para comprar consumo. Los activos que dan lugar a flujos de dinero se llaman **activos financieros.**

Los bonos que hemos analizado en el capítulo anterior son un ejemplo de activos financieros. El flujo de servicios que generan es el flujo de intereses. Otros activos financieros son las acciones que tienen formas diferentes de pagos en efectivo. En este capítulo analizaremos el funcionamiento de los mercados de activos partiendo del supuesto de que no existe incertidumbre alguna sobre el flujo futuro de servicios que generan.

11.1 Las tasas de rendimiento

Partiendo de esta hipótesis claramente extrema, existe un sencillo principio que relaciona las tasas de rendimiento: si no hay incertidumbre sobre los pagos que generan los activos, todos tienen que tener la misma tasa de rendimiento. La razón es obvia: si un activo tuviera una tasa de rendimiento más alta que otro y ambos fueran idénticos en todo lo demás, nadie querría comprar el activo que tuviera la tasa de rendimiento más baja. Por tanto, en condiciones de equilibrio todos los activos deben generar la misma tasa de rendimiento.

Consideremos el proceso mediante el cual se ajustan estas tasas de rendimiento. Supongamos que un activo A tiene actualmente el precio p_0 y se espera que tenga un precio p_1 en el futuro. Todo el mundo está seguro de cuál es el precio actual y de cuál será el futuro. Supongamos para mayor sencillez que no hay ni dividendos ni otros pagos en efectivo entre el periodo 0 y el 1. Supongamos también que es posible hacer otra inversión B entre estos dos periodos que genera un tipo de interés r. Consideremos ahora dos opciones posibles: invertir un euro en el activo A y hacerlo efectivo en el próximo periodo, o invertirlo en el activo B y obtener unos intereses de r euros a lo largo del periodo.

¿Cuáles son los valores de estos dos planes de inversión al final del primer periodo? En primer lugar, debemos preguntarnos cuántas unidades debemos comprar del activo para invertir un euro en él. Suponiendo que x es esta cantidad, tenemos la ecuación

$$p_0 x = 1$$

o sea,

$$x = \frac{1}{p_0}\cdot$$

Por lo tanto, en el próximo periodo el valor futuro de una persona de este activo será

$$VF = p_1 x = \frac{p_1}{p_0}\cdot$$

En cambio, si invertimos un euro en el activo B, en el próximo periodo tendremos $1 + r$ euros. Si tanto el activo A como el B se mantienen en equilibrio, un euro invertido en cualquiera de los dos debe valer lo mismo en el segundo periodo. Por lo tanto, tenemos una condición de equilibrio:

$$1 + r = \frac{p_1}{p_0}.$$

¿Qué ocurre si no se satisface esta igualdad? Existe una forma segura de ganar dinero. Por ejemplo, si

$$1 + r > \frac{p_1}{p_0},$$

los individuos que posean el activo A pueden vender una unidad a p_0 euros en el primer periodo e invertir el dinero en el activo B. En el siguiente periodo, su inversión en el activo B valdrá $p_0(1 + r)$, que es mayor que p_1 de acuerdo con la ecuación anterior. De esa forma, en el segundo periodo tendrán suficiente dinero para volver a comprar el activo A y se encontrarán de nuevo en el punto del que partieron, pero ahora con una mayor cantidad de dinero.

Este tipo de operación —comprar un activo y vender otro para obtener un rendimiento seguro— se denomina **arbitraje sin riesgo** o **arbitraje** para mayor brevedad. En la medida en que haya alguna persona que busque "inversiones seguras", es de esperar que los mercados que funcionen bien eliminen rápidamente las oportunidades de realizar un arbitraje. Por lo tanto, nuestra condición de equilibrio también puede definirse como aquella situación en la que *no existe ninguna oportunidad para realizar un arbitraje.* La llamaremos **condición de ausencia de arbitraje.**

Pero ¿cómo elimina realmente el arbitraje la desigualdad? En el ejemplo anterior, afirmamos que si $1 + r > p_1 / p_0$, cualquiera que poseyera el activo A querría venderlo en el primer periodo, ya que obtendría con toda seguridad suficiente dinero para volver a comprarlo en el segundo. Pero ¿a quién se lo vendería? ¿Quién querría comprarlo? Habría muchas personas dispuestas a ofrecer el activo A al precio p_0, pero nadie sería tan insensato como para comprarlo a ese precio.

Eso significa que la oferta sería superior a la demanda y, por tanto, bajaría el precio. ¿Cuánto bajaría? Justo lo suficiente para satisfacer la condición de arbitraje hasta que $1 + r = p_1 / p_0$.

11.2 El arbitraje y el valor actual

También es útil expresar la condición de arbitraje de la forma siguiente:

$$p_0 = \frac{p_1}{1 + r}.$$

Esta fórmula nos dice que el precio actual de un activo debe ser su valor actual. En realidad, hemos convertido la comparación de los valores futuros de la condición de arbitraje en una comparación de los valores actuales. Por tanto, si se satisface la condición de ausencia de arbitraje, podemos estar seguros de que los activos deben venderse a sus valores actuales. Cualquier desviación con respecto a la fijación del precio basada en el valor actual es una vía segura para ganar dinero.

11.3 Ajustes para tener en cuenta las diferencias entre los activos

La condición de ausencia de arbitraje supone que los servicios que generan dos activos son idénticos, a excepción de las diferencias puramente monetarias. Si los servicios que generaran tuvieran características distintas, desearíamos tener en cuenta esas diferencias antes de afirmar tajantemente que los dos deben tener la misma tasa de rendimiento de equilibrio.

Por ejemplo, un activo puede ser más fácil de vender que otro. Algunas veces expresamos esta diferencia afirmando que uno es más **líquido** que el otro. En este caso, quizá deseemos ajustar la tasa de rendimiento para tener en cuenta la dificultad que entraña la búsqueda de un comprador del activo. Así, por ejemplo, una vivienda que valga 100.000 euros probablemente sea un activo menos líquido que 100.000 euros en pagarés del Tesoro.

Un activo también puede tener menos riesgo que otro, porque su tasa de rendimiento esté garantizada y la del otro sea incierta. En el capítulo 13 veremos cómo pueden tenerse en cuenta las diferencias de riesgo.

Aquí analizaremos otros dos tipos de ajuste: el ajuste de los activos que tienen un rendimiento en forma de consumo y el de los activos que reciben un tratamiento fiscal distinto.

11.4 Activos que tienen rendimientos en forma de consumo

Muchos activos sólo generan dinero, pero hay otros que también generan rendimientos en forma de consumo. El principal ejemplo es la vivienda. Si una persona es propietaria de la vivienda en la que vive, no tiene que alquilar una; por lo tanto, parte del "rendimiento" de la propiedad de la vivienda es el hecho de que vive en ella sin pagar un alquiler; en otras palabras, se paga el alquiler a sí misma. Esta segunda forma de expresarlo suena rara, pero contiene una importante idea.

Es cierto que el individuo no se paga a sí mismo un alquiler *explícito* por el privilegio de vivir en su casa, pero resulta útil imaginar que se paga *implícitamente* un alquiler. El **alquiler implícito** de su vivienda es aquel al que podría alquilar una vivienda parecida; en otras palabras, es el alquiler al que podría arrendar su casa a alguna otra persona en el mercado libre. Al decidir "alquilarse a sí mismo su vivienda", pierde la oportunidad de recibir alquileres de otra persona y, por lo tanto, incurre en un coste de oportunidad.

Supongamos que el alquiler implícito de su vivienda es de T euros anuales. En ese caso, una parte del rendimiento que obtiene por ser propietario de la vivienda en la que vive es el hecho de que le genera una renta implícita de T euros al año, es decir, el dinero que, de lo contrario, tendría que pagar para vivir en las mismas circunstancias que ahora.

Pero éste no es todo el rendimiento de la vivienda. Como dicen incansablemente los agentes inmobiliarios, una vivienda también es una *inversión*. Cuando compramos una, pagamos una elevada cantidad de dinero por ella, por lo que cabe esperar razonablemente que esta inversión también genere un rendimiento monetario en forma de un incremento del valor de la vivienda. Este incremento del valor de un activo se llama **apreciación.**

Sea A la apreciación esperada del valor monetario de la vivienda a lo largo de un año. El rendimiento total de la posesión de la vivienda es la suma del rendimiento correspondiente a los alquileres, T, y del rendimiento correspondiente a la inversión, A. Si la vivienda costó inicialmente P, la tasa *total* de rendimiento de la inversión inicial en la vivienda es

$$h = \frac{T + A}{P}.$$

Esta tasa total de rendimiento está formada por la tasa de rendimiento correspondiente al consumo, T/P, y la tasa de rendimiento correspondiente a la inversión, A/P.

Sea r la tasa de rendimiento de otros activos financieros. En ese caso la tasa total de rendimiento de la inversión debe ser, en condiciones de equilibrio, igual a r:

$$r = \frac{T + A}{P}.$$

Veamos por qué. Al principio del año, podemos invertir P en un banco y obtener rP euros, o en una vivienda y ahorrar T euros de alquileres y obtener A euros de dinero al final del año. El rendimiento total de estas dos inversiones tiene que ser el mismo. Si $T + A < rP$, mejoraría nuestro bienestar invirtiendo el dinero en el banco y pagando T euros en alquileres. De esa manera, tendríamos $rP - T > A$ euros al final del año. Si $T + A > rP$, la mejor elección sería la vivienda (naturalmente, no tenemos en cuenta la comisión del agente de la propiedad inmobiliaria y otros costes de transacción de la compraventa).

Dado que el rendimiento total debe aumentar al tipo de interés, la tasa financiera de rendimiento A / P generalmente es menor que el tipo de interés. Por lo tanto, en general, los activos que tienen rendimientos en forma de consumo tienen, en condiciones de equilibrio, una tasa financiera de rendimiento más baja que los activos puramente financieros. Eso significa que la compra de bienes de consumo como viviendas, cuadros o joyas, *únicamente* como inversiones financieras, quizá no sea una buena idea, ya que su tasa de rendimiento seguramente será menor que la tasa de rendimiento de los activos puramente financieros, debido en parte a que el precio del activo refleja el rendimiento en forma de consumo que genera a los individuos la posesión de esos activos. Por otra parte, si concedemos un valor suficientemente alto al rendimiento en forma de consumo de esos activos, o podemos obtener de ellos un alquiler, puede muy bien tener sentido comprarlos. Es muy posible que su rendimiento *total* haga que esta decisión sea razonable.

11.5 El impuesto sobre los rendimientos de los activos

El fisco distingue a efectos impositivos dos tipos diferentes de rendimientos de los activos. El primero es el rendimiento en **dividendos** o **intereses**, que se reciben periódicamente, anual o mensualmente, a lo largo de la vida del activo y que están sujetos al mismo tipo impositivo ordinario a que está sujeta la renta del trabajo.

El segundo tipo de rendimiento se llama **ganancias de capital** o **incrementos patrimoniales** y que se obtienen cuando se vende un activo a un precio superior al que se pagó por él. Las ganancias de capital sólo se gravan cuando se vende realmente el activo. Según la legislación tributaria actualmente en vigor, las ganancias de capital se gravan al mismo tipo que la renta ordinaria, aunque se ha propuesto que se graven a un tipo más favorable.

A veces se afirma que gravar las ganancias de capital al mismo tipo que la renta ordinaria es una política "neutral". Sin embargo, esta afirmación puede ponerse en cuestión al menos por dos razones. La primera se halla en que los impuestos sobre las ganancias de capital sólo se pagan cuando se vende el activo, mientras que los impuestos sobre los dividendos o sobre los intereses se pagan todos los años. El hecho de que los impuestos sobre las ganancias de capital se pospongan hasta el momento de la venta hace que el tipo efectivo del impuesto sobre las ganancias de capital sea *más bajo* que el tipo del impuesto sobre la renta ordinaria.

La segunda razón por la que esta política no es neutral estriba en que el impuesto sobre las ganancias de capital se basa en el aumento del valor *nominal* del activo. Si éste está aumentando simplemente como consecuencia de la inflación, el consumidor puede deber impuestos sobre un activo cuyo valor *real* haya variado. Supongamos, por ejemplo, que una persona compra un activo por 100 euros y éste vale 10 años más tarde 200. Supongamos que el nivel general de precios también se duplica en este mismo periodo de 10 años. En ese caso, esta persona debería impuestos sobre una ganancia de capital de 100, incluso aunque no hubiera variado el poder adquisitivo de su activo. Como consecuencia, el impuesto sobre las ganancias de capital tiende a ser *más alto* que el impuesto sobre la renta ordinaria. Resulta difícil saber cuál de los dos efectos predomina.

La legislación tributaria da un tratamiento distinto no sólo a los dividendos y a las ganancias de capital, sino también a muchos otros aspectos de los rendimientos de los activos. Por ejemplo, en Estados Unidos los **bonos municipales**, que son bonos emitidos por los ayuntamientos o por los estados, no están sujetos a los impuestos federales. Como hemos señalado anteriormente, los rendimientos en forma de consumo de las viviendas ocupadas por sus propietarios no se gravan. Por otro lado, en Estados Unidos incluso una parte de las ganancias de capital de estas viviendas no está sujeta al pago de impuestos.

El hecho de que cada activo esté sujeto a un tipo impositivo distinto significa que la regla del arbitraje que se utiliza para comparar las tasas de rendimiento debe ajustarse para que tenga en cuenta las diferencias impositivas. Supongamos que un activo rinde un interés, antes de deducir los impuestos, del r_b, y otro genera un rendimiento exento de impuestos r_e. En ese caso, si ambos activos pertenecieran a individuos que pagaran impuestos sobre la renta al tipo t, debería cumplirse que

$$(1 - t)r_b = r_e.$$

Es decir, el rendimiento de cada activo debe ser el mismo. De lo contrario, la gente no desearía tener los dos activos, ya que siempre les compensaría conservar únicamente el de mayor rendimiento una vez deducidos los impuestos. En este análisis no tenemos en cuenta, por supuesto, otras diferencias entre los activos, como la liquidez, el riesgo, etc.

11.6 Burbujas

Suponga que estamos pensando en comprar una casa que es absolutamente seguro que valdrá 220.000 euros dentro de un año y suponga también que el tipo de interés actual (que refleja las restantes oportunidades de inversión) es del 10 por ciento. Un precio razonable por ella sería su valor actual, 200.000 euros.

Suponga ahora que la cosa no es tan segura: la mayoría de la gente cree que la casa valdrá 220.000 euros dentro de un año, pero no existe ninguna garantía de que vaya a ser así. En este caso, sería de esperar que la casa se vendiera por algo menos de 200.000 euros debido al riesgo adicional que entraña la compra.

Suponga que pasa el año y la casa resulta que vale 240.000 euros, mucho más de lo previsto. Su valor ha aumentado un 20 por ciento, a pesar de que el tipo de interés vigente era sólo de un 10 por ciento. Es posible que eso haga cambiar de opinión a la gente, y que empiece a pensar que es probable que la casa aumente de valor un 20 por ciento o incluso más al año siguiente.

Si mucha gente lo cree, esto presionará al alza el precio de la vivienda, lo cual posiblemente anime a muchos a hacer previsiones aún más optimistas sobre el precio de la vivienda. Al igual que en nuestro análisis del ajuste de los precios, los activos que la gente espera que tengan un rendimiento superior al tipo de interés suben de precio. La subida del precio tiende a reducir la demanda actual, pero también puede animar a la gente a esperar que el rendimiento sea aún mayor en el futuro.

El primer efecto –la subida de los precios reduce la demanda– tiende a estabilizar los precios. El segundo efecto –la subida de los precios lleva a creer que éstos serán aún más altos en el futuro– tiende a desestabilizarlos.

Se trata de un ejemplo de una **burbuja**. En una burbuja, el precio de un activo sube, por una u otra razón, y eso lleva a la gente a esperar que suba aún más en el futuro. Pero si la gente espera que el precio del activo suba significativamente en el futuro, tratará de comprar cuanto antes, presionando aún más los precios al alza.

Los mercados financieros pueden experimentar ese tipo de burbuja, sobre todo cuando los participantes carecen de experiencia. Por ejemplo, en 2000–01 asistimos a una espectacular subida de los precios de las acciones de las empresas de nueva tecnología y en 2005–07 a una burbuja de los precios de la vivienda en buena parte de Estados Unidos y en países como España e Irlanda entre muchos otros.

Todas las burbujas acaban estallando. Los precios caen y algunos se encuentran con que poseen activos que valen mucho menos de lo que pagaron por ellos.

La clave para evitar las burbujas es observar las variables económicas fundamentales. En plena burbuja de la vivienda en Estados Unidos, el cociente entre el precio de una vivienda y el alquiler anual de una vivienda idéntica era mucho mayor de lo que había sido históricamente. Esta diferencia probablemente se debiera a que los compradores creían que los precios continuarían subiendo en el futuro.

Asimismo, el cociente entre los precios medianos de la vivienda y la renta mediana alcanzó máximos históricos. Ambos eran una señal de aviso de que unos precios tan altos eran insostenibles.

Creer que "esta vez es diferente" puede resultar muy peligroso, sobre todo cuando se trata de mercados financieros.

11.7 Aplicaciones

El hecho de que todos los activos carentes de riesgo deban generar el mismo rendimiento es obvio, pero muy importante. Tiene efectos sorprendentemente poderosos sobre el funcionamiento de los mercados de activos.

Los recursos agotables

Estudiemos el equilibrio de mercado de un recurso agotable como el petróleo. Consideremos el caso de un mercado de petróleo competitivo con muchos oferentes y supongamos, para mayor sencillez, que los costes de extracción son nulos. En ese caso, ¿cómo variará el precio del petróleo con el paso del tiempo?

El precio del petróleo deberá subir al tipo de interés, pues el petróleo que se encuentra en el subsuelo es un activo como los demás. Si a un productor le compensa conservarlo de un periodo a otro, debe proporcionarle un rendimiento equivalente al rendimiento financiero que podría conseguir en otra inversión. Si suponemos que P_{t+1} y p_t son los precios correspondientes al periodo $t + 1$ y t, respectivamente, tenemos que

$$p_{t+1} = (1 + r)p_t,$$

que es nuestra condición de inexistencia de posibilidades de arbitraje en el mercado de petróleo.

El argumento se reduce a esta sencilla idea: el petróleo del subsuelo es exactamente igual que el dinero colocado en el banco. Si éste genera una tasa de rendimiento r, el petróleo debe generar la misma tasa de rendimiento. Si generara un rendimiento más elevado que el dinero, nadie lo extraería, ya que sería preferible esperar y extraerlo más tarde, presionando al alza el precio actual. Si el petróleo existente en el subsuelo generara un rendimiento más bajo que el dinero colocado en el banco, los propietarios de los pozos petrolíferos tratarían de extraerlo inmediatamente para colocar el dinero en el banco, presionando así a la baja el precio actual.

Este argumento nos dice cómo varía el precio del petróleo, pero ¿qué lo determina? La demanda de petróleo. Veamos un modelo muy sencillo de la demanda de este mercado.

Supongamos que la demanda de petróleo es de D barriles anuales y se mantiene constante, y que la oferta mundial total es de S barriles. Por lo tanto, nos queda petróleo para $T = S/D$ años. Cuando el petróleo se haya agotado, tendremos que utilizar otra tecnología, por ejemplo, el carbón licuado, que puede producirse a un coste constante de C euros el barril. Supongamos que el carbón licuado es un sustitutivo perfecto del petróleo en todas las aplicaciones.

Ahora bien, cuando se agote el petróleo dentro de T años, ¿a cuánto deberá venderse? Es evidente que a C euros el barril, que es el precio de su sustitutivo perfecto, el carbón licuado, lo que significa que el precio actual de un barril de petróleo p_0 deberá subir al tipo de interés r en los próximos T años hasta ser igual a C. Llegamos así a la ecuación

$$p_0 (1 + r)^T = C$$

o sea,

$$p_0 = \frac{C}{(1 + r)^T}.$$

Esta expresión indica el precio actual del petróleo en función de las demás variables del problema. Ahora podemos plantear interesantes cuestiones de estática comparativa. Por ejemplo, ¿qué ocurre si hay un nuevo descubrimiento imprevisto de petróleo? Aumentará T, que es el número de años en que queda petróleo, y, por lo tanto, también $(1 + r)^T$, bajando así p_0. Así pues, como cabía esperar, un aumento de la oferta de petróleo reducirá su precio actual.

¿Qué sucedería si se produjera una innovación tecnológica que redujera el valor de C? La ecuación anterior muestra que en ese caso debería disminuir p_0. El precio del petróleo tiene que ser igual al de su sustitutivo perfecto, el carbón licuado, cuando éste es la única alternativa.

Cuándo talar un bosque

Supongamos que la extensión del bosque medida por la cantidad de madera que puede extraerse es una función del tiempo, $F(t)$, que el precio de la madera es constante y que la tasa de crecimiento de los árboles comienza siendo elevada y después disminuye. Si el mercado de madera es competitivo, ¿cuándo debe talarse el bosque para venderla? Cuando su tasa de crecimiento sea igual al tipo de interés. Antes, el bosque tiene una tasa de rendimiento más alta que el dinero colocado en el banco y después una más baja. Por lo tanto, el momento óptimo para talar el bosque es aquel en que su tasa de crecimiento es exactamente igual al tipo de interés.

Esta conclusión puede expresarse en términos más formales analizando el valor actual de la tala del bosque en el tiempo T, que es

$$VA = \frac{F(T)}{(1+r)^T}.$$

Nuestro propósito es elegir T de manera que se maximice el valor actual, es decir, se trata de elegir el momento en el que el valor del bosque es el mayor posible. Si elegimos un valor de T muy pequeño, la tasa de crecimiento del bosque será superior al tipo de interés, lo que significa que el *VA* estaría aumentando, por lo que compensaría esperar algo más. En cambio, si elegimos un valor de T muy elevado, el bosque está creciendo más despacio que el tipo de interés, por lo que el *VA* disminuirá. La elección de T que maximiza el valor actual es aquella en la que la tasa de crecimiento del bosque es exactamente igual al tipo de interés.

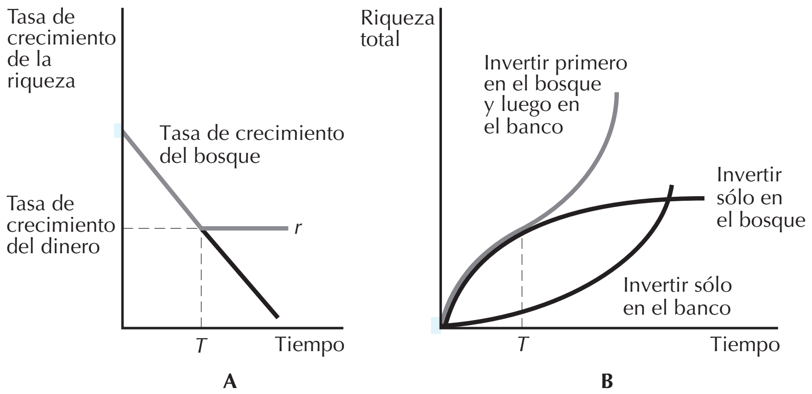


Figura 11.1. Cuándo talar un bosque. El momento óptimo para talar un bosque es aquel en el que su tasa de crecimiento es igual al tipo de interés.

La figura 11.1 ilustra el argumento. La figura 11.1A representa la *tasa* de crecimiento del bosque y la *tasa* de crecimiento de un euro colocada en un banco. Si queremos tener la mayor cantidad de dinero en cualquier periodo futuro, siempre deberemos invertirlo en el activo que genere el máximo rendimiento posible en cada momento del tiempo. Cuando el bosque es joven, es el activo que tiene el máximo rendimiento. A medida que envejece, disminuye su tasa de crecimiento y, a la larga, el banco ofrece un rendimiento más alto.

La figura 11.1B muestra cómo resulta afectada la riqueza total. Antes de T, la riqueza crece más deprisa si se invierte en el bosque. Después de T, crece más deprisa si se coloca en el banco. Por lo tanto, la estrategia óptima consiste en invertir en el bosque hasta el periodo T, talarlo en ese momento e invertir en el banco los ingresos obtenidos.

Ejemplo: Los precios de la gasolina durante la guerra del Golfo

Durante el verano de 1990, Irak invadió Kuwait, ante lo cual las Naciones Unidas acordaron bloquear las importaciones de petróleo procedentes de ese país. Inmediatamente después de anunciarse el bloqueo, el precio del petróleo subió en los mercados mundiales. También subió significativamente el precio de la gasolina, lo cual provocó, a su vez, quejas contra las compañías de petróleo porque estaban aprovechándose de la guerra y la aparición de varios reportajes sobre la industria del petróleo en las noticias de televisión.

Quienes pensaban que la subida del precio estaba injustificada sostenían que el nuevo petróleo más caro tardaría, al menos, seis semanas en llegar a los surtidores de gasolina. Mantenían que las compañías petrolíferas estaban obteniendo "excesivos" beneficios al subir el precio de la gasolina que ya habían producido utilizando el petróleo barato.

Pensemos en este argumento como economistas. Supongamos que tenemos un activo —por ejemplo, gasolina en un depósito— que vale actualmente 3 euros el litro. Sabemos que dentro de seis semanas valdrá 4,5 euros el litro. ¿A qué precio lo vendemos hoy? Ciertamente, estaríamos locos si lo vendiéramos por mucho menos de 4,5 euros el litro, pues a cualquier precio que fuera muy inferior a esa cifra disfrutaríamos de un bienestar mayor dejando la gasolina almacenada en el depósito durante seis semanas. El razonamiento del arbitraje intertemporal sobre la extracción de petróleo del subsuelo es válido también para la gasolina almacenada en depósitos. El precio futuro (debidamente descontado) de la gasolina tiene que ser igual al actual si queremos que las empresas quieran ofrecer gasolina hoy.

Este razonamiento también tiene perfecto sentido desde el punto de vista del bienestar: si la gasolina va a ser más cara en un futuro inmediato, ¿no tiene sentido consumir menos hoy? La subida de su precio fomenta la adopción inmediata de medidas de ahorro y refleja su verdadero precio de escasez.

Paradójicamente, el fenómeno se repitió dos años más tarde en Rusia. Durante la transición a una economía de mercado, el petróleo ruso se vendía por unos 3 dólares el barril en un momento en el que el precio mundial era del orden de 19 dólares. Los productores de petróleo previeron que pronto iba a permitirse que subiera, por lo que trataron de reducir al máximo su producción. Como dijo un productor ruso, "¿has visto a alguien en Nueva York vender un dólar por 10 centavos?". El resultado fue la formación de largas colas de consumidores rusos delante de los surtidores de gasolina.[1]

[1] Véase Louis Uchitelle, "Russians Line Up for Gas as Refineries Sit on Cheap Oil", *New York Times,* 12 de julio de 1992, pág. 4.

11.8 Las instituciones financieras

Los mercados de activos permiten a la gente modificar sus formas de consumo a lo largo del tiempo. Consideremos, por ejemplo, el caso de dos personas, la A y la B, que tienen diferentes dotaciones de riqueza. A tiene 100 euros hoy y nada mañana, mientras que B tendrá 100 euros mañana y nada hoy. Podría muy bien ocurrir que ambas prefirieran tener 50 euros hoy y 50 euros mañana. En ese caso, podrían conseguirlo comerciando entre sí: A daría a B 50 euros hoy y B daría a A 50 euros mañana.

En este caso concreto, el tipo de interés sería cero: A prestaría a B 50 euros y sólo obtendría a cambio 50 al día siguiente. Si los individuos tuvieran preferencias convexas en cuanto al consumo actual y al futuro, les gustaría uniformar su consumo a lo largo del tiempo en lugar de consumir todo en un periodo, incluso aunque el tipo de interés fuera cero.

Este razonamiento también es válido para describir otras formas de posesión de activos. Una persona podría tener unos activos que generaran una corriente continua de ingresos y preferir un cobro único, y otra podría tener un cobro único y preferir una corriente continua de ingresos. Por ejemplo, si una persona de veinte años prefiriera tener ahora una única cantidad de dinero para comprar una vivienda, y otra de sesenta años prefiriera tener una corriente continua de dinero para financiar su jubilación, es evidente que ambas podrían salir ganando si llegaran a un intercambio.

En una economía moderna existen instituciones financieras para facilitar estos intercambios. En el caso anterior, la persona de sesenta años podría colocar la totalidad de su dinero en el banco, el cual podría prestarlo, a su vez, a la persona de veinte años. Ésta realizaría pagos hipotecarios al banco, el cual los transferiría, a su vez, a la persona de sesenta años en forma de intereses. Naturalmente, el banco se quedaría con una parte a cambio de facilitar el intercambio. Pero si el sector bancario fuera suficientemente competitivo, esta parte debería ser muy cercana al coste real de la mediación.

Los bancos no son las únicas instituciones financieras que permiten redistribuir el consumo a lo largo del tiempo. Otra institución importante es la bolsa de valores. Supongamos que un empresario crea una sociedad que prospera. Para constituirla probablemente haya recibido el respaldo de algunos financieros que han puesto dinero para ayudarle a comenzar, para pagar las facturas hasta que la empresa obtenga ingresos. Una vez establecida la sociedad, sus propietarios tienen derecho a percibir los beneficios que genere la empresa en el futuro; es decir, tienen derecho a recibir una corriente de pagos.

Pero podría muy bien ocurrir que éstos prefirieran recibir una retribución global por sus esfuerzos. En ese caso, los propietarios podrían decidir vender la empresa a otras personas a través de la bolsa. Emitirían acciones que otorgarían a los accionistas el derecho a recibir una parte de los beneficios futuros de la empresa a cambio de una cantidad global pagada hoy. Las personas que quisieran comprar una parte de la corriente de beneficios de la empresa pagarían dinero a los propietarios iniciales a cambio de estas acciones. De esa forma, ambas partes podrían redistribuir su riqueza a lo largo del tiempo.

Existe toda una variedad de instituciones y de mercados que ayudan a facilitar el comercio intertemporal. ¿Qué ocurre cuando no existe una correspondencia perfecta entre los compradores y los vendedores? ¿Cuándo es mayor el número de personas que desean vender consumo actual que el de personas que desean comprarlo? Al igual que ocurre en cualquier otro mercado, si la oferta de un bien es superior a la demanda, bajará el precio. En ese caso, bajará el precio del consumo futuro. Ya hemos visto antes que éste viene dado por

$$p = \frac{1}{1+r},$$

lo que significa que debe subir el tipo de interés. La subida del tipo de interés induce a los individuos a ahorrar más y a demandar menos consumo actual, tendiendo así a igualar la demanda y la oferta.

Resumen

1. En condiciones de equilibrio, todos los activos que generan rendimientos seguros deben tener la misma tasa de rendimiento; de lo contrario habría una oportunidad para realizar un arbitraje sin riesgos.
2. El hecho de que todos los activos deban generar el mismo rendimiento implica que todos se venden a su valor actual.
3. Si los activos se gravan a un tipo diferente o tienen riesgos distintos, debemos comparar sus tasas de rendimiento una vez deducidos los impuestos o sus tasas de rendimiento ajustadas para tener en cuenta el riesgo.

Problemas

1. Supongamos que el activo A puede venderse por 110 euros el próximo periodo. Si los activos similares al A tienen una tasa de rendimiento de un 10 por ciento, ¿cuál debe ser el precio actual de A?
2. Una vivienda que podría alquilarse por 10.000 euros anuales y venderse por 110.000 dentro de un año, puede comprarse por 100.000. ¿Cuál es su tasa de rendimiento?

3. Los intereses de algunos bonos no están sujetos a impuestos. Si los bonos sujetos a impuestos que son similares tienen un tipo de interés de un 10 por ciento y todo el mundo tiene un tipo impositivo marginal de un 40 por ciento, ¿cuál debe ser la tasa de rendimiento de los bonos que no están sujetos a impuestos?
4. Supongamos que un recurso escaso, cuya demanda es constante, fuera a agotarse al cabo de 10 años. Si existiera otro recurso para sustituirlo a un precio de 40 euros, y el tipo de interés fuera de un 10 por ciento, ¿cuál debería ser el precio actual del recurso escaso?

Apéndice

Supongamos que invertimos un euro en un activo cuyo tipo de interés es r y que los intereses se pagan una vez al año. En ese caso, dentro de T años tendremos $(1 + r)^T$ euros. Supongamos ahora que los intereses se pagan mensualmente. Eso significa que el tipo de interés mensual será $r/12$ y que habrá $12T$ pagos, por lo que dentro de T años tendremos $(1 + r/12)^{12T}$ euros. Si el tipo de interés se paga diariamente, tendremos $(1 + r/365)^{365T}$, etc.

En general, si los intereses se pagan n veces al año, tendremos $(1 + r/n)^{nT}$ euros dentro de T años. Es natural preguntarse cuánto dinero tendremos si los intereses se pagan de forma *continua*, es decir, cuál es el límite de esta expresión si n tiende a infinito. La respuesta viene dada por la siguiente expresión:

$$e^{rT} = \lim_{n \to \infty} (1 + r/n)^{nT},$$

donde e es 2,7183…, la base de los logaritmos neperianos.

Esta expresión del tipo de interés compuesto pagado de forma continua es muy cómoda para los cálculos. Por ejemplo, verifiquemos la afirmación que hemos hecho en este capítulo de que el momento óptimo para talar el bosque es aquel en el que su tasa de crecimiento es igual al tipo de interés. Dado que el bosque valdrá $F(T)$ en el momento T, el valor actual del bosque talado en ese momento es

$$V(T) = \frac{F(T)}{e^{rT}} = e^{-rT} F(T).$$

Para maximizar el valor actual, derivamos esta expresión con respecto a T e igualamos el resultado a cero. De esa forma, obtenemos

$$V'(T) = e^{-rT} F'(T) - re^{-rT} F(T) = 0$$

$$F'(T) - r F(T) = 0,$$

de donde se deduce que

$$r = \frac{F'(T)}{F(T)} \cdot$$

Esta ecuación nos dice que el valor óptimo de T satisface la condición según la cual el tipo de interés es igual a la tasa de crecimiento del valor del bosque.

12. La incertidumbre

La incertidumbre forma parte de la vida. Los individuos se enfrentan a un riesgo cada vez que se duchan, cruzan la calle o realizan una inversión. Pero existen instituciones financieras, como los mercados de seguros y la bolsa de valores, que pueden paliar, al menos en parte, estos riesgos. En el capítulo siguiente estudiaremos el funcionamiento de estos mercados, pero antes debemos analizar la conducta del individuo en relación con las decisiones que comportan incertidumbre.

12.1 El consumo contingente

Dado que ya hemos aprendido la teoría convencional de la elección del consumidor, trataremos de utilizarla para comprender la elección en condiciones de incertidumbre. Lo primero que debemos preguntarnos es qué es lo que se elige.

Probablemente al consumidor le interesa conocer la **distribución de probabilidades** de obtener cestas de bienes de consumo diferentes. Una distribución de probabilidades consiste en una lista de diferentes resultados —en este caso, cestas de consumo— y la probabilidad correspondiente a cada uno de ellos. Cuando un consumidor elige la cantidad de seguro de automóvil que desea comprar o la cantidad de dinero que desea invertir en la bolsa, elige de hecho un conjunto de diferentes cantidades de consumo con diferentes probabilidades.

Supongamos, por ejemplo, que hoy tenemos 100 euros y que estamos considerando la posibilidad de comprar un billete de lotería con el número 13. Si éste resulta premiado, su portador recibirá 200 euros. El billete cuesta, por ejemplo, 5 euros. Los dos resultados que nos interesan son el hecho de que se extraiga este número y el hecho de que no se extraiga.

Nuestra dotación inicial de riqueza —es decir, la cantidad que tenemos si no compramos el billete de lotería— es de 100 euros, tanto si sale premiado el 13 como si no sale. Pero si compramos el billete por 5 euros, tendremos una distribución de la riqueza consistente en 295 euros si sale premiado el número y en 95 si no sale premiado. La dotación inicial de probabilidades de riqueza en circunstancias diferentes varía como consecuencia de la compra del billete de lotería. Examinemos esta cuestión más detalladamente.

Para facilitar la exposición nos limitaremos a examinar juegos monetarios. Naturalmente, no sólo importa el dinero; son los bienes de consumo que pueden comprarse con él los que constituyen el "bien" último que se elige. Los juegos sobre los bienes se rigen por los mismos principios, pero es más sencillo limitarse a analizar los resultados monetarios. En segundo lugar, sólo examinaremos situaciones muy simples en las que haya pocos resultados posibles, debido también a razones de sencillez.

Antes describimos el caso de la lotería; ahora consideraremos el del seguro. Supongamos que un individuo tiene inicialmente unos activos por valor de 35.000 euros, pero existe la posibilidad de que pierda 10.000, bien porque le roben el automóvil, bien porque una tormenta cause destrozos en su casa. Supongamos que la probabilidad de que ocurra esto es $p = 0{,}01$. En ese caso, la distribución de probabilidades a la que se enfrenta el individuo es un 1 por ciento de probabilidades de tener 25.000 euros en activos y un 99 por ciento de probabilidades de tener 35.000 euros.

El seguro ofrece la posibilidad de alterar esta distribución de probabilidades. Supongamos que el individuo contrata una póliza por la que recibirá 1 euro si ocurre la pérdida a cambio de una prima de 1 euro. Naturalmente, deberá pagar la prima independientemente de que experimente o no la pérdida. Si decide comprar una póliza de 10.000, ésta le costará 100. En ese caso, tendrá un 1 por ciento de probabilidades de tener 34.900 euros (35.000 de otros activos – 10.000 de pérdida + 10.000 de pago del seguro – 100 de prima del seguro) y un 99 por ciento de probabilidades de tener 34.900 euros (35.000 de activos – 100 de prima del seguro). Por lo tanto, el consumidor terminará teniendo la misma riqueza independientemente de lo que ocurra. Ahora estará totalmente asegurado contra la pérdida.

En general, si este individuo compra K euros de seguro y tiene que pagar una prima γK, se enfrentará al siguiente juego:

$$\text{obtener } 25.000 + K - \gamma K \text{ con una probabilidad de } 0{,}01$$

y

$$\text{obtener } 35.000 - \gamma K \text{ con una probabilidad de } 0{,}99.$$

¿Qué tipo de seguro elegirá? Dependerá de sus preferencias. Si es una persona muy conservadora, comprará un seguro muy elevado, pero si le gusta asumir riesgos, no comprará ninguno. Los individuos tienen preferencias diferentes en cuanto a la distribución de probabilidades, de la misma forma que tienen preferencias distintas en cuanto al consumo de bienes ordinarios.

De hecho, resulta sumamente útil analizar las decisiones que se toman en condiciones de incertidumbre imaginando que el dinero es un bien diferente en cada circunstancia.

Mil euros después de experimentar una gran pérdida pueden ser muy distintos a mil euros cuando no se ha experimentado. Naturalmente, no tenemos por qué aplicar esta idea únicamente al dinero: un helado en un día caluroso y soleado es un bien muy diferente de un helado en un día lluvioso y frío. En general, los bienes de consumo tienen un valor diferente para los individuos en cada circunstancia.

Imaginemos que los diferentes resultados de un acontecimiento aleatorio son diferentes **estados de la naturaleza**. En el ejemplo del seguro citado antes había dos estados de la naturaleza: ocurría la pérdida o no ocurría. Por lo tanto, podemos imaginar que un **plan de consumo contingente** es una especificación de lo que se consumirá en cada uno de los estados de la naturaleza, en cada uno de los diferentes resultados del proceso aleatorio. *Contingente* significa que depende de algo que todavía no es seguro, por lo que un plan de consumo contingente significa un plan que depende del resultado de un acontecimiento. En el caso de la compra de un seguro, el consumo contingente se describe en las cláusulas de la póliza: cuánto dinero tendrá el individuo si sufre una pérdida y cuánto si no la sufre. En el caso de los días lluviosos y soleados, el consumo contingente es simplemente el *plan* de lo que se consumirá en las diferentes condiciones meteorológicas.

Los individuos tienen preferencias con respecto a los diferentes planes de consumo, lo mismo que tienen preferencias con respecto al consumo real. No cabe duda de que nos sentiríamos mejor hoy si supiéramos que estamos totalmente asegurados. Los individuos toman decisiones que reflejan sus preferencias por el consumo en cada circunstancia; estas decisiones pueden analizarse utilizando la teoría de la elección.

Si imaginamos que un plan de consumo contingente no es más que una cesta ordinaria de consumo, nos encontramos de nuevo en el modelo descrito en los capítulos anteriores. Podemos suponer que las preferencias se definen en relación con los distintos planes de consumo, que la "relación de intercambio" viene dada por la restricción presupuestaria y que el consumidor elige el mejor plan de consumo que está a su alcance, exactamente igual que hemos hecho hasta ahora.

Describamos la compra del seguro basándonos en las curvas de indiferencia. Los dos estados de la naturaleza son la posibilidad de que ocurra la pérdida y la posibilidad de que no ocurra. Los consumos contingentes representados en la figura 12.1 son los valores de la cantidad de dinero que tendríamos en cada circunstancia.

Nuestra dotación de consumo contingente es de 25.000 euros en el estado "malo" (si ocurre la pérdida) y de 35.000 en el "bueno" (si no ocurre). El seguro es un medio para alejarse del punto que corresponde a esta dotación. Si compramos un seguro por valor de K euros, renunciamos a γK euros de posibilidades de consumo en el estado bueno a cambio de $K - \gamma K$ euros de posibilidades de consumo en el estado malo. Por lo tanto, el consumo que perdemos en el buen estado, dividido por el consumo adicional que obtenemos en el malo, es

$$\frac{\Delta C_b}{\Delta C_m} = -\frac{\gamma K}{K - \gamma K} = -\frac{\gamma}{1 - \gamma}.$$

Ésta es la pendiente de la recta presupuestaria que pasa por nuestra dotación. Es como si el precio del consumo del estado bueno fuera $1 - \gamma$ y el del estado malo γ.

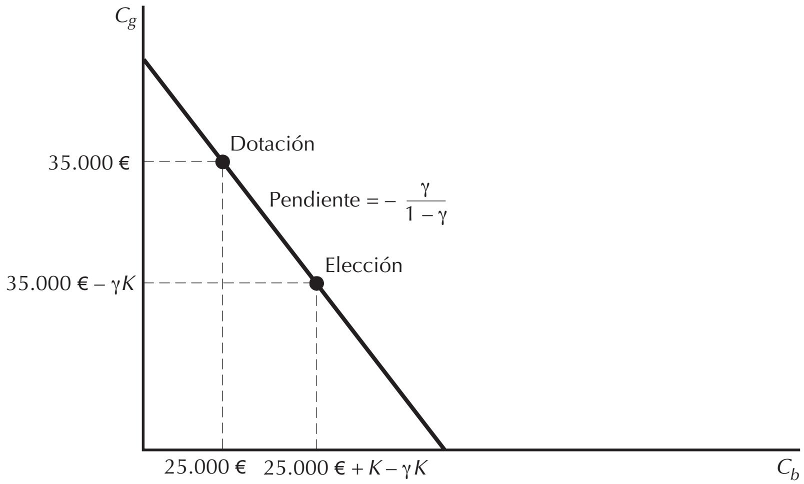


Figura 12.1. El seguro. Este gráfico muestra la recta presupuestaria correspondiente a la compra de un seguro. La prima nos permite renunciar a un cierto consumo en el resultado bueno (C_b) para poder consumir más en el malo (C_m).

Podemos trazar las curvas de indiferencia que podría tener una persona en relación con el consumo contingente. En este caso, también sería natural que éstas fueran convexas: significaría que el individuo preferiría tener una cantidad constante de consumo en cada estado a una gran cantidad en uno y una pequeña en el otro.

Dadas las curvas de indiferencia correspondientes al consumo en cada estado de la naturaleza, podemos analizar la decisión sobre la cantidad de seguro que debe comprarse. Como siempre, ésta se caracteriza mediante una condición de tangencia: la relación marginal de sustitución entre los dos consumos correspondientes a cada estado de la naturaleza debe ser igual al precio al que puede intercambiarse consumo en esos estados.

Naturalmente, una vez que tenemos un modelo de la elección óptima, podemos utilizar toda la maquinaria desarrollada en los capítulos anteriores para analizarlo. Podemos observar cómo varía la demanda de seguro cuando varía el precio, cuando varía la riqueza del consumidor, etc. La teoría de la conducta del consumidor es perfectamente adecuada para construir un modelo de la conducta, tanto en condiciones de incertidumbre como en condiciones de certeza.

Ejemplo: Bonos sobre catástrofes

Hemos visto que el seguro es una forma de transferir riqueza de los estados de la naturaleza buenos a los estados de la naturaleza malos. En estas transacciones intervienen, por supuesto, dos partes: la que compra el seguro y la que lo vende. Aquí centramos la atención en la que lo vende.

La parte vendedora del mercado de seguros está dividida en un componente minorista, que trata directamente con los compradores finales, y un componente mayorista, formado por compañías aseguradoras que venden riesgos a otras. La parte mayorista de mercado se conoce con el nombre de **mercado de reaseguros**.

Normalmente, el mercado de reaseguros ha recurrido a grandes inversores, como los fondos de pensiones, para respaldar financieramente los riesgos. Sin embargo, algunas compañías reaseguradoras recurren a grandes inversores individuales. La firma londinense Lloyd's, que es uno de los consorcios más famosos de reaseguros, generalmente recurre a inversores privados.

Últimamente, el sector de reaseguros ha hecho experimentos con bonos **sobre catástrofes**, que, según algunos observadores, son un instrumento más flexible para conseguir un reaseguro. Estos bonos, que generalmente se venden a grandes instituciones, normalmente han ido ligados a catástrofes naturales, como terremotos o huracanes.

Un intermediario financiero, como una compañía de reaseguros o un banco de inversiones, emite un bono ligado a un determinado fenómeno asegurable, como un terremoto que entraña, por ejemplo, la solicitud de indemnizaciones por valor de 500 millones de dólares como mínimo. Si no se produce el terremoto, los inversores reciben un generoso tipo de interés. Pero si se produce y las indemnizaciones solicitadas son superiores a la cantidad especificada en el bono, los inversores pierden su principal y los intereses.

Los bonos sobre catástrofes tienen algunas características atractivas. Pueden repartir los riesgos entre muchos y pueden subdividirse indefinidamente, lo que permite a cada inversor asumir solamente una pequeña parte del riesgo. El dinero que respalda el seguro se paga por adelantado, por lo que no hay riesgo de impago para el asegurado.

Desde el punto de vista del economista, los bonos sobre catástrofes constituyen un tipo de **título contingente**, que es un título que genera un rendimiento si y sólo si ocurre un determinado acontecimiento. Este concepto fue introducido por primera vez por el Premio Nobel Kenneth J. Arrow en un artículo publicado en 1952 y durante mucho tiempo se pensó que tenía un interés meramente teórico. Pero resultó que todos los tipos de opciones y otros derivados podían entenderse mejor como títulos contingentes. Hoy los expertos en bolsa se basan en este estudio de hace 50 años cuando crean derivados exóticos como los bonos sobre catástrofes.

12.2 Funciones de utilidad y probabilidades

Si el consumidor tiene preferencias razonables en cuanto al consumo en circunstancias diferentes, podemos utilizar una función de utilidad para describirlas, exactamente igual que hemos hecho en otros contextos. Sin embargo, el hecho de que estemos analizando la elección en condiciones de incertidumbre imparte una estructura especial al problema de la elección. En general, la forma en que un individuo valore el consumo en un estado en comparación con otro dependerá de la *probabilidad* de que ocurra realmente el estado en cuestión. En otras palabras, la tasa a la que yo estoy dispuesto a sustituir consumo si no llueve por consumo si llueve debe tener alguna relación con mi opinión sobre la probabilidad de que llueva. Las preferencias en cuanto al consumo en diferentes estados de la naturaleza dependen de las opiniones del individuo sobre lo probables que sean esos estados.

Por este motivo, expresaremos la función de utilidad de modo que dependa tanto de las probabilidades como de los niveles de consumo. Supongamos que estamos analizando dos estados mutuamente excluyentes como la lluvia o el sol, la pérdida o la no pérdida, etc. Sea c_1 y c_2 el consumo en los estados 1 y 2 y π_1 y π_2 las probabilidades de que ocurra realmente el estado 1 o el 2.

Los dos estados son, de hecho, mutuamente excluyentes, de tal manera que sólo puede ocurrir uno de ellos, $\pi_2 = 1 - \pi_1$. Sin embargo, generalmente nos referiremos a las dos probabilidades para que la descripción sea simétrica.

Con esta notación podemos expresar la función de utilidad del consumo correspondiente a los estados 1 y 2 como $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$. Ésta es la función que representa la preferencia del individuo en cuanto al consumo en cada estado.

Ejemplo: Algunos ejemplos de funciones de utilidad

Para analizar la elección en condiciones de incertidumbre podemos utilizar casi todos los ejemplos de funciones de utilidad que hemos visto hasta ahora. Un buen caso es el de los sustitutivos perfectos, en el que ponderamos cada consumo por la probabilidad de que ocurra. De esa forma, obtenemos una función de utilidad del tipo

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2.$$

En condiciones de incertidumbre, este tipo de expresión se conoce como el **valor esperado** y es simplemente el nivel medio de consumo que obtendríamos.

Otro ejemplo de función de utilidad que podría utilizarse para examinar la elección en condiciones de incertidumbre es la Cobb-Douglas:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, 1 - \pi) = c_1^{\pi} c_2^{1-\pi}.$$

En este caso, la utilidad derivada de una combinación cualquiera de cestas de consumo depende del consumo de una forma no lineal.

Como siempre, podemos tomar una transformación monótona de la utilidad y seguir representando las mismas preferencias. Si tomamos logaritmos en la función de utilidad de Cobb-Douglas, lo que resultará muy útil para nuestro análisis, obtendremos la función de utilidad siguiente:

$$\ln u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2.$$

12.3 La utilidad esperada

Una forma especialmente útil de expresar la función de utilidad podría ser la siguiente:

$$u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2).$$

Esta ecuación nos dice que la utilidad puede expresarse como una suma ponderada de una función de consumo en cada estado, $v(c_1)$ y $v(c_2)$, donde las ponderaciones vienen dadas por las probabilidades π_1 y π_2.

Ya mostramos antes dos ejemplos de esta forma lineal: el caso de los sustitutivos perfectos o la función de utilidad del valor esperado, en la que $v(c) = c$; y la función Cobb-Douglas expresada en logaritmos, en la que $v(c) = \ln c$.

Si uno de los estados es seguro, de tal manera que $\pi_1 = 1$, por ejemplo, $v(c_1)$ es la utilidad del consumo seguro del estado 1. Del mismo modo, si $\pi_2 = 1$, $v(c_2)$ es la utilidad del consumo del estado 2. Por lo tanto, la expresión

$$\pi_1 v(c_1) + \pi_2 v(c_2)$$

representa la utilidad media o utilidad esperada de la combinación de consumos (c_1, c_2).

Por este motivo, la función de utilidad que tiene la forma especial descrita aquí se denomina función de utilidad esperada o, a veces, **función de utilidad de Von Neumann-Morgenstern.**[1]

Cuando decimos que las preferencias del consumidor pueden representarse mediante una función de utilidad esperada o que tienen la propiedad de la utilidad esperada, queremos decir que podemos elegir una función de utilidad que tenga la forma aditiva descrita antes. Naturalmente, también podríamos elegir una forma di-

[1] John von Neumann, uno de los matemáticos más destacados del siglo XX, también realizó importantes aportaciones a la física, la informática y la teoría económica. Oscar Morgenstern fue economista y profesor de la Universidad de Princeton y, junto con Von Neumann, contribuyó a desarrollar la teoría matemática de los juegos.

ferente; cualquier transformación monótona de una función de utilidad esperada es una función de utilidad que describe las mismas preferencias. Pero la representación mediante la forma aditiva resulta especialmente útil. Si las preferencias del consumidor se describen por medio de $\pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2$, también se describirán por medio de $c_1^{\pi 1}\, c_2^{\pi 2}$. Pero esta última representación no tiene la propiedad de la utilidad esperada, mientras que la primera sí.

Por otra parte, la función de utilidad esperada puede someterse a los mismos tipos de transformación monótona y seguir teniendo la propiedad de la utilidad esperada. Decimos que una función $v(u)$ es una **transformación afín positiva** si puede expresarse de la forma siguiente: $v(u) = au + b$, donde $a > 0$. Una transformación afín positiva consiste simplemente en multiplicar por un número positivo y sumar una constante. Si sometemos una función de utilidad esperada a una transformación afín positiva, no sólo representa las mismas preferencias (como es obvio, puesto que una transformación afín no es más que un tipo especial de transformación monótona), sino que también tiene la propiedad de la utilidad esperada.

Los economistas dicen que una función de utilidad esperada es única salvo en sus transformaciones afines, lo que significa que puede someterse a una transformación afín y obtener una función de utilidad esperada que represente las mismas preferencias. Pero cualquier otro tipo de transformación destruirá la propiedad de la utilidad esperada.

12.4 Por qué es razonable la utilidad esperada

La representación de la utilidad esperada es útil, pero ¿es razonable? ¿Qué nos hace pensar que las preferencias en cuanto a las elecciones inciertas tengan la estructura implícita en la función de utilidad esperada? Como veremos, hay poderosas razones para avalar a la utilidad esperada como una función objetivo razonable en los problemas de elección en condiciones de incertidumbre.

El hecho de que los resultados de una elección aleatoria sean bienes que se consumen en circunstancias diferentes significa que a la larga *sólo* va a producirse realmente *uno* de esos resultados. O se quemará nuestra casa o no se quemará; o hará un día lluvioso o hará un día soleado. La forma en que hemos planteado el problema de la elección significa que sólo se producirá uno de los resultados posibles y, por lo tanto, sólo se realizará uno de los planes de consumo contingente.

Este hecho tiene una consecuencia muy interesante. Supongamos que estamos considerando la posibilidad de asegurar contra los incendios nuestra vivienda durante el próximo año. Al tomar la decisión, tendremos en cuenta nuestra riqueza en tres situaciones distintas: ahora (c_0); si se quema la casa (c_1); y si no se quema (c_2). Naturalmente, lo que nos preocupa realmente son nuestras posibilidades de consumo en cada caso, pero aquí utilizamos la riqueza como una aproximación del consumo. Si π_1 es la probabilidad de que se incendie la casa y π_2, la probabilidad de que no se incendie, nuestras preferencias en cuanto a estos tres consumos distintos puede representarse generalmente por medio de la función de utilidad $u(\pi_1, \pi_2, c_0, c_1, c_2)$.

Supongamos que estamos considerando la cantidad de riqueza que estaríamos dispuestos a ceder hoy a cambio de uno de los resultados posibles, por ejemplo, la cantidad de dinero que sacrificaríamos hoy para obtener algo más si se incendia la casa. *En ese caso, esta decisión debería ser independiente de la cantidad que pudiéramos consumir en el otro estado de la naturaleza, es decir, en el caso de que la vivienda no se incendiara.* Si se incendia, el valor de la riqueza adicional no debe depender de la riqueza que tendríamos si no se incendiara. Lo pasado, pasado está; por lo tanto, lo que *no ocurra* no debe afectar al valor que tiene el consumo en el resultado que sí ocurra.

Obsérvese que se trata únicamente de un *supuesto* sobre las preferencias de una persona, y que puede, por tanto, violarse. Cuando los individuos eligen entre dos cosas, normalmente cuenta la cantidad que tienen de una tercera. La elección entre el café y el té puede muy bien depender de la cantidad de leche que tengamos. Pero eso se debe a que consumimos el café con leche. Si tiráramos un dado para decidir si tomamos café *o* té *o* leche, la cantidad de leche que pudiéramos tomar no debería afectar a nuestras preferencias entre el café y el té. ¿Por qué? Porque obtendríamos una cosa o la otra: si obtuviéramos leche, sería irrelevante el hecho de que hubiéramos podido obtener café o té.

Por lo tanto, en la elección en condiciones de incertidumbre hay una "independencia" natural entre los diferentes resultados porque deben consumirse por separado, es decir, en diferentes estados de la naturaleza. Las elecciones que planean hacer los individuos en un estado deben ser independientes de las elecciones que planean hacer en otros. Este supuesto se denomina **supuesto de la independencia** e implica que la función de utilidad del consumo contingente adopta una estructura muy especial; tiene que ser aditiva de las diferentes cestas de consumo contingente.

En otras palabras, si c_1, c_2 y c_3 son los consumos correspondientes a diferentes estados de la naturaleza y π_1, π_2, y π_3, son las probabilidades de que se materialicen estos tres estados distintos, el supuesto de la independencia citado antes significa que la función de utilidad debe adoptar la forma siguiente:

$$U(c_1, c_2, c_3) = \pi_1 u(c_1) + \pi_2 u(c_2) + \pi_3 u(c_3).$$

Esto es lo que hemos llamado función de utilidad esperada. Obsérvese que ésta satisface, efectivamente, la propiedad de que la relación marginal de sustitución entre dos bienes es independiente de la cantidad que haya del tercero. La relación marginal de sustitución entre los bienes 1 y 2, por ejemplo, adopta la forma siguiente:

$$RMS_{12} = \frac{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_1}{\Delta U(c_1, c_2, c_3)/\Delta c_2}$$

$$= \frac{\pi_1 \Delta u(c_1)/\Delta c_1}{\pi_2 \Delta u(c_2)/\Delta c_2}.$$

Esta RMS depende únicamente de la cantidad que tengamos de los bienes 1 y 2 y no de la que tengamos del 3.

12.5 La aversión al riesgo

Antes afirmamos que la función de utilidad esperada tenía algunas propiedades muy útiles para analizar la elección en condiciones de incertidumbre. En este apartado mostraremos un ejemplo.

Aplicaremos el modelo de la utilidad esperada a un sencillo problema de elección. Supondremos que un consumidor tiene actualmente 10 euros de riqueza y que está considerando la posibilidad de participar en un juego en el que tiene un 50 por ciento de probabilidades de ganar 5 euros y un 50 por ciento de probabilidades de perderlos. Por lo tanto, su riqueza será aleatoria: tiene un 50 por ciento de probabilidades de acabar teniendo 5 euros y un 50 por ciento de probabilidades de acabar teniendo 15 euros. *El valor esperado* de su riqueza es de 10 euros y la utilidad esperada

$$\frac{1}{2}\, u(15) + \frac{1}{2} u(5).$$

La figura 12.2 representa este ejemplo. La utilidad esperada de la riqueza es la media de los dos números u(15 euros) y u(5 euros), llamada del valor esperado de la riqueza, que se llama u(10 euros). Obsérvese que en este gráfico la utilidad esperada de la riqueza es menor que la utilidad del valor esperado de la riqueza. Es decir,

$$u\left(\frac{1}{2}\ 15 + \frac{1}{2}\ 5\right) = u\ (10) > \frac{1}{2} u\ (15) + \frac{1}{2}\ u\ (5).$$

En este caso, decimos que el consumidor es **contrario a correr riesgos**, ya que prefiere tener el valor esperado de su riqueza a realizar un juego. Naturalmente, podría ocurrir que prefiriera una distribución aleatoria de la riqueza a su valor esperado, en cuyo caso diríamos que es un **amante del riesgo**. La figura 12.3 muestra un ejemplo.

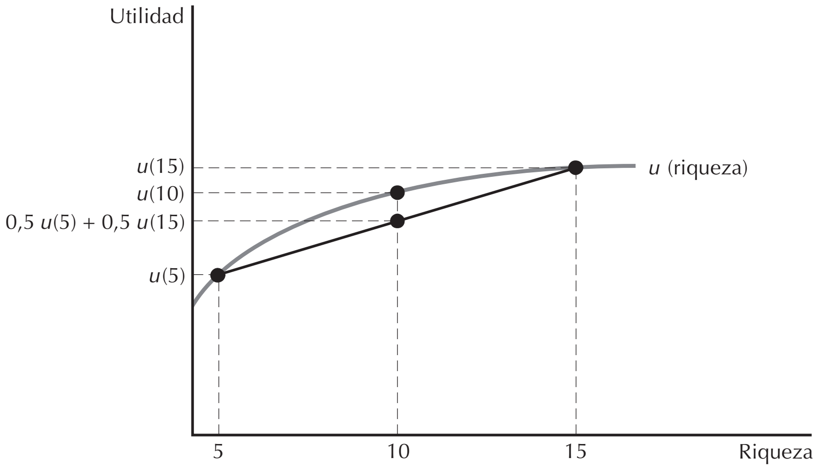


Figura 12.2. La aversión al riesgo. Para un consumidor contrario a correr riesgos, la utilidad del valor esperado de la riqueza, $u(10)$, es mayor que la utilidad esperada de la riqueza, $0{,}5u(5) + 0{,}5\ u(15)$.

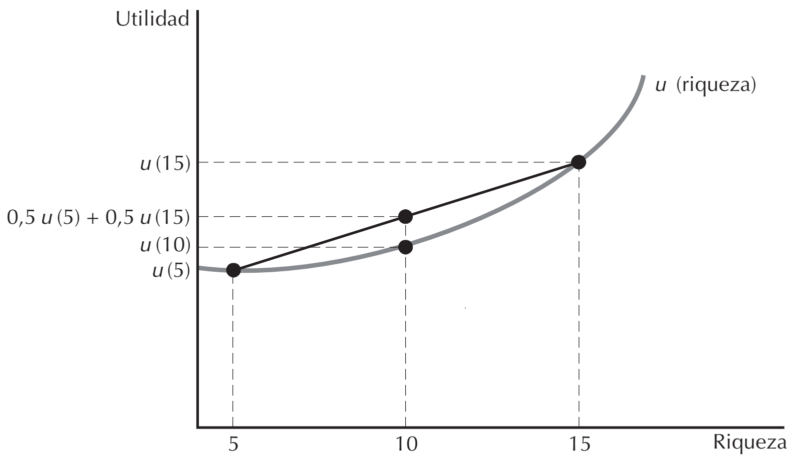


Figura 12.3. El amor al riesgo. Para un consumidor amante del riesgo, la utilidad esperada de la riqueza, $0{,}5u(5) + 0{,}5u(15)$, es mayor que la utilidad de su valor esperado, $u(10)$.

Obsérvese la diferencia entre la figura 12.2 y la 12.3. El consumidor contrario al riesgo tiene una función de utilidad *cóncava*, es decir, la pendiente de ésta es cada vez más horizontal a medida que aumenta la riqueza. El consumidor amante del riesgo tiene una función de utilidad *convexa*, es decir, la pendiente de ésta es cada vez más inclinada a medida que aumenta la riqueza. Por lo tanto, la curvatura de la función de utilidad mide la actitud del consumidor hacia el riesgo. En general, cuanto más cóncava es la función de utilidad, más contrario a correr riesgos es el consumidor y cuanto más convexa es, más amante del riesgo es el consumidor.

El caso intermedio es el de la función de utilidad lineal, en el cual el consumidor es **neutral ante el riesgo**: la utilidad esperada de la riqueza es la utilidad de su valor esperado. En este caso, al consumidor no le preocupa el riesgo de su riqueza, sino sólo su valor esperado.

Ejemplo: La demanda de un seguro

Apliquemos la estructura del valor esperado a la demanda de un seguro que analizamos antes. Recuérdese que en ese ejemplo el individuo tenía una riqueza de 35.000 euros y podía sufrir una pérdida de 10.000. La probabilidad de que sufriera esa pérdida era de un 1 por ciento y la compra de K euros de seguro le costaba γK. Examinando estos datos mediante curvas de indiferencia, vimos que la elección óptima del seguro dependía de la condición de que la relación marginal de sustitución entre el consumo correspondiente a los dos resultados —pérdida y no pérdida— debía ser igual a $-\gamma/(1-\gamma)$. Sea π la probabilidad de que el individuo experimente la pérdida y $1-\pi$ la probabilidad de que no la experimente.

Supongamos que el estado 1 es la situación en la que no hay pérdida, por lo que en ese estado la riqueza del individuo es

$$c_1 = 35.000 - \gamma K,$$

y que el estado 2 es la situación en la que hay pérdida, por lo que la riqueza es

$$c_2 = 35.000 - 10.000 + K - \gamma K.$$

En ese caso, la elección óptima de seguro depende de la condición de que la relación marginal del consumidor entre el consumo correspondiente a los dos resultados sea igual a la relación de precios:

$$RMS = \frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1-\pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1} = -\frac{\gamma}{1-\gamma}. \qquad [12.1]$$

Analicemos ahora la póliza de seguro desde el punto de vista de la compañía aseguradora. La probabilidad de que tenga que pagar K es π y la probabilidad de que no tenga que pagar nada es $(1-\pi)$. Independientemente de lo que ocurra, cobrará la prima γK. Por lo tanto, su beneficio esperado, P, es

$$P = \gamma K - \pi K - (1 - \pi).\ 0 = \gamma K - \pi K.$$

Supongamos que, en promedio, la compañía de seguros ni gana ni pierde con el contrato. Es decir, ofrece un seguro a una prima "justa", donde "justa" significa que su valor esperado es exactamente igual a su coste. En ese caso, tenemos

$$P = \gamma K - \pi K = 0,$$

lo que implica que $\gamma = \pi$.

Introduciendo este resultado en la ecuación [12.1], tenemos que

$$\frac{\pi \Delta u(c_2)/\Delta c_2}{(1 - \pi)\Delta u(c_1)/\Delta c_1} = \frac{\pi}{1 - \pi}.$$

Simplificando las π, nos queda el requisito de que la cantidad óptima de seguro debe satisfacer la condición

$$\frac{\Delta u(c_1)}{\Delta c_1} = \frac{\Delta u(c_2)}{\Delta c_2}. \qquad [12.2]$$

Esta ecuación nos dice que *la utilidad marginal que tiene un euro adicional de renta si ocurre la pérdida debe ser igual a la que tiene si no ocurre.*

Supongamos que el consumidor es contrario a correr riesgos; es decir, la utilidad marginal de su dinero es menor cuanto mayor es la cantidad que tiene. En ese caso, si $c_1 > c_2$, la utilidad marginal correspondiente a c_1 será menor que la utilidad correspondiente a c_2, y viceversa. Por otra parte, si las utilidades marginales de la renta son iguales en c_1 y c_2, como en la ecuación [12.2], entonces $c_1 = c_2$. Aplicando las fórmulas de c_1 y c_2:

$$35.000 - \gamma K = 25.000 + K - \gamma K,$$

lo que implica que $K = 10.000$ euros. Eso significa que si un consumidor contrario a correr riesgos tiene la oportunidad de comprar un seguro a una prima "justa", siempre decidirá asegurarse totalmente, ya que la utilidad que reporta la riqueza en cada estado depende únicamente de la cantidad total que tenga en cada uno de ellos —y no de la que podría tener en otro—, por lo que si las cantidades totales de riqueza que tiene en cada estado son iguales, sus utilidades marginales también deben ser iguales.

Resumiendo, si el consumidor es contrario a correr riesgos, maximiza la utilidad esperada, y si se le ofrece asegurarse contra una pérdida a una prima justa, tomará la decisión óptima de asegurarse totalmente.

12.6 La diversificación

Pasemos ahora a un tema diferente relacionado con la incertidumbre: las ventajas de la diversificación. Supongamos que estamos considerando la posibilidad de invertir 10 euros en dos empresas diferentes; una fabrica gafas de sol y la otra impermeables. Según las predicciones a largo plazo de los meteorólogos, el próximo verano tiene las mismas probabilidades de ser lluvioso que de ser soleado. ¿En qué debemos invertir el dinero?

¿No tendría sentido que protegiéramos nuestras apuestas e invirtiéramos una parte del dinero en cada una de ellas? Diversificando, podríamos obtener un rendimiento en ambas inversiones más seguro y, por lo tanto, más atractivo si somos contrarios a correr riesgos.

Supongamos, por ejemplo, que tanto las acciones de la empresa de impermeables como las de la empresa de gafas de sol cuestan actualmente 10 euros. Si el verano es lluvioso, las acciones de la empresa de impermeables valdrán 20 euros y las de la empresa de gafas de sol 5. En cambio, si el verano es soleado, las acciones de la empresa de gafas de sol valdrán 20 euros y las de la empresa de impermeables 5. Si invertimos las 10 euros en la empresa de gafas de sol, hacemos una apuesta en la que tenemos un 50 por ciento de probabilidades de ganar 20 euros y un 50 por ciento de probabilidades de ganar 5. Lo mismo ocurre si invertimos todo el dinero en la empresa de impermeables de sol: en ambos casos, el rendimiento esperado es de 12,5 euros.

Pero veamos qué ocurre si invertimos la mitad del dinero en cada una de las empresas. En ese caso, si el verano es soleado, obtendremos 10 euros en la inversión en gafas de sol y 2,50 en la inversión en impermeables. Pero si es lluvioso, obtendremos 10 euros en la inversión en impermeables y 2,50 en la inversión en gafas de sol. En ambos casos, tenemos la seguridad de que acabaremos obteniendo 12,50 euros. Diversificando la inversión en las dos empresas, conseguiremos reducir su riesgo global, sin alterar el rendimiento esperado.

La diversificación es muy sencilla en este ejemplo porque existe una correlación negativa perfecta entre los dos activos: cuando sube uno, baja el otro. Estas parejas de activos son extraordinariamente valiosas porque pueden reducir el riesgo espectacularmente. Sin embargo, por desgracia, también son difíciles de encontrar. La mayoría de los valores de los activos varían al unísono: cuando las acciones del Banco Bilbao Vizcaya están altas, también lo están las del Banco Popular y las del Santander. Aun así, en la medida en que las oscilaciones de los precios no estén *perfectamente* correlacionadas, la diversificación reportará algunas ventajas.

12.7 La difusión del riesgo

Volvamos al ejemplo del seguro. Antes analizamos la situación de un individuo que tenía 35.000 euros y una probabilidad de 0,01 de experimentar una pérdida de 10.000. Supongamos que hubiera 1.000 personas de ese tipo. En este caso, se incurriría, en promedio, en 10 pérdidas y, por lo tanto, cada año se perderían 100.000 euros. Cada una de estas 1.000 personas se enfrentaría a una *pérdida esperada* de 0,01 multiplicado por 10.000 euros, o sea, 10.000 anuales. Supongamos que la probabilidad de que una persona cualquiera experimentara una pérdida no afectara a la de que la experimentara otra. Es decir, supongamos que los riesgos fueran *independientes*.

En ese caso, cada individuo tendría una riqueza esperada de $0{,}99 \times 35.000$ euros + $0{,}01 \times 25.000$ euros = 34.900 euros. Pero cada uno soportaría también un gran riesgo: tendría un 1 por ciento de probabilidades de perder 10.000 euros.

Supongamos que cada consumidor decidiera *diversificar* el riesgo al que se enfrenta. ¿Cómo podría hacerlo? Vendiendo parte de su riesgo a otros. Supongamos que los 1.000 consumidores decidieran asegurarse mutuamente. Si uno de ellos sufriera una pérdida de 10.000 euros, cada uno de los 999 restantes le daría 10 euros. De esa forma, el pobre consumidor cuya vivienda se hubiera incendiado sería compensado por su pérdida y los demás estarían tranquilos porque sabrían que serían compensados si tuvieran la mala fortuna de que les ocurriera lo mismo a ellos. Este ejemplo es un caso de **difusión del riesgo:** cada consumidor difunde su riesgo a todos los demás y, de esa manera, reduce la cantidad de riesgo en el que incurre.

Ahora bien, en promedio se incendiarán 10 viviendas al año, por lo que cada uno de los 1.000 individuos pagará, por término medio, 100 euros al año. Pero éste no es más que el promedio. Unos años habrá, por ejemplo, 12 pérdidas y otros 8. La probabilidad de que una persona tenga que pagar realmente más de 200 euros, por ejemplo, en un año, es muy pequeña, pero aun así el riesgo está ahí.

No obstante, existe incluso una forma de diversificar este riesgo. Supongamos que los propietarios de viviendas acordaran pagar 100 euros al año, independientemente de que hubiera o no pérdidas. En ese caso, podrían crear un fondo de reserva para los años en que hubiera muchos incendios. Pagarían 100 euros año y ese dinero sería suficiente, en promedio, para indemnizar a aquellos a los que se les quemara su vivienda.

Como vemos, ahora tenemos algo muy parecido a una compañía de seguros cooperativa. Desde luego, una compañía de seguros tiene otros rasgos: invierte el fondo de reservas y obtiene intereses por sus activos, etc., pero lo esencial lo constituyen los aspectos anteriores.

12.8 El papel de la bolsa de valores

La bolsa de valores desempeña un papel parecido al del mercado de seguros, en el sentido de que permite difundir el riesgo. Recuérdese que en el capítulo 11 afirmamos que permitía a los propietarios iniciales de las empresas convertir su flujo de rendimientos a lo largo del tiempo en una cantidad global. Pues bien, la bolsa también les permite convertir una posición arriesgada, en la que toda la riqueza esté ligada a una única empresa en una situación en la que inviertan la misma cantidad en activos muy diversos. Los propietarios iniciales de la empresa tienen un incentivo para emitir acciones en su sociedad con el fin de difundir el riesgo de esa única empresa a un gran número de accionistas.

Del mismo modo, los accionistas de una sociedad anónima pueden recurrir a la bolsa para redistribuir sus riesgos. Si una persona es accionista de una empresa que ha adoptado una política demasiado arriesgada o demasiado conservadora para su gusto, puede vender esas acciones y comprar otras.

En el caso del seguro, un individuo podía reducir su riesgo a cero comprando un seguro. Por una prima fija de 100 euros, podía asegurarse totalmente contra una pérdida de 10.000, debido a que en conjunto no existía casi ningún riesgo: si la probabilidad de experimentar una pérdida era de un 1 por ciento, 10 de las 1.000 personas se enfrentaban, en promedio, a una pérdida; lo único que no sabíamos era quiénes eran esas personas.

En el caso de la bolsa, subsiste un riesgo global. Un año pueden obtenerse buenos resultados y otro año malos, y alguien tiene que correr con ese tipo de riesgo. La bolsa permite transferir inversiones arriesgadas de las personas que no quieren correr riesgos a las que están dispuestas a correrlos.

Naturalmente, salvo a los jugadores empedernidos, a pocas personas les *gusta* correr riesgos: la mayoría son contrarias a correr riesgos. Por lo tanto, la bolsa permite transferir riesgos de las personas que no quieren correrlos a las que están dispuestas a hacerlo si se les compensa suficientemente por ello. En el siguiente capítulo analizaremos esta idea más detalladamente.

Resumen

1. El consumo en diferentes estados de la naturaleza puede estudiarse como diferentes bienes de consumo, aplicando el análisis de los capítulos anteriores a la elección en condiciones de incertidumbre.
2. Sin embargo, la función de utilidad que resume la conducta de la elección en condiciones de incertidumbre puede tener una estructura especial. En particular, si es lineal en las probabilidades, la utilidad asignada a un juego será la utilidad esperada de los diferentes resultados.

3. La curvatura de la función de utilidad esperada describe la actitud del consumidor hacia el riesgo. Si es cóncava, el consumidor es contrario a correr riesgos y si es convexa, el consumidor es amante del riesgo.
4. Las instituciones financieras, como los mercados de seguros y la bolsa de valores, permiten a los consumidores diversificar y difundir el riesgo.

Problemas

1. ¿Cómo podemos alcanzar los puntos de consumo situados a la izquierda de la dotación de la figura 12.1?
2. ¿Cuáles de las funciones de utilidad siguientes tienen la propiedad de la utilidad esperada? (a) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = a(\pi_1 c_1 + \pi_2 c_2)$, (b) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 c_1 + \pi_2 c_2^2$, (c) $u(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 \ln c_1 + \pi_2 \ln c_2 + 17$.
3. Un individuo contrario al riesgo tiene la posibilidad de elegir entre un juego que le permite ganar 1.000 euros con una probabilidad de un 25 por ciento y de ganar 100 con una probabilidad de un 75 por ciento o un pago de 325 euros. ¿Cuál elegirá?
4. ¿Qué ocurriría si el pago fuera de 320 euros?
5. Representemos gráficamente una función de utilidad que muestre una conducta amante del riesgo en los juegos en los que se arriesgan pequeñas sumas de dinero, y una conducta contraria al riesgo en los juegos en los que se arriesgan grandes sumas de dinero.
6. ¿Por qué podría tener más dificultades un grupo de vecinos en asegurarse colectivamente contra las inundaciones que contra los incendios?

Apéndice

Examinemos un sencillo problema para demostrar los principios de la maximización de la utilidad esperada. Supongamos que el consumidor tiene la riqueza w y está considerando la posibilidad de invertir una cantidad x en un activo incierto. Este activo podría generar un rendimiento r_b en el resultado "bueno" o r_m en el "malo". El lector debe suponer que r_b es un rendimiento positivo (aumenta el valor del activo) y r_m un rendimiento negativo (disminuye el valor del activo).

Por lo tanto, la riqueza que tendrá el consumidor en el resultado bueno y en el malo será

$$W_b = (w - x) + x(1 + r_b) = w + xr_b$$
$$W_m = (w - x) + x(1 + r_m) = w + xr_m.$$

Supongamos que el resultado bueno tiene una probabilidad π de ocurrir y el malo tiene una probabilidad $(1 - r)$. En ese caso, si el consumidor decide invertir x euros, la utilidad esperada será

$$UE(x) = \pi u(w + xr_b) + (1 - \pi)u(w + xr_m).$$

El consumidor desea elegir la cantidad x que maximice esta expresión.

Derivando con respecto a x, averiguamos cómo varía la utilidad cuando varía x:

$$UE'(x) = \pi u'(w + xr_b)r_b + (1 - \pi)u'(w + xr_m)r_m. \qquad [12.3]$$

La derivada segunda de la utilidad con respecto a x es:

$$UE''(x) = \pi u''(w + xr_b)r_b^2 + (1 - \pi)u''(w + xr_m)r_m^2. \qquad [12.4]$$

Si el consumidor es contrario al riesgo, su función de utilidad será cóncava, lo que implica que $u''(w) < 0$, cualquiera que sea su nivel de riqueza. Por lo tanto, la derivada segunda de la utilidad esperada será inequívocamente negativa. La utilidad esperada será una función cóncava de x.

Consideremos el cambio de la utilidad esperada del primer euro invertido en el activo incierto, que nos viene dado por la ecuación [12.3] evaluando la derivada en el punto $x = 0$:

$$\begin{aligned} UE'(0) &= \pi u'(w)r_b + (1 - \pi)u'(w)r_m \\ &= u'(w)[\pi r_b + (1 - \pi)r_m]. \end{aligned}$$

La expresión que se encuentra entre paréntesis es el **rendimiento esperado** del activo. Si éste es negativo, la utilidad esperada debe disminuir cuando se invierte en el activo el primer euro. Pero dado que la derivada segunda de la utilidad esperada es negativa debido a la concavidad, la utilidad debe continuar disminuyendo conforme se invierten euros adicionales.

Por lo tanto, hemos visto que si el *valor esperado* de un juego es negativo, una persona contraria a correr riesgos tendrá la máxima *utilidad esperada* en el punto $x^* = 0$: no querrá participar en una acción que le supone una pérdida.

En cambio, si el rendimiento esperado de un activo es positivo, el aumento de x a partir de cero incrementará la utilidad esperada, por lo que siempre querrá invertir algo en un activo incierto, independientemente de lo contrario que sea a correr riesgos.

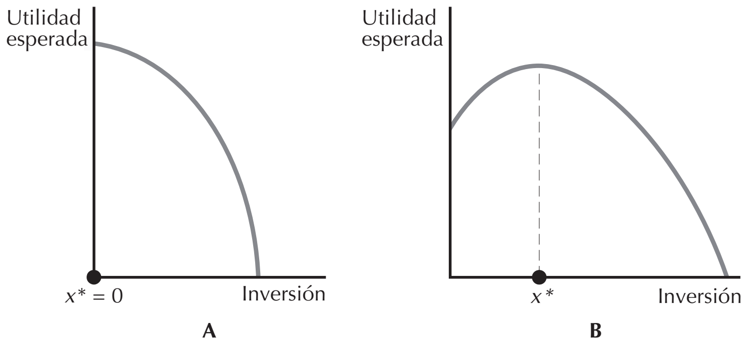


Figura 12.4. Cuánto invertir en el activo incierto. En la parte A, la inversión óptima es cero, pero en la B el consumidor desea invertir una cantidad positiva.

La figura 12.4 muestra la utilidad esperada en función de x. En la 12.4A, el rendimiento esperado es negativo y la elección óptima $x^* = 0$. En la 12.4B, el rendimiento esperado es positivo a lo largo de un intervalo, por lo que el consumidor desea invertir una cantidad positiva x^* en el activo incierto.

La cantidad óptima que debe invertir depende de la condición de que la derivada de la utilidad esperada con respecto a x sea igual a cero. Dado que la derivada segunda de la utilidad es automáticamente negativa, debido a la concavidad, este punto será un máximo global.

Igualando [12.3] a cero, tenemos que

$$UE'(x) = \pi u'(w + xr_b)r_b + (1 - \pi)u'(w + xr_m)r_m = 0. \qquad [12.5]$$

Esta ecuación determina la elección óptima de x por parte del consumidor en cuestión.

Ejemplo: La influencia de los impuestos en la inversión en activos inciertos

¿Cómo se comporta el nivel de inversión en un activo incierto cuando se grava su rendimiento? Si el individuo cotiza a un tipo impositivo t, los rendimientos, una vez deducidos los impuestos, serán $(1 - t)r_b$ y $(1 - t)r_m$. Por lo tanto, la condición de primer orden que determina su inversión óptima, x, será

$$UE'(x) = \pi u'(w + x(1 - t)r_b)(1 - t)r_b + (1 - \pi)u'(w + x(1 - t)r_m)(1 - t)r_m = 0.$$

Simplificando los términos $(1 - t)$, tenemos que

$$UE'(x) = \pi u'(w + x(1 - t)r_b)r_b + (1 - \pi)u'(w + x(1 - t)r_m)r_m = 0. \qquad [12.6]$$

Sea x^* la solución del problema de maximización sin impuestos —cuando $t = 0$— y $\hat{x}$ la solución del problema de maximización con impuestos. ¿Qué relación hay entre x^* y $\hat{x}$?

Probablemente el primer impulso del lector sea pensar que $x^* > \hat{x}$, que los impuestos sobre un activo incierto tienden a disuadir a los individuos de invertir en él. Sin embargo, eso es totalmente erróneo. Si se grava un activo incierto de la forma que describimos antes, se fomenta de hecho la inversión en él.

En realidad, existe una relación exacta entre x^* y $\hat{x}$:

$$\hat{x} = \frac{x^*}{1-t}.$$

Para demostrarlo basta observar que este valor de x satisface la condición de primer orden de la elección óptima en ausencia del impuesto. Introduciendo esta elección en la ecuación [12.6], tenemos que

$$\begin{aligned} UE'(\hat{x}) &= \pi u'\left(w + \frac{x^*}{1-t}(1-t)r_b\right)r_b \\ &\quad + (1-\pi)u'\left(w + \frac{x^*}{1-t}(1-t)r_m\right)r_m \\ &= \pi u'(w + x^*r_b)r_b + (1-\pi)u'(w + x^*r_m)r_m = 0, \end{aligned}$$

donde la última igualdad se deduce del hecho de que x^* es la solución óptima cuando no hay impuestos.

¿Qué ocurre aquí? ¿Cómo puede ser que cuando se grava un activo incierto aumenta la cantidad invertida en él? Cuando se establece un impuesto, el individuo tiene una ganancia menor en el estado bueno, pero también tiene *una pérdida menor en el malo*. Multiplicando su inversión inicial por $1/(1-t)$, el consumidor puede reproducir los mismos rendimientos *una vez deducidos los impuestos* que tenía antes de que se introdujera éste. El impuesto reduce su rendimiento esperado, pero también su riesgo: aumentando la inversión, el consumidor puede obtener exactamente el mismo de tipo de rendimiento que antes y, de esa forma, contrarrestar totalmente el efecto del impuesto. Un impuesto sobre una inversión incierta representa un impuesto sobre la ganancia cuando el rendimiento es positivo, pero representa una subvención sobre la pérdida cuando el rendimiento es negativo.

13. Los activos inciertos

En el capítulo anterior examinamos un modelo de la conducta del individuo en condiciones de incertidumbre y el papel de dos instituciones económicas para hacer frente a la misma: los mercados de seguros y las bolsas de valores. En este capítulo veremos más detalladamente cómo las bolsas distribuyen el riesgo. Para ello es útil analizar un modelo simplificado de conducta en condiciones de incertidumbre.

13.1 La media y la varianza de la utilidad

En el capítulo anterior analizamos el modelo de la elección en condiciones de incertidumbre basada en la utilidad esperada. También puede analizarse ésta describiendo las distribuciones de probabilidades, que son los objetos de elección, mediante algunos parámetros definitorios de la función de utilidad. El ejemplo más conocido es el **modelo de la media y la varianza.** En lugar de suponer que las preferencias de un consumidor dependen de toda la distribución de probabilidades de su riqueza en todos los resultados posibles, suponemos que sus preferencias también pueden describirse considerando unos pocos estadísticos que resumen la distribución de probabilidades de su riqueza.

Supongamos que una variable aleatoria w adopta los valores w_s, cuando $s = 1, \ldots, S$ con la probabilidad π_s. La **media** de una distribución de probabilidades es simplemente

$$\mu_w = \sum_{s=1}^{S} \pi_s w_s .$$

Ésta es la media ponderada de los valores correspondientes a cada resultado w_s, utilizando como pesos las probabilidades de que ocurran.

La **varianza** de una distribución de probabilidades es el valor medio de $(w - \mu_w)^2$:

$$\sigma_w^2 = \sum_{s=1}^{S} \pi_s (w_s - \mu_w)^2.$$

La varianza mide la "dispersión" de la distribución y es una medida razonable del grado de riesgo implícito. Otro indicador estrechamente relacionado con éste es la **desviación típica,** representada por σ_w, que es la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma_w = \sqrt{\sigma_w^2}.$$

La media de una distribución de probabilidades mide el valor en torno al cual está centrada la distribución. La varianza de la distribución mide su "dispersión", es decir, la dispersión en torno a la media. Para una representación gráfica de las distribuciones de probabilidades con diferentes medias y varianzas, véase la figura 13.1.

El modelo de la media y la varianza supone que la utilidad de una distribución de probabilidades que da al inversor una riqueza w_s con una probabilidad de π_s puede expresarse en función de la media y la varianza de esa distribución, $u(\mu_w, \sigma_w^2)$; o, si es más cómodo, en función de la medida y la desviación típica, $u(u_w, \sigma_w)$. Dado que tanto la varianza como la desviación típica son medidas del riesgo de la distribución de la riqueza, podemos suponer que la utilidad depende de cualquiera de las dos.

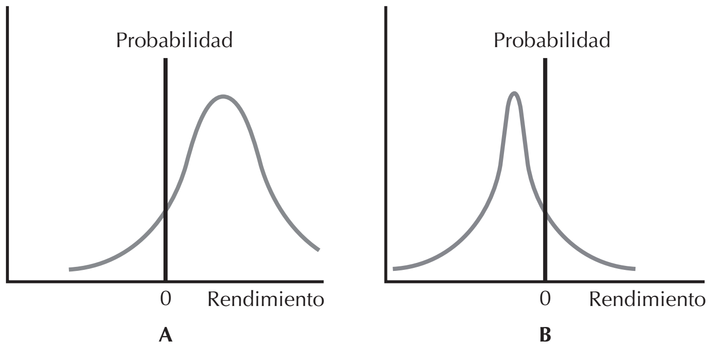


Figura 13.1. La media y la varianza. La distribución de probabilidades representada en la parte A tiene una media positiva, y la representada en la B tiene una media negativa. La distribución de la parte A está más "dispersa" que la de la B, lo que significa que su varianza es mayor.

Este modelo puede concebirse como una simplificación del modelo de la utilidad esperada descrito en el capítulo anterior. Si las decisiones que se toman pueden caracterizarse totalmente en función de su media y su varianza, una función de utilidad basada en la media y la varianza será capaz de ordenar las elecciones de la misma forma que una función de utilidad esperada. Por otro lado, incluso aunque las distribuciones de probabilidad no puedan caracterizarse totalmente por sus medias y sus varianzas, el modelo de la media y la varianza puede muy bien emplearse como una aproximación razonable del modelo de la utilidad esperada.

Nos basaremos en el supuesto natural de que un rendimiento esperado mayor es bueno, manteniéndose todo lo demás constante, y que una varianza mayor es mala. Ésta no es más que otra forma de expresar el supuesto de que normalmente los individuos son contrarios al riesgo.

Utilicemos el modelo de la media y la varianza para analizar un sencillo problema de cartera de valores. Supongamos que podemos invertir en dos activos diferentes. Uno de ellos, el **activo libre de riesgo,** siempre tiene una tasa de rendimiento fija, r_f. Sería algo así como un pagaré del Tesoro que tiene un tipo de interés fijo independientemente de lo que ocurra.

El otro es un **activo incierto.** Supongamos que es una inversión en un gran fondo de inversión que compra acciones. Si la bolsa marcha bien, nuestra inversión obtendrá buenos resultados. Si marcha mal, nuestra inversión obtendrá malos resultados. Sea m_s el rendimiento del activo si ocurre el estado s; π_s la probabilidad de que ocurra; r_m, el rendimiento esperado del activo incierto y σ_m la desviación típica de su rendimiento.

Naturalmente, no tenemos por qué elegir uno solo de estos activos; normalmente, podemos dividir nuestra riqueza entre los dos. Si invertimos una parte x en el activo incierto y una parte $(1 - x)$ en el activo libre de riesgo, el rendimiento medio de nuestra cartera será

$$
\begin{aligned}
r_x &= \sum_{s=1}^{S} (xm_s + (1 - x)r_f)\,\pi_s \\
&= x\sum_{s=1}^{S} m_s\pi_s + (1 - x)r_f \sum_{s=1}^{S} \pi_s.
\end{aligned}
$$

Dado que $\sum \pi_s = 1$, tenemos que

$$r_x = xr_m + (1 - x)r_f.$$

Por lo tanto, el rendimiento esperado de la cartera es una media ponderada de los dos rendimientos esperados.

La varianza del rendimiento de nuestra cartera es

$$\sigma_w^2 = \sum_{s=1}^{S} (xm_s + (1 - x)r_f - r_x)^2\,\pi_s.$$

Sustituyendo r_x por su valor, tenemos que

$$
\begin{aligned}
\sigma_w^2 &= \sum_{s=1}^{S} (xm_s - xr_m)^2\,\pi_s \\
&= \sum_{s=1}^{S} x^2\,(m_s - r_m)^2\pi_s \\
&= x^2\sigma_m^2.
\end{aligned}
$$

Así pues, la desviación típica del rendimiento de la cartera es

$$\sigma_x = \sqrt{x^2\sigma_m^2} = x\sigma_m.$$

Es natural, que $r_m > r_f$ ya que un inversor contrario a correr riesgos nunca tendría un activo incierto si éste tuviera un rendimiento esperado más bajo que un activo libre de riesgo. Por lo tanto, si decidimos invertir una parte mayor de nuestra riqueza en el activo incierto, obtendremos un rendimiento esperado mayor, pero también correremos un mayor riesgo. La figura 13.2 representa esta situación.

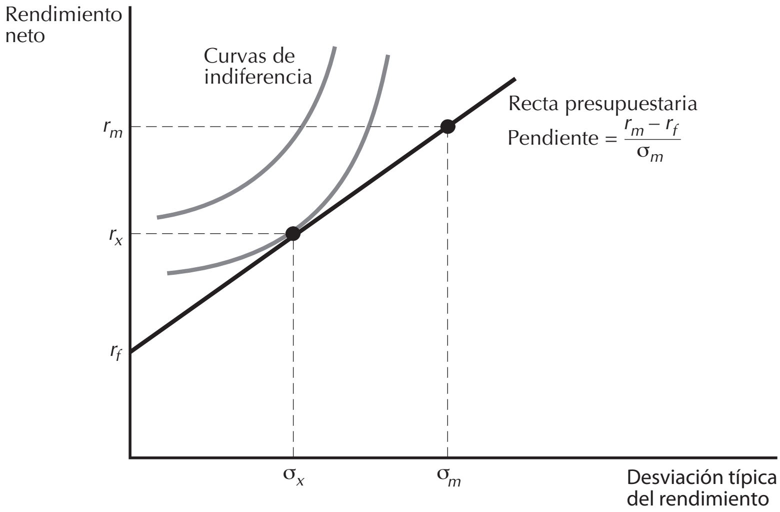


Figura 13.2. El riesgo y el rendimiento. La recta presupuestaria mide el coste de lograr un mayor rendimiento esperado en función de su mayor desviación típica. En la elección óptima, la curva de indiferencia debe ser tangente a esta recta presupuestaria.

Si $x = 1$, invertimos todo el dinero en el activo incierto y tenemos un rendimiento esperado y una desviación típica de (r_m, σ_m). Si $x = 0$, invertimos toda la riqueza en el activo seguro y tenemos un rendimiento esperado y una desviación típica de $(r_f, 0)$. Y si x se encuentra entre 0 y 1, acabamos en algún lugar situado en algún punto intermedio de esa recta, que es una recta presupuestaria que describe el balance que hace el mercado entre el riesgo y el rendimiento.

Dado que estamos suponiendo que las preferencias de los individuos sólo dependen de la media y de la varianza de su riqueza, podemos trazar curvas de indiferencia para mostrar sus preferencias en cuanto al riesgo y al rendimiento. Si son contrarios a correr riesgos, un rendimiento esperado mayor mejorará su bienestar y una desviación típica mayor lo empeorará. Eso significa que la desviación típica es un "mal", lo que implica que las curvas de indiferencia tienen pendiente positiva, como muestra la figura 13.2.

En la elección óptima de riesgo y rendimiento, la pendiente de la curva de indiferencia tiene que ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria de la figura 13.2. Esta pendiente podría llamarse **precio del riesgo,** ya que mide la cantidad de riesgo y de rendimiento que puede intercambiarse cuando se elige una cartera de valores. Si examinamos la figura 13.2, veremos que el precio del riesgo es

$$p = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}. \qquad [13.1]$$

Por lo tanto, nuestra elección óptima de cartera entre el activo seguro y el incierto es aquella en la que la relación marginal de sustitución entre el riesgo y el rendimiento es igual al precio del riesgo:

$$RMS = -\frac{\Delta U/\Delta\sigma}{\Delta U/\Delta\mu} = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}. \qquad [13.2]$$

Supongamos ahora que hay muchas personas que eligen entre estos dos activos. Cada una de ellas tiene una relación marginal de sustitución igual al precio del riesgo. Por lo tanto, en condiciones de equilibrio las RMS de todas deben ser iguales: cuando se les da suficientes oportunidades para intercambiar riesgos, el precio del riesgo de equilibrio es el mismo para todas ellas. En este sentido, el riesgo es como cualquier otro bien.

Utilizaremos las ideas que hemos expuesto en los capítulos anteriores para observar cómo varían las elecciones cuando cambian los parámetros del problema. En este modelo puede utilizarse el análisis de los bienes normales, los bienes inferiores, la preferencia revelada, etc. Supongamos, por ejemplo, que a una persona se le ofrece la posibilidad de invertir en un nuevo activo incierto y, que tiene un rendimiento medio de r_y y una desviación típica de σ_y, como muestra la figura 13.3.

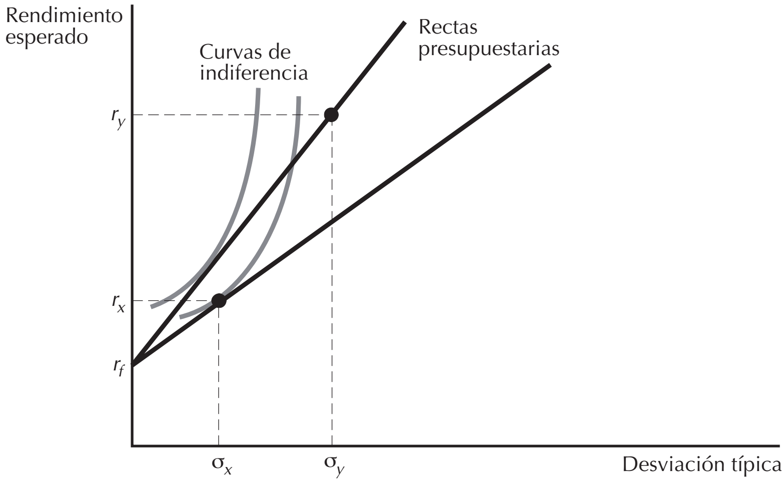


Figura 13.3. Preferencias entre el riesgo y el rendimiento. El activo que tiene la combinación de riesgo y de rendimiento y es preferido al que tiene la combinación *x*.

Si se le ofrece la posibilidad de elegir entre la inversión *x* y la *y*, ¿cuál elegirá? La figura 13.3 muestra el conjunto presupuestario inicial y el nuevo. Obsérvese que todas las elecciones de riesgo y rendimiento que eran posibles en el conjunto presupuestario inicial son posibles en el nuevo ya que contiene el antiguo. Por lo tanto, invertir en el activo *y* y en el activo libre de riesgo es claramente mejor que invertir en *x* y en el activo libre de riesgo, ya que puede elegirse una cartera final mejor.

El hecho de que pueda elegirse la cantidad de riesgo y de rendimiento del activo incierto es muy importante para este argumento. Si fuera una cuestión de "todo o nada" en la que el consumidor se viera obligado a invertir todo el dinero en *x* o en *y*, el resultado sería muy diferente. En el ejemplo representado en la figura 13.3, el consumidor preferiría invertir todo el dinero en *x* a invertirlo todo en *y*, ya que *x* se encuentra en una curva de indiferencia más alta que *y*. Pero si puede combinar el activo incierto con el que está libre de riesgo, siempre preferirá combinar con *y* que combinar con *x*.

13.2 Cómo se mide el riesgo

Tenemos un modelo que describe el precio del riesgo, pero ¿cómo medimos la cantidad de riesgo que tiene un activo? Probablemente lo primero en que piense el lector sea en la desviación típica de su rendimiento. Después de todo, estamos suponiendo que la utilidad depende de la media y de la varianza de la riqueza, ¿no?

En el ejemplo anterior, en el que sólo había un activo incierto, esto es totalmente correcto: la cantidad de riesgo de un activo incierto es su desviación típica. Pero si hay muchos activos inciertos, la desviación típica no es una medida adecuada para averiguar la cantidad de riesgo de un activo, ya que la utilidad del consumidor depende de la media y de la varianza de la riqueza total y no de la media y de la varianza de uno de los activos que posea. Lo importante es saber qué *relación* hay entre los rendimientos de los diferentes activos que tiene el consumidor para crear una media y una varianza de su riqueza. Al igual que sucede en el resto de la economía, lo que determina el valor de un activo dado es su influencia marginal en la utilidad total y no su valor como activo considerado por sí solo. Lo mismo que el valor de una taza de café puede depender de la cantidad que haya de leche, la cantidad que esté dispuesta a pagar una persona por una acción adicional de un activo incierto depende de su relación con los demás activos de la cartera.

Supongamos, por ejemplo, que estamos considerando la posibilidad de comprar dos activos y que sabemos que sólo pueden ocurrir dos cosas. El activo A puede valer o 10 euros o –5 y el B o –5 o 10. Pero cuando el activo A valga 10 euros, el B valdrá –5 y viceversa. En otras palabras, los valores de los dos activos están *correlacionados negativamente*: cuando uno tiene un valor alto, el otro tiene un valor bajo.

Supongamos que los dos resultados son igualmente probables, por lo que el valor medio de cada activo es de 2,5 euros. En ese caso, si no nos importa el riesgo y debemos invertir en uno de los activos o en el otro, la cantidad máxima que estaremos dispuestos a pagar por cualquiera de los dos será 2,5 euros, que es el valor esperado de cada activo. Si somos contrarios al riesgo, estaremos dispuestos a pagar aún menos.

Pero ¿qué ocurre si podemos invertir en los dos activos? En ese caso, si adquirimos una acción de cada uno, recibiremos 5 euros cualquiera que sea el resultado. Siempre que un activo valga 10 euros, el otro valdrá –5 euros. Por lo tanto, si podemos comprar ambos activos, la cantidad que estaremos dispuestos a pagar para comprar *ambos* será de 5.

Este ejemplo muestra expresivamente que el valor de un activo depende, en general, de cómo esté correlacionado con otros. Los activos que varían en sentido contrario —es decir, que están correlacionados negativamente— son muy valiosos porque reducen el riesgo global. En general, el valor de un activo tiende a depender mucho más de la correlación de su rendimiento con otros activos que de su propia variación. Por lo tanto, su cantidad de riesgo depende de su correlación con otros activos.

Es útil medir el riesgo de un activo en relación con el de la bolsa en su conjunto. Este riesgo se denomina **beta** y se representa mediante la letra griega β. Así, por ejemplo, si i es una acción, β_i es su riesgo en relación con el del conjunto de mercado. En términos generales,

$$\beta_i = \frac{\text{grado de riesgo del activo } i}{\text{grado de riesgo de la bolsa}}.$$

Si una acción tiene una beta de 1, tiene el mismo riesgo que el mercado en su conjunto; cuando éste suba un 10 por ciento, la acción también subirá, en promedio, un 10 por ciento. Si tiene una beta menor que 1, cuando el mercado suba un 10 por ciento, la acción subirá en un porcentaje menor. La beta de una acción puede estimarse mediante métodos estadísticos para averiguar qué sensibilidad tienen las fluctuaciones de una variable en relación con otra. Existen muchas asesorías financieras que se dedican a estimar la beta de las acciones.[1]

13.3 El riesgo de contraparte

Las instituciones financieras no sólo prestan dinero a las personas sino que también se prestan entre sí. Siempre existe la posibilidad de que el deudor no devuelva el préstamo; este riesgo se conoce, a veces, con el nombre de **riesgo de contraparte**.

Para ver cómo funciona, imaginemos 3 bancos, A, B y C. El banco A debe al B mil millones de euros; el banco B debe al C mil millones de euros; y el banco C debe al A mil millones de euros. Supongamos que el banco A se queda sin dinero y no devuelve el préstamo. Ahora el banco B tiene mil millones de euros menos y no puede pagar al banco C. El banco C, a su vez, no puede pagar al banco A, endeudando aún más a este banco. Este tipo de efecto se conoce con el nombre de **contagio financiero** o **riesgo sistémico**. Es una versión muy simplificada de lo que les ocurrió en Estados Unidos a las instituciones financieras en el otoño de 2008.

¿Cuál es la solución? Una manera de resolver este tipo de problema es tener un "prestamista de última instancia", que normalmente es un banco central. El banco A puede acudir al banco central y solicitar un préstamo de emergencia de mil millones de euros. Ahora devuelve su préstamo al banco B, el cual paga a su vez al banco C, el cual paga a su vez al banco A. Ahora el banco A tiene suficientes activos para devolver el préstamo al banco central.

Este ejemplo está, por supuesto, excesivamente simplificado. La deuda neta entre los tres bancos es cero. Si se hubieran reunido para comparar activos y pasivos, lo habrían descubierto. Sin embargo, cuando los activos y los pasivos abarcan miles de instituciones financieras, resulta difícil averiguar las posiciones netas y ésa es la razón por la que pueda ser necesario un prestamista de última instancia.

[1] Para los lectores que tengan conocimientos de estadística, la beta de una acción se define de la forma siguiente: $\beta_i = \text{cov}(\tilde{r}_i, \tilde{r}_m) / \text{var}(\tilde{r}_m)$. Es decir, β_i es la covarianza entre el rendimiento de la acción y el rendimiento del mercado dividida por la varianza del rendimiento del mercado.

13.4 El equilibrio en un mercado de activos inciertos

Nos encontramos ya en condiciones de formular la condición de equilibrio de un mercado de activos inciertos. Recuérdese que en un mercado en el que sólo hay rendimientos seguros, todos los activos tienen la misma tasa de rendimiento. En este caso, el principio es parecido: todos los activos tienen necesariamente la misma tasa de rendimiento, una vez ajustada para tener en cuenta el riesgo.

Lo difícil es realizar este ajuste. ¿Cómo se hace? El análisis de la elección óptima nos da la respuesta. Recuérdese que explicamos la elección de una cartera óptima que contenía un activo libre de riesgo y uno incierto. Suponíamos que el activo incierto era un fondo de inversión, es decir, una cartera diversificada que contenía muchos activos inciertos. En este apartado, supondremos que los activos de esta cartera son *todos* activos inciertos.

Podemos, pues, identificar el rendimiento esperado de esta cartera de activos inciertos con el rendimiento esperado del mercado, r_m, e identificar la desviación típica del rendimiento del mercado con el riesgo del mercado, σ_m. El rendimiento del activo seguro es r_f, que es el rendimiento libre de riesgo.

En la ecuación [13.1] vimos que el precio del riesgo, p, es

$$p = \frac{r_m - r_f}{\sigma_m}.$$

Antes dijimos que la cantidad de riesgo de un activo dado i en relación con el riesgo total del mercado es β_i, lo que significa que para medir la cantidad total de riesgo del activo i, tenemos que multiplicar esta cantidad por el riesgo del mercado, σ_m. Por lo tanto, el riesgo total del activo i es $\beta_i \sigma_m$.

¿Cuál es el coste de este riesgo? Para averiguarlo basta multiplicar la cantidad total de riesgo, $\beta_i \sigma_m$ por el precio del riesgo. De esa forma se obtiene el *ajuste para tener en cuenta el riesgo:*

$$\begin{aligned} \text{ajuste del riesgo} &= \beta_i \sigma_m p \\ &= \beta_i \sigma_m \frac{r_m - r_f}{\sigma_m} \\ &= \beta_i (r_m - r_f). \end{aligned}$$

Ahora ya podemos formular la condición de equilibrio del mercado de activos inciertos: en condiciones de equilibrio, todos los activos deben tener la misma tasa de rendimiento ajustada para tener en cuenta el riesgo. Ya explicamos por qué en el capítulo 12: si un activo tuviera una tasa de rendimiento ajustada para tener en cuenta el riesgo más alta que otro, todo el mundo querría comprarlo. Por lo tanto, en condiciones de equilibrio las tasas de rendimiento ajustadas para tener en cuenta el riesgo deben ser iguales.

Si hay dos activos, i y j, que tienen los rendimientos esperados r_i y r_j y las betas β_i y β_j en condiciones de equilibrio debe satisfacerse la siguiente condición:

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) = r_j - \beta_j(r_m - r_f).$$

Esta ecuación nos dice que, en condiciones de equilibrio, los rendimientos ajustados para tener en cuenta el riesgo de los dos activos deben ser iguales. El ajuste para tener en cuenta el riesgo se realiza multiplicando el riesgo total del activo por el precio del riesgo.

Existe otra forma de expresar esta condición. El activo libre de riesgo debe tener, por definición, una $\beta_f = 0$, ya que tiene un riesgo nulo y mide la cantidad de riesgo de un activo. Por lo tanto, en el caso de un activo cualquiera i, debe cumplirse que

$$r_i - \beta_i(r_m - r_f) = r_f - \beta_f\,(r_m - r_f) = r_f$$

o, lo que es lo mismo,

$$r_i = r_f + \beta_i\,(r_m - r_f),$$

es decir, el rendimiento esperado de un activo cualquiera debe ser el rendimiento libre de riesgo más el ajuste para tener en cuenta el riesgo. Este último término refleja el rendimiento adicional que exigen los individuos para aceptar el riesgo del activo. Esta ecuación es el principal resultado del **modelo de la fijación del precio de los activos de capital (MPAC),** que se utiliza frecuentemente en el estudio de los mercados financieros.

13.5 Cómo se ajustan los rendimientos

Cuando estudiamos los mercados de activos en ausencia de incertidumbre, mostramos cómo se ajustaban los precios para igualar los rendimientos. Analicemos aquí este mismo proceso de ajuste.

Según el modelo que acabamos de esbozar, el rendimiento esperado de un activo debe ser el rendimiento libre de riesgo más la prima por el riesgo:

$$r_i = r_f + \beta_i\,(r_m - r_f).$$

En la figura 13.4 representamos esta recta en un gráfico en el que el eje de abscisas muestra los diferentes valores de la beta, y el de ordenadas los diferentes rendimientos esperados. Según nuestro modelo, todos los activos que se encuentran en equilibrio tienen que hallarse a lo largo de esta recta, llamada **recta de mercado.**

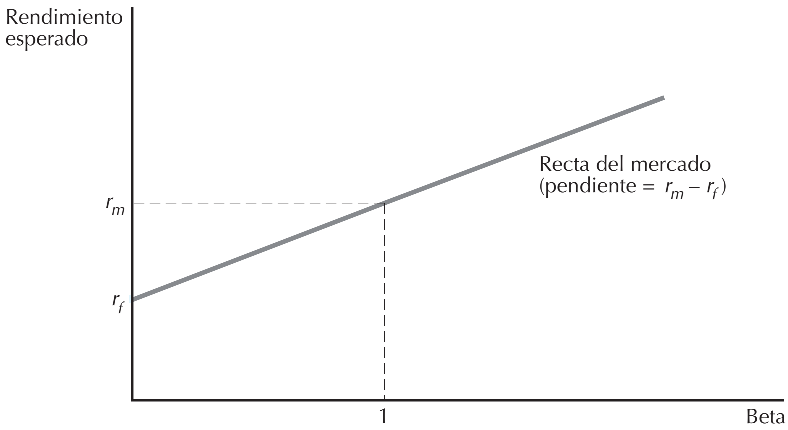


Figura 13.4. La recta de mercado. La recta de mercado representa las combinaciones de rendimiento esperado y beta de los activos en condiciones de equilibrio.

¿Qué ocurre si el rendimiento esperado y la beta de un activo no se encuentran en la recta de mercado?

El rendimiento esperado de un activo es la variación esperada de su precio dividida por su precio actual:

$$r_i = \text{valor esperado de } \frac{p_1 - p_0}{p_0}.$$

Esta expresión es exactamente la definición que teníamos antes, con la adición de la palabra "esperado", que ahora debe incluirse porque el precio futuro del activo es incierto.

Supongamos que encontramos un activo cuyo rendimiento esperado, ajustado para tener en cuenta el riesgo, es superior a la tasa libre de riesgo:

$$r_i - \beta_i (r_m - r_f) > r_f.$$

En ese caso, este activo es una inversión muy buena. Tiene un rendimiento ajustado para tener en cuenta el riesgo mayor que la tasa libre de riesgo.

Cuando los individuos descubran que existe este activo, querrán comprarlo para ellos mismos o para vendérselo a otros, pues dado que ofrece una relación mejor entre el riesgo y el rendimiento que los demás, habrá, sin duda, un mercado para él. Pero cuando los inversores intenten comprar este activo, presionarán al alza sobre el precio actual, es decir, subirá p_0, lo que significa que disminuirá el rendimiento esperado $r_i = (p_1 - p_0)/p_0$. ¿Cuánto? Lo suficiente para reducir la tasa de rendimiento esperada y llevarla de nuevo a la recta de mercado.

Por lo tanto, es una buena inversión comprar un activo que se encuentre por encima de la recta de mercado, pues cuando los inversores descubren que tiene un rendimiento mayor, dado su riesgo, que los activos que poseen, presionan al alza sobre su precio.

Todo este razonamiento depende de la hipótesis de que la gente esté de acuerdo en cuanto a la cantidad de riesgo de los distintos activos. Si hay discrepancias sobre los rendimientos esperados o las betas, el modelo es mucho más complicado.

Ejemplo: El valor en riesgo

A veces es interesante averiguar el riesgo de una serie de activos. Supongamos, por ejemplo, que un banco posee una cartera de acciones. Puede interesarle estimar la probabilidad de que esa cartera pierda más de un millón de euros en un determinado día. Si esta probabilidad es del 5 por ciento, decimos que la cartera tiene un "**valor en riesgo (VAR)** de 1 millón de euros en un día con una probabilidad del 5 por ciento". Normalmente, el valor en riesgo se calcula para periodos de 1 día o de 2 semanas, utilizando unas probabilidades de pérdida del 1 o del 5 por ciento.

La idea teórica del VAR es atractiva. Lo difícil es encontrar un buen método para estimarlo. Pero como ha dicho el analista financiero Philippe Jorion, "la mayor ventaja del VAR se halla en la exigencia de fijar una metodología para hacer un análisis crítico del riesgo. Las instituciones que pasan por el proceso de calcular su VAR se ven obligadas a afrontar su exposición a los riesgos financieros y a establecer una gestión adecuada del riesgo. Por tanto, el proceso de hallar el VAR puede ser tan importante como el propio número".

El VAR viene determinado enteramente por la distribución de probabilidades del valor de la cartera y ésta depende de la correlación entre los activos de la cartera. Normalmente, los activos están correlacionados positivamente, por lo que todos suben o bajan al mismo tiempo. Y lo que es peor aún, la distribución de los precios de los activos tiende a tener "colas gruesas", por lo que la probabilidad de que los precios experimenten variaciones extremas puede ser relativamente alta. Lo ideal sería estimar el VAR utilizando las variaciones de los precios de un largo periodo. En la práctica, esto puede resultar difícil, sobre todo en el caso de activos nuevos y exóticos.

En otoño de 2008, muchas instituciones financieras descubrieron que sus estimaciones del VAR contenían muchos errores, ya que los precios de los activos cayeron mucho más de lo previsto. Estos errores se debían en parte a que las estimaciones estadísticas se basaban en muestras muy pequeñas recogidas durante un periodo de estabilidad económica. Los valores en riesgo subestimaban el verdadero riesgo de los activos.

Ejemplo: Cómo se ordenan los fondos de inversión

El modelo de la fijación del precio de los activos de capital descrito antes puede utilizarse para comparar diferentes inversiones en relación con su riesgo y su rendimiento. Un buen ejemplo son los fondos de inversión. Consisten en grandes organizaciones que aceptan dinero de inversores y lo utilizan para comprar y vender acciones de sociedades anónimas. Los beneficios obtenidos en esas inversiones se reparten entre los inversores.

La ventaja de un fondo de inversión reside en que el dinero es administrado por profesionales. Su inconveniente estriba en que éstos cobran por administrarlo. No obstante, normalmente los honorarios no son excesivos, por lo que probablemente sea una buena solución para la mayoría de los inversores.

Pero ¿cómo se elige el fondo de inversión en el que invertir? Naturalmente, el inversor prefiere un elevado rendimiento esperado y, probablemente, uno que tenga una cantidad mínima de riesgo. Ahora bien, ¿cuánto riesgo está dispuesto a tolerar para obtener ese elevado rendimiento esperado?

Una de las cosas que se pueden hacer es analizar los resultados obtenidos en el pasado por diversos fondos de inversión y calcular el rendimiento anual medio y la beta —la cantidad de riesgo— de cada fondo analizado. Dado que no hemos examinado la definición exacta de beta, tal vez resulte difícil calcularlo; no obstante, hay libros que muestran la evolución de las betas de los fondos de inversión.

Si representáramos los rendimientos esperados en comparación con las betas, tendríamos un gráfico parecido al de la figura 13.5.[2] Obsérvese que los fondos de inversión que tienen un elevado rendimiento esperado, generalmente tienen un elevado riesgo. Los rendimientos esperados son altos para compensar a las personas que corren el riesgo.

Una interesante aplicación del gráfico del fondo de inversión consiste en comparar la inversión gestionada por profesionales y una estrategia muy sencilla como es la de invertir una parte del dinero en un **fondo promedio,** que es un fondo cuya evolución es paralela a la del índice global de la bolsa.

De esa forma, el inversor tiene la garantía de que recibe el rendimiento medio de las acciones, casi por definición. Dado que no es muy difícil conseguir un rendimiento medio —al menos en comparación con lo difícil que es conseguir un rendimiento superior a la media— normalmente los fondos promedio suelen tener unos costes de gestión bajos. Cuando contienen una base muy amplia de activos inciertos, tienen una beta

[2] Véase Michael Jensen, "The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964" *Journal of Finance*, 23, mayo 1968, págs. 389-416, para un análisis más detallado de la forma en que se examinan los resultados de un fondo de inversión mediante los instrumentos que hemos esbozado en este capítulo.

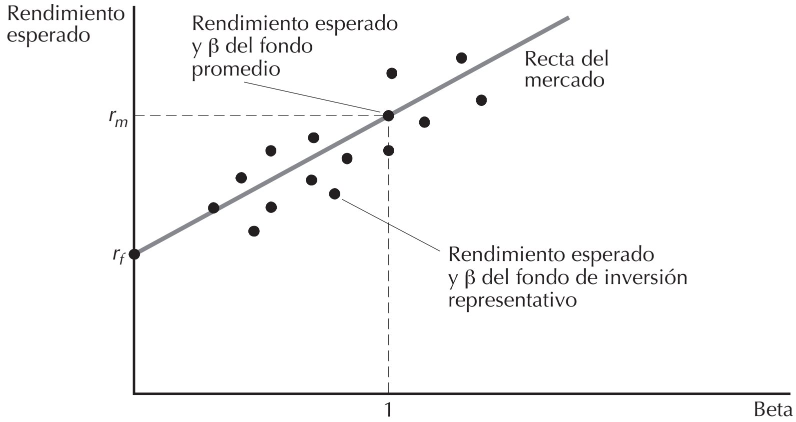


Figura 13.5. Fondos de inversión. Comparación de los rendimientos de un fondo de inversión con la recta de mercado.

muy cercana a 1; es decir, son tan arriesgados como el mercado en su conjunto, ya que contienen casi todas las acciones del mercado.

¿Es más rentable un fondo promedio que un fondo de inversión normal? Recuérdese que hay que comparar tanto el riesgo como el rendimiento de la inversión, para lo cual puede representarse el rendimiento esperado y la beta del fondo promedio y trazarse una recta que lo una con la tasa libre de riesgo, como se hace en la figura 13.5. El inversor puede obtener la combinación que quiera dé riesgo y de rendimiento de esta recta, decidiendo simplemente la cantidad de dinero que desea invertir en el activo libre de riesgo y en el fondo promedio.

Contemos ahora el número de fondos de inversión que se encuentran por debajo de esa recta, fondos que ofrecen combinaciones de riesgo y de rendimiento peores que las que se obtienen mediante combinaciones de un fondo promedio y de activos libres de riesgo. Se observará que la inmensa mayoría de las combinaciones de riesgo y rendimiento que ofrecen los fondos de inversión se encuentran por debajo de la recta. El número de fondos que se encuentran por encima no es mayor de lo que cabría esperar si se dejara exclusivamente a la suerte.

Sin embargo, este resultado no es demasiado sorprendente si se contempla desde otra perspectiva. La bolsa es un medio increíblemente competitivo. Los inversores siempre están tratando de encontrar acciones subvaloradas para comprarlas, lo que significa que, en promedio, las acciones normalmente se intercambian por lo que realmente valen. De ser eso cierto, apostar por las medias es una estrategia bastante razonable, ya que superarlas es casi imposible.

Resumen

1. El conjunto presupuestario y las curvas de indiferencia analizados en capítulos anteriores pueden utilizarse para examinar la decisión de cuánto dinero invertir en activos inciertos y en activos libres de riesgo.
2. La relación marginal de sustitución entre el riesgo y el rendimiento tiene que ser igual a la pendiente de la recta presupuestaria, que se conoce como precio del riesgo.
3. La cantidad de riesgo de un activo depende en gran medida de su correlación con otros activos. Un activo que fluctúa en sentido contrario al de los demás ayuda a reducir el riesgo global de una cartera.
4. La cantidad de riesgo de un activo en relación con el del mercado en su conjunto se denomina **beta** del activo.
5. La condición fundamental de equilibrio de los mercados de activos consiste en que los rendimientos ajustados para tener en cuenta el riesgo deben ser iguales.
6. El riesgo de contraparte, que es el riesgo de que la otra parte de una transacción no pague, puede ser un importante factor de riesgo.

Problemas

1. Si la tasa de rendimiento libre de riesgo es de un 6 por ciento y si existe un activo incierto que tiene un rendimiento de un 9 por ciento y una desviación típica de un 3 por ciento, ¿cuál es la tasa de rendimiento máxima que puede alcanzar un individuo si está dispuesto a aceptar una desviación típica de un 2 por ciento? ¿Qué porcentaje de su riqueza tendría que invertir en el activo incierto?
2. ¿Cuál es el precio del riesgo en el ejercicio anterior?
3. Si una acción tiene una β de 1,5, el rendimiento del mercado es de un 10 por ciento y la tasa de rendimiento libre de riesgo es de un 5 por ciento, ¿qué tasa de rendimiento esperada debe tener esta acción según el modelo de la fijación del precio de los activos de capital? Si el valor esperado de la acción es de 100 euros, ¿a qué precio debe venderse hoy?

14. El excedente del consumidor

En los capítulos anteriores hemos mostrado cómo se deriva la función de demanda de un consumidor a partir de sus preferencias o de su función de utilidad. Pero en la práctica normalmente nos interesa el problema contrario: cómo estimar las preferencias o la utilidad de un individuo a partir de observaciones de su comportamiento de demanda.

Ya hemos examinado este problema en otros dos contextos. En el capítulo 5 mostramos cómo podían estimarse los parámetros de una función de utilidad observando el comportamiento de la demanda. En el ejemplo de Cobb-Douglas utilizado en ese capítulo, estimamos una función de utilidad que describía la elección observada calculando simplemente la proporción media de gasto dedicada a cada bien. La función de utilidad resultante podía utilizarse para evaluar los cambios del consumo.

En el capítulo 7 explicamos cómo se utiliza el análisis de la preferencia revelada para recuperar estimaciones de las preferencias subyacentes que pudieran haber generado algunas elecciones observadas. Estas curvas de indiferencia estimadas también pueden utilizarse para evaluar los cambios del consumo.

En este capítulo analizaremos otras maneras de abordar el problema de la estimación de la utilidad a partir de la observación del comportamiento de la demanda. Aunque algunos de los métodos que examinaremos son menos generales que los dos que hemos examinado anteriormente, resultarán útiles en algunas aplicaciones que abordaremos más adelante.

Comenzaremos pasando revista a un caso especial de comportamiento de la demanda en el que es muy fácil recuperar una estimación de la utilidad. Posteriormente examinaremos algunos casos más generales de preferencias y conducta de la demanda.

14.1 La demanda de un bien discreto

Comencemos repasando la demanda de un bien discreto con una utilidad cuasilineal, tal como la describimos en el capítulo 6. Supongamos que la función de utilidad adopta la forma $v(x) + y$ y que el bien x sólo se encuentra en cantidades enteras.

Supongamos que el bien y es el dinero que se gasta en otros bienes y que su precio es 1. Sea p el precio del bien x.

En el capítulo 6 vimos que en este caso la conducta del consumidor puede describirse en función de los precios de reserva $r_1 = v(1) - v(0)$, $r_2 = v(2) - v(1)$, etc. La relación entre los precios de reserva y la demanda era muy sencilla: si se demandan n unidades del bien discreto, $r_n \geq p \geq r_{n+1}$.

Veamos un ejemplo para verificarlo. Supongamos que el consumidor decide consumir 6 unidades del bien x cuando su precio es p. En ese caso, la utilidad de consumir $(6, m - 6p)$ debe ser al menos tan grande como la utilidad de consumir cualquier otra cesta $(x, m - px)$:

$$v(6) + m - 6p \geq v(x) + m - px. \qquad [14.1]$$

En concreto, esta igualdad debe cumplirse en el caso en que $x = 5$, de donde se deduce que:

$$v(6) + m - 6p \geq v(5) + m - 5p.$$

Reordenando los términos, tenemos que $v(6) - v(5) = r_6 \geq p$.

La ecuación [14.1] también debe cumplirse en el caso en que $x = 7$. Ello implica que:

$$v(6) + m - 6p \geq v(7) + m - 7p,$$

que tras algunas manipulaciones se convierte en

$$p \geq v(7) - v(6) = r_7.$$

Este argumento muestra que si se demandan 6 unidades del bien x el precio de ese bien debe encontrarse entre r_6 y r_7. En general, si se demandan n unidades del bien x al precio p, $r_n \geq p \geq r_{n+1}$, que es lo que queríamos demostrar. La lista de precios de reserva contiene toda la información necesaria para describir el comportamiento de la demanda. Como muestra la figura 14.1, el gráfico de los precios de reserva forma una "escalera", que es precisamente la curva de demanda del bien discreto.

14.2 Cómo se construye la utilidad a partir de la demanda

Acabamos de ver cómo se construye la curva de demanda dados los precios de reserva o la función de utilidad. Esta operación también puede realizarse a la inversa. Si conocemos la curva de demanda, podemos construir la función de utilidad, al menos en el caso especial de la utilidad cuasilineal.

En cierto sentido, lo único que debe hacerse es una sencilla operación aritmética. Los precios de reserva son la diferencia entre las utilidades:

$$r_1 = v(1) - v(0)$$
$$r_2 = v(2) - v(1)$$
$$r_3 = v(3) - v(2)$$
$$\vdots$$

Si queremos calcular, por ejemplo, $v(3)$, sumamos simplemente los dos lados de esta lista de ecuaciones de la manera siguiente:

$$r_1 + r_2 + r_3 = v(3) - v(0).$$

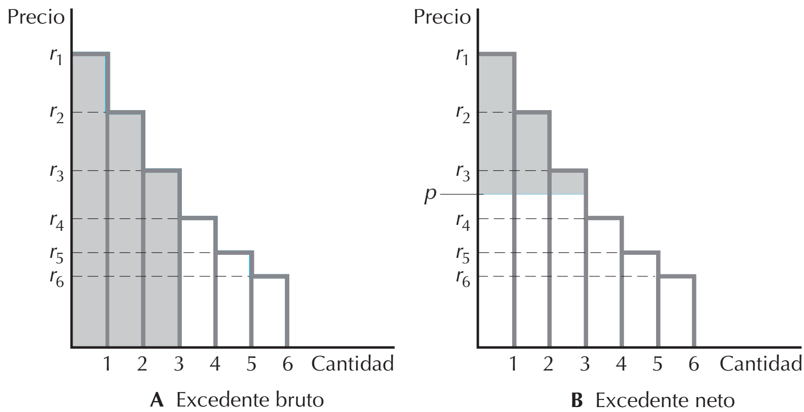


Figura 14.1. Los precios de reserva y el excedente del consumidor. El beneficio bruto de la parte A es el área situada debajo de la curva de demanda. Mide la utilidad derivada del consumo del bien x. La parte B representa el excedente del consumidor. Mide la utilidad derivada del consumo de ambos bienes cuando el primero ha de comprarse al precio constante p.

Resulta útil dar el valor cero a la utilidad derivada del consumo de cero unidades del bien, de tal manera que $v(0) = 0$ y, por lo tanto, $v(n)$ no es más que la suma de los n primeros precios de reserva.

Esta construcción tiene una elegante interpretación geométrica que se muestra en la figura 14.1A. La utilidad derivada del consumo de n unidades del bien discreto es el área de las n primeras barras que forman la función de demanda, debido a que la altura de cada barra es el precio de reserva correspondiente a ese nivel de demanda y la anchura es uno. Esta área se denomina a veces **beneficio bruto o excedente bruto del consumidor** asociado al consumo del bien.

Obsérvese que ésta es únicamente la utilidad que reporta el consumo del bien 1. La utilidad final del consumo depende de la cantidad que consuma el individuo del bien 1 y del 2. Si elige n unidades del bien discreto, le quedarán $m - pn$ euros para comprar otras cosas. Por lo tanto, su utilidad total es

$$v(n) + m - pn.$$

Esta utilidad también tiene una interpretación gráfica: basta tomar el área representada en la figura 14.1A, restar el gasto realizado en el bien discreto y sumar m.

El término $v(n) - pn$ se denomina **excedente del consumidor o excedente neto del consumidor**. Mide los beneficios netos derivados del consumo de n unidades del bien discreto: la utilidad $v(n)$ menos el gasto destinado al consumo del bien. La figura 14.1B representa el excedente del consumidor.

14.3 Otras interpretaciones del excedente del consumidor

Existen otras maneras de interpretar el excedente del consumidor. Supongamos que el precio del bien discreto es p. En ese caso, el valor que concede el consumidor a la primera unidad de consumo de ese bien es r_1, pero sólo tiene que pagar p por ella. De esta manera obtiene un "excedente" de $r_1 - p$ por la primera unidad de consumo. Concede el valor r_2 a la segunda unidad de consumo, pero, de nuevo, sólo tiene que pagar p por ella. Así obtiene un excedente de $r_2 - p$ por ella. Si sumamos los excedentes de las n unidades que elige el consumidor, obtenemos su excedente total:

$$EC = r_1 - p + r_2 - p + \ldots + r_n - p = r_1 + \ldots + r_n - np.$$

Dado que la suma de los precios de reserva nos da exactamente la utilidad derivada del consumo del bien 1, también podemos expresarla de la forma siguiente:

$$EC = v(n) - pn.$$

El excedente del consumidor también puede interpretarse de otra manera más. Supongamos que un individuo está consumiendo n unidades del bien discreto y pagando pn euros por ellas. ¿Cuánto dinero se necesitaría para inducirlo a renunciar a todo el consumo de este bien? Sea R la cantidad necesaria de dinero. En ese caso, R debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$v(0) + m + R = v(n) + m - pn.$$

Dado que $v(0) = 0$ por definición, esta ecuación se reduce a

$$R = v(n) - pn,$$

que no es más que el excedente del consumidor. Por lo tanto, el excedente del consumidor indica la cantidad de dinero que sería necesario dar al consumidor para que renunciara a todo su consumo de un bien.

14.4 Del excedente del consumidor al excedente de los consumidores

Hasta ahora hemos analizado el caso de un único consumidor. Si hay varios consumidores, sumamos el excedente de cada consumidor y obtenemos la medida agregada del **excedente de los consumidores**. Obsérvese la distinción entre los dos conceptos: el excedente del consumidor se refiere al excedente de un único consumidor y el excedente de los consumidores se refiere a la suma de los excedentes de varios consumidores.

El excedente de los consumidores constituye una útil medida de las ganancias agregadas derivadas del comercio, al igual que el excedente del consumidor constituye una medida de las ganancias individuales derivadas del comercio.

14.5 Aproximación a la demanda continua

Hemos visto que el área situada debajo de la curva de demanda de un bien discreto mide la utilidad derivada de consumo de ese bien. Este análisis puede extenderse al caso de los bienes que existen en cantidades continuas aproximándonos a la curva de demanda continua por medio de una curva de demanda en forma de escalera. El área situada debajo de la curva de demanda continua es, pues, aproximadamente igual al área situada debajo de la demanda en forma de escalera.

Observe el lector el ejemplo de la figura 14.2. En el apéndice de este capítulo mostramos cómo se halla el área exacta situada debajo de la curva de demanda utilizando el cálculo.

14.6 La utilidad cuasilineal

Merece la pena examinar el papel que desempeña la utilidad cuasilineal en el análisis. En general, el precio al que un consumidor está dispuesto a comprar una determinada cantidad del bien depende de la cantidad de dinero que tenga para consumir otros bienes, lo cual significa que, en general, los precios de reserva del bien 1 dependen de la cantidad que se consuma del bien 2.

Pero en el caso especial de la utilidad cuasilineal los precios de reserva son independientes de la cantidad de dinero que tenga el consumidor para gastar en otros bienes. Los economistas dicen que en el caso en que la utilidad es cuasilineal no se produce un "efecto-renta", ya que las variaciones de la renta no afectan a la demanda. Eso es lo que nos permite calcular la utilidad de una forma tan sencilla. Sólo será *totalmente* correcto utilizar el área situada debajo de la curva de demanda para medir la utilidad si la función de utilidad es cuasilineal.

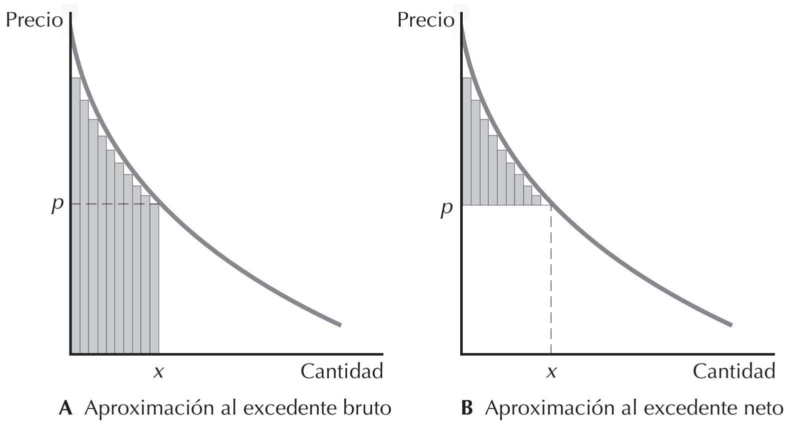


Figura 14.2. Aproximación a una demanda continua. El excedente del consumidor correspondiente a una curva de demanda continua puede calcularse de forma aproximada mediante el excedente del consumidor correspondiente al caso de un bien discreto.

Pero muchas veces puede ser una buena aproximación. Si la demanda de un bien no varía mucho cuando varía la renta, no son muy importantes los efectos-renta y, en ese caso, el excedente del consumidor es una aproximación razonable a la variación de la utilidad del consumidor.[1]

14.7 Interpretación de la variación del excedente del consumidor

Normalmente no interesa tanto el nivel absoluto del excedente del consumidor como la variación que experimenta cuando se producen cambios en la economía. Supongamos, por ejemplo, que el precio de un bien varía de p' a p''. ¿Cómo varía el excedente del consumidor?

[1] Naturalmente, la variación del excedente del consumidor no es más que una de las maneras de representar un cambio de la utilidad: la variación de la raíz cuadrada del excedente del consumidor sería igual de buena. Pero lo habitual es utilizar el excedente del consumidor como medida de la utilidad.

La figura 14.3 muestra la variación del excedente del consumidor provocada por una variación del precio. Es la diferencia entre dos áreas aproximadamente triangulares y, por lo tanto, tiene una forma aproximadamente trapezoidal, constituida, a su vez, por dos áreas, que son el rectángulo R y el área aproximadamente triangular T.

El rectángulo mide la pérdida de excedente que se produce porque ahora el consumidor está pagando más por las unidades que continúa consumiendo. Al subir el precio, el consumidor continúa consumiendo x'' unidades del bien y cada unidad ahora es más cara en $p'' - p'$, lo cual significa que tiene que gastar $(p'' - p')x''$ más de dinero que antes para consumir solamente x'' unidades del bien.

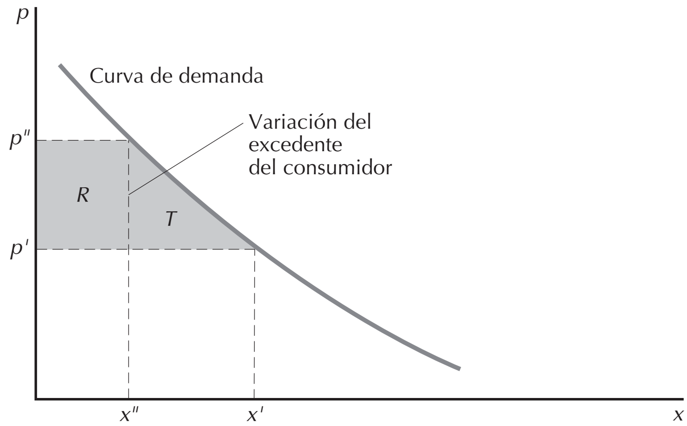


Figura 14.3. La variación del excedente del consumidor. La variación del excedente del consumidor será la diferencia entre dos áreas aproximadamente triangulares y, por lo tanto, tiene una forma aproximadamente trapezoidal.

Pero ésta no es toda la pérdida de bienestar. Como consecuencia de la subida del precio del bien x, esta persona ha decidido consumir menos que antes. El triángulo T mide el valor del consumo *perdido* del bien x. La pérdida total que experimenta el consumidor es la suma de estos dos efectos: R mide la pérdida que significa tener que pagar más por las unidades que continúa consumiendo y T mide la pérdida derivada de la reducción del consumo.

Ejemplo: La variación del excedente del consumidor

Pregunta: Consideremos la curva de demanda lineal $D(p) = 20 - 2p$. Cuando el precio sube de 2 a 3, ¿cómo varía el excedente del consumidor?

Respuesta: Cuando $p = 2$, $D(2) = 16$, y cuando p = 3, $D(3) = 14$. Por lo tanto, hay que calcular el área de un trapecio que tiene una altura de 1 y unas bases de 14 y 16. Ésta es equivalente a la de un rectángulo con altura 1 y base 14 (y, por tanto, con área 14), más la de un triángulo de altura 1 y base 2 (que tiene un área de 1). Por lo tanto, el área total es 15.

14.8 Variaciones compensatorias y equivalentes

La teoría del excedente del consumidor es muy nítida en el caso de la utilidad cuasilineal. Incluso en los demás casos, el excedente del consumidor puede ser una medida razonable del bienestar del consumidor en numerosas aplicaciones. Normalmente, los errores que se cometen al medir las curvas de demanda son mayores que los errores de aproximación que se cometen cuando se utiliza el excedente del consumidor.

Pero puede ocurrir que en algunos casos no sea suficientemente buena una aproximación. En este apartado esbozamos una manera de medir las "variaciones de la utilidad" sin recurrir al excedente del consumidor. Deben distinguirse, en realidad, dos cuestiones. La primera está relacionada con el modo de estimar la utilidad cuando puede observarse una serie de elecciones del consumidor, y la segunda está relacionada con la manera de medir la utilidad en unidades monetarias.

Ya hemos analizado el problema de la estimación. En el capítulo 6 explicamos con un ejemplo cómo se estimaba una función de utilidad Cobb-Douglas. Señalamos que las proporciones de gasto eran relativamente constantes y que podíamos utilizar la proporción media de gasto como estimación de los parámetros de la función Cobb-Douglas. Si la conducta de la demanda no tuviera esta característica, tendríamos que elegir una función de utilidad más complicada, pero el principio sería exactamente el mismo: si tenemos suficientes observaciones sobre la conducta de la demanda y ésta es coherente con la maximización de algún objetivo, generalmente podremos estimar la función que está maximizándose.

Una vez que tenemos una estimación de la función de utilidad que describe una elección observada, podemos utilizar esta función para evaluar los efectos de las variaciones propuestas de los niveles de precios y de consumo. Desde el punto de vista del análisis básico, eso es lo mejor que podemos esperar. Lo único que importa son las preferencias del consumidor, y toda función de utilidad que las describa es tan buena como cualquier otra.

Sin embargo, en algunos casos puede ser útil recurrir a algunas medidas monetarias de la utilidad. Por ejemplo, cabría preguntarse cuánto dinero habría que dar a un consumidor para compensarlo por una variación de sus pautas de consumo. Una medida de este tipo mide esencialmente una variación de la utilidad, pero la mide en unidades monetarias. ¿Cuál es la mejor manera de hacerlo?

Supongamos que consideramos la situación que describe la figura 14.4, en la cual el consumidor se enfrenta inicialmente a los precios $(p_1^*, 1)$ y consume la cesta (x_1^*, x_2^*). Sube el precio del bien 1 de p_1^* a $\hat{p}_1$ y el consumidor sustituye su consumo por $(\hat{x}_1, \hat{x}_2)$. ¿En qué medida perjudica al consumidor esta variación del precio?

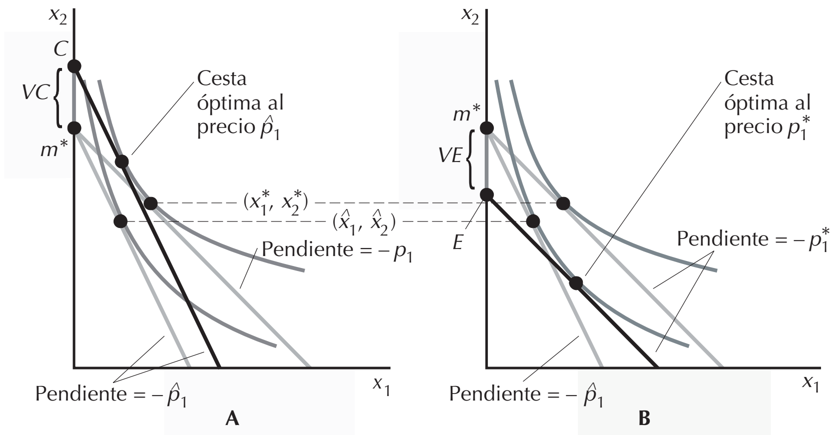


Figura 14.4. La variación compensatoria y la equivalente. La parte A muestra la variación compensatoria (VC) y la B la variación equivalente (VE).

Para responder a esta pregunta cabe preguntarse cuánto dinero habría que dar al consumidor *después* de la variación del precio para que continuara disfrutando del mismo bienestar que *antes*, lo que desde el punto de vista gráfico equivale a preguntarse cuánto habría que desplazar en sentido ascendente la nueva recta presupuestaria para que fuera tangente a la curva de indiferencia que pasa por el punto inicial de consumo (x_1^*, x_2^*). La variación de la renta necesaria para que el consumidor retornara a su curva de indiferencia inicial se denomina variación compensatoria de la renta, ya que ésa es la variación de la renta que compensaría exactamente al consumidor por la variación del precio. La **variación compensatoria** mide la cantidad de dinero adicional que tendría que dar el Estado al consumidor si quisiera compensarlo exactamente por la variación del precio.

Otra manera de medir el efecto de una variación de un precio en términos monetarios consiste en preguntarse cuánto dinero habría que quitarle al consumidor *antes* de la variación del precio para que disfrutara del mismo bienestar que *después*, lo que se denomina **variación equivalente** de la renta, ya que es la variación de la renta que equivale a la variación del precio desde el punto de vista de la variación de la utilidad. En la figura 14.4 nos preguntamos cuánto hay que desplazar en sentido descendente la recta presupuestaria inicial para que toque exactamente a la curva de indiferencia que pasa por la nueva cesta de consumo. La variación equivalente mide la cantidad máxima de renta que estaría dispuesto a pagar el consumidor para evitar la variación del precio.

En general, la cantidad de dinero que estaría dispuesto a pagar el consumidor para evitar la variación de un precio sería diferente de la cantidad de dinero que tendría que recibir para compensarlo por una variación de un precio. Después de todo, el valor que tiene un euro para un consumidor depende de los precios, ya que con ella pueden comprarse diferentes cantidades de consumo.

En términos geométricos, la variación compensatoria y la equivalente no son más que dos formas de medir la distancia que media entre dos curvas de indiferencia. En ambos casos, la distancia entre dos curvas de indiferencia se mide observando la distancia que media entre sus tangentes. En general, esta medida de la distancia depende de las pendientes de las tangentes, es decir, de los precios que elijamos para hallar las rectas presupuestarias.

Sin embargo, la variación compensatoria y la equivalente son iguales en un caso importante: la utilidad cuasilineal. En este caso, las curvas de indiferencia son paralelas, por lo que, como muestra la figura 14.5, la distancia entre dos curvas de indiferencia cualesquiera es la misma, independientemente del punto en el que se mida. En el caso de la utilidad cuasilineal, la variación compensatoria, la variación equivalente y la variación del excedente del consumidor dan todas ellas la misma medida del valor monetario de la variación de un precio.

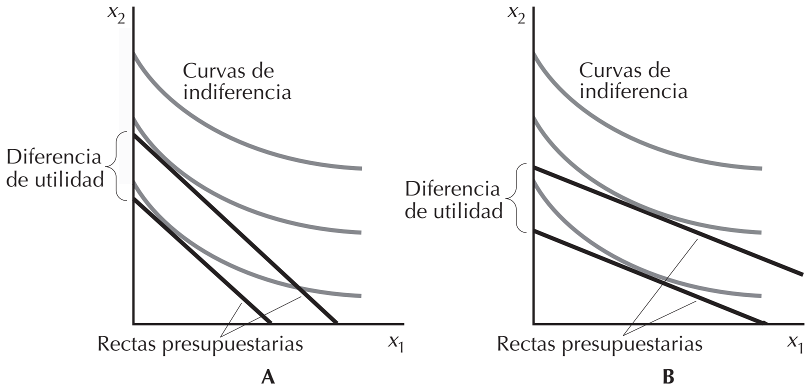


Figura 14.5. Las preferencias cuasilineales. En las preferencias cuasilineales, la distancia entre dos curvas de indiferencia es independiente de la posición de la recta presupuestaria.

Ejemplo: Variaciones compensatorias y equivalentes

Supongamos que un consumidor tiene la función de utilidad

$$u(x_1, x_2) = x_1^{\frac{1}{2}} x_2^{\frac{1}{2}}.$$

Inicialmente se enfrenta a los precios (1, 1) y tiene una renta de 100. Entonces sube el precio del bien 1 a 2. ¿Cuál es la variación compensatoria y cuál la equivalente?

Sabemos que las funciones de demanda de una función de utilidad Cobb-Douglas vienen dadas por

$$x_1 = \frac{m}{2p_1}$$

$$x_2 = \frac{m}{2p_2}.$$

Utilizando esta fórmula vemos que las demandas del consumidor, que eran $(x_1^*, x_2^*) = (50, 50)$, ahora son $(\hat{x}_1, \hat{x}_2) = (25, 50)$.

Para calcular la variación compensatoria, nos preguntamos cuánto dinero se necesitaría a los precios (2, 1) para que el consumidor disfrutara del mismo bienestar que cuando consumía la cesta (50, 50).

Si los precios fueran (2, 1) y el consumidor tuviera la renta m, podemos observar, introduciendo estos valores en las funciones de demanda, que su elección óptima sería la cesta $(m/4, m/2)$. Igualando la utilidad de esta cesta y la utilidad de la cesta (50, 50), tenemos que

$$\left(\frac{m}{4}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 50^{\frac{1}{2}} 50^{\frac{1}{2}}.$$

Despejando m, tenemos que

$$m = 100\sqrt{2} \approx 141.$$

Por lo tanto, el consumidor necesitaría alrededor de 141 – 100 = 41 euros adicionales después de la variación del precio para disfrutar del mismo bienestar que antes.

Para calcular la variación equivalente, nos preguntamos cuánto dinero se necesitaría a los precios (1, 1) para que el consumidor disfrutara del mismo bienestar del que disfrutaría consumiendo la cesta (25, 50). Suponiendo que m es esta cantidad de dinero y siguiendo la misma lógica que antes,

$$\left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = 25^{\frac{1}{2}} 50^{\frac{1}{2}}.$$

Despejando m, tenemos que

$$m = 50\sqrt{2} \approx 70.$$

Por lo tanto, si el consumidor tuviera una renta de 70 euros a los precios originales, disfrutaría del mismo bienestar que si se enfrentara a los nuevos precios y tuviera una renta de 100 euros. Por lo tanto, la variación equivalente de la renta es alrededor de 100 – 70 = 30 euros.

Ejemplo: Variaciones compensatorias y equivalentes cuando las preferencias son cuasilineales

Supongamos que el consumidor tiene una función de utilidad cuasilineal $v(x_1) + x_2$. Sabemos que en este caso la demanda del bien 1 depende solamente de su precio, por lo que la expresamos de la siguiente manera: $x_1(p_1)$. Supongamos que varía el precio de p_1^* a $\hat{p}_1$. ¿Cuáles son las variaciones compensatoria y equivalente?

Al precio p_1^*, el consumidor elige $x_1^* = x_1\,(p_1^*)$ y tiene una utilidad de $v(x_1^*) + m - p_1^* x_1^*$. Al precio $\hat{p}_1$, elige $\hat{x}_1 = x_1(\hat{p}_1)$ y tiene una utilidad de $v(\hat{x}_1) + m - \hat{p}_1\,\hat{x}_1$.

Sea C la variación compensatoria. Ésta es la cantidad de dinero adicional que necesitaría el consumidor después de la variación del precio para disfrutar del mismo bienestar que antes. Igualando estas utilidades, tenemos que

$$v(\hat{x}_1) + m + C - \hat{p}_1\,\hat{x}_1 = v(x_1^*) + m - p_1^* x_1^*.$$

Despejando C, tenemos que

$$C = v(x_1^*) - v(\hat{x}_1) + \hat{p}_1\,\hat{x}_1 - p_1^* x_1^*.$$

Sea E la variación equivalente. Ésta es la cantidad de dinero que podríamos detraer al consumidor antes de que variara el precio y con la que obtendría la misma utilidad que después de que variara. Por lo tanto, satisface la ecuación

$$v(x_1^*) + m - E - p_1^* x_1^* = v(\hat{x}_1) + m - \hat{p}_1\,\hat{x}_1.$$

Despejando E, tenemos que

$$E = v(x_1^*) - v(\hat{x}_1) + \hat{p}_1\,\hat{x}_1 - p_1^* x_1^*.$$

Obsérvese que en el caso de la utilidad cuasilineal, la variación compensatoria y la equivalente son idénticas. Por otra parte, ambas son iguales a la variación del excedente (neto) del consumidor:

$$\Delta EC = [v(x_1^*) - p_1^* x_1^*] - [v(\hat{x}_1) - \hat{p}_1\,\hat{x}_1].$$

14.9 El excedente del productor

La curva de demanda mide la cantidad que se demanda a cada precio; la **curva de oferta** mide la cantidad que se ofrece a cada precio. Lo mismo que el área situada *debajo* de la curva de demanda mide el excedente del que disfrutan los demandantes de un bien, el área situada *encima* de la curva de oferta mide el excedente del que disfrutan sus oferentes.

Hemos llamado excedente del consumidor al área situada debajo de la curva de demanda. Por analogía, llamaremos **excedente del productor** al área situada encima de la curva de oferta. Ambos términos son algo erróneos, ya que, en realidad, no importa quién consume y quién produce. Sería mejor utilizar las expresiones "excedente del demandante" y "excedente del oferente", pero tendremos que acatar la tradición y utilizar la terminología convencional.

Por lo tanto, supongamos que tenemos la curva de oferta de un bien. Una curva de oferta mide simplemente la cantidad que se ofrece a cada uno de los precios. El bien puede ser ofrecido por un individuo que lo posea o por una empresa que lo produzca. Adoptamos esta última interpretación para atenernos a la terminología tradicional y representamos la curva de oferta del productor en la figura 14.6. Si éste es capaz de vender x^* unidades de su producto en un mercado al precio p^*, ¿cuál es su excedente?

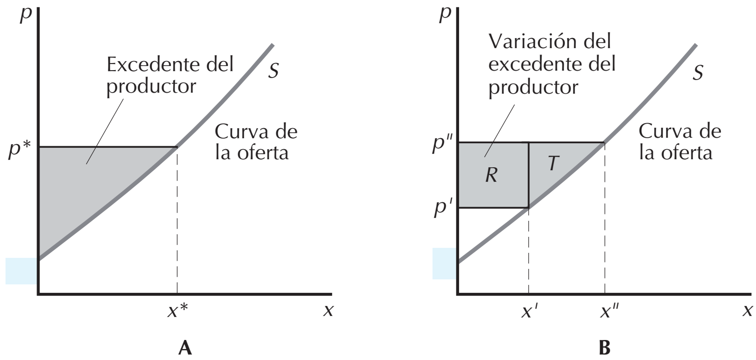


Figura 14.6. El excedente del productor. El excedente neto del productor es el área triangular situada a la izquierda de la curva de la oferta del caso A, y la variación del excedente es el área trapezoidal del caso B.

El instrumento más útil para realizar el análisis es la curva *inversa* de oferta del productor, $p_s(x)$, que indica cuál tendría que ser el precio para que el productor ofreciera x unidades del bien. Según esta función, el productor está dispuesto a vender la primera unidad al precio $p_s(1)$, pero, en realidad, recibe por ella el precio de mercado p^*. Del mismo modo, está dispuesto a vender la segunda por $p_s(2)$, pero recibe p^*. Si proseguimos la operación hasta la última unidad que vende, veremos que está dispuesto a venderla por $p_s(x^*) = p^*$.

La diferencia entre la cantidad mínima a la que estaría dispuesto a vender las x^* unidades y la cantidad a las que las vende realmente es el **excedente neto del productor**, representado por el área triangular de la figura 14.6A.

Lo mismo que en el caso del excedente del consumidor, podemos preguntarnos cómo varía el excedente del productor cuando sube el precio de p' a p''. En general, la variación del excedente del productor es la diferencia entre dos áreas triangulares y, por lo tanto, suele tener la forma aproximadamente trapezoidal de la figura 14.6B. Al igual que en el caso del excedente del consumidor, el trapecio está formado por un área rectangular R y un área aproximadamente triangular T. El rectángulo mide la ganancia derivada de la venta al precio más alto p'' de las unidades que antes se vendían a p'. El área aproximadamente triangular mide la ganancia derivada de la venta de las unidades adicionales al precio p''. Esta variación es totalmente análoga a la del excedente del consumidor analizado antes.

Aunque es muy frecuente llamar aumento del excedente del productor a este tipo de variación, en el fondo representa un aumento del excedente del consumidor en el sentido de que es una cantidad de dinero pagada a un individuo o grupo de individuos que posee la empresa que generó la curva de oferta. El excedente del productor está estrechamente relacionado con la idea de beneficio, pero hasta que no estudiemos más detalladamente la conducta de la empresa no podemos especificar esta relación.

14.10 Análisis coste-beneficio

Podemos utilizar el concepto de excedente del consumidor que hemos desarrollado para calcular los beneficios y los costes de algunas políticas económicas.

Examinemos, por ejemplo, el efecto de un precio máximo. Consideremos la situación representada en la figura 14.7. En ausencia de intervención, el precio sería p_0 y la cantidad vendida q_0.

Las autoridades creen que este precio es demasiado alto e imponen un precio máximo de p_m. Éste reduce la cantidad que los oferentes están dispuestos a ofrecer a q_m, lo cual reduce, a su vez, el excedente del productor al área sombreada en el gráfico *EP*.

Ahora que los consumidores sólo pueden disponer de la cantidad q_m, la cuestión es saber quién la consigue.

Podemos suponer que esta cantidad irá a parar a los consumidores más dispuestos a pagar. Sea p_e, el **precio efectivo**, el precio que induciría a los consumidores a demandar q_e. Si todo el que está dispuesto a pagar más de p_e consigue el bien, el excedente del consumidor será el área sombreada en el diagrama *EC*.

Obsérvese que el excedente del consumidor y el excedente del productor perdidos están representados por el área trapezoidal situada en medio del diagrama. Ésta es la diferencia entre el excedente del consumidor más el excedente del productor en el mercado competitivo y la diferencia en el mercado en el que se fija un precio máximo.

El supuesto de que la cantidad irá a parar a los consumidores más dispuestos a pagar es excesivamente optimista en la mayoría de los casos, por lo que generalmente es de esperar que esta área trapezoidal sea el mínimo del excedente del consumidor más el excedente del productor perdidos cuando se establece un precio máximo.

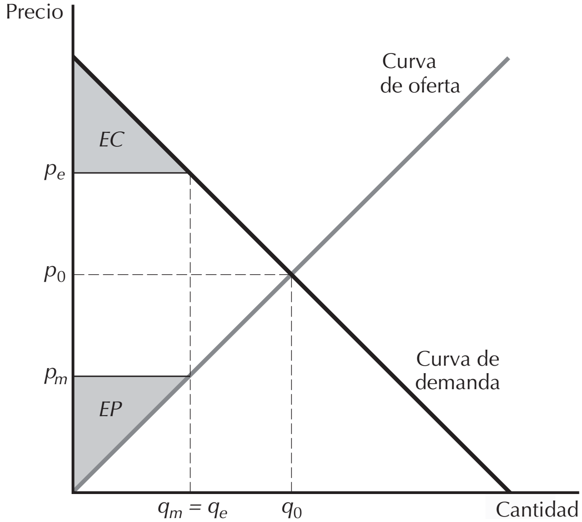


Figura 14.7. Un precio máximo. El precio máximo p_m reduce la oferta a q_e. Reduce el excedente del consumidor a *EC* y el excedente del productor a *EP*. El precio efectivo del bien, p_e, es el precio que equilibraría el mercado. El diagrama también muestra qué ocurre con el racionamiento, en cuyo caso el precio de un cupón de racionamiento sería igual a $p_e - p_m$.

El racionamiento

El diagrama que acabamos de examinar también puede utilizarse para describir las pérdidas sociales que provoca el racionamiento. Supongamos que las autoridades, en lugar de fijar un precio máximo de p_m, emiten cupones de racionamiento que sólo permiten comprar q_m unidades. Para comprar una unidad del bien, un consumidor tiene que pagar p_m al vendedor y entregar un cupón de racionamiento.

Si los cupones de racionamiento pueden venderse, se venderían a un precio igual a $p_e - p_m$. El precio total de la compra sería, pues, igual a p_e, que es el precio que equilibra el mercado del bien que se vende.

14.11 Cálculo de las ganancias y las pérdidas

Si tenemos estimaciones de las curvas de demanda y de oferta de mercado de un bien, no es difícil calcular la pérdida de excedente del consumidor provocada por diferentes tipos de política económica. Supongamos, por ejemplo, que el Gobierno decide modificar su tratamiento fiscal de un bien. Esta modificación provoca una variación de los precios a los que los consumidores compran y, por lo tanto, una variación de la cantidad del bien que deciden consumir. Es posible calcular el excedente del consumidor correspondiente a diferentes propuestas fiscales y ver qué reformas de los impuestos provocan la menor pérdida.

Esta información suele ser útil para valorar los diferentes métodos impositivos, pero tiene dos defectos. En primer lugar, como hemos indicado antes, el cálculo del excedente del consumidor sólo es válido para los tipos especiales de preferencias que pueden representarse mediante una función de utilidad cuasilineal. Antes hemos afirmado que este tipo de función de utilidad puede ser una aproximación razonable en el caso de los bienes cuya demanda varía poco cuando varía la renta, pero no en el de los bienes cuyo consumo está estrechamente ligado a la renta.

En segundo lugar, en realidad el cálculo de esta pérdida engloba a todos los consumidores y productores y sólo genera una estimación del “coste” que tiene una política social para un “consumidor representativo” ideal. En muchos casos, es deseable conocer no sólo el coste medio que tiene la política para toda la población, sino también quién soporta los costes. Con frecuencia su éxito o su fracaso político depende más de la *distribución* de las ganancias y de las pérdidas que de la ganancia o de la pérdida media.

El excedente del consumidor puede ser fácil de calcular, pero no es más difícil calcular la verdadera utilidad métrica monetaria correspondiente a una variación del precio, si bien este cálculo sí requiere métodos más avanzados. Si tenemos estimaciones de las demandas y las ofertas de cada familia —o, al menos, de las funciones de demanda de una muestra de familias representativas— podemos calcular la influencia de los cambios de la política económica en cada una mediante la utilidad métrica monetaria. De esa forma tenemos una medida de los “beneficios” o de los “costes” que imponen los cambios propuestos a cada familia.

Mervyn King, economista de la London School of Economics, ha dado un buen ejemplo de este método analizando las consecuencias de las reformas del tratamiento fiscal de la vivienda introducidas en Gran Bretaña en su artículo “Welfare Analysis of Tax Reforms Using Household Data”, *Journal of Public Economics*, 21, 1983, págs. 183-214.

King examinó en primer lugar los gastos en vivienda de 5.895 familias y estimó la función de demanda que mejor describía sus compras de servicios de vivienda. A continuación utilizó esta función para averiguar la función de utilidad de cada familia. Por último, utilizó la función de utilidad estimada para calcular la ganancia o la pérdida que experimentaría cada familia si se introdujeran ciertas modificaciones en los impuestos británicos sobre la vivienda. La medida que empleó era similar a la variación equivalente que hemos descrito en este capítulo. La reforma fiscal que estudió consistía esencialmente en eliminar las exenciones fiscales a las viviendas ocupadas por sus propietarios y en elevar los alquileres de las públicas. Los ingresos que se recaudaran con estas modificaciones se devolverían a las familias en forma de transferencias proporcionales a su renta.

King halló que 4.888 familias de las 5.895 estudiadas se beneficiarían de esta reforma, pero lo más importante es que pudo identificar explícitamente las que resultarían especialmente perjudicadas. Observó, por ejemplo, que el 94 por ciento de las familias que tenían los ingresos más altos se beneficiaría de la reforma, mientras que este porcentaje sólo sería de un 58 por ciento en el caso de las familias de ingresos más bajos. Este tipo de información debería facilitar la adopción de medidas especiales que pudieran ayudar a diseñar la reforma de tal manera que se pudieran satisfacer los objetivos distributivos.

Resumen

1. En el caso de un bien discreto y una utilidad cuasilineal, la utilidad derivada del consumo de n unidades del bien discreto es la suma de los n primeros precios de reserva.
2. Esta suma es el beneficio bruto del consumo del bien. Si restamos la cantidad gastada en la compra del bien, obtenemos el excedente del consumidor.
3. La variación del excedente del consumidor provocada por la variación del precio tiene una forma aproximadamente trapezoidal. Puede interpretarse como la variación de la utilidad provocada por la variación del precio.
4. En general, la variación compensatoria y la variación equivalente de la renta pueden utilizarse para medir el efecto monetario de la variación de un precio.
5. Si la utilidad es cuasilineal, la variación compensatoria, la variación equivalente y la variación del excedente del consumidor son iguales. Incluso aunque la utilidad no sea cuasilineal, la variación del excedente del consumidor puede ser una buena aproximación de la influencia de la variación del precio en la utilidad de un consumidor.
6. En el caso de la conducta de la oferta, podemos definir el excedente del productor que mide los beneficios netos que reporta al oferente la producción de una determinada cantidad.

Problemas

1. Un bien puede producirse en una industria competitiva con un coste de 10 euros por unidad. Hay 100 consumidores dispuestos a pagar 12 euros cada uno por consumir una unidad del bien (las unidades adicionales no tienen ningún valor para ellos). ¿Cuáles son el precio y la cantidad vendida de equilibrio? Las autoridades establecen un impuesto de 1 euro sobre el bien. ¿Cuál es la pérdida irrecuperable de eficiencia que provoca este impuesto?
2. Supongamos que la curva de demanda es $D(p) = 10 - p$. ¿Cuál es el beneficio bruto derivado del consumo de 6 unidades del bien?
3. En el ejemplo anterior, si el precio sube de 4 a 6, ¿cuál es la variación del excedente del consumidor?
4. Supongamos que una persona está consumiendo 10 unidades de un bien discreto y que el precio sube de 50 euros por unidad a 60. Sin embargo, después de la variación del precio, continúa consumiendo 10 unidades del bien discreto. ¿Cuál es la pérdida de excedente del consumidor provocada por esta variación del precio?

Apéndice

Utilicemos el cálculo para analizar rigurosamente el excedente del consumidor. Comencemos por el problema de la maximización de la utilidad cuasilineal:

$$\max_{x,\, y} v(x) + y$$

$$\text{sujeto a } px + y = m.$$

Haciendo uso de la restricción presupuestaria, el problema de maximización se convierte en:

$$\max_{x} v(x) + m - px.$$

La condición de primer orden de este problema es

$$v'(x) = p.$$

Eso significa que la función inversa de demanda $p(x)$ es

$$p(x) = v'(x). \qquad [14.2]$$

Obsérvese la analogía con el modelo del bien discreto explicado en este capítulo: el precio al que el consumidor está dispuesto a consumir x unidades es igual a la utilidad marginal.

Pero dado que la curva inversa de demanda mide la derivada de la utilidad, podemos integrar simplemente la función inversa de demanda para obtener la función de utilidad:

$$v(x) = v(x) - v(0) = \int_0^x v'(t)dt = \int_0^x p(t)dt.$$

Por lo tanto, la utilidad derivada del consumo del bien x es el área situada debajo de la curva de demanda.

Ejemplo: Algunas funciones de demanda

Supongamos que la función de demanda es lineal, de tal manera que $x(p) = a - bp$. En ese caso, la variación que experimenta el excedente del consumidor cuando el precio varía de p a q viene dada por

$$\int_p^q (a - bt)dt = at - \mathrm{b}\frac{t^2}{2}\Big]_p^q = a(q - p) - b\frac{q^2 - p^2}{2}.$$

Otra función de demanda que suele utilizarse y que examinaremos más detalladamente en el siguiente capítulo tiene la forma $x(p) = Ap^{\varepsilon}$, donde $\varepsilon < 0$ y A es una constante positiva. Cuando el precio varía de p a q, la variación que experimenta el excedente del consumidor es

$$\int_p^q At^{\varepsilon}dt = A\frac{t^{\varepsilon+1}}{\varepsilon+1}\Big]_p^q = A\,\frac{q^{\varepsilon+1} - p^{\varepsilon+1}}{\varepsilon+1},$$

donde $\varepsilon \neq -1$.

Cuando $\varepsilon = -1$, esta función de demanda es $x(p) = A/p$; esta función está estrechamente relacionada con nuestra vieja conocida, la demanda Cobb-Douglas, $x(p) = am/p$. La variación del excedente del consumidor correspondiente a la demanda Cobb-Douglas es

$$\int_p^q \frac{am}{t}\,dt = am\ln t\Big]_p^q = am(\ln q - \ln p).$$

Ejemplo: La variación equivalente, el excedente del consumidor y la variación compensatoria

En este capítulo hemos calculado la variación compensatoria y la variación equivalente correspondientes a la función de utilidad Cobb-Douglas. En el ejemplo anterior hemos calculado la variación que experimenta el excedente del consumidor en el caso de la función de utilidad Cobb-Douglas. Aquí comparamos estas tres medidas monetarias del efecto que produce una variación de un precio en la utilidad.

p_1	*VC*	*EC*	*VE*
1	0,00	0,00	0,00
2	7,18	6,93	6,70
3	11,61	10,99	10,40
4	14,87	13,86	12,94
5	17,46	16,09	14,87

Cuadro 14.1. Comparación de *VC*, *EC* y *VE*.

Supongamos que el precio del bien 1 varia de 1 a 2, 3… mientras que el precio del bien 2 y la renta permanecen fijos en 1 y 100, respectivamente. El cuadro 14.1 muestra la variación equivalente (*VE*), la variación compensatoria (*VC*) y la variación del excedente del consumidor (*EC*) correspondientes a la función de utilidad Cobb-Douglas $u(x_1, x_2) = x_1^{1/10}x_2^{9/10}$.

Obsérvese que la variación del excedente del consumidor siempre se encuentra entre la variación compensatoria y la equivalente y que la diferencia entre las tres cifras es relativamente pequeña. Es posible mostrar que ambos hechos son ciertos en unas circunstancias razonablemente generales. Véase Robert Willig, "Consumer's Surplus without Apology", *American Economic Review*, 66, 1976, págs. 589-597.

15. La demanda del mercado

En los capítulos anteriores hemos visto cómo se analiza la elección del consumidor. Ahora veremos cómo se suman las elecciones de cada individuo para obtener la **demanda total del mercado**. Una vez obtenida ésta, analizaremos algunas de sus propiedades, como la relación entre la demanda y el ingreso.

15.1 De la demanda del individuo a la demanda del mercado

Sea $x_i^1(p_1, p_2, m_i)$ la función de demanda del bien 1 por parte del consumidor i y $x_i^2(p_1, p_2, m_i)$ la función de demanda del bien 2 por parte del mismo consumidor. Supongamos que hay n consumidores. En ese caso, la **demanda de mercado** del bien 1, llamada también **demanda agregada** del bien 1, es la suma de las demandas de todos los consumidores:

$$X^1(p_1, p_2, m_1,..., m_n) = \sum_{i=1}^{n} x_i^1(p_1, p_2, m_i).$$

La ecuación correspondiente al bien 2 es análoga.

Dado que la demanda de cada bien por parte de cada individuo depende de los precios y de su renta, la demanda agregada depende, por lo general, de los precios y de la *distribución* de las rentas. Sin embargo, a veces es útil concebir la demanda agregada como la demanda de un "consumidor representativo" que tiene una renta que es la suma de las rentas de todos los individuos. Las condiciones en que puede utilizarse este supuesto son bastante restrictivas, y su análisis detallado está fuera del alcance de este libro.

Si partimos del supuesto del consumidor representativo, la función de demanda agregada tiene la forma $X^1(p_1, p_2, M)$, donde M es la suma de las rentas de todos los consumidores. Según este supuesto, la demanda agregada de la economía es igual a la demanda de un individuo que se enfrenta a los precios (p_1, p_2) y que tiene la renta M.

Si mantenemos fijas todas las rentas monetarias y el precio del bien 2, podemos representar la relación entre la demanda agregada del bien 1 y su precio, como en la figura 15.1. Obsérvese que esta curva se traza manteniendo fijos todos los demás precios y las rentas. Si éstos varían, se desplaza la curva de demanda agregada.

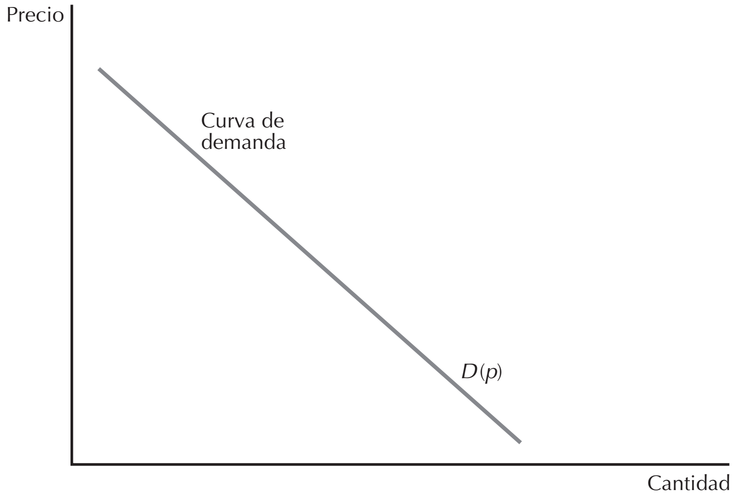


Figura 15.1. La curva de demanda del mercado. La curva de demanda del mercado es la suma de las curvas de demanda de cada individuo.

Por ejemplo, si los bienes 1 y 2 son sustitutivos, sabemos que la subida del precio del bien 2 tiende a elevar la demanda del bien 1, cualquiera que sea su precio, lo cual significa que tiende a desplazar hacia fuera la curva de demanda agregada de dicho bien. Del mismo modo, si los bienes 1 y 2 son complementarios, la subida del precio del bien 2 desplaza hacia dentro la curva de demanda agregada del bien 1.

Si para un individuo el bien 1 es normal e incrementamos la renta monetaria de ese individuo manteniendo todo lo demás fijo, tenderá a aumentar su demanda y, por lo tanto, la curva de demanda agregada se desplazará hacia fuera. Si adoptamos el modelo del consumidor representativo y suponemos que el bien 1 es normal para él, cualquier variación económica que eleve la renta agregada aumentará la demanda de dicho bien.

15.2 La función inversa de demanda

Podemos imaginar que la curva de demanda agregada nos indica la cantidad en función del precio o el precio en función de la cantidad. Cuando queramos hacer hincapié en esta última forma de analizarla, a veces la llamaremos **función inversa de**

demanda, $P(X)$. Esta función muestra cuál tendría que ser el precio de mercado del bien 1 para que se demandaran X unidades.

Antes hemos visto que el precio de un bien mide la relación marginal de sustitución entre dicho bien y todos los demás; es decir, el precio de un bien representa la disposición marginal del individuo que lo demanda a pagar por una unidad adicional del mismo. Si todos los consumidores se enfrentan a los mismos precios de los bienes, todos tendrán la misma relación marginal de sustitución en sus puntos de elección óptima. Por lo tanto, la curva inversa de demanda, $P(X)$, mide la relación marginal de sustitución o la disposición marginal a pagar de *todos* los consumidores que compran el bien.

La interpretación geométrica de esta suma es bastante obvia. Obsérvese que estamos sumando *horizontalmente* las curvas de demanda o de oferta: dado un precio cualquiera, sumamos las cantidades demandadas por cada individuo, que se miden, por supuesto, en el eje de abcisas.

Ejemplo: Cómo se suman las curvas de demanda "lineales"

Supongamos que la curva de demanda de un individuo es $D_1(p) = 20 - p$ y la de otro $D_2(p) = 10 - 2p$. ¿Cuál es la función de demanda del mercado? Conviene precisar con cuidado qué entendemos por funciones de demanda "lineales". Dado que normalmente una cantidad negativa de un bien no tiene ningún sentido, *en realidad* queremos decir que las funciones de demanda del individuo tienen la forma

$$D_1(p) = \max\{20 - p, 0\}$$
$$D_2(p) = \max\{10 - 2p, 0\}.$$

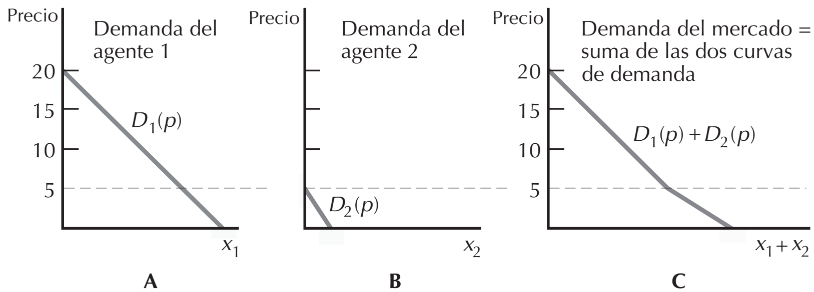


Figura 15.2. La suma de dos curvas de demanda "lineales". Dado que las curvas de demanda sólo son lineales cuando las cantidades son positivas, la curva de demanda del mercado, normalmente, tiene un vértice.

En realidad, lo que los economistas llaman curvas de demanda "lineales" no son funciones lineales. La suma de las dos curvas de demanda se parece a la curva representada en la figura 15.2. Obsérvese el vértice que se produce cuando $p = 5$.

15.3 Los bienes discretos

Hemos visto que si un bien sólo se encuentra en cantidades discretas, su demanda por parte de un único consumidor puede describirse en función de los precios de reserva del consumidor. En este apartado examinamos la demanda de mercado de un bien de este tipo. Nos limitamos para mayor sencillez a examinar el caso en el que el bien sólo puede consumirse en una cantidad igual a cero o a uno.

En este caso, el precio de reserva del consumidor —es decir, el precio al que está dispuesto a comprar una unidad— describe totalmente su demanda. En la figura 15.3 hemos representado las curvas de demanda de dos consumidores, el A y el B, y la demanda de mercado, que es la suma de estas dos curvas. Obsérvese que en este caso la curva de demanda de mercado debe tener "pendiente negativa", ya que una reducción del precio de mercado debe incrementar el número de consumidores que están dispuestos a pagar, al menos, ese precio.

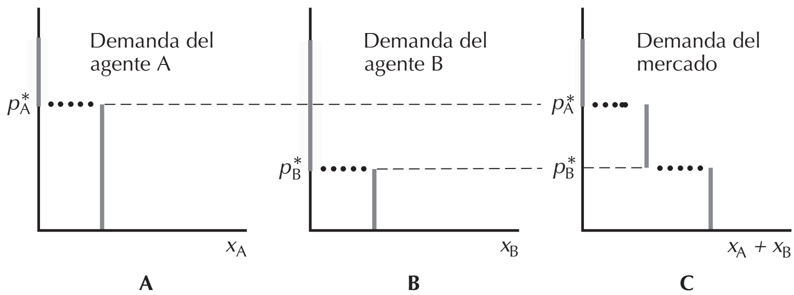


Figura 15.3. La demanda del mercado. La figura muestra la curva de demanda del mercado en el modelo del precio de reserva. Es la suma de las curvas de demanda de todos los consumidores del mercado, representados aquí por A y B.

15.4 El margen extensivo y el intensivo

En los capítulos anteriores hemos centrado la atención en la elección del consumidor en el caso en que éste consumía cantidades positivas de cada bien. Cuando variaba el precio, el consumidor decidía consumir una cantidad mayor o menor de un bien o del otro, pero acababa consumiendo algo de los dos. Algunas veces los economistas dicen que éste es un ajuste en el **margen intensivo**.

En el modelo del precio de reserva, los consumidores deciden si entran o no en el mercado de un bien o del otro, lo que a veces se llama **ajuste en el margen extensivo.** Ambos tipos de decisiones afectan a la pendiente de la curva de demanda agregada.

Ya hemos visto antes que el ajuste en el margen intensivo iba en la dirección "correcta" si los bienes eran normales: cuando subía el precio, disminuía la cantidad demandada. El ajuste en el margen extensivo también funciona en el sentido "correcto". Por lo tanto, cabe esperar, por lo general, que las curvas de demanda agregada tengan pendiente negativa.

15.5 La elasticidad

En el capítulo 6 vimos cómo se obtenía la curva de demanda a partir de las preferencias del consumidor. Muchas veces es interesante disponer de una medida de la "sensibilidad" de la demanda a las variaciones del precio o de la renta. La primera medida que se nos ocurre es la pendiente de la curva de demanda, ya que, al fin y al cabo, ésta se define como la variación de la cantidad demandada dividida por la variación del precio:

$$\text{pendiente de la curva de demanda} = \frac{\Delta q}{\Delta p},$$

lo cual parece, desde luego, una medida de la sensibilidad.

Pues bien, es efectivamente una medida de la sensibilidad, pero plantea algunos problemas. El más importante estriba en que la pendiente de la curva de demanda depende de las unidades en que se mida la demanda y el precio. Si la demanda se mide en hectólitros en lugar de litros, la pendiente es cien veces más inclinada. Por lo tanto, en vez de especificar en cada ocasión las unidades, es más cómodo utilizar una medida de la sensibilidad independiente de las unidades de medida. Los economistas han decidido utilizar una medida conocida con el nombre de **elasticidad**.

La **elasticidad-precio de la demanda**, ε, es la variación porcentual de la cantidad dividida por la variación porcentual del precio. Una subida del precio en un 10 por ciento es una subida del 10 por ciento, independientemente de que se mida en dólares americanos o en euros. Por lo tanto, midiendo las variaciones en términos porcentuales llegamos a una noción de elasticidad que es un número carente de unidades.

En símbolos, la definición de la elasticidad es

$$\varepsilon = \frac{\Delta q/q}{\Delta p/p}.$$

Reordenando esta definición, tenemos la expresión más frecuente:

$$\varepsilon = \frac{p\Delta q}{q\Delta p}.$$

Por lo tanto, la elasticidad puede expresarse como el cociente entre el precio y la cantidad multiplicada por la pendiente de la curva de demanda. En el apéndice de este capítulo describimos la elasticidad por medio de la derivada de la función de demanda. Si el lector sabe cálculo, esta formulación es la manera más útil de entender la elasticidad.

Generalmente, el signo de la elasticidad de la demanda es negativo, ya que las curvas de demanda siempre tienen pendiente negativa. Sin embargo, para evitar la molestia de referirse a la elasticidad como una cantidad *negativa*, es frecuente hablar de elasticidad 2 o 3 en lugar de –2 o –3. Aquí trataremos de ser rigurosos en la utilización de los signos y nos referiremos al valor absoluto de la elasticidad, pero el lector no debe olvidar que en el habla corriente se tiende a ignorar el signo negativo.

Las cifras negativas también plantean otro problema cuando se comparan magnitudes. ¿Es una elasticidad de –3 mayor o menor que una de –2? Desde el punto de vista algebraico, –3 es menor que –2, pero los economistas tienden a decir que la demanda que tiene una elasticidad de –3 es "más elástica" que la que tiene una elasticidad de –2. En este libro expresaremos las comparaciones en términos absolutos con el fin de evitar este tipo de ambigüedad.

Ejemplo: La elasticidad de una curva de demanda lineal

Consideremos la curva de demanda lineal, $q = a - bp$, representada en la figura 15.4. Su pendiente es una constante, $-b$. Introduciendo esta expresión en la fórmula de la elasticidad, tenemos que

$$\varepsilon = \frac{-bp}{q} = \frac{-bp}{a - bp}.$$

Cuando $p = 0$, la elasticidad de la demanda es 0. Cuando $q = 0$, la elasticidad de la demanda es infinito (negativo). ¿Qué valor debe tener el precio para que la elasticidad de la demanda sea –1?

Para averiguarlo, formulamos la ecuación siguiente:

$$\frac{-bp}{a - bp} = -1$$

y despejamos *p:*

$$p = \frac{a}{2b},$$

que, como vemos en la figura 15.4, se encuentra exactamente en la mitad de la curva de demanda.

15.6 La elasticidad y la demanda

Si un bien tiene una elasticidad de demanda mayor que 1 en valor absoluto, decimos que tiene una **demanda elástica**. Si tiene una elasticidad menor que 1 en valor absoluto, decimos que tiene una **demanda inelástica**. Y si tiene una elasticidad exactamente igual a –1, decimos que tiene una **demanda de elasticidad unitaria**.

Una curva de demanda elástica es aquella en la que la cantidad demandada es muy sensible al precio: si éste sube un 1 por ciento, la cantidad demandada disminuye más de un 1 por ciento. Por lo tanto, si recordamos que la elasticidad es la sensibilidad de la cantidad demandada a la variación del precio, es más fácil recordar qué significan los términos "elástico" e "inelástico".

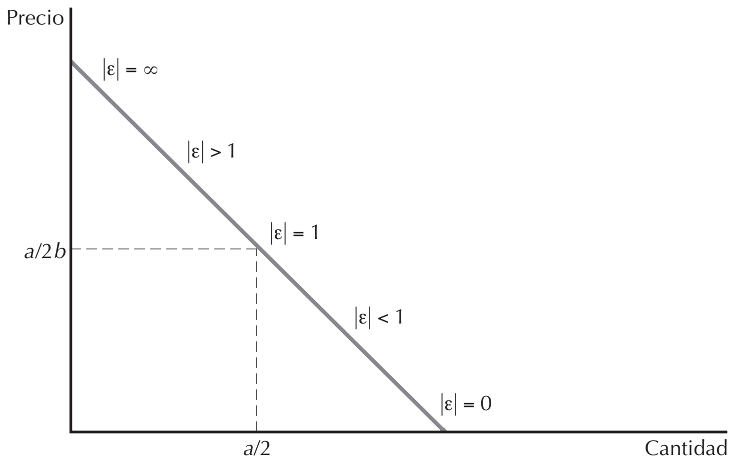


Figura 15.4. La elasticidad de una curva de demanda lineal. La elasticidad es infinita en la ordenada en el origen, 1 en el punto medio de la curva y cero en la abscisa en el origen.

En general, la elasticidad de la demanda de un bien depende, en gran medida, de la cantidad de sustitutivos cercanos que tenga. Tomemos un caso extremo: nuestro viejo amigo, el ejemplo de los lápices rojos y azules. Supongamos que todo el mundo considera que estos bienes son sustitutivos perfectos. En ese caso deben venderse al mismo precio. Ahora imaginemos qué ocurriría con la demanda de lápices rojos si subiera su precio y el de los azules se mantuviera constante. Es evidente que bajaría a cero: es decir, la demanda de lápices rojos es muy elástica, ya que tiene un sustitutivo perfecto.

Si un bien tiene muchos sustitutivos cercanos, cabe esperar que su curva de demanda sea muy sensible a las variaciones de su precio. En cambio, si tiene pocos sustitutivos cercanos, su demanda será probablemente bastante inelástica.

15.7 La elasticidad y el ingreso

El **ingreso** es el precio de un bien multiplicado por la cantidad vendida de dicho bien. Si sube el precio, disminuye la cantidad vendida, por lo que el ingreso puede aumentar o disminuir. El sentido de la variación depende evidentemente de lo sensible que sea la demanda a la variación del precio. Si la demanda desciende poco cuando sube el precio, el ingreso aumenta, lo que indica que el sentido de la variación del ingreso está relacionado con la elasticidad de la demanda.

De hecho, existe una relación muy útil entre la elasticidad-precio y la variación del ingreso. La definición del ingreso es

$$R = pq.$$

Si ahora suponemos que el precio es $p + \Delta p$ y la cantidad $q + \Delta q$, tenemos un nuevo ingreso de

$$\begin{aligned} R' &= (p + \Delta p)(q + \Delta q) \\ &= pq + q\Delta p + p\Delta q + \Delta p\Delta q. \end{aligned}$$

Restando R de R', tenemos que

$$\Delta R = q\Delta p + p\Delta q + \Delta p\Delta q.$$

Cuando los valores de Δp y Δq son bajos, puede prescindirse tranquilamente del último término, con lo que nos queda la siguiente expresión de la variación del ingreso:

$$\Delta R = q\Delta p + p\Delta q.$$

Es decir, la variación del ingreso es aproximadamente igual a la cantidad multiplicada por la variación del precio más el precio multiplicado por la variación de la cantidad. Si queremos tener una expresión de la tasa de variación del ingreso por cada variación unitaria del precio, basta dividir esta expresión por Δp:

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q + p\frac{\Delta q}{\Delta p}\cdot$$

La figura 15.5 muestra gráficamente cómo varía el ingreso. Éste es el área del rectángulo: el precio multiplicado por la cantidad. Cuando sube el precio, añadimos el área rectangular a la situada encima del rectángulo inicial, que es aproximadamente $q\Delta p$, pero restamos el área rectangular situada a la derecha, que es aproximadamente $p\Delta q$. Cuando las variaciones son pequeñas, estas dos áreas corresponden a la expresión indicada antes (el término restante, $\Delta p\Delta q$, es el pequeño cuadrado situado en la esquina del rectángulo inicial que será muy pequeño en relación con las demás magnitudes).

¿Cuándo es positivo el resultado neto de estos dos efectos? Es decir, ¿cuándo se satisface la siguiente desigualdad?

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = p\frac{\Delta q}{\Delta p} + q(p) > 0?$$

Reordenando, tenemos

$$\frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p} > -1.$$

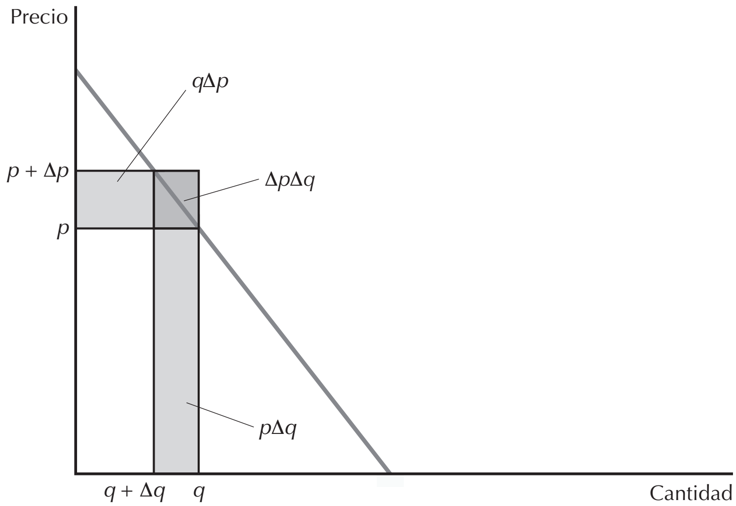


Figura 15.5. Cómo varía el ingreso cuando varía el precio. La variación del ingreso es igual al rectángulo superior izquierdo menos el rectángulo inferior derecho.

El primer miembro de esta expresión es $\varepsilon(p)$, que es un número negativo. Multiplicando por – 1 se invierte el resultado de la desigualdad:

$$|\varepsilon(p)| < 1.$$

Por lo tanto, el ingreso aumenta cuando sube el precio si la elasticidad de la demanda es menor que uno en valor absoluto y disminuye cuando sube el precio si la elasticidad de la demanda es mayor que uno en valor absoluto.

Otra forma de ver esta conclusión es expresar la variación del ingreso como antes:

$$\Delta R = p\Delta q + q\Delta p > 0.$$

Reordenando, obtenemos

$$-\frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p} = |\varepsilon(p)| < 1.$$

Una tercera forma consiste en reordenar la fórmula de $\Delta R/\Delta p$ de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R}{\Delta p} &= q + p\frac{\Delta q}{\Delta p}\\ &= q\left[1+\frac{p}{q}\frac{\Delta q}{\Delta p}\right]\\ &= q\,[1 + \varepsilon(p)].\end{aligned}$$

Dado que la elasticidad de la demanda es negativa, también podemos escribir esta expresión de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta R}{\Delta p} = q[1 - |\varepsilon(p)|\,].$$

En esta fórmula es fácil ver cómo responde el ingreso a una variación del precio: si el valor absoluto de la elasticidad es mayor que 1, $\Delta R/\Delta \mathrm{p}$ debe ser negativo y viceversa.

No es difícil recordar el contenido intuitivo de estos resultados matemáticos. Si la demanda es muy sensible al precio —es decir, es muy elástica—, una subida del precio reduce la demanda tanto que disminuye el ingreso. Si la demanda es muy poco sensible al precio —es muy inelástica—, una subida del precio no altera mucho la demanda y aumenta el ingreso total. La línea divisoria se encuentra en el punto en el que la elasticidad es igual a –1. En este punto, si el precio sube un 1 por ciento, la cantidad disminuye un 1 por ciento, por lo que el ingreso global no experimenta variación alguna.

Ejemplo: Las huelgas y los beneficios

En 1979, el United Farm Workers (Sindicato de Agricultores de Estados Unidos) convocó una huelga contra los cultivadores de lechugas de California que fue sumamente eficaz: su producción se redujo casi la mitad. Pero la reducción de la oferta de lechugas provocó inevitablemente una subida de su precio. De hecho, durante la huelga el precio de las lechugas aumentó cerca de un 400 por ciento. Como la producción se redujo la mitad y los precios se cuadruplicaron, el resultado neto fue casi una *duplicación* de los beneficios de los productores.[1]

Cabría preguntarse por qué los productores acabaron negociando el final de la huelga. En la respuesta interviene la oferta a corto plazo y a largo plazo. La mayor parte de las lechugas que se consumen en Estados Unidos durante los meses de invierno se cultiva en el Imperial Valley. Cuando la oferta de estas lechugas se redujo espectacularmente en una estación, no hubo tiempo de sustituirlas por lechugas de otras regiones, por lo que se disparó su precio en el mercado. Si la huelga hubiera durado varias estaciones, podrían haberse plantado lechugas en otras zonas. Este aumento de la oferta procedente de otras fuentes habría tendido a devolver el precio de las lechugas a su nivel normal y a reducir así los beneficios de los agricultores de esa región.

15.8 Demandas de elasticidad constante

¿Qué tipo de curva de demanda nos da una elasticidad de la demanda constante? En una curva de demanda lineal, la elasticidad de la demanda va desde cero hasta infinito, y eso no es precisamente lo que llamaríamos constante; por lo tanto, no es la respuesta.

Veamos un ejemplo utilizando el cálculo anterior del ingreso. Sabemos que si la elasticidad es 1 al precio p, el ingreso no varía cuando el precio experimenta una pequeña variación. Por lo tanto, si el ingreso permanece constante cuando varía el precio, la curva de demanda tiene que tener una elasticidad de –1 en todos los puntos.

Pero esto es fácil. Lo único que queremos es que el precio y la cantidad estén relacionados mediante la fórmula lo que significa que

$$pq = \overline{R},$$

lo que significa que

$$q = \frac{\overline{R}}{p}$$

es la fórmula de una función de demanda de elasticidad constante e igual a –1. La figura 15.6 muestra la función $q = \overline{R}/p$. Obsérvese que el precio multiplicado por la cantidad es constante a lo largo de la curva de demanda.

[1] Véase Colin Carter, *et al.*, "Agricultural Labor Strikes and Farmers' Incomes", *Economic Inquiry*, 25, 1987, 121-133.

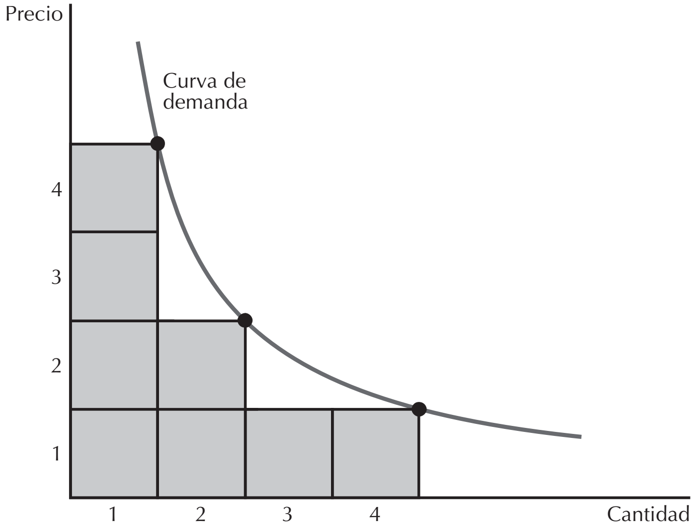


Figura 15.6. La demanda de elasticidad unitaria. En esta curva de demanda, el precio multiplicado por la cantidad es constante en todos los puntos. Por lo tanto, la curva de demanda tiene una elasticidad constante de –1.

La fórmula general de una demanda de elasticidad ε es

$$q = Ap^{\varepsilon},$$

donde A es una constante positiva arbitraria y ε, al ser una elasticidad, normalmente es negativa. Esta fórmula será útil en algunos ejemplos que mostraremos más adelante.

Una forma práctica de expresar una curva de demanda de elasticidad constante consiste en tomar logaritmos:

$$\ln q = \ln A + \varepsilon \ln p.$$

En esta expresión existe una dependencia lineal del logaritmo de q con respecto al de p.

15.9 La elasticidad y el ingreso marginal

En el apartado 15.7 explicamos cómo varía el ingreso cuando varía el precio de un bien, pero a menudo es interesante ver cómo varía el ingreso cuando varía la cantidad demandada de un bien, especialmente cuando se analizan las decisiones de las empresas relacionadas con la producción.

Antes vimos que cuando las variaciones del precio y de la cantidad son pequeñas, la variación del ingreso es

$$\Delta R = p\Delta q + q\Delta p.$$

Si dividimos los dos miembros de esta expresión por Δq, tenemos la fórmula del **ingreso marginal**:

$$IM = \frac{\Delta R}{\Delta q} = p + q\,\frac{\Delta p}{\Delta q}.$$

Esta fórmula también puede expresarse de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p\left[1 + \frac{q\Delta p}{p\Delta q}\right].$$

¿Cuál es el segundo término entre corchetes? No es la elasticidad, pero casi. Es la inversa de la elasticidad:

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{1}{\frac{p\Delta q}{q\Delta p}} = \frac{q\Delta p}{p\Delta q}.$$

Por lo tanto, la expresión del ingreso marginal se convierte en

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(q)}\right].$$

Hemos escrito $p(q)$ y $\varepsilon(q)$ para recordar que tanto el precio como la elasticidad dependen normalmente del nivel de producción.

Cuando hay peligro de confundirse, debido a que la elasticidad es un número negativo, a veces se escribe la expresión de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(q)|}\right].$$

Eso significa que si la elasticidad de la demanda es -1, el ingreso marginal es 0, es decir, el ingreso no varía cuando aumenta la producción. Si la demanda es inelástica, $|\varepsilon|$ es menor que 1, lo que significa que $1/|\varepsilon|$ es mayor que 1. Por lo tanto, $1 - 1/|\varepsilon|$ es negativo, por lo que el ingreso disminuye cuando aumenta la producción.

Este resultado es bastante intuitivo. Si la demanda no es muy sensible al precio, deben reducirse mucho los precios para aumentar la producción, por lo que disminuye el ingreso. Esta conclusión es totalmente compatible con el análisis anterior de la variación del ingreso provocada por una variación del precio, ya que un aumento de la cantidad significa una reducción del precio y viceversa.

Ejemplo: Cómo se fija el precio

Supongamos que somos los responsables de fijar el precio de un producto que fabricamos y que tenemos una buena estimación de su curva de demanda. Supongamos también que nuestro objetivo es fijar un precio que maximice los beneficios, es decir, el ingreso menos los costes. En ese caso, nunca querremos fijar un precio tal que la elasticidad de la demanda sea menor que 1; nunca querremos fijar un precio tal que la demanda sea inelástica.

¿Por qué? Veamos qué ocurriría si subiéramos el precio. En ese caso, aumentaría el ingreso —ya que la demanda es inelástica—y disminuiría la cantidad vendida. Pero si disminuyera la cantidad vendida, también deberían disminuir los costes de producción o, al menos, no podrían aumentar. Por lo tanto, debería ser mayor el beneficio global, lo que demuestra que actuando en la parte inelástica de la curva de demanda no se está maximizando el beneficio.

15.10 Las curvas de ingreso marginal

En el apartado anterior vimos que el ingreso marginal es

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q) + \frac{\Delta p(q)}{\Delta q} q$$

o

$$\frac{\Delta R}{\Delta q} = p(q)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(q)|}\right].$$

Resultará útil trazar estas curvas de ingreso marginal. En primer lugar, obsérvese que cuando la cantidad es cero, el ingreso marginal es igual al precio, ya que el ingreso marginal que se obtiene por la primera unidad vendida es igual al precio. Pero a partir de la segunda, es menor que el precio, puesto que $\Delta p/\Delta q$ es negativo.

Veamos por qué. Si decidimos vender una unidad más del bien, tendremos que bajar el precio. Pero esta reducción del precio reducirá el ingreso que recibiremos por todas las unidades de producción que ya estamos vendiendo. Por lo tanto, el ingreso marginal que recibiremos será menor que el precio que percibiremos por la venta de la unidad adicional.

Consideremos el caso especial de la curva inversa de demanda lineal:

$$p(q) = a - bq.$$

En este caso, es fácil ver que la pendiente de la curva inversa de demanda es constante:

$$\frac{\Delta p}{\Delta q} = -b.$$

Por lo tanto, la fórmula del ingreso marginal se convierte en

$$\begin{aligned}\frac{\Delta R}{\Delta q} &= p(q) + \frac{\Delta p(q)}{\Delta q} q \\ &= p(q) - bq \\ &= a - bq - bq \\ &= a - 2bq.\end{aligned}$$

La figura 15.7A representa la curva *IM*, que tiene la misma ordenada en el origen que la curva de demanda, pero el doble de pendiente. El ingreso marginal es negativo cuando $q > a / 2b$. La cantidad $a / 2b$ es aquella en la que la elasticidad es igual a –1. Si la cantidad es mayor, la demanda es inelástica, lo que implica que el ingreso marginal es negativo.

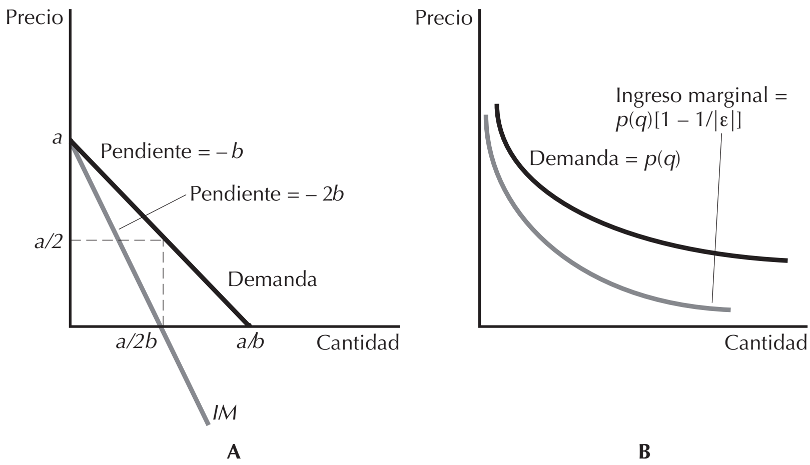


Figura 15.7. El ingreso marginal. (A) Ingreso marginal correspondiente a una curva de demanda lineal. (B) Ingreso marginal correspondiente a una curva de demanda de elasticidad constante.

La curva de demanda de elasticidad constante constituye otro caso especial de la curva de ingreso marginal. (Véase la figura 15.7b.) Si la elasticidad de la demanda es constante e igual a ε, la curva de ingreso marginal adopta la forma

$$IM = p(q) \left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right].$$

Dado que el término entre corchetes es constante, la curva de ingreso marginal es una fracción constante de la curva de demanda inversa. Cuando $|\varepsilon| = 1$, la curva de ingreso marginal es constante e igual a cero. Cuando $|\varepsilon| > 1$, la curva de ingreso marginal se encuentra por debajo de la curva inversa de demanda, como muestra la figura. Cuando $|\varepsilon| < 1$, el ingreso marginal es negativo.

15.11 La elasticidad-renta

Recuérdese que la elasticidad-precio de la demanda se define de la forma siguiente:

$$\text{elasticidad-precio de la demanda} = \frac{\text{variación porcentual de la cantidad demandada}}{\text{variación porcentual del precio}}.$$

Ésta es una ratio carente de unidades de medida que indica cómo responde la cantidad demandada a una variación del precio.

La **elasticidad-renta de la demanda** se utiliza para indicar cómo responde la cantidad demandada a una variación de la renta; se define de la forma siguiente:

$$\text{elasticidad-renta de la demanda} = \frac{\text{variación porcentual de la cantidad}}{\text{variación porcentual de la renta}}.$$

Recuérdese que un **bien normal** es aquel cuya demanda aumenta cuando aumenta la renta; por lo tanto, cuando un bien es de este tipo, la elasticidad-renta de la demanda es positiva. Un bien inferior es aquel cuya demanda disminuye cuando aumenta la renta; cuando un bien es de este tipo, la elasticidad-renta de la demanda es negativa. Los economistas utilizan a veces el término **bienes de lujo** para referirse a aquellos que tienen una elasticidad-renta de la demanda mayor que 1: un aumento de la renta del 1 por ciento provoca un aumento de la demanda de un bien de lujo *superior* a un 1 por ciento.

Sin embargo, por regla general, las elasticidades-renta tienden a girar en torno a 1. Podemos ver la razón examinando la restricción presupuestaria. Formulamos las restricciones presupuestarias correspondientes a dos niveles diferentes de renta:

$$p_1 x_1' + p_2 x_2' = m'$$
$$p_1 x_1^0 + p_2 x_2^0 = m^0.$$

Restamos la segunda ecuación de la primera y representamos como siempre las diferencias por medio del símbolo Δ:

$$p_1 \Delta x_1 + p_2 \Delta x_2 = \Delta m.$$

A continuación multiplicamos y dividimos el precio por x_i/x_i y dividimos los dos miembros por m:

$$\frac{p_1 x_1}{m}\frac{\Delta x_1}{x_1} + \frac{p_2 x_2}{m}\frac{\Delta x_2}{x_2} = \frac{\Delta m}{m}.$$

Por último, dividimos los dos miembros por $\Delta m/m$ y representamos la **proporción del gasto** dedicada al bien i por medio de $s_i = p_i x_i/m$. De esa manera llegamos a nuestra ecuación final:

$$s_1 \frac{\Delta x_1/x_1}{\Delta m/m} + s_2 \frac{\Delta x_2/x_2}{\Delta m/m} = 1.$$

Esta ecuación indica que la *media ponderada de las elasticidades-renta* es 1, donde las ponderaciones son las proporciones del gasto. Los bienes de lujo que tienen una elasticidad-renta mayor que 1 deben contrarrestarse con bienes que tengan una elasticidad-renta menor que 1, por lo que las elasticidades-renta serán "en promedio" de alrededor de 1.

Resumen

1. La curva de demanda del mercado es simplemente la suma de las curvas de demanda de cada individuo.
2. El precio de reserva mide el precio al que al consumidor le da igual comprar el bien que no comprarlo.
3. La función de demanda mide la cantidad demandada en función del precio. La función inversa de demanda mide el precio en función de la cantidad. Una curva de demanda dada puede describirse de cualquiera de las dos formas.
4. La elasticidad de la demanda mide la sensibilidad de la cantidad demandada a la variación del precio. Formalmente se define como la variación porcentual de la cantidad dividida por la variación porcentual del precio.
5. Si el valor absoluto de la elasticidad de la demanda es menor que 1 en un punto, decimos que la demanda es *inelástica* en ese punto. Si es mayor que 1 en un punto, decimos que es *elástica* en ese punto. Si es exactamente 1 en un punto, decimos que tiene una elasticidad *unitaria* en ese punto.
6. Si la demanda es inelástica en un punto, un incremento de la cantidad provoca una reducción del ingreso. Si es elástica, un incremento de la cantidad provoca un aumento del ingreso.
7. El ingreso marginal es el ingreso adicional que se obtiene aumentando la cantidad vendida. La fórmula que relaciona el ingreso marginal y la elasticidad es $IM = p[1 + 1/\varepsilon] = p[1 - 1/|\varepsilon|]$.
8. Si la curva inversa de demanda es una función lineal $p(y) = a - by$, el ingreso marginal es $IM = a - 2by$.

9. La elasticidad-renta mide la sensibilidad de la cantidad demandada a la renta. Formalmente se define como la variación porcentual de la cantidad dividida por la variación porcentual de la renta.

Problemas

1. Si la curva de demanda del mercado es $D(p) = 100 - 0{,}5p$, ¿cuál es la curva inversa de demanda?
2. La función de demanda de droga por parte de un adicto puede ser muy inelástica, pero la función de demanda de mercado puede ser bastante elástica. ¿Por qué?
3. Si $D(p) = 12 - 2p$, ¿qué precio maximiza el ingreso?
4. Suponga que la curva de demanda de un bien es $D(p) = 100/p$. ¿Qué precio maximiza el ingreso?
5. ¿Verdadero o falso? En un modelo de dos bienes, si uno de ellos es inferior, el otro debe ser un bien de lujo.

Apéndice

Utilizando derivadas, la elasticidad de la demanda con respecto al precio se define de la forma siguiente:

$$\varepsilon = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp}.$$

En este capítulo hemos afirmado que la expresión de una curva de demanda de elasticidad constante es $q = Ap^{\varepsilon}$. Para verificar que esta afirmación es correcta, podemos derivar esta expresión con respecto al precio:

$$\frac{dq}{dp} = \varepsilon A p^{\varepsilon - 1}$$

y multiplicando por el precio y dividiendo por la cantidad, obtenemos

$$\frac{p}{q}\frac{dq}{dp} = \frac{p}{Ap^{\varepsilon}}\varepsilon A p^{\varepsilon-1} = \varepsilon.$$

Tras varias simplificaciones, vemos que queda como habíamos dicho.

Una curva de demanda lineal tiene la fórmula $q(p) = a - bp$. La elasticidad de la demanda correspondiente al punto p es

$$\varepsilon = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp} = \frac{-bp}{a - bp}.$$

Cuando p es cero, la elasticidad es cero. Cuando q es cero la elasticidad es infinita.

El ingreso es $R(p) = pq(p)$. Para ver cómo varía cuando varía p, derivamos el ingreso con respecto a p y obtenemos

$$R'(p) = pq'(p) + q(p).$$

Supongamos que aumenta el ingreso cuando sube p. En ese caso, tenemos que

$$R'(p) = p\frac{dq}{dp} + q(p) > 0.$$

Reordenando los términos, tenemos que

$$\varepsilon = \frac{p}{q}\frac{dq}{dp} > -1.$$

Recordando que dq/dp es negativo y multiplicando ambos miembros por -1,

$$|\varepsilon| < 1.$$

Por lo tanto, si el ingreso aumenta cuando sube el precio, debemos encontrarnos en una parte inelástica de la curva de demanda.

Ejemplo: La curva de Laffer

En este apartado, analizaremos algunos sencillos cálculos de la elasticidad, que pueden ser útiles para examinar una cuestión de considerable interés para la política económica, a saber, cómo varían los ingresos fiscales cuando se modifican los tipos impositivos.

Representemos gráficamente los ingresos fiscales en relación con el tipo impositivo. Si éste es nulo, los ingresos fiscales serán nulos; si es 1, nadie querrá demandar ni ofrecer el bien en cuestión, por lo que los ingresos fiscales también serán cero. Por lo tanto, el ingreso en función del tipo impositivo debe aumentar primero y disminuir después (naturalmente, puede aumentar y disminuir varias veces entre 0 y 1, pero prescindiremos de esta posibilidad para mayor sencillez). La curva que relaciona los tipos impositivos y los ingresos fiscales y que está representada en la figura 15.8 se conoce con el nombre de **curva de Laffer**.

La característica más interesante de esta curva reside en que indica que cuando el tipo impositivo es suficientemente alto, los ingresos recaudados pueden terminar *disminuyendo* si se sube aún más. La disminución de la oferta del bien reduce hasta tal punto los ingresos fiscales que la subida del tipo impositivo no compensa la disminución de la oferta. Este fenómeno se denomina efecto Laffer, en honor al economista que hizo famoso este gráfico a principios de los años ochenta. Se ha dicho que la virtud de la curva de Laffer reside en que puede explicarse a un parlamentario en media hora y éste puede hablar sobre ella durante seis meses. De hecho, la curva de Laffer figuró en un destacado lugar en los debates que suscitaron en Estados Unidos las reducciones de los impuestos de 1980. La expresión clave en el argumento anterior es "suficientemente alto". ¿Cómo tiene que ser de alto el tipo impositivo para que se deje sentir el efecto Laffer?

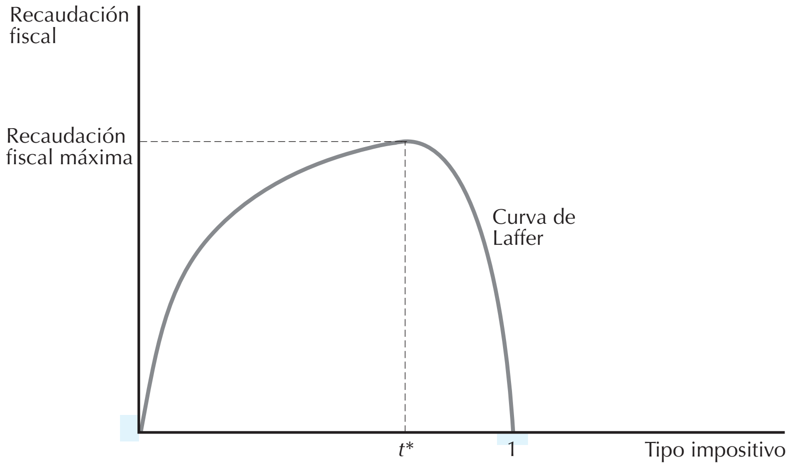


Figura 15.8. La curva de Laffer. Una forma posible de la curva de Laffer, que relaciona los tipos impositivos y los ingresos fiscales.

Para responder a esta pregunta consideremos el modelo siguiente, muy simplificado, del mercado de trabajo. Supongamos que las empresas demandan una cantidad de trabajo cero si el salario es mayor que $\overline{w}$ y una cantidad arbitraria si es exactamente $\overline{w}$. Eso significa que la curva de demanda de trabajo es horizontal al salario $\overline{w}$. Supongamos que la curva de oferta de trabajo, $S(p)$, tiene la pendiente positiva habitual. La figura 15.9 muestra el equilibrio del mercado de trabajo.

Si gravamos el trabajo al tipo impositivo t y si la empresa paga $\overline{w}$, el trabajador sólo obtendrá $w = (1 - t)\overline{w}$. Por lo tanto, la curva de oferta de trabajo girará hacia la izquierda y la cantidad vendida de trabajo disminuirá, como en la figura 15.9. Ha bajado el salario una vez deducidos los impuestos, lo que ha desalentado la venta de trabajo. Hasta ahora todo va bien.

Por lo tanto, los ingresos fiscales, T, vienen dados por la fórmula

$$T = t\overline{w}S(w),$$

donde $w = (1 - t)\overline{w}$ y $S(w)$ es la oferta de trabajo.

Para ver cómo varían los ingresos fiscales cuando modificamos el tipo impositivo, derivemos esta fórmula con respecto a t:

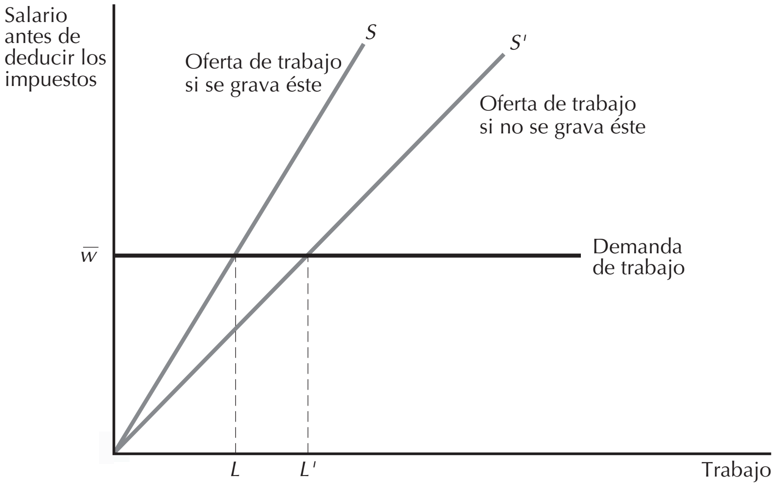


Figura 15.9. El mercado de trabajo. El equilibrio en el mercado de trabajo con una curva de demanda de trabajo horizontal. Cuando se grava la renta procedente del trabajo, disminuye la cantidad ofrecida de trabajo a los diferentes salarios.

$$\frac{dT}{dt} = \left[-t\,\frac{dS(w)}{dw}\,\overline{w} + S(w) \right] \overline{w}. \tag{15.1}$$

(Obsérvese el uso de la regla de derivación en cadena y el hecho de que $dw/dt = -\overline{w}$.)

El efecto Laffer se produce cuando disminuyen los ingresos al subir t, es decir, cuando esta expresión es negativa. Ahora bien, eso significa claramente que la oferta de trabajo va a tener que ser bastante elástica; es decir, va a tener que disminuir mucho cuando aumente el impuesto. Veamos, pues, qué valores de la elasticidad harán que esta expresión sea negativa.

Para que la ecuación [15.1] sea negativa, debe cumplirse que

$$-\,t\,\frac{dS(w)}{dw}\,\overline{w} + S(w) < 0.$$

Pasando el primer término al segundo miembro, obtenemos

$$t\,\frac{dS(w)}{dw}\;\overline{w} > S(w)$$

y dividiendo ambos miembros por $tS(w)$, tenemos que

$$\frac{dS(w)}{dw}\,\frac{\overline{w}}{S(w)} > \frac{1}{t}.$$

Multiplicando ambos miembros por $(1 - t)$ y basándonos en que $w = (1 - t)\overline{w}$, llegamos a la siguiente expresión:

$$\frac{dS}{dw}\frac{w}{S} > \frac{1-t}{t}.$$

El primer miembro de esta expresión es la elasticidad de la oferta de trabajo. Hemos demostrado que el efecto Laffer sólo puede ocurrir si la elasticidad de la oferta de trabajo es mayor que $(1 - t)/t$.

Tomemos un caso extremo y supongamos que el tipo impositivo sobre la renta del trabajo es de un 50 por ciento. En ese caso, el efecto Laffer sólo puede dejarse sentir si la elasticidad de la oferta de trabajo es mayor que 1, lo que significa que una reducción del salario de un 1 por ciento provocaría una reducción de la oferta de trabajo superior a un 1 por ciento. Es una reacción muy exagerada.

Los económetras han estimado frecuentemente elasticidades de la oferta de trabajo y el valor más alto que han encontrado hasta ahora ha sido de 0,2 aproximadamente. Por lo tanto, el efecto Laffer parece bastante improbable en el caso de los tipos impositivos existentes en Estados Unidos. Sin embargo, en otros países, como Suecia, en que son mucho más altos, existen algunas pruebas de que puede haberse producido el fenómeno de la curva de Laffer.[2]

Ejemplo: Otra expresión de la elasticidad

He aquí otra expresión de la elasticidad que resulta a menudo útil:

$$\frac{d\ln Q}{d\ln P}.$$

Para demostrarla aplicamos varias veces la regla de la derivación en cadena. Comenzamos señalando que

$$\frac{d\ln Q}{d\ln P} = \frac{d\ln Q}{dQ}\frac{dQ}{d\ln P}$$

$$= \frac{1}{Q}\frac{dQ}{d\ln P}. \qquad [15.2]$$

También observamos que

$$\frac{dQ}{dP} = \frac{dQ}{d\ln \mathrm{P}}\frac{d\ln P}{dP}$$

$$= \frac{dQ}{d\ln P}\frac{1}{P},$$

[2] Véase Charles E. Stuart, "Swedish Tax Rates, Labor Supply, and Tax Revenues", *Journal of Political Economy*, 89, 5, octubre de 1981, págs. 1020-38.

lo que implica que

$$\frac{dQ}{d\ln P} = P\,\frac{dQ}{dP}.$$

Introduciendo este resultado en la ecuación [15.2], tenemos que

$$\frac{d\ln Q}{d\ln P} = \frac{1}{Q}\,\frac{dQ}{dP}\,P = \varepsilon,$$

que es lo que queríamos demostrar.

Así pues, la elasticidad mide la pendiente de la curva de demanda representada a escala logarítmica: cómo varía el logaritmo de la cantidad cuando varía el logaritmo del precio.

16. EL EQUILIBRIO

En los capítulos anteriores hemos visto cómo se construyen las curvas de demanda del individuo a partir de sus preferencias y de los precios. En el capítulo 15 agregamos estas curvas para construir las curvas de demanda del mercado. En éste describiremos cómo se utilizan estas últimas para hallar el precio de mercado de equilibrio.

En el capítulo 1 dijimos que en el análisis microeconómico había dos principios fundamentales: el principio de la optimización y el principio del equilibrio. Hasta ahora hemos estudiado ejemplos del principio de la optimización, es decir, hemos analizado lo que se deduce del supuesto de que los individuos eligen óptimamente su consumo a partir de sus conjuntos presupuestarios. En capítulos posteriores estudiaremos la conducta maximizadora del beneficio por parte de las empresas y la combinaremos con la conducta de los consumidores para estudiar los resultados de equilibrio.

Pero antes de emprender ese estudio conviene mostrar algunos ejemplos de análisis del equilibrio: cómo se ajustan los precios para que las decisiones de demanda y oferta de los agentes económicos sean compatibles. Para ello hay que analizar brevemente el otro lado del mercado, a saber, el lado de la oferta.

16.1 La oferta

Ya hemos visto algunos ejemplos de curvas de oferta. En el capítulo 1 analizamos una curva de oferta de apartamentos vertical. En el capítulo 9 examinamos situaciones en las que los consumidores decidían ser oferentes o demandantes netos del bien que poseían y estudiamos la decisión sobre la oferta de trabajo.

En todos estos casos la curva de oferta medía simplemente la cantidad del bien que estaba dispuesto a ofrecer el consumidor a cada uno de los precios de mercado posibles. De hecho, ésta es la definición de la curva de oferta: muestra la cantidad del bien que se ofrecerá, $S(p)$, a cada p. En los siguientes capítulos analizaremos la decisión de oferta de las empresas. Sin embargo, en muchos casos no es realmente necesario saber de quién es la conducta optimizadora que genera las curvas de oferta y de demanda. En muchos problemas basta el hecho de que exista una relación funcional entre el precio y la cantidad que los consumidores desean demandar u ofrecer a ese precio para extraer conclusiones interesantes.

16.2 El equilibrio del mercado

Supongamos que tenemos una serie de consumidores de un bien. Dadas sus curvas de demanda, podemos sumarlas para hallar la curva de demanda del mercado. Del mismo modo, si tenemos una serie de oferentes independientes de este bien, podemos sumar sus curvas de oferta para hallar la **curva de oferta del mercado.**

Se supone que cada demandante y cada oferente consideran dados los precios —es decir, fuera de su control— y averiguan simplemente qué es lo mejor que pueden hacer dados esos precios de mercado. Un mercado en el que cada agente económico considere que el precio de mercado está fuera de su control se denomina **mercado competitivo.**

Normalmente, se supone que el mercado es competitivo porque cada consumidor o productor constituye una parte pequeña del conjunto del mercado y, por lo tanto, ejerce una influencia inapreciable en el precio de mercado. Por ejemplo, cada oferente de trigo considera que el precio de mercado es más o menos independiente de sus actos cuando decide la cantidad que desea producir y ofrecer al mercado.

Aunque en un mercado competitivo el precio de mercado puede ser independiente de los actos de un agente, son los actos de todos los agentes los que lo determinan. El precio de equilibrio de un bien es aquel al que su oferta es igual a su demanda. En términos geométricos, es el precio al que la curva de demanda corta a la de oferta.

Si $D(p)$ es la curva de demanda del mercado y $S(p)$ la de oferta, el precio de equilibrio es p^*, que es la solución de la ecuación

$$D(p^*) = S(p^*).$$

¿Por qué es éste el precio de equilibrio? Un equilibrio económico es una situación en la que todos los agentes toman la decisión que más les favorece y en la que la conducta de cada uno es compatible con la de los demás. A cualquier precio distinto del de equilibrio, las decisiones de algunos agentes son inviables y, por lo tanto, se ven obligados a cambiarlas. Así pues, si el precio no es de equilibrio, no cabe esperar que persista.

Las curvas de demanda y de oferta representan las elecciones óptimas de los agentes implicados, y el hecho de que éstas coincidan al precio p^* indica que las conductas de los demandantes y los oferentes son compatibles. A cualquier precio *distinto* de aquel al que la demanda es igual a la oferta, *no* se satisfacen estas dos condiciones.

Supongamos, por ejemplo, que $p' < p^*$ es un precio al que la demanda es mayor que la oferta. En ese caso, algunos oferentes se darán cuenta de que pueden vender sus bienes a los demandantes decepcionados a un precio superior a ése. A medida que es mayor el número de oferentes que se dan cuenta de esa posibilidad, el precio de mercado sube hasta el punto en el que la demanda y la oferta son iguales.

Del mismo modo, si $p' > p^*$, y la demanda es menor que la oferta, algunos oferentes no podrán vender la cantidad que esperaban. La única forma de venderla es ofrecerla a un precio más bajo. Pero si todos los oferentes venden bienes idénticos y si alguno fija un precio más bajo, los demás deberán fijar un precio parecido. Por lo tanto, un exceso de oferta ejerce una presión a la baja sobre el precio de mercado. Sólo hay equilibrio en el mercado cuando la cantidad que desean comprar los individuos a un precio dado es igual a la que desean vender a ese precio.

16.3 Dos casos especiales

Existen dos casos especiales de equilibrio del mercado que conviene mencionar, ya que aparecen con bastante frecuencia. El primero es el caso de la oferta fija, en el cual la cantidad ofrecida es un número dado e independiente del precio; es decir, la curva de oferta es vertical. En este caso, la *cantidad* de equilibrio depende totalmente de las condiciones de oferta y el *precio* de equilibrio depende totalmente de las condiciones de demanda.

El caso opuesto es aquel en el que la curva de oferta es totalmente horizontal. Si una industria tiene una curva de oferta totalmente horizontal, significa que ofrece la cantidad deseada de un bien a un precio constante. En esta situación, el *precio* de equilibrio depende de las condiciones de oferta, mientras que la *cantidad* de equilibrio depende de la curva de demanda.

En los dos casos especiales, representados en la figura 16.1, puede separarse la determinación del precio y la de la cantidad de equilibrio; sin embargo, en el caso general, éstos son determinados conjuntamente por las curvas de demanda y de oferta.

16.4 Las curvas inversas de demanda y de oferta

El equilibrio del mercado también puede analizarse de otra forma, que suele ser útil en numerosos casos. Como hemos indicado antes, se considera que las curvas de demanda de los individuos muestran normalmente las cantidades óptimas en función del precio pagado. Pero también pueden concebirse como funciones inversas de demanda que miden el *precio* que está dispuesta a pagar una persona para adquirir una cantidad dada de un bien. Lo mismo ocurre con las curvas de oferta. Puede considerarse que miden la cantidad ofrecida en función del precio, pero también puede considerarse que miden el *precio* al que los oferentes están dispuestos a llevar al mercado una determinada cantidad.

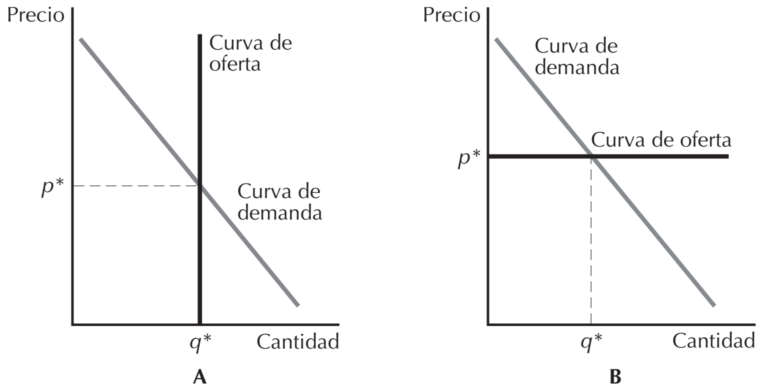


Figura 16.1. Casos especiales de equilibrios. El caso A muestra una curva de oferta vertical en la que el precio de equilibrio es determinado únicamente por la demanda. El caso B representa una curva de oferta horizontal en la que el precio de equilibrio es determinado únicamente por la curva de oferta.

Esta inversión de la interpretación también puede hacerse con curvas de demanda y de oferta de *mercado*; las interpretaciones son las mismas que hemos expuesto. En este caso, el precio de equilibrio se determina hallando la cantidad a la que el precio que los demandantes están dispuestos a pagar por consumirla es igual al precio que deben percibir los oferentes por ofrecerla.

Por lo tanto, si $P_S(q)$ es la curva inversa de oferta y $P_D(q)$ es la curva inversa de demanda, el equilibrio está determinado por la condición

$$P_S(q^*) = P_D(q^*).$$

Ejemplo: El equilibrio con curvas lineales

Supongamos que tanto la curva de demanda como la de oferta son lineales:

$$D(p) = a - bp$$
$$S(p) = c + dp.$$

Los coeficientes (a, b, c, d) son los parámetros que determinan las coordenadas en el origen y las pendientes de estas curvas lineales. El precio de equilibrio se halla resolviendo la siguiente ecuación:

$$D(p) = a - bp = c + dp = S(p).$$

La respuesta es

$$p^* = \frac{a - c}{d + b}.$$

La cantidad demandada (y ofrecida) de equilibrio es

$$\begin{aligned} D(p^*) &= a - bp^* \\ &= a - b\,\frac{a - c}{b + d} \\ &= \frac{ad + cb}{b + d}. \end{aligned}$$

Este problema puede resolverse utilizando las curvas inversas de demanda y oferta. Primero es necesario hallar la curva inversa de demanda. ¿A qué precio se demanda la cantidad q? Para responder a esta pregunta basta sustituir $D(p)$ por q y despejar p:

$$q = a - bp,$$

por lo que

$$P_D(q) = \frac{a - q}{b}.$$

Siguiendo el mismo procedimiento, hallamos que

$$P_S(q) = \frac{q - c}{d}.$$

Igualando el precio de demanda y el de oferta y despejando la cantidad de equilibrio, tenemos que

$$\begin{aligned} P_D(q) = \frac{a - q}{b} &= \frac{q - c}{d} = P_S(q) \\ q^* &= \frac{ad + cb}{b + d}. \end{aligned}$$

Obsérvese que de esta forma se obtiene la misma respuesta que antes en lo que se refiere tanto al precio de equilibrio como la cantidad de equilibrio.

16.5 Estática comparativa

Una vez hallado el equilibrio utilizando la condición de que la demanda debe ser igual a la oferta (la condición de que el precio de demanda debe ser igual al de oferta), veamos cómo varía cuando varían las curvas de demanda y de oferta. Por ejemplo, es fácil ver que si la curva de demanda se desplaza paralelamente hacia la derecha —es decir, se demanda una cantidad fija adicional a cada precio— deben aumentar tanto el precio como la cantidad de equilibrio. En cambio, si la curva de oferta se desplaza hacia la derecha, aumenta la cantidad de equilibrio, pero baja el precio de equilibrio.

¿Qué ocurre si ambas curvas se desplazan hacia la derecha? En ese caso, la cantidad aumenta claramente, mientras que la variación del precio es ambigua, es decir, puede subir o bajar.

Ejemplo: Desplazamiento de ambas curvas

Pregunta: Consideremos el mercado de apartamentos descritos en el capítulo 1. Sea p^* el precio de equilibrio de ese mercado y q^* la cantidad de equilibrio. Supongamos que una agencia inmobiliaria vende m apartamentos, que son adquiridos por las personas que están viviendo actualmente en ellos. ¿Qué ocurrirá con el precio de equilibrio?

Respuesta: La figura 16.2 representa la situación. Las curvas de demanda y de oferta se desplazan ambas hacia la izquierda en la misma cantidad. Por lo tanto, el precio no varía y la cantidad vendida se reduce simplemente en m.

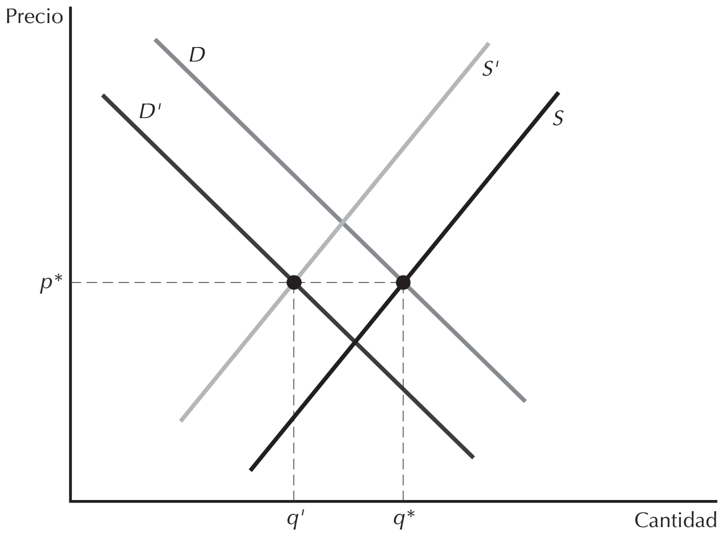


Figura 16.2. Desplazamiento de ambas curvas. Tanto la curva de demanda como la de oferta se desplazan hacia la izquierda, lo que implica que el precio de equilibrio no varía.

Algebraicamente, el nuevo precio de equilibrio viene determinado por

$$D(p) - m = S(p) - m,$$

cuya solución es claramente la misma que la que se deriva de la condición inicial de que la demanda debe ser igual a la oferta.

16.6 Los impuestos

La descripción de un mercado antes y después de que se establezcan impuestos es un buen ejercicio de estática comparativa y tiene considerable interés para la política económica. Veamos cómo se realiza.

Es fundamental comprender que, cuando hay impuestos en el mercado, existe una divergencia entre el precio que paga el demandante y el que percibe el oferente. Estos dos precios —el de demanda y el de oferta— difieren en la cuantía del impuesto.

Existen varios tipos de impuestos. Aquí analizaremos los **impuestos sobre la cantidad** y los **impuestos sobre el valor.**

Un impuesto sobre la cantidad es aquel que grava cada unidad de la cantidad comprada o vendida. Un buen ejemplo es el impuesto sobre la gasolina. Supongamos que éste es de 30 céntimos por litro. Si el demandante paga $P_D = 80$ céntimos por litro, el oferente recibe $P_S = 80 - 30 = 50$ céntimos por litro. En general, si t es la cantidad del impuesto por unidad vendida,

$$P_D = P_S + t.$$

Un impuesto sobre el valor es aquel que se expresa en unidades porcentuales. Los impuestos sobre las ventas constituyen el ejemplo más frecuente. Si un país tiene un impuesto sobre las ventas de un 5 por ciento, cuando el consumidor paga 1,5 euros por un bien (incluido el impuesto), el oferente percibe 1 euro. En general, si el tipo impositivo es τ,

$$P_D = (1 + \tau)P_S.$$

Consideremos qué ocurre en un mercado cuando se establece un impuesto sobre la cantidad. Supongamos, en primer lugar, que se obliga al oferente a pagar el impuesto. En ese caso, la cantidad ofrecida depende del precio de oferta (es decir, de lo que percibe realmente el oferente una vez pagado el impuesto) y la demanda depende del precio de demanda (es decir, de lo que paga el demandante). La cantidad que obtiene el oferente es la que paga el demandante menos la cuantía del impuesto. Así pues, tenemos las dos ecuaciones siguientes:

$$D(P_D) = S(P_S)$$

$$P_S = P_D - t.$$

Introduciendo la segunda ecuación en la primera, tenemos la condición de equilibrio:

$$D(P_D) = S(P_D - t).$$

También podemos reordenar la segunda ecuación para obtener $P_D = P_S + t$ e introducir este resultado en esa misma expresión para hallar:

$$D(P_S + t) = S(P_S).$$

Cualquiera de las dos formas es válida; la elección de una de ellas depende de lo que convenga en cada caso.

Supongamos ahora que es el demandante el que paga el impuesto. En ese caso, escribimos

$$P_D - t = P_S,$$

que nos dice que la cantidad que paga el demandante menos el impuesto es igual al precio que percibe el oferente. Introduciendo esta expresión en la condición de igualdad de la demanda y la oferta, tenemos que

$$D(P_D) = S(P_D - t).$$

Obsérvese que esta ecuación es igual que la que hemos hallado en el caso en que es el oferente quien paga el impuesto. Por lo que se refiere al precio del equilibrio no importa quién es responsable del pago del impuesto; sólo importa el hecho de que alguien debe pagarlo.

Esto no es tan misterioso como parece. Piénsese en el impuesto sobre la gasolina, que se incluye en el precio de venta al público. Si no se incluyera y se añadiera como un elemento independiente al precio que deben pagar los demandantes, ¿cree el lector que variaría la cantidad demandada? Después de todo, el precio final que pagarían los consumidores sería el mismo, cualquiera que fuese la forma en que se cobrara el impuesto. En la medida en que los consumidores puedan reconocer el coste neto que tienen para ellos los bienes que compran, no importa la forma en que se grave el impuesto.

Existe una manera aún más sencilla de mostrar este hecho utilizando las funciones inversas de demanda y de oferta. La cantidad de equilibrio comerciada es la cantidad q^* con la cual el precio de demanda *menos el impuesto que se paga* es exactamente igual al precio de oferta correspondiente a q^*. En símbolos,

$$P_D(q^*) - t = P_S(q^*).$$

Si el impuesto deben pagarlo los oferentes, el precio de oferta *más la cantidad del impuesto* debe ser igual al precio de demanda:

$$P_D(q^*) = P_S(q^*) + t.$$

Pero naturalmente, dado que las ecuaciones son iguales, los precios y las cantidades de equilibrio también deben serlo.

Por último, analicemos la situación en términos geométricos. Ésta se ve más fácilmente mediante las curvas inversas de demanda y de oferta analizadas antes. Nuestro propósito es hallar la cantidad en la que la curva $P_D(q) - t$ corta a la $P_S(q)$. Para localizar este punto, desplazamos simplemente la curva de demanda hacia abajo en t y vemos dónde corta esta curva de demanda desplazada a la curva de oferta inicial. También podemos hallar la cantidad en la que $P_D(q)$ es igual a $P_S(q) + t$, para lo cual simplemente desplazamos la curva de oferta hacia arriba en la cuantía del impuesto. De esta forma obtenemos la cantidad de equilibrio. La figura 16.3 muestra el procedimiento.

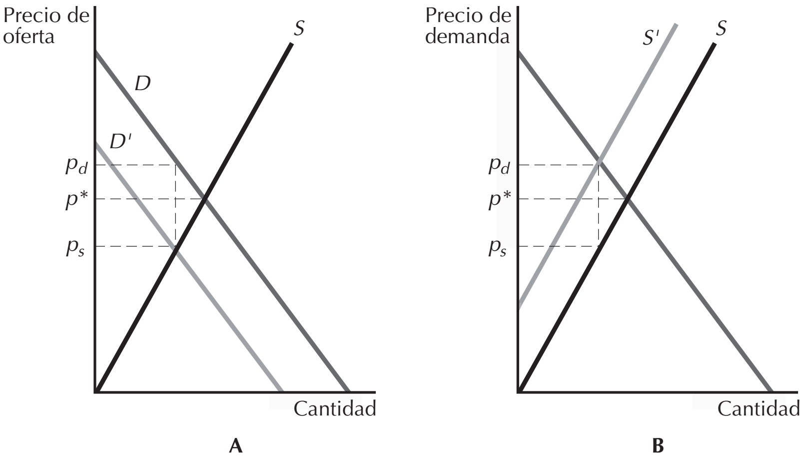


Figura 16.3. La introducción de un impuesto. Para estudiar el efecto de un impuesto, podemos desplazar la curva de demanda hacia abajo, como en la parte A, o la curva de oferta hacia arriba, como en la parte B. Los precios de equilibrio que pagan los demandantes y los que perciben los oferentes son los mismos en ambos casos.

En este gráfico es fácil observar los efectos cuantitativos del impuesto. La cantidad vendida debe disminuir, el precio que pagan los demandantes deben subir y el que reciben los oferentes debe bajar.

La figura 16.4 muestra cómo puede averiguarse de otra forma el efecto de un impuesto. Piénsese en la definición del equilibrio en este mercado. Nuestro propósito es hallar una cantidad q^* tal que cuando el oferente se enfrente al precio p_s y el demandante al precio $p_d = p_s + t$, la cantidad q^* sea demandada por el demandante y ofrecida por el oferente. Representemos el impuesto t mediante un segmento vertical y deslicémoslo a lo largo de la curva de oferta hasta que corte a la curva de demanda. Ese punto es nuestra cantidad de equilibrio.

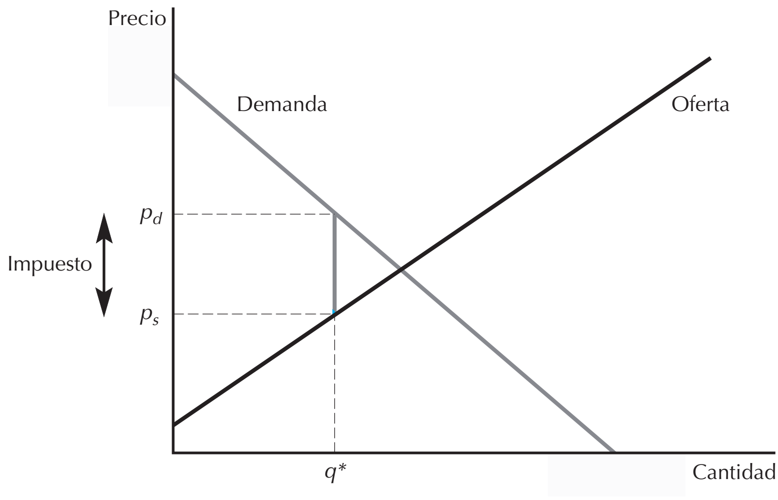


Figura 16.4. Otra forma de determinar el efecto de un impuesto. Se desliza el segmento vertical a lo largo de la curva de oferta hasta que toca la curva de demanda.

Ejemplo: Los impuestos con demanda y oferta lineales

Supongamos que tanto la curva de demanda como la de oferta son lineales. En ese caso, si introducimos un impuesto en este mercado, el equilibrio será determinado por las ecuaciones

$$a - bp_D = c + dp_S$$

y

$$p_D = p_S + t.$$

Sustituyendo en la primera ecuación p_D por el valor que tiene en la segunda, obtenemos

$$a - b(p_S + t) = c + dp_S.$$

Despejando el precio de oferta de equilibrio, p_S^*, tenemos que

$$p_S^* = \frac{a - c - bt}{d + b}.$$

El precio de demanda de equilibrio, p_D^*, viene dado, pues, por $p_S^* + t$:

$$\begin{aligned} p_D^* &= \frac{a - c - bt}{d + b} + t \\ &= \frac{a - c + dt}{d + b}. \end{aligned}$$

Obsérvese que el precio que paga el demandante sube y el que percibe el oferente baja. La magnitud de la variación del precio depende de la pendiente de las curvas de demanda y de oferta.

16.7 Traslación de los impuestos

A menudo se oye decir que los impuestos sobre los productos no reducen los beneficios, ya que las empresas se limitan a trasladarlos a los consumidores. Como hemos visto antes, en realidad los impuestos no deben considerarse como impuestos sobre las empresas o sobre los consumidores, sino sobre las transacciones *entre* ambas partes. En general, elevan el precio que pagan los consumidores y reducen el que perciben las empresas. La parte que se traslada depende de las características de la demanda y la oferta.

Este hecho se ve más fácilmente en los casos extremos, en los cuales la curva de oferta es totalmente horizontal o totalmente vertical. Estos casos también se conocen como oferta **perfectamente elástica** y oferta **perfectamente inelástica.**

Ya hemos visto antes en este capítulo estos dos casos especiales. Si una industria tiene una curva de oferta horizontal, significa que ofrecerá la cantidad que se desee del bien a un precio dado y una cantidad cero a un precio más bajo. En este caso, el precio es determinado totalmente por la curva de oferta y la cantidad vendida es determinada por la demanda. Si una industria tiene una curva de oferta vertical, significa que la cantidad del bien es fija. Su precio de equilibrio está determinado totalmente por la demanda.

Veamos qué ocurre si se introduce un impuesto en el mercado con una curva de oferta perfectamente elástica. Como hemos visto antes, la introducción de un impuesto equivale exactamente a desplazar hacia arriba la curva de oferta en la cuantía del impuesto, tal como muestra la figura 16.5A.

En este caso, es fácil ver que el precio que pagan los consumidores sube exactamente en la cuantía del impuesto. El precio de oferta es exactamente el mismo que antes de que se introdujera el impuesto y, por lo tanto, los demandantes terminan pagando todo el impuesto. Esto no es difícil de entender si se piensa en el significado de la curva de oferta horizontal: la industria está dispuesta a ofrecer cualquier cantidad del bien si el precio es p^* y una cantidad igual a cero si es más bajo. Por lo tanto, si en condiciones de equilibrio se vende alguna cantidad del bien, los oferentes deben recibir el precio p^* por su venta. Éste es, de hecho, el precio de oferta de equilibrio y, por lo tanto, el precio de demanda es $p^* + t$.

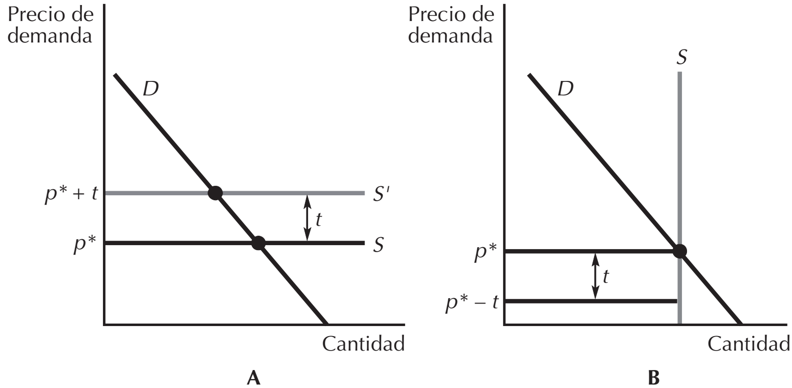


Figura 16.5. Casos especiales de impuestos. (A) Cuando la curva de oferta es perfectamente elástica, el impuesto se traslada totalmente a los consumidores. (B) Cuando la curva de oferta es perfectamente inelástica, el impuesto es pagado totalmente por los oferentes.

La figura 16.5B muestra el caso opuesto. Si la curva de oferta es vertical y "la desplazamos hacia arriba", no cambiamos nada en el gráfico. La curva de oferta se desliza a lo largo de sí misma y la cantidad ofrecida del bien sigue siendo la misma, independientemente de que haya o no impuesto. En este caso, son los demandantes los que determinan el precio de equilibrio del bien p^*, que es la cantidad que están dispuestos a pagar por la oferta del bien existente, independientemente de que haya o no impuestos. Por lo tanto, acaban pagando p^* y los oferentes acaban percibiendo $p^* - t$. Éstos pagan todo el impuesto.

Este caso suele parecer paradójico, pero, en realidad, no lo es. Si los oferentes pudieran subir sus precios cuando se introdujera un impuesto y siguieran vendiendo toda su oferta fija, habrían subido sus precios antes de que introdujera el impuesto y habrían ganado más dinero. Si la curva de demanda no varía, el precio sólo puede subir si disminuye la oferta. Si una política no altera ni la oferta ni la demanda, evidentemente no puede afectar al precio.

Una vez que comprendemos los casos especiales, podemos analizar el intermedio, es decir, aquel en que la curva de oferta tiene una pendiente positiva y finita. En esta situación, la parte del impuesto que se traslade a los consumidores depende de la inclinación de la curva de oferta en relación con la demanda. Si la curva de oferta es casi horizontal, casi todo el impuesto se traslada a los consumidores, mientras que si es casi vertical, no se traslada casi nada. La figura 16.6 muestra algunos ejemplos.

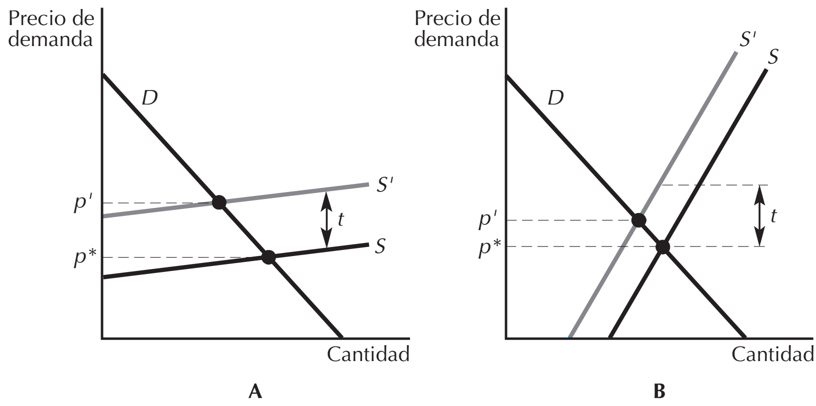


Figura 16.6. Traslación de un impuesto. (A) Si la curva de oferta es casi horizontal, puede trasladar casi todo el impuesto. (B) Si es casi vertical, puede trasladarse muy poco.

16.8 La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por los impuestos

Hemos visto que si se grava un bien, normalmente sube el precio que pagan los demandantes y baja el que perciben los oferentes. El impuesto representa, desde luego, un coste para ambos grupos; sin embargo, desde el punto de vista del economista, su coste real es la disminución que experimenta la producción.

La producción perdida es el coste social del impuesto. Analicémosla con la ayuda del excedente del consumidor y del productor estudiados en el capítulo 14. Comenzaremos con el gráfico de la figura 16.7, que representa el precio de demanda y el de oferta de equilibrio una vez introducido el impuesto t.

La pérdida de excedente del consumidor está representada por las áreas $A + B$ y la pérdida de excedente del productor por las áreas $C + D$. Estas pérdidas son del mismo tipo que las examinadas en el capítulo 14.

Dado que estamos buscando una expresión del coste social del impuesto, parece sensato sumar las áreas $A + B$ y $C + D$ para hallar la pérdida total que experimentan los consumidores y los productores del bien en cuestión. Sin embargo, nos olvidamos de un tercero, a saber, el Estado.

El Estado *recauda* ingresos gracias al impuesto; por otra parte, los consumidores que reciben los servicios suministrados con estos ingresos se benefician de él, aunque no es posible saber en qué medida hasta que no se sabe en qué se gastan dichos ingresos.

Partamos del supuesto de que los ingresos fiscales se devuelven a los consumidores y a los productores o, en otras palabras, que los servicios suministrados mediante los ingresos del Estado tienen exactamente el mismo valor que los ingresos gastados en ellos.

En ese caso, el beneficio neto que obtiene el Estado es el área $A + C$, es decir, los ingresos totales procedentes del impuesto. Dado que la pérdida de excedente de los productores y los consumidores son los costes netos, y los ingresos que recauda el Estado mediante el impuesto son un beneficio neto, el coste neto total del impuesto es la suma algebraica de estas áreas: la pérdida de excedente del consumidor, $-(A + B)$, la pérdida de excedente del productor, $-(C + D)$, y la ganancia derivada de la recaudación del Estado, $+(A + C)$.

El resultado neto es el área $-(B + D)$, conocido como **pérdida irrecuperable de eficiencia** provocada por el impuesto o **carga excesiva** del impuesto. Esta última expresión es especialmente descriptiva.

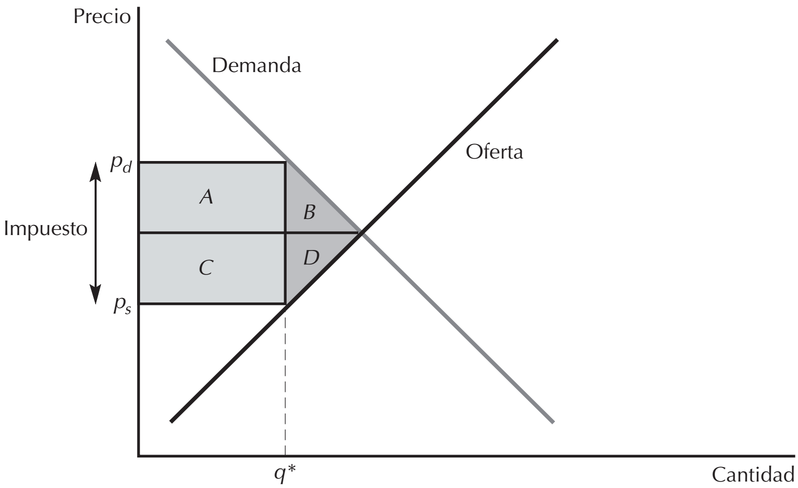


Figura 16.7. La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por un impuesto. El área $B + D$ mide la pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el impuesto.

Recuérdese la interpretación de la pérdida de excedente de los consumidores. Es la cantidad que pagarían éstos para evitar el impuesto. En términos gráficos, los consumidores están dispuestos a pagar $A + B$ y los productores $C + D$. En conjunto, están dispuestos a pagar $A + B + C + D$ para evitar un impuesto que recauda $A + C$ euros de ingresos. Por lo tanto, la *carga excesiva* del impuesto es $B + D$.

¿Cuál es la procedencia de esta carga excesiva? Básicamente, es el valor que pierden los consumidores y los productores como consecuencia de la reducción de las ventas del bien. No es posible gravar lo que no existe.[1] Por lo tanto, el Estado no obtiene ningún ingreso por la reducción de las ventas del bien. Desde el punto de vista de la sociedad, es una pérdida pura, es decir, una pérdida irrecuperable de eficiencia.

También podríamos derivar la pérdida irrecuperable de eficiencia directamente de su definición, midiendo simplemente el valor social de la producción perdida. Supongamos que partimos del equilibrio inicial y que comenzamos a desplazarnos hacia la izquierda. La primera unidad perdida es aquella para la que coinciden el precio que está dispuesto a pagar un individuo por ella con el precio al que otra persona está dispuesta a venderla. En este caso, no hay apenas pérdida social, ya que esta unidad es la unidad marginal vendida.

Desplacémonos ahora algo más hacia la izquierda. El precio de demanda mide la cantidad que está dispuesto a pagar un individuo por el bien, y el de oferta la cantidad a la que está dispuesto a ofrecerlo. La diferencia es el valor perdido en esa unidad del bien. Si sumamos los valores perdidos correspondientes a todas las unidades del bien que no se producen y se consumen como consecuencia del impuesto, tenemos la pérdida irrecuperable de eficiencia.

Ejemplo: El mercado de crédito

La cantidad de créditos que se solicitan y se conceden en una economía depende en gran medida del tipo de interés que se cobre. Éste es el precio del mercado de créditos.

Sea $D(r)$ la demanda de crédito de los prestatarios y $S(r)$ la oferta de crédito de los prestamistas. El tipo de interés de equilibrio, r^*, es aquel al que la demanda es igual a la oferta:

$$D(r^*) = S(r^*). \qquad [16.1]$$

Supongamos que introducimos los impuestos en este modelo. ¿Qué ocurrirá con el tipo de interés de equilibrio?

En la mayoría de los países, los intereses que rinden los préstamos están sujetos al impuesto sobre la renta. Si todo el mundo se encuentra en el mismo intervalo impositivo t, el tipo de interés una vez deducidos los impuestos que reciben los prestamistas es $(1 - t)r$. Por lo tanto, la oferta de crédito, que depende de este tipo de interés, es $S((1 - t)r)$.

Por otra parte, el fisco suele permitir a los prestatarios deducir, al menos parcialmente, los intereses pagados, por lo que si éstos se encuentran en el mismo interva-

[1] Al menos el Estado todavía no ha encontrado la forma de hacerlo. Pero está intentándolo.

lo impositivo que los prestamistas, el tipo de interés una vez deducidos los impuestos que pagarán es $(1 - t)r$. Por lo tanto, la demanda de préstamos será $D((1 - t)r)$. Así pues, la ecuación que determina el tipo de interés cuando hay impuestos es,

$$D((1 - t)r') = S((1 - t)r'). \qquad [16.2]$$

Ahora bien, obsérvese que si r^* es la solución de la ecuación [16.1], $r^* = (1 - t)r'$ debe ser la de la ecuación [16.2], de tal manera que

$$r^* = (1 - t)r',$$

o sea

$$r' = \frac{r^*}{(1 - t)} \cdot$$

Por lo tanto, cuando hay impuestos, el tipo de interés es más alto en $1/(1 - t)$. El tipo de interés *una vez deducidos los impuestos* $(1 - t)r'$ es r^*, exactamente igual que antes de que se introdujera el impuesto.

La figura 16.8 aclara el análisis. Si se grava la renta procedente de los intereses, la curva de oferta de crédito gira en sentido ascendente, multiplicándose por $1/(1 - t)$; pero si los intereses son deducibles de los impuestos, la curva de demanda de crédito también gira en sentido ascendente, multiplicándose por $1/(1 - t)$. El resultado neto es una subida del tipo de interés de mercado exactamente en $1/(1 - t)$.

Ese problema también puede analizarse mediante las funciones inversas de demanda y de oferta. Sea $r_b(q)$ la función inversa de demanda de los prestatarios, que muestra cuál tendría que ser el tipo de interés una vez deducidos los impuestos para inducir a los individuos a pedir prestada la cantidad q. Sea $r_l(q)$ la función inversa de oferta de los prestamistas. La cantidad prestada de equilibrio es la que satisface, pues, la condición

$$r_b(q^*) = r_l(q^*). \qquad [16.3]$$

Introduzcamos ahora los impuestos. Para que el ejemplo sea más interesante, supongamos que los prestatarios y los prestamistas se encuentran en intervalos impositivos diferentes, representados por t_b y t_l. Si el tipo de interés de mercado es r, el tipo una vez deducidos los impuestos que tendrán que pagar los prestatarios será $(1 - t_b)r$ y la cantidad que decidan pedir prestada vendrá determinada por la ecuación

$$(1 - t_b)r = r_b(q)$$

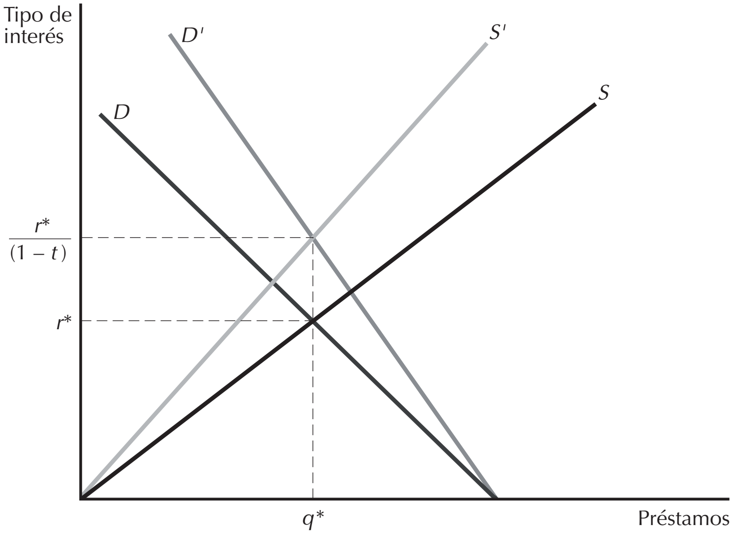


Figura 16.8. El equilibrio en el mercado de préstamos. Si los prestatarios y los prestamistas se encuentran en el mismo intervalo impositivo, no varía ni el tipo de interés, una vez deducidos los impuestos, ni la cantidad de préstamos pedida.

o sea

$$r = \frac{r_b(q)}{1 - t_b} \cdot \qquad [16.4]$$

Del mismo modo, el tipo una vez deducidos los impuestos que cobren los prestamistas será $(1 - t_l)r$ y la cantidad que decidan prestar vendrá determinada por la ecuación

$$(1 - t_l)r = r_l(q)$$

o sea

$$r = \frac{r_l(q)}{1 - t_l}. \qquad [16.5]$$

Combinando las ecuaciones [16.4] y [16.5], hallamos la condición de equilibrio:

$$r = \frac{r_b(\hat{q})}{1 - t_b} = \frac{r_l(\hat{q})}{1 - t_l}. \qquad [16.6]$$

Es fácil ver en esta ecuación que si los prestatarios y los prestamistas se encuentran en el mismo intervalo impositivo, de tal manera que $t_b = t_l$, entonces $q = q^*$. ¿Qué ocurre si se encuentran en intervalos impositivos diferentes? No es difícil ver que el fisco está subvencionando a los prestatarios y gravando a los prestamistas, pero ¿cuál es el efecto neto? Si el precio al que se enfrentan los prestatarios es más alto que el precio al que se enfrentan los prestamistas, el sistema es un impuesto neto sobre los préstamos pedidos, pero si es más bajo, el sistema es una subvención neta.

La condición de equilibrio de la ecuación [16.6] también puede expresarse de la siguiente manera:

$$r_b(\hat{q}) = \frac{1 - t_b}{1 - t_l}\, r_l(\hat{q}).$$

Por lo tanto, los prestatarios se enfrentan a un precio más alto que el de los prestamistas si

$$\frac{1 - t_b}{1 - t_l} > 1,$$

lo que significa que $t_l > t_b$. Así pues, si los prestamistas tienen que cotizar a un tipo mayor que el de los prestatarios, el sistema impositivo descrito representa un impuesto neto sobre los créditos solicitados, pero si $t_l < t_b$, es en realidad una subvención neta.

Ejemplo: Las subvenciones a los alimentos

En los años en que había malas cosechas de cereales en la Inglaterra del siglo XIX, los ricos ayudaban a los pobres comprando las cosechas, consumiendo una cantidad fija y vendiéndoles el resto a mitad del precio que pagaban por ellas. A primera vista, parece un sistema muy beneficioso para los pobres, pero cuando se analiza más detenidamente, comienzan a surgir dudas.

Los pobres sólo pueden mejorar su bienestar consumiendo más cereales. Pero si después de la cosecha existe una cantidad fija de cereales, ¿cómo puede mejorar su bienestar con esta política?

En realidad, no mejora; los pobres terminan pagando exactamente el mismo precio por los cereales, independientemente de que se aplique o no esta política. Para ver por qué, analicemos la situación de equilibrio con y sin la aplicación de este programa. Sea $D(p)$ la curva de demanda de los pobres, K la cantidad demandada por los ricos y S la cantidad total producida en un año de malas cosechas. Por hipótesis, la oferta de cereales y la demanda de los ricos son fijas. Sin la ayuda de los ricos, el precio de equilibrio es aquel al que la demanda total es igual a la oferta total:

$$D(p^*) + K = S.$$

Con el programa de ayuda, el precio de equilibrio es

$$D(\hat{p}/2) + K = S.$$

Pero obsérvese que si p^* es la solución de la primera ecuación, $\hat{p} = 2p^*$ es la solución de la segunda. Por lo tanto, cuando los ricos están dispuestos a comprar los cereales y a distribuirlos entre los pobres, el precio de mercado simplemente se duplica con respecto al precio inicial, y los pobres pagan lo mismo que antes.

Basta reflexionar un momento para darse cuenta de que esto es normal. Si la demanda de los ricos y la oferta de cereales son fijas, la cantidad que pueden consumir los pobres es fija. Por lo tanto, el precio de equilibrio que tienen que pagar éstos depende totalmente de su propia curva de demanda; el precio de equilibrio es el mismo, independientemente de cómo se suministren los cereales a los pobres.

Ejemplo: Subvenciones en Iraq

Incluso las subvenciones que se conceden "por una buena razón" pueden ser sumamente difíciles de retirar. ¿Por qué? Porque crean un electorado político que acaba dependiendo de ellas. Eso ocurre en todos los países, pero Iraq constituye un caso especialmente extremo. En 2005, las subvenciones a los combustibles y los alimentos consumieron en Iraq casi un tercio del presupuesto del Estado.[2]

Casi todo el presupuesto del Estado iraquí procedía de las exportaciones de petróleo. El país tiene muy poca capacidad de refino, por lo que importa gasolina a un precio que oscila entre 30 y 35 centavos de dólar el litro, que luego vende al público a 1,5 centavos. Una parte significativa de esta gasolina se vende en el mercado negro y se pasa de contrabando a Turquía, donde la gasolina cuesta alrededor de un dólar el litro.

Los alimentos y el gasóleo también están muy subvencionados. Los políticos son reacios a retirar estas subvenciones debido a la inestabilidad política. Cuando se suprimieron en Yemen algunas subvenciones parecidas, hubo disturbios callejeros y murieron docenas de personas. En un estudio del Banco Mundial se llegó a la conclusión de que más de la mitad del PIB de Iraq se gastaba en subvenciones. Según el Ministro de Finanzas, Ali Abdulameer Allawi, "han llegado a un punto en que se han convertido en una locura. Distorsionan la economía de una forma atroz y dan los peores incentivos que imaginarse pueda".

16.9 La eficiencia en el sentido de Pareto

Una situación económica es **eficiente en el sentido de Pareto** si no es posible mejorar el bienestar de una persona sin empeorar el de alguna otra. La eficiencia en el sentido de Pareto es deseable —si es posible mejorar el bienestar de algún grupo de

[2] James Glanz, "Despite Crushing Costs, Iraqi Cabinet Lets Big Subsidies Stand", New York Times, 11 de agosto de 2005.

personas, ¿por qué no hacerlo?—, pero la eficiencia no es el único objetivo de la política económica. Por ejemplo, la eficiencia apenas guarda relación con la distribución de la renta o la justicia económica.

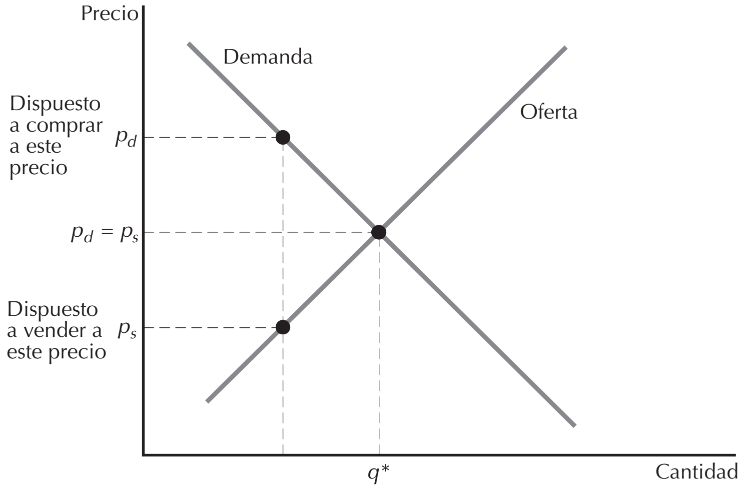


Figura 16.9. La eficiencia en el sentido de Pareto. El mercado competitivo determina la cantidad de producción eficiente en el sentido de Pareto debido a que en q^* el precio que una persona está dispuesta a pagar por una unidad adicional del bien es igual al precio que debe percibir otra persona por su venta.

Aun así, es un objetivo importante, por lo que merece la pena preguntarse en qué medida un mercado competitivo es eficiente en el sentido de Pareto. Un mercado competitivo, como cualquier mecanismo económico, tiene que determinar dos cosas: cuánto se produce y quién lo recibe. Determina la cantidad que se produce basándose en lo que se está dispuesto a pagar por el bien en comparación con lo que se debe cobrar para ofrecerlo.

Consideramos la figura 16.9. A cualquier cantidad de producción inferior a la competitiva q^*, hay una persona dispuesta a ofrecer una unidad adicional del bien a un precio que es menor que el precio que otra persona está dispuesta a pagar por el bien. Si éste es producido y es intercambiado entre estas dos personas a un precio situado entre el de demanda y el de oferta, mejorará el bienestar de ambas. Por lo tanto, ninguna cantidad inferior a la de equilibrio puede ser eficiente en el sentido de Pareto, ya que es posible mejorar, al menos, el bienestar de dos personas.

Del mismo modo, a cualquier cantidad superior a q^*, lo que está dispuesta a pagar una persona por una unidad adicional del bien es menor que el precio que debe pagar para que alguien la ofrezca a la venta. Sólo en el punto de equilibrio del mercado, q^*, se ofrece una cantidad eficiente en el sentido de Pareto, es decir, una cantidad tal que lo que se está dispuesto a pagar por una unidad adicional es exactamente igual a lo que se está dispuesto a cobrar por ofrecerla.

Por lo tanto, el mercado competitivo produce una cantidad eficiente en el sentido de Pareto. ¿Qué podemos decir sobre la forma en que se reparte el bien entre los consumidores? En un mercado competitivo, todo el mundo paga el mismo precio por un bien: la relación marginal de sustitución entre el bien y "todos los demás bienes" es igual a su precio. Todo el que está dispuesto a pagar este precio puede comprar el bien, y si alguien no está dispuesto a pagarlo, no puede comprarlo.

¿Qué ocurre si se reparte el bien de tal manera que las relaciones marginales de sustitución entre el bien y "todos los demás bienes" no son las mismas? En ese caso, debe haber, al menos, dos personas que valoren una unidad marginal de dicho bien de forma distinta. Supongamos, por ejemplo, que una la valora en 500 euros y otra en 400. En ese caso, si la que la valora menos vende una parte del bien a la que la valora más a cualquier precio situado entre 400 y 500 euros, ambas disfrutarán de un mayor bienestar. Por lo tanto, las asignaciones en las que las relaciones marginales de sustitución son diferentes no pueden ser eficientes en el sentido de Pareto.

Ejemplo: Hacer cola

Una manera habitual de asignar los recursos es obligar a los consumidores a hacer cola. Podemos analizar este mecanismo de asignación de los recursos utilizando los mismos instrumentos que hemos desarrollado para analizar el mecanismo del mercado. Veamos un ejemplo concreto: supongamos que nuestra universidad va a distribuir entradas para la final del campeonato de baloncesto. Todas las personas que hagan cola pueden conseguir una entrada gratis.

Por lo tanto, el coste de una entrada no es más que el coste de hacer cola. Las personas que tengan mucho interés en ver el partido de baloncesto acamparán delante de la taquilla para asegurarse de que consiguen una entrada. Aquellas a las que no les interese mucho el partido tal vez acudan unos minutos antes de que abra la ventanilla por si queda alguna entrada. La disposición a pagar una entrada ya no debe medirse en dólares sino en tiempo de espera, ya que las entradas se asignan de acuerdo con la disposición a esperar.

¿Será eficiente en el sentido de Pareto la asignación de las entradas por medio de la cola? Pregúntese el lector si es posible que una persona que hiciera cola para comprar una entrada estuviera dispuesta a venderla a otra que no la hiciera. A menudo ocurre así, simplemente porque la disposición a esperar y la disposición a pagar varían de unas personas a otras. Si una persona está dispuesta a hacer cola para comprar una entrada y vendérsela a otra, la asignación de las entradas por medio de la disposición a esperar no agota todas las ganancias del comercio: generalmente algunas personas seguirían estando dispuestas a vender las entradas una vez asignadas.

Como hacer cola no agota todas las ganancias derivadas del comercio, en general no genera un resultado eficiente en el sentido de Pareto.

Si asignamos un bien utilizando un precio expresado en euros, los euros que pagan los demandantes benefician a los oferentes del bien. Si asignamos un bien utilizando el tiempo de espera, las horas dedicadas a hacer cola no benefician a nadie. El tiempo de espera impone un coste a los compradores del bien y no beneficia a los oferentes. Hacer cola es una forma de **pérdida irrecuperable de eficiencia**: las personas que hacen cola pagan un "precio", pero nadie recibe ningún beneficio del precio que pagan.

Resumen

1. La curva de oferta mide la cantidad de un bien que la gente está dispuesta a ofrecer a cada uno de los precios.
2. Un precio de equilibrio es aquel al que la cantidad que se está dispuesto a ofrecer es igual a la que se está dispuesto a demandar.
3. El estudio de las variaciones del precio y la cantidad de equilibrio provocadas por las variaciones de las curvas de demanda y de oferta constituye otro ejemplo de estática comparativa.
4. Cuando se grava un bien, siempre hay dos precios: el que pagan los demandantes y el que perciben los demandados. La diferencia entre los dos es la cuantía del impuesto.
5. La parte del impuesto que se traslade a los consumidores depende de la inclinación relativa de las curvas de oferta y de demanda. Si la curva de oferta es horizontal, todo el impuesto se traslada a los consumidores; si es vertical, no se traslada nada.
6. La pérdida irrecuperable de eficiencia es la pérdida neta de excedente del consumidor más la pérdida neta de excedente del productor provocadas por la introducción de un impuesto. Mide el valor de la producción que no se vende como consecuencia de éste.
7. Una situación es eficiente en el sentido de Pareto si no es posible mejorar el bienestar de un grupo de personas sin empeorar el de algún otro.
8. Una cantidad ofrecida en un mercado es eficiente en el sentido de Pareto si es la cantidad en la que la curva de demanda y la de oferta se cortan, ya que éste es el único punto en el que el precio que están dispuestos a pagar los demandantes por una unidad adicional de producción es igual al precio al que se está dispuesto a ofrecerla.

Problemas

1. ¿Qué efecto produce una subvención en un mercado que tenga una curva de oferta horizontal? ¿Y en uno que tenga una curva de oferta vertical?
2. Supongamos que la curva de demanda es vertical y que la de oferta tiene pendiente positiva. Si se introduce un impuesto en este mercado, ¿quién terminará pagándolo?
3. Supongamos que todos los consumidores consideran que los lápices rojos y los azules son sustitutivos perfectos y que la curva de oferta de lápices rojos tiene pendiente positiva. Sea p_r, el precio de los lápices rojos y p_b el de los azules. ¿Qué ocurrirá si el Estado sólo grava los lápices rojos?
4. Supongamos que un país importa alrededor de la mitad del petróleo que necesita y que el resto de los países productores de petróleo están dispuestos a ofrecer la cantidad que aquél desee a un precio constante de 25 dólares el barril. ¿Qué ocurrirá con el precio del petróleo nacional si se grava el petróleo extranjero con un impuesto de 5 dólares por barril?
5. Supongamos que la curva de oferta es vertical. ¿Cuál es la pérdida irrecuperable de eficiencia de un impuesto en este mercado?
6. Consideremos el tratamiento fiscal que reciben los créditos y que se describen en este capítulo. ¿Cuántos ingresos genera este sistema impositivo si los prestatarios y los prestamistas cotizan al mismo tipo impositivo?
7. ¿Recauda ese sistema una cantidad de ingresos positiva o negativa cuando $t_l < t_b$?

17. Las subastas

La subasta es uno de los tipos más antiguos de mercado; se remonta, por lo menos, a 500 años a.C. Actualmente, toda clase de bienes, desde los ordenadores hasta las flores frescas, se venden en subastas.

Los economistas comenzaron a interesarse por las subastas a principios de los años setenta cuando el cártel del petróleo OPEP subió el precio de su petróleo. El Departamento de Interior de Estados Unidos decidió realizar subastas para vender el derecho a hacer prospecciones en las zonas costeras en las que se pensaba que podía haber ingentes cantidades de petróleo. Pidió asesoramiento a economistas sobre cómo diseñar estas subastas y, simultáneamente, empresas privadas contrataron a economistas como consultores para que les ayudaran a idear una estrategia para pujar en estas subastas. El resultado fue un sinnúmero de investigaciones sobre el diseño y la estrategia de las subastas.

Recientemente, la Federal Communications Commission (Comisión Federal de Comunicaciones, FCC) de Estados Unidos ha decidido subastar parte del espectro de frecuencias para teléfonos móviles y otros instrumentos de comunicación. Una vez más, los economistas han desempeñado un importante papel en el diseño tanto de las subastas como de las estrategias empleadas por los postores. Estas subastas han sido un éxito clamoroso que ha generado hasta hoy más de 23.000 millones de dólares al Estado.

Otros países también han recurrido a las subastas en varios proyectos de privatización. Por ejemplo, Australia vendió algunas centrales eléctricas públicas y Nueva Zelanda subastó parte de su sistema telefónico público.

Las subastas dirigidas a los consumidores también han experimentado un enorme crecimiento en Internet. Hay cientos de subastas en la red, que venden artículos coleccionables, equipos informáticos, servicios de viajes y otros artículos. OnSale dice ser la mayor: según esta empresa, en 1997 vendió mercancía por valor de más de 41 millones de dólares.

17.1 Clasificación de las subastas

Para elaborar una clasificación económica hay que tener en cuenta dos consideraciones: en primer lugar, cuál es el tipo de bien que se subasta y, en segundo lugar, cuáles son las reglas para pujar. En lo que se refiere a la primera, los economistas distinguen entre las **subastas de valor privado** y las **subastas de valor común.**

En una subasta de valor privado, el bien subastado puede tener un valor distinto para cada participante. Una obra de arte puede tener un valor de 50.000 euros para un coleccionista, 20.000 para otro y 5.000 para otro, dependiendo de sus gustos. En una subasta de valor común, el bien subastado vale esencialmente lo mismo para todos los postores, aunque tengan diferentes estimaciones de ese valor común. La subasta de derechos de prospección en el mar antes descrita tenía esta característica: cada zona tenía o no una determinada cantidad de petróleo.

Es posible que cada compañía petrolífera tuviera una estimación distinta de la cantidad de petróleo existente, basada en los resultados de sus estudios geológicos. Pero el petróleo tenía el mismo valor de mercado, independientemente de quién ganara la subasta.

Dedicaremos la mayor parte de este capítulo a analizar las subastas de valor privado, ya que son las más conocidas. Al final, describiremos algunas de las características de las subastas de valor común.

Reglas para pujar

La subasta más común es la **subasta inglesa**. El subastador comienza con un **precio de reserva**, que es el más bajo al que el vendedor del bien está dispuesto a desprenderse de él.[1] Los postores pujan unos precios que deben ser al alza y, generalmente, cada puja debe ser superior a la anterior al menos en un **incremento fijo** que establece el subastador. Cuando ningún participante está dispuesto a aumentar más la puja, el artículo se adjudica al mejor postor.

Otro tipo de subasta es la llamada **subasta holandesa**, debido a que se utiliza en Holanda para vender queso y flores frescas. En este caso, el subastador comienza con un precio alto y va bajándolo poco a poco hasta que alguien para la subasta al precio al que está dispuesto a comprar el artículo. En la práctica, el "subastador" suele ser un artilugio mecánico, como la esfera de un reloj con una flecha que va señalando valores cada vez más bajos a medida que avanza la subasta. Las subastas holandesas pueden ser muy rápidas y esa es una de sus principales virtudes.

Otro tipo de subasta es la **subasta mediante plicas**. En este tipo de subasta, cada postor anota una oferta de compra que entrega en un sobre cerrado. Los sobres se recogen, se abren y el bien se adjudica a la persona que más haya ofrecido, la cual pa-

[1] Véase la nota sobre el "precio de reserva" del capítulo 6.

ga entonces al subastador esta cantidad. Si hay un precio de reserva y todas las ofertas son más bajas que este precio, nadie adquiere el artículo.

Las subastas mediante plicas suelen utilizarse en las obras públicas. El Estado solicita ofertas a varios contratistas y el trabajo se concede al que haga la oferta de coste más baja.

Veamos, por último, una variante de la subasta mediante plicas que se conoce con el nombre de **subasta filatélica** o **subasta de Vickrey.** El primer nombre se debe a que este tipo de subasta lo emplearon inicialmente los coleccionistas de sellos; el segundo se debe a William Vickrey, que recibió en 1996 el Premio Nobel por su estudio pionero sobre las subastas. La subasta de Vickrey es como la subasta mediante plicas, pero se diferencia en un aspecto fundamental: el bien se adjudica al mejor postor, pero al *segundo precio más alto*. En otras palabras, la persona que más ofrece recibe el bien, pero sólo tiene que pagar la oferta hecha por el segundo mayor postor. Aunque parezca extraño a primera vista, más adelante veremos que este tipo de subasta tiene algunas propiedades muy interesantes.

17.2 El diseño de la subasta

Supongamos que tenemos un único artículo para subastar y que hay n postores cuyos valores (privados) son $v_1, ..., v_n$. Supongamos, para simplificar el análisis, que estos valores son todos positivos mientras que el del vendedor es cero. Nuestro objetivo es elegir un tipo de subasta para vender este artículo.

Este es un caso especial de **diseño de un mecanismo económico**. En el caso de la subasta, podemos proponernos dos objetivos naturales:

- **La eficiencia en el sentido de Pareto.** Diseñar una subasta cuyo resultado sea eficiente en el sentido de Pareto.
- **La maximización de los beneficios.** Diseñar una subasta que genere el máximo beneficio esperado al vendedor.

La maximización del beneficio parece bastante sencilla, pero ¿qué significa la eficiencia en el sentido de Pareto en este contexto? No es difícil ver que para que haya eficiencia en el sentido de Pareto el bien ha de adjudicarse a la persona que más valore el bien. Para verlo, supongamos que la persona 1 es aquélla para la que el bien tiene el valor más alto y la 2 es aquélla para la que tiene el valor más bajo. Si la 2 recibe el bien, es fácil mejorar el bienestar de las dos personas: transferir el bien de la 2 a la 1 y hacer que la 1 pague a la 2 un precio p que se encuentra entre v_1 y v_2. Esto muestra que la adjudicación del bien a una persona que no sea aquella que más lo valora no puede ser eficiente en el sentido de Pareto.

Si el vendedor sabe cuáles son los valores $v_1, ..., v_n$, el problema del diseño de la subasta es bastante sencillo. Para maximizar el beneficio, el vendedor adjudicaría simplemente el artículo a aquella persona que más lo valora y le cobraría ese valor. Si el objetivo deseado es la eficiencia en el sentido de Pareto, también es la persona que más lo valora quien debe recibir el bien, pero el precio pagado podría ser una cantidad comprendida entre el valor que le atribuye esa persona y cero, ya que la forma como se distribuye el excedente no importa para la eficiencia en el sentido de Pareto.

El caso más interesante es aquel en el que el vendedor no sabe cuáles son los valores de los compradores. ¿Cómo lograr la eficiencia o la maximización del beneficio en este caso?

Consideremos primero la eficiencia en el sentido de Pareto. No es difícil ver que una subasta inglesa logra el resultado deseado: la persona para la que el bien tiene el valor más alto acabará quedándose con él. Basta una breve reflexión más para averiguar el precio que pagará esta persona: será igual al valor del *postor para quien el bien tiene el segundo valor más alto* más, quizá, el incremento mínimo establecido en la subasta.

Pensemos en un caso concreto en el que el valor más alto es, por ejemplo, de 10.000 euros, el segundo valor más alto es de 8.000 y el incremento mínimo exigido es, por ejemplo, de 500 euros. En ese caso, la persona para la que el bien tiene un valor de 10.000 euros ofrecería 8.500, mientras que la persona para la que el bien tiene el valor de 8.000 no estaría dispuesta a ofrecer esa cantidad. Exactamente como hemos dicho: la persona que más valora el bien lo recibe pagando un precio igual al segundo valor más alto (más, quizá, el incremento mínimo exigido). Seguimos diciendo "quizá" porque si ambos jugadores ofrecieran 8.000 euros habría un empate y el resultado exacto dependería de la regla utilizada para romperlo.

¿Qué ocurre cuando se quiere maximizar el beneficio? Este caso es más difícil de analizar, ya que depende de las *opiniones* del vendedor sobre las valoraciones de los compradores. Para ver por qué, supongamos que hay dos postores solamente y que para cualquiera de ellos el bien en cuestión tiene un valor de 10.000 euros o de 100.000. Supongamos que ambas posibilidades son igual de probables, por lo que hay cuatro combinaciones igualmente probables de valores de los postores: (10, 10), (10, 100), (100, 10), (100, 100). Supongamos, por último, que el incremento mínimo exigido en la subasta es de 1.000 euros y que los empates se resuelven tirando una moneda al aire.

En este ejemplo, las ofertas que ganan en los cuatro casos antes descritos son (10, 11, 11, 100) y el postor para el que el bien tiene el valor más alto siempre recibe ese bien. El ingreso esperado del vendedor es de 33.000 euros = $^1/_4$ (10 + 11 + 11 + 100).

¿Puede obtener el vendedor un resultado mejor? Sí, si fija un precio de reserva apropiado. En este caso, el precio de reserva que maximiza el beneficio es de 100.000 euros. Tres cuartas partes de las veces, el vendedor venderá el bien por este precio y en una cuarta parte de las ocasiones no habrá ninguna oferta que gane. El ingreso esperado será de 75.000 euros, mucho más alto que el ingreso esperado que se obtiene en la subasta inglesa sin precio de reserva.

Obsérvese que esta política *no* es eficiente en el sentido de Pareto, ya que una cuarta parte de las veces nadie obtiene el bien. Este resultado es análogo a la pérdida irrecuperable de eficiencia del monopolio y se debe exactamente a la misma razón.

Añadir un precio de reserva es muy importante si nos interesa la maximización del beneficio. En 1990 el gobierno de Nueva Zelanda subastó una parte del espectro de frecuencias para radio, televisión y teléfonos móviles utilizando una subasta de Vickrey. En un caso, la oferta ganadora fue de 100.000 dólares neozelandeses, ¡pero la segunda más alta fue de 6 solamente! Puede que esta subasta tuviera un resultado eficiente en el sentido de Pareto, ¡pero desde luego no maximizó el ingreso!

Hemos visto que la subasta inglesa con un precio de reserva nulo garantiza la eficiencia en el sentido de Pareto. Pero ¿y la subasta holandesa? La respuesta en este caso es no necesariamente. Para verlo examinemos un caso con dos postores cuyos valores son 10.000 y 8.000 euros. Si la persona para la que el bien tiene un valor alto cree (¡erróneamente!) que el segundo valor más alto es de 7.000 euros, esperará para parar la subasta a que el subastador llegue, por ejemplo, a los 7.500 euros. Pero para entonces será demasiado tarde, ya que la persona cuyo valor es el segundo más alto ya habrá comprado el bien por 8.000 euros. En general, no hay ninguna garantía de que el bien se adjudique a la persona cuyo valor es más alto.

Lo mismo ocurre con la subasta mediante plicas. La oferta de compra óptima de cada uno de los agentes depende de sus *opiniones* sobre los valores de los demás participantes. Si son inexactas, el bien puede acabar adjudicándose fácilmente a una persona para la que no tenga el valor más alto.[2]

Consideremos, por último, la subasta de Vickrey, que es la variante de la subasta mediante plicas en la que recibe el bien el mejor postor, quién sólo tiene que pagar el segundo precio más alto.

Primero observamos que *si* cada persona ofrece pagar el valor que el bien en cuestión realmente tiene para ella, éste acaba adjudicándose a la persona con la valoración más alta, la cual paga un precio igual al de la persona para la que el bien tiene el segundo valor más alto. Este resultado es esencialmente igual al de la subasta inglesa (salvo por el incremento mínimo establecido en la subasta, que puede ser arbitrariamente pequeño).

¿Pero, es óptimo declarar el verdadero valor en una subasta de Vickrey? Hemos visto que en la subasta normal mediante plicas, generalmente no lo es. Pero la subasta de Vickrey es diferente: la sorprendente respuesta es que a todos los jugadores les interesa ofrecer un precio de compra igual al verdadero valor del bien.

[2] Por otra parte, si las opiniones de todos los jugadores son ciertas, en promedio, y todos los postores juegan óptimamente, resulta que los distintos tipos de subastas antes descritos generan la misma asignación y el mismo precio esperado en condiciones de equilibrio. Para un análisis detallado, véase P. Milgrom, "Auctions and Bidding: a Primer", *Journal of Economic Perspectives*, 3(3), 1989, págs. 3-2, y P. Klemperer, "Auction Theory: A Guide to Literature", *Economic Surveys*, 13(3), 1999, págs. 227-286.

Para ver por qué, examinemos el caso especial de dos postores, que tienen los valores v_1 y v_2 y hacen unas ofertas de compra de o_1 y o_2. La ganancia esperada del postor 1 es:

$$\text{Prob}\ (o_1 \geq o_2)\ [v_1 - o_2],$$

donde "Prob" significa "probabilidad".

El primer término de esta expresión es la probabilidad de que el postor 1 haga la oferta más alta; el segundo es el excedente del consumidor de que disfruta el postor 1 si gana (si $o_1 < o_2$, el postor 1 obtiene un excedente de o, por lo que no es necesario examinar el término que contiene Prob ($o_1 \leq o_2$)).

Supongamos que $v_1 > o_2$. El postor 1 quiere conseguir que la probabilidad de ganar sea lo más alta posible; puede lograrlo fijando $o_1 = v_1$. Supongamos, por el contrario, que $v_1 < o_2$. En ese caso, el postor 1 quiere conseguir que la probabilidad de ganar sea lo menor posible; puede lograrlo fijando $o_1 = v_1$. En cualquiera de los dos casos, ¡la estrategia óptima del postor 1 es hacer una oferta de compra igual a su verdadero valor! La honradez es la mejor política… ¡al menos en la subasta de Vickrey!

La característica interesante de la subasta de Vickrey es que logra esencialmente el mismo resultado que la subasta inglesa, pero sin necesidad de iteración alguna. Esa es aparentemente la razón por la que la utilizaban los coleccionistas de sellos. Vendían sellos en sus convenciones utilizando subastas inglesas y a través de sus boletines de noticias utilizando subastas mediante plicas. Alguien se dio cuenta de que la subasta mediante plicas generaría el mismo resultado que las subastas inglesas si se utilizaba la regla de igualar el precio a la segunda oferta más alta. Pero fue Vickrey quien realizó el análisis completo de la subasta filatélica y mostró que decir la verdad era la estrategia óptima y que la subasta filatélica era equivalente a la inglesa.

17.3 Otros tipos de subastas

Se consideraba que la subasta de Vickrey tenía escaso interés hasta que se popularizaron las subastas en Internet. La mayor casa de subastas en Internet del mundo, eBay, afirma que tiene cerca de 30 millones de usuarios registrados que en 2000 vendieron y compraron artículos por valor de 5.000 millones de dólares.

Las subastas que realiza eBay duran varios días o incluso semanas y es incómodo para los usuarios mantenerse al tanto constantemente de cómo va la subasta. Para no tener que seguir el proceso constantemente, eBay introdujo un **agente pujador** automatizado, que llama **postor delegado**. Los usuarios indican a su agente pujador cuál es la cantidad máxima que están dispuestos a pagar por un artículo y su oferta inicial. A medida que avanza la subasta, si es necesario, el agente sube automáticamente la oferta del participante en la mínima cantidad permitida, siempre y cuando esa nueva oferta no sobrepase el máximo que está dispuesto a ofrecer el participante.

Se trata esencialmente de una subasta de Vickrey: cada usuario revela a su agente pujador el precio máximo que está dispuesto a pagar. En teoría, el participante que hace la oferta más alta se llevará el artículo, pero sólo tendrá que pagar la segunda oferta más alta (más un incremento mínimo para superarla). Según el análisis del texto, cada postor tiene un incentivo para revelar el verdadero valor que concede al artículo que se vende.

En la práctica, la conducta del postor es algo distinta a la que predice el modelo de Vickrey. A menudo los postores aguardan casi hasta el final de la subasta para hacer sus ofertas. Esta conducta parece deberse a dos razones: la aversión a mostrar interés demasiado pronto y la esperanza de hacerse con una ganga en una subasta con pocos participantes. No obstante, el modelo del agente pujador parece ser muy útil para los usuarios. La subasta de Vickrey, de la que antes se pensaba que sólo tenía interés teórico, hoy es el método de puja que prefiere la mayor casa de subastas por Internet del mundo.

Existen otros tipos de subastas aún más exóticos. Un peculiar ejemplo es la **subasta de la escalada**. En este tipo de subasta, el mejor postor se lleva el artículo, pero tanto el mejor postor como el segundo mejor tienen que pagar el precio que han pujado.

Supongamos, por ejemplo, que subastamos 1 euro entre una serie de postores siguiendo las reglas de la subasta de la escalada. Normalmente, unas cuantas personas ofrecen 10 o 15 céntimos, pero al final la mayoría se retira. Cuando la puja más alta se aproxima a 1 euro, el resto de los postores comienza a darse cuenta del problema. Pongamos que quedan dos postores y que uno ha ofrecido 90 céntimos y el otro 85. El que ha ofrecido menos se da cuenta de que si deja de pujar, pagará 85 céntimos y no recibirá nada, pero si sube su oferta a 95, acabará ganando 5 céntimos.

Pero si decide pujar 95, el postor que había pujado 90 céntimos va a hacerse el mismo razonamiento. De hecho, le interesa ofrecer más de un euro. Por ejemplo, si ofrece 1,05 (y gana), sólo perderá 5 céntimos en lugar de 90. No es infrecuente que la oferta ganadora acabe siendo de 5 o 6 euros.

Una subasta algo parecida a ésta es la **subasta en la que todo el mundo paga**. Imaginemos un político sin escrúpulos que anuncia que venderá su voto en las siguientes condiciones: todos los grupos de presión hacen aportaciones a su campaña, pero votará a favor de las propuestas que defienda el que más aporte. Se trata esencialmente de una subasta en la que todo el mundo paga, pero sólo el que hace la oferta más alta recibe lo que quiere.

Ejemplo: Pujas de última hora en eBay

Según la teoría convencional de las subastas, el postor delegado de eBay debe inducir a los participantes a hacer una oferta igual al verdadero valor que tiene para ellos un artículo. El que hace la oferta más alta y gana sólo tiene que pagar (casi) la segunda más alta, exactamente igual que en una subasta de Vickrey. Pero en la práctica no sucede exactamente así. En muchas subastas, los participantes esperan casi hasta el último minuto para hacer sus ofertas. Según un estudio, en el 37 por ciento de las subastas se hacen ofertas en el último momento y en el 12 por ciento se hacen ofertas en los últimos 10 segundos. ¿Por qué se hacen tantas "pujas de última hora"?

Hay al menos dos teorías para explicar este fenómeno. Patrick Bajari y Ali Hortaçsu, dos expertos en subastas, sostienen que en algunos tipos de subastas la gente no quiere pujar pronto para que no suba el precio de venta. EBay normalmente muestra la identificación del postor y las ofertas que se hacen (no solamente las máximas) por los artículos que se venden. Si una persona es experta en sellos raros y es conocida en eBay, quizá quiera aguardar a hacer su oferta para no revelar que está interesada en un determinado sello.

Esta explicación tiene mucho sentido en el caso de artículos coleccionables como los sellos y las monedas, pero también se hacen pujas de última hora en las subastas de artículos genéricos, como piezas de ordenador. Al Roth y Axel Ockenfels sugieren que la puja de última hora es una manera de evitar las guerras de ofertas.

Supongamos que usted y otra persona están pujando por un bolígrafo y que el precio de reserva del vendedor es de 2 euros. Resulta que cada uno de ustedes da al bolígrafo un valor de 10 euros. Si ambos pujan pronto e indican que el verdadero valor máximo que le conceden es de 10 euros —aunque el empate se resuelva a favor de usted— acabará pagando 10 euros, ya que ese también es el valor máximo que tiene el bolígrafo para el otro postor. Es posible que "gane", pero no recibirá ningún excedente del consumidor.

Supongamos, por el contrario, que cada uno de ustedes aguarda hasta que la subasta esté casi concluida y ofrece entonces 10 euros en los últimos segundos posibles de la subasta (en eBay, eso se llama *sniping*). En este caso, existen muchas probabilidades de que una de las dos ofertas no llegue; en ese caso, el ganador acaba pagando solamente el precio de reserva del vendedor, que es de 2 euros.

La realización de pujas altas en el último minuto introduce una cierta aleatoriedad en el resultado. Uno de los jugadores hace un gran negocio y el otro no obtiene nada. Pero eso no tiene por qué ser malo: si ambos pujan en seguida, uno de ellos acaba pagando todo el valor que concede al artículo y el otro no recibe nada.

En este análisis, las pujas de última hora son un tipo de "colusión implícita". Aguardando a pujar y dejando que intervenga la suerte, los postores pueden acabar obteniendo, como promedio, muchos mejores resultados que pujando pronto.

17.4 Subastas de posiciones

Una subasta de posiciones es una manera de subastar, por ejemplo, la posición en una cola o la posición en una página web. La característica definitoria de este tipo de subasta es que todos los participantes ordenan las posiciones del mismo modo, pero pueden valorarlas de forma distinta. Todo el mundo estaría de acuerdo, por ejemplo, en que es mejor estar al principio de la cola que más atrás, pero la cantidad que cada uno estuviera dispuesto a pagar por ser el primero podría variar de unos a otros. Un destacado ejemplo de una subasta de posiciones es la que utilizan los buscadores de Internet, como Google, Microsoft y Yahoo, para vender anuncios. En este caso, todos los anunciantes están de acuerdo en que estar en la primera posición es lo mejor, estar en la segunda es lo segundo mejor, y así sucesivamente. Sin embargo, como los anunciantes a menudo venden cosas diferentes, el beneficio esperado de un visitante de su página web será diferente.

Aquí describimos una versión simplificada de estas subastas de anuncios en Internet. Los detalles varían de unos buscadores a otros, pero el modelo que presentamos a continuación describe sus aspectos básicos.

Suponemos que hay $e = 1, \ldots, E$ espacios en los que se puede poner anuncios. Sea x_e el número de clics que cabe esperar que reciba un anuncio en el espacio e. Suponemos que los espacios están ordenados con respecto al número de clics que es probable que reciban, por lo que $x_1 > x_2 > \ldots > x_E$.

Cada uno de los anunciantes valora un clic de manera distinta, pero que está relacionado con los beneficios esperados que puede reportarle un visitante de su página web. Sea v_e el valor que atribuye a cada clic el anunciante cuyo anuncio se muestra en el espacio e.

Cada anunciante hace al buscador una oferta, o_e, que es la cantidad que está dispuesto a pagar por el espacio e. El mejor espacio (el espacio 1) se adjudica al anunciante que haya hecho la oferta más alta, el segundo mejor (el espacio 2) al que haya hecho la segunda oferta más alta, y así sucesivamente.

El precio que paga un anunciante por su anuncio viene determinado por la oferta que haya hecho el anunciante que se encuentra justo por debajo de él. Se trata de una variante del modelo de las subastas de Vickrey que hemos descrito anteriormente y se conoce a veces con el nombre de **subasta generalizada del segundo precio más alto**.

En esta subasta, el anunciante 1 paga o_2 por clic, el anunciante 2 paga o_3 por clic, y así sucesivamente. La razón se halla en que si un anunciante pagara el precio que ofreció, tendría un incentivo para reducir su oferta hasta el punto justo en que consiguiera derrotar al anunciante que se encuentra por debajo de él. Al tener que ser el precio que paga el anunciante del espacio e igual a la oferta del anunciante del espacio $e + 1$, cada uno acaba pagando la oferta mínima necesaria para conservar su posición.

Encajando estas piezas, vemos que los beneficios del anunciante del espacio e son iguales a $(v_e - o_{e+1})x_e$. Son simplemente el valor de los clics menos el coste de los clics que recibe el anunciante.

¿Cuál es el equilibrio de esta subasta? Extrapolando de la subasta de Vickrey, se podría concluir que cada anunciante debe hacer una oferta igual a su verdadero valor. Eso es cierto si sólo se subasta un espacio, pero es falso en general.

Dos postores

Examinemos el caso en el que hay 2 espacios y 2 postores. Suponemos que el mejor postor recibe x_1 clics y paga un precio igual a la oferta del segundo mejor postor o_2. El segundo mejor postor recibe el espacio 2 y paga un precio de reserva r.

Supongamos que nuestro valor es v y que hacemos una oferta o. Si $o > o_2$, obtenemos una ganancia de $(v - o_2)x_1$ y si $o \le o_2$, obtenemos una ganancia de $(v - r)x_2$. Nuestra ganancia esperada es, pues,

$$\text{Prob}(o > o_2)\ (v - o_2)x_1 + [1 - \text{Prob}(o > o_2)](v - r)x_2.$$

Reordenando nuestra ganancia esperada, tenemos que

$$(v - r)x_2 + \text{Prob}(o > o_2)[v(x_1 - x_2) + rx_2 - o_2x_1]. \qquad [17.1]$$

Obsérvese que cuando el término entre corchetes es positivo (es decir, obtenemos beneficios), queremos que la probabilidad de que $o > o_2$ sea la mayor posible y que cuando el término es negativo (experimentamos una pérdida), queremos que la probabilidad de que $o > o_2$ sea la menor posible.

Esto tiene fácil solución. Basta con elegir una oferta aplicando esta fórmula:

$$ox_1 = v(x_1 - x_2) + rx_2.$$

Ahora es fácil comprobar que cuando $o > o_2$, el término entre corchetes de la expresión (17.1) es positivo y que cuando $o \le o_2$, el término entre corchetes de la expresión (17.1) es negativo o cero. Por tanto, esta oferta ganará la subasta exactamente cuando queramos que gane y perderá exactamente cuando queramos que pierda.

Obsérvese que esta regla para pujar es una estrategia dominante: cada postor quiere pujar aplicando esta fórmula, independientemente de lo que puje el otro. Eso significa, por supuesto, que la subasta acaba colocando en primer lugar al postor para quien un clic tiene el valor más alto.

También es fácil interpretar la puja. Si hay dos postores y dos espacios, el segundo mejor postor siempre obtiene el segundo espacio y acaba pagando rx_2. La competición es sobre los clics *extra* que recibe el mejor postor. El que tiene el valor más alto gana esos clics, pero sólo tiene que pagar la cantidad mínima necesaria para derrotar al segundo mejor postor.

Vemos que en esta subasta no queremos hacer una oferta igual a nuestro verdadero valor por clic sino una oferta que refleje el valor que tienen para nosotros los clics *adicionales* que recibimos.

Más de dos postores

¿Qué ocurre si hay más de dos postores? En este caso, normalmente no hay un equilibrio de estrategia dominante sino un equilibrio en precios. Examinemos una situación en la que hay 3 espacios y 3 postores.

El postor del espacio 3 paga un precio de reserva r. En condiciones de equilibrio, no querrá ascender al espacio 2, por lo que

$$(v_3 - r)x_3 \geq (v_3 - p_2)x_2$$

o sea,

$$v_3(x_2 - x_3) \leq p_2x_2 - rx_3.$$

Esta desigualdad establece que si el postor prefiere la posición 3 a la posición 2, el valor de los clics extra que recibe en la posición 2 debe ser menor que el coste de esos clics adicionales.

Esta desigualdad nos da un límite del coste de los clics en la posición 2:

$$p_2x_2 \leq rx_3 + v_3(x_2 - x_3). \qquad [17.2]$$

Realizando el mismo razonamiento con el postor de la posición 2, tenemos que

$$p_1x_1 \leq p_2x_2 + v_2(x_1 - x_2). \qquad [17.3]$$

Sustituyendo la desigualdad [17.2] en la desigualdad [17.3], tenemos que

$$p_1x_1 \leq rx_3 + v_3(x_2 - x_3) + v_2(x_1 - x_2). \qquad [17.4]$$

En esta subasta, el ingreso total es $p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3$. Sumando la desigualdad [17.2] a la [17.3] y el ingreso del espacio 3 tenemos que

$$I = v_2(x_1 - x_2) + 2v_3(x_2 - x_3)\ 3rx_3.$$

Hasta ahora hemos examinado el caso en el que hay 3 postores para 3 espacios. ¿Qué ocurre si hay 4 postores para estos 3 espacios? En este caso, el precio de reserva es sustituido por el valor del cuarto postor. La lógica es que el cuarto postor está dispuesto a comprar cualquier cantidad de clics que sea superior a su valor, exactamente igual que en la subasta ordinaria de Vickrey. Eso nos da una expresión del ingreso de

$$I' = 3v_4x_3 + 2v_3(x_2 - x_3) + v_2(x_1 - x_2).$$

Debemos señalar unas cuantas cosas a propósito de esta expresión. En primer lugar, en este tipo de subasta se compite por los clics adicionales: cuántos clics adicionales conseguiremos si pujamos por una posición más alta. En segundo lugar, cuanto mayor sea la diferencia entre clics, mayor será el ingreso. En tercer lugar, cuando $v_4 > r$, el ingreso es mayor. Lo que eso quiere decir es que la competencia tiende a aumentar el ingreso.

Índices de calidad

En la práctica, sin embargo, para determinar el orden de los anunciantes sus ofertas se multiplican por un **índice de calidad**. El anuncio cuya oferta multiplicada por el índice de calidad resulta ser la más alta consigue la primera posición, la siguiente ocupa la segunda posición, y así sucesivamente. Cada anuncio paga el precio mínimo por clic necesario para conservar su posición. Si suponemos que q_e es la calidad del anuncio que ocupa el espacio e, los anuncios se ordenan de la siguiente manera: $o_1q_1 > o_2q_e > o_3q_3\ldots$, y así sucesivamente.

El precio que paga el anuncio que ocupa el espacio 1 es justo suficiente para conservar su posición, por lo que $p_1q_1 = o_2q_2$, o sea, $p_1 = o_2q_2/q_1$ (puede que se apliquen algunos redondeos para romper los empates).

La medición de la calidad de los anuncios suele tener en cuenta varios componentes. Sin embargo, el principal suele ser la proporción histórica de clics que recibe un anuncio. Eso significa que el puesto que ocupa el anuncio viene determinado básicamente por

$$\frac{\text{coste}}{\text{clics}} \times \frac{\text{clics}}{\text{impresiones}} = \frac{\text{coste}}{\text{impresiones}}.$$

Por tanto, el anuncio que consiga el primer puesto será el que esté dispuesto a pagar más por lo que se suele llamar "impresión" (es decir, por observación del anuncio) y no el que pague más por clic.

Si se piensa, tiene mucho sentido. Supongamos que un anunciante está dispuesto a pagar 10 euros por clic, pero es probable que sólo reciba 1 clic al día. Otro anunciante está dispuesto a pagar 1 euro por clic y recibe 100 clics al día. ¿Qué anuncio debe mostrarse en la posición más destacada?

Que los anuncios se ordenen de esta forma también es útil para los usuarios. Si dos anuncios hacen la misma oferta, el que los usuarios tiendan a cliquear más conseguirá ocupar una posición más alta. Es decir, los usuarios pueden "votar con sus clics" por los anuncios que les parecen más útiles.

17.5 Problemas de las subastas

Hemos visto antes que las subastas inglesas (o las subastas de Vickrey) tienen la propiedad deseable de lograr resultados eficientes en el sentido de Pareto, por lo que son candidatos a convertirse en buenos mecanismos de asignación de los recursos. De hecho, la mayoría de las subastas del espectro electromagnético para uso de la telefonía móvil realizadas en Estados Unidos por la FCC eran variantes de la subasta inglesa.

Pero las subastas inglesas no son perfectas. Siguen siendo vulnerables a las colusiones. El ejemplo de los grupos de subasteros, descrito en el capítulo 24, muestra que los anticuarios de Filadelfia acordaban una estrategia común cuando acudían a las subastas.

Existe también otras formas de manipular el resultado de las subastas. En el análisis antes descrito hemos supuesto que al realizar una oferta de compra el postor se *comprometía* a pagar. Sin embargo, algunos tipos de subasta permiten a los postores retirarse una vez que se revelan las pujas ganadoras. Esta opción permite la manipulación de las subastas. Por ejemplo, en 1993 el gobierno australiano subastó licencias de televisión por satélite utilizando una subasta mediante plicas. La puja ganadora de una de las licencias, 212 millones de dólares australianos, fue realizada por una compañía llamada Ucom. Una vez que el gobierno anunció que había ganado Ucom, la compañía retiró su oferta, por lo que el gobierno tuvo que adjudicar la licencia al postor que había hecho la segunda oferta más alta, ¡que también era Ucom! Ucom de nuevo retiró esta oferta; cuatro meses más tarde, tras varias retiradas más, pagó solamente 117 millones por la licencia, ¡cifra que era 95 millones inferior a su puja ganadora inicial! La licencia acabó adjudicándose al postor que hizo la oferta de compra más alta, pero la subasta mal diseñada hizo que la televisión de pago llegara a Australia con un año de retraso como mínimo.[3]

Ejemplo: Hacer ofertas ficticias

Uno de los métodos que se utilizan frecuentemente para manipular subastas consiste en que el vendedor haga ofertas ficticias como si fuera un comprador potencial. Esa manipulación también se ha instalado en las subastas en Internet.

Según un artículo publicado recientemente,[4] un joyero de Nueva York vendió grandes cantidades de joyas de diamantes, oro y platino por Internet. Aunque los ar-

[3] Véase John McMillan, "Selling Spectrum Rights", *Journal of Economic Perspectives*, 8 (3), págs. 145-152, para una descripción de subasta y del análisis que precedió el diseño de la subasta del espectro de frecuencias de Estados Unidos. En este artículo también se describe el ejemplo de Nueva Zelanda antes mencionado.

[4] Barnaby J. Feder, "Jeweler to Pay $400,000 in Online Auction Fraud Settlement", *New York Times*, 9 de junio de 2007.

tículos se ofrecieron en eBay sin un precio de reserva, el vendedor distribuyó hojas de cálculo entre sus empleados y les dio la orden de hacer ofertas con el fin de incrementar el precio final de venta. En el juicio al que fue sometido se estableció que los empleados habían hecho más de 232.000 ofertas en un año, hinchando los precios de venta un 20 por ciento en promedio.

Ante la evidencia, el joyero aceptó pagar una multa de 400.000 dólares para resolver la denuncia por fraude.

17.6 La maldición del ganador

A continuación analizamos las **subastas de valor común**, en las que el bien que se adjudica tiene el *mismo* valor para todos los postores. Sin embargo, cada uno de ellos puede tener estimaciones diferentes de ese valor. Para ponerlo de relieve, expresemos el valor (estimado) del postor i de la forma siguiente: $v + \epsilon_i$, donde v es el verdadero valor común y ϵ_i es el "término de error" correspondiente a la estimación del postor i.

Examinemos el caso de una subasta mediante plicas. ¿Qué oferta de compra debe hacer el postor i? Para hacernos una idea intuitiva, veamos qué ocurre si cada postor ofrece su valor estimado. En este caso, recibe el bien la persona cuyo ϵ_i tiene el valor más alto, ϵ_{max}. Pero en la medida en que $\epsilon_{max} > 0$, esta persona paga una cantidad superior a v, que es el verdadero valor del bien. Esta es la llamada **maldición del ganador.** Si alguien gana la subasta, es porque ha sobreestimado el valor del bien que se subasta. En otras palabras, ¡gana únicamente porque ha sido demasiado optimista!

La estrategia *óptima* en una subasta de valor común como ésta es ofrecer una cantidad inferior al valor estimado, y cuantos más postores haya, más baja deberá ser nuestra oferta. Veámoslo: la persona que hace la oferta más alta de, digamos, cinco participantes, posiblemente sea excesivamente optimista, pero si es la que hace la oferta más alta de veinte participantes, debe ser *superoptimista*. Cuantos más postores haya, más prudente hay que ser en la estimación del "verdadero valor" del bien subastado.

Parece que en la subasta que realizó el FCC en mayo de 1996 para adjudicar el espectro de frecuencias se produjo la maldición del ganador. El mayor postor en esa subasta, NextWave Personal Communications Inc., ofreció 4.200 millones de dólares por sesenta y tres licencias, ganándolas todas. Sin embargo, en enero de 1998 la compañía tuvo que solicitar ayuda porque estaba al borde de la quiebra.

17.7 El problema del matrimonio estable

Existen muchos ejemplos de **modelos de emparejamientos bilaterales** en los que varios agentes son emparejados de dos en dos. Los hombres pueden ser emparejados con mujeres por una agencia matrimonial o por un portal de encuentros de Internet, los estudiantes pueden ser emparejados con universidades, los médicos con hospitales, etc.

¿Qué algoritmos son buenos para realizar esos emparejamientos? ¿Existen siempre resultados "estables"? Aquí examinamos un mecanismo sencillo para realizar emparejamientos que sean estables en un sentido preciso.

Supongamos que hay n hombres y el mismo número de mujeres y que tenemos que formar con ellos parejas de baile. Cada mujer puede ordenar a los hombres en función de sus preferencias y lo mismo ocurre con los hombres. Para simplificar el análisis, supongamos que no hay empates en estas ordenaciones y que todo el mundo preferiría bailar a quedarse sentado.

¿Qué método es bueno para formar las parejas de baile? Un criterio que puede resultar atractivo es encontrar la manera de realizar un emparejamiento "estable". En este contexto, se considera que un emparejamiento es estable cuando a nadie le gusta más otra pareja posible que su pareja actual. En otras palabras, si a un hombre le gusta más otra mujer que la mujer con la que está actualmente emparejado, aquella mujer no querría tenerlo de pareja: preferiría a la pareja que tiene actualmente.

¿Existe siempre un emparejamiento estable? En caso afirmativo, ¿cómo puede encontrarse? La respuesta es que, contrariamente a la impresión que dan las telenovelas y las novelas románticas, siempre hay emparejamientos estables y es relativamente fácil construirlos.

El algoritmo más famoso, que se conoce con el nombre de **algoritmo de aceptación diferida**, es el siguiente.[5]

Paso 1. Cada hombre le propone bailar a la mujer que más le gusta.

Paso 2. Cada mujer anota en su carné de baile la lista de propuestas que recibe.

Paso 3. Una vez que todos los hombres han propuesto bailar a la mujer que más les gusta, cada mujer rechaza (cortésmente) a todos los pretendientes, salvo al que más le gusta.

Paso 4. Los pretendientes rechazados proponen bailar a la siguiente mujer de su lista.

Paso 5. Se vuelve al paso 2 o se termina el algoritmo cuando todas las mujeres han recibido una oferta.

Este algoritmo siempre produce un emparejamiento estable. Para verlo, supongamos que hay un hombre al que le gusta más otra mujer que la pareja que tiene en este momento. Si fuera así, le habría pedido que bailara con él antes que a su pareja

[5] Gale, David y Lloyd Shapley [1962], "College Admissions and the Stability of Marriage", American Mathematical Monthly, 69, págs. 9-15.

actual. Si a ella, a su vez, le gustara más él que su pareja actual, habría previamente rechazado a su pareja actual y ya estarían bailando juntos.

Resulta, además, que este algoritmo genera el *mejor* emparejamiento estable posible para los hombres, en el sentido de que cada hombre prefiere el resultado de este proceso de emparejamiento a cualquier otro emparejamiento estable. Naturalmente, si cambiáramos los papeles de los hombres y de las mujeres, encontraríamos el emparejamiento estable óptimo para las mujeres.

Aunque el ejemplo que hemos descrito es algo frívolo, se utilizan procesos como el algoritmo de aceptación diferida para seleccionar los estudiantes en las universidades de Boston y Nueva York, para asignar los médicos residentes a los hospitales de todo Estados Unidos e incluso para emparejar los donantes de órganos con los receptores.

17.8 Diseño de mecanismos

Las subastas y el modelo de emparejamiento bilateral que hemos analizado en este capítulo son ejemplos de **mecanismos económicos**. La idea de un mecanismo económico consiste en construir un "juego" o un "mercado" que dé el resultado deseado.

Por ejemplo, si quisiéramos diseñar un mecanismo para vender un cuadro, un mecanismo lógico en este caso sería una subasta. Pero incluso una subasta tiene muchos diseños posibles. ¿Debe diseñarse para conseguir la máxima eficiencia (es decir, para garantizar que el cuadro se adjudica a la persona que más lo valora) o para maximizar el ingreso esperado del vendedor, aunque se corra el riesgo de que el cuadro no se venda?

Hemos visto antes que hay varios tipos de subastas, cada uno con sus ventajas y sus inconvenientes. ¿Cuál es el mejor en cada circunstancia?

El diseño de mecanismos es esencialmente la inversa de la **teoría de juegos**. Con la teoría de juegos, tenemos una descripción de las reglas del juego y queremos averiguar cuál será el resultado. Con el diseño de mecanismos, tenemos una descripción del resultado al que queremos llegar y tratamos de diseñar el juego que nos permita obtener ese resultado.[6]

El diseño de mecanismos no se limita a las subastas o a los problemas de emparejamiento. También incluye los **mecanismos de votación** y los mecanismos para financiar **bienes públicos**, como los que describimos en el capítulo 35, o los mecanismos de las **externalidades**, como los que describimos en el capítulo 33.

[6] El Premio Nobel de economía de 2007 se concedió a Leo Hurwicz, Roger Myerson y Eric Maskin por sus aportaciones al diseño de mecanismos económicos.

En un mecanismo general, pensamos en un número de agentes (por ejemplo, de consumidores o de empresas), cada uno de los cuales posee información privada, que nadie más conoce. En el caso de una subasta, esta información privada podría ser el valor que cada participante concede al artículo que se subasta. En un problema en el que los agentes sean empresas, la información privada podrían ser sus funciones de costes.

Los agentes envían un mensaje sobre su información privada al "centro", que podemos imaginar que es un subastador. El centro examina los mensajes y transmite un resultado: quién recibe el artículo en cuestión, qué productos deben producir las empresas, cuánto tienen que pagar o cobrar las diversas partes, etc.

Las principales decisiones en el diseño de un mecanismo son 1) qué tipo de mensajes deben enviarse al centro y 2) qué regla debe utilizar el centro para decidir el resultado. Las restricciones del problema son el tipo habitual de restricciones que se aplican a los recursos (por ejemplo, sólo se vende un artículo) así como la restricción de que cada individuo actuará buscando su propio beneficio. Esta última restricción se conoce con el nombre de **restricción de la compatibilidad de incentivos**.

Puede haber también otras restricciones. Por ejemplo, podemos querer que los agentes participen voluntariamente en el mecanismo, para lo que tendrían que obtener al menos una ganancia tan alta participando como no participando. Pero aquí dejaremos de lado esta restricción para simplificar el análisis.

Para hacernos una idea de cómo es el diseño de mecanismos, examinemos un sencillo problema que consiste en adjudicar un bien indivisible a uno de dos agentes. Sea $(x_1, x_2) = (1, 0)$ si el agente 1 obtiene el bien y $(x_1, x_2) = (0, 1)$ si lo obtiene el agente 2. Sea p el precio pagado por el bien.

Supongamos que el mensaje que envía cada agente al centro sea simplemente el valor que el bien tiene para él. Un mecanismo de este tipo se conoce con el nombre de **mecanismo de revelación directa**. El centro adjudicará entonces el bien al agente que haya declarado el valor más alto y cobrará a ese agente el precio p.

¿Cuáles son las restricciones a las que está sujeto p? Supongamos que el agente 1 es el que concede más valor al bien. En ese caso, el mensaje que envía al centro debe ser tal que la ganancia que reciba en respuesta a ese mensaje sea al menos tan grande como la ganancia que recibiría si enviara el mismo mensaje que el agente 2 (que obtiene una ganancia nula). Es decir,

$$v_1 - p \geq 0.$$

Por la misma razón, el agente 2 debe obtener al menos una ganancia tan grande con su mensaje como la que obtendría si enviara el mensaje que ha enviado el agente 1 (y con el que el agente 1 obtiene el bien). Es decir,

$$0 \geq v_2 - p.$$

Agrupando estas dos condiciones, tenemos que $v_1 \geq p \geq v_2$, es decir, que el precio cobrado por el centro debe encontrarse entre el valor más alto y el segundo valor más alto.

Para averiguar qué precio debe cobrar el centro, hay que considerar sus objetivos y la información que posee. Si el centro cree que v_1 puede ser arbitrariamente parecido a v_2 y siempre quiere adjudicar el artículo al mejor postor, tiene que fijar un precio de v_2.

Este mecanismo no es otra cosa que la **subasta Vickrey** que hemos descrito anteriormente, en la que cada una de las partes hace una oferta y el artículo se adjudica al mejor postor al precio de la segunda oferta más alta. Se trata claramente de un mecanismo que funciona bien en este tipo de problema.

Resumen

1. Las subastas se han utilizado durante miles de años para vender objetos y servicios.
2. Si el valor que el objeto subastado tiene para cada postor es independiente del de los demás, se dice que la subasta es de valor privado. Si el valor del artículo que se vende es esencialmente el mismo para todo el mundo, se dice que la subasta es de valor común.
3. Los tipos de subastas más habituales son la subasta inglesa, la holandesa, la subasta mediante plicas y la subasta de Vickrey.
4. Las subastas inglesas y las subastas de Vickrey tienen la deseable propiedad de que sus resultados son eficientes en el sentido de Pareto.
5. Las subastas cuyo objetivo es la maximización del beneficio requieren una elección estratégica del precio de reserva.
6. Las subastas son vulnerables a la colusión y a otros tipos de conducta estratégica, a pesar de sus ventajas como mecanismos de mercado.

Problemas

1. Consideremos el caso de una subasta de alfombras antiguas entre coleccionistas. ¿Es una subasta de valor privado o una subasta de valor común?
2. Supongamos que en una subasta sólo hay dos postores, para los que el artículo subastado tiene un valor de 800 y de 1.000 euros y el incremento mínimo exigido en la subasta es de 100. ¿Cuál debe ser el precio de reserva en una subasta inglesa cuyo objetivo sea la maximización del beneficio?

3. Supongamos que tenemos dos ejemplares de *Microeconomía intermedia* que queremos vender entre tres (entusiastas) estudiantes. ¿Cómo podemos utilizar una subasta mediante plicas que garantice que recibirán los libros los postores cuyas valoraciones sean las más altas?
4. Consideremos el ejemplo de Ucom mencionado en el texto. ¿Fue eficiente el diseño de la subasta? ¿Maximizó los beneficios?
5. Un teórico de los juegos llena un tarro de monedas de 1 euro y lo subasta el primer día de clase por medio de una subasta inglesa. ¿Es una subasta de valor privado o una subasta de valor común? ¿El postor que gane normalmente obtiene un beneficio?

18. La tecnología

En este capítulo iniciamos el estudio de la conducta de la empresa. Lo primero que debemos hacer es analizar los límites con que se encuentra ésta cuando toma sus decisiones. Estos límites vienen impuestos por sus clientes, por los competidores y por la "naturaleza". En el presente capítulo analizaremos el efecto de la naturaleza en la toma de decisiones de la empresa. La naturaleza impone restricciones, ya que sólo existen ciertas formas viables de producir bienes a partir de factores, es decir, sólo son posibles determinados tipos de elecciones tecnológicas. A continuación explicaremos cómo describen los economistas estas restricciones tecnológicas.

Si el lector comprende la teoría del consumidor, le resultará muy fácil la teoría de la producción, ya que se emplean los mismos instrumentos. De hecho, la teoría de la producción es mucho más sencilla que la del consumo porque el resultado de un proceso de producción generalmente es observable, mientras que el "resultado" del consumo (la utilidad) no puede observarse directamente.

18.1 Los factores y los productos

Los ingredientes necesarios para producir se denominan **factores de producción**. Éstos suelen clasificarse en grandes categorías: tierra, trabajo, capital y materias primas. Resulta bastante evidente el significado del trabajo, la tierra y las materias primas, pero es posible que el capital sea un concepto nuevo. Los **bienes de capital** son los factores de producción que, a su vez, son bienes producidos. En general, los bienes de capital son máquinas de uno u otro tipo: tractores, edificios, ordenadores, etc.

Algunas veces el término "capital" se aplica al dinero que se emplea para iniciar o mantener un negocio. Para referirnos a este concepto siempre utilizaremos el término **capital financiero** y reservaremos el de bienes de capital o **capital físico** para los factores de producción producidos.

Normalmente, cuando nos referirnos a los factores y a los productos nos interesará considerarlos como variables *flujo*: así, por ejemplo, diremos que una determinada cantidad de trabajo a la semana y un determinado número de horas-máquina a la semana generan una determinada cantidad de producción a la semana.

Pero no será preciso utilizar muy a menudo las clasificaciones mencionadas. Casi todo lo que queremos decir sobre la tecnología puede hacerse sin hacer referencia al *tipo* de factores y productos utilizados; bastan sus cantidades.

18.2 Cómo se describen las restricciones tecnológicas

La naturaleza impone **restricciones tecnológicas** a las empresas: sólo hay algunas combinaciones de factores viables para obtener una cantidad dada de producción, por lo que las empresas deben limitarse a adoptar planes de producción que sean factibles desde el punto de vista tecnológico.

La forma más fácil de describir los planes de producción factibles es enumerarlos, es decir, enumerar todas las combinaciones de factores y de productos tecnológicamente factibles. El conjunto de todas estas combinaciones se denomina **conjunto de producción**.

Supongamos, por ejemplo, que tenemos un único factor, medido por x, y un único producto, medido por y. En ese caso, un conjunto de producción podría tener la forma que muestra la figura 18.1. Afirmar que el punto (x, y) se encuentra exactamente en el conjunto de producción quiere decir que desde el punto de vista tecnológico es posible obtener un volumen de producción y con una cantidad x de factores. El conjunto de producción muestra las elecciones tecnológicas *posibles* de la empresa.

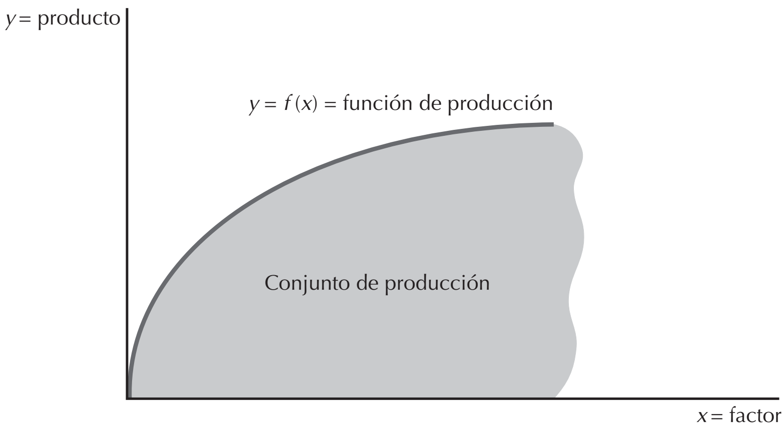


Figura 18.1. Un conjunto de producción. He aquí una posible forma que puede adoptar el conjunto de producción.

Si los factores cuestan dinero a la empresa, tiene sentido limitarse a examinar la *producción máxima posible* correspondiente a una cantidad dada de factores. Ésta es la frontera del conjunto de producción representado en la figura 18.1. La función determinada por esta frontera se denomina **función de producción** y mide el volumen máximo de producción que puede obtenerse con una cantidad dada de factores.

Naturalmente, el concepto de función de producción también puede utilizarse cuando hay varios factores. Por ejemplo, si hay dos, la función de producción $f(x_1, x_2)$ mide la cantidad máxima y que puede obtenerse con x_1 unidades del factor 1 y x_2 del factor 2.

Cuando hay dos factores, existe un cómodo instrumento para representar las relaciones de producción que se llama **isocuanta** y que es el conjunto de todas las combinaciones posibles de los factores 1 y 2 que son suficientes para obtener una cantidad dada de producción.

Las isocuantas se parecen a las curvas de indiferencia. Como hemos visto antes, una curva de indiferencia representa las diferentes cestas de consumo que son suficientes para generar un determinado nivel de utilidad. Sin embargo, existe una importante diferencia entre ellas. Los valores que toman las isocuantas son las cantidades del bien que se pueden producir y no un nivel de utilidad. Por lo tanto, vienen determinadas por la tecnología y no tienen el mismo carácter arbitrario que los números asignados a las curvas de indiferencia.

18.3 Ejemplos de tecnología

Como ya sabemos muchas cosas sobre las curvas de indiferencia, es fácil comprender cómo funcionan las isocuantas. Veamos algunos ejemplos de tecnologías y de sus correspondientes isocuantas.

Proporciones fijas

Supongamos que estamos produciendo hoyos y que éstos sólo pueden hacerse utilizando un hombre y una pala. No sirve de nada tener ni más palas ni más hombres. Por tanto, el número total de hoyos que podamos hacer es el mínimo número de hombres y de palas que tengamos, por lo que expresamos la función de producción de la forma siguiente: $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. Las isocuantas tienen una forma similar a las que aparecen en la figura 18.2. Obsérvese que son idénticas a las curvas de indiferencia de los complementarios perfectos.

Los sustitutivos perfectos

Supongamos ahora que estamos haciendo los deberes escolares y que los factores son lápices rojos y azules. La cantidad de tareas que realicemos depende solamente del número total de lápices, por lo que expresamos la función de producción de la forma siguiente: $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Las isocuantas resultantes, que tienen la forma que muestra la figura 18.3, son iguales que las curvas de indiferencia correspondientes a los sustitutivos perfectos en la teoría del consumidor.

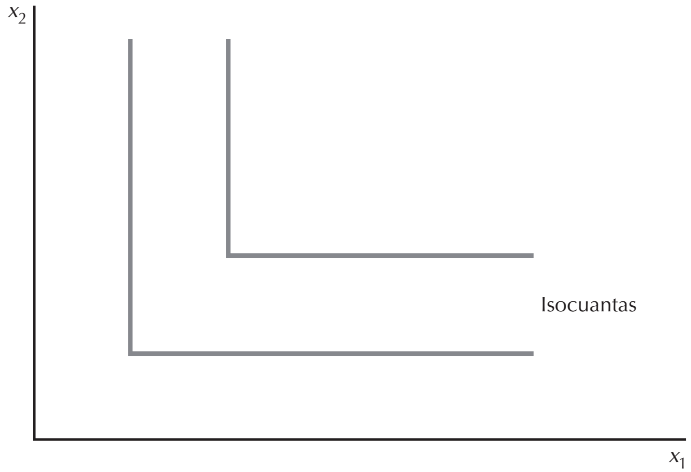


Figura 18.2. Proporciones fijas. Éstas son las isocuantas correspondientes al caso de las proporciones fijas.

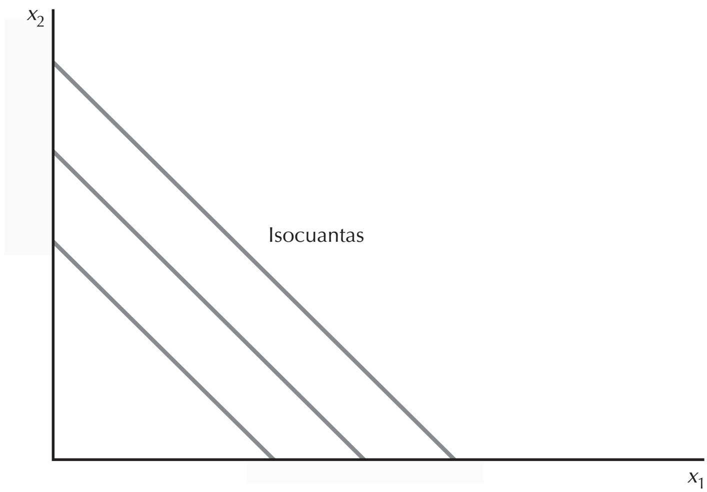


Figura 18.3. Sustitutivos perfectos. Éstas son las isocuantas correspondientes al caso de los sustitutivos perfectos.

Cobb-Douglas

Si la función de producción tiene la forma $f(x_1, x_2) = Ax_1^a x_2^b$, decimos que es una **función de producción Cobb-Douglas**. Tiene exactamente la misma forma funcional que las preferencias Cobb-Douglas que hemos estudiado antes. Como la magnitud de la función de utilidad no era importante, suponíamos que $A = 1$ y generalmente que $a + b = 1$. Pero la magnitud de la función de producción sí lo es, por lo que tenemos que permitir que estos parámetros adopten valores arbitrarios. El parámetro A mide, aproximadamente, la escala de producción, es decir, el volumen de producción que se obtiene si se utiliza una unidad de cada factor. Los parámetros a y b miden la respuesta de la cantidad producida a las variaciones de los factores. Más adelante analizaremos su efecto con mayor detalle. En algunos de los ejemplos siguientes supondremos que $A = 1$ para simplificar los cálculos.

Las isocuantas Cobb-Douglas tienen la misma forma que las curvas de indiferencia Cobb-Douglas; al igual que ocurre en el caso de las funciones de utilidad, la función de producción Cobb-Douglas es el ejemplo más sencillo de isocuantas que poseen una forma regular que se presta fácilmente al análisis convencional.

18.4 Propiedades de la tecnología

Al igual que sucede en el caso de los consumidores, suele suponerse que la tecnología tiene determinadas propiedades. En primer lugar, se supone, por lo general, que las tecnologías son **monótonas**: con una cantidad igual o mayor de ambos factores, debe ser posible obtener, al menos, el mismo volumen de producción. Esta propiedad se denomina a veces **eliminación gratuita**, ya que si la empresa puede deshacerse de cualquier cantidad de un factor sin incurrir en coste alguno, no puede perjudicarle tener más del mismo.

En segundo lugar, también supondremos frecuentemente que la tecnología es **convexa**, lo que significa que si existen dos formas de producir y unidades, (x_1, x_2) y (z_1, z_2), su medida ponderada permitirá obtener *al menos* y unidades.

Veamos por qué partimos de este supuesto. Imaginemos que existe una manera de obtener 1 unidad de producción utilizando a_1 unidades del factor 1 y a_2 del factor 2 y otra manera de obtenerla utilizando b_1 unidades del factor 1 y b_2 del factor 2. Llamaremos a estas dos formas de producir **técnicas de producción**.

Supongamos, además, que podemos multiplicar libremente la producción de manera arbitraria de tal forma que $(100a_1, 100a_2)$ y $(100b_1, 100b_2)$ generen 100 unidades de producción. Pero ahora obsérvese que si tenemos $25a_1 + 75b_1$ unidades del factor 1 y $25a_2 + 75b_2$, unidades del 2, también podemos producir 100 unidades: basta producir 25 utilizando la técnica "a" y 75 utilizando la técnica "b".

Este supuesto se representa en la figura 18.4. Eligiendo el grado de utilización de las distintas técnicas podemos producir una cantidad dada de muy diferentes maneras. En particular, todas las combinaciones de factores situadas en la recta que une $(100a_1, 100a_2)$ y $(100b_1, 100b_2)$ son formas viables de producir 100 unidades.

En este tipo de tecnología, en la que pueden multiplicarse fácilmente los procesos de producción y en la que éstos no se interfieren, la convexidad es un supuesto muy natural.

18.5 El producto marginal

Supongamos que estamos actuando en el punto (x_1, x_2) y que estamos considerando la posibilidad de utilizar una pequeña cantidad adicional del factor 1 manteniendo fijo el factor 2 en el nivel x_2. ¿Qué volumen de producción obtendremos por cada unidad del factor 1? Para responder a esta pregunta tenemos que analizar la variación que experimenta la producción por cada variación unitaria del factor 1,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x_1} = \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1},$$

que denominamos **producto marginal del factor 1** y que representamos de la manera siguiente: $PM_1\ (x_1, x_2)$ El producto marginal del factor 2 se define de la misma forma y se representa mediante $PM_2\ (x_1, x_2)$.

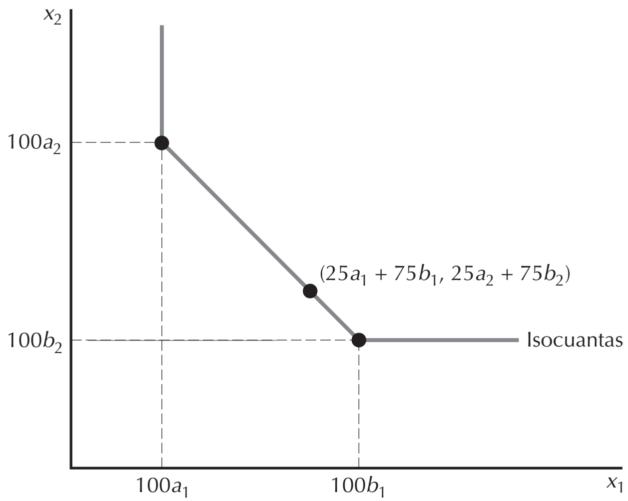


Figura 18.4. Convexidad. Si se puede producir utilizando diferentes técnicas de manera independiente, también será viable cualquier media ponderada de los planes productivos. Por lo tanto, las isocuantas serán convexas.

Algunas veces no seremos muy rigurosos en la utilización de este concepto y lo describiremos como el producto adicional que se obtiene con "una" unidad adicional del factor 1. Esta definición es satisfactoria siempre y cuando "uno" sea pequeño en relación con la cantidad total que estemos utilizando del factor 1. Pero debe recordarse que un producto marginal es una *tasa*, es decir, la cantidad total de producción por unidad de factor adicional.

El concepto de producto marginal es exactamente igual que el de utilidad marginal que describimos en nuestro análisis de la teoría del consumidor, con la salvedad del carácter ordinal de la utilidad. Ahora estamos analizando la producción física: el producto marginal de un factor es un número específico que, en principio, puede observarse.

18.6 La relación técnica de sustitución

Supongamos que estamos actuando en el punto (x_1, x_2) y que estamos considerando la posibilidad de renunciar a una cierta cantidad del factor 1 a cambio de utilizar una cantidad algo mayor del 2 para obtener el mismo volumen de producción y. ¿Qué cantidad adicional del factor 2, Δx_2, necesitamos si vamos a renunciar a una pequeña cantidad del factor 1, Δx_1? Esta relación no es más que la pendiente de la isocuanta, a la que llamaremos **relación técnica de sustitución** y representaremos de la forma siguiente: $\text{RTS}(x_1, x_2)$.

La relación técnica de sustitución mide la relación a la que la empresa tendrá que sustituir un factor por otro para mantener constante la producción.

Para obtener la fórmula de la RTS, podemos partir de la misma idea en que nos basamos para hallar la pendiente de la curva de indiferencia. Consideremos una variación de la cantidad que utilizamos de los factores 1 y 2 que mantenga fijo el volumen de producción. En ese caso, tenemos que

$$\Delta y = PM_1(x_1, x_2)\Delta x_1 + PM_2(x_1, x_2)\Delta x_2 = 0,$$

de donde se deduce que

$$\text{RTS}\,(x_1, x_2) = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{PM_1\,(x_1, x_2)}{PM_2\,(x_1, x_2)}.$$

Obsérvese la similitud de esta definición con la de la relación marginal de sustitución.

18.7 El producto marginal decreciente

Supongamos que tenemos determinadas cantidades de los factores 1 y 2 y que estamos considerando la posibilidad de aumentar la del factor 1 manteniendo fijo el factor 2 en un nivel dado.

Si la tecnología es monótona, sabemos que la producción total aumentará conforme incrementemos la cantidad del factor 1. Pero es natural esperar que aumente a una tasa decreciente. Veamos un ejemplo concreto: el caso de la agricultura.

Con un hombre y una hectárea de tierra podríamos producir 100 quintales de maíz. Si añadiéramos otro hombre y mantuviéramos la misma cantidad de tierra, podríamos obtener 200 quintales de maíz, por lo que en este caso el producto marginal de un trabajador adicional sería 100. Si continuáramos aumentando el número de hombres y mantuviéramos constante la cantidad de tierra, cada trabajador produciría un mayor volumen de maíz, pero a la larga la cantidad adicional producida por un trabajador adicional sería inferior a 100 quintales. Después de añadir 4 o 5 hombres, la producción adicional se reduciría a 90, 80, 70... o incluso a menos. Si pusiéramos a trabajar a cientos de hombres en esta única hectárea de tierra, podría llegar a darse el caso de que un trabajador adicional redujera incluso la producción. Ya se sabe que "demasiada gente en la cocina estropea el cocido".

Por lo tanto, normalmente cabe esperar que el producto marginal de un factor disminuya a medida que se emplee una cantidad cada vez mayor de él. Este fenómeno se denomina **ley del producto marginal decreciente**. En realidad, no es una "ley", sino meramente un rasgo común a casi todos los procesos de producción.

Es importante subrayar que la ley del producto marginal decreciente sólo se cumple cuando todos los *demás* factores se mantienen fijos. En el ejemplo de la agricultura, sólo hemos alterado el factor trabajo y hemos mantenido fija la cantidad de tierra y de materias primas.

18.8 La relación técnica de sustitución decreciente

Otro supuesto sobre la tecnología estrechamente relacionado con el anterior es la **relación técnica de sustitución decreciente**, según el cual a medida que aumentamos la cantidad del factor 1 y ajustamos el 2 para permanecer en la misma isocuanta, la relación técnica de sustitución disminuye. En términos generales, el supuesto de la RTS decreciente significa que la pendiente de una isocuanta debe disminuir en valor absoluto cuando nos desplazamos a la derecha porque incrementamos x_1 y debe aumentar cuando nos desplazamos a la izquierda porque incrementamos x_2, lo cual significa que las isocuantas tienen la misma forma convexa que las curvas de indiferencia más fáciles de analizar.

Los supuestos de la relación técnica de sustitución decreciente y del producto marginal decreciente están estrechamente relacionados entre sí, pero no son exactamente lo mismo. El producto marginal decreciente es un supuesto sobre la forma en que varía el producto marginal cuando aumenta la cantidad empleada de un factor y *se mantiene fija la del otro*. La RTS se refiere a la forma en que varía el *cociente* de los productos marginales —es decir, la pendiente de la isocuanta— cuando aumentamos un factor y *ajustamos el otro para permanecer en la misma isocuanta*.

18.9 El largo plazo y el corto plazo

Volvamos ahora a la idea inicial de la tecnología como una mera lista de los planes de producción viables. Éstos pueden ser viables *inmediatamente* o *a la larga*.

A **corto plazo**, hay algunos factores de producción que son fijos. Por ejemplo, el agricultor descrito antes sólo puede considerar los planes de producción contando con una cantidad fija de tierra, si no tiene más que ésa. Es posible que, si adquiriera más, pudiera producir una mayor cantidad de maíz, pero a corto plazo ha de conformarse con la que tiene.

En cambio, a largo plazo puede comprar más tierras o vender parte de las que posee. Puede ajustar la cantidad del factor tierra con el fin de maximizar sus beneficios.

Para el economista, el largo plazo se distingue del corto plazo en que en este caso hay algunos factores de producción fijos: una cantidad de tierra fija, un tamaño de planta fijo, un número de máquinas fijo, etc. A **largo plazo**, pueden alterarse *todos* los factores de producción.

El intervalo de tiempo no siempre es el mismo. Depende de los tipos de decisiones que se examinen. A corto plazo, hay al menos algunos factores cuyo nivel es fijo, pero a largo plazo, puede alterarse la cantidad que se utiliza de ellos.

Supongamos, por ejemplo, que el factor 2 se posee en una cantidad fija $\overline{x}_2$ a corto plazo. En ese caso, la función de producción relevante a corto plazo es $f(x_1, \overline{x}_2)$. Esta relación funcional entre la producción y x_1 puede representarse en un gráfico como la figura 18.5.

Obsérvese que la función de producción a corto plazo va siendo cada vez más horizontal conforme aumenta la cantidad del factor 1, debido simplemente a la ley del producto marginal decreciente. Naturalmente, podría muy bien ocurrir que existiera un área inicial de rendimientos marginales crecientes en la que el producto marginal del factor 1 aumentara a medida que se incrementara la cantidad del mismo. En el caso del agricultor que aumenta el trabajo, podría suceder que los primeros trabajadores adicionales aumentaran cada vez más la producción porque fueran capaces de dividirse eficientemente las tareas, etc. Pero dado que la cantidad de tierra es fija, a la larga el producto marginal del trabajo acabaría disminuyendo.

18.10 Los rendimientos de escala

Veamos ahora otro tipo de experimento. En lugar de incrementar la cantidad de uno de los factores y mantener fija la del otro, aumentemos proporcionalmente la cantidad de *todos* los factores que intervienen en la función de producción. En otras palabras, multipliquemos todos los factores por una cantidad constante: dupliquemos, por ejemplo, la cantidad del factor 1 y la del 2.

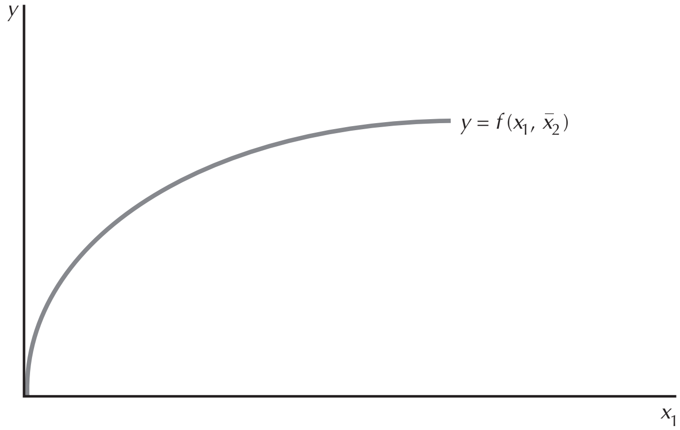


Figura 18.5. La función de producción. He aquí una forma que puede adoptar una función de producción a corto plazo.

Si utilizamos el doble de cada uno de los factores, ¿qué volumen de producción obtendremos? Probablemente, el doble. En ese caso, diremos que hay **rendimientos constantes de escala.** Desde el punto de vista de la función de producción, significa que si se duplica la cantidad de cada uno de los factores, se duplica la producción. Cuando hay dos factores, esta relación puede expresarse matemáticamente de la forma siguiente:

$$2f(x_1, x_2) = f(2x_1, 2x_2).$$

En general, si multiplicamos todos los factores por una cantidad t, la existencia de rendimientos constantes de escala implica que debemos obtener una cantidad de producción t veces superior:

$$tf(x_1, x_2) = f(tx_1, tx_2).$$

Decimos que éste es el resultado probable por la siguiente razón: normalmente, una empresa puede hacer una *réplica* exacta de lo que hacía antes. Si tiene el doble de cada uno de los factores, puede construir dos plantas contiguas y duplicar así la producción. Si tiene el triple de cada uno de los factores, puede construir tres plantas, y así sucesivamente.

Obsérvese que es perfectamente posible que una tecnología tenga rendimientos constantes de escala y que cada uno de los factores tenga un producto marginal decreciente. Los **rendimientos de escala** describen lo que ocurre cuando se incrementan *todos* los factores, mientras que el producto marginal decreciente describe lo que ocurre cuando se incrementa *uno* de ellos y se mantienen fijos los demás.

El caso de los rendimientos constantes de escala es el más “natural” debido a la posibilidad de repetir, de replicar, un mismo proceso productivo. Pero eso no quiere decir que no puedan ocurrir otras cosas. Por ejemplo, podría suceder que multiplicando ambos factores por una cantidad t obtuviéramos un volumen de producción *mayor* que t veces el inicial. En ese caso, diríamos que hay **rendimientos crecientes de escala**. En términos matemáticos, significa que

$$f(tx_1, tx_2) > t\, f(x_1, x_2),$$

cualquiera que sea $t > 1$.

¿Qué tipo de tecnología podría constituir un buen ejemplo de rendimientos crecientes de escala? Un oleoducto. Si duplicamos el diámetro de un oleoducto, utilizamos el doble de materiales, pero la circunferencia del oleoducto se multiplica por cuatro. Por lo tanto, es muy probable que podamos transportar más del doble de petróleo.

Naturalmente, el oleoducto no puede agrandarse indefinidamente. Si continuamos duplicando su diámetro, acabará rompiéndose por su propio peso. Los rendimientos crecientes de escala normalmente ocurren en un determinado intervalo de producción.

El otro caso que queda por analizar es el de los **rendimientos decrecientes de escala**, en el que

$$f(tx_1, tx_2) < t\, f(x_1, x_2),$$

cualquiera que sea $t > 1$.

Este caso es algo peculiar. Si obtenemos menos del doble de producción cuando duplicamos la cantidad de cada uno de los factores, debemos estar haciendo algo mal, ya que siempre cabe la posibilidad de replicar exactamente lo que hacíamos antes.

Normalmente, cuando hay rendimientos decrecientes de escala es porque olvidamos tener en cuenta algún factor. Si tenemos el doble de todos, menos de uno, no podemos hacer lo mismo que hacíamos antes, por lo que no existe razón alguna para que obtengamos el doble de producción. En realidad, los rendimientos decrecientes de escala son un fenómeno a corto plazo, en el que hay algo que se mantiene fijo.

Naturalmente, una misma tecnología puede mostrar diferentes tipos de rendimientos de escala en cada uno de los niveles de producción. Puede muy bien ocurrir que, en los niveles de producción bajos, la tecnología muestre rendimientos crecientes de escala (es decir, que a medida que multipliquemos todos los factores por una pequeña cantidad t, la producción se multiplique por una cantidad *superior* a t) y que, después, en los niveles de producción más altos, el incremento de la escala en t multiplique la producción únicamente por esa cantidad.

Ejemplo: Centros de procesamiento de datos

Los centros de procesamiento de datos son grandes edificios que albergan miles de ordenadores utilizados en tareas tales como suministrar información a páginas web. Las compañías de Internet como Google, Yahoo, Microsoft, Amazon y otras muchas han construido miles de centros de procesamiento de datos en todo el mundo.

Un centro de procesamiento de datos normalmente está formado por cientos de terminales que contienen placas madre parecidas a la que tenemos en nuestro ordenador de sobremesa. Generalmente, estos sistemas están pensados para que sean fácilmente escalables, de manera que la potencia informática del centro de procesamiento de datos pueda aumentarse o reducirse simplemente añadiendo o suprimiendo terminales de ordenadores.

Por ello la función de producción de los servicios informáticos tiene rendimientos constantes de escala: para duplicar la producción hay simplemente que duplicar todos los factores.

Ejemplo: ¡Copiar exactamente!

Intel tiene docenas de plantas en las que se fabrica, se monta, se seleccionan y se prueban chips avanzados de ordenador. La fabricación de chips es un proceso tan delicado que a Intel le resultaba difícil gestionar la calidad en un entorno heterogéneo. Incluso una mínima diferencia de diseño de las fábricas, como los procedimientos de limpieza o la longitud de las mangueras de refrigeración, podía influir enormemente en el rendimiento del proceso de fabricación.

Para gestionar estos sutilísimos efectos, Intel adoptó el proceso de ¡Copiar exactamente! Según Intel, la directriz “Copiar exactamente” consiste en lo siguiente: “…todo lo que pudiera afectar al proceso de fabricación debe copiarse hasta el más mínimo detalle, a menos que sea físicamente imposible hacerlo o que la introducción de un cambio reporte enormes beneficios”.

Eso significa que todas las plantas de Intel son muy parecidas, y lo son deliberadamente. La manera más fácil de aumentar la producción en Intel es replicar lo más posible sus procedimientos operativos.

Resumen

1. El conjunto de producción, que muestra todas las combinaciones tecnológicas viables de factores y de productos, y la función de producción, que muestra la cantidad máxima de producción que puede obtenerse con una cantidad dada de factores, describen las restricciones tecnológicas.

2. Las restricciones tecnológicas que tiene una empresa también pueden describirse mediante isocuantas, que son curvas que indican todas las combinaciones de factores capaces de generar un nivel dado de producción.
3. Generalmente suponemos que las isocuantas son convexas y monótonas, exactamente igual que las preferencias más fáciles de analizar.
4. El producto marginal mide la producción por unidad adicional de un factor, manteniendo fijos todos los demás. Normalmente, suponemos que el producto marginal de un factor disminuye cuando utilizamos cantidades cada vez mayores de él.
5. La relación técnica de sustitución mide la pendiente de una isocuanta. Generalmente suponemos que la RTS disminuye conforme nos desplazamos a lo largo de una isocuanta, lo que equivale a decir que las isocuantas tienen forma convexa.
6. A corto plazo algunos factores son fijos, mientras que a largo plazo todos son variables.
7. Los rendimientos de escala se refieren a la forma en que varía la producción cuando se altera la *escala* de producción. Si multiplicamos todos los factores por la cantidad t y la producción se multiplica por esa misma cantidad, hay rendimientos constantes de escala. Si se multiplica por una cantidad superior a t, hay rendimientos crecientes de escala, y si se multiplica por una cantidad inferior a t, hay rendimientos decrecientes de escala.

Problemas

1. Consideremos la función de producción $f(x_1, x_2), = x_1^2, x_2^2$. ¿Muestra rendimientos constantes de escala, crecientes o decrecientes?
2. Consideremos la función de producción $f(x_1, x_2) = 4x_1^{\frac{1}{2}}, x_2^{\frac{1}{3}}$. ¿Muestra rendimientos constantes de escala, crecientes o decrecientes?
3. La función de producción Cobb-Douglas es $f(x_1, x_2), = Ax_1^a, x_2^b$. El tipo de rendimiento de escala de esta función depende de la magnitud de $a + b$. ¿Qué valores de $a + b$ generan los diferentes tipos de rendimiento?
4. La relación técnica de sustitución entre los factores x_2 y x_1 es –4. Si deseamos producir la misma cantidad, pero reducimos el uso de x_1 en 3 unidades, ¿cuántas unidades adicionales de x_2 necesitamos?
5. "Si la ley del producto marginal decreciente no se cumpliera, la producción mundial de alimentos podría cultivarse en una maceta". ¿Verdadero o falso?
6. En un proceso de producción, ¿es posible tener un producto marginal decreciente en un factor y, aun así, rendimientos crecientes de escala?

19. La maximización del beneficio

En el capítulo anterior explicamos algunas formas de describir la elección tecnológica de la empresa. En éste presentaremos un modelo que describe cómo elige la empresa la cantidad que produce y el modo en que la produce. Utilizaremos el modelo según el cual la empresa elige el plan de producción que maximiza sus beneficios.

En este capítulo suponemos que los precios de los factores y de los productos a que se enfrenta la empresa son fijos. Ya hemos dicho antes que los economistas llaman **mercado competitivo** a aquel en el que cada productor considera que los precios están fuera de su control. Por lo tanto, en este capítulo estudiamos el problema de la maximización del beneficio de una empresa cuyos factores de producción y cuyos productos se venden en mercados competitivos.

19.1 Los beneficios

Los **beneficios** se definen como los ingresos menos los costes. Supongamos que la empresa produce n bienes $(y_1,\ldots, y_n)$ y utiliza m factores $(x_1,\ldots, x_m)$. Sean $(p_1,\ldots, p_n)$ los precios de los productos y $(w_1,\ldots, w_n)$ los precios de los factores.

Los beneficios que obtiene la empresa, π, pueden expresarse de la forma siguiente:

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{i=1}^{m} w_i x_i \,.$$

El primer término es el ingreso y el segundo el coste.

En la expresión del coste debemos asegurarnos de que incluimos *todos* los factores de producción que utiliza la empresa, valorados a su precio de mercado. Normalmente, esto es bastante obvio, pero en los casos en que es un mismo individuo el que posee la empresa y el que la dirige, es posible que se olviden algunos de los factores.

Por ejemplo, si una persona trabaja en su propia empresa, su trabajo es un factor y, por lo tanto, debe incluirse en los costes. Su salario es simplemente el precio de mercado de su trabajo, es decir, lo que *recibiría* si vendiera su trabajo en el mercado. Lo mismo ocurre con el agricultor que posea tierra y que la utilice para su producción: cuando se calculan los costes económicos, esa tierra debe valorarse a su valor de mercado.

Hemos visto que este tipo de costes económicos suele llamarse **coste de oportunidad**. El término se basa en la idea de que si un individuo utiliza, por ejemplo, su trabajo, pierde la oportunidad de emplearlo en otra parte. Por lo tanto, los salarios perdidos forman parte del coste de producción. Lo mismo sucede con el ejemplo de la tierra. El agricultor tiene la oportunidad de arrendarla a otra persona, pero decide renunciar a ese alquiler a cambio de alquilársela a sí mismo. Los alquileres perdidos forman parte del coste de oportunidad de su producción.

La definición económica del beneficio obliga a valorar todos los factores y los productos a su coste de oportunidad. Tal como lo calculan los contables, no mide necesariamente con precisión los beneficios económicos, ya que normalmente éstos utilizan los costes históricos (es decir, lo que costó el factor cuando se compró) en lugar de los costes económicos (es decir, lo que costaría si se comprara hoy). El término "beneficio" se utiliza en sentidos muy distintos, pero nosotros siempre nos atendremos a la definición económica.

Algunas veces surge otra confusión debido a que se mezclan periodos de tiempo diferentes. Normalmente, suponemos que los factores son variables *flujo*. Un número dado de horas semanales y un número dado de horas-máquina semanales generan una determinada cantidad de producción a la semana. En ese caso, los precios de los factores son los que corresponden a la adquisición de dichos flujos. Los salarios se expresan, lógicamente, en euros por hora. En el caso de las máquinas, la medida análoga es el **alquiler**, es decir, la tasa a la que podemos alquilar una máquina durante el periodo de tiempo dado.

Muchas veces, no existe un mercado muy desarrollado de máquinas de alquiler, ya que las empresas suelen comprar su equipo de capital. En estos casos tenemos que obtener el alquiler implícito calculando cuánto costaría comprar una máquina al principio del periodo y venderla al final.

19.2 La organización de las empresas

En una economía capitalista, las empresas pertenecen a individuos. Sólo son entidades jurídicas; en última instancia, son sus propietarios los responsables de su conducta y los que recogen sus frutos o pagan sus deudas.

En términos generales, existen tres tipos de empresas, según su organización: las de propiedad individual, las sociedades colectivas y las sociedades anónimas. Una **empresa de propiedad individual** es aquella que pertenece a una única persona. Una **sociedad colectiva** es aquella que pertenece a dos o más personas. Una **sociedad anónima** es aquella que pertenece a varias personas, pero que, desde el punto de vista jurídico, tiene una existencia independiente de sus propietarios. Por lo tanto, una sociedad colectiva dura tanto como vivan sus socios y estén de acuerdo en mantenerla. Una sociedad anónima puede durar más que la vida de cualquiera de sus propietarios, razón por lo cual la mayoría de las empresas grandes tienen este tipo de organización.

Los propietarios de cada una de estas clases de empresas suelen considerar su papel en la gestión de la empresa de manera muy distinta. En una empresa de propiedad individual o en una sociedad colectiva, suelen desempeñar un papel directo en la gestión real de las operaciones diarias y tratan de conseguir los objetivos que se han propuesto con la creación de la empresa. Normalmente, su meta es maximizar los beneficios, pero también pueden tener otros objetivos no lucrativos.

En una sociedad anónima, los propietarios suelen ser distintos de los directivos. Por lo tanto, existe una separación entre la propiedad y el control. Los propietarios de la sociedad deben definir el objetivo que han de seguir los directivos y cerciorarse de que éste realmente se cumple. En este caso, el objetivo, normalmente, es también la maximización del beneficio. Como veremos más adelante, si este objetivo es interpretado correctamente, es probable que induzca a la dirección de la empresa a tomar decisiones que redunden en interés de sus propietarios.

19.3 Los beneficios y el valor en bolsa

A menudo el proceso de producción que utiliza una empresa se mantiene durante mucho tiempo. Los factores que se introducen en el periodo t generan un flujo de servicios más tarde. Por ejemplo, una fábrica construida por una empresa puede durar 50 o 100 años. En este caso, un factor introducido en un momento dado contribuye a producir bienes en el futuro.

Cuando esto ocurre, debe valorarse el flujo de costes y el flujo de ingresos a lo largo del tiempo. Como vimos en el capítulo 10, la medida correcta para valorarlos es el concepto de valor actual. Cuando los individuos pueden solicitar y conceder créditos en los mercados financieros, puede utilizarse el tipo de interés para definir un precio natural del consumo en momentos diferentes. Las empresas tienen acceso a los mismos tipos de mercados financieros y pueden utilizar el tipo de interés para valorar las decisiones de inversión exactamente de la misma forma.

Consideremos un mundo en el que no hubiera incertidumbre y se conociera el flujo de beneficios futuros de una empresa. En ese caso, el valor actual de estos beneficios sería el **valor actual de la empresa**, es decir, lo que estaría dispuesta a pagar una persona por ella.

Como hemos señalado antes, la mayoría de las grandes empresas son sociedades anónimas, lo que significa que pertenecen a una serie de personas. Emiten acciones que representan la propiedad de una de sus partes. Periódicamente, reparten los dividendos generados por estas acciones, que representan una parte de los beneficios de la empresa. Las acciones de las sociedades anónimas se compran y se venden en la **bolsa de valores**. Su cotización representa el valor actual de la corriente de dividendos que esperan recibir los accionistas por cada acción. El valor total en bolsa de una empresa representa el valor actual de la corriente de beneficios que se espera que genere. Por lo tanto, también puede decirse que el objetivo de la empresa —-maximizar el valor actual de la corriente de beneficios que genera— es maximizar su valor en bolsa. En un mundo en el que no exista incertidumbre, estos dos objetivos significan lo mismo.

Generalmente, los propietarios de la empresa quieren que ésta elija los planes de producción que maximicen su valor en bolsa, ya que de esa manera el valor de las acciones que poseen es el máximo posible. En el capítulo 10 vimos que cualesquiera que sean los gustos de un individuo en diferentes momentos, siempre preferirá una dotación que tenga un valor actual mayor a otra que tenga un valor actual menor. Maximizando el valor en bolsa, una empresa aumenta lo más posible los conjuntos presupuestarios de sus accionistas y actúa así en interés de todos ellos.

Si la corriente de beneficios es incierta, no tiene ningún sentido ordenar a los directivos que maximicen los beneficios. ¿Deben maximizar los beneficios esperados? ¿Deben maximizar la utilidad esperada de los beneficios? ¿Qué actitud deben adoptar hacia las inversiones arriesgadas? Cuando hay incertidumbre, difícilmente tiene sentido maximizar los beneficios. Sin embargo, sí lo tiene maximizar el *valor en bolsa*. Si los directivos de la empresa intentan aumentar lo más posible el valor de las acciones, mejoran lo más posible el bienestar de sus propietarios, es decir, de sus accionistas. Por lo tanto, la maximización del valor en bolsa proporciona a la empresa una función objetivo claramente definida en la mayoría de las condiciones económicas.

A pesar de estas observaciones sobre el tiempo y la incertidumbre, generalmente nos limitaremos a analizar problemas de maximización de los beneficios mucho más sencillos, a saber, aquellos en los que se produce un único bien sin incertidumbre y en un único periodo. Estos supuestos, pese a su sencillez, permiten extraer importantes conclusiones que nos servirán para estudiar modelos más generales de la conducta de la empresa. La mayoría de las ideas que examinaremos se aplican fácilmente a estos modelos más generales.

19.4 Las fronteras de la empresa

Una de las preguntas que tienen que hacerse constantemente los directivos de las empresas es si deben "producir o comprar". Es decir, ¿deben producir algo ellas mismas o comprarlo a un proveedor externo? La cuestión es más general de lo que parece, ya que puede referirse no sólo a bienes físicos sino también a servicios de uno u otro tipo. De hecho, en la interpretación más general, el dilema de "producir o comprar" se plantea en casi todas las decisiones que toman las empresas.

¿Debe tener una empresa su propia cafetería? ¿Sus propios servicios de conserjería? ¿Sus propios servicios de fotocopias? ¿Su propia agencia de viajes? Es evidente que en esas decisiones intervienen muchos factores. Una consideración importante es el tamaño. Un pequeño videoclub de 12 asalariados probablemente no tendrá su propia cafetería. Pero podría externalizar los servicios de contabilidad, dependiendo del coste, de las aptitudes y del personal de que disponga.

Incluso una gran organización, que puede permitirse fácilmente tener sus propios servicios de comedor, puede decidir tenerlos o no dependiendo de qué alternativas existan. Los empleados de una organización situada en una gran ciudad tienen muchos sitios entre los que elegir para comer; los de una organización situada en una zona apartada posiblemente tengan muchos menos.

Una cuestión crucial es que el proveedor externo de los bienes o los servicios en cuestión sea un monopolio o un mercado competitivo. En general, las empresas prefieren comprar bienes y servicios en un mercado competitivo, si existe. La segunda opción mejor es recurrir a un monopolista interno. La peor de todas desde el punto de vista del precio y de la calidad del servicio es recurrir a un monopolista externo.

Pensemos en los servicios de fotocopias de nuestra universidad. La situación ideal es que haya docenas de proveedores competitivos peleándose por nuestro negocio; de esa manera conseguiremos unos precios bajos y un servicio de calidad. Si nuestra universidad es grande o se encuentra en una zona urbana, puede haber muchos servicios de fotocopias peleándose por nuestro negocio. En cambio, las pequeñas escuelas en las zonas rurales posiblemente tengan menos opciones y se vean obligadas a pagar a menudo unos precios más altos.

Lo mismo ocurre en las empresas. En un entorno muy competitivo, los usuarios pueden elegir entre muchas opciones. En cambio, una división interna de fotocopias puede ser menos atractiva. Aunque los precios sean bajos, el servicio puede ser lento. Pero la opción menos atractiva probablemente sea tener que someterse a un único proveedor externo. Un proveedor monopolístico interno puede dar un mal servicio, pero al menos el dinero se queda dentro de la empresa.

Cuando la tecnología cambia, lo que normalmente se hacía dentro de la empresa se hace fuera. Hace cuarenta años, las empresas gestionaban ellas mismas muchos servicios. Actualmente, tienden a externalizar lo más posible. El servicio de comedor, los servicios de fotocopias y los servicios de vigilancia suelen suministrarlos organizaciones externas que se especializan en esas actividades. Esa especialización a menudo permite a esas empresas ofrecer servicios de mayor calidad y más baratos a las organizaciones que los utilizan.

19.5 Factores fijos y variables

En un momento dado puede ser muy difícil ajustar algunos de los factores, ya que normalmente las empresas tienen obligaciones contractuales para utilizar una determinada cantidad de ciertos factores. Por ejemplo, el arrendamiento de un edificio les obliga legalmente a comprar una determinada cantidad de espacio durante el periodo examinado. El factor de producción cuya cantidad es fija se llama **factor fijo** y el que puede utilizarse en cantidades diferentes se llama **factor variable**.

Como vimos en el capítulo 18, el corto plazo es el periodo de tiempo en el que hay algunos factores fijos, es decir, factores que sólo pueden utilizarse en cantidades fijas. En cambio, a largo plazo, la empresa puede alterar todos los factores de producción, es decir, todos son variables.

No existe un límite estricto entre el corto plazo y el largo plazo. El periodo exacto depende del problema que se examine. Lo importante es que algunos factores de producción son fijos a corto plazo pero variables a largo plazo. Dado que todos son variables a largo plazo, una empresa siempre puede decidir no utilizar ningún factor y no producir nada, es decir, cerrar. Por lo tanto, el beneficio mínimo que puede obtener a largo plazo es un beneficio nulo.

A corto plazo, la empresa está obligada a emplear algunos factores, incluso aunque decida no producir nada. Por lo tanto, es perfectamente posible que obtenga unos beneficios *negativos*.

Por definición, los factores fijos son aquellos que debe pagar la empresa aun cuando decida no producir nada: si tiene un contrato de arrendamiento de un edificio, tiene que pagar el alquiler periódicamente, independientemente de que decida o no producir durante un tiempo. Pero existe otra categoría de factores que sólo es necesario pagar si la empresa decide producir una cantidad positiva. Un ejemplo es la electricidad que se utiliza para la iluminación. Si la empresa no produce nada, no necesita iluminación alguna; pero si produce una cantidad positiva, tiene que comprar una cantidad fija de electricidad.

Los factores de este tipo se denominan **factores cuasifijos**, porque deben utilizarse en cantidades fijas, independientemente de la producción de la empresa, siempre que ésta sea positiva. La distinción entre factores fijos y cuasifijos es útil algunas veces para analizar la conducta económica de la empresa.

19.6 La maximización del beneficio a corto plazo

Consideremos el problema de maximización del beneficio a corto plazo cuando el factor 2 es fijo, $\overline{x}_2$. Sea $f(x_1, \overline{x}_2)$ la función de producción de la empresa. Sea p el precio de los productos y w_1 y w_2 los precios de los factores. En este caso, el problema de maximización del beneficio a que se enfrenta la empresa puede expresarse de la forma siguiente:

$$\max_{x_1} pf(x_1, \overline{x}_2) - w_1x_1 - w_2\overline{x}_2.$$

No es difícil descubrir la condición de la elección óptima del factor 1.

Si x_1^* es la elección del factor 1 que maximiza el beneficio, el precio del producto multiplicado por el producto marginal del factor 1 debe ser igual al precio del factor 1. En símbolos,

$$pPM_1(x_1^*, \overline{x}_2) = w_1.$$

En otras palabras, el *valor del producto marginal del factor 1 debe ser igual a su precio.*

Para comprender esta regla, supongamos que la empresa decide emplear una cantidad algo mayor del factor 1. Si aumentamos dicho factor en Δx_1, obtenemos $\Delta y = PM_1\Delta x_1$ más de producción, que vale $pPM_1\Delta x_1$. Pero obtener este producto marginal cuesta $w_1\Delta x_1$. Si el valor del producto marginal es superior a su coste, es posible aumentar los beneficios *incrementando* el factor 1. Si es menor, es posible aumentarlos *reduciéndolo*.

Si los beneficios de la empresa son los mayores posibles, no deben aumentar cuando incrementemos o reduzcamos el factor 1, lo que significa que en una elección de los factores y los productos maximizadora del beneficio, el valor del producto marginal, $pPM_1(x_1^*, \overline{x}_2)$, debe ser igual al precio del factor, w_1.

Esta condición puede obtenerse gráficamente. Consideremos la figura 19.1, en la que la curva representa la función de producción correspondiente a una cantidad fija del factor 2, $\overline{x}_2$. Si y representa la producción de la empresa, los beneficios son

$$\pi = py - w_1x_1 - w_2\,\overline{x}_2.$$

Despejando y en esta expresión, obtenemos la producción en función de x_1:

$$y = \frac{\pi}{p} + \frac{w_2}{p}\overline{x}_2 + \frac{w_1}{p}x_1. \qquad [19.1]$$

Esta ecuación describe **rectas isobeneficio.** Se trata de combinaciones de los factores y del producto que generan todas ellas un nivel constante de beneficio, π. Cuando varía π obtenemos una familia de rectas paralelas que tienen todas ellas una pendiente de w_1/p y una ordenada en el origen de $\pi/p + w_2\,\overline{x}_2/p$, que mide los beneficios más los costes fijos de la empresa.

Los costes fijos son fijos, por lo que lo único que varía realmente cuando nos desplazamos de una recta isobeneficio a otras es el nivel de beneficios. Por lo tanto, los niveles más altos de beneficios corresponden a rectas isobeneficio que tienen ordenadas en el origen más altas.

El problema de maximización del beneficio consiste, pues, en hallar el punto de la función de producción que corresponde a la recta isobeneficio más alta. Ese punto se describe en la figura 19.1. Como siempre, se caracteriza por una condición de tangencia: la pendiente de la función de producción debe ser igual a la de la recta isobeneficio. Dado que la pendiente de la función de producción es el producto marginal y la pendiente de la recta isobeneficio es w_1/p, esta condición también puede expresarse de la forma siguiente:

$$PM_1 = \frac{w_1}{p},$$

que es precisamente la condición que obtuvimos antes.

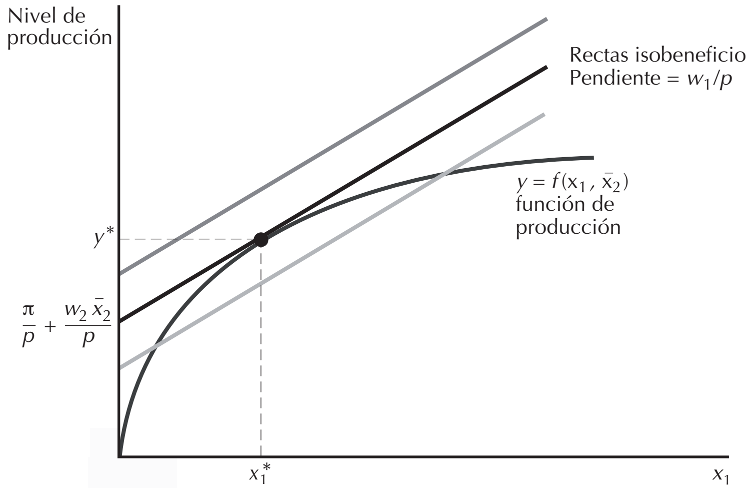


Figura 19.1. La maximización del beneficio. La empresa elige la combinación de factores y de productos que se encuentra en la recta isobeneficio más alta. En este caso, el punto de maximización del beneficio es (x_1^*, y^*).

19.7 Estática comparativa

A continuación utilizaremos la geometría de la figura 19.1 para explicar cómo varía la elección de los factores y los productos de una empresa cuando varían sus precios; es decir, analizaremos la **estática comparativa** de la conducta de la empresa.

Por ejemplo, ¿cómo varía la elección óptima del factor 1 cuando alteramos su precio w_1? Utilizando la ecuación [19.1], que define la recta isobeneficio, vemos que si aumentamos w_1, ésta es más inclinada, como muestra la figura 19.2A. Cuando es más inclinada, la tangencia debe encontrarse más a la izquierda. Por lo tanto, debe disminuir el nivel óptimo del factor 1, lo que significa simplemente que cuando aumenta su precio, debe disminuir su demanda: las curvas de demanda de los factores deben tener pendiente negativa.

Del mismo modo, si disminuye el precio del producto, la recta isobeneficio debe ser más inclinada, como muestra la figura 19.2B. Por el mismo argumento anterior, disminuye la elección del factor 1 que maximiza el beneficio. Si disminuye la cantidad del factor 1 y a corto plazo el nivel del 2 es fijo por hipótesis, debe disminuir la oferta del producto. Llegamos así a otro resultado de estática comparativa: una reducción del precio del producto debe reducir su oferta. En otras palabras, la curva de oferta debe tener pendiente positiva.

Por último, veamos qué ocurre si varía el precio del factor 2. Como nuestro análisis se refiere al corto plazo, la variación del precio del factor 2 no altera la elección de dicho factor, es decir, a corto plazo el nivel del factor 2 es fijo, $\overline{x}_2$. La variación de su precio no afecta a la *pendiente* de la recta isobeneficio. Por lo tanto, no varía ni la elección óptima del factor 1 ni la oferta del producto. Lo único que varía es el beneficio que obtiene la empresa.

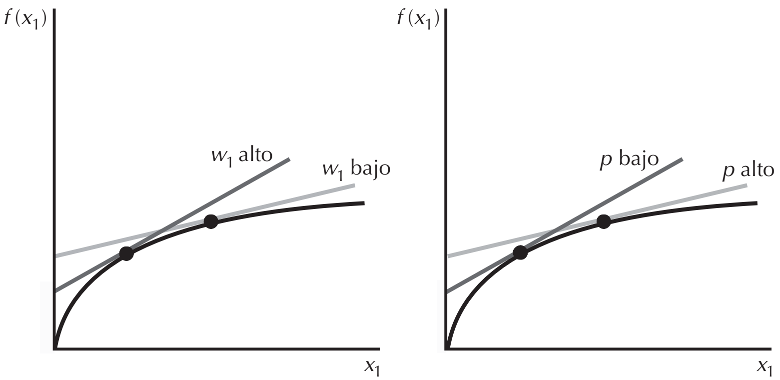


Figura 19.2. Estática comparativa. La parte A muestra que, cuando sube w_1, desciende la demanda del factor 1 y la B que, cuando sube el precio del producto, aumenta la demanda del factor 1, y, por lo tanto, también aumenta la oferta del bien.

19.8 La maximización del beneficio a largo plazo

A largo plazo la empresa puede elegir el nivel de todos sus factores. Por lo tanto, el problema de maximización del beneficio a largo plazo puede plantearse de la forma siguiente:

$$\max_{x_1, x_2} pf(x_1, x_2) - w_1 x_1 - w_2 x_2.$$

Este problema es esencialmente igual que el problema a corto plazo descrito antes, con la salvedad de que ahora pueden variar los dos factores.

La condición que describe la elección óptima es esencialmente la misma que antes, pero ahora tenemos que aplicarla a *cada* factor. Antes vimos que el valor del producto marginal del factor 1 debe ser igual a su precio, cualquiera que sea el nivel del factor 2. Ahora debe cumplirse la misma condición en *todas* las elecciones de los factores:

$$pPM_1(x_1^*, x_2^*) = w_1$$
$$pPM_2(x_1^*, x_2^*) = w_2.$$

Si la empresa ha elegido óptimamente los factores 1 y 2, el valor del producto marginal de cada uno debe ser igual a su precio. En la elección óptima, no es posible elevar los beneficios de la empresa modificando el nivel de ninguno de los dos factores.

El argumento es el mismo que expusimos en el caso de las decisiones maximizadoras del beneficio a corto plazo. Por ejemplo, si el valor del producto marginal del factor 1 es superior a su precio, utilizando una cantidad algo mayor se obtiene PM_1 más de producción, que se vende a pPM_1 euros. Si el valor de esta producción es superior al coste del factor utilizado para producirla, compensa claramente aumentar la cantidad que se utiliza de dicho factor.

Estas dos condiciones dan lugar a dos ecuaciones con dos incógnitas, x_1^* y x_2^*. Si sabemos cómo se comportan los productos marginales en función de x_1 y x_2, podemos hallar la elección óptima de cada uno de los factores en función de sus precios. Las ecuaciones resultantes se denominan **curvas de demanda de los factores.**

19.9 Las curvas de demanda inversas de los factores

La **curva de demanda de un factor** por parte de una empresa mide la relación entre su precio y la cantidad de ese factor que maximiza el beneficio. Antes vimos cómo se hallan las elecciones maximizadoras del beneficio: dados los precios (p, w_1, w_2), basta hallar las demandas de los factores (x_1^*, x_2^*) tales que el valor del producto marginal de cada factor sea igual a su precio.

La curva de demanda inversa de un factor mide la misma relación desde un punto de vista diferente. Muestra cuál debe ser el precio correspondiente a una determinada cantidad demandada de dicho factor. Dada la cantidad óptima del factor 2, podemos trazar la relación entre la elección óptima del factor 1 y su precio en un gráfico como el de la figura 19.3, que es simplemente una representación gráfica de la ecuación

$$pPM_1(x_1, x_2^*) = w_1.$$

Esta curva tiene pendiente negativa como consecuencia del supuesto del producto marginal decreciente. Cualquiera que sea el nivel de x_1, esta curva muestra cuál debe ser el precio del factor que inducirá a la empresa a demandar ese nivel de x_1, manteniendo fijo el factor 2 en x_2^*.

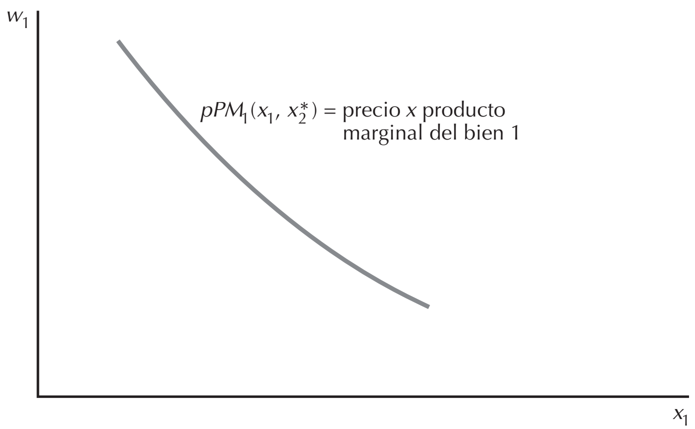


Figura 19.3. La curva inversa de demanda de los factores. Muestra cuál debe ser el precio del factor 1 para que se demanden x_1 unidades, si el nivel del otro factor se mantiene fijo en x_2^*.

19.10 La maximización del beneficio y los rendimientos de escala

Existe una importante relación entre la maximización competitiva del beneficio y los rendimientos de escala. Supongamos que una empresa ha elegido un nivel de producción maximizador del beneficio $y^* = f(x_1^*, x_2^*)$, que se alcanza utilizando las cantidades de factores (x_1^*, x_2^*).

En ese caso, sus beneficios serán

$$\pi^* = py^* - w_1x_1^* - w_2x_2^*.$$

Supongamos que la función de producción de esta empresa posee rendimientos constantes de escala y que está obteniendo beneficios positivos en el punto de equilibrio. Veamos qué ocurriría si duplicáramos la cantidad de factores utilizada. Según la hipótesis de los rendimientos constantes de escala, se duplicaría su nivel de producción. ¿Qué ocurriría con los beneficios?

No es difícil ver que también se duplicarían. Pero eso contradiría el supuesto de que la combinación inicial de factores maximizaba el beneficio. Hemos llegado a esta contradicción suponiendo que el nivel inicial de beneficios era positivo; si fuera 0, no habría ningún problema: cero multiplicado por dos es cero.

Este argumento muestra, a largo plazo, que el único nivel de beneficio que es razonable para una empresa competitiva que tenga rendimientos constantes de escala en todos los niveles de producción es cero (naturalmente, si una empresa tiene beneficios negativos a largo plazo, debe cerrar).

Casi todo el mundo considera sorprendente esta conclusión. Las empresas existen para maximizar los beneficios, ¿no? ¿Cómo es posible que a largo plazo sólo puedan obtener beneficios nulos?

Imaginemos qué ocurriría si una empresa tratara de expandirse indefinidamente. Podrían ocurrir tres cosas. En primer lugar, podría expandirse tanto que, en realidad, no pudiera funcionar eficientemente, lo que equivale a decir, que en *realidad* no tendría rendimientos constantes de escala en todos los niveles de producción. A la larga, podría entrar en una zona de rendimientos decrecientes de escala debido a problemas de coordinación.

En segundo lugar, la empresa podría expandirse tanto que dominara totalmente el mercado de su producto. En este caso, no habría razón alguna para que se comportara competitivamente, para que considerara dado el precio del producto, y muchas razones, en cambio, para que tratara de valerse de su tamaño con el fin de influir en el precio de mercado. Ya no tendría sentido que se comportara de acuerdo con el modelo de la maximización competitiva del beneficio, ya que, de hecho, no tendría ningún competidor. Cuando analicemos el monopolio, estudiaremos modelos más apropiados de conducta de la empresa en esta situación.

En tercer lugar, si una empresa puede obtener beneficios positivos con una tecnología que tenga rendimientos constantes de escala, cualquier otra puede utilizar esa misma tecnología. Si una empresa desea aumentar su producción, bajará, desde luego, su precio, y disminuirán los beneficios de todas las empresas de la industria.

19.11 La rentabilidad revelada

Cuando una empresa maximizadora del beneficio elige sus factores y sus productos, revela dos cosas: en primer lugar, que los factores y los productos utilizados representan un plan de producción *viable*; y, en segundo lugar, que estas decisiones son más rentables que otras también viables que podría haber tomado. Examinemos estas observaciones más detalladamente.

Supongamos que observamos dos decisiones que toma la empresa con dos conjuntos distintos de precios. En el momento t, se enfrenta a los precios (p^t, w_1^t, w_2^t) y elige (y^t, x_1^t, x_2^t). En el s, se enfrentan a los precios (p^s, w_1^s, w_2^s) y elige (y^s, x_1^s, x_2^s). Si la función de producción no varía entre estos dos momentos y si la empresa es maximizadora del beneficio,

$$p^t y^t - w_1^t x_1^t - w_2^t x_2^t \geq p^t y^s - w_1^t x_1^s - w_2^t x_2^s \qquad [19.2]$$

y

$$p^s y^s - w_1^s x_1^s - w_2^s y_2^s \geq p^s y^t - w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t. \qquad [19.3]$$

Es decir, los beneficios logrados por la empresa que se enfrente a los precios del periodo t deben ser mayores que si utiliza el plan del periodo s y viceversa. Si se violara cualquiera de estas desigualdades, no podría ser una empresa maximizadora del beneficio (de no haber variado la tecnología).

Por lo tanto, si alguna vez observamos dos periodos de tiempo en los que se violan estas desigualdades, sabremos que la empresa no estaba maximizando los beneficios. El cumplimiento de estas desigualdades es casi un axioma de la conducta maximizadora del beneficio, por lo que podríamos llamarlo **axioma débil de la maximización del beneficio**.

Si las decisiones de la empresa satisfacen el axioma débil de la maximización del beneficio, podemos extraer una útil conclusión de estática comparativa a propósito de las demandas de factores y las ofertas de productos cuando varían los precios Transponiendo los dos miembros de la ecuación [19.3], se obtiene

$$-p^s y^t + w_1^s x_1^t + w_2^s x_1^t \geq -p^s y^s + w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \qquad [19.4]$$

y sumando las ecuaciones [19.4] y [19.2], se obtiene

$$\begin{aligned}&(p^t - p^s)y^t - (w_1^t - w_1^s)x_1^t - (w_2^t - w_2^s)x_2^t \\ &\geq (p^t - p^s)y^s - (w_1^t - w_1^s)x_1^s - (w_2^t - w_2^s)x_2^s,\end{aligned} \qquad [19.5]$$

de donde se deduce que

$$(p^t - p^s)(y^t - y^s) - (w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) - (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \geq 0. \qquad [19.6]$$

Por último, definamos la variación de los precios, $\Delta p = (p^t - p^s)$, la variación de la producción, $\Delta y = (y^t - y^s)$, etc., y tendremos que

$$\Delta p \Delta y - \Delta w_1 \Delta x_1 - \Delta w_2 \Delta x_2 \geq 0. \qquad [19.7]$$

Esta ecuación es nuestro resultado final. Nos dice que la variación del precio del producto multiplicada por la variación de la producción menos la variación del precio de cada factor multiplicada por la variación de ese factor no debe ser negativa. Esta ecuación se deduce únicamente de la difinición de la maximización del beneficio. Sin embargo, contiene todos los resultados de estática comparativa sobre las elecciones maximizadoras del beneficio.

Supongamos, por ejemplo, una situación en la que varía el precio del producto, pero permanece constante el precio de cada factor. Si $\Delta w_1 = \Delta w_2 = 0$, la ecuación [19.7] se reduce a

$$\Delta p \Delta y \geq 0.$$

Por lo tanto, si sube el precio del producto, de tal manera que $\Delta p > 0$, la variación de la producción no puede ser negativa, $\Delta y \geq 0$, lo que significa que la curva de oferta de una empresa competitiva maximizadora del beneficio debe tener pendiente positiva (o, al menos, nula).

Del mismo modo, si los precios del producto y del factor 2 permanecen constantes, la ecuación [19.7] se convierte en

$$-\Delta w_1 \Delta x_1 \geq 0,$$

lo que equivale a

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0.$$

Así pues, si sube el precio del factor 1, de tal manera que $\Delta w_1 > 0$, la ecuación [19.7] implica una disminución de la demanda del factor 1 (o, en el caso extremo, su constancia), es decir, $\Delta x_1 \leq 0$. Eso significa que la curva de demanda de los factores debe ser una función decreciente de su precio: las curvas de demanda de los factores tienen pendiente negativa.

La sencilla desigualdad del axioma débil de la conducta maximizadora del beneficio y su consecuencia expresada en la ecuación [19.7], constituyen unas poderosas restricciones, que son además observables, sobre la conducta de la empresa. Es natural preguntarse si son éstas todas las restricciones que el modelo de maximización del beneficio impone a la conducta de la empresa. En otras palabras, si a partir de la observación de las decisiones de la empresa, y sabiendo que éstas satisfacen el axioma débil de la conducta maximizadora del beneficio, podemos describir la tecnología con la que las decisiones observadas son maximizadoras del beneficio. Como muestra la figura 19.4, la respuesta es afirmativa.

Para ilustrar gráficamente el argumento, supongamos que sólo hay un factor y un producto y una decisión observada en cada periodo t y s, representados por (p^t, w_1^t, y^t, x_1^t) y (p^s, w_1^s, y^s, x_1^s). Podemos calcular los beneficios π_s y π_t de cada periodo y trazar todas las combinaciones de y y x_1 que generan estos beneficios.

Es decir, trazamos las dos rectas isobeneficio

$$\pi_t = p^t y - w_1^t x_1$$

y

$$\pi_s = p^s y - w_1^s x_1.$$

Los puntos situados por encima de la recta isobeneficio correspondiente al periodo t tienen unos beneficios superiores a π_t, y los puntos situados por encima de la recta isobeneficio correspondiente al periodo s tienen unos beneficios superiores a π_s. El axioma débil de la conducta maximizadora del beneficio exige que la combinación elegida en el periodo t se encuentre por debajo de la recta isobeneficio del periodo s y que la combinación elegida en el periodo s se encuentre por debajo de la recta isobeneficio del periodo t.

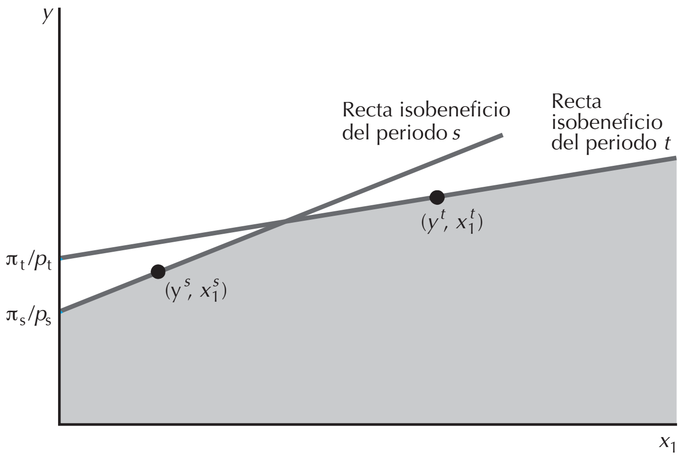


Figura 19.4. Construcción de una posible tecnología. Si las decisiones observadas son maximizadoras del beneficio en todos los conjuntos de precios, podemos estimar la forma de la tecnología que ha generado esas decisiones utilizando rectas isobeneficio.

Si se satisface esta condición, no es difícil encontrar una tecnología con la que (y^t, x_1^t) y (y^s, x_1^s) sean elecciones maximizadoras del beneficio. Basta tomar el área sombreada que se encuentra debajo de las dos rectas. Éstas son todas las elecciones que generan menos beneficios que las elecciones observadas con ambos conjuntos de precios.

La prueba de que con esta tecnología las elecciones observadas son maximizadoras del beneficio es clara desde el punto de vista geométrico. A los precios (p^t, w_1^t), la elección (y^t, x_1^t) se encuentra en la recta isobeneficio más alta posible, y lo mismo ocurre con la elección del periodo s.

Por lo tanto, cuando las elecciones observadas satisfacen el axioma débil de la conducta maximizadora del beneficio, podemos "reconstruir" una tecnología que podría haber generado las observaciones. En este sentido, cualquier elección compatible con este axioma podría ser una elección maximizadora del beneficio. Conforme observamos un número cada vez mayor de decisiones que toma la empresa, realizamos una estimación cada vez más precisa de la función de producción, como muestra la figura 19.5.

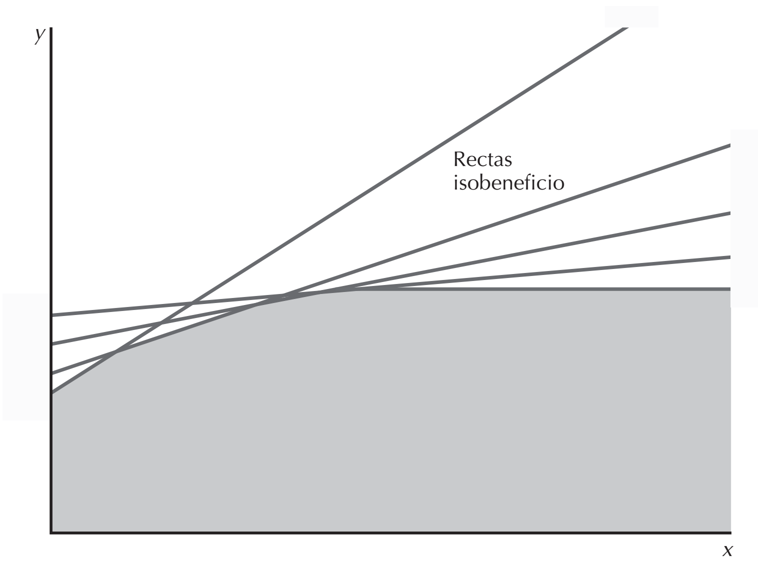


Figura 19.5. Estimación de la tecnología. Conforme observamos más decisiones, obtenemos una estimación más precisa de la función de producción.

Esta estimación puede utilizarse para predecir la conducta de la empresa en otros entornos o para realizar otro tipo de análisis económico.

Ejemplo: ¿Cómo reaccionan los agricultores al sostenimiento de los precios?

El gobierno de Estados Unidos gasta actualmente entre 40.000 y 60.000 millones de dólares al año en programas de ayuda destinados a los agricultores. Una gran parte de este dinero se utiliza para subvencionar la producción de algunos artículos como la leche, el trigo, el maíz, la soja y el algodón. De vez en cuando se intenta reducir o suprimir estas subvenciones. Si se suprimieran, bajaría el precio que percibirían los agricultores por sus productos.

Algunas veces los agricultores sostienen que la supresión de las subvenciones que se conceden a la leche, por ejemplo, no reduciría su oferta total, ya que los lecheros *aumentarían* su ganado y su oferta de la leche para mantener constante su nivel de vida.

Sin embargo, eso es imposible si los agricultores tratan de maximizar los beneficios. Como hemos visto antes, la lógica de la maximización de los beneficios *exige* que una reducción del precio de un producto provoque una reducción de su oferta: si Δp es negativo, Δy también debe serlo.

Por supuesto es posible que las pequeñas granjas familiares tengan otros objetivos distintos de la mera maximización de los beneficios, pero no es posible que eso suceda en el caso de las grandes explotaciones agroindustriales. Por lo tanto, de la supresión de las subvenciones sólo podría derivarse la reacción mencionada, como mucho, de una forma muy parcial.

19.12 La minimización del coste

Si una empresa está maximizando sus beneficios y decide ofrecer el nivel de producción y, debe estar minimizando el coste de producirlo, ya que, de lo contrario, existiría una forma más barata de obtener y unidades de producción, lo que significaría que la empresa no estaría maximizando los beneficios.

Esta sencilla observación es muy útil para analizar la conducta de la empresa. En efecto, el problema de la maximización del beneficio puede dividirse en dos fases: primero se averigua cómo se minimizan los costes de producir una cierta cantidad y, a continuación, qué cantidad de producción maximiza, de hecho, los beneficios. Iniciaremos esta tarea en el próximo capítulo.

Resumen

1. Los beneficios son la diferencia entre los ingresos y los costes. En esta definición es importante que todos los costes se calculen a los precios de mercado apropiados.

2. Los factores fijos son aquellos cuya cantidad es independiente del nivel de producción; los factores variables son aquellos cuya cantidad varía cuando varía el nivel de producción.
3. A corto plazo, algunos factores deben utilizarse en una cantidad predeterminada. A largo plazo, todos pueden variar.
4. Si la empresa maximiza los beneficios, el valor del producto marginal de cada factor variable debe ser igual a su precio.
5. La lógica de la maximización del beneficio implica que la función de oferta de una empresa competitiva debe ser una función creciente del precio del producto y que la función de demanda de cada factor debe ser una función decreciente de su precio.
6. Si una empresa competitiva muestra rendimientos constantes de escala, su beneficio máximo a largo plazo debe ser cero.

Problemas

1. A corto plazo, si se sube el precio del factor fijo, ¿qué ocurre con los beneficios?
2. Si una empresa tuviera en todos los niveles de producción rendimientos crecientes de escala, ¿qué ocurriría con sus beneficios si los precios permanecieran fijos y duplicara su escala de producción?
3. Si una empresa tuviera rendimientos decrecientes de escala en todos los niveles de producción y se dividiera en dos empresas más pequeñas del mismo tamaño, ¿qué ocurriría con sus beneficios totales?
4. Supongamos que oímos a un jardinero exclamar: "¡Con sólo 10 euros de semillas he obtenido lechugas por más de 200 euros!" ¿Qué observaciones se le ocurrirían a un economista despiadado?
5. ¿Es lo mismo que una empresa maximice sus beneficios que maximice su valor en bolsa?
6. Si $pPM_1 > w_1$, ¿la empresa debe aumentar la cantidad del factor 1 para obtener más beneficios o reducirla?
7. Supongamos que una empresa está maximizando los beneficios a corto plazo con un factor variable, x_1, y un factor fijo, x_2. Si baja el precio de x_2, ¿qué ocurre con la cantidad de x_1 utilizada por la empresa? ¿Y con el nivel de beneficios de dicha empresa?
8. Una empresa competitiva maximizadora del beneficio que está obteniendo beneficios positivos en condiciones de equilibrio a largo plazo, ¿puede o no tener una tecnología con rendimientos constantes de escala?

Apéndice

El problema de la maximización del beneficio de la empresa es

$$\max_{x_1\, x_2} p\, f(x_1, x_2) - w_1\, x_1 - w_2\, x_2,$$

que tiene las condiciones de primer orden

$$p\,\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} - w_1 = 0$$

$$p\,\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} - w_2 = 0.$$

Éstas son exactamente iguales que las condiciones expresadas en términos del producto marginal mencionadas en este capítulo. Veamos cuál es la conducta maximizadora del beneficio utilizando la función de producción Cobb-Douglas.

Supongamos que esta función es $f(x_1, x_2) = x_1^a\, x_2^b$. En ese caso, las dos condiciones de primer orden se convierten en

$$pax_1^{a-1}\, x_2^b - w_1 = 0$$

$$pbx_1^a\, x_2^{b-1} - w_2 = 0.$$

Multiplicando la primera ecuación por x_1 y la segunda por x_2, tenemos que

$$pax_1^a\, x_2^b - w_1 x_1 = 0$$

$$pbx_1^a\, x_2^b - w_2 x_2 = 0.$$

Suponiendo que $y = x_1^a x_2^b$ representa el nivel de producción de esta empresa, podemos reformular estas expresiones de la forma siguiente:

$$pay = w_1 x_1$$

$$pby = w_2 x_2.$$

Despejando x_1 y x_2, tenemos que

$$x_1^* = \frac{apy}{w_1}$$

$$x_2^* = \frac{bpy}{w_2}.$$

Estas expresiones demuestran las demandas de los dos factores en función de la elección del nivel de producción óptimo. Pero todavía tenemos que hallar este último. Introduciendo las demandas óptimas de los factores en la función de producción Cobb-Douglas, tenemos la expresión

$$\left(\frac{pay}{w_1}\right)^a \left(\frac{pby}{w_2}\right)^b = y.$$

Sacando y factor común,

$$\left(\frac{pa}{w_1}\right)^a \left(\frac{pb}{w_2}\right)^b y^{a+b} = y\ ,$$

o sea,

$$y = \left(\frac{pa}{w_1}\right)^{\frac{a}{1-a-b}} \left(\frac{pb}{w_2}\right)^{\frac{b}{1-a-b}}.$$

De esta manera tenemos la función de oferta de la empresa con una función de producción Cobb-Douglas, que, junto con las funciones de demanda de los factores derivadas antes, nos proporciona la solución completa del problema de maximización del beneficio.

Obsérvese que cuando la empresa tiene rendimientos constantes de escala —es decir, cuando $a + b = 1$—, esta función de oferta no está bien definida. En la medida en que los precios de los productos y de los factores sean compatibles con unos beneficios nulos, una empresa que tenga una tecnología Cobb-Douglas es indiferente en cuanto a su nivel de oferta.

20. La minimización de los costes

Nuestro objetivo es estudiar el comportamiento de las empresas maximizadoras del beneficio en los mercados competitivos y en los no competitivos. En el capítulo anterior iniciamos este estudio analizando directamente el problema de la maximización del beneficio.

Sin embargo, veremos que también pueden extraerse algunas conclusiones importantes adoptando un enfoque más indirecto. Nuestra estrategia consiste en dividir el problema de la maximización del beneficio en dos partes. Primero analizaremos el problema de la minimización de los costes de un nivel dado de producción y, a continuación, veremos cómo se elige el más rentable. En este capítulo estudiaremos el primer paso, es decir, la minimización de los costes de un nivel dado de producción.

20.1 La minimización de los costes

Supongamos que tenemos dos factores de producción, x_1 y x_2, cuyos precios son w_1 y w_2, y que queremos averiguar la forma más barata de producir una determinada cantidad y. Si x_1 y x_2 miden las cantidades utilizadas de los dos factores y $f(x_1, x_2)$ es la función de producción de la empresa, este problema puede expresarse de la forma siguiente:

$$\min_{x_1, x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$
$$\text{sujeta a } f(x_1, x_2) = y.$$

Deben hacerse las mismas advertencias que mencionamos en el capítulo anterior sobre este tipo de análisis: cuando calculamos los costes, hemos de asegurarnos de que los incluimos todos y de que el periodo de tiempo estudiado es el mismo.

La solución de este problema de minimización de los costes —los costes mínimos necesarios para obtener el nivel de producción deseado— depende de w_1, w_2, e y, por lo que lo expresamos de la forma siguiente: $c(w_1, w_2, y)$. Esta función, denominada **función de costes**, nos será de enorme utilidad, ya que mide los costes mínimos necesarios para producir y unidades cuando los precios de los factores son (w_1, w_2).

Para comprender la solución de este problema, representemos en el mismo gráfico los costes y las restricciones tecnológicas a los que se enfrenta la empresa. Las isocuantas muestran las restricciones tecnológicas, es decir, todas las combinaciones de x_1 y x_2 que pueden producir y.

Supongamos que queremos representar todas las combinaciones de factores que tienen un nivel dado de costes, C. Éstas satisfacen la ecuación siguiente:

$$w_1 x_1 + w_2 x_2 = C,$$

de la que se deduce que

$$x_2 = \frac{C}{w_2} - \frac{w_1}{w_2} x_1.$$

Es fácil ver que se trata de una recta cuya pendiente es $-w_1/w_2$ y cuya ordenada en el origen es C/w_2. Variando C obtenemos una familia de **rectas isocoste**. Todos los puntos de una misma recta tienen el mismo coste, C, y cuanto más arriba estén las rectas, mayor será éste.

Por lo tanto, nuestro problema de minimización de los costes también puede formularse de la manera siguiente: hállese el punto de la isocuanta que se encuentra en la recta isocoste más baja posible. La figura 20.1 muestra ese punto.

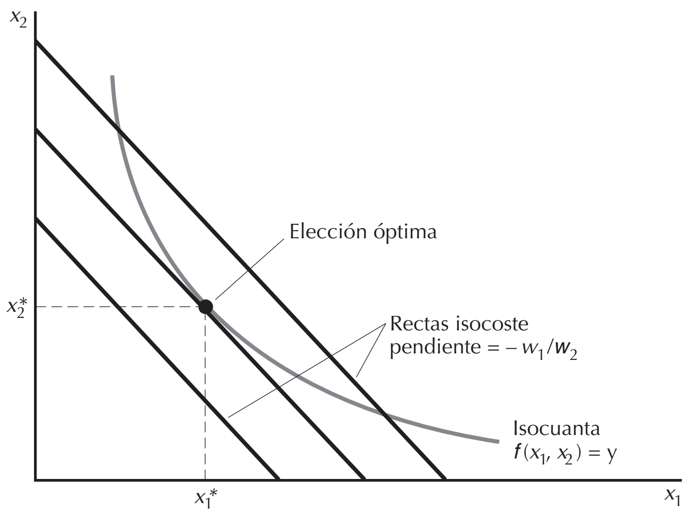


Figura 20.1. La minimización de los costes. Las cantidades de los factores que minimizan los costes de producción pueden determinarse hallando el punto de la isocuanta al que corresponde la menor recta isocoste.

Obsérvese que si la solución óptima exige utilizar ambos factores y si la isocuanta es lisa, el punto de minimización de los costes se caracteriza por una condición de tangencia: la pendiente de la isocuanta debe ser igual a la pendiente de la curva isocoste. O utilizando la terminología del capítulo 18 *la relación técnica de sustitución debe ser igual a la relación de precios de los factores:*

$$-\frac{PM_1(x_1^*, x_2^*)}{PM_2(x_1^*, x_2^*)} = RTS(x_1^*, x_2^*) = -\frac{w_1}{w_2}. \quad [20.1]$$

Si tenemos una solución de esquina en la que no se utiliza uno de los factores, no es necesario que se satisfaga esta condición de tangencia. Del mismo modo, si la función de producción tiene vértices, la condición de tangencia no tiene sentido. Estas situaciones son similares a las que encontramos en el caso del consumidor, por lo que en este capítulo no insistiremos más en ellas.

No es fácil comprender las operaciones algebraicas en las que se basa la ecuación [20.1]. Consideremos el caso de una variación de la forma de producción $(\Delta x_1, \Delta x_2)$ que mantiene constante el nivel de producción. Esa variación debe satisfacer la condición siguiente:

$$PM_1(x_1^*, x_2^*)\Delta x_1 + PM_2(x_1^*, x_2^*)\Delta x_2 = 0. \quad [20.2]$$

Obsérvese que Δx_1 y Δx_2 deben tener signos opuestos, de tal manera que si se aumenta la cantidad del factor 1 debe disminuirse la cantidad del factor 2, con el fin de mantener constante el volumen de producción.

Si nos encontramos en el coste mínimo, esta variación no puede reducir los costes, por lo que

$$w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 \geq 0. \quad [20.3]$$

Consideremos ahora la variación $(-\Delta x_1, -\Delta x_2)$. Ésta también da lugar a un nivel de producción constante y tampoco puede reducir los costes, lo que implica que

$$-w_1\Delta x_1 - w_2\Delta x_2 \geq 0. \quad [20.4]$$

Uniendo las expresiones [20.3] y [20.4], tenemos que

$$w_1\Delta x_1 + w_2\Delta x_2 = 0. \quad [20.5]$$

Despejando $\Delta x_2/\Delta x_1$, en las ecuaciones [20.2] y [20.5], se obtiene

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{w_1}{w_2} = -\frac{PM_1(x_1^*, x_2^*)}{PM_2(x_1^*, x_2^*)},$$

que es exactamente la condición de la minimización de los costes obtenidos antes mediante un argumento geométrico.

Obsérvese que la figura 20.1 tiene un cierto parecido con la del problema de la elección del consumidor examinado anteriormente. Sin embargo, aunque las soluciones parecen iguales, en realidad no se trata del mismo tipo de problema. En el del consumidor, la recta representaba la restricción presupuestaria y el consumidor se desplazaba a lo largo de ella para hallar la posición que prefería. En el problema del productor, la isocuanta representa la restricción tecnológica y el productor se desplaza a lo largo de ella para hallar la posición óptima.

La elección de aquellos factores que generan costes mínimos a la empresa depende, en general, de los precios y del nivel de producción deseado, por lo que las expresamos de la siguiente manera: $x_1(w_1, w_2, y)$ y $x_2(w_1, w_2, y)$. Estas funciones se denominan **funciones de demanda condicionadas de los factores o demandas derivadas de los factores** y miden la relación entre los precios y la producción y la elección óptima de los factores por parte de la empresa, *condicionada* a que ésta produzca una cantidad dada, y.

Es necesario diferenciar claramente las demandas *condicionadas* y las demandas de los factores maximizadoras del beneficio analizadas en el capítulo anterior. Las demandas condicionadas muestran las elecciones minimizadoras del coste correspondiente a un *nivel* dado de producción; las demandas de factores maximizadoras del beneficio muestran las elecciones maximizadoras del beneficio correspondiente a un *precio* dado del producto.

Las demandas condicionadas de los factores no suelen observarse directamente; son un instrumento analítico hipotético. Nos indica qué cantidad de cada factor se *utilizaría* si se quisiera obtener un determinado nivel de producción de la manera más barata posible. Sin embargo, las demandas condicionadas de los factores son útiles para distinguir el problema de la determinación del nivel óptimo de producción del problema de la determinación del método de producción más eficaz desde el punto de vista de los costes.

Ejemplo: Minimización de los costes con tecnologías concretas

Supongamos que consideramos una tecnología en la que los factores son complementarios perfectos, de manera que $f(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$. En ese caso, si queremos obtener y unidades de producción, es evidente que necesitamos y unidades de x_1 y y unidades de x_2. Por lo tanto, los costes mínimos de producción son

$$c(w_1, w_2, y) = w_1y + w_2y = (w_1 + w_2)y.$$

¿Qué ocurre con la tecnología en la que los factores son sustitutivos perfectos, $f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$? Dado que los factores 1 y 2 son sustitutivos perfectos en la producción, es evidente que la empresa utilizará el más barato. Por lo tanto, el coste mínimo de y unidades de producción será el menor de w_1y o w_2y. En otras palabras,

$$c(w_1, w_2, y) = \min\{w_1 y, w_2 y\} = \min\{w_1, w_2\}y.$$

Finalmente, consideremos la tecnología Cobb-Douglas, que se describe mediante la fórmula $f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$. En este caso, podemos utilizar el cálculo diferencial para mostrar que la función de coste tendrá la forma

$$c(w_1, w_2, y) = K w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}},$$

donde K es una constante que depende de a y b. Los detalles del cálculo se presentan en el apéndice.

20.2 La minimización revelada del coste

El supuesto de que la empresa elige factores que minimizan el coste de producción tiene consecuencias importantes en cuanto a la forma en que varían las elecciones observadas cuando varían los precios de los factores.

Supongamos que tenemos dos conjuntos de precios, (w_1^t, w_2^t) y (w_1^s, w_2^s) y las elecciones correspondientes de la empresa (x_1^t, x_2^t) y (x_1^s, x_2^s). Supongamos también que cada una de estas elecciones genera el mismo nivel de producción y. En este caso, si cada elección minimiza el coste a sus precios correspondientes, deben cumplirse las siguientes desigualdades:

$$w_1^t x_1^t + w_2^t x_2^t \leq w_1^t x_1^s + w_2^t x_2^s$$

y

$$w_1^s x_1^s + w_2^s x_2^s \leq w_1^s x_1^t + w_2^s x_2^t.$$

Si la empresa siempre elige la forma de producir y unidades que supone un coste menor, las decisiones tomadas en los periodos t y s deben satisfacer estas desigualdades, a las que llamaremos **axioma débil de la minimización del coste**. Si expresamos la segunda ecuación de la forma siguiente:

$$-w_1^s x_1^t - w_2^s x_2^t \leq -w_1^s x_1^s - w_2^s x_2^s$$

y la sumamos a la primera, obtenemos

$$(w_1^t - w_1^s)x_1^t + (w_2^t - w_2^s)x_2^t \leq (w_1^t - w_1^s)x_1^s + (w_2^t - w_2^s)x_2^s,$$

de donde se deduce que

$$(w_1^t - w_1^s)(x_1^t - x_1^s) + (w_2^t - w_2^s)(x_2^t - x_2^s) \leq 0.$$

Utilizando Δ para representar las *variaciones* de las demandas de los dos factores, tenemos que

$$\Delta w_1 \Delta x_1 + \Delta w_2 \Delta x_2 \leq 0.$$

Esta ecuación se deduce únicamente del supuesto de la conducta minimizadora del coste. Implica la existencia de restricciones sobre la forma en que puede variar el comportamiento de la empresa cuando varían los precios de los factores y la producción permanece constante.

Por ejemplo, si sube el precio del primer factor y se mantiene constante el del segundo, entonces $\Delta w_2 = 0$, por lo que la desigualdad se convierte en

$$\Delta w_1 \Delta x_1 \leq 0.$$

Si sube el precio del factor 1, esta desigualdad implica que debe disminuir su demanda. Por tanto, las funciones de demanda condicionadas deben tener pendiente negativa.

¿Qué podemos decir sobre la forma en que varían los costes mínimos cuando alteramos los parámetros del problema? Es fácil ver que, si sube el precio de cualquiera de los dos factores, deben aumentar los costes: si se encarece un factor y el precio del otro no varía, los costes mínimos nunca pueden disminuir y, en general, aumentarán. Del mismo modo, si la empresa decide incrementar su producción, los costes tendrán que aumentar.

20.3 Los rendimientos de escala y la función de costes

En el capítulo 18 analizamos el concepto de rendimientos de escala relativo a la función de producción. Recuérdese que una tecnología tiene rendimientos crecientes de escala, decrecientes o constantes cuando $f(tx_1, tx_2)$ es mayor, menor o igual que $tf(x_1, x_2)$, respectivamente, cualquiera que sea $t > 1$. Como veremos, existe una curiosa relación entre el tipo de rendimientos de escala que muestra una función de producción y el comportamiento de la función de costes.

Consideremos primero los rendimientos constantes de escala. Imaginemos que hemos resuelto el problema de la minimización del coste para obtener 1 unidad de producción, por lo que conocemos la **función de coste unitario**, $c(w_1, w_2, 1)$. ¿Cuál es la forma más barata de obtener y unidades de producción? La respuesta es sencilla: basta multiplicar por y la cantidad de cada factor que estábamos utilizando para obtener 1 unidad de producción. Eso significa que el coste mínimo necesario para producir y unidades es $c(w_1, w_2, 1)y$. En el caso de los rendimientos constantes de escala, la función de costes es lineal con respecto a la producción.

¿Qué ocurre si hay rendimientos crecientes de escala? En ese caso, los costes aumentan menos que proporcionalmente en relación con la producción. Si la empresa decide duplicar su producción. puede hacerlo incurriendo en un coste *inferior* al doble, siempre que los precios de los factores permanezcan fijos. Ésta es una consecuencia natural de los rendimientos crecientes de escala: si la empresa duplica sus factores, duplica con creces su producción. Por lo tanto, si quiere duplicar su producción puede hacerlo utilizando menos del doble de cada factor.

Pero utilizando el doble de cada factor se duplican exactamente los costes. Por lo tanto, utilizando menos del doble de cada uno, los costes suben menos del doble, lo que equivale a decir que la función de costes aumenta menos que proporcionalmente en relación con la producción.

Estos hechos pueden expresarse en relación con la conducta de la **función de coste medio** que es simplemente el coste *unitario* de y unidades de producción:

$$CMe(y) = \frac{c(w_1, w_2, y)}{y}.$$

Hemos visto antes que si la tecnología tiene rendimientos constantes de escala, la función de costes tiene la forma $c(w_1, w_2, y) = c(w_1, w_2, 1)y$, lo que significa que la función de coste medio es

$$CMe(w_1, w_2, y) = \frac{c(w_1, w_2, 1)y}{y} = c(w_1, w_2, 1).$$

Es decir, el coste por unidad de producción es constante, cualquiera que sea el nivel de producción que desee la empresa.

Si la tecnología tiene rendimientos crecientes de escala, los costes aumentan menos que proporcionalmente con respecto a la producción, por lo que a medida que aumenta ésta los costes medios decrecen.

Del mismo modo, si la tecnología tiene rendimientos decrecientes de escala, los costes medios aumentan conforme aumenta la producción.

Como hemos visto antes, una tecnología dada puede tener *áreas* de rendimientos de escala constantes, crecientes o decrecientes, es decir, la producción puede aumentar en la misma proporción, más o menos deprisa, respectivamente, que la escala de operaciones de la empresa. Del mismo modo, la función de costes puede aumentar igual, menos o más rápidamente que la producción, lo que implica que la función de coste medio puede permanecer constante, disminuir o aumentar, según sea el nivel de producción. En el siguiente capítulo analizaremos más detalladamente estas posibilidades.

A continuación, centraremos nuestra atención, fundamentalmente, en la función de costes en relación a la variable producción. En la mayoría de los casos consideraremos que los precios son fijos y están predeterminados y que los costes dependen únicamente de la decisión que tome la empresa respecto a la producción. Por lo tanto, en lo que sigue, expresaremos la función de costes exclusivamente en función de la producción: $c(y)$.

20.4 Los costes a largo y a corto plazo

La función de costes se define como el coste mínimo necesario para conseguir un nivel dado de producción. Muchas veces es importante distinguir entre los costes mínimos en que incurre la empresa cuando puede ajustar todos sus factores de producción y los costes mínimos en que incurre cuando sólo puede ajustar algunos.

Hemos definido el corto plazo como el periodo de tiempo en el que algunos de los factores de producción deben utilizarse en una cantidad fija, y el largo plazo como el periodo de tiempo en el que es posible alterarlos todos. **La función de costes a corto plazo** se define como el coste mínimo necesario para conseguir un nivel dado de producción, ajustando únicamente los factores variables; y **la función de costes a largo plazo**, como el coste mínimo necesario para conseguir un nivel dado de producción, ajustando *todos* los factores.

Supongamos que, a corto plazo, el factor 2 es fijo y tiene un nivel predeterminado $\overline{x}_2$ pero que, a largo plazo, puede variar. En este caso, la función de costes a corto plazo se define de la forma siguiente:

$$c_s(y, \overline{x}_2) = \min_{x_1} w_1x_1 + w_2\overline{x}_2$$

$$\text{sujeta a } f(x_1, \overline{x}_2) = y.$$

Obsérvese que, en general, el coste mínimo necesario a corto plazo para obtener y unidades de producción depende de la cantidad existente del factor fijo y de su coste.

En el caso en que hay dos factores, es fácil resolver este problema de minimización: basta encontrar la cantidad menor de x_1 tal que $f(x_1, \overline{x}_2) = y$. Sin embargo, si hay muchos factores de producción que son variables a corto plazo, el problema de minimización de los costes exige la realización de cálculos más complejos.

La función de demanda a corto plazo del factor 1 es la cantidad de dicho factor que minimiza los costes. Depende, normalmente, tanto de los precios de los factores como de los niveles de los factores fijos, por lo que las demandas de los factores a corto plazo son

$$x_1 = x_1^s(w_1, w_2, \overline{x}_2, y)$$
$$x_2 = \overline{x}_2.$$

Estas ecuaciones nos dicen, por ejemplo, que si el tamaño de una fábrica es fijo a corto plazo, el número de trabajadores que desee contratar la empresa, dado un conjunto de precios y una decisión sobre el nivel de producción, depende, por lo general, de la capacidad de la fábrica.

Obsérvese que, de acuerdo con la definición de la función de costes a corto plazo,

$$c_s(y, \overline{x}_2) = w_1x_1^s(w_1, w_2, \overline{x}_2, y) + w_2\overline{x}_2.$$

Esta expresión significa simplemente que el coste mínimo necesario para obtener el nivel de producción y es el que corresponde a la elección de factores minimizadora del coste. Esto, además de ser cierto por definición, es útil.

En este ejemplo, la función de costes a largo plazo se define de la forma siguiente:

$$c(y) = \min_{x_1,\, x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$

$$\text{sujeta a } f(x_1, x_2) = y.$$

En este caso, los factores pueden variar. Los costes a largo plazo sólo dependen del nivel de producción que desee obtener la empresa y de los precios de los factores. Sea la función de costes a largo plazo $c(y)$ y expresemos la demanda de los factores a largo plazo de la forma siguiente:

$$x_1 = x_1(w_1, w_2, y)$$
$$x_2 = x_2(w_1, w_2, y).$$

La función de costes a largo plazo también puede expresarse:

$$c(y) = w_1x_1(w_1, w_2, y) + w_2x_2(w_1, w_2, y),$$

lo que, al igual que antes, significa que los costes mínimos son aquellos en que incurre la empresa cuando su elección de los factores es minimizadora de los costes.

Existe una interesante relación entre la función de costes a corto plazo y la función de costes a largo plazo que utilizaremos en el siguiente capítulo. Para mayor sencillez, supongamos que los precios de los factores son fijos y están predeterminados y expresemos sus demandas a largo plazo de la forma siguiente:

$$x_1 = x_1(y)$$
$$x_2 = x_2(y).$$

En ese caso, la función de costes a largo plazo también puede expresarse mediante la siguiente ecuación,

$$c(y) = c_s(y, x_2(y)).$$

La ecuación nos dice que los costes mínimos en que incurre la empresa cuanto todos los factores son variables son los mismos que aquellos en que incurre cuando el factor 2 es fijo e igual al *nivel que minimiza los costes a largo plazo*. De ello se deduce que la demanda a largo plazo del factor variable —la elección minimizadora de los costes— es

$$x_1(w_1, w_2, y) = x_1^s\,(w_1, w_2, x_2(y), y).$$

Esta ecuación muestra que la cantidad del factor variable que, a largo plazo, minimiza los costes es aquella que la empresa elegiría si tuviera, a corto plazo, la cantidad del factor fijo que minimiza los costes a largo plazo.

20.5 Costes fijos y cuasifijos

En el capítulo 19 distinguimos los factores fijos de los cuasifijos: los primeros son aquellos que deben pagarse siempre, independientemente de que la empresa produzca o no, mientras que los segundos son los que deben pagarse sólo si la empresa decide producir algo.

Es natural que definamos ahora los costes fijos y los cuasifijos de una manera parecida. Los **costes fijos** son los costes de los factores fijos: no dependen del nivel de producción y, en particular, deben pagarse produzca o no produzca la empresa. Los **costes cuasifijos** tampoco dependen del nivel de producción, pero sólo es necesario pagarlos si la empresa produce una cantidad positiva.

Por definición, a largo plazo no existen costes fijos. Sin embargo, es fácil que existan costes cuasifijos. Si es necesario gastar una cantidad fija de dinero antes de poder producir, habrá costes cuasifijos.

20.6 Los costes irrecuperables

Los costes irrecuperables (*sunk costs*) son otro tipo de costes fijos. Como mejor se explica el concepto es poniendo un ejemplo. Supongamos que hemos decidido alquilar una oficina durante un año. El alquiler mensual que nos hemos comprometido a pagar es un coste fijo, ya que estamos obligados a pagarlo independientemente de la cantidad que produzcamos. Supongamos ahora que decidimos hacer reformas en la oficina pintándola y comprando mobiliario. El coste de la pintura es un coste fijo, pero también es un **coste irrecuperable**, ya que es un pago que no puede recuperarse. En cambio, el coste de la adquisición del mobiliario no es totalmente irrecuperable, ya que podemos revenderlo cuando deje de interesarnos. Lo único irrecuperable es la *diferencia* entre el coste del mobiliario nuevo y el del usado.

Para expresarlo más detalladamente, supongamos que pedimos un préstamo de 20.000 euros a comienzos de año, por ejemplo, a un tipo de interés del 10 por ciento. Firmamos un contrato de arrendamiento de una oficina y pagamos 12.000 euros por adelantado en concepto de alquiler por un año. Gastamos 6.000 euros en mobiliario de oficina y 2.000 euros en pintar la oficina. A finales de año, devolvemos el préstamo de 20.000 euros más 2.000 de intereses y vendemos los muebles usados por 5.000 euros.

Nuestros costes irrecuperables totales consisten en 12.000 euros de alquiler, 2.000 de intereses, 2.000 de pintura, pero sólo 1.000 de mobiliario, ya que 5.000 del gasto inicial en muebles son recuperables.

La diferencia entre los costes irrecuperables y los recuperables puede ser importante. Un gasto de 100.000 para comprar tres camiones ligeros parece mucho dinero, pero si los podemos vender más tarde en el mercado de camiones usados por 80.000, el coste irrecuperable efectivo es de 20.000 solamente. Un gasto de 100.000 en un troquel hecha de encargo que sólo sirve para fabricar un producto muy especial, y cuyo valor de reventa sea nulo es muy diferente. En este caso, todo el gasto es irrecuperable.

La mejor manera de no equivocarse es asegurarse de que todos los gastos se consideran un flujo: ¿cuánto cuesta realizar las actividades de la empresa durante un año? De esa forma, es menos probable que olvidemos el valor de reventa del equipo de capital y más probable que mantengamos clara la distinción entre costes irrecuperables y costes recuperables.

Resumen

1. La función de costes, $c(w_1, w_2, y)$, mide los costes mínimos necesarios para conseguir un determinado nivel de producción, dados los precios de factores.
2. La conducta minimizadora de los costes impone restricciones observables sobre las decisiones que toma la empresa. En particular, exige que las funciones de demanda condicionada de los factores tengan pendiente negativa.
3. Existe una estrecha relación entre los rendimientos de escala de una tecnología determinada y la forma de la función de costes. Si hay rendimientos *crecientes* de escala, el coste medio es *decreciente*; si hay rendimientos *decrecientes* de escala, el coste medio es *creciente*; y si hay rendimientos *constantes* de escala, el coste medio es constante.

Problemas

1. Demostremos que una empresa maximizadora del beneficio siempre minimizará los costes.
2. Si una empresa está produciendo en un punto en el que $PM_1/w_1 > PM_2/w_2$, ¿qué puede hacer para reducir los costes y mantener el mismo nivel de producción?
3. Supongamos que una empresa minimizadora del coste utiliza dos factores que son sustitutivos perfectos. Si tienen el mismo precio, ¿cómo son las demandas condicionadas de los factores?
4. Sube el precio del papel que utiliza una empresa minimizadora de los costes. Ésta responde alterando su demanda de determinados factores, pero mantiene constante la producción. ¿Qué ocurre con su utilización de papel?

5. Si una empresa utiliza n factores ($n > 2$), ¿qué desigualdad se deriva de la teoría de la minimización revelada del coste, en relación con las variaciones de los precios de los factores (Δw_i) y las variaciones de sus demandas (Δx_i), dado el nivel de producción?

Apéndice

Estudiamos el problema de la minimización de los costes planteado en este capítulo utilizando las técnicas de optimización explicadas en el capítulo 5. Se trata de un problema de minimización sujeta a restricciones del tipo

$$\min_{x_1, x_2} w_1x_1 + w_2x_2$$

$$\text{sujeta a } f(x_1, x_2) = y.$$

Recuérdese que existen varias técnicas para resolver esta clase de problemas. Una de ellas consiste en introducir la restricción en la función objetivo. Esta técnica también puede utilizarse cuando tenemos una forma funcional concreta de $f(x_1, x_2)$, pero generalmente no resulta muy práctica.

El segundo método es el de los multiplicadores de Lagrange, que resulta perfectamente adecuado. Para aplicarlo, formulemos el lagrangiano

$$L = w_1x_1 + w_2x_2 - \lambda(f(x_1, x_2) - y)$$

y derivemos con respecto a x_1, x_2 y λ; de esta forma obtenemos las condiciones de primer orden:

$$w_1 - \lambda\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = 0$$

$$w_2 - \lambda\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = 0$$

$$f(x_1, x_2) - y = 0.$$

La última condición es simplemente la restricción. Reordenando las dos primeras ecuaciones y dividiendo la primera por la segunda, tenemos que

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_1}{\partial f(x_1, x_2)/\partial x_2}.$$

Obsérvese que este resultado es igual que la condición de primer orden que hemos obtenido en este capítulo: la relación técnica de sustitución debe ser igual a la relación de precios de los factores.

Apliquemos este método a la función de producción Cobb-Douglas:

$$f(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b.$$

En este caso, el problema de minimización de los costes es

$$\min_{x_1, x_2} w_1 x_1 + w_2 x_2$$

$$\text{sujeta a } x_1^a x_2^b = y.$$

Ahora tenemos una forma funcional concreta y podemos resolver el problema utilizando, bien el método de sustitución, bien el método lagrangiano. El primero consiste en primer lugar en despejar la restricción x_2 en función de x_1

$$x_2 = (y x_1^{-a})^{1/b}$$

e introducir, a continuación, este resultado en la función objetivo para obtener el siguiente problema de maximización sin restricciones:

$$\min_{x_1} w_1 x_1 + w_2 (y x_1^{-a})^{1/b}.$$

Ahora podríamos derivar con respecto a x_1 e igualar a cero la derivada resultante. A continuación resolveremos la ecuación resultante para obtener x_1 en función de w_1, w_2, e y, es decir, la demanda condicionada del factor x_1. Este cálculo no es difícil, pero las operaciones algebraicas resultan tediosas, por lo que no entraremos en más detalles.

Sin embargo, resolveremos el problema mediante el método lagrangiano. Las tres condiciones de primer orden son

$$\begin{aligned} w_1 &= \lambda a x_1^{a-1} x_2^b \\ w_2 &= \lambda b x_1^a x_2^{b-1} \\ y &= x_1^a x_2^b. \end{aligned}$$

Multiplicando la primera ecuación por x_1 y la segunda por x_2 tenemos que

$$w_1 x_1 = \lambda a x_1^a x_2^b = \lambda a y$$
$$w_2 x_2 = \lambda b x_1^a x_2^b = \lambda b y,$$

por lo que

$$x_1 = \lambda \frac{ay}{w_1} \qquad [20.6]$$

$$x_2 = \lambda \frac{by}{w_2}. \qquad [20.7]$$

A continuación utilizamos la tercera ecuación para despejar λ. Introduciendo las soluciones de x_1 y x_1 en la tercera condición de primer orden, tenemos que

$$\left(\frac{\lambda a y}{w_1}\right)^a \left(\frac{\lambda b y}{w_2}\right)^b = y.$$

Despejamos λ en esta ecuación y obtenemos la larga expresión siguiente:

$$\lambda = (a^{-a} b^{-b} w_1^a w_2^b y^{1-a-b})^{\frac{1}{a+b}},$$

que, junto con las ecuaciones [20.6] y [20.7], nos proporciona las soluciones finales de x_1 y x_2. Estas funciones de demanda de los factores son las siguientes:

$$x_1(w_1, w_2, y) = \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} w_1^{\frac{-b}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}$$

$$x_2(w_1, w_2, y) = \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{a}{a+b}} w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{-a}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}.$$

La función de costes puede hallarse calculando los costes en que incurre la empresa cuando toma decisiones minimizadoras del coste:

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 x_1(w_1, w_2, y) + w_2 x_2(w_1, w_2, y).$$

Tras algunas manipulaciones algebraicas, llegamos al siguiente resultado final:

$$c(w_1, w_2, y) = \left[\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{b}{a+b}} + \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{-a}{a+b}}\right] w_1^{\frac{a}{a+b}} w_2^{\frac{b}{a+b}} y^{\frac{1}{a+b}}.$$

No se preocupe el lector si esta fórmula le parece muy complicada. Su único objetivo es demostrar cómo se obtiene una solución explícita del problema de minimización del coste aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange.

Obsérvese que los costes aumentan más que proporcionalmente, en la misma proporción o menos que proporcionalmente, con respecto a la producción, dependiendo de que $a + b$ sea menor, igual o mayor que 1, respectivamente. Este resultado tiene sentido, ya que la tecnología Cobb-Douglas muestra rendimientos decrecientes de escala, constantes o crecientes dependiendo del valor de $a + b$.

21. Las curvas de costes

En el capítulo anterior describimos el comportamiento de una empresa que minimiza el coste. En éste proseguiremos esa investigación utilizando un importante instrumento geométrico: la **curva de costes.** Ésta puede emplearse para representar gráficamente la función de costes de una empresa y resulta útil para determinar el nivel óptimo de producción.

21.1 Los costes medios

Consideremos la función de costes descrita en el capítulo anterior, $c(w_1, w_2, y)$, que muestra el coste mínimo necesario para producir y cuando los precios de los factores son (w_1, w_2). En el resto de este capítulo supondremos que los precios de los factores son fijos, por lo que podemos expresar los costes de producción solamente en función de y, $c(y)$.

Como vimos en el capítulo 20, algunos de los costes de la empresa son independientes del nivel de producción; son los llamados costes fijos, que debe pagar la empresa, independientemente del nivel de producción que desee obtener. Un ejemplo son los pagos de la hipoteca.

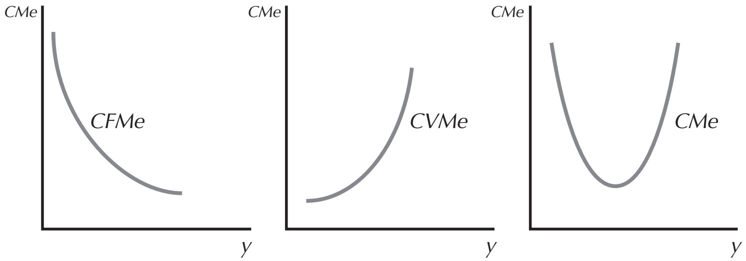
Pero también vimos que otros costes varían cuando se altera el volumen de producción: son los denominados costes variables. Así, los costes totales de la empresa siempre pueden expresarse como la suma de los costes variables, $c_v(y)$, y los costes fijos, F:

$$c(y) = c_v(y) + F.$$

La **función de coste medio** mide el coste por unidad de producción. La **función de coste variable medio** mide los costes variables por unidad de producción y la **función de coste fijo medio** mide los costes fijos por unidad de producción. De acuerdo con la ecuación anterior,

$$CMe(y) = \frac{c(y)}{y} = \frac{c_v(y)}{y} + \frac{F}{y} = CVMe(y) + CFMe(y),$$

donde $CVMe(y)$ representa los costes variables medios y $CFMe(y)$ representa los costes fijos medios. ¿Cómo son estas funciones? La más sencilla es, desde luego, la función de coste fijo. Como muestra la figura 21.1A, cuando y es 0, es infinita, y cuando y aumenta el coste fijo medio tiende a cero.



A B C

Figura 21.1. Construcción de la curva de coste medio. (A) Los costes fijos medios disminuyen conforme aumenta la producción. (B) Los costes variables medios acaban aumentando cuando aumenta la producción. (C) La combinación de estos dos efectos da lugar a una curva de coste medio en forma de U.

Consideremos la función de coste variable. Partamos de un nivel de producción nulo y supongamos que producimos una unidad. En ese caso, los costes variables medios correspondientes a $y = 1$ son simplemente los costes de producir esta unidad. Ahora aumentemos el nivel de producción a 2 unidades. Cabe esperar que, en el peor de los casos, los costes variables se dupliquen y que, por tanto, los costes variables medios permanezcan constantes. Si podemos organizar la producción de modo que al aumentar la escala de producción vayamos ganando en eficiencia, los costes variables medios pueden llegar a disminuir. Sin embargo, a la larga, hay que contar con que aumenten. ¿Por qué? Porque si hay factores fijos, éstos acaban limitando la capacidad de expansión del proceso productivo.

Supongamos, por ejemplo, que los costes fijos se identifican con los alquileres que hay que pagar o con la amortización de la hipoteca de un determinado edificio. En ese caso, si aumenta la producción, los costes variables medios —los costes por unidad de producción— pueden permanecer constantes durante un tiempo, pero a partir del momento en que empiece a utilizarse al máximo el edificio, aumentarán vertiginosamente, dando lugar a una curva de coste variable medio como la que muestra la figura 21.1B.

La curva de coste medio es la suma de las curvas de costes fijos y variables, por lo que tiene la forma de U que indica la figura 21.1C. La disminución inicial de los costes medios se debe a la reducción de los costes fijos medios; el aumento se debe al aumento de los costes variables medios. La combinación de estos dos efectos da lugar a la forma de U representada en el gráfico.

21.2 Los costes marginales

Existe otra importante curva de coste: la **curva de coste marginal,** que mide la *variación* que experimentan los costes cuando se altera el nivel de producción. Es decir, dado un nivel cualquiera de producción y, podemos preguntarnos cómo variarán los costes si alteramos dicho nivel en la cantidad Δy:

$$CM(y) = \frac{\Delta c(y)}{\Delta y} = \frac{c(y + \Delta y) - c(y)}{\Delta y}.$$

La definición de los costes marginales también puede expresarse mediante la función de coste variable:

$$CM(y) = \frac{\Delta c_v(y)}{\Delta y} = \frac{c_v(y + \Delta y) - c_v(y)}{\Delta y}.$$

Esta expresión equivale a la primera definición, ya que $c(y) = c_v(y) + F$ y los costes fijos, F, no varían cuando cambia y.

A menudo suponemos que Δy representa una unidad de producción, por lo que el coste marginal indica la variación que experimentan nuestros costes si decidimos producir otra unidad discreta. Si estamos analizando la producción de un bien discreto, el coste marginal de producir y unidades es $c(y) - c(y - 1)$. Esta manera de concebir el coste marginal resulta útil, pero a veces induce a error. Recuérdese que el coste marginal mide la *tasa de variación*, es decir, la variación de los costes dividida por la variación de la producción. Si la producción varía en una única unidad, el coste marginal se parece a una simple variación de los costes, pero en realidad, cuando aumentamos la producción en una unidad, es una tasa de variación.

¿Cómo podemos representar esta curva de coste marginal en el gráfico mostrado antes? En primer lugar, debemos observar lo siguiente: por definición, los costes variables son nulos cuando se producen cero unidades. Por lo tanto, el coste medio correspondiente a la y primera unidad producida es

$$CM(1) = \frac{c_v(1) + F - c_v(0) - F}{1} = \frac{c_v(1)}{1} = CVMe(1).$$

Así pues, el coste marginal de la primera cantidad pequeña de producción es igual a su coste variable medio.

Supongamos ahora que estamos produciendo una cantidad cuyos costes variables *medios* son decrecientes. En ese caso, los costes *marginales* son inferiores a los costes variables medios en este intervalo, pues la forma de reducir una media consiste en sumarle números que sean menores que ella.

Imaginemos una sucesión de números que representan los costes medios correspondientes a los diferentes volúmenes de producción. Si la media es decreciente, los costes de cada unidad adicional deben ser menores que la media anterior a ese punto. Para reducir una media, hay que añadirle unidades adicionales menores que ella.

Del mismo modo, si nos encontramos en un área en la que los costes variables medios son crecientes, los costes marginales deben ser mayores que los costes variables medios: son los altos costes marginales los que elevan la media.

Por lo tanto, sabemos que la curva de coste marginal debe encontrarse por debajo de la curva de coste variable a la izquierda de su punto mínimo y por encima de ella a la derecha del mismo, lo que implica que la curva de coste marginal debe cortar la curva de coste variable medio en su punto mínimo.

Por lo que se refiere a la curva de coste medio, el argumento es exactamente el mismo. Si los costes medios están disminuyendo, los costes marginales deben ser menores que ellos y si están aumentando, los costes marginales deben ser mayores. Estas observaciones nos permiten trazar la curva de coste marginal representada en la figura 21.2.

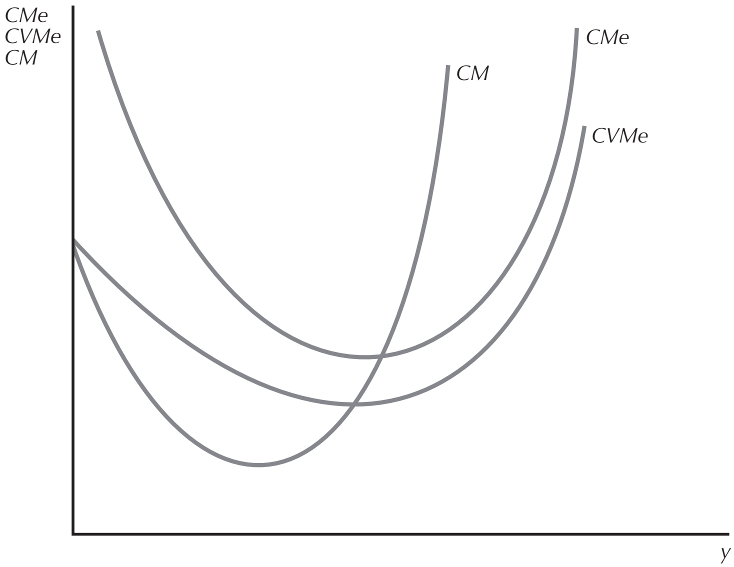


Figura 21.2. Las curvas de coste. La figura muestra la curva de coste medio (*CMe*), la curva de coste variable medio (*CVMe*) y la curva de coste marginal (*CM*).

Repasemos ahora los puntos más importantes:

- La curva de coste variable medio puede tener pendiente negativa al principio, aunque no necesariamente. Sin embargo, a la larga crece si hay algún factor fijo que limita la producción.
- La curva de coste medio puede descender al principio debido a los costes fijos medios decrecientes, pero después aumenta debido a los costes variables medios crecientes.

- El coste marginal y el coste variable medio de la primera unidad de producción son iguales.
- La curva de coste marginal pasa por el punto mínimo tanto de la curva de coste variable medio como de la curva de coste medio.

21.3 Costes marginales y costes variables

Existen también otras relaciones entre las distintas curvas. He aquí una no tan obvia: el área que se encuentra debajo de la curva de coste marginal hasta y representa el coste variable de y unidades de producción. ¿Por qué?

La curva de coste marginal mide el coste de una unidad adicional de producción. Si sumamos el coste de cada una, obtenemos los costes totales de producción, a excepción de los costes fijos.

Este argumento puede expresarse rigurosamente en el caso en que el bien se produzca en cantidades discretas. En primer lugar, observemos que

$$\begin{aligned} c_v(y) = {} & [c_v(y) - c_v(y-1)] + [c_v(y-1) - c_v(y-2)] + \\ & \ldots + [c_v(1) - c_v(0)], \end{aligned}$$

dado que $c_v(0) = 0$ y se eliminan todos los términos intermedios; es decir, el segundo término anula al tercero, el cuarto al quinto, etc. Pero cada uno de los términos de esta suma es el coste marginal correspondiente a un nivel diferente de producción:

$$c_v(y) = CM(y-1) + CM(y-2) + \ldots + CM(0).$$

Por lo tanto, cada uno de los términos de la suma representa el área de un rectángulo que tiene una altura de $CM(y)$ y una base de 1. Sumando todos estos rectángulos, tenemos el área situada debajo de la curva de coste marginal representada en la figura 21.3.

Ejemplo: Curvas de coste

Consideremos la función de costes $c(y) = y^2 + 1$. Estas son las curvas de coste:

- Costes variables: $c_v(y) = y^2$.
- Costes fijos: $c_f(y) = 1$.

- Costes variables medios: $CVMe(y) = y^2/y = y$.
- Costes fijos medios: $CFMe(y) = 1/y$.
- Costes medios: $CMe(y) = \frac{y^2+1}{y} = y + \frac{1}{y}$.
- Costes marginales: $CM(y) = 2y$.

Todas estas curvas son obvias, excepto la última, que también lo es si el lector sabe cálculo diferencial. Si la función de costes es $c(y) = y^2 + F$, la función de coste marginal es $CM(y) = 2y$. Si el lector no lo entiende, que lo memorice, ya que le resultará necesario para realizar los ejercicios.

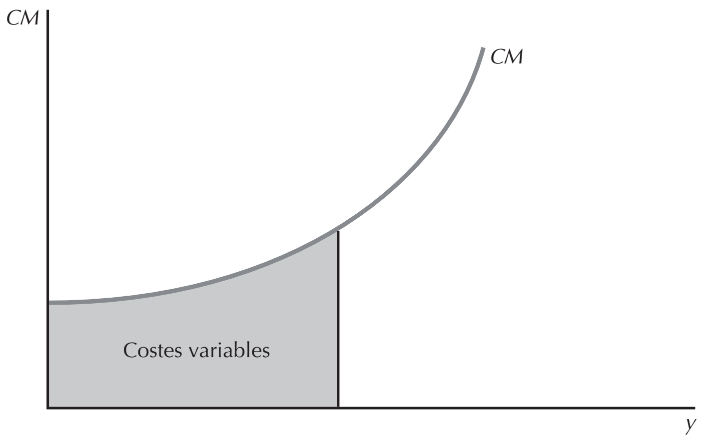


Figura 21.3. El coste marginal y los costes variables. El área situada debajo de la curva de coste marginal constituye los costes variables.

¿Cómo son estas curvas de costes? La forma más fácil de representarlas consiste en trazar primero la curva de coste variable medio, que es una recta de pendiente 1, y después la curva de coste marginal, que es una recta de pendiente 2.

La curva de coste medio alcanza su mínimo en el punto en el que el coste medio es igual al coste marginal, lo que quiere decir que resolviendo

$$y + \frac{1}{y} = 2y\ ,$$

obtenemos $y_{\min} = 1$. El coste medio correspondiente a $y = 1$ es 2, que también es el coste marginal. La figura 21.4 muestra el resultado final.

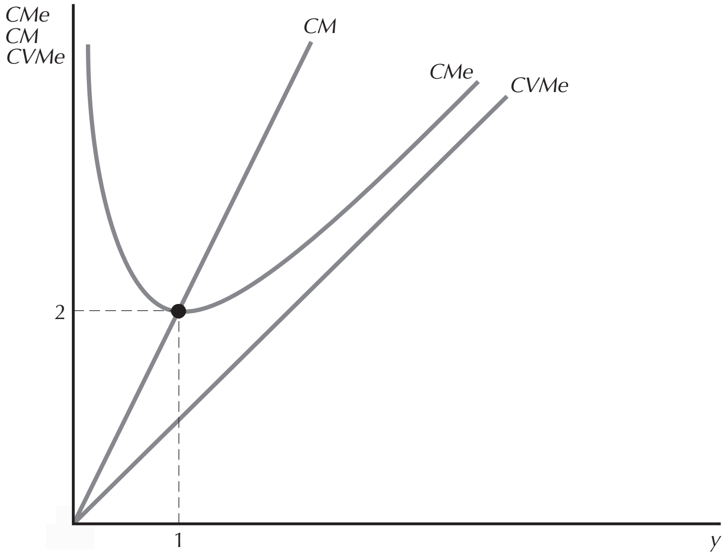


Figura 21.4. Las curvas de coste. La figura muestra las curvas de coste correspondientes a $c(y) = y^2 + 1$.

Ejemplo: Las curvas de coste marginal de dos fábricas

Supongamos que tenemos dos fábricas con dos funciones de costes diferentes, $c_1(y_1)$ y $c_2(y_2)$. Queremos producir y unidades de la forma más barata y, en general, una cierta cantidad en ambas. Ahora bien, ¿cuánto debemos producir en cada una?

Planteemos el problema de la minimización:

$$\min_{y_1, y_2} c_1(y_1) + c_2(y_2)$$

$$\text{sujeta a } y_1 + y_2 = y.$$

¿Cómo se resuelve? Como veremos, en la división óptima de la producción entre dos fábricas, el coste marginal de producción de la fábrica 1 debe ser igual al coste marginal de producción de la 2. Para demostrarlo, supongamos que los costes marginales no fueran iguales; en ese caso, compensa trasladar una pequeña cantidad de producción de la fábrica que tiene costes marginales más altos a la que tiene costes marginales más bajos. Si la división de la producción es óptima, el traslado de la producción de una fábrica a la otra no puede reducir los costes.

Sea $c(y)$ la función de costes que indica la forma más barata de producir y unidades, es decir, el coste de producir y unidades, dado que hemos repartido la producción de la mejor manera entre las dos fábricas. El coste marginal de una unidad adicional debe ser el mismo, cualquiera que sea la fábrica en la que se produzca.

Representemos en la figura 21.5 las dos curvas de coste marginal $CM_1(y_1)$ y $CM_2(y_2)$. La curva de coste marginal de las dos fábricas consideradas en conjunto, que se representa en la figura 21.5C, es la suma de las dos curvas de coste marginal.

Dado un nivel fijo de coste marginal, c, produciremos y_1^* e y_2^*, de tal manera que $CM_1(y_1^*) = CM_2(y_2^*) = c$ y, por lo tanto, tendremos $y_1^* + y_2^*$ unidades de producción. Así pues, el volumen de producción correspondiente al coste marginal c no es más que la suma de los niveles de producción en los que tanto los costes marginales de la fábrica 1 como los costes marginales de la fábrica 2 son iguales a c: la suma horizontal de las curvas de coste marginal.

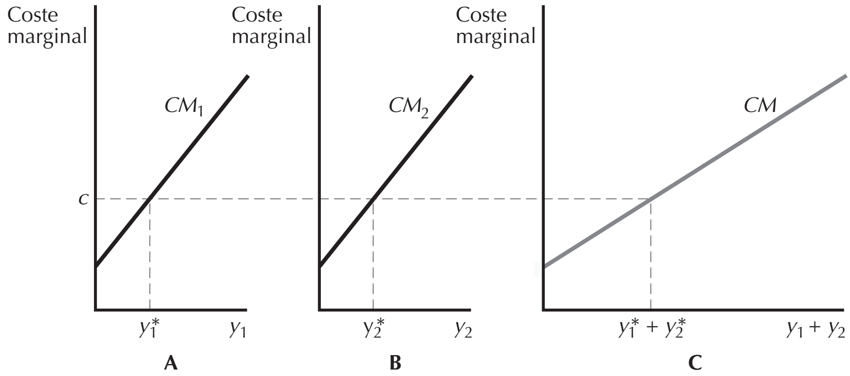


Figura 21.5. Costes marginales de una empresa que tiene dos plantas. La curva de coste marginal total situada a la derecha es la suma de las curvas de coste marginal de las dos plantas representadas a la izquierda.

21.4 Curvas de costes en las subastas de Internet

En el capítulo 17 analizamos un modelo de subasta de anuncios en los buscadores de Internet. Recordemos el procedimiento. Cuando un usuario hace una búsqueda en un buscador, la búsqueda se compara con las palabras clave elegidas por los anunciantes. A continuación se realiza una subasta entre los anunciantes cuyas palabras clave coinciden con la búsqueda. El mejor postor consigue la posición más destacada, el segundo mejor postor consigue la segunda posición más destacada, y así sucesivamente. Cuanto más destacada esté la posición, más clics tiende a recibir el anuncio, manteniéndose todo lo demás constante (como la calidad de los anuncios).

En la subasta examinada anteriormente, partimos del supuesto de que cada anunciante podía decidir hacer una oferta distinta para cada palabra clave. En la práctica, cada anunciante hace una única oferta que se utiliza en todas las subastas en las que participa. El que los precios se decidan por medio de una subasta no es importante desde el punto de vista del anunciante. Lo importante es la relación entre el número de clics que recibe el anuncio, x, y el coste de esos clics, $c(x)$.

Y esto es simplemente nuestra vieja amiga la función de coste total. Una vez que un anunciante sabe cuál es su función de costes, puede saber cuántos clics quiere comprar. Suponiendo que v representa el valor de un clic, el problema de maximización de los beneficios es

$$\max_{x} vx - c(x)$$

Como hemos visto, justo en la solución óptima el valor del clic es igual al coste marginal. Una vez que el anunciante halla el número de clics que maximiza sus beneficios, decide la oferta que genere ese número de clics.

Este proceso se muestra en la figura 21.6, que es una representación convencional de los costes medio y marginal, con el añadido de una nueva línea que representa la oferta.

¿Cómo descubre el anunciante su curva de costes? Una posibilidad es que el anunciante experimente con diferentes ofertas y anote el número de clics y el coste resultantes. Otra es que el buscador realice una estimación de la función de costes utilizando información procedente de las subastas.

Supongamos, por ejemplo, que queremos estimar qué ocurriría si un anunciante aumentara su oferta por clic de 50 a 80 céntimos. El buscador puede examinar cada

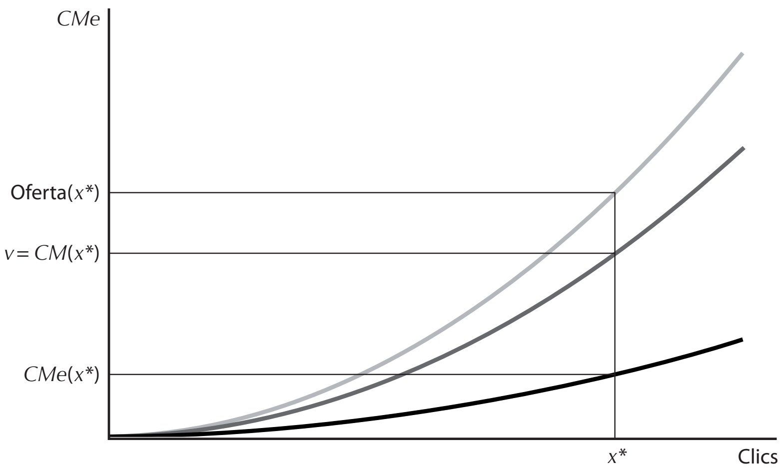


Figura 21.6. Curvas de coste de los clics. El número de clics que maximiza los beneficios se encuentra en el punto en el que el valor del clic es igual a su coste marginal, lo que determina la oferta correcta y el coste medio por clic.

subasta en la que el anunciante participa para ver cómo varía su posición y cuántos nuevos clics cabe esperar que reciba en la nueva posición.

21.5 Los costes a largo plazo

En el análisis hemos definido los costes fijos de la empresa como aquellos que no es posible ajustar a corto plazo. A largo plazo, por definición, dejan de ser fijos, ya que la empresa puede alterar la cantidad que utiliza de cada uno de los factores.

A largo plazo todavía puede haber, por supuesto, costes casi fijos, porque la tecnología puede exigir el pago de algunos costes para producir una cantidad positiva, pero no hay ningún coste fijo, en el sentido de que siempre es posible producir cero unidades incurriendo en unos costes nulos; es decir, siempre es posible disolver la empresa. Si hay factores casi fijos a largo plazo, la curva de coste medio tiende a tener forma de U, exactamente igual que a corto plazo, pero siempre es posible producir cero unidades a un coste nulo, de acuerdo con la definición de largo plazo.

Naturalmente, la duración del largo plazo depende del problema que se analice. Si el factor es el tamaño de la planta, el largo plazo es el tiempo que tarda la empresa en alterarlo. Si son las obligaciones contractuales de pagar salarios, el largo plazo es el tiempo que tarda la empresa en modificar la plantilla.

Para ser más concretos, imaginemos que el factor fijo es el tamaño de la planta, representado por k. La función de costes a corto plazo de la empresa, dado que tiene una planta de k metros cuadrados, es $c_s(y, k)$, donde s representa el "corto plazo" (aquí k desempeña el papel que desempeñaba $\bar{x}_2$ en el capítulo 20).

Cualquiera que sea el nivel de producción, habrá algún tamaño de planta óptimo para lograr alcanzarlo; supongamos que es $k(y)$. Ésta es la demanda condicionada del tamaño de la planta por parte de la empresa en función del nivel de producción (naturalmente, también dependen de los precios del tamaño de la planta y de otros factores de producción, pero hemos dejado de lado estos factores). En este caso, como hemos visto en el capítulo 20, la función de costes a largo plazo es $c_s(y, k(y))$ que es el coste total que genera producir la cantidad y, dado que la empresa puede ajustar óptimamente el tamaño de su planta. La función de costes a largo plazo de la empresa es simplemente la función de costes a corto plazo evaluada en la elección óptima de los factores fijos:

$$c(y) = c_s(y, k(y)).$$

Veamos cómo se representa gráficamente. Escojamos un nivel de producción y^* y supongamos que $k^* = k(y^*)$ es el tamaño de planta óptima para ese nivel. La función de costes a corto plazo correspondiente a una planta de tamaño k^* será $c_s(y, k^*)$ y a largo plazo $c(y) = c_s(y, k(y))$, exactamente igual que antes.

Ahora bien, hay que tener en cuenta un hecho importante: el coste a corto plazo de producir y siempre debe ser al menos tan grande como a largo plazo. ¿Por qué? A corto plazo, la empresa tiene una planta de tamaño fijo, mientras que a largo plazo puede ajustarla. Dado que una de sus elecciones a largo plazo siempre es elegir el tamaño de la planta k^*, su elección óptima para producir y unidades debe tener unos costes que sean como máximo iguales a $c_s(y, k^*)$, lo que significa que debe ser capaz de obtener al menos los mismos resultados tanto si ajusta el tamaño de la planta como si lo mantiene fijo. Por lo tanto,

$$c(y) \leq c_s(y, k^*)$$

cualquiera que sea el nivel de y.

De hecho, dado un determinado nivel de y, a saber, y^*, sabemos que

$$c(y^*) = c_s(y^*, k^*).$$

¿Por qué? Porque en y^* la elección *óptima* del tamaño de la planta es k^*. Por lo tanto, en y^* los costes a largo plazo y los costes a corto plazo son iguales.

Si los costes a corto plazo son siempre mayores que los costes a largo plazo y ambos son iguales en un único nivel de producción, significa que los costes medios a corto plazo y a largo plazo tienen la misma propiedad: $CMe(y) \leq CMe_s(y, k^*)$ y $CMe(y^*) = CMe_s(y^*, k^*)$. Esto implica que la curva de coste medio a corto plazo siempre se encuentra por encima de la curva de coste medio a largo plazo y que la toca en un punto, y^*. Por lo tanto, la curva de coste medio a largo plazo (*CMeL*) y la cur-

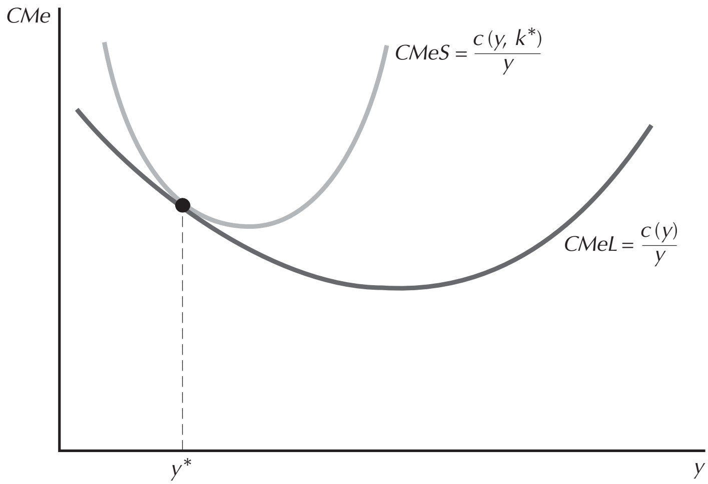


Figura 21.7. Costes medios a corto plazo y a largo plazo. La curva de coste medio a corto plazo debe ser tangente a la curva de coste medio a largo plazo.

va de coste medio a corto plazo (*CMeS*) deben ser tangentes en ese punto, como muestra la figura 21.7.

El proceso es el mismo cualquiera que sea el nivel de producción. Supongamos que elegimos los niveles de producción $y_1, y_2, \ldots, y_n$ y los tamaños de planta correspondientes $k_1 = k(y_1), k_2 = k(y_2), \ldots, k_n = k(y_n)$. En ese caso, obtenemos un gráfico como el del figura 21.8. Ésta nos muestra que la curva de coste medio a largo plazo es la **envolvente** de las curvas de coste medio a corto plazo.

21.6 Valores discretos del tamaño de la planta

En el análisis anterior hemos supuesto implícitamente que podemos elegir un número continuo de tamaños de planta diferentes. Por lo tanto, cada nivel de producción va acompañado de un único tamaño óptimo. Pero también podemos ver qué ocurre si sólo puede elegirse entre un número determinado.

Supongamos, por ejemplo, que sólo tenemos cuatro opciones, k_1, k_2, k_3 y k_4. En ese caso, podemos trazar las cuatro curvas de coste medio correspondientes a cada una, como en la figura 21.9.

¿Cómo podemos representar la curva de coste medio a largo plazo? Recuérdese que esta curva se obtiene ajustando k óptimamente. En este caso, no es difícil hacer-

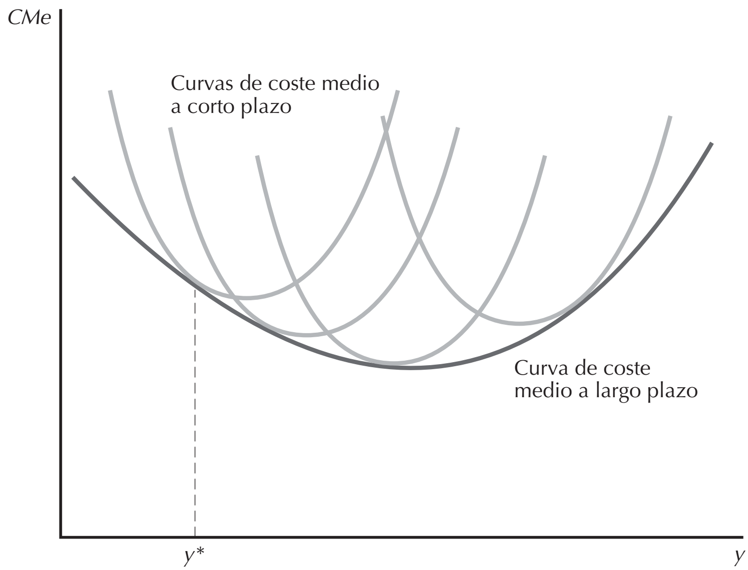


Figura 21.8. Costes medios a corto plazo y a largo plazo. La curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de la curva de coste medio a corto plazo.

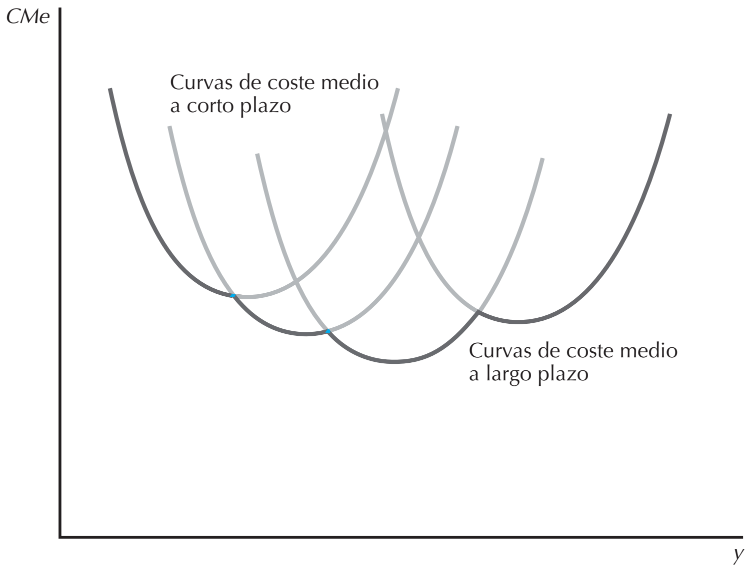


Figura 21.9. Niveles discretos del tamaño de la planta. La curva de coste a largo plazo es la envolvente inferior de las curvas de corto plazo, igual que antes.

lo: dado que sólo hay cuatro tamaños de planta posibles, basta ver cuál supone los menores costes y elegirlo. Es decir, cualquiera que sea el nivel de producción y, elegimos simplemente el tamaño de planta que genera el coste mínimo necesario para alcanzar ese nivel.

Por lo tanto, como muestra la figura 21.9, la curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de los costes medios a corto plazo. Obsérvese que esta figura tiene, desde el punto de vista cualitativo, la misma implicación que la 21.8: los costes medios a corto plazo son al menos tan altos como los costes medios a largo plazo y ambos son iguales en el nivel de producción en el que la demanda a largo plazo del factor fijo es igual a la cantidad que tengamos de dicho factor.

21.7 Los costes marginales a largo plazo

En el apartado anterior hemos visto que la curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de las curvas de coste medio a corto plazo. ¿Qué implicación tiene esto para los costes marginales? Consideremos primero el caso en el que el tamaño de la planta sólo puede adoptar valores discretos. Como muestra la figura 21.10, en esta situación la curva de coste marginal a largo plazo está formada por los segmentos correspondientes de las curvas de coste marginal a corto plazo. En cada nivel de producción, vemos en qué curva de coste medio a corto plazo nos encontramos y, a continuación, examinamos el coste marginal correspondiente a esa curva.

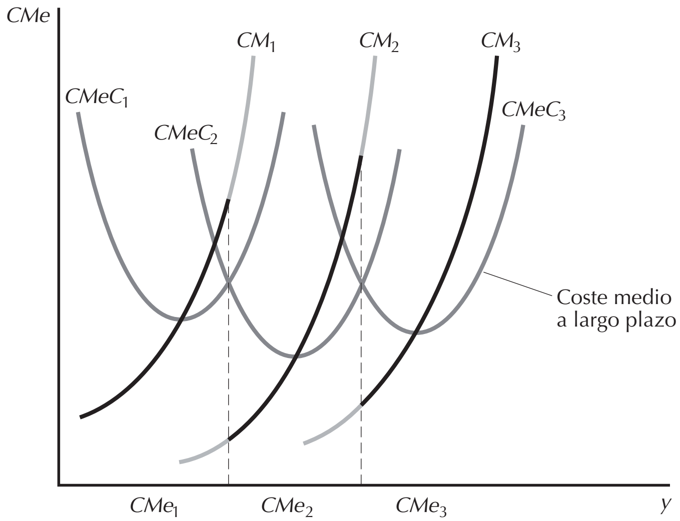


Figura 21.10. Costes marginales a largo plazo. Cuando la cantidad del factor fijo es una variable discreta, la empresa elige la cantidad que minimiza los costes medios. Por lo tanto, la curva de coste marginal a largo plazo está formada por los diferentes segmentos de las curvas de coste marginal a corto plazo correspondientes a cada nivel del factor fijo.

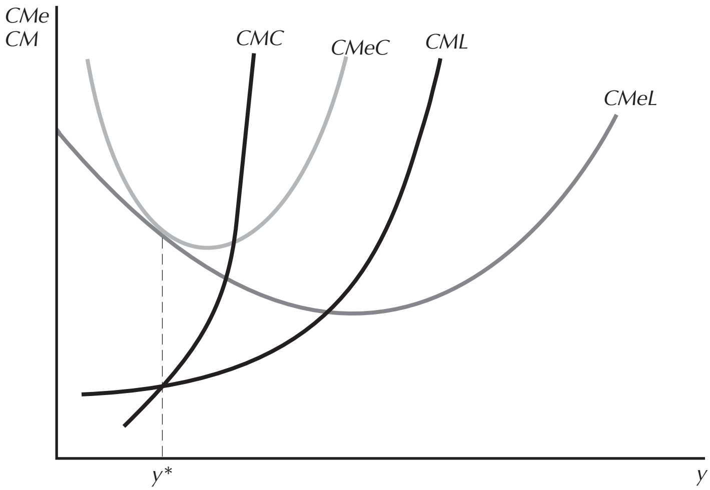


Figura 21.11. Costes marginales a largo plazo. La figura muestra la relación entre los costes marginales a largo plazo y a corto plazo cuando la cantidad del factor fijo es una variable continua.

Este procedimiento es válido independientemente del número de tamaños de planta que haya por lo que, en el caso continuo la curva de coste marginal a largo plazo, tiene el aspecto que muestra la figura 21.11. El coste marginal a largo plazo correspondiente a cualquier nivel de producción y tiene que ser igual al coste marginal a corto plazo correspondiente al tamaño de planta óptimo para producir y.

Resumen

1. Los costes medios están formados por los costes variables medios más los costes fijos medios. Los costes fijos medios siempre disminuyen con la producción, mientras que los costes variables medios tienden a aumentar. El resultado neto es una curva de coste medio con forma de U.
2. La curva de coste marginal se encuentra por debajo de la curva de coste medio cuando los costes medios son decrecientes y por encima cuando son crecientes. Por lo tanto, los costes marginales deben ser iguales a los costes medios en el punto de costes medios mínimos.
3. El área situada por debajo de la curva de coste marginal mide los costes variables.
4. La curva de coste medio a largo plazo es la envolvente de las curvas de coste medio a corto plazo.

Problemas

1. De las siguientes afirmaciones, ¿cuál o cuáles son verdaderas? (1) Los costes fijos medios nunca aumentan con la producción; (2) los costes totales medios siempre son superiores o iguales a los costes variables medios; (3) el coste medio nunca puede aumentar cuando los costes marginales son decrecientes.
2. Una empresa produce cantidades idénticas en dos plantas diferentes. Si el coste marginal de la primera es superior al coste marginal de la segunda, ¿cómo puede reducir la empresa los costes y mantener el mismo nivel de producción?
3. "A largo plazo, una empresa siempre actúa en el nivel mínimo de costes medios correspondientes a la planta de tamaño óptimo para producir una cantidad dada." ¿Verdadero o falso?

Apéndice

En este capítulo afirmamos que el coste variable medio es igual al coste marginal de la primera unidad de producción. En términos matemáticos, esta afirmación se traduce en

$$\lim_{y \to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \lim_{y \to 0} c'(y).$$

El primer miembro de esta expresión no está definido cuando $y = 0$. Pero su límite sí, y puede calcularse utilizando la regla de l'Hôpital, según la cual el límite de una fracción cuyo numerador y cuyo denominador tienden a cero viene dado por el límite de las derivadas del numerador y el denominador. Aplicando esta regla, tenemos que

$$\lim_{y \to 0} \frac{c_v(y)}{y} = \frac{\lim_{y \to 0} dc_v(y)/dy}{\lim_{y \to 0} dy/dy} = \frac{c'(0)}{1},$$

que demuestra la afirmación.

También hemos dicho que el área situada debajo de la curva de coste marginal muestra el coste variable. Esta afirmación es fácil de demostrar utilizando el teorema fundamental del cálculo diferencial. Dado que

$$CM(y) = \frac{dc_v(y)}{dy}.$$

Sabemos que el área situada debajo de la curva de coste marginal es

$$c_v(y) = \int_0^y \frac{dc_v(x)}{dx}\, dx = c_v(y) - c_v(0) = c_v(y).$$

El análisis de las curvas de coste marginal a largo plazo y a corto plazo es bastante claro desde el punto de vista geométrico, pero ¿qué significa desde el punto de vista económico? El argumento del cálculo diferencial proporciona la respuesta más intuitiva. Es sencillo. El coste marginal de producción no es más que la variación que experimenta el coste cuando varía la producción. A corto plazo, tenemos que mantener fijo el tamaño de la planta (o el factor que sea), mientras que a largo plazo podemos ajustarlo. Por lo tanto, el coste marginal a largo plazo está formado por dos partes: la variación que experimentan los costes cuando se mantiene fijo el tamaño de la planta más la variación que experimentan los costes cuando se ajusta. Pero si el tamaño elegido es el óptimo, el último término tiene que ser cero y, por lo tanto, los costes marginales a largo plazo y a corto plazo tienen que ser iguales.

Para realizar la demostración matemática debemos utilizar la regla de la derivación en cadena. De acuerdo con la definición dada en este capítulo:

$$c(y) \equiv c_s(y, k(y)).$$

Derivando con respecto a y, tenemos que

$$\frac{dc(y)}{dy} = \frac{\partial c_s(y, k)}{\partial y} + \frac{\partial c_s(y, k)}{\partial k}\frac{\partial k(y)}{\partial y}.$$

Si evaluamos esta expresión en un nivel específico de producción y^* y su tamaño de planta óptimo correspondiente $k^* = k(y^*)$, sabemos que

$$\frac{\partial c_s(y^*, k^*)}{\partial k} = 0,$$

ya que ésa es la condición de primer orden necesaria para que k^* sea el tamaño de planta minimizador del coste que corresponde a y^*. Por lo tanto, el segundo término de la expresión desaparece y lo único que nos queda es el coste marginal a corto plazo,

$$\frac{dc(y^*)}{dy} = \frac{\partial c_s(y^*, k^*)}{\partial y}.$$

22. La oferta de la empresa

En este capítulo veremos cómo se traza la curva de oferta de una empresa competitiva a partir de su función de costes utilizando el modelo de la maximización del beneficio. Lo primero que tenemos que hacer es describir el tipo de mercado en el que actúa la empresa.

22.1 Tipos de mercados

Toda empresa tiene que tomar dos importantes decisiones: elegir la cantidad que debe producir y el precio que debe fijar. Si la empresa maximizadora del beneficio no se enfrentara a ninguna restricción, fijaría un elevado precio arbitrario y produciría una gran cantidad arbitraria. Sin embargo, no existe ninguna empresa que no tenga que afrontar algunas restricciones. Éstas son, generalmente, de dos tipos.

En primer lugar, la empresa se enfrenta a **restricciones tecnológicas**, resumidas por la función de producción. Sólo existen determinadas combinaciones viables de factores y productos e incluso la empresa más ávida de beneficios tiene que respetar las realidades del mundo físico. Ya hemos explicado cómo pueden resumirse las restricciones tecnológicas y hemos visto que éstas dan lugar a las restricciones económicas resumidas por la función de costes.

Sin embargo, ahora introduciremos otra restricción, o, al menos, una antigua restricción vista desde una perspectiva diferente: la **restricción del mercado**. Una empresa puede producir todo lo que sea viable desde el punto de vista físico y puede fijar el precio que desee... pero sólo puede vender la cantidad que estén dispuestos a comprar los consumidores.

Si fija el precio p, venderá una determinada cantidad de producción y. Esta relación entre el precio que fija la empresa y la cantidad que vende se denomina **curva de demanda a la que se enfrenta la empresa.**

Si sólo hay una empresa en el mercado, es muy fácil describir la curva de demanda a la que se enfrenta: ésta es simplemente la curva de demanda del mercado descrita en los capítulos anteriores dedicados a la conducta del consumidor, pues la curva de demanda del mercado mide la cantidad del bien que desean comprar los individuos a cada precio dado. Por lo tanto, la curva de demanda resume las restricciones del mercado a las que se enfrenta la empresa que tiene todo el mercado para ella.

Pero, si hay otras empresas, las restricciones a las que se enfrenta son diferentes. En este caso, para elegir su precio y su nivel de producción, tiene que imaginar cómo se comportarán las *demás*.

Este problema no es fácil de resolver ni para las empresas ni para los economistas. Existen muchísimas posibilidades que trataremos de analizar sistemáticamente. Utilizaremos el término **tipo de mercado** para explicar cómo responden las empresas cuando deciden sus precios y sus niveles de producción.

En este capítulo examinaremos el tipo de mercado más sencillo: la **competencia pura**. Se trata de un buen punto de comparación para muchas otras situaciones y tiene, por sí solo, un notable interés. En primer lugar, veremos cómo la define el economista y, en segundo lugar, trataremos de justificarla.

22.2 La competencia pura

Para el profano, el término "competencia" tiene una connotación de intensa rivalidad. Ésa es la razón por la que los estudiantes suelen sorprenderse de que la definición del economista parezca tan pasiva: decimos que un mercado es **puramente competitivo** si cada una de las empresas supone que el precio de mercado es independiente de su propio nivel de producción. Por lo tanto, en un mercado competitivo, la empresa sólo tiene que preocuparse de la cantidad que desea producir. Cualquiera que sea la cantidad que produzca, sólo puede venderla a un único precio: el precio vigente en el mercado.

¿En qué entorno puede ser razonable este supuesto para la empresa? Supongamos que tenemos una industria formada por numerosas empresas que fabrican un producto idéntico y que cada una representa a una pequeña parte del mercado. Un buen ejemplo es el caso del trigo. En un país existen miles de agricultores que cultivan este cereal, e incluso los mayores productores representan solamente una infinitésima parte del total. En este caso, es razonable que cualquier empresa de la industria considere que el precio de mercado está predeterminado. El agricultor que cultiva trigo no tiene que preocuparse de fijar su precio: si quiere venderlo, tiene que hacerlo al precio de mercado. Es un **precio-aceptante**: el precio ya viene dado, y lo único que hay que decidir es la cantidad que debe producir.

Este tipo de situación —un producto idéntico y muchas empresas pequeñas— es un ejemplo clásico del caso en el que tiene sentido suponer que la conducta es precio-aceptante. Pero no es el único en el que es posible observar esta conducta, aunque haya pocas empresas en el mercado, éstas pueden considerar que el precio está fuera de su control.

Piénsese en el caso de un bien perecedero cuya oferta es fija: por ejemplo, el pescado fresco o las flores. Incluso aunque sólo haya 3 o 4 empresas en el mercado, cada una de ellas puede considerar dados los precios de *las demás*. Si los clientes sólo compran al precio más bajo, éste es el precio de mercado. Si una de las otras empresas desea vender, tiene que hacerlo a ese precio. Por lo tanto, en este tipo de situación también parece probable la conducta competitiva, es decir, considerar que el precio de mercado está fuera del control de las empresas.

La relación entre el precio y la cantidad a la que se enfrenta una empresa competitiva puede representarse en un gráfico como el de la figura 22.1. Como verá el lector, esta curva de demanda es muy sencilla. Una empresa competitiva cree que no venderá nada si cobra un precio superior al de mercado. Si fija ese precio, podrá vender la cantidad que desee, y si fija uno inferior, acaparará toda la demanda del mercado.

Como siempre, podemos interpretar este tipo de curva de demanda de dos formas. Si consideramos la cantidad en función del precio, la curva nos dice que podemos vender la cantidad que deseemos al precio de mercado o a uno más bajo. Si consideramos el precio en función de la cantidad, nos dice que cualquiera que sea la cantidad que vendamos, el precio de mercado será independiente de nuestras ventas.

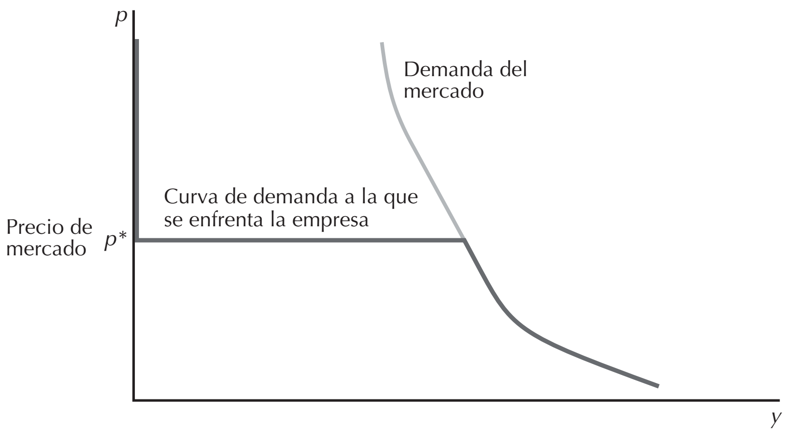


Figura 22.1. Curva de demanda a la que se enfrenta una empresa competitiva. La demanda de la empresa es horizontal al precio de mercado. Cuando cobra un precio más alto, no vende nada, y cuando cobra uno más bajo, se enfrenta a toda la curva de demanda del mercado.

Naturalmente, esto tiene que ser así *cualquiera* que sea la cantidad. El precio ha de ser independiente de nuestro nivel de producción, cualquiera que sea la cantidad que deseemos vender. En el caso de la vendedora de flores, el precio ha de ser independiente de la cantidad que venda hasta el total que tenga, es decir, hasta la cantidad máxima que crea poder vender.

Es importante comprender la diferencia entre la "curva de demanda a la que se enfrenta una empresa" y la "curva de demanda del mercado". La segunda mide la relación entre el precio de mercado y la cantidad total vendida. La primera mide la relación entre el precio de mercado y la producción de esa *empresa específica*.

La curva de demanda del mercado depende de la conducta de los consumidores. La curva de demanda a la que se enfrenta una empresa no depende sólo de la conducta de los consumidores, sino también de la conducta de las demás empresas. Normalmente, se supone que el mercado es competitivo porque cuando hay muchas empresas pequeñas, cada una se enfrenta a una curva de demanda esencialmente horizontal. Sin embargo, aunque sólo hubiera dos empresas en el mercado y una insistiera en cobrar un precio fijo no importa cuál, la otra se enfrentaría a una curva de demanda competitiva como la que muestra la figura 22.1. Por lo tanto, el modelo competitivo puede ser válido en una gama mucho más amplia de circunstancias de lo que parece a primera vista.

22.3 La decisión de oferta de una empresa competitiva

Utilicemos nuestros conocimientos sobre las curvas de coste para hallar la curva de oferta de la empresa competitiva. Por definición, una empresa de este tipo no tiene en cuenta su influencia en el precio de mercado. Por lo tanto, el problema de maximización a que se enfrenta es

$$\max_{y} py - c(y).$$

En este problema la empresa competitiva desea maximizar sus beneficios, es decir, la diferencia entre su ingreso, py, y sus costes, $c(y)$.

¿Qué cantidad decidirá producir? Aquella en la que el ingreso marginal sea igual al coste marginal, en la que el ingreso adicional generado por una unidad más de producción sea exactamente igual al coste adicional de esa unidad. Si no se cumple esta condición, la empresa siempre podrá aumentar sus beneficios alterando su nivel de producción.

En el caso de la empresa competitiva, el ingreso marginal es simplemente el precio. Para ver por qué, preguntémonos qué ingreso adicional obtiene cuando aumenta su producción en Δy. Tenemos que,

$$\Delta I = p\Delta y,$$

dado que por hipótesis p no varía. Por lo tanto, el ingreso marginal es:

$$\frac{\Delta I}{\Delta y} = p.$$

Así pues, la empresa competitiva elige el nivel de producción y cuyo coste marginal es exactamente igual al precio de mercado. En símbolos,

$$p = CM(y).$$

Dado el precio de mercado, p, ¿cuál es el nivel de producción que maximiza los beneficios? Si el precio es más alto que el coste marginal correspondiente a un nivel de producción, la empresa puede elevar sus beneficios produciendo algo más, pues el hecho de que el precio sea mayor que los costes marginales significa que

$$p - \frac{\Delta c}{\Delta y} > 0.$$

Por lo tanto, aumentar la producción en Δy significa que

$$p\Delta y - \frac{\Delta c}{\Delta y}\Delta y > 0.$$

Simplificando, vemos que

$$p\Delta y - \Delta c > 0,$$

lo que significa que el incremento de los ingresos generados por la producción adicional es superior al aumento de los costes. Por lo tanto, deben aumentar los beneficios.

El argumento es similar cuando el precio es menor que el coste marginal. En ese caso, la reducción de la producción eleva los beneficios, ya que los ingresos perdidos son compensados con creces por la reducción de los costes.

Por lo tanto, en el nivel óptimo de producción, una empresa debe producir en el punto en el que el precio es igual a los costes marginales. Cualquiera que sea el nivel del precio de mercado p, la empresa elegirá el nivel de producción y en el que $p = CM(y)$. Por lo tanto, la curva de coste marginal de una empresa competitiva es precisamente su curva de oferta. En otras palabras, el precio de mercado es precisamente el coste marginal, siempre y cuando cada empresa esté produciendo en su nivel maximizador del beneficio.

22.4 Una excepción

Bueno… puede que *no siempre*. Existen dos casos que plantean problemas. El primero, representado en la figura 22.2, es aquel en el que hay varios niveles de producción en los cuales el precio es igual al coste marginal. ¿Cuál elegirá la empresa?

No es difícil saber cuál será la respuesta. Consideremos la primera intersección, en la que la curva de coste marginal tiene pendiente negativa. Si ahora aumentamos un poco la producción, disminuirán los costes de cada unidad adicional. Eso es lo que quiere decir que la curva de coste marginal es descendente. Pero el precio de mercado continuará siendo el mismo y, por lo tanto, es evidente que aumentarán los beneficios.

Por consiguiente, podemos excluir los niveles de producción en los que la curva de coste marginal tiene pendiente negativa. En esos puntos, el incremento de la producción siempre debe elevar los beneficios. La curva de oferta de una empresa competitiva debe encontrarse a lo largo de la parte ascendente de la curva de coste marginal, lo que significa que la propia curva de oferta siempre debe tener pendiente positiva. Por lo tanto, el fenómeno del "bien Giffen" no puede darse en el caso de las curvas de oferta.

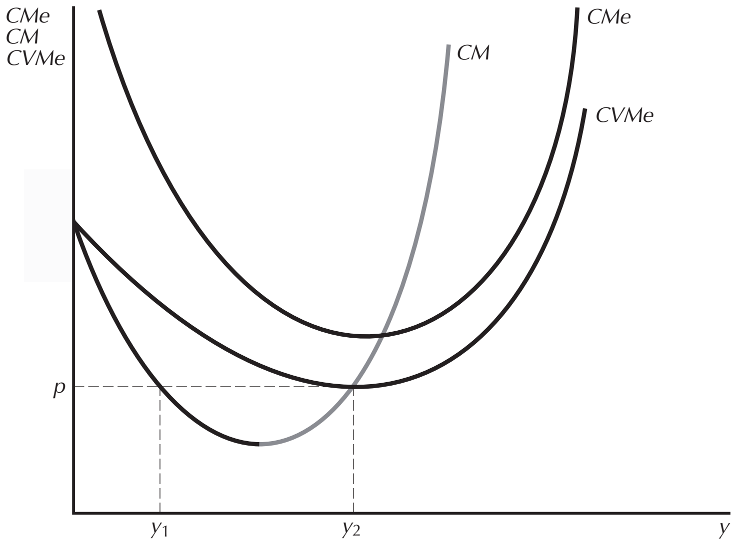


Figura 22.2. El coste marginal y la oferta. Aunque hay dos niveles de producción en los que el precio es igual al coste marginal, la cantidad ofrecida que maximiza el beneficio sólo puede encontrarse en la parte ascendente de la curva de coste marginal.

La igualdad del precio y el coste marginal es una condición *necesaria* para la maximización del beneficio, pero por regla general, no es *suficiente*. El mero hecho de que hallemos un punto en el que el precio sea igual al coste marginal no significa que hayamos encontrado el punto de máximo beneficio. Sin embargo, si encontramos el punto de máximo beneficio, sabemos que el precio debe ser igual al coste marginal.

22.5 Otra excepción

En este análisis suponemos que es rentable producir un bien determinado. Después de todo, lo único que podría pasar sería que lo mejor para la empresa fuera producir una cantidad nula. Dado que siempre es posible producir una cantidad nula, tenemos que comparar nuestro candidato para la maximización del beneficio con la opción de no producir nada.

Si una empresa produce una cantidad nula, tiene que seguir pagando los costes fijos F. Por lo tanto, los beneficios que genera la producción de cero unidades son $-F$. Los beneficios que genera la producción de una cantidad y son $py - c_v(y) - F$. La empresa mejora su situación cerrando cuando

$$-F > py - c_v(y) - F,$$

es decir, cuando los beneficios que genera la producción de una cantidad nula y el pago de los costes fijos son superiores a los beneficios que genera la producción de la cantidad cuyo coste marginal es igual al precio. Reordenando esta ecuación, tenemos la **condición de cierre**:

$$CVMe(y) = \frac{c_v(y)}{y} > p.$$

Si los costes variables medios son mayores que p, la empresa mejorará su situación produciendo cero unidades. Es lógico, ya que en este caso los ingresos derivados de la venta de la producción y ni siquiera cubren los costes *variables* de producción, $c_v(y)$. Por ello, la empresa mejoraría su situación cerrando: si no produjera nada, perdería sus costes fijos, pero perdería aún más si continuara produciendo.

Este análisis indica que sólo los segmentos de la curva de coste marginal que se encuentran por encima de la curva de coste variable medio son puntos posibles de la curva de oferta. Si un punto en el que el precio es igual al coste marginal se encuentra por debajo de la curva de coste variable medio, la decisión óptima de la empresa consistiría en producir cero unidades.

Ahora ya podemos representar la curva de oferta, como se hace en la figura 22.3. La empresa competitiva produce a lo largo del segmento de la curva de coste marginal que tiene pendiente positiva y se encuentra por encima de la curva de coste variable medio.

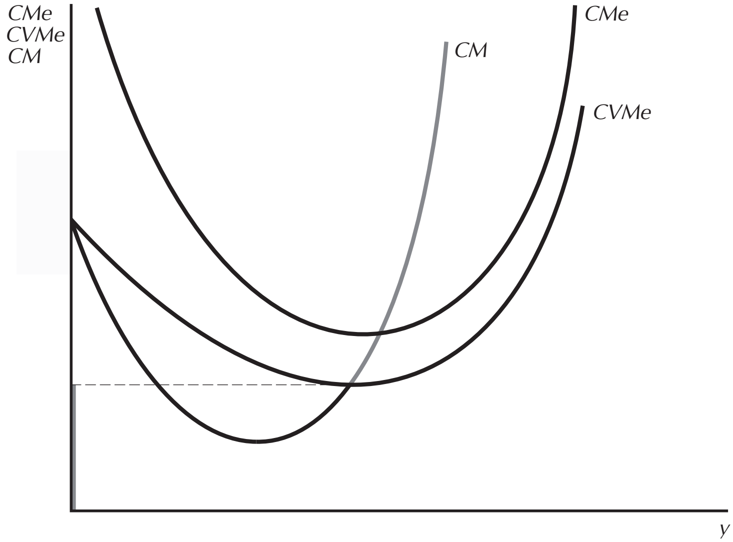


Figura 22.3. El coste variable medio y oferta. La curva de oferta es la parte ascendente de la curva de coste marginal que se encuentra por encima de la curva de coste variable medio. La empresa no producirá en los puntos de la curva de coste marginal situados por debajo de la curva de coste variable medio, ya que podría obtener mayores beneficios (menores pérdidas) cerrando.

Ejemplo: La fijación del precio de los sistemas operativos

Un ordenador necesita un sistema operativo para funcionar y la mayoría de los fabricantes venden sus ordenadores con los sistemas operativos ya instalados. A principios de los años ochenta, algunos fabricantes de sistemas operativos luchaban por la supremacía en el mercado de microordenadores compatibles con el IBM-PC. En esa época, el productor del sistema operativo solía cobrar al fabricante de ordenadores cada copia del sistema operativo *instalado* en los microordenadores que vendía.

Microsoft Corporation ofreció otro plan, según el cual cobraba al fabricante dependiendo del número de microordenadores *fabricados*. Microsoft fijó el precio de la licencia en un nivel suficientemente bajo para que este plan resultara rentable a los fabricantes de ordenadores.

Obsérvese la inteligente estrategia de precios de Microsoft: una vez firmado el contrato con un fabricante, el coste marginal de instalar el MS-DOS en un ordenador ya fabricado era nulo. En cambio, la instalación de un sistema operativo rival podía costar entre 50 y 100 dólares. El fabricante de los equipos (y, en última instancia, el usuario) pagaba a Microsoft el sistema operativo, pero la estructura del contrato de precios hacía que el MS-DOS resultara más atractivo que los sistemas operativos de la competencia. Como consecuencia, Microsoft acabó siendo el sistema operativo instalado por defecto en los microordenadores y consiguió una cuota de mercado superior al 90 por ciento.

22.6 La función inversa de oferta

Hemos visto que la curva de oferta de una empresa competitiva viene determinada por la condición de la igualdad del precio y el coste marginal. Esta relación entre el precio y la producción puede analizarse, al igual que antes, de dos formas: podemos considerar la producción en función del precio, como se hace normalmente, o bien podemos utilizar la "función inversa de oferta", que muestra el precio en función de la producción. Este último método permite extraer algunas conclusiones interesantes. Dado que el precio es igual al coste marginal en cada punto de la curva de oferta, el precio de mercado debe ser una medida del coste marginal de todas las empresas que actúan en la industria. Una empresa que produce una gran cantidad de un bien y una que produce tan sólo una pequeña cantidad han de tener el *mismo coste marginal* si ambas son maximizadoras del beneficio. Los costes totales de cada empresa pueden ser muy diferentes, pero los marginales deben ser iguales.

La ecuación $p = CM(y)$ expresa la función inversa de oferta: el precio en función de la producción. Esta forma de expresarla puede ser sumamente útil.

22.7 Los beneficios y el excedente del productor

Dado el precio de mercado, podemos calcular ahora la posición óptima de la empresa a partir de la condición $p = CM(y)$ y, dada la posición óptima de la empresa, podemos calcular sus beneficios. En la figura, 22.4, el área del rectángulo, p^*y^*, representa el ingreso total. El área $y^*CMe(y^*)$ representa los costes totales ya que

$$yCMe(y) = y\frac{c(y)}{y} = c(y).$$

Los beneficios se obtienen hallando la diferencia entre estas dos áreas.

Recuérdese el concepto de **excedente del productor**, analizado en el capítulo 14. Lo definimos como el área situada a la izquierda de la curva de oferta, por analogía con el excedente del consumidor, que era el área situada a la izquierda de la curva de demanda. Como veremos, el excedente del productor está estrechamente relacionado con los beneficios de la empresa. Más concretamente, es igual a los ingresos menos los costes variables o, en otras palabras, a los beneficios más los costes fijos:

$$\text{beneficios} = py - c_v(y) - F$$
$$\text{excedente del productor} = py - c_v(y).$$

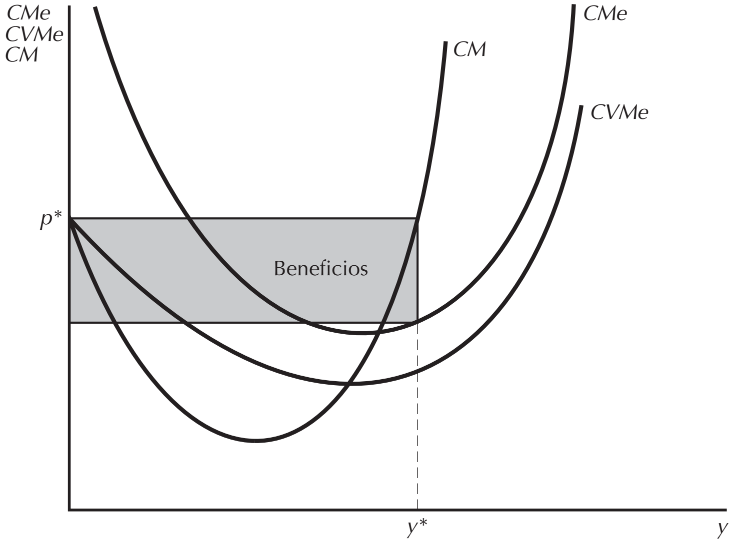


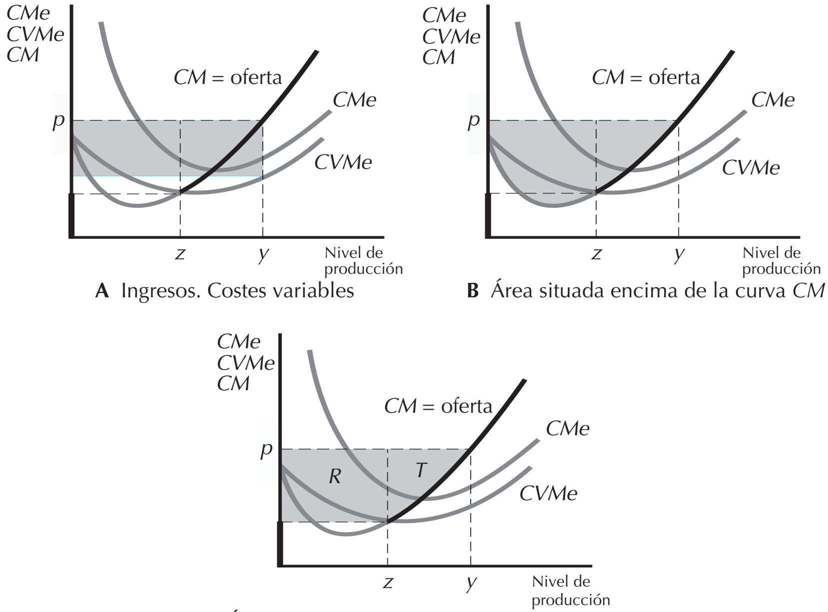
Figura 22.4. Los beneficios. Los beneficios constituyen la diferencia entre el ingreso total y los costes totales, como muestra el rectángulo sombreado.

La manera más directa de medir el excedente del productor consiste en hallar la diferencia entre el rectángulo de los ingresos y el rectángulo $y^*CVMe(y^*)$ de la figura 22.5A. Pero hay una forma más útil de medirlo: mediante la propia curva de coste marginal.

En el capítulo 21 vimos que el área situada debajo de la curva de coste marginal medía los costes variables totales, debido a que representa el coste que genera producir la primera unidad más el coste que genera producir la segunda, etc. Así, para hallar el excedente del productor, podemos restar esa área de la del rectángulo de ingreso, obteniendo de esta forma el área representada en la figura 22.5B.

Por último, podemos combinar las dos maneras de medir el excedente del productor. Utilicemos la definición basada en el rectángulo hasta el punto en el que el coste marginal es igual al coste variable medio y a continuación el área situada encima de la curva de coste marginal, como muestra la figura, 22.5.C. Este segundo método es el más útil en la mayoría de los casos, ya que es precisamente el área situada a la izquierda de la curva de oferta. Obsérvese que es coherente con la definición del excedente del productor del capítulo 14.

En raras ocasiones interesa la cantidad *total* del excedente del productor; generalmente resulta más interesante su variación. Como muestra la figura 22.6, la *variación* que experimenta el excedente del productor cuando la empresa se desplaza del nivel de producción y^* al y' es normalmente un área que tiene forma trapezoidal.



A Ingresos. Costes variables

B Área situada encima de la curva *CM*

C Área situada a la izquierda de la curva de oferta

Figura 22.5. El excedente del productor. Aquí se muestran tres formas equivalentes de medir el excedente del productor. La parte A muestra el rectángulo de los ingresos y los costes variables. La parte B muestra el área situada encima de la curva de coste marginal. La parte C utiliza el rectángulo hasta el nivel de producción z (área R) y luego utiliza el área situada encima de la curva de coste marginal (área T).

Obsérvese que la variación que experimenta el excedente del productor cuando la empresa se desplaza de y^* a y' es exactamente igual que la variación que experimentan los beneficios en la misma situación, ya que, por definición, los costes fijos no varían. Por lo tanto, basándonos en la información que proporciona la curva de coste marginal, podemos medir el efecto que produce en los beneficios una variación de la producción, sin tener que referirnos para nada a la curva de coste medio.

Ejemplo: La curva de oferta de una función de costes concreta

¿Cómo es la curva de oferta del ejemplo del capítulo anterior en el que $c(y) = y^2 + 1$? En ese ejemplo, la curva de coste marginal siempre se encontraba por encima de la curva de coste variable medio y siempre tenía pendiente positiva. Así pues, la condición de la igualdad del precio y el coste marginal nos proporciona directamente la curva de oferta. Sustituyendo el coste marginal por $2y$, tenemos la fórmula

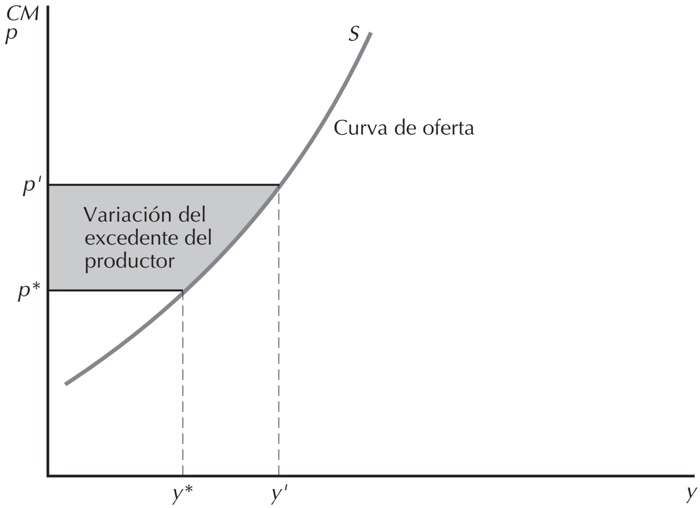


Figura 22.6. La variación del excedente del productor. Dado que la curva de oferta coincide con la parte ascendente de la curva de coste marginal, la variación del excedente del productor tiene normalmente una forma aproximadamente trapezoidal.

$$p = 2y,$$

que nos da la curva inversa, o sea, el precio en función de la producción. Despejando la producción en función del precio, tenemos que

$$S(p) = y = \frac{p}{2},$$

que es nuestra fórmula de la curva de oferta y representada en la figura, 22.7.

Si introducimos esta función de oferta en la definición de los beneficios, podemos calcular los beneficios máximos correspondientes a cada precio p:

$$\begin{aligned}\pi(p) &= py - c(y)\\ &= p\frac{p}{2} - \left(\frac{p}{2}\right)^2 - 1\\ &= \frac{p^2}{4} - 1.\end{aligned}$$

¿Qué relación tienen los beneficios máximos con el excedente del productor? En la figura 22.7 vemos que el excedente del productor —el área situada a la izquierda de la curva de oferta entre un precio nulo y un precio p— es un triángulo cuya base es $y = p/2$ y su altura p. El área de este triángulo es

$$A = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{p}{2}\right)p = \frac{p^2}{4}.$$

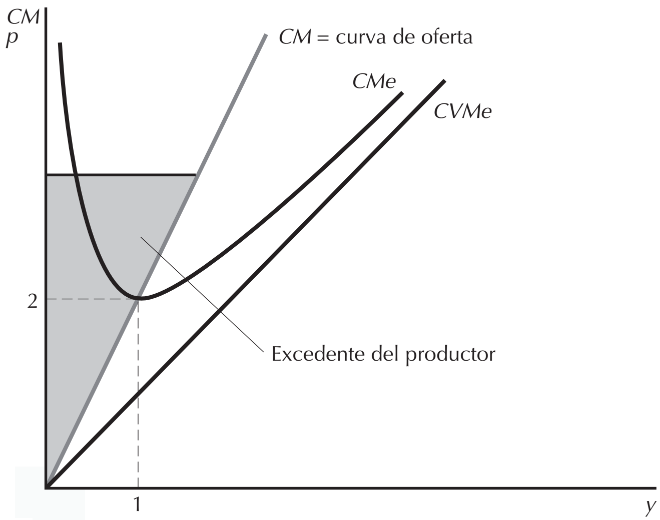


Figura 22.7. Un ejemplo concreto de curva de oferta. La figura muestra la curva de oferta y el excedente del productor correspondientes a la función de costes $c(y) = y^2 + 1$.

Comparando esta fórmula con la expresión de los beneficios, vemos que el excedente del productor es igual a los beneficios más los costes fijos, como hemos afirmado antes.

22.8 La curva de oferta a largo plazo de una empresa

La función de oferta a largo plazo de la empresa mide la cantidad que produce óptimamente cuando puede ajustar el tamaño de la planta (o cualquiera de los factores que son fijos a corto plazo). Es decir, la curva de oferta a largo plazo es

$$p = CM_l(y) = CM(y, k(y)).$$

Para obtener la curva de oferta a corto plazo hay que considerar la igualdad del precio y el coste marginal dado su nivel de k:

$$p = CM(y, k).$$

Obsérvese la diferencia entre las dos expresiones. La curva de oferta a corto plazo depende del coste marginal de producción dado el nivel de k, mientras que la curva de oferta a largo plazo depende del coste marginal de producción correspondiente al nivel óptimo k.

Ahora bien, algo sabemos sobre la relación entre los costes marginales a corto plazo y a largo plazo: los costes marginales a corto y a largo plazo coinciden en el nivel de producción y^*, en el que la elección del factor fijo correspondiente al coste marginal a corto plazo es la elección óptima, k^*. Por lo tanto, las curvas de oferta a corto plazo y a largo plazo de la empresa coinciden en y^*, como en la figura 22.8.

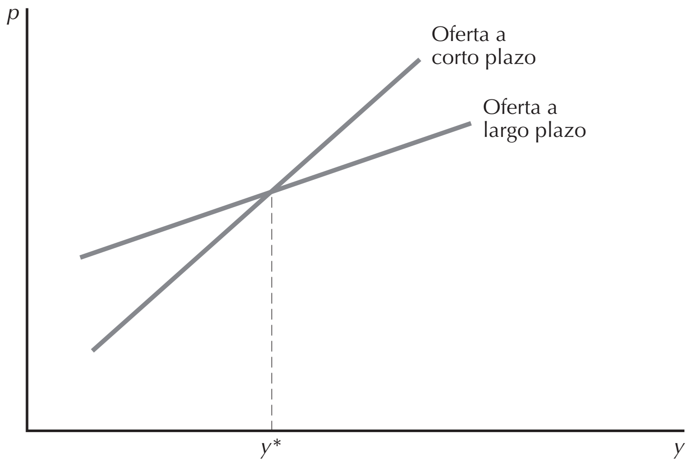


Figura 22.8. Las curvas de oferta a corto plazo y a largo plazo. Normalmente la curva de oferta a largo plazo es más elástica que la curva de oferta a corto plazo.

A corto plazo, la empresa tiene algunos factores cuya oferta es fija; a largo plazo, todos son variables. Así, cuando varía el precio del producto, la empresa tiene más posibilidades de realizar ajustes a largo plazo que a corto plazo, lo que indica que la curva de oferta a largo plazo es más sensible al precio —más elástica— que la curva de oferta a corto plazo, como ilustra la figura 22.8.

¿Qué más podemos decir sobre la curva de oferta a largo plazo? El largo plazo es el periodo en el que la empresa puede ajustar todos sus factores. Tiene para ello dos opciones: continuar produciendo o cerrar. Dado que a largo plazo siempre puede obtener cero beneficios cerrando, los beneficios que obtiene en el punto de equilibrio a largo plazo tiene que ser al menos cero:

$$py - c(y) \geq 0,$$

lo que significa que

$$p \geq \frac{c(y)}{y}.$$

Esta expresión indica que el precio a largo plazo tiene que ser tan grande como el coste medio. Por lo tanto, la parte relevante de la curva de oferta a largo plazo es la parte ascendente de la curva de coste marginal que, como muestra la figura 22.9, se encuentra por encima de la curva de coste medio a largo plazo.

Este razonamiento es totalmente compatible con el análisis del corto plazo. A largo plazo, todos los costes son variables, por lo que la condición a corto plazo según la cual el precio debe ser superior al coste variable medio, es equivalente a la condición a largo plazo según la cual el precio debe ser superior al coste medio.

22.9 Los costes medios constantes a largo plazo

Un caso de especial interés es aquel en el que la tecnología a largo plazo de la empresa tiene rendimientos constantes de escala. En este caso, la curva de oferta a largo plazo es la curva de coste marginal a largo plazo, que, cuando los costes medios son constantes, coincide con la curva de coste medio a largo plazo. Por lo tanto, tenemos una situación, representada en la figura 22.10, en la que la curva de oferta a largo plazo es una recta horizontal en c_{min}, que es el nivel del coste medio constante.

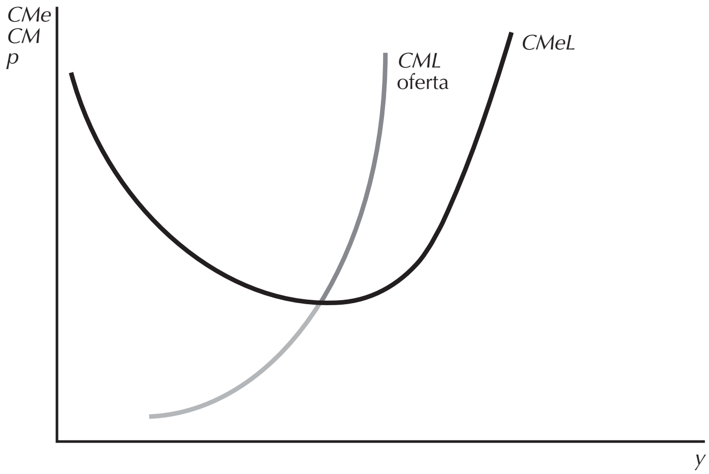


Figura 22.9. La curva de oferta a largo plazo. La curva de oferta a largo plazo es la parte ascendente de la curva de coste marginal a largo plazo que se encuentra por encima de la curva de coste medio.

Esta curva de oferta nos dice que la empresa está dispuesta a ofrecer cualquier cantidad de producción si $p = c_{min}$; una cantidad arbitrariamente grande si $p > c_{min}$; y una cantidad nula si $p < c_{min}$. La existencia de rendimientos constantes de escala implica que si podemos producir 1 unidad por c_{min} euros, podemos producir n uni-

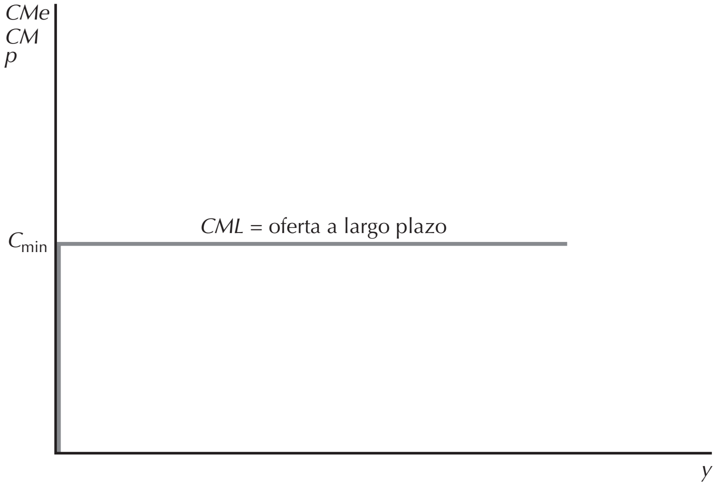


Figura 22.10. Los costes medios constantes. Cuando los costes medios son constantes, la curva de oferta a largo plazo es una línea horizontal.

dades por $nc_{\min}$ euros. Por lo tanto, estaremos dispuestos a ofrecer cualquier cantidad a un precio igual al $c_{\min}$ y una cantidad arbitrariamente grande a cualquier precio superior a ése.

En cambio, si $p < c_{\min}$, no es posible recuperar los costes ni siquiera produciendo una unidad y, por tanto, no será posible recuperarlos ofreciendo n unidades. Así, a cualquier precio inferior a $c_{\min}$, desearemos vender cero unidades.

Resumen

1. La relación entre el precio que cobra una empresa por un bien determinado y la cantidad de producción que vende se denomina curva de demanda a la que se enfrenta la empresa. Por definición, una empresa competitiva se enfrenta a una curva de demanda horizontal cuya altura viene determinada por el precio de mercado, es decir, por el precio que cobran las demás empresas del mercado.
2. La curva de oferta (a corto plazo) de una empresa competitiva es el segmento de su curva de coste marginal a corto plazo que tiene pendiente positiva y que se encuentra por encima de la curva de coste variable medio.
3. La variación que experimenta el excedente del productor cuando el precio de mercado varía de p_1 a p_2 es el área situada a la izquierda de la curva de coste marginal entre p_1 y p_2, que también mide la variación de los beneficios de la empresa.

4. La curva de oferta a largo plazo de una empresa es el segmento de su curva de coste marginal a largo plazo que tiene pendiente positiva y que se encuentra por encima de su curva de coste medio a largo plazo.

Problemas

1. Una empresa tiene la función de costes $c(y) = 10y^2 + 1.000$. ¿Cuál es su curva de oferta?
2. Una empresa tiene la función de costes $c(y) = 10y^2 + 1.000$. ¿En qué nivel de producción se minimiza el coste medio?
3. Si la curva de oferta es $S(p) = 100 + 20p$, ¿cuál es la fórmula de la curva inversa de oferta?
4. Una empresa tiene la función de oferta $S(p) = 4p$. Sus costes fijos son 100. Si el precio sube de 10 a 20, ¿cuál es la variación de sus beneficios?
5. Si la función de coste a largo plazo es $c(y) = y^2 + 1$, ¿cuál es la curva de oferta a largo plazo de la empresa?
6. Clasifiquemos cada una de las siguientes restricciones en tecnológicas y del mercado: el precio de los factores, el número de empresas que hay en el mercado, la cantidad de producción y la capacidad para producir más, dados los niveles actuales de factores.
7. ¿Cuál es el principal supuesto que caracteriza a un mercado puramente competitivo?
8. En un mercado puramente competitivo, ¿a qué es siempre igual el ingreso marginal de una empresa? ¿Cuál será el nivel de producción de una empresa maximizadora del beneficio que actúe en ese mercado?
9. Si los costes variables medios son superiores al precio de mercado, ¿qué cantidad debe producir la empresa? ¿Y si no hay costes fijos?
10. ¿Hay algunas circunstancias en las que, para una empresa competitiva, es mejor producir aunque pierda dinero? En caso afirmativo, ¿cuándo?
11. En un mercado perfectamente competitivo, ¿qué relación existe entre el precio de mercado y el coste de producción de todas las empresas de la industria?

Apéndice

Es muy sencillo analizar este capítulo en términos matemáticos. El problema de maximización del beneficio es

$$\max_y \; py - c(y)$$

$$\text{sujeta a } y \geq 0.$$

Las condiciones necesarias para que la oferta sea óptima, y^*, son la condición de primer orden

$$p - c'(y^*) = 0$$

y la de segundo orden

$$-c''(y^*) \leq 0.$$

La condición de primer orden indica que el precio es igual al coste marginal y la de segundo orden, que el coste marginal debe ser creciente. Naturalmente, se supone que $y^* > 0$. Si el precio es menor que el coste variable medio en y^*, a la empresa le compensa producir una cantidad nula. Para averiguar cuál es la curva de oferta de una empresa competitiva, debemos hallar todos los puntos en los que se satisfacen las condiciones de primer y segundo orden, compararlas entre sí y con $y = 0$ y elegir aquélla que proporcione mayores beneficios. Ésa es la oferta maximizadora del beneficio.

23. La oferta de la industria

Hemos visto cómo se obtiene la curva de oferta de la empresa a partir de su curva de coste marginal. Sin embargo, en un mercado competitivo, suele haber muchas empresas, por lo que la curva de oferta del mercado es la suma de las ofertas de todas ellas. En este capítulo analizaremos la **curva de oferta de la industria.**

23.1 La oferta de la industria a corto plazo

Comenzamos estudiando una industria que tiene un número fijo de empresas, *n.* Si $S_i(p)$ es la curva de oferta de la empresa i, la **curva de oferta de la industria o curva de oferta del mercado** es

$$S(p) = \sum_{i=1}^{n} S_i(p) \, ,$$

que es la suma de las curvas de oferta de todas las empresas. Desde el punto de vista geométrico, si sumamos las cantidades que ofrece cada empresa a cada uno de los precios, estamos sumando *horizontalmente* las curvas de oferta, como en la figura 23.1

23.2 El equilibrio de la industria a corto plazo

Para hallar el equilibrio de la industria tomamos esta curva de oferta y buscamos la intersección con la curva de demanda del mercado, con lo que obtenemos un precio de equilibrio, p^*.

Dado este precio de equilibrio, podemos volver a observar cada empresa y examinar sus niveles de producción y de beneficios. La figura 23.2 muestra el caso representativo de tres empresas, A, B y C. En este ejemplo, la A tiene un precio y un nivel de producción que se encuentran en su curva de coste medio, lo que significa que

$$p = \frac{c(y)}{y},$$

de donde se deduce que

$$py - c(y) = 0.$$

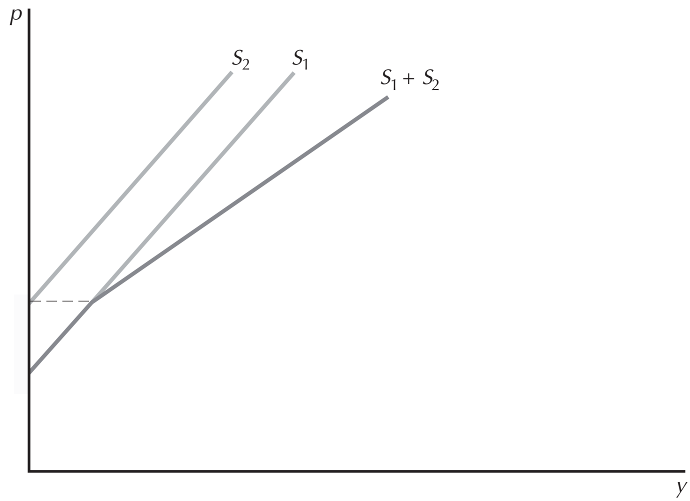


Figura 23.1. La curva de oferta de la industria. La curva de oferta de la industria ($S_1 + S_2$) es la suma de las curvas de oferta de cada empresa (S_1 y S_2).

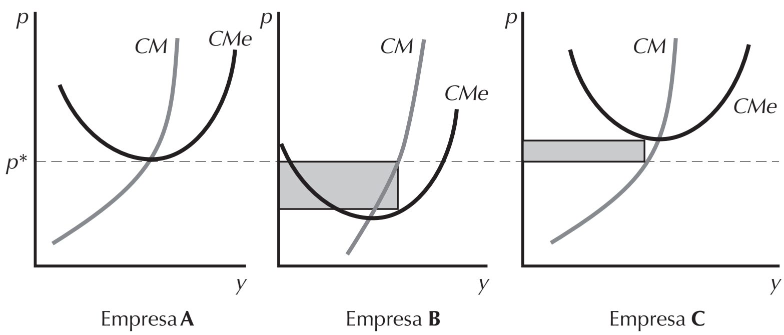


Figura 23.2. El equilibrio a corto plazo. He aquí un ejemplo de una situación de equilibrio a corto plazo con tres empresas. La A obtiene unos beneficios nulos, la B obtiene unos beneficios positivos y la C obtiene unos beneficios negativos, es decir, experimenta una pérdida.

Es decir, la empresa A está obteniendo unos beneficios nulos.

La empresa B está actuando en un punto en el que el precio es mayor que el coste medio: $p > c(y)/y$, lo que significa que está obteniendo un beneficio en este punto de equilibrio a corto plazo. La empresa C está actuando donde el precio es menor que el coste medio, por lo que está obteniendo unos "beneficios negativos" y, por lo tanto, incurriendo en una pérdida.

En general, las combinaciones de precios y niveles de producción que se encuentran por encima de la curva de coste medio reportan unos beneficios positivos, y las que se encuentran por debajo reportan unos "beneficios negativos". Incluso aunque una empresa esté obteniendo "beneficios negativos", será mejor para ella continuar produciendo a corto plazo si la combinación de precios y niveles de producción se encuentra por encima de la curva de coste *variable* medio, ya que incurriría en una pérdida menor que si produjera una cantidad nula.

23.3 El equilibrio de la industria a largo plazo

A largo plazo, las empresas pueden ajustar sus factores fijos. Pueden elegir el tamaño de la planta o el equipo de capital o modificar cualquier otro factor que maximice sus beneficios. Eso significa simplemente que se desplazarán de sus curvas de coste a corto plazo a sus curvas de coste a largo plazo, lo que no añade ninguna nueva dificultad analítica: basta utilizar las curvas de oferta a largo plazo determinadas por la curva de coste marginal a largo plazo.

Sin embargo, a largo plazo puede ocurrir también otra cosa. Si una empresa experimenta pérdidas a largo plazo, no hay razón alguna para que permanezca en la industria, por lo que es de esperar que *salga* de ella, ya que así puede reducir sus pérdidas a cero. Eso equivale a decir que la única parte relevante de la curva de oferta de una empresa a largo plazo es la que se encuentra *en* la curva de coste medio o *por encima* de ella, ya que son estas posiciones las que corresponden a unos beneficios no negativos.

Del mismo modo, si una empresa está obteniendo beneficios, es de esperar que *entren* otras en la industria. Después de todo, se supone que la curva de coste incluye el coste de todos los factores necesarios para producir, medidos a su precio de mercado (es decir, a su coste de oportunidad). Si una empresa está obteniendo beneficios a largo plazo, significa que puede entrar *cualquiera* en el mercado, adquirir esos factores y producir la misma cantidad al mismo coste.

En la mayoría de las industrias competitivas no hay restricción a la entrada de empresas; en este caso, decimos que hay **libre entrada.** Sin embargo, en algunas hay **barreras** en forma de licencias o de restricciones legales sobre el número de empresas. Por ejemplo, la reglamentación de la venta de tabaco significa que no existe libre entrada en el sector de distribución al por menor de este producto.

Los dos efectos a largo plazo —la adquisición de diferentes factores fijos y el fenómeno de la entrada y la salida— están estrechamente relacionados entre sí. Una empresa ya existente puede tomar la decisión de adquirir una nueva planta o una nueva tienda y producir más. Una nueva empresa puede entrar en la industria adquiriendo una nueva planta y produciendo. La única diferencia estriba en quién posea las nuevas instalaciones productivas.

Naturalmente, a medida que entran más empresas en la industria y salen otras que están perdiendo dinero, la cantidad total producida varía y altera el precio de mercado. Estas variaciones afectan a los beneficios y a los incentivos para entrar y salir. ¿Cuál es el equilibrio final en una industria en la que la entrada sea libre?

Examinemos un caso en el que todas las empresas tienen las mismas funciones de costes a largo plazo, por ejemplo, $c(y)$. Dada la función de costes, podemos calcular el nivel de producción en el que se minimizan los costes medios, que representamos mediante y^*. Sea $p^* = c(y^*)/y^*$ el valor mínimo del coste medio. Es importante tener en cuenta este coste, ya que es el precio mínimo que podría cobrar la empresa en el mercado para no perder dinero.

Ahora podemos representar las curvas de oferta de la industria correspondientes al diferente número de empresas que puede haber en el mercado. La figura 23.3 muestra las curvas de oferta de la industria cuando hay 1, …, 4 empresas en el mercado (en este ejemplo sólo utilizamos 4, pero en una industria competitiva es de esperar que haya muchas más). Obsérvese que como todas las empresas tienen la misma curva de oferta, si hay 2 en el mercado, la cantidad total ofrecida será exactamente el doble de la cantidad ofrecida si hay 1; si hay 3, la cantidad ofrecida será exactamente el triple, y así sucesivamente.

Añadamos ahora dos líneas más al gráfico: una recta horizontal en p^*, que es el precio mínimo compatible con unos beneficios no negativos, y la curva de demanda del mercado. Consideremos las intersecciones de la curva de demanda y la de oferta correspondientes a $n = 1, 2, \ldots$ empresas. Si entran empresas en la industria cuando se obtienen beneficios positivos, la intersección relevante es el *precio más bajo compatible con unos beneficios no negativos*. En la figura 23.3 este precio es p' y se encuentra en el punto en el que hay tres empresas en el mercado. Si entra una más, los beneficios tienden a ser negativos. Así pues, en este ejemplo, el número máximo de empresas competitivas que puede soportar esta industria es tres.

23.4 La curva de oferta a largo plazo

El obtener la curva de oferta de la industria a largo plazo trazando las curvas de oferta de la industria correspondientes al diverso número de empresas que puede haber en el mercado y buscando, a continuación, el número máximo compatible con unos beneficios no negativos, constituye un método fácil de realizar y totalmente riguroso. Sin embargo, puede obtenerse también mediante una forma aproximada y muy útil que suele proporcionar una respuesta casi exacta.

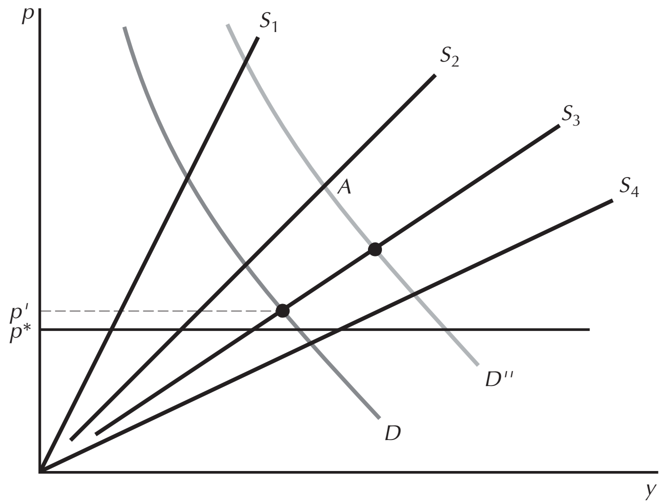


Figura 23.3. Curvas de oferta con libre entrada. La figura muestra las curvas de oferta cuando hay 1, 2, …, 4 empresas. El precio de equilibrio, p', se encuentra en la intersección más baja posible de la demanda y la oferta tal que $p' \geq p^*$.

Veamos si existe la posibilidad de trazar *una* curva de oferta a partir de las n curvas que teníamos antes. Lo primero que debemos señalar es que podemos excluir todos los puntos de la curva de oferta que se encuentran por debajo de p^*, ya que nunca pueden ser posiciones a largo plazo. Pero también podemos excluir algunos de los puntos situados *por encima*.

Normalmente, suponemos que la curva de demanda del mercado tiene pendiente negativa. Por lo tanto, la curva de demanda de mayor inclinación será vertical, lo que significa que en la figura 23.3 nunca pueden observarse puntos como el A, pues cualquier curva de demanda de pendiente negativa que pase por A también tendrá que cortar una curva de oferta correspondiente a un número mayor de empresas, como muestra la curva de demanda hipotética D'' que pasa por el punto A de la figura 23.3.

Por lo tanto, podemos descartar la posibilidad de que un segmento de cada curva de oferta sea una posible posición de equilibrio a largo plazo. Ninguno de los puntos de la curva de oferta de una empresa que se encuentre a la derecha de la intersección de la curva de oferta correspondiente a dos empresas y la recta determinada por p^* puede ser compatible con el equilibrio a largo plazo. Del mismo modo, ninguno de los puntos de la curva de oferta de dos empresas que se encuentre a la derecha de la intersección de la curva de oferta correspondiente a tres empresas y la recta p^* puede ser compatible con el equilibrio a largo plazo… y ninguno de los puntos de la curva de oferta correspondiente a n empresas que se encuentre a la derecha de la intersección de la curva de oferta correspondiente a $n + 1$ empresas y la recta p^* puede ser compatible con ese equilibrio.

Las partes de las curvas de oferta en las que puede encontrarse realmente el equilibrio a largo plazo son aquellos segmentos de la figura 23.4 que están impresos con un trazo más grueso. El segmento enésimo muestra todas las combinaciones de precios y de productos de la industria que son compatibles con la existencia de n empresas en el punto de equilibrio a largo plazo. Obsérvese que estos segmentos son más horizontales a medida que aumentan los niveles de producción de la industria, lo que implica que hay un número cada vez mayor de empresas en ella.

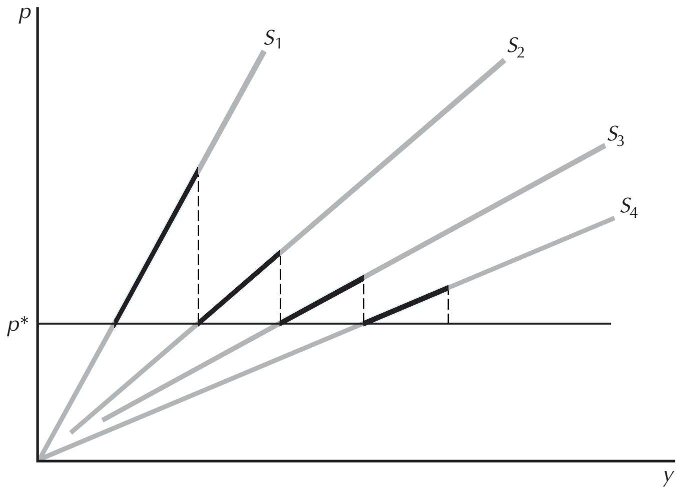


Figura 23.4. La curva de oferta a largo plazo. Podemos eliminar los segmentos de las curvas de oferta que nunca pueden cortar a largo plazo una curva de demanda del mercado de pendiente negativa, como los puntos de cada curva de oferta situados a la derecha de las líneas de puntos.

¿Por qué van siendo cada vez más horizontales estas curvas? Reflexionemos por un momento. Si hay una empresa en el mercado y el precio sube en Δp, producirá Δy más. Si hay n empresas en el mercado y el precio sube Δp, *cada* empresa producirá Δy más, por lo que obtendremos en total un nivel de producción $n\Delta y$ y mayor, lo que significa que la curva de oferta será más horizontal conforme entren más empresas en el mercado, ya que la oferta será cada vez más sensible al precio.

Cuando haya entrado un número razonable de empresas en el mercado, la curva de oferta será totalmente horizontal, tan horizontal que podremos considerar que su pendiente es cero. Es decir, la curva de oferta de la industria a largo plazo es una línea horizontal en el nivel en el que el precio es igual al coste medio mínimo. Esta aproximación será mala si hay muy pocas empresas en la industria a largo plazo. Pero probablemente también lo será el supuesto de que un número pequeño de empresas se comporte competitivamente. Como muestra la figura 23.5, si hay un número razonable de empresas a largo plazo, el precio de equilibrio no puede alejarse del coste medio mínimo.

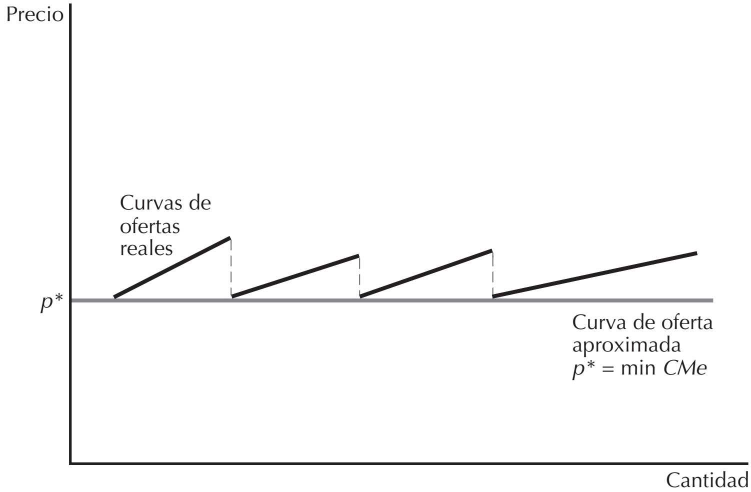


Figura 23.5. Curva de oferta a largo plazo aproximada. La curva de oferta a largo plazo es aproximadamente horizontal en el nivel en el que el precio es igual al coste medio mínimo.

Este resultado tiene una consecuencia importante: en una industria competitiva en la que la entrada es libre, los beneficios no pueden alejarse mucho de cero, ya que, si son elevados, otras empresas se sentirán tentadas a entrar en ella, con lo que presionarán a la baja sobre los beneficios.

Recuérdese que para calcular correctamente los costes económicos hay que medir todos los factores de producción a sus precios de mercado. En la medida en que se tengan en cuenta *todos* los factores y se fijen debidamente sus precios, una empresa que obtenga unos beneficios positivos puede ser totalmente imitada por otra. Cualquiera puede entrar en el mercado abierto y comprar los factores necesarios para producir el mismo bien de la misma forma que la empresa en cuestión.

En una industria en la que la entrada y la salida sean libres, la curva de coste medio a largo plazo deberá ser esencialmente horizontal en el nivel en el que el precio sea igual al coste medio mínimo. Éste es precisamente el tipo de curva de oferta a largo plazo que tendría una empresa con rendimientos constantes de escala. Y esto no es casual. Hemos afirmado antes que el supuesto de la existencia de rendimientos constantes de escala era razonable porque una empresa siempre podía hacer exactamente lo mismo que hacía antes. Pero también podría hacerlo otra. El aumento de la producción mediante la construcción de otra planta igual a las existentes equivale a la entrada de una nueva empresa en el mercado con las mismas instalaciones productivas. Por lo tanto, la curva de oferta a largo plazo de una industria competitiva en la que la entrada sea libre se parecerá a la curva de oferta a largo plazo de una empresa que tenga rendimientos constantes de escala: será una recta horizontal en el nivel en el que el precio sea igual al coste medio mínimo.

Ejemplo: Los impuestos a largo plazo y a corto plazo

Consideremos el caso de una industria en la que la entrada y la salida son libres. Supongamos que inicialmente se encuentra en equilibrio a largo plazo con un número determinado de empresas y unos beneficios nulos, como muestra la figura 23.6. A corto plazo, el número de empresas es fijo y la curva de oferta de la industria tiene pendiente positiva, mientras que, a largo plazo, el número de empresas es variable y la curva de oferta es horizontal en el nivel en el que el precio es igual al coste medio mínimo.

¿Qué ocurre cuando introducimos un impuesto en esta industria? Utilicemos el análisis geométrico del capítulo 16: para hallar el nuevo precio que pagan los demandantes, desplazamos la curva de oferta hacia arriba en la cuantía del impuesto.

En general, una vez establecido el impuesto, el consumidor se enfrenta a un precio más alto. Pero antes del impuesto los productores ni ganaban ni perdían; por lo tanto, si el precio que reciben las empresas es ahora más bajo, deben estar perdiendo dinero. Estas pérdidas económicas inducen a algunas empresas a abandonar la industria, por lo que la oferta disminuye y el precio que pagan los consumidores sube aún más.

A largo plazo, la cantidad que ofrece la industria viene dada por la curva de oferta a largo plazo que es horizontal. Para poder ofertar a lo largo de esta curva, las empresas tienen que percibir un precio igual al coste medio mínimo, es decir, exactamente lo mismo que percibían antes de que se estableciera el impuesto. Por lo tanto, el precio que pagan los consumidores tiene que subir en la cuantía total del impuesto.

En la figura 23.6, el equilibrio se encuentra inicialmente en $P_D = P_S$. A continuación se introduce el impuesto, lo que provoca un desplazamiento de la curva de oferta a corto plazo igual a la cuantía del impuesto. El precio de equilibrio que pagan los demandantes sube a P'_D y el que pagan los oferentes desciende a $P'_S = P'_D - t$. Pero esto sólo ocurre a corto plazo, es decir, cuando hay un número fijo de empresas en la industria. Antes de que haya libre entrada y salida, la curva de oferta *a largo plazo* de la industria es horizontal en $P_D = P_S$ = coste medio mínimo. Por lo tanto, a largo plazo un desplazamiento ascendente de la curva de oferta implica que el impuesto se traslada totalmente a los consumidores.

Resumiendo, en una industria en la que la entrada es libre, un impuesto eleva inicialmente el precio que pagan los consumidores en una cantidad inferior a la cuantía total del mismo, ya que éste recae en parte en los productores. Pero a largo plazo induce a las empresas a abandonar la industria, con lo que, al reducirse la oferta, los consumidores acaban soportando toda la carga impositiva.

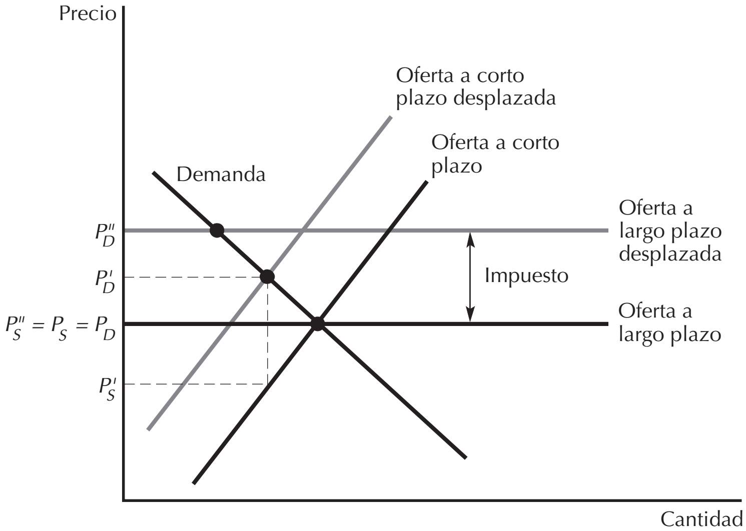


Figura 23.6. Los impuestos a corto plazo y a largo plazo. A corto plazo, en que el número de empresas es fijo, la curva de oferta de la industria tiene pendiente positiva, por lo que parte del impuesto recae en los consumidores y parte en las empresas. A largo plazo, la curva de oferta de la industria es horizontal, por lo que todo el impuesto recae en los consumidores.

23.5 El significado de unos beneficios nulos

En una industria en la que la entrada es libre, el establecimiento de nuevas empresas reduce los beneficios a cero: siempre que hay beneficios, hay incentivos para que entren nuevas empresas y se hagan con una parte de la industria. Cuando los beneficios son nulos, no significa que desaparezca la industria; sólo significa que deja de crecer, puesto que no existen incentivos para entrar en ella.

En una situación de equilibrio a largo plazo en la que los beneficios son nulos, todos los factores de producción se pagan a su precio de mercado, es decir, al mismo precio al que se pagarían en cualquier otra parte. Por ejemplo, el propietario de la empresa sigue cobrando por la cantidad de dinero que ha invertido en ello, por su tiempo de trabajo o por cualquier otra contribución que haya hecho. Y lo mismo ocurre con todos los demás factores de producción. La empresa sigue ganando dinero: lo único que sucede es que todo lo que gana se destina a la compra de los factores. Cada factor de producción percibe en esta industria la misma cantidad que en cualquier otra, por lo que no hay nada que les haga abandonarla, aunque tampoco hay retribuciones adicionales —beneficios puros— que atraigan a nuevos factores de producción. Las industrias que se encuentran en equilibrio a largo plazo y que tienen beneficios nulos son industrias maduras; no es probable que sean noticia en la prensa económica, pero constituyen la columna vertebral de la economía.

Recuérdese que los beneficios económicos se definen utilizando los precios de mercado de todos los factores de producción. Éstos miden el coste de oportunidad de esos factores, es decir, lo que podrían percibir en cualquier otra parte. La cantidad de dinero que obtiene la empresa una vez pagados los factores de producción es un beneficio económico puro. Pero siempre que se obtienen beneficios económicos puros, otros intentan entrar en la industria y hacerse con una parte de ellos. En las industrias competitivas en las que la entrada es libre, es precisamente este afán de conseguir beneficios económicos el que acaba reduciéndolos a cero.

Algunos contemplan con cierto menosprecio este ánimo de lucro. Sin embargo, desde un punto de vista estrictamente económico, los beneficios transmiten con exactitud las señales que indican cómo se están asignando los recursos. Si una empresa tiene unos beneficios positivos, significa que los consumidores valoran más su producto que los factores. ¿No tiene, pues, sentido que se dediquen más empresas a producirlo?

23.6 Los factores fijos y la renta económica

Hemos visto que en las industrias en las que la entrada es libre, los beneficios se reducen a cero a largo plazo. Sin embargo, la entrada no siempre es libre; en algunas industrias, el número de empresas es constante, debido, normalmente, a que hay algunos factores de producción cuya oferta es fija. Hemos dicho que a largo plazo la empresa podía comprar o vender los factores fijos. Sin embargo, hay algunos que son fijos en *el conjunto de la economía* incluso a largo plazo.

Las industrias extractivas constituyen el ejemplo más evidente: el petróleo existente en el subsuelo es un factor limitado y necesario para la industria de extracción. Lo mismo puede decirse del carbón, del gas, de los metales preciosos o de la agricultura (donde sólo existe una cantidad determinada de tierra cultivable).

Un ejemplo más exótico es el talento. Sólo hay un número limitado de personas que poseen el talento necesario para ser atletas o actores profesionales. Es posible que en esos campos haya libre entrada, pero sólo entrarán los que sean suficientemente buenos.

Existen otros casos en los que el factor no es fijo por naturaleza sino por ley. En muchas industrias es necesario tener una licencia o un permiso cuyo número es limitado por los poderes públicos. Es el caso del servicio de taxis y de la venta de tabaco.

Si el número de empresas se limita de esta forma, impidiendo la entrada libre, tal vez creamos que es posible que exista una industria con beneficios positivos a largo plazo, que no esté sometida a fuerzas económicas que los reduzcan a cero.

Esta impresión es falsa. Existe una fuerza económica que reduce los beneficios a cero. Si los beneficios de una empresa parecen positivos a largo plazo, probablemente se debe a que no medimos correctamente el valor de mercado de lo que está impidiendo la entrada de nuevas empresas.

Es importante recordar a este respecto la definición económica de los costes: debemos valorar cada factor de producción a su *precio de mercado*, es decir, a su coste de oportunidad. Si parece que un agricultor está obteniendo beneficios positivos una vez que restamos sus costes de producción, probablemente nos hayamos olvidado de restar el coste de su tierra.

Supongamos que conseguimos valorar todos los factores agrícolas excepto el coste de la tierra, y que obtenemos finalmente la cifra de π euros anuales de beneficios. ¿Cuánto valdrá la tierra en un mercado libre? ¿Cuánto se pagaría por arrendarla un año? π euros al año, que son los "beneficios" que genera. No sería necesario saber nada de agricultura para arrendar esta tierra y ganar π euros, ya que, después de todo, también hemos valorado el trabajo del agricultor a su precio de mercado, lo que significa que podemos contratar a un agricultor y obtener aun así π euros de beneficios. Por lo tanto, el valor de mercado de esa tierra —su renta competitiva— es π. Los beneficios económicos de la actividad agrícola son nulos.

Obsérvese que la renta determinada mediante este procedimiento puede no tener nada que ver con el coste histórico de la explotación agrícola. Lo importante no es la cantidad de dinero por la que la compramos, sino la cantidad por la que podemos venderla; eso es lo que determina el coste de oportunidad.

Siempre que hay algún factor fijo que impide la entrada en una industria, ese factor tiene una renta de equilibrio. Sin embargo, incluso cuando hay factores fijos, siempre es posible entrar en una industria comprando una empresa que ya esté en ella. Todas las empresas tienen la posibilidad de vender sus propiedades, y el coste de oportunidad de no hacerlo es un coste de producción que debe tenerse en cuenta.

Por lo tanto, en cierto sentido, es la *posibilidad* de que siempre entre una empresa la que reduce los beneficios a cero. Después de todo, existen dos formas de entrar en una industria: crear una nueva empresa o comprar una que ya exista y que esté actualmente en la industria. Si una nueva empresa puede comprar todo lo necesario para producir y aun así obtener un beneficio, lo hará. Pero si hay algunos factores cuya oferta es fija, la competencia por ellos entre las empresas que tienen posibilidades de entrar presionará al alza sobre su precio hasta hacer desaparecer los beneficios.

Ejemplo: Las licencias de taxis en la ciudad de Nueva York

Antes hemos dicho que las licencias para conducir un taxi en la ciudad de Nueva York se venden a 100.000 dólares aproximadamente. Sin embargo, en 1986 los taxistas sólo ganaban alrededor de 400 dólares en una semana de 50 horas, lo que se traducía en un salario inferior a 8 dólares/hora. La New York Taxi and Limousine Commission sostenía que este salario era demasiado bajo para atraer a taxistas cualificados, de manera que para atraer a mejores taxistas había que subir las tarifas de los taxis.

Para un economista, una subida de las tarifas apenas influiría en el salario neto de los taxistas; lo único que ocurriría sería que aumentaría el valor de las licencias de taxis. Podemos ver la razón examinando las cifras de la Comisión sobre los costes de funcionamiento de un taxi. En 1986, la tarifa de arrendamiento era de 55 dólares en el turno de día y de 65 en el de noche. El taxista que arrendaba el taxi pagaba la gasolina y obtenía unos ingresos netos de unos 80 dólares diarios.

Pero obsérvese cuánto ganaba el propietario de la licencia de un taxi. Suponiendo que éste puede arrendarla por dos turnos durante 320 días al año, los ingresos generados por el alquiler ascienden a 38.400 dólares. El seguro, la depreciación, el mantenimiento, etc. ascienden a unos 21.100 dólares al año, por lo que el beneficio neto sería de 17.300 al año. Dado que la licencia cuesta alrededor de 100.000, eso indica que el rendimiento total era del 17 por ciento.

Una subida de la tarifa de los taxis se reflejaría directamente en el valor de la licencia. Una subida que generara 10.000 dólares adicionales al año elevaría el valor de una licencia en unos 60.000. Ese cambio no afectaría al salario de los taxistas, que se fija en el mercado de trabajo.[1]

23.7 La renta económica

Los ejemplos del apartado anterior son casos de **renta económica**. La renta económica se define como la diferencia entre lo que se paga a un factor de producción y el pago mínimo necesario para que se ofrezca.

Consideremos, por ejemplo, el caso analizado antes. Para producir petróleo se necesita trabajo y maquinaria, pero sobre todo es preciso que haya petróleo en el subsuelo. Supongamos que la extracción de petróleo de un pozo ya existente cuesta 1 euro el barril: cualquier coste superior a éste inducirá a las empresas a ofrecer el

[1] Las cifras proceden de un editorial sin firma publicado en el *New York Times*, el 17 de agosto de 1986.

petróleo de los pozos ya existentes. Pero el precio real del petróleo es mucho mayor. Los consumidores desean este producto por diversas razones y están dispuestos a pagar un precio superior a su coste de producción para conseguirlo. La diferencia entre el precio del petróleo y su coste de producción es la renta económica.

¿Por qué no entran empresas en esta industria? Lo intentan, pero sólo existe una cantidad limitada de petróleo, por lo que se vende a un precio superior a su coste de producción.

Veamos ahora el caso de las licencias de los taxis. Como meros trozos de papel que son, su coste de producción es casi nulo. Sin embargo, en la ciudad de Nueva York cuestan ¡100.000 dólares! ¿Por qué no entran más personas en este sector y producen más licencias? Porque la entrada es ilegal; la oferta de licencias está controlada por el ayuntamiento.

Otro ejemplo de renta económica es la tierra de cultivo. En conjunto, la cantidad total de tierra es fija. Su oferta es la misma tanto si vale cero euros la hectárea como si vale 100.000. Por lo tanto, en conjunto, lo que se pague por ella constituirá una renta económica.

Desde el punto de vista de la economía, es el precio de los productos agrícolas el que determina el valor de la tierra de cultivo. Pero desde el punto de vista del agricultor, el valor de su tierra es un coste de producción que entra en la fijación del precio de su producto.

La figura 23.7 muestra la renta económica de la tierra. *CVMe* representa la curva de coste medio de todos los factores de producción, *excluidos* los costes de la tierra (suponemos que ésta es el único factor fijo). Si el precio de la cosecha cultivada en esta tierra es p^*, los beneficios atribuibles a ella son el área del rectángulo: las rentas económicas. Ésa es la cantidad a la que se arrendaría la tierra en un mercado competitivo, la que sería necesaria para reducir los beneficios a cero.

CMe es la curva de coste medio *incluido* el valor de la tierra. Si los medimos correctamente, los beneficios económicos de esta explotación agrícola serán exactamente cero. Dado que la renta de equilibrio de la tierra será la que reduzca los beneficios a cero, tenemos que

$$p^*y^* - c_v(y^*) - \text{renta} = 0,$$

o sea,

$$\text{renta} = p^*y^* - c_v(y^*). \qquad [23.1]$$

Esta expresión es precisamente lo que hemos llamado antes excedente del productor. De hecho, es el mismo concepto, aunque desde otra perspectiva. Por lo tanto, como ya vimos antes, la renta es el área situada a la izquierda de la curva de coste marginal.

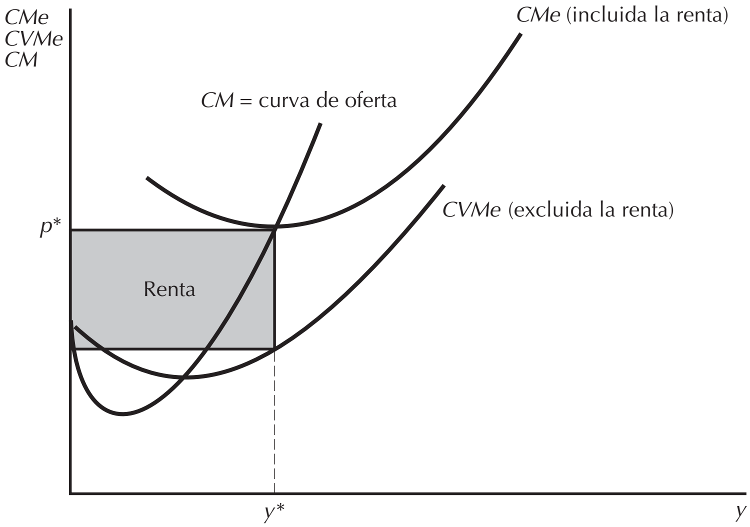


Figura 23.7. La renta económica de la tierra. El área del rectángulo representa la renta económica de la tierra.

Dada la definición de renta de la ecuación [23.1], ahora es fácil comprender por qué era correcta nuestra afirmación anterior: es el precio de equilibrio el que determina la renta y no al revés. La cantidad que ofrece la empresa se encuentra en su curva de coste marginal, que es independiente de los gastos realizados en los factores fijos. La renta se ajusta para reducir los beneficios a cero.

23.8 Las rentas económicas y los precios

Dado que estamos midiendo la producción en unidades de flujo —la cantidad de producción por unidad de tiempo— debemos tener cuidado de medir los beneficios y las rentas en euros por unidad de tiempo. Así, en el ejemplo anterior hablamos de la renta anual de la tierra o de una licencia de taxi.

Si la tierra o la licencia no se arrienda sino que se vende, el precio de equilibrio es el valor actual de la corriente de rentas, debido simplemente a que en un mercado competitivo los activos que generan una corriente de ingresos para sus propietarios deben venderse a sus valores actuales.

Ejemplo: Las licencias para vender bebidas alcohólicas

En Estados Unidos, cada estado tiene su propia política de ventas de bebidas alcohólicas. Algunos estados poseen el monopolio; otros emiten licencias a quienes deseen vender bebidas alcohólicas. En algunos casos, se cobra una cantidad por la licencia; en otros, el número de licencias es fijo. Por ejemplo, en Michigan el número de licencias que se conceden para vender cerveza y vino para su consumo en los propios establecimientos se limita a una por cada 1.500 residentes.

Después de cada censo federal, la junta de control de las bebidas alcohólicas del estado asigna nuevas licencias a las comunidades cuya población ha crecido (sin embargo, no las retira a aquellas cuya población ha disminuido). Esta escasez artificial de licencias ha creado en muchas comunidades un floreciente mercado de licencias para expender bebidas alcohólicas que están creciendo rápidamente. Por ejemplo, en 1983 Ann Arbor (Michigan) tenía 66 licencias para vender bebidas alcohólicas. Se permitió que se concedieran otras seis como consecuencia del aumento del censo de 1980 para las que se presentaron 33 solicitudes. En esa época, el valor de mercado de una licencia era del orden de 80.000 dólares. El periódico local publicaba un reportaje que decía: "la demanda de licencias para expender bebidas alcohólicas es superior a la oferta". ¡Difícilmente podía sorprender a los economistas locales el hecho de que regalar un activo de 80.000 dólares provocara un exceso de demanda!

Son muchos los que han propuesto que se suavice la legislación que controla la venta de bebidas alcohólicas en Michigan permitiendo que el estado conceda nuevas licencias. Sin embargo, estas propuestas nunca se han convertido en ley debido a la oposición de diversos grupos políticos. Algunos se oponen al consumo de bebidas alcohólicas por razones de salud pública o por motivos religiosos. Otros tienen razones algo diferentes. Por ejemplo, uno de los que más se oponen a la flexibilización de las leyes sobre bebidas alcohólicas es la *Michigan Licensed Beverage Association*, grupo que representa a los vendedores de bebidas alcohólicas en Michigan. Aunque a primera vista parece paradójico que este grupo se oponga a la liberalización de la legislación, basta una breve reflexión para comprender sus razones: la concesión de más licencias reduciría indudablemente el valor de reventa de las licencias ya *existentes*, lo que impondría elevadas pérdidas de capital a sus titulares actuales.

23.9 Los aspectos políticos de la renta económica

En muchos casos, la renta económica existe debido a que la entrada en la industria está limitada por ley. Antes hemos mencionado dos ejemplos: las licencias de los taxis y la venta de tabaco al por menor. En ambos, el número de licencias se regula por ley, lo que limita la entrada en el sector y crea rentas económicas.

Supongamos que un ayuntamiento quiere aumentar el número de taxis. ¿Qué ocurrirá con el valor de mercado de las licencias existentes? Evidentemente, bajará, por lo que, con toda probabilidad, se creará un grupo de presión que se opondrá a esa medida.

Los gobiernos también restringen artificialmente la producción de algunos artículos para crear una renta. Por ejemplo, el gobierno federal de Estados Unidos sólo permite cultivar tabaco en determinadas tierras. Por lo tanto, el valor de estas tierras depende de la demanda de productos derivados del tabaco. Cualquier intento de eliminar este sistema de licencias tendrá que enfrentarse a un poderoso grupo de presión. Una vez que el gobierno crea una limitación artificial, es muy difícil suprimirla, ya que sus beneficiarios —las personas que han conseguido el derecho a actuar en el sector en cuestión— se opondrán firmemente a todos los intentos de expandir la industria.

También es muy posible que inviertan abundantes recursos para conservar su posición ventajosa. Los gastos acarreados por las presiones, los costes de las relaciones públicas, etc., pueden ser cuantiosos. Desde el punto de vista de la sociedad, constituyen un puro despilfarro social. No son verdaderos costes de producción, ya que no *incrementan* la cantidad producida. Las medidas de presión y los contactos deciden quiénes recibirán el dinero que genera la producción existente.

Los intentos de conservar o de adquirir derechos sobre los factores cuya oferta es fija se denominan a veces **búsqueda de renta**. Desde el punto de vista social, representan una pérdida irrecuperable de eficiencia, puesto que no aumentan la producción, sino que se limitan a alterar la propiedad de los factores.

Ejemplo: Cultivar al estado

Sólo se puede decir una cosa buena del programa estadounidense de subvenciones a la agricultura: constituye una fuente inagotable de ejemplos para los libros de texto de economía. Toda nueva reforma del programa agrícola plantea nuevos problemas. "Si quieres encontrar las lagunas que tiene un programa, no tienes más que aplicárselo a los agricultores. Nadie es más innovador a la hora de encontrar formas de utilizarlas", afirma Terry War, vicepresidente del National Council of Farm Cooperatives.[2]

Hasta 1996 las subvenciones agrícolas en Estados Unidos tenían como objeto el sostenimiento de los precios: el gobierno federal garantizaba el precio de un producto y pagaba la diferencia si éste era inferior. Para acceder a este programa, el agricultor tenía que estar dispuesto a no cultivar una determinada proporción de su tierra.

[2] Citado en William Robbins, "Limits on Subsidies to Big Farms Go Awry, Sending Costs Climbing", *New York Times*, 15 de junio de 1987, pág. A1.

Por la propia naturaleza de este plan, la mayoría de los beneficios va a parar a los grandes agricultores. Según un cálculo, el 13 por ciento de las subvenciones federales directas fue a parar a un 1 por ciento de los agricultores que tenían unas ventas superiores a 500.000 dólares al año. La Food Security Act (ley de seguridad de los alimentos) de 1985 restringió significativamente las subvenciones que se concedían a los grandes agricultores. Como consecuencia, éstos dividieron sus tierras arrendándolas a inversores locales. Los inversores adquirirían parcelas suficientemente grandes para poder percibir subvenciones, pero demasiado pequeñas para estar sujetas a las restricciones destinadas a los grandes agricultores. Una vez adquirida la tierra, el inversor la registraría en un programa público en el que le compensara *no* cultivarla. Esta práctica llegó a conocerse con el nombre de "cultivar al estado".

Según un estudio, la limitación de las subvenciones concedidas a los grandes agricultores como consecuencia de la ley de 1985 provocó la aparición de 31.000 nuevas solicitudes de subvenciones agrícolas, cuyo coste rondó los 2.300 millones de dólares.

Obsérvese que el principal objetivo del programa —restringir la cantidad de subvenciones públicas concedidas a los grandes agricultores— no se ha conseguido. Cuando éstos arriendan su tierra a los pequeños agricultores, el precio de mercado de los arrendamientos depende de la generosidad de las subvenciones federales. Cuanto más altas sean éstas, mayor será el alquiler de equilibrio que percibirán los grandes agricultores. Los beneficios derivados del programa de subvenciones siguen recayendo en las personas a las que pertenece inicialmente la tierra, ya que lo que determina su valor de mercado es, en última instancia, el valor de lo que puede generar, bien sea cultivando productos, bien sea cultivando al estado.

La ley agraria de 1996 prometió eliminar gradualmente la mayoría de las subvenciones agrícolas hasta el año 2002. Sin embargo, el presupuesto estadounidense de 1998 restableció más de 6.000 millones de dólares en subvenciones agrícolas, lo que demuestra una vez más lo difícil que resulta conciliar la política y la economía.

23.10 La política energética

Concluimos este capítulo con un detallado ejemplo en el que utilizamos algunos de los conceptos expuestos.

En 1974, la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) subió extraordinariamente el precio del petróleo. Los países no productores tenían pocas opciones: tenían que subir el precio del petróleo y de sus derivados.

En ese momento, Estados Unidos producía alrededor de la mitad del petróleo que consumía, por lo que el Congreso consideró injusto que los productores nacionales recibieran unos "beneficios extraordinarios" como consecuencia de una subida incontrolada del precio (el término "extraordinarios" se refiere al incremento de los beneficios provocado por un hecho exterior, en contraposición con el incremento provocado por decisiones de producción). Diseñó, pues, un curioso plan para intentar mantener bajo el precio de los productos en cuya fabricación intervenía el petróleo. Dado que el más destacado era la gasolina, analizaremos las consecuencias que tuvo el programa para este mercado.

Fijación doble del precio

La política adoptada por el Congreso se llamó *fijación doble del precio del petróleo*; consistía en vender el petróleo importado a su precio de mercado, y el nacional —el extraído de los pozos existentes antes de 1974— al antiguo, es decir, al que tenía antes de la decisión adoptada por la OPEP. Supongamos que el petróleo importado se vendía a unos 15 dólares el barril y el nacional a unos 5 dólares. Este programa se basaba en la idea de que de esa manera el precio medio del petróleo sería de unos 10 dólares el barril, lo que contribuiría a mantener bajo el precio de la gasolina.

¿Podía funcionar ese sistema? Veámoslo desde el punto de vista de los productores de gasolina. ¿Cómo sería la curva de oferta de la gasolina? Para responder a esta pregunta debemos considerar la forma de la curva de coste marginal de la misma.

¿Qué haríamos si fuéramos una refinería de petróleo? Evidentemente, trataríamos de utilizar primero el petróleo nacional barato y sólo una vez agotado, recurriríamos al petróleo importado más caro. Por lo tanto, la curva de coste marginal agregado —la curva de oferta de la industria de gasolina sería como la que muestra la figura 23.8— tendría un salto en el punto en el que se agotara la producción nacional de petróleo y comenzara a utilizarse el importado. Antes de ese punto, el precio del petróleo interior sería el precio relevante del factor utilizado para fabricar gasolina.

La figura 23.8 muestra qué forma tendría la curva de oferta de la gasolina si todo el petróleo se vendiera al precio internacional de 15 dólares el barril y si se vendiera al precio nacional de 5 dólares. La curva de oferta de la gasolina coincidiría con la curva de oferta correspondiente al precio de 5 dólares el barril hasta que se agotara el de precio nacional, más barato, y, después, coincidiría con la curva de oferta correspondiente al precio de 15 dólares.

Busquemos ahora en la figura 23.8 la intersección de esta curva de oferta con la curva de demanda del mercado para hallar el precio de equilibrio. El gráfico revela un interesante hecho: el precio que tiene la gasolina en el sistema de fijación doble es exactamente el mismo que el que tendría si todo el petróleo se vendiera al precio del importado. Depende del coste *marginal* de producción y el coste marginal depende del coste del petróleo importado.

Basta reflexionar un poco para darse cuenta de que este resultado es totalmente lógico. Las compañías productoras de gasolina venden su producción al precio que fija el mercado. El mero hecho de que seamos suficientemente afortunados para conseguir algún petróleo barato no significa que no vendamos nuestra gasolina al mismo precio a que están vendiéndola otros.

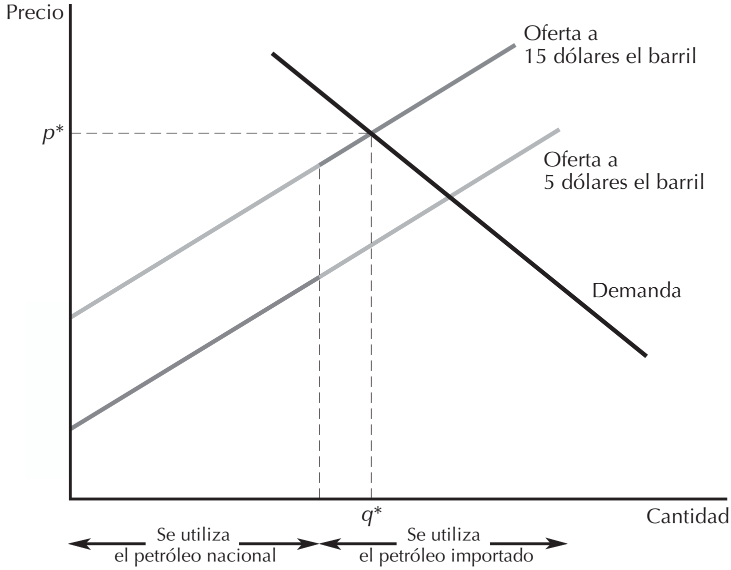


Figura 23.8. La curva de oferta de la gasolina. Con el sistema de fijación doble del precio del petróleo, la curva de oferta de la gasolina sería discontinua, saltando de la curva de oferta más baja a la más alta cuando se agotara el petróleo más barato.

Supongamos por el momento que se vendiera todo el petróleo a un precio y que se alcanzara el equilibrio en p^*. Supongamos que a continuación interviniera el Gobierno y bajara el precio de los 100 primeros barriles que utiliza cada refinería. ¿Afectaría esta medida a la decisión de oferta? En absoluto; para afectar a la oferta habría que modificar los incentivos en el margen. La única forma de bajar el precio de la gasolina sería elevar la oferta, lo que significaría abaratar el coste marginal del petróleo.

La política de fijación doble del precio del petróleo representó simplemente una transferencia de los productores nacionales a las refinerías nacionales. Los productores nacionales obtuvieron 10 dólares menos por su petróleo y los beneficios que podría haberles reportado la operación fueron a parar a las refinerías. La oferta de gasolina no resultó afectada, y, en consecuencia, su precio tampoco.

Los controles de los precios

Las fuerzas económicas implicadas no tardaron mucho en hacerse sentir. El Departamento de Energía pronto se dio cuenta de que no podía dejar que las fuerzas de mercado determinaran el precio de la gasolina en el sistema de doble fijación, ya que éstas daban lugar a un precio, que era el mismo que estaría vigente si no existiera el sistema.

Por ello establecieron controles sobre el precio de la gasolina. Todas las refinerías estaban obligadas a cobrar un precio basado en los costes de producirla, el cual era determinado a su vez, y principalmente, por el coste del petróleo que podían comprar.

La existencia de petróleo nacional barato era diferente en cada lugar. En Texas, las refinerías estaban muy cerca de la principal fuente de producción y, por lo tanto, podían comprar grandes cantidades de petróleo barato. Su precio era relativamente bajo como consecuencia de los controles. En el noreste, casi todo el petróleo tenía que importarse, por lo que el precio de la gasolina era bastante alto.

Dado que, cuando un producto tiene diferentes precios es natural que las empresas traten de venderlo al más alto, el Departamento de Energía tuvo que intervenir de nuevo para impedir el envío incontrolado de gasolina de las zonas en las que los precios eran bajos a las zonas en las que eran altos. Esta intervención provocó la famosa escasez de gasolina de mediados de los años setenta. Periódicamente se agotaba el suministro en una parte del país y había poca gasolina, cualquiera que fuese el precio. El sistema de suministro de productos derivados del petróleo basado en el libre mercado nunca había mostrado esa conducta; la escasez se debía en su totalidad al sistema de doble fijación del precio del petróleo y a los controles.

Los economistas apuntaron esta causa en su momento, pero sus opiniones tuvieron escasa repercusión política. Lo que sí tuvo influencia fue la presión de las refinerías. Una gran parte del petróleo nacional se vendía mediante contratos de larga duración, y mientras algunas refinerías podían comprar una gran cantidad, otras sólo podían adquirir el petróleo extranjero caro. Naturalmente, esto se consideró injusto, por lo que el Congreso elaboró otro sistema para asignar más equitativamente el petróleo nacional barato.

El programa de asignaciones

Este plan se llamó “programa de asignaciones” y consistía, en términos generales, en que cada vez que una refinería compraba un barril de petróleo extranjero caro recibía un cupón que le permitía comprar una determinada cantidad de petróleo nacional barato. Esta cantidad dependía de las condiciones de oferta, pero supongamos que consistió en que por cada barril de petróleo extranjero que comprara a 15 dólares podía adquirir un barril nacional a 5 dólares.

¿Cómo afectó este nuevo programa al precio marginal del petróleo? Ahora éste era una media ponderada del precio nacional y del extranjero; en el último caso descrito, el precio sería de 10 dólares. La figura 23.9 representa las consecuencias que tuvo este programa sobre la curva de oferta de la gasolina.

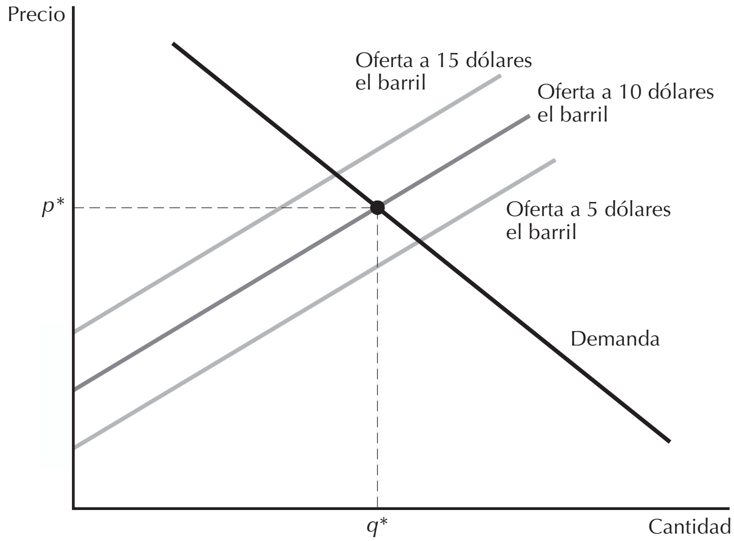


Figura 23.9. El programa de asignaciones. Con el programa de asignaciones, la curva de oferta de gasolina se encontraría entre la curva de oferta que se observaría si todo el petróleo se suministrara al precio extranjero y la que se observaría si todo se suministrara al precio nacional.

Disminuyó el coste marginal del petróleo, por lo que también bajó el precio de la gasolina. Pero ¿quién lo pagó?: los productores nacionales de petróleo. Estados Unidos estaba comprando petróleo extranjero que costaba 15 dólares el barril en dólares reales y actuando como si sólo costara 10 dólares. El gobierno estaba obligando a los productores nacionales a vender el petróleo por un precio inferior al del mercado internacional del petróleo. Estaba subvencionando la importación de petróleo extranjero y obligando a los productores nacionales a pagar la subvención.

Este programa también acabó abandonándose y se sustituyó por un impuesto sobre la producción nacional de petróleo con el fin de que los productores nacionales no obtuvieran beneficios extraordinarios con la medida adoptada por la OPEP. Naturalmente, este tipo de impuesto desincentivó la producción de petróleo nacional y, por lo tanto, elevó el precio de la gasolina, pero al parecer esto era aceptable para el Congreso en aquella época.

23.11 ¿Impuesto sobre el carbono o compraventa de derechos de emisión?

Preocupados por el calentamiento del planeta, algunos climatólogos han instado a los gobiernos a adoptar medidas para reducir las emisiones de carbono. Dos de estas medidas de reducción son especialmente interesantes desde el punto de vista económico: un **impuesto sobre el carbono** y la **compraventa de derechos de emisión**.

Un impuesto sobre el carbono es, obviamente, un impuesto sobre las emisiones de carbono, mientras que un sistema de compraventa de derechos de emisión concede licencias para emitir carbono que pueden comerciarse en un mercado organizado para este fin. Para ver las diferencias entre estos sistemas, examinemos un caso sencillo.

Producción óptima de emisiones

Comenzamos examinando el problema de la emisión de una determinada cantidad de carbono con los menores costes posibles. Supongamos que hay dos empresas que tienen actualmente los niveles de emisiones de carbono representados por $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$. La empresa i puede reducir su nivel de emisiones en x_i con un coste de $c_i(x_i)$. La figura 23.10 muestra una forma posible de esta función de costes.

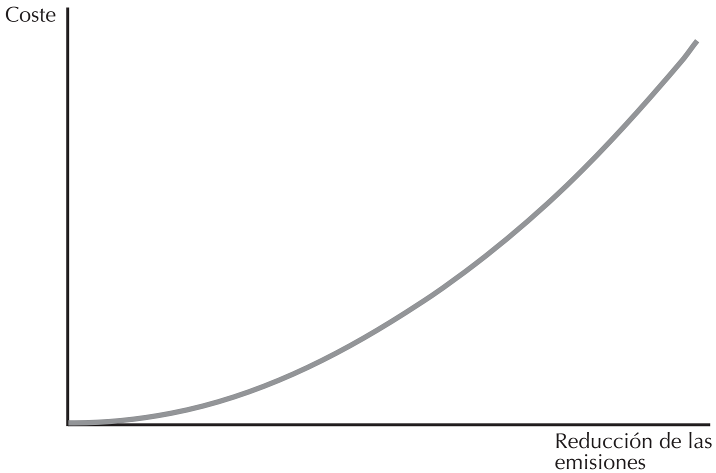


Figura 23.10. Función de costes de las emisiones. La curva muestra el coste de la reducción de las emisiones.

El objetivo es reducir las emisiones en una determinada cantidad, T, con los menores costes posibles. Este problema de minimización puede expresarse del modo siguiente:

$$\min_{x_1, x_2} \; c_1(x_1) + c_2(x_2)$$

$$\text{tal que} \;\; x_1 + x_2 = T.$$

Si el gobierno conociera las funciones de costes, podría en principio resolver este problema de optimización y exigir a cada empresa reducir sus emisiones en una cantidad determinada. Sin embargo, eso es inviable cuando hay miles de empresas que emiten carbono. El reto está en encontrar un método descentralizado, y basado en el mercado, para lograr la solución óptima.

Examinemos la estructura del problema de optimización. Está claro que, en la solución óptima, el coste marginal de reducir las emisiones debe ser el mismo en todas las empresas. De lo contrario, saldría a cuenta reducir las emisiones en la empresa que tiene el coste marginal de reducirlas más bajo y aumentarlas en la empresa que tiene el coste marginal más alto. Eso mantendría la producción total en el nivel fijado como objetivo y reduciría al mismo tiempo los costes.

Tenemos, por lo tanto, un principio elemental: en la solución óptima el coste marginal de la reducción de las emisiones debe ser el mismo en todas las empresas. En el caso de las dos empresas que estamos examinando, podemos hallar este punto óptimo utilizando un sencillo diagrama. Sea $CM_1(x_1)$ el coste marginal de reducir las emisiones en x_1 en la empresa 1 y expresemos el coste marginal de la reducción de las emisiones de la empresa 2 como una función de la producción de la empresa 1: $CM_2(T - x_1)$, suponiendo que se alcanza el objetivo. Representamos estas dos curvas en la figura 23.11. El punto en el que se cortan determina el reparto óptimo de reducción de las emisiones entre las dos empresas, dado que hay que reducir las emisiones en total en la cantidad T.

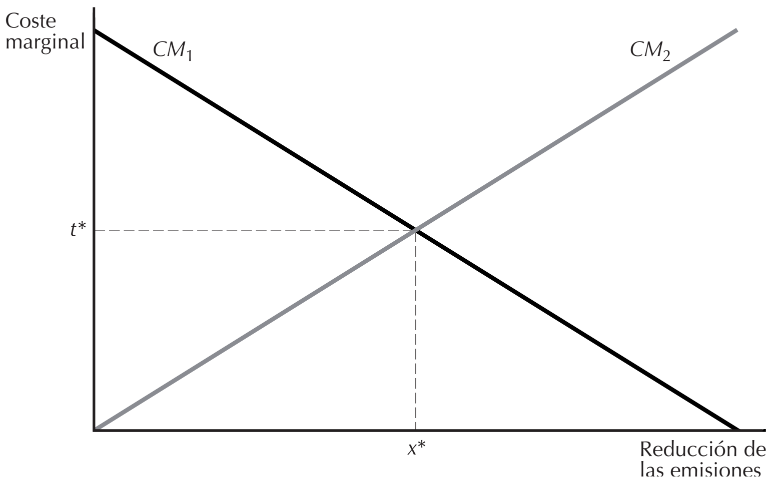


Figura 23.11. Equilibrio en el mercado de derechos de emisión. El punto t^* indica el impuesto óptimo sobre el carbono y el precio de las licencias para emitir carbono.

Un impuesto sobre el carbono

En lugar de hallar directamente la solución que minimiza los costes, consideremos una solución descentralizada que utiliza un impuesto sobre el carbono. En este modelo, el gobierno establece un tipo impositivo t que cobra por las emisiones de carbono.

Si la empresa 1 comienza produciendo el nivel de emisiones $\bar{x}_1$ y lo reduce en x_1, acaba produciendo el nivel de emisiones $\bar{x}_1 - x_1$. Si paga t por unidad emitida, su deuda tributaria sería $t(\bar{x}_1 - \mathrm{x1})$.

Ante este impuesto, la empresa 1 querría elegir el nivel de reducción de las emisiones que minimizara su coste total de funcionamiento: el coste de reducir las emisiones más el coste de pagar el impuesto sobre las emisiones de carbono restantes. Eso lleva al problema siguiente de minimización de los costes

$$\min_{x_1} c_1(x_1) + t(\bar{x}_1 - x_1).$$

Es evidente que la empresa querrá reducir las emisiones hasta el punto en el que el coste marginal de reducirlas algo más sea exactamente igual al impuesto sobre el carbono, es decir, en el que $t = CM_1(x_1)$.

Si el tipo del impuesto sobre el carbono es t^*, como en la figura 23.11, la cantidad total de emisiones de carbono será la cantidad fijada como objetivo, T. Por tanto, el impuesto sobre el carbono es una solución descentralizada para lograr el resultado óptimo.

La compraventa de derechos de emisión

Supongamos, por el contrario, que no hay ningún impuesto sobre el carbono sino que el gobierno emite **derechos de emisión** transferibles. Cada derecho permite que la empresa que lo posee produzca una determinada cantidad de emisiones de carbono. El gobierno elige el número de derechos de emisión para lograr la reducción deseada.

Imaginemos que existe un mercado de derechos de emisión, por lo que cada empresa puede comprar un derecho para emitir x unidades de carbono a un precio de p por unidad. El coste que tiene para la empresa 1 la reducción de sus emisiones en x_1 es $c_1(x_1) + p(\bar{x}_1 - x_1)$. Es evidente que la empresa querrá operar en el punto en el que el precio de un derecho de emisión sea igual al coste marginal, $p = CM_1(x_1)$. Es decir, elegirá el nivel de emisiones que se encuentre en el punto en el que el coste de reducción de las emisiones de carbono en una unidad sea exactamente igual al coste que se ahorra por no tener que comprar un derecho.

Por tanto, la curva de coste marginal nos indica la oferta de emisiones en función del precio. El precio de equilibrio es el precio al que la oferta total de emisiones es igual a la cantidad fijada como objetivo T. El precio correspondiente es igual que el tipo óptimo del impuesto sobre el carbono t^* de la figura 23.11.

La cuestión que queda por resolver es cómo distribuir estos derechos. Una posibilidad sería que el gobierno vendiera los derechos a las empresas. Este sistema es esencialmente igual que el del impuesto sobre el carbono. El gobierno elegiría un precio y vendería tantos derechos como se demandaran a ese precio. También podría elegir un nivel de emisiones y subastar los permisos, dejando que fueran las propias empresas las que decidieran el precio. Éste es un tipo de "compraventa de derechos de emisión". Ambas medidas deberían llevar esencialmente al mismo precio que equilibra el mercado.

Otra posibilidad sería que el gobierno distribuyera los derechos entre las empresas por medio de una determinada fórmula. Esta fórmula podría basarse en diversos criterios, pero probablemente un motivo importante para adjudicar estos permisos sería recabar apoyo político para el programa. Los permisos podrían repartirse basándose en criterios objetivos como, por ejemplo, qué empresas tienen más trabajadores, o basándose en qué empresas han donado más al partido en el gobierno.

Desde el punto de vista económico, da lo mismo que el gobierno posea los derechos y se los venda a las empresas (lo cual es básicamente un impuesto sobre el carbono) o que las empresas reciban los derechos y se los vendan las unas a las otras (lo cual es básicamente un sistema de compraventa de derechos de emisión).

Si se crea un sistema de compraventa de derechos de emisión, a las empresas les interesará invertir dinero y esfuerzos para adquirir los permisos de emisión. Por ejemplo, una posibilidad es la de presionar al gobierno para conseguir esos derechos. Los gastos que esta actividad genera deberían considerarse parte del coste del sistema, como describimos en nuestro análisis anterior de la **búsqueda de renta**. Naturalmente, con un impuesto sobre el carbono también se ejercerían parecidas presiones. Las empresas tratarían indudablemente de que se les eximiera de pagar el impuesto sobre el carbono por una u otra razón, aunque se dice que un impuesto sobre el carbono es menos susceptible de manipulación política que un sistema de compraventa de derechos de emisión.

Resumen

1. La curva de oferta a corto plazo de una industria es la suma horizontal de las curvas de oferta de las empresas de esa industria.
2. La curva de oferta a largo plazo de una industria debe tener en cuenta la salida y la entrada de empresas en ella.
3. Si hay libre entrada y salida, el número de empresas que habrá en la situación de equilibrio a largo plazo será compatible con unos beneficios no negativos, lo que

significa que la curva de oferta a largo plazo es esencialmente horizontal en un nivel en el que el precio es igual al coste medio mínimo.

4. Si hay fuerzas que impiden la entrada de empresas en una industria rentable, éstas obtienen rentas económicas que dependen del precio del bien producido por la industria.

Problemas

1. Si $S_1(p) = p - 10$ y $S_2(p) = p - 15$, ¿a qué precio tiene un vértice la curva de oferta de la industria?
2. A corto plazo, la demanda de cigarrillos es totalmente inelástica. Supongamos que a largo plazo es perfectamente elástica. ¿Qué influencia tiene un impuesto sobre los cigarrillos en el precio que pagan los consumidores a corto plazo y a largo plazo?
3. "Los precios de las tiendas situadas en el centro de las ciudades son altos debido a que tienen que pagar elevadas rentas". ¿Verdadero o falso?
4. "En la situación de equilibrio de la industria, a largo plazo ninguna empresa pierde dinero". ¿Verdadero o falso?
5. Según el modelo presentado en este capítulo, ¿de qué depende el número de entradas y salidas de una industria?
6. Según el modelo de entrada presentado en este capítulo, ¿la curva de oferta a largo plazo de la industria es más inclinada o más horizontal cuanto mayor es el número de empresas?
7. Supongamos que parece que un taxista obtiene beneficios positivos a largo plazo una vez calculados cuidadosamente los costes de funcionamiento y trabajo. ¿Contradice este resultado el modelo competitivo? ¿Por qué sí o por qué no?

24. El monopolio

En los capítulos anteriores hemos examinado el comportamiento de una industria competitiva, que es la estructura de mercado más común cuando hay un gran número de pequeñas empresas. En éste examinaremos el extremo opuesto, es decir, la estructura de la industria en la que sólo hay *una* empresa: el **monopolio**.

Cuando en un mercado hay sólo una empresa, es muy improbable que ésta considere dado el precio. Se dará cuenta de que puede influir en él y elegirá el nivel de precios y de producción que maximice sus beneficios globales.

Por supuesto, no puede elegirlo de forma totalmente independiente, pues cualquiera que sea el precio, sólo podrá vender lo que absorba el mercado. Si elige un precio alto, sólo podrá vender una cantidad pequeña. Así pues, la elección del precio y de la cantidad por parte del monopolista está condicionada por la demanda de los consumidores.

Podemos imaginar que el monopolista elige el precio y deja que los consumidores decidan la cantidad que desean comprar a ese precio o que elige la cantidad y deja que los consumidores decidan el precio que pagarán por ella. El primer enfoque es probablemente más natural, pero el segundo resulta más cómodo desde el punto de vista analítico. Naturalmente, ambos son equivalentes cuando se utilizan correctamente.

24.1 La maximización de los beneficios

Comenzaremos estudiando el problema de maximización del beneficio del monopolista. Sea $p(y)$ la curva inversa de demanda del mercado; $c(y)$, la función de costes; y $i(y) = p(y)y$, la función de ingreso del monopolista. En ese caso, su problema de maximización del beneficio es:

$$\max_{y} \; i(y) - c(y).$$

La condición de optimalidad de este problema es sencilla: en la elección óptima del nivel de producción, el ingreso marginal debe ser igual al coste marginal, ya que, si fuera menor, a la empresa le convendría reducir la producción, puesto que el ahorro de costes contrarrestaría con creces la pérdida de ingreso. Si fuera mayor, a la empresa le compensaría aumentar la producción. El único punto en que ésta no tiene ningún incentivo para alterar el nivel de producción es aquel en el que el ingreso marginal es igual al coste marginal.

En términos algebraicos, la condición de optimización es

$$IM = CM$$

o

$$\frac{\Delta i}{\Delta y} = \frac{\Delta c}{\Delta y}.$$

La condición $IM = CM$ también debe cumplirse en la empresa competitiva; en ese caso, el ingreso marginal es igual al precio y, por lo tanto, la condición se reduce a la igualdad del precio y el coste marginal.

En el monopolio, el término del ingreso marginal se complica. Si el monopolista decide elevar su producción en Δy, esta medida produce dos efectos en los beneficios. En primer lugar, vende una mayor cantidad y obtiene de la venta un ingreso de $p\Delta y$. Pero, en segundo lugar, presiona a la baja sobre el precio en Δp con lo que percibe este precio más bajo por todas las unidades que vende.

Por lo tanto, el efecto total que produce en los ingresos el incremento de la producción en Δy es

$$\Delta i = p\Delta y + y\Delta p,$$

por lo que la variación del ingreso dividida por la variación de la producción —el ingreso marginal— es

$$\frac{\Delta i}{\Delta y} = p + \frac{\Delta p\, y}{\Delta y}.$$

Este resultado es igual al que obtuvimos en nuestro análisis del ingreso marginal del capítulo 15. Tal vez convenga que el lector lo repase antes de proseguir.

El problema de maximización del beneficio del monopolista también puede analizarse imaginando que éste elige su volumen de producción y precio simultáneamente, dándose cuenta, por supuesto, de la limitación que le impone la curva de demanda. Si desea vender una mayor cantidad, tiene que bajar el precio. Pero eso significa que percibirá un precio más bajo por todas las unidades que venda, y no sólo por las nuevas. De ahí el término $y\Delta p$.

En el caso competitivo, una empresa que pudiera cobrar un precio inferior al de las demás absorbería inmediatamente todo el mercado de sus competidoras. Pero en el caso monopolístico, el monopolio ya tiene todo el mercado por lo que, cuando baja el precio, ha de tener en cuenta la repercusión de esa medida en todas las unidades que venda.

De acuerdo con el análisis del capítulo 15, el ingreso marginal también puede expresarse en función de la elasticidad mediante la fórmula siguiente:

$$IM(y) = p(y)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(y)}\right]$$

y, por lo tanto, la condición de optimalidad según la cual "el ingreso marginal debe ser igual al coste marginal" se convierte en

$$p(y)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon(y)}\right] = CM(y). \qquad [24.1]$$

Dado que la elasticidad es, naturalmente, negativa, esta expresión también puede formularse de la manera siguiente:

$$p(y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(y)|}\right] = CM(y).$$

Es fácil ver qué relación guardan estas ecuaciones con el caso competitivo, en el que la empresa se enfrenta a una curva de demanda horizontal, es decir, a una curva de demanda infinitamente elástica. Eso significa que $1/|\varepsilon| = 1/\infty = 0$, por lo que, en el caso de la empresa competitiva, la versión correcta de esta ecuación establece simplemente que el precio es igual al coste marginal.

Obsérvese que un monopolista nunca elegirá el punto en el que la curva de demanda sea *inelástica*, pues si $|\varepsilon| < 1$, entonces $1/|\varepsilon| > 1$ y el ingreso marginal será negativo, y, en consecuencia, probablemente no podrá ser igual al coste marginal. Este hecho es evidente si se piensa en las consecuencias derivadas de una curva de demanda inelástica: si $|\varepsilon| < 1$, la reducción de la producción eleva el ingreso y debe reducir el coste total, por lo que necesariamente aumentan los beneficios. Por lo tanto, cualquier punto en el que $|\varepsilon| < 1$, no puede ser un beneficio máximo en el caso del monopolio, ya que éste podría obtener más produciendo menos. En consecuencia, el punto que genera unos beneficios máximos sólo puede ser aquel en el que $|\varepsilon| \geq 1$.

24.2 La curva lineal de demanda y el monopolio

Supongamos que el monopolista se enfrenta a una curva lineal de demanda:

$$p(y) = a - by.$$

En ese caso, la función de ingreso es

$$i(y) = p(y)y = ay - by^2,$$

y la función de ingreso marginal,

$$IM(y) = a - 2by.$$

Esta función se deduce de la fórmula expuesta al final del capítulo 15. Es fácil hallarla utilizando el cálculo diferencial. Si el lector no sabe hacerlo, puede memorizarla, ya que la utilizaremos en numerosas ocasiones.

Obsérvese que la curva de ingreso marginal tiene la misma ordenada en el origen, a, que la curva de demanda, pero es dos veces más inclinada. Por lo tanto, es fácil trazarla. Sabemos que la ordenada en el origen es *a.* Para hallar la abscisa en el origen, basta tomar la mitad de la abscisa en el origen de la curva de demanda y unir las dos coordenadas en el origen mediante una línea recta. La figura 24.1 muestra las curvas de demanda y de ingreso marginal.

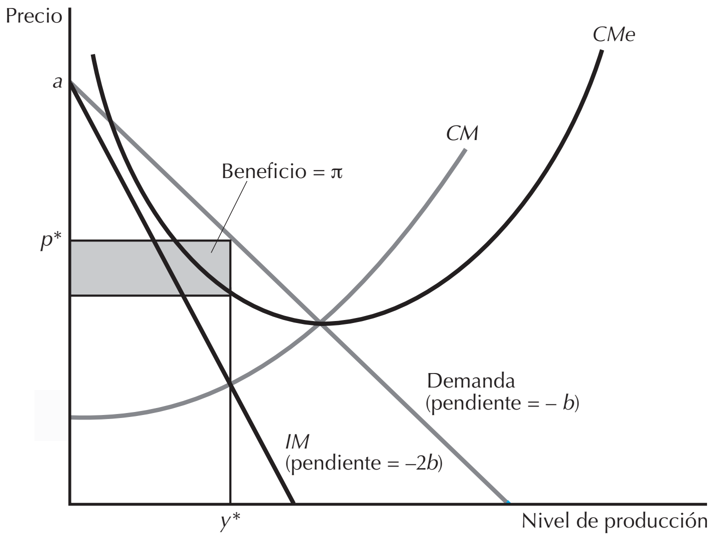


Figura 24.1. El monopolio con una curva de demanda lineal. El nivel de producción del monopolista que maximiza el beneficio se halla en el punto en el que el ingreso marginal es igual al coste marginal.

El nivel óptimo de producción, y^*, es aquel en el que la curva de ingreso marginal corta a la de coste marginal. El monopolista cobra el precio máximo que puede percibir en este nivel, $p(y^*)$, y obtiene un ingreso de $p(y^*)y^*$, del que, restando el coste total $c(y^*) = CMe(y^*)y^*$, se obtiene el área del beneficio representada en la figura.

24.3 La fijación del precio basada en un margen sobre los costes

La política de fijación óptima del precio del monopolista también puede expresarse mediante la fórmula de la elasticidad. Reordenando la ecuación [24.1], tenemos que

$$p(y) = \frac{CM(y)}{1 - 1/\,(\,\varepsilon(y)(}. \qquad [24.2]$$

Esta fórmula indica que el precio de mercado es un margen sobre el coste marginal; su cuantía depende de la elasticidad de la demanda y es

$$\frac{1}{1 - 1/\,(\,\varepsilon(y)(}.$$

Dado que el monopolista siempre actúa en un punto en el que la curva de demanda es elástica, estamos seguros de que le $(\,\varepsilon(> 1$ y, por lo tanto, de que el margen es mayor que 1.

Cuando la curva de demanda es de elasticidad constante, esta fórmula es muy sencilla, ya que $\varepsilon(y)$ es una constante. El monopolista que se enfrenta a una curva de demanda de elasticidad constante cobra un precio que es un margen *constante* sobre el coste marginal. La figura 24.2 muestra este caso. La curva $CM/(1 - 1/(\,\varepsilon(\,)$ es una fracción constante, mayor que la curva de coste marginal; el nivel óptimo de producción se encuentra en el punto en el que $p = CM/(1 - 1/(\,\varepsilon(\,)$.

Ejemplo: Influencia de los impuestos en el monopolista

Consideremos el caso de una empresa que tiene costes marginales constantes y preguntémonos qué ocurre con el precio que cobra cuando se establece un impuesto sobre la cantidad. Es evidente que los costes marginales aumentan en la cuantía del impuesto, pero, ¿qué ocurre con el precio de mercado?

Analicemos primero el caso de una curva lineal de demanda, como la que muestra la figura 24.3. Cuando la curva de coste marginal, *CM*, se desplaza hacia arriba en la cuantía del impuesto, $CM + t$, la intersección del ingreso marginal y el coste marginal se desplaza hacia la izquierda. Dado que la curva de demanda es la mitad de inclinada que la de ingreso marginal, el precio sube en la mitad de la cuantía del impuesto.

Es fácil entender el argumento en términos algebraicos. La condición de la igualdad del ingreso marginal y el coste marginal más el impuesto es

$$a - 2by = c + t.$$

Despejando y, tenemos que

$$y = \frac{a - c - t}{2b}.$$

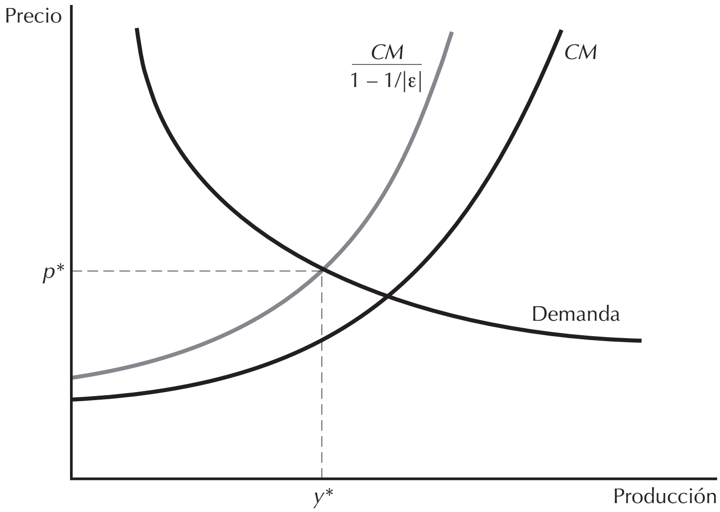


Figura 24.2. El monopolio con una demanda de elasticidad constante. Para hallar el nivel de producción maximizador del beneficio buscamos el punto en el que la curva $CM/(1 - 1/(\varepsilon( )$ intersecta la curva de demanda.

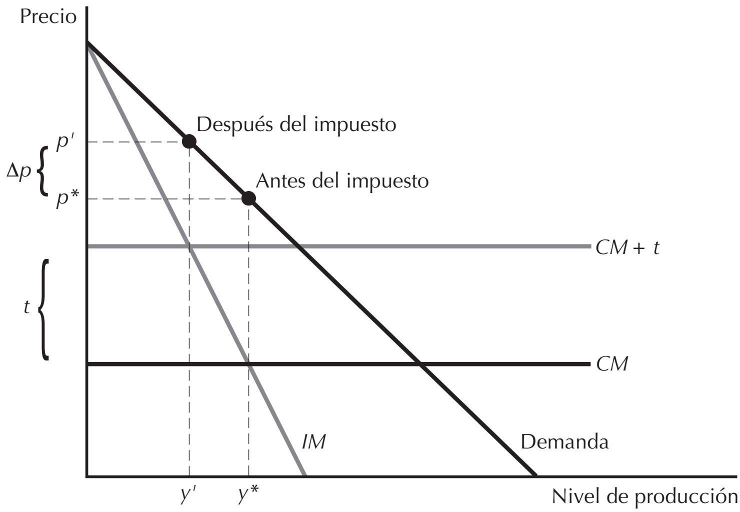


Figura 24.3. La demanda lineal y los impuestos. La figura muestra el caso en el que se grava con un impuesto a un monopolista que se enfrenta a una curva de demanda lineal. Obsérvese que el precio sube en la mitad del impuesto.

Por lo tanto, la variación de la producción es

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = -\frac{1}{2\mathrm{b}}.$$

La curva de demanda es

$$p(y) = a - by,$$

por lo que el precio varía en $-b$ multiplicado por la variación de la producción:

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = -b\left(-\frac{1}{2b}\right) = \frac{1}{2}.$$

En este cálculo se obtiene el resultado 1/2 debido a que suponemos que la curva de demanda es lineal y que los costes marginales son constantes. Estos supuestos implican en conjunto que el precio sube menos que el impuesto. ¿Es probable que sea así en general?

No: normalmente, un impuesto puede elevar el precio en una cuantía superior o inferior a su valor. Veamos el sencillo ejemplo de un monopolista que se enfrenta a una curva de demanda de elasticidad constante. En ese caso,

$$p = \frac{c + t}{1 - 1/|\varepsilon|},$$

por lo que

$$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{1 - 1/|\varepsilon|},$$

que es, por supuesto, mayor que 1. En este caso, el monopolista hace una traslación al consumidor de una cantidad *superior* a la del impuesto.

Veamos ahora qué ocurre con otro tipo de impuesto: el impuesto sobre los beneficios. En este caso, el monopolista tiene que pagar al estado una parte de sus beneficios. Por lo tanto, el problema de maximización al que se enfrenta es

$$\max_{y} (1 - \tau)[p(y)y - c(y)].$$

Pero el valor de y que maximiza los beneficios también maximiza $(1 - \tau)$ multiplicado por los beneficios. Por lo tanto, un impuesto puro sobre los beneficios no influye en el nivel de producción del monopolista.

24.4 Ineficiencia del monopolio

Las industrias competitivas actúan en el punto en el que el precio es igual al coste marginal y las industrias monopolísticas actúan en el punto en el que el precio es mayor que el coste marginal. Por lo tanto, en general, el precio es más alto y el volumen de producción menor en el caso monopolístico que en el competitivo. Por esta razón, los consumidores suelen disfrutar de un bienestar menor en las industrias monopolísticas que en las competitivas.

Pero, por la misma razón, la empresa disfruta de un bienestar mayor. Si nos fijamos tanto en la empresa como en el consumidor, no está claro si es "mejor" la competencia que el monopolio, por lo que parece preciso hacer un juicio de valor sobre el bienestar relativo de los consumidores y de los propietarios de las empresas. Sin embargo, veremos que el monopolio puede criticarse exclusivamente desde el punto de vista de la eficiencia.

Consideremos una situación monopolística como la que describe la figura 24.4 y supongamos que pudiéramos obligar a esta empresa, sin incurrir en ningún coste, a comportarse competitivamente y a considerar el precio de mercado como una variable exógena. En ese caso, el precio y la producción serían (p_c, y_c). En cambio, si la empresa se diera cuenta de que puede influir en el precio de mercado y eligiera el nivel de producción que maximizara sus beneficios, el precio y la producción serían (p_m, y_m).

Recuérdese que un sistema económico es eficiente en el sentido de Pareto si no es posible mejorar el bienestar de nadie sin empeorar el de alguien. ¿Es el nivel de producción del monopolio eficiente en el sentido de Pareto?

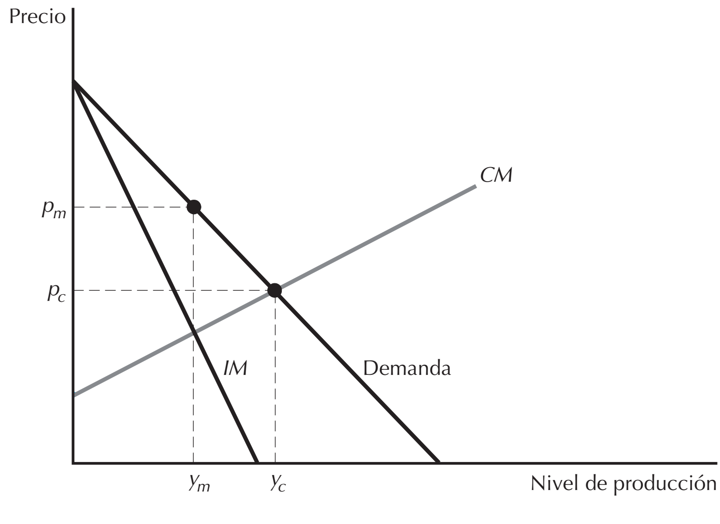


Figura 24.4. Ineficiencia del monopolio. Un monopolista produce una cantidad inferior a la competitiva y, por lo tanto, es ineficiente en el sentido de Pareto.

Recuérdese la definición de la curva inversa de demanda. $p(y)$ mide lo que los individuos están dispuestos a pagar en cada nivel de producción por una unidad adicional del bien. Dado que $p(y)$ es mayor que $CM(y)$ en todos los niveles de producción situados entre y_m e y_c existe toda una gama de niveles de producción en los que los individuos están dispuestos a pagar por una unidad más de lo que cuesta producirla. Es evidente que en este caso es posible encontrar una mejora en el sentido de Pareto.

Veamos, por ejemplo, qué ocurre en el nivel de producción del monopolio, y_m. Dado que $p(y_m) > CM(y_m)$, sabemos que hay alguna persona dispuesta a pagar por una unidad adicional de producción más de lo que cuesta producirla. Supongamos que la empresa produce esta unidad adicional y la vende a esta persona a un precio p al que $p(y_m) > p > CM(y_m)$. En ese caso, mejora el bienestar de este consumidor, ya que estaba dispuesto a pagar $p(y_m)$ por esa unidad de consumo y la ha conseguido por $p < p(y_m)$. Del mismo modo, al monopolista le ha costado $CM(y_m)$ producir esa unidad adicional y la ha vendido por $p > CM(y_m)$. Todas las demás unidades se venden al mismo precio que antes, por lo que no ha variado nada. Pero en la venta de la unidad adicional, cada una de las partes del mercado obtiene un excedente, es decir, disfruta de un mayor bienestar sin que empeore el de ninguna otra. Por lo tanto, hemos encontrado una mejora en el sentido de Pareto.

Merece la pena analizar la causa de esta ineficiencia. Un nivel de producción es eficiente cuando lo que se está dispuesto a pagar por una unidad adicional es igual al coste de producirla. La empresa competitiva realiza esta comparación, pero el monopolista también tiene en cuenta la influencia de un aumento de la producción en los ingresos que generan las unidades **inframarginales**, y estas unidades no tienen nada que ver con la eficiencia. El monopolista siempre estaría dispuesto a vender una unidad adicional a un precio más bajo que el actual si no tuviera que bajar el de todas las demás unidades inframarginales que está vendiendo actualmente.

24.5 La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el monopolio

Ahora que ya sabemos que el monopolio es ineficiente, podemos preguntarnos hasta qué punto lo es. ¿Es posible medir la pérdida total de eficiencia que provoca? Sabemos cómo se mide la pérdida que experimentan los consumidores cuando tienen que pagar p_m en lugar de p_c: basta calcular la variación del excedente de los consumidores. También sabemos cómo se miden los beneficios adicionales que obtiene la empresa cuando cobra p_m en lugar de p_c: basta calcular la variación del excedente del productor.

La manera más natural de unir estas dos cifras consiste en considerar simétricamente a la empresa —o, mejor dicho, a sus propietarios— y a los consumidores de su producto y sumar los beneficios de la primera y el excedente de los segundos. La variación de los beneficios de la empresa —es decir, la variación del excedente del productor— mide lo que los propietarios estarían dispuestos a pagar para percibir un precio más alto en condiciones monopolísticas, y la variación del excedente de los consumidores mide lo que tendrían que recibir éstos como compensación por la subida del precio. Por lo tanto, la diferencia entre estas dos cifras debe ser una medida razonable del beneficio o del coste neto del monopolio.

La figura 24.5 muestra las variaciones que experimenta el excedente del productor y el de los consumidores cuando se pasa del nivel de producción monopolístico al competitivo. El excedente del monopolista disminuye en *A*, debido a que cobra un precio más bajo por las unidades que ya vendía, y aumenta en *C*, debido a los beneficios que reportan las unidades adicionales que vende ahora.

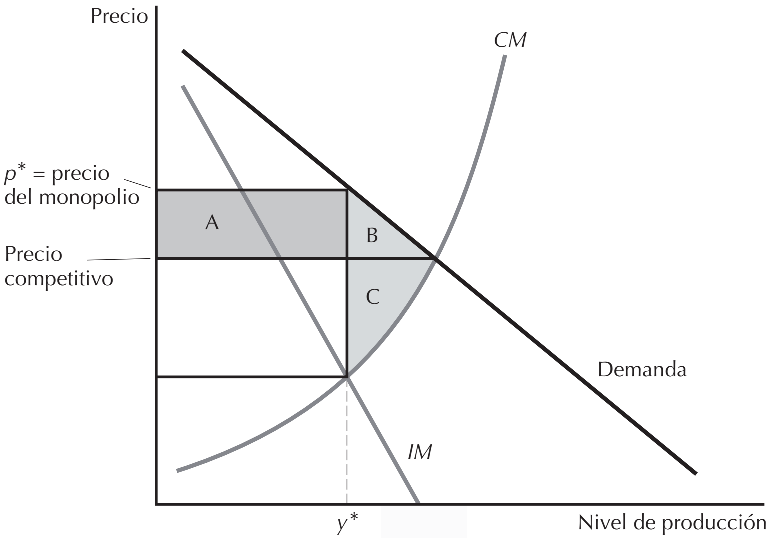


Figura 24.5. La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el monopolio. La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el monopolio es el área *B* + *C*.

El excedente de los consumidores aumenta en *A*, ya que ahora éstos obtienen a un precio más bajo todas las unidades que compraban antes, y aumenta en *B*, ya que obtienen un excedente por las unidades adicionales que están vendiéndose. El área *A* es una transferencia del monopolista al consumidor: mejora el bienestar de una de las partes del mercado y empeora el de la otra, pero el excedente total no varía. El área *B* + *C* representa, de hecho, un verdadero aumento del excedente: mide el valor que conceden los consumidores y los productores a las unidades adicionales que se producen.

El área $B + C$ se conoce con el nombre de **pérdida irrecuperable de eficiencia** provocada por el monopolio y muestra cuánto empeora el bienestar de los consumidores cuando pagan el precio de monopolio en lugar del competitivo. La pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por el monopolio, al igual que la pérdida irrecuperable de eficiencia provocada por los impuestos, mide el valor de la producción perdida valorando cada unidad perdida al precio al que los consumidores están dispuestos a pagarla.

Para ver que la pérdida irrecuperable de eficiencia mide el valor de la producción perdida, basta partir del punto de monopolio y suponer que se ofrece una unidad adicional de producción. El valor de esa unidad marginal es el precio de mercado, es decir, lo que el consumidor está dispuesto a pagar por ella. El coste de producirla es el coste marginal. Por lo tanto, el "valor social" de una unidad adicional no es más que el precio menos el coste marginal. Consideremos ahora el valor de la siguiente unidad de producción; en este caso, su valor social también es la diferencia entre el precio y el coste marginal correspondiente a ese nivel de producción; y así sucesivamente. Conforme pasamos del nivel monopolístico de producción al competitivo, "sumamos" las distancias entre la curva de demanda y la curva de coste marginal para obtener el valor de la producción perdida a consecuencia de la conducta monopolística. El área total situada entre las dos curvas es la pérdida irrecuperable de eficiencia.

Ejemplo: La vida óptima de una patente

Las **patentes** conceden a los inventores el derecho exclusivo de beneficiarse de sus inventos durante un determinado periodo de tiempo. Por lo tanto, conceden una especie de monopolio limitado. Su objetivo es fomentar la innovación. Si no existieran, sería improbable que los individuos y las empresas estuvieran dispuestos a invertir en investigación y desarrollo, ya que los descubrimientos que hicieran serían imitados por los competidores.

En Estados Unidos, las patentes tienen un periodo de vigencia de 17 años, durante el cual sus propietarios tienen el monopolio del invento; una vez que expiran, todo el mundo puede utilizar la tecnología descrita por ellas. Cuanto mayor es el periodo de vigencia de una patente, más ganancias obtiene el inventor y, por lo tanto, mayores son sus incentivos para invertir en investigación y desarrollo. Sin embargo, cuanto más se permite que dure el monopolio, mayor es la pérdida irrecuperable de eficiencia que genera. La ventaja de un largo periodo de vigencia radica en que fomenta la innovación; el coste reside en que fomenta el monopolio. Por lo tanto, la vida "óptima" de una patente es el periodo que equilibra estos dos efectos contrapuestos.

William Nordhaus, profesor de la Yale University, ha estudiado la cuestión de la duración óptima de las patentes.[1] Según este autor, el problema es muy complejo y encierra muchas relaciones desconocidas. No obstante, realizando algunos sencillos

[1] William Nordhaus, *Invention, Growth, and Welfare*, Cambridge, Mass., M.I.T. Press, 1969.

cálculos es posible saber si el periodo actual de vigencia de las patentes está o no en desacuerdo con los beneficios y los costes estimados que hemos descrito.

En todos los inventos normales examinados por Nordhaus, el sistema de patentes de 17 años era eficiente aproximadamente en un 90 por ciento, lo que significa que permitía obtener un 90 por ciento del excedente máximo de los consumidores. A juzgar por estas cifras, no parece que haya una razón contundente para introducir grandes cambios en el sistema norteamericano actual de patentes.

Ejemplo: Las marañas de patentes

La protección de la propiedad intelectual que ofrecen las patentes da incentivos para innovar, pero puede hacerse un uso abusivo de este derecho. Algunos observadores han afirmado que la extensión de los derechos de propiedad intelectual a procesos empresariales, programas informáticos y otros ámbitos ha dado como resultado la reducción de la calidad de las patentes.

Podríamos imaginar que las patentes tienen tres dimensiones: largo, ancho y alto. El "largo" es el tiempo que dura la protección de una patente. El "ancho" es el sentido —amplio o estricto— en que se interpreta el contenido de la patente. El "alto" es el criterio con que se decide si una patente constituye o no realmente una idea nueva. Desgraciadamente, la única dimensión que es fácil cuantificar es el largo. Los demás aspectos de la calidad de una patente, la amplitud y la novedad, pueden ser bastante subjetivos.

Como en los últimos años adquirir patentes se ha convertido en algo tan fácil, muchas empresas han invertido en la adquisición de carteras de patentes de casi todos los aspectos de su actividad. Cualquier empresa que quiera entrar en un negocio y competir con otra que ya esté y posea una amplia variedad de patentes puede quedar enredada en una **maraña de patentes**.

Incluso las empresas que ya están bien establecidas consideran importante invertir en la adquisición de una cartera de patentes. En 2004, Microsoft pagó 440 millones de dólares a InterTrust Technology para hacerse con la licencia de una cartera de patentes relacionadas con la seguridad informática y firmó un pacto de 10 años con Sun Microsystems pro el que pagó 900 millones de dólares para resolver cuestiones relacionadas con patentes. Durante el periodo 2003-2004, se concedieron a Microsoft más de 1.000 patentes.

¿Por qué este énfasis en las carteras de patentes? Para las grandes compañías como Microsoft, su valor principal radica en que pueden utilizarse como baza en las negociaciones sobre acuerdos de licencias cruzadas.

Las marañas de patentes que establece cada empresa funcionan como los misiles nucleares que tenían Estados Unidos y la Unión Soviética durante la guerra fría.

Cada uno tenía suficientes misiles apuntando hacia el otro como para conseguir una "destrucción mutuamente asegurada" en caso de que el otro atacara. Por lo tanto, ninguno de los dos podía arriesgarse a atacar.

Lo mismo ocurre con las marañas de patentes. Si IBM intentara demandar a HP por violar una patente, HP echaría mano de su propia colección de patentes y demandaría a su vez a IBM por violar la patente de alguna otra tecnología. Incluso las empresas que no tienen especial interés en patentar algunos aspectos de su negocio se ven obligadas a hacerlo con el fin de adquirir la munición necesaria para defenderse de otras demandas.

La opción de la "bomba nuclear" en las marañas de patentes es un "mandamiento judicial preliminar". En algunas circunstancias, un juez puede obligar a una empresa a dejar de vender un artículo que puede estar violando la patente de alguna otra. Eso puede tener un coste excesivo. En 1986, Kodak tuvo que cerrar totalmente su negocio de fotografía instantánea debido a un mandamiento judicial. Finalmente, hubo de afrontar un juicio por violación de patente que le costó 1.000 millones de dólares.

Un mandamiento judicial para detener la producción puede ser una enorme amenaza, pero es inútil cuando se utiliza contra empresas que no producen nada. Por ejemplo, InterTrust no vendía ningún producto: todos sus ingresos procedían de la concesión de licencias para utilizar sus patentes. Por lo tanto, podía amenazar con demandar a otras empresas por violación de patente sin temer que la demandaran a su vez a ella.

Ejemplo: Gestionar la oferta de patatas

Todo el mundo conoce la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP), el cártel internacional del petróleo que intenta influir en el precio del petróleo fijando una cuota de producción. Normalmente, en Estados Unidos y Europa es ilegal que las empresas se pongan de acuerdo en reducir sus niveles de producción para presionar los precios al alza, pero hay algunos sectores que están exentos de esta legislación antimonopolio.

Un ejemplo notable son los agricultores. La Capper-Volstead Act de 1922 exime específicamente a los agricultores de la legislación antimonopolio. El resultado ha sido la creación de una serie de "juntas de comercialización de productos agrícolas" que intentan regular voluntariamente la oferta de productos agrícolas.

Por ejemplo, los cultivadores de patatas de la United Potato Growers of America, que se creó en marzo de 2005, representan más del 60 por ciento del número total de hectáreas que se dedican al cultivo de la patata en Estados Unidos. En 2005, esta organización exigió a sus miembros que redujeran la producción de patatas en 6,8 millones de sacos, cada uno de los cuales pesa alrededor de 45 kilos. Según el *Wall Street Journal*, esa cifra equivale a alrededor de 1.300 millones de pedidos de patatas fritas.[2]

24.6 El monopolio natural

Ya hemos visto antes que el nivel de producción de una industria eficiente en el sentido de Pareto es aquel en el que el precio es igual al coste marginal. El monopolista produce en el punto en el que el ingreso marginal es igual al coste marginal y, por lo tanto, produce demasiado poco. Tal vez parezca que regular los monopolios para eliminar la ineficiencia es bastante fácil: lo único que tendríamos que hacer sería fijar un precio igual al coste marginal, y la maximización del beneficio haría el resto. Desgraciadamente, este argumento no tiene en cuenta un importante aspecto del problema: puede que a ese precio el monopolista obtenga unos beneficios negativos.

La figura 24.6 muestra un ejemplo. El punto mínimo de la curva de coste medio se encuentra a la derecha de la curva de demanda, y la intersección de la demanda y el coste marginal se halla por debajo de la curva de coste medio. Aun cuando el nivel de producción y_{CM} sea eficiente, no es rentable. Por lo tanto, si el regulador fija este nivel de producción, el monopolista preferirá cerrar.

Este tipo de situación surge frecuentemente en los servicios públicos. Piénsese, por ejemplo, en una compañía de gas. Su tecnología comporta unos costes fijos muy elevados (la creación y el mantenimiento de las conducciones), y el suministro de unidades adicionales de gas, un coste marginal muy pequeño (una vez que se construyen las conducciones, cuesta muy poco transportar más gas por ellas). Otro ejemplo es una compañía telefónica: los costes fijos de la instalación de las líneas y de las centrales son muy altos, mientras que los costes marginales de una unidad adicional de servicios telefónicos son muy bajos. Cuando una empresa tiene unos costes fijos grandes y unos costes marginales pequeños, puede constituir un **monopolio natural**, como el descrito en la figura 24.6.

Si no es conveniente permitir que un monopolio natural fije un precio monopolístico, debido a que es ineficiente en el sentido de Pareto y también es inviable obligarle a producir al precio competitivo debido a que en ese caso obtendría unos beneficios negativos, ¿qué se puede hacer? La mayoría de los monopolios naturales son regulados o gestionados por el estado. Cada país ha adoptado métodos diferentes.

En unos, los servicios telefónicos son suministrados por el estado y, en otros, son suministrados por empresas privadas reguladas por el estado. Ambos enfoques tienen ventajas e inconvenientes.

[2] Timothy W. Martin, "This Spud's Not for You", *Wall Street Journal*, 26 de septiembre de 2009.

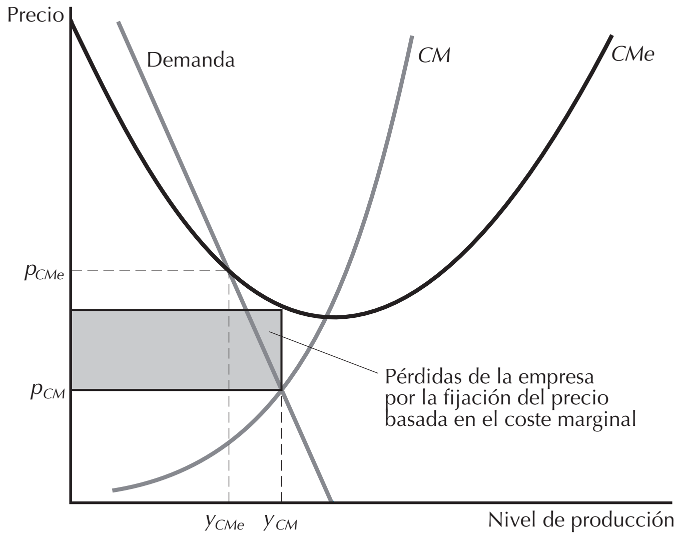


Figura 24.6. El monopolio natural. Si un monopolio natural produce en el nivel en el que el precio es igual al coste marginal, produce una cantidad eficiente, y_{CM}, pero no puede cubrir sus costes. Si debe producir en el nivel en el que el precio es igual al coste medio, y_{CMe}, cubre sus costes, pero produce demasiado poco en relación con lo que sería eficiente.

Consideremos, por ejemplo, el caso de la regulación estatal de un monopolio natural. Para que la empresa regulada no requiera ninguna subvención, debe obtener unos beneficios no negativos, lo que significa que debe producir en la curva de coste medio o por encima de ella. Para que suministre servicios a todo el que esté dispuesto a pagarlos, también debe situarse en la curva de demanda. Por lo tanto, la posición natural de una empresa regulada es un punto como el (p_{CMe}, y_{CMe}) de la figura 24.6. En este punto la empresa vende su producto al coste medio de producción, por lo que cubre sus costes, pero produce demasiado poco en comparación con lo que sería eficiente.

Esta solución suele adoptarse como óptimo subsidiario de fijación de los precios. Las autoridades reguladoras fijan los precios que puede cobrar la empresa de servicios públicos. Idealmente, se supone que éstos son los precios con los que la empresa ni gana ni pierde, es decir, se supone que produce en un punto en el que el precio es igual a los costes medios.

El problema de los reguladores es averiguar los verdaderos costes de producción. Normalmente, existe una comisión encargada de investigar los costes del monopolio con el fin de averiguar el verdadero coste medio y fijar un precio que lo cubra (naturalmente, uno de estos costes es el pago que tiene que efectuar la empresa a sus accionistas y a otros acreedores a cambio del dinero que le han prestado).

En Estados Unidos, estas comisiones reguladoras son de ámbito estatal o local; así suele suceder en el caso de la electricidad, el gas natural y el teléfono. Otros monopolios naturales, como la televisión por cable, suelen estar regulados por comisiones de ámbito local.

La otra solución que se adopta para resolver el problema del monopolio natural es la gestión estatal. En este caso, el remedio ideal consiste en fijar un precio igual al coste marginal y subvencionar la empresa para que continúe funcionando. Esto es lo que suele hacerse en el caso de los sistemas locales de transporte, como los autobuses y el metro. Las subvenciones fijas pueden no deberse *per se* a un funcionamiento ineficiente, sino simplemente a los grandes costes fijos de los servicios públicos.

En ese caso, las subvenciones pueden ser, una vez más, ineficientes. El problema de la gestión pública de los monopolios radica en que es casi tan difícil medir sus costes como medir los de los servicios públicos regulados. Las comisiones reguladoras suelen obligar a las empresas de servicios públicos a justificar detalladamente los datos sobre los costes, mientras que la burocracia estatal interna puede escapar a un escrutinio tan intenso como ése. Es posible que sea más difícil pedir cuentas a quienes gestionan esos monopolios del estado que a los directivos de los monopolios regulados.

24.7 ¿Cuáles son las causas de los monopolios?

Si existen datos sobre los costes y la demanda, ¿podemos saber cuándo una industria será competitiva y cuándo un monopolio? La respuesta depende, en general, de la relación que exista entre la curva de coste medio y la curva de demanda. El factor crucial es la magnitud de la **escala mínima eficiente (EME)**, que es el volumen de producción que minimiza el coste medio, en relación con el nivel de demanda.

Consideremos la figura 24.7 que muestra la curva de coste medio y las curvas de demanda de mercado de dos bienes. En el primer mercado puede haber muchas empresas; cada una cobra un precio cercano a p^* y cada una actúa en una escala relativamente pequeña. En el segundo, sólo puede obtener beneficios positivos una empresa. En consecuencia, es de esperar que el primer mercado actúe de un modo competitivo y el segundo de un modo monopolístico.

Por lo tanto, la forma de la curva de coste medio, que depende, a su vez, de la tecnología subyacente, determina en buena medida el carácter competitivo o monopolístico. Si la escala mínima eficiente de producción —que es el nivel de producción que minimiza los costes medios— es pequeña en relación con las dimensiones del mercado, es de esperar que prevalezcan las condiciones competitivas.

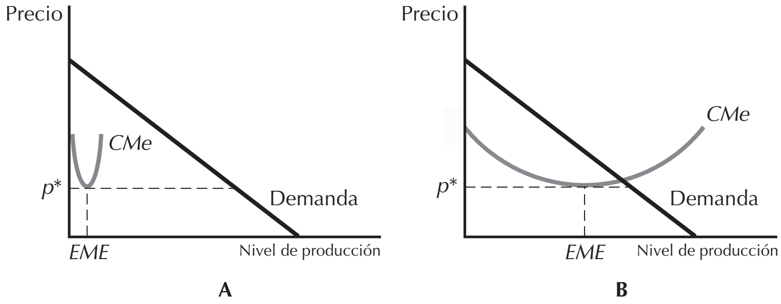


Figura 24.7. La demanda en relación con la escala mínima eficiente. (A) Si la demanda es grande en relación con la escala mínima eficiente, es probable que el mercado sea competitivo. (B) Si es pequeña, es probable que sea monopolístico.

Obsérvese que esta afirmación es *relativa*: lo que cuenta es la escala en relación con las dimensiones del mercado. No es posible alterar la escala mínima eficiente, ya que ésta depende de la tecnología; pero sí es posible alterar las dimensiones del mercado mediante la política económica. Si un país elige una política de comercio exterior sin restricciones, de tal manera que las empresas nacionales tienen que hacer frente a la competencia extranjera, éstas tienen menos capacidad para influir en los precios. En cambio, si un país adopta una política exterior restrictiva, es más probable que arraiguen prácticas monopolísticas.

Si surgen monopolios debido a que la escala mínima eficiente es grande en relación con las dimensiones del mercado y éste no puede expandirse, la industria es un campo propicio a la regulación o a otros tipos de intervención del estado. Naturalmente, la regulación y la intervención también son costosas. Las comisiones reguladoras cuestan dinero y los esfuerzos de la empresa por satisfacerlas pueden ser bastante caros. Desde el punto de vista de la sociedad, la cuestión estriba en determinar si los costes irrecuperables de eficiencia del monopolio son superiores a los costes de la regulación.

También puede surgir un monopolio si algunas empresas de la industria se ponen de acuerdo y restringen la producción para elevar los precios y aumentar así los beneficios. Cuando las empresas pactan e intentan reducir la producción y elevar el precio, decimos que crean un **cártel**.

En Estados Unidos, los cárteles son ilegales. La División Antimonopolio del Departamento de Justicia y la Oficina de Defensa de la Competencia de la Comisión Federal de Comercio se encargan de buscar pruebas que demuestren que ciertas empresas no se comportan competitivamente. Si el gobierno puede demostrar que un grupo de empresas ha intentado limitar la producción o ha realizado otras prácticas que no son competitivas, éstas pueden ser sancionadas con cuantiosas multas.

Por otra parte, una industria puede estar formada por una única empresa dominante debido a avatares puramente históricos. Si una empresa es la primera en entrar en un mercado, puede disfrutar de una posición ventajosa, desde el punto de vista de los costes, para disuadir a otras de entrar en la industria. Supongamos, por ejemplo, que los costes de "equipamiento" para entrar son muy altos. En ese caso, la que ya está en la industria puede convencer en determinadas circunstancias a las que desean entrar de que reducirá extraordinariamente los precios si intentan hacerlo. Impidiendo la entrada de esa manera, puede acabar dominando el mercado. En el capítulo 28 estudiaremos un ejemplo de fijación de los precios encaminada a impedir la entrada.

Ejemplo: Un diamante es para siempre

El cártel de diamantes De Beers fue formado en 1930 por Sir Ernest Oppenheimer, que tenía una explotación minera en Sudáfrica. Desde entonces se ha convertido en uno de los cárteles del mundo que han tenido más éxito. De Beers representa más del 80 por ciento de la producción anual mundial de diamantes y ha conseguido mantener su cuasimonopolio durante varias décadas. A lo largo de los años, ha desarrollado varios mecanismos para conservar el control del mercado de diamantes.

En primer lugar, tiene unas existencias considerables de diamantes de todo tipo. Si un productor intenta vender fuera del cártel, De Beers puede inundar inmediatamente el mercado de ese mismo tipo de diamantes y expulsarlo así del cártel. En segundo lugar, las cuotas de los grandes productores se basan en la *proporción* de las ventas totales. Cuando el mercado es débil, la cuota de producción de todo el mundo se reduce proporcionalmente, aumentando automáticamente la escasez y elevando los precios.

En tercer lugar, De Beers participa tanto en la extracción de diamantes como en su distribución al por mayor. En el mercado al por mayor, los diamantes se venden a los cortadores en cajas de diamantes de diferentes tipos: los compradores adquieren toda la caja o nada, es decir, no pueden elegir las piedras. Si el mercado de diamantes de un determinado tamaño es débil, De Beers puede reducir el número de diamantes de ese tipo que hay en las cajas, haciendo así que sean más escasos.

Por último, De Beers puede influir en el sentido de la demanda final de diamantes por medio de los 110 millones de dólares que gasta anualmente en publicidad. Una vez más, esta publicidad puede ajustarse para fomentar la demanda de los tipos y tamaños de diamantes cuya oferta es relativamente escasa.[3]

[3] Para una breve descripción del mercado de diamantes, véase "The cartel lives to face another threat", *The Economist*, 10 de enero de 1987, págs. 58-60. Para una descripción más detallada, véase Edward J. Epstein, *Cartel*, Nueva York, Putnam, 1978.

Ejemplo: Las bandas de subasteros

Adam Smith dijo en una ocasión: "La gente del mismo gremio raramente se reúne, ni siquiera para divertirse, pero cuando lo hace la conversación siempre termina en una conspiración en contra de la gente o en algún acuerdo para subir los precios". La existencia de subasteros que pactan para comprar en las subastas a precios bajos es un ejemplo ilustrativo de la observación de Smith. En 1988 el Departamento de Justicia de Estados Unidos acusó a 12 anticuarios de Filadelfia de infringir la legislación antimonopolio.[4]

Se les acusó de formar bandas de subasteros para participar en las subastas de muebles antiguos. Los miembros de una banda asignaban a uno de ellos la tarea de pujar por determinados artículos. Si este postor conseguía adquirir el artículo, los anticuarios participantes realizaban entonces entre ellos una subasta privada, en la que los miembros de la banda pujaban entre ellos por el artículo. Esta práctica les permitía adquirir los artículos a unos precios mucho más bajos que si pujaran por separado; en muchos casos, los precios de estas subastas eran entre el 50 y el 100 por ciento más altos que los precios pagados a los propietarios de los bienes.

La decisión del Departamento de Justicia sorprendió a los anticuarios; éstos consideraban que la formación de bandas era una práctica habitual en su sector y no creían que fuera ilegal. Pensaban que las bandas eran una forma tradicional de cooperación entre ellos; recibir una invitación para sumarse a una banda se consideraba un "sello de distinción". Según un anticuario, "el día que me permitieron entrar en la banda fue un día excepcional. Si no estabas en una de ellas, no tenías una gran consideración como anticuario". Los anticuarios eran tan ingenuos que llevaban minuciosamente la cuenta de las cantidades pagadas en sus subastas privadas, lo que más tarde se utilizaría en el juicio en contra de ellos.

El Departamento de Justicia sostenía que "si la razón por la que se unen es para mantener bajo el precio [percibido por el vendedor], eso es ilegal". La opinión del Departamento de Justicia prevaleció sobre la de los anticuarios: 11 de los 12 anticuarios se declararon culpables y resolvieron la cuestión con multas que oscilaban entre 1.000 y 50.000 dólares y la libertad condicional. El único anticuario sometido a juicio fue declarado culpable y condenado a 30 días de arresto domiciliario y a pagar una multa de 30.000 dólares.

[4] Véase Meg Cox, "At Many Auctions, Illegal Bidding Thrives As a Longtime Practice Among Dealers", *Wall Street Journal*, 19 de febrero, 1988.

Ejemplo: La fijación colusiva de precios en los mercados de memoria de ordenador

Los chips DRAM son chips de "memoria de acceso aleatorio dinámico" que llevan los ordenadores. Son un producto muy poco diferenciado y su mercado (normalmente) es muy competitivo. Sin embargo, se acusa a algunos productores de DRAM de conspirar para fijar los precios y cobrar a los fabricantes de ordenadores un precio más alto que el que cobrarían en condiciones puramente competitivas. Esta conspiración ha afectado aparentemente a Apple, Compaq, Dell, Gateway, HP e IBM.

El Departamento de Justicia de Estados Unidos comenzó a investigar estas acusaciones en 2002. En septiembre de 2004, Infineon, fabricante alemán de DRAM, se declaró culpable de las acusaciones de fijación colusiva de precios y aceptó pagar una multa por importe de 160 millones de dólares. Ésta es la tercera mayor sanción penal que ha impuesto hasta ahora la división antimonopolio del Departamento de Justicia.

Según los documentos procesales, Infineon fue acusada de "participar en reuniones, conversaciones y comunicaciones con competidores para decidir los precios a los que se iba a vender la DRAM a ciertos clientes; de acordar los precios a los que se iba a vender la DRAM a ciertos clientes; de intercambiar información sobre las ventas de DRAM a ciertos clientes con el fin de controlar e imponer los precios acordados".

Posteriormente, cuatro ejecutivos de Infineon fueron condenados a penas de cárcel y tuvieron que pagar cuantiosas multas. La investigación aún no ha concluido y se espera que se formulen otras acusaciones. Las autoridades antimonopolio se toman muy en serio la fijación colusiva de los precios y las consecuencias para las empresas y los individuos que se dedican a esas actividades pueden ser graves.

Resumen

1. Cuando sólo hay una empresa en la industria, decimos que es un monopolio.
2. El monopolista actúa en un punto en el que el ingreso marginal es igual al coste marginal. Por lo tanto, cobra un precio que es un margen sobre el coste marginal, cuya magnitud depende de la elasticidad de la demanda.
3. Dado que el monopolista cobra un precio superior al coste marginal, produce una cantidad ineficiente. El grado de ineficiencia se calcula mediante la pérdida irrecuperable de eficiencia, que es la pérdida neta de los excedentes de los consumidores y del productor.
4. Existe un monopolio natural cuando una empresa no puede producir en el nivel eficiente sin perder dinero. Muchos servicios públicos son monopolios naturales y, por lo tanto, están regulados por el Estado.

5. El hecho de que una industria sea competitiva o monopolística depende, en parte, del carácter de la tecnología. Si la escala mínima eficiente es grande en relación con la demanda, es probable que el mercado esté monopolizado. Pero si es pequeña, pueden entrar muchas empresas en la industria, por lo que es de esperar que el mercado tenga una estructura competitiva.

Problemas

1. Se dice que la curva de demanda de mercado de la heroína es muy inelástica y que su oferta está monopolizada por la mafia, que suponemos que es maximizadora del beneficio. ¿Son compatibles estas dos opiniones?
2. El monopolista se enfrenta a la curva de demanda $D(p) = 100 - 2p$. Su función de costes es $c(y) = 2y$. ¿Cuál es su nivel óptimo de producción y de precios?
3. El monopolista se enfrenta a la curva de demanda $D(p) = 10p^{-3}$. Su función de costes es $c(y) = 2y$. ¿Cuál es su nivel óptimo de producción y de precios?
4. Si $D(p) = 100/p$ y $c(y) = y^2$, ¿cuál es el nivel óptimo de producción del monopolista? (Cuidado).
5. Un monopolista está produciendo en un nivel en el que $|\varepsilon| = 3$. El Gobierno establece un impuesto sobre la cantidad de 6 céntimos por unidad de producción. Si la curva de demanda a la que se enfrenta el monopolista es lineal, ¿cuánto debe elevar el precio?
6. ¿Cuánto debe subir el precio en el problema anterior si la curva de demanda a la que se enfrenta el monopolista es de elasticidad constante?
7. Si la curva de demanda a la que se enfrenta el monopolista tiene una elasticidad constante de 2, ¿cuál debe ser el margen sobre el coste marginal?
8. El Gobierno está estudiando la posibilidad de subvencionar los costes marginales del monopolista del problema anterior. ¿Qué cuantía debe tener la subvención si quiere que el monopolista produzca la cantidad socialmente óptima?
9. Demostremos en términos matemáticos que el monopolista siempre fija un precio superior al coste marginal.
10. "Si se grava a un monopolista con un impuesto sobre la cantidad, la subida del precio de mercado siempre será mayor que el impuesto". ¿Verdadero o falso?
11. ¿Qué problemas tiene que resolver un organismo regulador que intente obligar a un monopolista a cobrar el precio perfectamente competitivo?
12. ¿Qué tipos de condiciones económicas y tecnológicas son propicias para la formación de monopolios?

Apéndice

Supongamos que la función de ingresos es $i(y) = p(y)y$. En ese caso, el problema de maximización del beneficio del monopolista es

$$\max\, i(y) - c(y).$$

La condición de primer orden de este problema es, simplemente,

$$i'(y) - c'(y) = 0,$$

lo que implica que el ingreso marginal debe ser igual al coste marginal en la elección óptima de producción.

Derivando la definición de la función de ingresos, tenemos que $i'(y) = p(y) + p'(y)y$, e introduciendo esta expresión en la condición de primer orden del monopolista obtenemos la forma alternativa

$$p(y) + p'(y)y = c'(y).$$

La condición de segundo orden del problema de maximización del beneficio del monopolista es

$$i''(y) - c''(y) \leq 0,$$

lo que implica que

$$c''(y) \geq i''(y),$$

es decir, que la pendiente de la curva de coste marginal es superior a la pendiente de la curva de ingreso marginal.

25. La conducta del monopolio

En un mercado competitivo, normalmente hay varias empresas que venden un producto idéntico. Cualquier intento de una de ellas de venderlo a un precio superior al de mercado lleva a los consumidores a abandonar la empresa cara en favor de sus competidoras. En un mercado monopolizado, sólo hay una empresa que venda un producto. Cuando un monopolista eleva su precio pierde algunos clientes, pero no todos.

En realidad, la mayoría de las industrias se encuentran en algún punto situado entre estos dos extremos. Si una estación de servicio de una pequeña ciudad sube el precio al que vende la gasolina y pierde la mayoría de sus clientes, es razonable pensar que esta empresa debe comportarse como una empresa competitiva. Si un restaurante de esa misma ciudad sube su precio y sólo pierde algunos clientes, es razonable pensar que goza de un cierto poder de monopolio.

La empresa que goza de un cierto poder de monopolio tiene más opciones que las que se encuentran en una industria perfectamente competitiva. Por ejemplo, puede utilizar estrategias de fijación de los precios y comercialización más complejas que las empresas de las industrias perfectamente competitivas o puede tratar de diferenciar su producto de los que venden sus competidoras, con el fin de tener un poder de mercado aún mayor. En este capítulo, veremos cómo pueden aumentar las empresas su poder de mercado y explotarlo.

25.1 La discriminación de precios

Ya hemos señalado antes que un monopolio es ineficiente porque restringe la producción hasta un punto en el que los consumidores están dispuestos a pagar por una unidad adicional más de lo que cuesta producirla. El monopolista no desea producir esa unidad *adicional*, ya que le obligaría a bajar el precio que podría cobrar por todas las demás.

Pero si el monopolista pudiera vender las diferentes unidades de producción a diferentes precios, la cosa sería distinta. La venta de diferentes unidades a precios distintos se denomina **discriminación de precios.** Los economistas distinguen, por lo general, tres tipos:

Discriminación de precios de primer grado: el monopolista vende las diferentes unidades de producción a precios distintos que *además* pueden diferir según qué persona sea el comprador. Este caso se denomina a veces **discriminación de precios perfecta.**

Discriminación de precios de segundo grado: el monopolista vende las diferentes unidades de producción a precios distintos, pero todas las personas que compran la misma cantidad del bien pagan el mismo precio. Por lo tanto, cada unidad del bien tiene un precio distinto, pero los consumidores pagan el mismo. El ejemplo más frecuente es el de los descuentos por la compra de grandes cantidades.

Discriminación de precios de tercer grado: el monopolista vende la producción a cada persona a precios diferentes, pero ésta paga el mismo precio por todas las unidades que adquiere. Éste es el tipo más frecuente de discriminación de precios. Ejemplos son los descuentos a los pensionistas, a los estudiantes, etc.

Examinemos cada uno de estos casos.

25.2 La discriminación de precios de primer grado

Cuando hay **discriminación de precios de primer grado o discriminación de precios perfecta,** cada una de las unidades del bien se vende a la persona que más la valore, al precio máximo que esté dispuesta a pagar por ella.

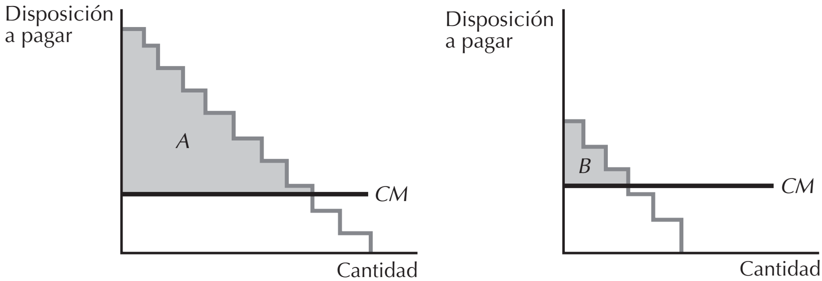


Figura 25.1. La discriminación de precios de primer grado. He aquí las curvas de demanda de un bien por parte de dos consumidores junto con la curva de coste marginal constante. El productor vende cada unidad del bien al precio máximo que puede cobrar, lo que genera el máximo beneficio posible.

Consideremos la figura 25.1, que representa las curvas de demanda de un bien por parte de dos consumidores. Imaginemos un modelo de demanda basado en precios de reserva, en el que los individuos eligen cantidades enteras de los bienes, de forma que cada peldaño de la curva de demanda representa un cambio de la disposición a pagar por las unidades adicionales del bien. También hemos representado en la figura las curvas de coste marginal (constante) del bien.

Un productor que pueda practicar una discriminación de precios perfecta venderá cada una de las unidades del bien al máximo precio que pueda cobrar, es decir, al precio de reserva de cada consumidor. Como cada unidad se vende al precio de reserva de esa unidad, en este mercado no hay ningún excedente de los consumidores. Todo el excedente va a parar al productor. En la figura 25.1, las áreas sombreadas indican el *excedente del productor* que obtiene el monopolista. En un mercado competitivo, esas áreas representarían el *excedente de los consumidores*, pero cuando existe discriminación de precios perfecta, el monopolista se apropia de este excedente.

Como el productor obtiene todo el excedente, quiere asegurarse de que sea lo mayor posible. En otras palabras, su objetivo es maximizar sus beneficios (el excedente del productor) sujeto a la restricción de que los consumidores estén dispuestos a comprar el bien. Eso significa que el resultado será eficiente en el sentido de Pareto, ya que no será posible mejorar a la vez el bienestar de los consumidores y del productor: no es posible aumentar los beneficios del productor, puesto que ya son los máximos posibles, y tampoco es posible aumentar el excedente de los consumidores sin reducir los beneficios del productor.

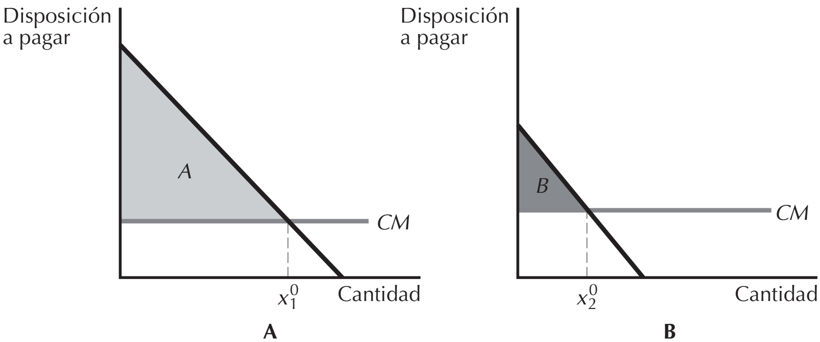


Figura 25.2. La discriminación de precios de primer grado con curvas de demanda lisas. He aquí las curvas de demanda lisas de un bien por parte de dos consumidores junto con la curva de coste marginal constante. En este caso, el productor maximiza los beneficios produciendo en el punto en el que el precio es igual al coste marginal, al igual que en el caso de un mercado competitivo.

Si observamos ahora la aproximación lisa de la curva de demanda, representada en la figura 25.2, veremos que un monopolista que practique la discriminación de precios perfecta debe producir en el nivel en el que el precio sea igual al coste marginal: si el precio fuera mayor que el coste marginal, significaría que hay alguna persona dispuesta a pagar más de lo que cuesta producir una unidad adicional. Si fuera así, ¿por qué no producir esa unidad adicional y venderla a esa persona a su precio de reserva y obtener de esa manera más beneficios?

Al igual que ocurre cuando el mercado es competitivo, se maximiza la suma de los excedentes del productor y de los consumidores. Sin embargo, en el caso de la discriminación de precios perfecta, ¡el productor acaba obteniendo *todo* el excedente generado en el mercado!

Hemos interpretado la discriminación de precios de primer grado como la venta de cada unidad al precio más alto posible. Pero también podríamos concebirla como la venta de una cantidad fija del bien a un precio del tipo "lo tomas o lo dejas". En el caso representado en la figura 25.2, el monopolista ofrecería x_1^0 unidades del bien a la persona 1 a un precio igual al área situada debajo de la curva de demanda de la persona 1 y x_2^0 unidades del bien a la persona 2 a un precio igual al área situada debajo de la curva de demanda B de la persona 2. Al igual que antes, cada persona acabaría obteniendo un excedente del consumidor nulo y todo el excedente iría a parar al monopolista.

La discriminación de precios perfecta es un concepto ideal —como sugiere el término "perfecto"—, pero es interesante desde el punto de vista teórico, ya que constituye un ejemplo de mecanismo de asignación de los recursos, diferente del mercado competitivo, que logra la eficiencia en el sentido de Pareto. En el mundo real existen muy pocos ejemplos de discriminación de precios perfecta. El más cercano sería el del médico de una pequeña localidad que cobra a cada paciente unos honorarios diferentes, en función de su capacidad de pago.

Ejemplo: La discriminación de precios de primer grado en la práctica

Como se ha señalado antes, la discriminación de precios de primer grado es principalmente un concepto teórico. Es difícil encontrar ejemplos del mundo real en los que se cobre un precio distinto a cada individuo. Un ejemplo pueden ser los casos en los que los precios se fijan mediante una negociación, como en la venta de automóviles o en los mercados de antigüedades. Sin embargo, estos ejemplos no son ideales.

Southwest Airlines introdujo recientemente un sistema llamado Ding que intenta algo bastante parecido a la discriminación de precios de primer grado.[1] El sistema utiliza ingeniosamente Internet. El usuario instala un programa en su ordenador y la compañía le envía periódicamente ofertas especiales de tarifas. Las tarifas se anuncian con el sonido "ding"; de ahí el nombre del sistema. Según un analista, las tarifas que ofrecía Ding eran alrededor de un 30 por ciento más bajas que las tarifas similares.

Pero ¿persistirán estas tarifas bajas? También podría utilizarse un sistema de este tipo para ofrecer unas tarifas más altas. Sin embargo, esta posibilidad parece improbable dado el carácter intensamente competitivo del sector del transporte aéreo. Es fácil volver a comprar los billetes como antes si los precios comienzan a subir.

[1] Véase Christopher Elliott, "Your Very Own Personal Air Fare", *New York Times*, 9 de agosto de 2005.

25.3 La discriminación de precios de segundo grado

La **discriminación de precios de segundo grado** también se denomina **fijación no lineal de los precios,** ya que el precio por unidad de producción no es constante, sino que depende de la cantidad que se compre. Este tipo de discriminación se utiliza frecuentemente en las empresas de servicios públicos; por ejemplo, el precio de la electricidad suele depender de la cantidad que se adquiera. En otras industrias se realizan a veces descuentos cuando se compran grandes cantidades.

Consideremos el caso representado en la figura 25.2. Hemos visto que al monopolista le gustaría vender la cantidad x_1^0 a la persona 1 al precio A + coste y la cantidad x_2^0 a la persona 2 al precio B + coste. Para fijar correctamente los precios, tiene que *saber* cuáles son las curvas de demanda de los consumidores; es decir, cuál es la disposición exacta a pagar de cada persona. Aun cuando tenga alguna idea de cuál sea la distribución estadística de la disposición a pagar —por ejemplo, que los estudiantes universitarios están dispuestos a pagar por unas entradas de cine menos que los ejecutivos— puede resultar difícil distinguir a un ejecutivo de un estudiante universitario en la taquilla del cine.

Asimismo, las compañías aéreas saben que las personas que viajan por motivos de negocios están dispuestas a pagar por un billete de avión más que los turistas, pero a menudo es difícil saber si una persona viaja por motivos de negocios o es un turista. Si poniéndose unas bermudas en lugar de un traje gris de franela se ahorraran 500 euros en gastos de viaje, ¡las normas de vestir de las empresas cambiarían rápidamente!

El problema del ejemplo de discriminación de precios de primer grado que representa la figura 25.2 estriba en que la persona 1 (la persona que está dispuesta a pagar más) puede *aparentar* que es la 2 (la que está dispuesta a pagar menos). Con lo que al vendedor le puede resultar muy difícil distinguirlas.

Este problema puede soslayarse ofreciendo en el mercado dos combinaciones precio-cantidad diferentes, una destinada a la persona cuya demanda es alta y otra destinada a la persona cuya demanda es baja. El monopolista procurará ofrecer combinaciones precio-cantidad que induzcan a los consumidores a elegir la que está pensada para ellos; en la jerga económica, el monopolista elabora combinaciones precio-cantidad que dan a los consumidores un incentivo para **autoseleccionarse.**

Con el fin de entender este sistema, la figura 25.3 muestra el mismo tipo de curvas de demanda utilizadas en la 25.2, pero ahora representadas una encima de la otra. También hemos igualado el coste marginal a cero para simplificar el razonamiento.

Al igual que antes, al monopolista le gustaría ofrecer x_1^0 al precio A y x_2^0 al precio $A + B + C$. De esa forma, obtendría todo el excedente y los máximos beneficios posibles. Desgraciadamente para el monopolista, estas combinaciones precio-cantidad no son compatibles con la autoselección. Al consumidor cuya demanda es alta le resultaría óptimo elegir la cantidad x_1^0 y pagar el precio A; de esa forma obtendría un excedente igual al área B, que es mejor que el excedente nulo que obtendría si eligiera x_2^0.

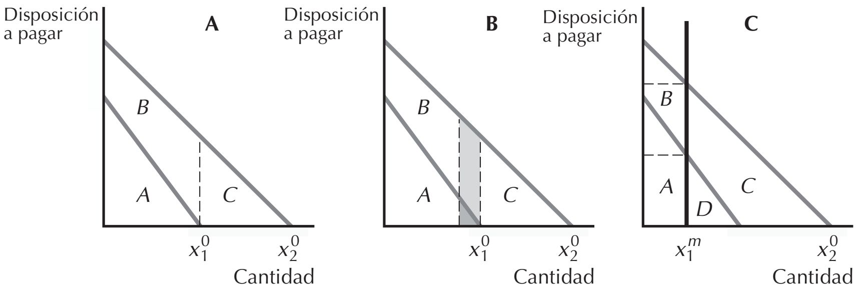


Figura 25.3. La discriminación de precios de segundo grado. Estas son las curvas de demanda de dos consumidores; el productor tiene un coste marginal nulo por hipótesis. La parte A muestra el problema de autoselección. La B muestra qué ocurre si el monopolista reduce la producción destinada al consumidor 1 y la C la solución maximizadora de los beneficios.

Una de las cosas que puede hacer el monopolista es ofrecer x_2^0 al precio $A + C$. En este caso, al consumidor cuya demanda es alta le resultaría óptimo elegir x_2^0 y recibiría un excedente bruto de $A + B + C$. Pagaría al monopolista $A + C$, que genera un excedente neto de B al consumidor 2, que es exactamente el mismo que recibiría si eligiera x_1^0. Esta solución habitualmente genera más beneficios al monopolista que los que obtendría si sólo ofreciera una combinación precio-cantidad.

Pero ahí no acaba todo. El monopolista puede hacer otra cosa para aumentar sus beneficios. Supongamos que en lugar de ofrecer x_1^0 al precio A al consumidor cuya demanda es baja, ofrece algo menos a un precio algo inferior a A. Esa solución reduce los beneficios que genera al monopolista la persona 1 en un valor igual al pequeño triángulo de color negro representado en la figura 25.3B. Pero obsérvese que, como ahora la combinación de la persona 1 es menos atractiva para la persona 2, ¡el monopolista puede cobrar *más* a la persona 2 por x_2^0! Reduciendo x_1^0, obtiene un área A algo menor (pierde el triángulo de color negro), pero obtiene un área C mayor (gana dicho triángulo más el área de color gris). El resultado neto es un aumento de los beneficios del monopolista.

Continuando con este procedimiento, el monopolista querrá reducir la cantidad ofrecida a la persona 1 hasta el punto en el que el beneficio que deja de percibir de la persona 1, debido a una reducción adicional de la producción, sea igual al beneficio obtenido de la persona 2. En este punto, representado en la figura 25.3C, los beneficios y los costes marginales de la reducción de la cantidad se equilibran. La persona 1 elige x_1^m y paga A; la 2 elige x_2^0 y paga $A + C + D$. La persona 1 termina obteniendo un excedente nulo y la 2 termina obteniendo un excedente de B, que es exactamente el que obtendría si decidiera consumir x_1^m.

En la práctica, el monopolista no suele fomentar esta autoselección ajustando la *cantidad* del bien, como en este ejemplo, sino su *calidad*. Las cantidades del modelo que acabamos de examinar pueden interpretarse como calidades y todo funciona igual que antes. En general, el monopolista quiere reducir la calidad ofrecida al segmento inferior de su mercado con el fin de no minar las ventas realizadas al segmento superior. Sin los consumidores del segmento superior, a los consumidores del segmento inferior se les ofrecería una calidad mayor, pero aun así acabarían teniendo un excedente nulo. Sin los consumidores del segmento inferior, los consumidores del segmento superior obtendrían un excedente nulo, por lo que es beneficioso para los consumidores del segmento superior que existan consumidores del segmento inferior. Esa es la razón por la que el monopolista tiene que bajar el precio que ofrece a los consumidores del extremo superior a fin de disuadirlos de que elijan el producto destinado a los consumidores del segmento inferior.

Ejemplo: La discriminación de precios en las tarifas aéreas

El sector del transporte aéreo ha tenido mucho éxito en su discriminación de precios (si bien las compañías prefieren emplear el término "gestión de los rendimientos"). El modelo antes descrito se aplica razonablemente bien al caso de las líneas aéreas: hay esencialmente dos tipos de consumidores, los que viajan por motivos de negocios y los que viajan por motivos particulares, que generalmente tienen una disposición muy diferente a pagar. Aunque habitualmente existen muchas líneas aéreas rivales, es bastante frecuente que sólo haya una o dos compañías que hagan la ruta entre dos ciudades. Eso les da un elevado grado de libertad a la hora de fijar sus tarifas.

Hemos visto que para un monopolista que tenga dos tipos de consumidores la política de fijación óptima de precios consiste en vender a un precio alto a quienes tengan una elevada disposición a pagar y ofrecer un producto de menor calidad a quienes tengan menos disposición a pagar. La razón por la que se vende un producto de peor calidad es disuadir a los que tienen más disposición a pagar de que compren el bien de precio más bajo.

Las líneas aéreas aplican este procedimiento ofreciendo una "tarifa sin restricciones" para viajar por motivos de negocios y una "tarifa restringida" para los demás. Esta última tarifa generalmente obliga a comprar el billete con antelación y a pasar fuera el sábado por la noche o impone otras condiciones de este tipo. Naturalmente, el objetivo de estas restricciones es poder discriminar entre las personas que viajan por motivos de negocios, cuya demanda es elevada, y el resto de los viajeros, que es más sensible al precio. Ofreciendo un producto "degradado" —las tarifas restringidas— las líneas aéreas pueden cobrar considerablemente más por los billetes a los clientes que necesitan fórmulas de viaje más flexibles.

Puede muy bien ocurrir que estas fórmulas sean socialmente útiles; si una empresa no puede discriminar precios, es posible que llegue a la conclusión de que es mejor vender *solamente* en los mercados de elevada demanda.

Las líneas aéreas también suelen discriminar precios distinguiendo entre los viajes en primera clase y los viajes en clase turista. Las personas que viajan en primera clase pagan mucho más por su billete, pero reciben un servicio mejor: más espacio, una comida de mayor calidad y más atención. Las que viajan en clase turista, en cambio, reciben un servicio peor en todos estos aspectos. Este tipo de discriminación basada en la calidad ha sido una característica de los servicios de transporte durante cientos de años. Sirva de ejemplo el testimonio de Emile Dupuit, economista francés del siglo XIX, sobre los precios de los ferrocarriles:

> No es por los pocos miles de francos que tendría que gastar en poner un techo al vagón de tercera clase o en tapizar los asientos de tercera clase por lo que una u otra compañía tiene vagones abiertos con bancos de madera... Lo que trata la compañía es de impedir que los pasajeros que pueden pagar la tarifa de segunda clase viajen en tercera; perjudica a los pobres, no porque quiera perjudicarlos, sino para atemorizar a los ricos... Y es de nuevo por esta razón por la que las compañías, habiéndose mostrado casi crueles con los pasajeros de tercera clase y miserables con los de segunda, se vuelve generosa con los clientes de primera. Negando a los pobres lo necesario, da a los ricos lo superfluo.[2]

La próxima vez que el lector vuele en clase turista, ¡tal vez le consuele algo saber que viajar en ferrocarril en la Francia del siglo XIX era aún más incómodo!

Ejemplo: Precios de los medicamentos con receta

Las dosis necesarias del antidepresivo Zoloft para un mes se venden a 29,74 dólares en Austria, a 32,91 en Luxemburgo, a 40,97 en México y a 64,67 en Estados Unidos. ¿A qué se deben estas diferencias? Los fabricantes de medicamentos cobran, al igual que otras empresas, lo que permite el mercado. Los países más pobres no pueden pagar tanto como los más ricos, por lo que los precios de los medicamentos tienden a ser más bajos en aquellos países.

Pero eso no es todo. El poder de negociación también varía espectacularmente de unos países a otros. En Canadá, que tiene un plan nacional de sanidad, los precios de los medicamentos a menudo son más bajos que en Estados Unidos, donde no existe un sistema centralizado de asistencia sanitaria.

Se ha propuesto que se obligue a las compañías farmacéuticas a cobrar el mismo precio en todo el mundo. Dejando a un lado la espinosa cuestión de la imposición,

[2] Véase R. B. Ekelund, "Price Discrimination and Product Differentiation in Economic Theory: An Early Analysis", *Quarterly Journal of Economics*, 84, 1970, págs. 268-78.

podríamos muy bien preguntarnos qué consecuencias tendría una medida de ese tipo. ¿Acabarían siendo los precios más bajos en todo el mundo o más altos?

La respuesta depende de las dimensiones relativas del mercado. La demanda de un medicamento para la malaria procedería en su mayor parte de los países pobres. Si se obligara a cobrar un único precio, probablemente las compañías farmacéuticas venderían un medicamento de ese tipo a un bajo precio. Pero un medicamento para las enfermedades que afligen a los países ricos probablemente se vendería a un precio alto, por lo que sería demasiado caro para las zonas más pobres.

Normalmente, la sustitución de la discriminación de precios por un régimen de precio único eleva unos precios y baja otros, mejorando el bienestar de algunas personas y empeorando el de otras. En algunos casos, un vendedor puede decidir no ofrecer un producto en algunos mercados si se ve obligado a aplicar un precio uniforme.

25.4 La discriminación de precios de tercer grado

Recuérdese que la discriminación de precios de tercer grado significa que el monopolista vende a cada persona, o grupo de personas, el bien a precios distintos, pero cobra el mismo precio por todas las unidades del bien que vende a esta persona. Es el tipo más frecuente de discriminación de precios. Ejemplos son los descuentos que se realizan a los estudiantes y a los pensionistas en el transporte. ¿Cómo puede saber el monopolista cuáles son los precios óptimos que debe cobrar en el mercado?

Supongamos que es capaz de identificar dos grupos de personas y que puede vender a cada uno un mismo bien a un precio distinto. Supongamos, además, que los consumidores de cada mercado no pueden revender dicho bien. Sean $p_1(y_1)$ y $p_2(y_2)$ las curvas inversas de demanda de los grupos 1 y 2, respectivamente, y $c(y_1 + y_2)$ el coste de producción. En ese caso, el problema de maximización del beneficio a que se enfrenta el monopolista es

$$\max_{y_1, y_2} p_1(y_1)y_1 + p_2(y_2)y_2 - c(y_1 + y_2).$$

La solución óptima debe cumplir las siguientes condiciones:

$$IM_1(y_1) = CM(y_1 + y_2)$$
$$IM_2(y_2) = CM(y_1 + y_2).$$

Es decir, el coste marginal de producción de una unidad adicional debe ser igual al ingreso marginal en *cada* uno de los mercados. Si el ingreso marginal del mercado 1 fuera superior al coste marginal, compensaría aumentar la producción en ese mercado, y lo mismo ocurriría en el 2. Dado que el coste marginal es el mismo en los dos, eso significa, naturalmente, que el ingreso marginal también es el mismo. Por lo tanto, un bien debe producir el mismo aumento de los ingresos, independientemente de que se venda en el mercado 1 o en el 2.

Utilicemos la fórmula habitual del ingreso marginal basada en la elasticidad para expresar las condiciones de maximización del beneficio:

$$p_1(y_1)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_1(y_1)|}\right]=CM(y_1+y_2)$$

$$p_2(y_2)\left[1-\frac{1}{|\varepsilon_2(y_2)|}\right]=CM(y_1+y_2),$$

donde $\varepsilon_1(y_1)$ y $\varepsilon_2(y_2)$ representan las elasticidades de la demanda de los respectivos mercados, evaluadas en función de las elecciones de los niveles de producción maximizadoras del beneficio.

Ahora obsérvese lo siguiente. Si $p_1 > p_2$, entonces

$$1-\frac{1}{|\varepsilon_1(y_1)|}<1-\frac{1}{|\varepsilon_2(y_2)|},$$

lo que implica, a su vez, que

$$\frac{1}{|\varepsilon_1(y_1)|}>\frac{1}{|\varepsilon_2(y_2)|}.$$

Eso significa que

$$|\varepsilon_2(y_2)|>|\varepsilon_1(y_1)|.$$

Por lo tanto, el mercado que tenga el precio más alto debe tener la elasticidad de la demanda más baja, lo que, bien pensado, es bastante lógico. Una demanda elástica es una demanda sensible al precio. Por consiguiente, una empresa que practique la discriminación de precios fijará uno más bajo para el grupo sensible a los precios y uno más alto para el grupo relativamente poco sensible. De esa manera maximizará sus beneficios globales.

Antes hemos sugerido como buenos ejemplos de discriminación de precios de tercer grado el caso de los descuentos a los pensionistas y a los estudiantes. Ahora podemos ver por qué éstos reciben descuentos. Es probable que los estudiantes y los pensionistas sean más sensibles a los precios que el consumidor medio y, por lo tanto, que tengan demandas más elásticas en el intervalo de precios relevante. Por consiguiente, una empresa maximizadora del beneficio practicará la discriminación de precios a su favor.

Ejemplo: Curvas lineales de demanda

Analicemos un problema en el que la empresa se enfrenta a dos mercados que tienen curvas lineales de demanda: $x_1 = a - bp_1$ y $x_2 = c - dp_2$. Supongamos para mayor sencillez que los costes marginales son nulos. Si la empresa puede practicar la discriminación de precios, producirá en el nivel en que el ingreso marginal sea cero en ambos mercados, es decir, en el punto en que la combinación de precios y de producción se encuentre en la mitad de cada curva de demanda: los niveles de producción serán $x_1^* = a/2$ y $x_2^* = c/2$, y los precios $p_1^* = a/2b$ y $p_2^* = c/2d$.

Supongamos que la empresa estuviera obligada a fijar el mismo precio en ambos mercados. En ese caso, su curva de demanda sería $x = (a + c) - (b + d)p$; y produciría en el punto medio de esta curva de demanda la cantidad $x^* = (a + c)/2$ al precio $p^* = (a + c)/2(b + d)$. Obsérvese que la producción total es la misma, independientemente de que la empresa pueda o no practicar la discriminación de precios (ésta es una característica particular de la curva lineal de demanda, que no se cumple en general).

Sin embargo, existe una importante excepción. Hemos supuesto que cuando el monopolista elige el precio óptimo único, vende una cantidad positiva en cada

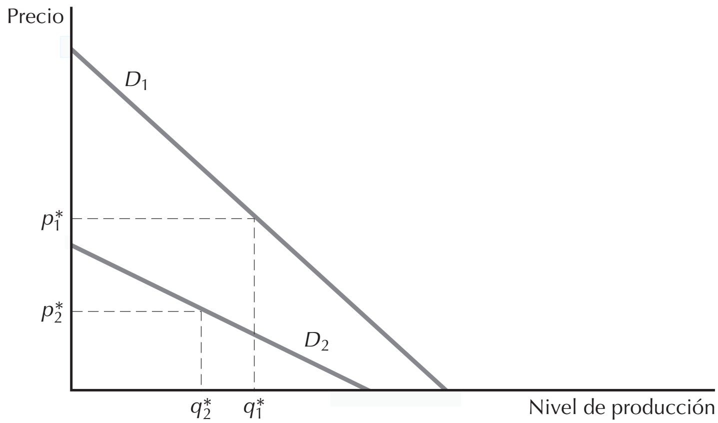


Figura 25.4. La discriminación de precios con demandas lineales. Si el monopolista sólo puede cobrar un precio, cobrará p_1^* y sólo venderá en el mercado 1. Pero si puede practicar la discriminación de precios, también venderá al precio p_2^* en el mercado 2.

mercado. Sin embargo, como muestra la figura 25.4, podría muy bien ocurrir que, al precio maximizador del beneficio, el monopolista sólo vendiera en uno de los mercados.

En este caso, tendríamos dos curvas lineales de demanda; dado que se supone que el coste marginal es cero, el monopolista querría producir en el punto en el que la elasticidad de la demanda fuera –1, que sabemos que es el punto medio de la curva de demanda del mercado. Por lo tanto, p_1^* sería el precio maximizador del beneficio, ya que si se bajara más, disminuirían los ingresos en el mercado 1. Si la demanda es muy pequeña en el mercado 2, el monopolista podría no querer bajar más su precio para vender en este mercado, por lo que acabaría vendiendo solamente en el más grande.

En este caso, la posibilidad de discriminar elevaría inequívocamente la producción total, ya que el monopolista se daría cuenta de que le interesa vender en ambos mercados si puede cobrar un precio diferente en cada uno.

Ejemplo: Cálculo de la discriminación de precios óptima

Supongamos que un monopolista se enfrenta a dos mercados que tienen las siguientes curvas de demanda:

$$D_1(p_1) = 100 - p_1$$
$$D_2(p_2) = 100 - 2p_2.$$

Supongamos que su coste marginal es constante e igual a 20 céntimos por unidad. Si puede practicar la discriminación de precios, ¿qué precio debe cobrar en cada mercado para maximizar los beneficios? ¿Y si no puede practicar la discriminación?

Para resolver este problema de discriminación de precios, calculamos primero las funciones inversas de demanda:

$$p_1(y_1) = 100 - y_1$$
$$p_2(y_2) = 50 - y_2/2.$$

La condición de la igualdad del ingreso marginal y el coste marginal en ambos mercados da lugar a las dos ecuaciones siguientes:

$$100 - 2y_1 = 20$$
$$50 - y_2 = 20.$$

Despejando, tenemos que $y_1^* = 40$ e $y_2^* = 30$. Introduciendo este resultado en las funciones inversas de demanda, tenemos los precios $p_1^* = 60$ y $p_2^* = 35$.

Si el monopolista debe cobrar el mismo precio en ambos mercados, primero calculamos la demanda total:

$$D(p) = D_1(p_1) + D_2(p_2) = 200 - 3p.$$

La curva inversa de demanda es

$$p(y) = \frac{200}{3} - \frac{y}{3}.$$

De acuerdo con la condición de la igualdad del ingreso marginal y el coste marginal,

$$\frac{200}{3} - \frac{2y}{3} = 20.$$

Resolviendo esta ecuación, tenemos que $y^* = 70$ y $p^* = 43\ 1/3$.

De acuerdo con el análisis del apartado anterior, es importante comprobar que este precio no genera demandas negativas en cada mercado. Sin embargo, es fácil comprobar que no las genera.

Ejemplo: La discriminación de precios en las revistas científicas

La mayor parte de los trabajos de investigación se exponen en revistas científicas. Éstas se venden a las bibliotecas y a los particulares a tarifas normalmente distintas para cada grupo. En general, cabe suponer que la demanda de las bibliotecas es mucho menos elástica que la de los particulares y, tal como predice el análisis económico, las tarifas de suscripción suelen ser mucho más altas para las bibliotecas que para los particulares; en ocasiones, hasta dos o tres veces más elevadas.

Últimamente, algunas editoriales han comenzado a practicar la discriminación de precios geográfica. En 1984, en que el dólar norteamericano alcanzó un récord histórico en relación con la libra esterlina, numerosas editoriales británicas comenzaron a cobrar precios distintos a los suscriptores norteamericanos y a los europeos. Como cabía esperar que la demanda norteamericana fuera menos elástica que la británica y, dado que el precio en dólares de las revistas británicas era bastante bajo debido al tipo de cambio, una subida de la tarifa norteamericana en un 10 por ciento daría lugar a una reducción porcentual de la demanda menor que una subida, en una proporción similar, de la tarifa británica. Por lo tanto, desde el punto de vista de la maximización del beneficio, tenía sentido que las editoriales británicas elevaran los precios de sus revistas al grupo cuya demanda tenía una elasticidad más baja, es decir, a los suscriptores norteamericanos. Según un estudio realizado en 1984, las bibliotecas norteamericanas pagaban, en promedio, un 67 por ciento más por sus revistas que las británicas y un 34 por ciento más que las de todos los demás países.[3]

El examen de las subidas de las tarifas aporta más datos sobre la discriminación de precios. Según un estudio realizado por la biblioteca de la University of Michigan, "[…] las editoriales han estudiado cuidadosamente su nueva estrategia de precios. Parece que existe una correlación directa […] entre el uso de las bibliotecas y la magnitud de la diferencia de precios. Cuanto mayor es el uso, mayor es la diferencia".[4]

En 1986, el tipo de cambio había variado a favor de la libra, por lo que los precios en dólares de las revistas británicas habían experimentado una gran subida. Esta subida provocó una gran resistencia. Las frases finales del informe de Michigan son ilustrativas: "Es de esperar que un vendedor que tenga el monopolio de un producto cobre un precio acorde con la demanda. Lo que las universidades norteamericanas deben decidir es si van a continuar pagando hasta un 114 por ciento más que las británicas por un producto idéntico."

25.5 La venta de paquetes de bienes

Hay empresas que optan por vender **paquetes** de bienes que guardan alguna relación entre sí. Un destacado ejemplo son los programas de ordenador que se venden en paquetes. Un paquete de ese tipo puede consistir en diversos tipos de programas —un procesador de textos, una hoja de cálculo y un programa de presentaciones gráficas— que se venden conjuntamente. Otro ejemplo es una revista: ésta consiste en una serie de artículos que podrían venderse, en principio, por separado. Asimismo, muchas revistas suelen venderse por medio de suscripciones, que no es más que una forma de vender conjuntamente números distintos.

La venta de bienes en forma de paquetes puede buscar el ahorro de costes: a menudo es más barato vender varios artículos con unas mismas tapas que venderlos por separado. También puede deberse a la existencia de complementariedades entre los bienes: los programas que se venden en forma de paquete suelen funcionar mejor que los que se venden por separado.

Pero también puede querer aprovechar ciertos comportamientos de los consumidores. Consideremos un sencillo ejemplo. Supongamos que hay dos clases de consumidores y dos tipos de programas informáticos: un procesador de textos y una hoja de cálculo. Los consumidores de tipo A están dispuestos a pagar 120 euros por el procesador de textos y 100 por la hoja de cálculo. Los de tipo B tienen las prefe-

[3] Hamaker, C. y Astle, D., "Recent Pricing Patterns in British Journal Publishing", *Library Acquisitions: Practice and Theory*, 8, 4, primavera, 1984, págs. 225-32.

[4] El estudio fue realizado por Robert Houbeck para la University of Michigan Library, y publicado en el vol. 2, n° 1 de *University Library Update*, abril, 1986.

rencias opuestas: están dispuestos a pagar 120 euros por la hoja de cálculo y 100 por el procesador de textos. El cuadro 25.1 resume esta información.

Tipo de consumidor	Procesador de textos	Hoja de cálculo
Consumidores de tipo A	120	100
Consumidores de tipo B	100	120

Cuadro 25.1. Disposición a pagar por los distintos programas.

Supongamos que estamos vendiendo estos productos. Para simplificar el análisis, imaginemos que el coste marginal es inapreciable, por lo que sólo queremos maximizar el ingreso. Hagamos también el supuesto conservador de que la disposición a pagar por el paquete consistente en un procesador de textos y la hoja de cálculo es la suma de la disposición a pagar por cada componente.

Consideremos ahora los beneficios generados por dos políticas de comercialización. Supongamos, en primer lugar, que vendemos cada artículo por separado. La política maximizadora del ingreso es fijar un precio de 100 euros por cada programa. En ese caso, venderemos dos copias del procesador de textos y dos de la hoja de cálculo y percibiremos un ingreso total de 400.

Pero ¿y si vendemos los dos artículos conjuntamente? En este caso, podríamos vender *cada* paquete por 220 euros y obtener un ingreso neto de 440. ¡La estrategia de la venta en paquete es claramente más atractiva!

¿Qué ocurre en este ejemplo? Recuerde el lector que cuando vendemos un artículo a diferentes personas, el precio viene determinado por el comprador *menos* dispuesto a pagar. Cuanto más diversas sean las valoraciones de las personas, más bajo será el precio que tendremos que cobrar para vender un determinado número de artículos. En este caso, la venta conjunta del procesador de textos y la hoja de cálculo reduce la dispersión de la disposición a pagar, lo que permite al monopolista cobrar un precio más alto por el paquete de bienes.

Ejemplo: Paquetes de programas informáticos

Microsoft, Lotus y otros fabricantes de programas informáticos han optado por vender en forma de paquete una gran parte de ellos. Por ejemplo, en 1993 Microsoft ofreció una hoja de cálculo, un procesador de textos, un programa de presentaciones gráficas y una base de datos con el nombre de "Microsoft Office" a un precio recomendado de venta al público de 750 dólares (el "precio en la calle", una vez aplicados los descuentos, era de 450 dólares aproximadamente). Si los programas se compraban por separado, ¡valían 1.565 dólares en total! Lotus ofreció su "Smart

Suite" esencialmente al mismo precio; sus componentes se vendían por separado por un total de 1.730 dólares.

Según un artículo de Steve Lohr publicado el 15 de octubre de 1993 en el *New York Times*, el 50 por ciento de los programas de Microsoft se vendía en forma de paquete y generaba unos ingresos de más de 1.000 millones de dólares al año.

Estos ejemplos de paquetes informáticos encajan perfectamente en nuestro modelo. Los gustos por los programas informáticos suelen ser muy heterogéneos. Unas personas utilizan un procesador de textos todos los días y una hoja de cálculo sólo de vez en cuando. Otras siguen la pauta contraria. Si queremos vender muchas hojas de cálculo, tenemos que venderlas a un precio que resulte atractivo para el usuario que las utiliza esporádicamente. Lo mismo ocurre con el procesador de textos: es la disposición a pagar del usuario *marginal* la que fija el precio de mercado. Vendiendo en forma de paquete los dos productos, se reduce la dispersión de las disposiciones a pagar y es posible aumentar los beneficios totales.

Eso no quiere decir que nuestro modelo explique totalmente la existencia de los paquetes de programas; también entran en juego otros fenómenos. Vendiendo en forma de paquete se garantiza que los distintos componentes se acoplen bien entre sí; en este sentido son bienes complementarios. Por otra parte, el éxito de un programa tiende a depender considerablemente del número de personas que lo utilicen y la venta de paquetes contribuye a aumentar la cuota de mercado. En un capítulo posterior investigaremos este fenómeno, llamado **externalidades de red.**

25.6 Tarifas de dos tramos

Consideremos el problema de fijación de los precios que tienen los propietarios de un parque de atracciones. Pueden cobrar un precio por entrar y otro por montar en las atracciones. ¿Cómo deben fijar estos dos precios si quieren maximizar los beneficios? Obsérvese que la demanda de acceso y la demanda de atracciones están interrelacionadas: el precio que está dispuesta a pagar la gente por entrar en el parque depende del precio que tenga que pagar por las atracciones. Este tipo de sistema se conoce con el nombre de **tarifa de dos tramos**.[5]

Existen numerosas aplicaciones de esta clase de tarifas: Polaroid vende su cámara a un precio y su película a otro. La gente que se plantea la posibilidad de comprar la cámara probablemente tiene en cuenta el precio de la película. La empresa que fabrica hojas de afeitar vende la maquinilla a un precio y las hojas a otro; una vez más, el precio que cobra por las hojas influye en la demanda de maquinillas y viceversa.

Veamos cómo se resuelve este problema de fijación de los precios considerando

[5] Véase el artículo clásico de Walter Oi, "A Disneyland Dilemma: Two-Part Tariffs for a Mickey Mouse Monopoly", *Quarterly Journal of Economics*, 85, 1971, págs. 77-96.

el ejemplo inicial: el llamado dilema de Disneylandia. Postularemos como siempre algunos supuestos simplificadores. Supondremos, en primer lugar, que en Disneylandia sólo hay un tipo de atracción. En segundo lugar, supondremos que la gente sólo desea ir a Disneylandia por las atracciones que ofrece. Por último, supondremos que todo el mundo tiene los mismos gustos en materia de atracciones.

En la figura 25.5 hemos representado la curva de demanda y la curva de coste marginal (constante) de las atracciones. La curva de demanda tiene pendiente negativa, como es habitual, es decir, si Disney cobra un elevado precio por cada atracción, se montarán pocas personas en las atracciones. Supongamos que fija el precio p^*, como en la figura 25.5, lo que da lugar a una demanda de x^* atracciones. ¿Cuánto podrá cobrar por entrar en el parque, dado que las atracciones cuestan p^*?

La disposición total a pagar por x^* atracciones se mide por medio del excedente de los consumidores. Por lo tanto, lo máximo que pueden cobrar los propietarios del parque por entrar es el área denominada "excedente del consumidor" en la figura 25.5. Los beneficios totales del monopolista están representados por esta área más el beneficio generado por las atracciones, $(p^* - CM)x^*$.

No es difícil ver que los beneficios totales se maximizan cuando el precio es igual al coste marginal: hemos visto antes que este precio es el que genera los mayores excedentes conjuntos del consumidor y del productor. Como el monopolista consigue

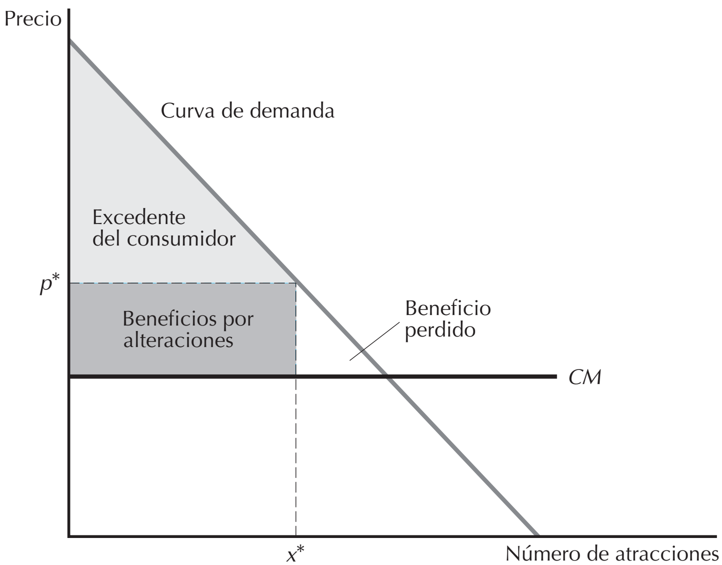


Figura 25.5. El dilema de Disneylandia. Si los propietarios del parque fijan el precio p^*, se demandarán x^* atracciones. El excedente de los consumidores mide el precio que pueden cobrar por entrar al parque. Los beneficios totales de la empresa se maximizan cuando los propietarios fijan un precio igual al coste marginal.

extraer todo el excedente de los consumidores, la política maximizadora del beneficio consiste en fijar un precio igual al coste marginal y una tarifa de entrada igual al excedente del consumidor resultante.

De hecho, ésta es la política que sigue Disneylandia y casi todos los demás parques de atracciones. Se cobra un precio por entrar, pero las atracciones son gratis. Parece que el coste marginal de las atracciones es menor que el coste de transacción que entraña el cobro de una cantidad por cada una de ellas.

25.7 La competencia monopolística

Hemos afirmado que una industria monopolística es aquella en la que sólo hay un gran productor, pero no hemos explicado qué es exactamente una industria. Podemos definirla como el conjunto de todas las empresas que producen un bien dado. Pero, entonces, ¿qué entendemos por producto? Pues, por ejemplo, sólo hay una empresa que produzca Coca-Cola. ¿Significa eso que esta empresa es un monopolio?

Es evidente que no. Coca-Cola tiene que competir con otros fabricantes de bebidas refrescantes. Por lo tanto, en realidad debe considerarse que una industria es el conjunto de empresas que producen bienes que para los consumidores son sustitutivos cercanos. Cada una de ellas puede producir un bien único —una determinada marca, por ejemplo—, pero los consumidores consideran que todas las marcas son, en cierta medida, sustitutivas.

Incluso aunque una empresa tenga el monopolio legal de sus marcas y las demás no puedan producir *exactamente* el mismo producto, normalmente sí pueden producir artículos *similares*. Desde el punto de vista de una empresa dada, las decisiones de producción de sus competidoras influyen decisivamente en la cantidad que decide producir y en el precio que puede cobrar.

Por lo tanto, la curva de demanda a la que se enfrenta una empresa depende normalmente de las decisiones de producción y de los precios que cobren las demás empresas que producen artículos semejantes. Su pendiente depende del grado de similitud de los artículos de las demás. Si un gran número de empresas de la industria produce bienes *idénticos*, la curva de demanda de cualquiera de ellas es casi horizontal. Cada empresa debe vender su producción al mismo precio que estén cobrando las demás que venden un producto idéntico, porque si intenta elevarlo perderá pronto todos sus clientes.

En cambio, si una empresa tiene los derechos exclusivos para vender un determinado producto, podrá elevar el precio sin perder a todos sus clientes. Algunos, pero no todos, comenzarán a comprar los productos de sus competidoras. El número dependerá de lo similares que los clientes crean que son, es decir, de la elasticidad de la curva de demanda a la que se enfrenta la empresa.

Si una empresa está obteniendo un beneficio por la venta de un producto en una industria y otras no pueden imitarlo perfectamente, aun así puede resultarles rentable entrar en esa industria y producir un artículo similar. Los economistas llaman a este fenómeno **diferenciación del producto:** cada una de las empresas de la industria intenta diferenciar su producto del de las demás. Cuanto más éxito tenga, más poder de monopolio poseerá, es decir, menos elástica será la curva de demanda de su producto. Consideremos, por ejemplo, el caso de la industria de bebidas refrescantes. En este sector, hay una serie de empresas que fabrican productos similares, pero no idénticos. Cada una tiene sus seguidores y, por lo tanto, un cierto poder de mercado.

Esta estructura de la industria descrita antes tiene algunos aspectos en común con la competencia y con el monopolio, por lo que se denomina **competencia monopolística.** Una estructura industrial es monopolística si la curva de demanda del producto de cada empresa tiene pendiente negativa. Por lo tanto, disfruta de un cierto poder de mercado en el sentido de que puede fijar su propio precio en lugar de aceptar pasivamente el de mercado, como ocurre en el caso de las empresas competitivas. Por otra parte, debe competir por los clientes en función tanto del precio como de los tipos de productos que venda. Tampoco existe ninguna limitación a la entrada de nuevas empresas. En estos últimos aspectos, la industria se parece a una industria competitiva.

La competencia monopolística probablemente es el tipo predominante de estructura industrial. Desgraciadamente, también es el más difícil de analizar. Los casos extremos del monopolio puro y de la competencia pura son mucho más sencillos, por lo que a menudo pueden utilizarse como primeras aproximaciones a los modelos más complejos de la competencia monopolística. Un modelo detallado de la competencia monopolística depende en gran parte tanto de los detalles específicos de los productos y de la tecnología como del carácter de las opciones estratégicas que tengan las empresas. No tiene sentido analizar la competencia monopolística en abstracto, como hemos hecho con los casos más sencillos de la competencia pura y el monopolio puro, sino que deben examinarse los detalles institucionales de la industria en cuestión. En los dos capítulos siguientes explicaremos cómo analizan los economistas la decisión estratégica, aunque el análisis detallado desborda los límites de este libro.

No obstante, podemos describir un interesante rasgo de la competencia monopolística en relación con el aspecto de la libre entrada. A medida que entran más empresas en una industria de un determinado tipo de bien, ¿cómo varía la curva de demanda de cualquiera de las que ya están dentro? En primer lugar, es de esperar que se desplace hacia dentro; ya que probablemente venderá menos conforme entren más empresas en la industria. En segundo lugar, es de esperar que sea más elástica a medida que aumente el número de empresas que produzcan bienes cada vez más parecidos. Así pues, la entrada de nuevas empresas que produzcan bienes similares tenderá a desplazar hacia la izquierda las curvas de demanda de las ya existentes y hará que sean más horizontales.

Si continúan entrando empresas en la industria porque esperan obtener un beneficio, el equilibrio debe satisfacer las tres condiciones siguientes:

1. Cada una de las empresas elige una combinación de precio y nivel de producción situada en su curva de demanda.

2. Cada una de las empresas maximiza sus beneficios, dada la curva de demanda a la que se enfrenta.

3. La entrada reduce a cero los beneficios de todas las empresas.

Estos hechos implican la existencia de una relación geométrica muy especial entre la curva de demanda y la curva de coste medio: ambas deben ser tangentes.

La figura 25.6 representa este argumento. El hecho 1 dice que la combinación de precios y productos debe encontrarse en algún lugar de la curva de demanda, y el hecho 3 afirma que la combinación de precios y productos también debe encontrarse en la curva de coste medio. Por lo tanto, la posición de la empresa debe hallarse

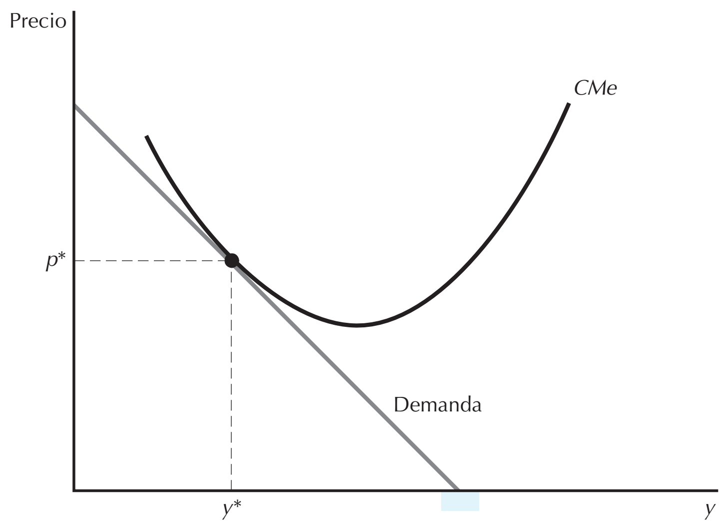


Figura 25.6. La competencia monopolística. En una situación de equilibrio de la competencia monopolística con beneficios nulos, la curva de demanda y la curva de coste medio deben ser tangentes.

en un punto que sea común a ambas curvas. ¿Podría cortar la curva de demanda a la de coste medio? No, porque en ese caso habría algún punto de la curva de demanda situado por encima de la curva de coste medio, pero ése sería un punto que generaría beneficios *positivos*.[6] Y, según el hecho 3, el punto de beneficio nulo es un punto de beneficio máximo.

Este fenómeno también puede examinarse preguntándose qué ocurriría si la empresa representada en la figura 25.6 cobrara un precio distinto de aquel al que ni gana ni pierde. A cualquier otro precio superior o inferior, perdería dinero, mientras que a ése, sus beneficios son nulos. Por lo tanto, ése es el que maximiza el beneficio.

Deben hacerse dos observaciones sobre el equilibrio de la competencia monopolística. En primer lugar, aunque los beneficios son nulos, la situación sigue siendo ineficiente en el sentido de Pareto. Los beneficios no tienen nada que ver con la cuestión de la eficiencia: cuando el precio es mayor que el coste marginal, puede defenderse el incremento de la producción en aras de la eficiencia.

En segundo lugar, es evidente que las empresas producen normalmente a la izquierda del nivel de producción en el que se minimiza el coste medio. Este hecho se atribuye a que en la competencia monopolística hay un "exceso de capacidad". Si hubiera menos empresas, cada una produciría en la escala de operaciones más eficiente, lo que sería mejor para los consumidores. Sin embargo, si hubiera menos empresas, también habría menos variedad de productos, lo que empeoraría su bienestar. Es difícil saber qué efecto predominaría.

25.8 Modelo de la diferenciación del producto basado en la localización

En el paseo marítimo que bordea una playa hay varios vendedores ambulantes que quieren vender helados. Si sólo se concede el permiso correspondiente a uno de ellos, ¿dónde se colocará éste?

Supongamos que los consumidores están repartidos de una manera uniforme por toda la playa. Desde el punto de vista social, lo sensato es colocar al vendedor de tal manera que se reduzca lo más posible la distancia total que recorren todos los consumidores. No es difícil ver que el lugar óptimo se encuentra en el punto medio del paseo.

Supongamos ahora que se otorga el permiso a dos vendedores y que fijamos el precio que pueden cobrar por el helado; preguntémonos dónde deben colocarse para reducir lo más posible la distancia total recorrida. Si cada consumidor acude al vendedor más cercano, debemos colocarlos a unas distancias desde el extremo del paseo equivalentes a una cuarta parte y tres cuartas partes, respectivamente, de la longitud del mismo. Al consumidor que se encuentre en el medio del paseo le dará

[6] Si $p > c(y)/y$, resulta sencillo demostrar que $py - c(y) > 0$.

igual ir a uno de los vendedores que al otro; cada uno de ellos tiene una cuota de mercado igual a la mitad de los consumidores. Véase la figura 25.7A.

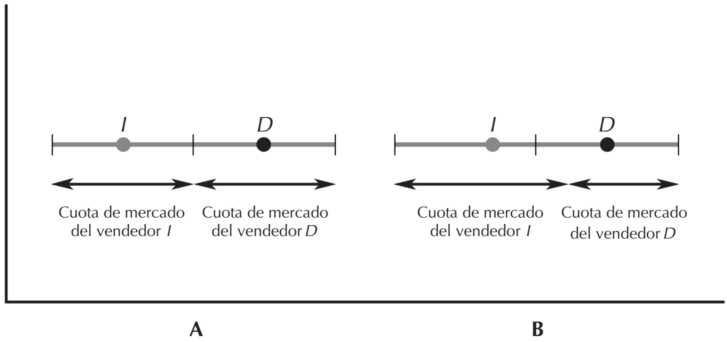


Figura 25.7. Competencia en la localización. La parte A muestra la pauta de localización socialmente óptima; *I* se encuentra situado a una distancia del principio del paseo igual a una cuarta parte de su longitud y *D* a una distancia equivalente a tres cuartas partes. Pero a cada vendedor le interesa acercarse al punto medio del paseo, como muestra la parte B. El único lugar de equilibrio para ambos vendedores se encuentra en ese punto.

Pero ¿tienen los vendedores algún incentivo para permanecer en estos lugares? Pongámonos en la situación del vendedor *I*. Si nos trasladamos un poco hacia la derecha, atraeremos a algunos de los clientes del otro vendedor y no perderemos ninguno de los nuestros. Seguiremos siendo el vendedor más cercano a todos los clientes situados a la izquierda y estaremos más cerca de los clientes situados a la derecha. Por lo tanto, aumentará tanto nuestra cuota de mercado como nuestros beneficios.

Pero el vendedor *D* puede razonar de la misma manera: trasladándose hacia la izquierda, atraerá a algunos de los clientes del otro vendedor y no perderá ninguno de los suyos, lo que nos indica que las pautas de localización socialmente óptimas no son una situación de equilibrio. Sólo hay equilibrio cuando ambos vendedores venden en la mitad del paseo, como muestra la figura 25.7B. En este caso, la lucha por los clientes da como resultado una pauta de localización *ineficiente*.

El modelo de la playa puede servir de metáfora para otro tipo de problemas que plantea la diferenciación del producto. Pensemos, por ejemplo, en el caso de dos emisoras de radio que han de elegir el tipo de música que van a emitir. En un extremo tenemos la música clásica, y en el otro el rock. Cada oyente elige la emisora que más se aproxima a sus gustos. Si la emisora de música clásica pone música que se aproxima algo más a la mitad del espectro de gustos, no perderá los clientes clásicos y ganará algunos de los oyentes de cultura media. Si la emisora de rock se desplaza algo hacia la mitad, no perderá ninguno de sus amantes del rock y ganará algunos oyentes de cultura media. En el equilibrio, ambas emisoras ponen el mismo tipo de música y las personas que tienen los gustos más extremos están descontentas con las dos.

25.9 Diferenciación del producto

El modelo de la playa induce a pensar que en la competencia monopolística el grado de diferenciación del producto es demasiado bajo: cada empresa quiere hacer un producto similar al de la otra para atraer a sus clientes. De hecho, cabe imaginar un mercado en el que parezca que hay demasiada imitación en relación con la que podría parecer óptima.

Sin embargo, no siempre es así. Supongamos que la playa es *muy* grande. En ese caso, a ninguno de los vendedores de helados le importaría situarse en uno de los extremos. Si sus áreas de mercado no se solapan, no ganan nada acercándose más al centro. En este caso, ninguno de los dos monopolistas tiene un incentivo para imitar al otro y los productos son lo más diferentes posible.

Podemos desarrollar modelos de competencia monopolística en los que haya una diferenciación *excesiva* del producto. En ese tipo de modelo, cada empresa intenta que los consumidores piensen que su producto es diferente de los que ofrecen sus competidores, con el fin de conseguir un cierto grado de poder de mercado. Si logra convencer a los consumidores de que no tiene sustitutivos cercanos, podrá cobrar un precio más alto que en caso contrario.

Eso lleva a cada productor a realizar grandes inversiones en la creación de una marca inconfundible. Por ejemplo, los detergentes para lavadora son un artículo bastante estandarizado. Sin embargo, los fabricantes realizan enormes inversiones en anuncios en los que se dice que si elegimos su marca en lugar de la de un competidor, la ropa quedará más limpia, olerá mejor, nuestro matrimonio irá mejor y seremos en general más felices. Este "posicionamiento del producto" es muy parecido al de los vendedores ambulantes de helado que se colocan el uno lejos del otro para no tener que competir frente a frente.

Algunos críticos sostienen que esas inversiones para posicionar el producto constituyen un despilfarro. Quizá sea cierto en algunos casos pero entonces, una vez más, la "excesiva variedad" puede deberse simplemente a que se anima a las empresas a ofrecer a los consumidores una amplia variedad de productos entre los que elegir.

25.10 Más vendedores ambulantes

Hemos mostrado que si hay dos vendedores ambulantes cuyas áreas de mercado se solapan y los dos venden al mismo precio, ambos acabarán situándose en la mitad del paseo. ¿Qué ocurre si hay más de dos vendedores que compiten en el mismo lugar?

El caso siguiente más fácil es el de tres vendedores ambulantes, que genera un resultado bastante peculiar: ¡no puede haber *ninguna* pauta de localización de equilibrio! Para verlo, observemos la figura 25.8. Si hay tres vendedores situados en el paseo, tiene que haber uno situado entre los otros dos. Al igual que antes, a los dos vendedores situados en los extremos les interesa trasladarse cerca del vendedor situado en la mitad del paseo, ya que pueden arrebatarle algunos de sus clientes sin perder ninguno de los suyos. Pero si se acercan *demasiado* al vendedor situado en la mitad del paseo, les compensa trasladarse inmediatamente a la derecha del competidor que tienen a la derecha o inmediatamente a la izquierda del competidor que tienen a la izquierda para arrebatarle *su* mercado. Cualquiera que sea la pauta de localización, ¡a alguno le compensa moverse!

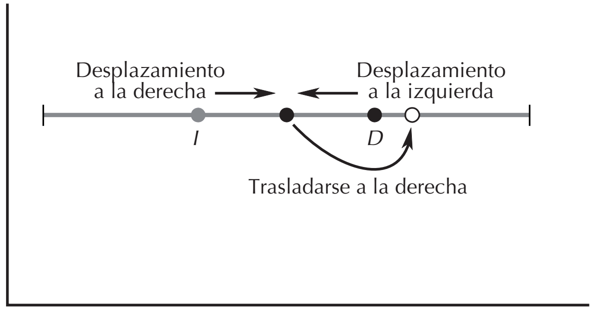


Figura 25.8 Ausencia de equilibrio. No existe ningún equilibrio de estrategias puras en el modelo de Hotelling con 3 empresas, ya que cualquiera que sea la configuración hay, al menos, una empresa que quiere cambiar de lugar.

Afortunadamente, este resultado "patológico" sólo se obtiene cuando hay tres competidores. Si hay cuatro o más, generalmente existe una pauta de localización de equilibrio.

Resumen

1. Normalmente, el monopolista tiene incentivos para practicar algún tipo de discriminación de precios.

2. Cuando la discriminación de precios es perfecta, el monopolista cobra a cada cliente un precio diferente del tipo "lo tomas o lo dejas". Esto da lugar a un volumen eficiente de producción.
3. Si una empresa puede cobrar precios distintos en dos mercados diferentes, tiende a cobrar el más bajo en el mercado cuya demanda es más elástica.
4. Si una empresa puede cobrar una tarifa de dos tramos y los consumidores son idénticos, generalmente querrá cobrar un precio igual al coste marginal y obtener todos sus beneficios por medio del precio de entrada.
5. La estructura industrial conocida como competencia monopolística es aquella en la que hay diferenciación del producto, por lo que cada empresa tiene un cierto poder de monopolio, pero también hay entrada libre, por lo que los beneficios se reducen a cero.
6. Cuando hay competencia monopolística, en general el grado de diferenciación del producto puede ser excesivo o demasiado bajo.

Problemas

1. ¿Es posible que un monopolio genere voluntariamente un nivel de producción eficiente en el sentido Pareto?
2. Supongamos que un monopolista vende a dos grupos que tienen curvas de demanda de elasticidad constante, ε_1 y ε_2. El coste marginal de producción es constante e igual a c. ¿Qué precio cobra a cada grupo?
3. Supongamos que el dueño del parque de atracciones puede practicar la discriminación de precios perfecta de primer grado cobrando un precio distinto por cada atracción. Supongamos que todas tienen un coste marginal nulo y que todos los consumidores tienen los mismos gustos. ¿Qué será mejor para el monopolista? ¿Cobrar un precio positivo por las atracciones y un precio nulo por la entrada o cobrar un precio positivo por la entrada y un precio nulo por las atracciones?
4. Disneylandia también ofrece entradas con un descuento a los residentes del sur de California. ¿De qué tipo de discriminación de precios se trata? ¿Qué implicaciones tiene para la elasticidad de la demanda de atracciones de Disney por parte de los residentes en el sur de California?

26. Los mercados de factores

Cuando analizamos las demandas de factores en el capítulo 19 sólo examinamos el caso de la empresa cuyos productos y factores de producción se vendían en mercados competitivos. Una vez estudiado el comportamiento monopolístico, podemos examinar algunas otras especificaciones del comportamiento de la demanda de factores. Por ejemplo, ¿qué ocurre con ésta si una empresa se comporta como un monopolio en el mercado en el que vende su producto o si una empresa es la única que demanda algunos factores? En el presente capítulo analizaremos estas cuestiones, así como otras relacionadas con ellas.

26.1 El monopolio en el mercado de productos

Cuando una empresa determina la demanda de un factor que maximiza su beneficio, siempre elige la cantidad con la que el ingreso marginal derivado de la contratación de una cantidad algo mayor de ese factor es exactamente igual a su coste marginal. Esta conducta tiene una explicación lógica: si el ingreso marginal no fuera igual al coste marginal, a la empresa no le compensaría seguir ese curso de acción.

Esta regla general adopta distintas formas dependiendo de los supuestos de que partamos respecto al entorno en el que actúe la empresa. Supongamos, por ejemplo, que ésta tiene el monopolio de su producto. Imaginemos, para mayor sencillez, que sólo hay un factor de producción y formulemos la función de producción de la manera siguiente: $y = f(x)$. El ingreso que percibe la empresa depende de la cantidad que produzca, por lo que $R(y) = p(y)y$, donde $p(y)$ es la función inversa de demanda. Veamos cómo afecta un aumento marginal de la cantidad del factor a los ingresos de la empresa.

Supongamos que incrementamos algo la cantidad del factor, Δx. Este incremento elevará algo la producción, Δy. El cociente entre el aumento de la producción y el del factor es el **producto marginal** del factor:

$$PM_x = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}. \qquad [26.1]$$

Este aumento de la producción alterará el ingreso. La variación del ingreso se denomina **ingreso marginal.**

$$IM_y = \frac{\Delta R}{\Delta y} = \frac{R(y + \Delta y) - R(y)}{\Delta y}. \qquad [26.2]$$

El efecto que produce en el ingreso el aumento marginal del factor se denomina **ingreso del producto marginal**. Si examinamos las ecuaciones [26.1] y [26.2], observaremos que éste viene dado por

$$IPM_x = \frac{\Delta R}{\Delta x} = \frac{\Delta R}{\Delta y}\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= IM_y \times PM_x.$$

Si utilizamos la expresión habitual del ingreso marginal, la igualdad anterior se convierte en

$$IPM_x = \left[p(y) + \frac{\Delta p}{\Delta y}\,y\right] PM_x$$

$$= p(y)\left[1 + \frac{1}{\varepsilon}\right] PM_x$$

$$= p(y)\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right] PM_x.$$

La primera expresión es la expresión habitual del ingreso marginal. La segunda utiliza la formulación del ingreso marginal basada en la elasticidad y analizada en el capítulo 15.

Ahora es fácil comprender que se trata de una generalización del caso competitivo examinado en el capítulo 19. La elasticidad de la curva de demanda de una empresa en un mercado competitivo es infinita, por lo que el ingreso marginal de una empresa competitiva es exactamente igual al precio. Por lo tanto, el "ingreso del producto marginal" del factor de una empresa en un mercado competitivo es exactamente el **valor del producto marginal** de ese factor, pPM_x.

¿En qué se diferencia el ingreso del producto marginal (en el caso del monopolio) del valor del producto marginal? Dado que la curva de demanda tiene pendiente negativa, observamos que el ingreso del producto marginal siempre será menor que el valor del producto marginal:

$$IPM_x = p\left[1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right] PM_x \leq pPM_x.$$

En la medida en que la función de demanda no sea perfectamente elástica, el IPM_x será estrictamente menor que pPM_x, lo cual significa que cualquiera que sea el nivel de empleo del factor, el valor marginal de una unidad adicional es menor para el monopolista que para la empresa competitiva. En el resto de este apartado supondremos que estamos refiriéndonos a este caso, es decir, a aquel en que el monopolista tiene, de hecho, un cierto poder de monopolio.

Esta afirmación parece a primera vista paradójica, ya que un monopolista obtiene mayores beneficios que una empresa competitiva. En este sentido, la cantidad total de factor "vale más" para el monopolista que para la empresa competitiva.

Esta "paradoja" se resuelve si se observa la diferencia entre el valor total y el valor marginal. La cantidad total de factor que se utiliza vale, de hecho, más para el monopolista que para la empresa competitiva, ya que el primero obtiene más beneficios de ese factor que la segunda. Sin embargo, *dado* el nivel de producción, un aumento del empleo del factor elevará la producción y *reducirá* el precio que puede cobrar el monopolista. Pero un aumento de la producción de la empresa competitiva no alterará el precio que ésta puede cobrar. Así pues, en el margen, un pequeño *aumento* del empleo del factor vale menos para el monopolista que para la empresa competitiva.

Dado que el aumento del empleo de un factor vale menos para el monopolista que para la empresa competitiva en el margen a corto plazo, tiene sentido que el primero desee utilizar normalmente una cantidad menor. De hecho, eso es lo que ocurre generalmente: el monopolista aumenta sus beneficios reduciendo la producción, para lo cual suele contratar una cantidad menor de factores que la empresa competitiva.

Para averiguar qué cantidad de un factor utiliza una empresa, tenemos que comparar el ingreso marginal de una unidad adicional del factor y el coste marginal de contratarlo. Supongamos que el mercado de factores de producción es competitivo, por lo que la empresa puede contratar la cantidad que desee al precio constante w. En este caso, la empresa competitiva desea contratar x_c unidades, donde

$$pPM(x_c) = w.$$

El monopolista, en cambio, desea contratar x_m unidades, donde

$$IPM(x_m) = w.$$

La figura 26.1 representa este caso. Dado que $IPM(x) < pPM(x)$, el punto en el que $IPM(x_m) = w$ siempre se encontrará a la izquierda del punto en el que $pPM(x_c) = w$. Por lo tanto, el monopolista contratará una cantidad menor que la empresa competitiva.

26.2 El monopsonio

En un monopolio hay un único vendedor de un bien. En un **monopsonio** hay un único comprador. El análisis del monopsonista es similar al del monopolista. Suponemos para mayor sencillez que el comprador produce un bien que se vende en un mercado competitivo.

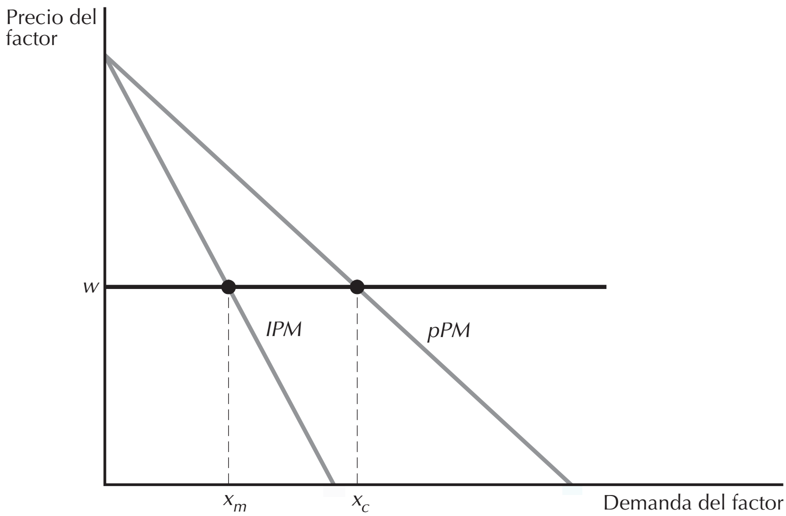


Figura 26.1. La demanda de un factor por parte de un monopolista. Dado que la curva de ingreso del producto marginal (*IPM*) se encuentra situada debajo de la curva que mide el valor del producto marginal (*pPM*), la demanda de un factor por parte de un monopolista debe ser menor que la demanda un factor por parte de la misma empresa si ésta se comporta competitivamente.

También suponemos, al igual que antes, que la empresa lo produce utilizando un único factor de acuerdo con la función de producción $y = f(x)$. Sin embargo, ahora suponemos que la empresa domina en el mercado del factor en el que actúa y se da cuenta de que la cantidad del factor que demanda influye en el precio que ha de pagar por él.

Esta relación se resume mediante la curva (inversa) de oferta $w(x)$. Esta función se interpreta de la siguiente manera: si la empresa desea contratar x unidades del factor, debe pagar el precio $w(x)$. Suponemos que $w(x)$ es una función creciente, es decir, cuanto mayor sea la cantidad del factor x que desea emplear la empresa, más alto debe ser el precio que ofrezca por él.

En un mercado competitivo, la curva de oferta del factor a la que se enfrenta la empresa es, por definición, horizontal: puede contratar la cantidad que desee al precio vigente. En el caso de monopsonista, tiene pendiente positiva: cuanto mayor sea la cantidad que contrate, más alto será el precio que deberá ofrecer por ella. En un mercado de factores competitivo, la empresa es un **precio-aceptante**. El monopsonista es un **precio-decisor**.

El monopsonista se enfrenta al siguiente problema de maximización del beneficio:

$$\max_x pf(x) - w(x)x.$$

Según la condición de maximización del beneficio, el ingreso marginal derivado de la contratación de una unidad adicional del factor debe ser igual al coste marginal de esa unidad. Dado que hemos supuesto que el mercado del producto es competitivo, el ingreso marginal es simplemente pPM_x. ¿Y el coste marginal?

La variación total que experimentan los costes cuando se contrata Δx más de trabajo, es

$$\Delta c = w\Delta x + x\Delta w,$$

por lo que la variación de los costes por variación unitaria de Δx es

$$\frac{\Delta c}{\Delta x} = CM_x = w + \frac{\Delta w}{\Delta x}\,x.$$

La interpretación de esta expresión es similar a la interpretación de la expresión del ingreso marginal: cuando la empresa utiliza una cantidad mayor del factor tiene que pagar $w\Delta x$ más al factor. Pero el aumento de la demanda del factor presionará al alza sobre su precio en Δw y la empresa tendrá que pagar este precio más alto por todas las unidades que utilizaba anteriormente.

El coste marginal de la contratación de unidades adicionales del factor también puede expresarse de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} CM_x &= w\left[1 + \frac{x}{w}\,\frac{\Delta w}{\Delta x}\right] \\ &= w\left[1 + \frac{1}{\eta}\right], \end{aligned}$$

donde η ahora representa la elasticidad de la *oferta* del factor. Dado que las curvas de oferta tienen normalmente pendiente positiva, η será positivo. Si la curva de oferta es *perfectamente* elástica, de tal manera que η es infinito, nos encontramos ante el caso de una empresa cuyos factores de producción se venden en un mercado competitivo. Obsérvese la similitud de estas observaciones con el caso análogo del monopolista.

Analicemos el caso del monopsonista que utiliza un factor cuya curva de oferta es lineal. La curva inversa de oferta tiene la forma siguiente:

$$w(x) = a + bx,$$

por lo que los costes totales tienen la forma

$$C(x) = w(x)x = ax + bx^2$$

y, por lo tanto, el coste marginal de una unidad adicional del factor es

$$CM_x(x) = a + 2bx.$$

La figura 26.2 muestra la construcción de la solución monopsonista. Hallamos la posición en la que el ingreso del producto marginal es igual al coste marginal para determinar x^* y, a continuación, observamos cuál es el precio del factor que corresponde a ese punto.

Dado que el coste marginal de contratar una unidad adicional del factor es superior a su precio, éste será más bajo que si la empresa se enfrentara a un mercado competitivo de factores. Contratará una cantidad demasiado pequeña en relación con el mercado competitivo. Al igual que sucede en el caso del monopolio, el monopsonista actúa en un punto ineficiente en el sentido de Pareto. Pero ahora la ineficiencia no se halla en el mercado de productos sino en el de factores.

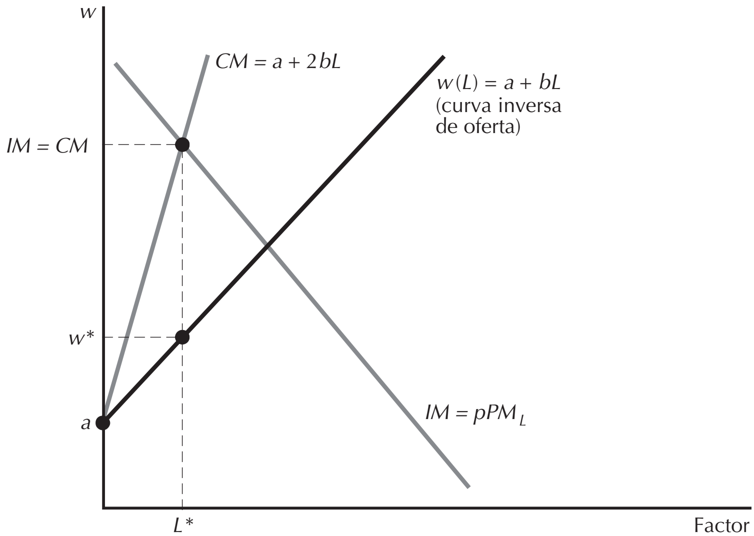


Figura 26.2. El monopsonio. La empresa actúa en el punto en el que el ingreso marginal derivado de la contratación de una unidad adicional del factor es igual a su coste marginal.

Ejemplo: El salario mínimo

Supongamos que el mercado de trabajo es competitivo y que el gobierno fija un salario mínimo más elevado que el salario vigente de equilibrio. Dado que la demanda es igual a la oferta del salario de equilibrio, la oferta de trabajo será superior a la demanda de trabajo al salario mínimo más elevado, como muestra la figura 26.3A.

La situación varía si el mercado de trabajo está dominado por un monopsonista. En este caso, representado en la figura 26.3B, es posible que la imposición de un salario mínimo eleve, de hecho, el empleo. Si el gobierno fija un salario mínimo igual al que estaría vigente en un mercado competitivo, el monopsonista percibe ahora que puede contratar trabajadores al salario constante w_c. Dado que ahora el salario al que se enfrenta es independiente del número de trabajadores que contrate, contratará hasta que el valor del producto marginal sea igual a w_c. Es decir, contratará tantos trabajadores como en el caso en el que el mercado de trabajo es competitivo.

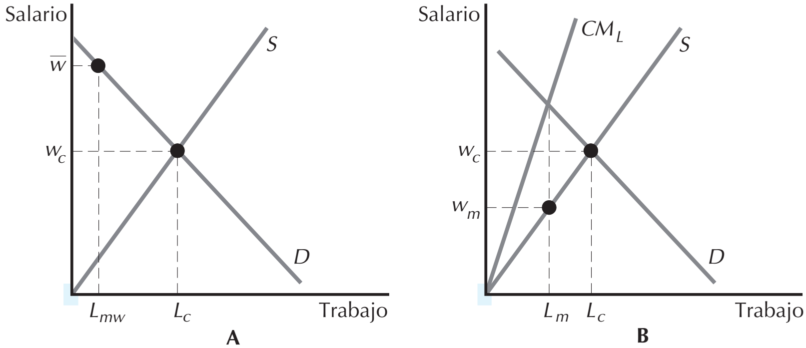


Figura 26.3. El salario mínimo. La parte A muestra el efecto de un salario mínimo en un mercado de trabajo competitivo. Al salario competitivo, w_c el empleo sería L_c. Al salario mínimo, $\overline{w}$, el empleo es L_{mw} solamente. La parte B muestra el efecto de un salario mínimo en un mercado de trabajo monopsonístico. En condiciones monopsonísticas, el salario es w_m, y el empleo L_m, que es menor que en el mercado de trabajo competitivo. Si se fija el salario mínimo w_c, el empleo aumentará a L_c.

Obligar a un monopsonista a pagar un salario mínimo es como limitar el precio máximo que puede cobrar un monopolista; ambas medidas llevan a la empresa a comportarse como si se enfrentara a un mercado competitivo.

26.3 El caso de dos monopolios en cadena

Hemos examinado dos casos en los que había competencia imperfecta y mercados de factores: el caso de la empresa que disfruta de un monopolio en el mercado de productos y cuyos factores de producción se venden en un mercado competitivo, y el caso de una empresa cuyo producto se vende en un mercado competitivo y disfruta de un monopolio en el mercado de factores de producción. Pero existen otras posibilidades. Por ejemplo, la empresa podría enfrentarse a un vendedor monopolístico en el mercado de factores de producción o a un comprador monopsonístico en el mercado de productos. No tiene mucho sentido analizar cada uno de los casos posibles, ya que en seguida se tornan repetitivos. Examinaremos, sin embargo, una interesante estructura de mercado en la que un monopolio produce un producto que es utilizado como factor de producción por otro monopolista.

Supongamos que un monopolista produce la cantidad x con un coste marginal constante de c y llamémoslo **monopolista de arriba**. Vende el factor x a otro monopolista, el **monopolista de abajo**, al precio k. Éste utiliza el factor x para producir y de acuerdo con la función de producción $y = f(x)$. Esta cantidad de producción se vende en un mercado monopolístico en el que la curva inversa de demanda es $p(y)$. Consideremos a título de ejemplo una curva inversa lineal de demanda, $p(y) = a - by$.

Para simplificar el análisis, supongamos que la función de producción es $y = x$, por lo que por cada unidad del factor x el monopolista puede producir una unidad del producto y. Supongamos, además, que el monopolista de abajo no tiene otros costes de producción que el precio unitario k que debe pagar al monopolista de arriba.

Para ver cómo funciona este mercado, comencemos primero con el monopolista de abajo. Su problema de maximización del beneficio es

$$\max_{y} p(y)y - ky = [a - by]y - ky.$$

Igualando el ingreso marginal y el coste marginal, tenemos que

$$a - 2by = k \, ,$$

lo que implica que

$$y = \frac{a-k}{2b}\cdot$$

Dado que el monopolista demanda una unidad del factor x por cada unidad del bien y que produce, esa expresión también determina la función de demanda del factor:

$$x = \frac{a-k}{2b}\cdot \qquad [26.3]$$

Esta función nos indica la relación entre el precio del factor k y la cantidad del mismo que demanda el monopolista de abajo.

Pasemos ahora al problema del monopolista de arriba. Probablemente comprende este proceso y puede averiguar qué cantidad venderá del bien x si fija varios precios k; ésta es simplemente la función de demanda de factores de la ecuación [26.3]. El monopolista de arriba desea elegir la cantidad de x que maximice su beneficio.

Este nivel puede determinarse con bastante facilidad. Despejando k en la ecuación [26.3] como una función de x, obtenemos

$$k = a - 2bx.$$

El ingreso marginal correspondiente a esta función de demanda del factor es

$$IM = a - 4bx.$$

Igualando el ingreso marginal y el coste marginal, tenemos que

$$a - 4bx = c,$$

o

$$x = \frac{a - c}{4b}\cdot$$

Dado que la función de producción es simplemente $y = x$, esta expresión también nos da la cantidad total de producto final que se obtiene:

$$y = \frac{a - c}{4b}\cdot \qquad [26.4]$$

Es interesante comparar este resultado con la cantidad que produciría un único monopolista integrado. Supongamos que se fusionaran los dos monopolios de tal forma que sólo hubiera un monopolista que tuviera una función inversa de demanda de producción, $p = a - by$, y un coste marginal constante de c por unidad producida. La ecuación que iguala el ingreso marginal y el coste marginal es

$$a - 2by = c,$$

lo que implica que la producción que maximiza el beneficio es

$$y = \frac{a - c}{2b}\cdot \qquad [26.5]$$

Si comparamos la ecuación [26.4] y la [26.5], observamos que el monopolista integrado produce el *doble* que el no integrado.

La figura 26.4 representa este resultado. Dada la curva final de demanda del monopolista de abajo $D = p(y)$, la curva de ingreso marginal correspondiente (IM_a) constituye la función de demanda del monopolista de arriba. A su vez, la curva de ingreso marginal correspondiente a esta última (IM_A) es *cuatro* veces más inclinada que la curva final de demanda, lo que explica por qué el volumen de producción en el mercado integrado es el doble del volumen de producción que lanza al mercado el monopolista de abajo.

Naturalmente, el hecho de que la curva final de ingreso marginal sea exactamente cuatro veces más inclinada es característico del caso de la demanda lineal. Sin embargo, no es difícil ver que un monopolista integrado siempre produce más que un par de monopolistas en cadena. En el segundo caso, el monopolista de arriba fija un precio superior al coste marginal y el de abajo fija un precio superior a este coste que ya incorpora un margen. Hay, pues, un **doble margen**. El precio es demasiado elevado no sólo desde el punto de vista social, sino también desde el punto de vista de la maximización de los beneficios totales del monopolio. Si se fusionaran los dos monopolistas, el precio bajaría y los beneficios aumentarían.

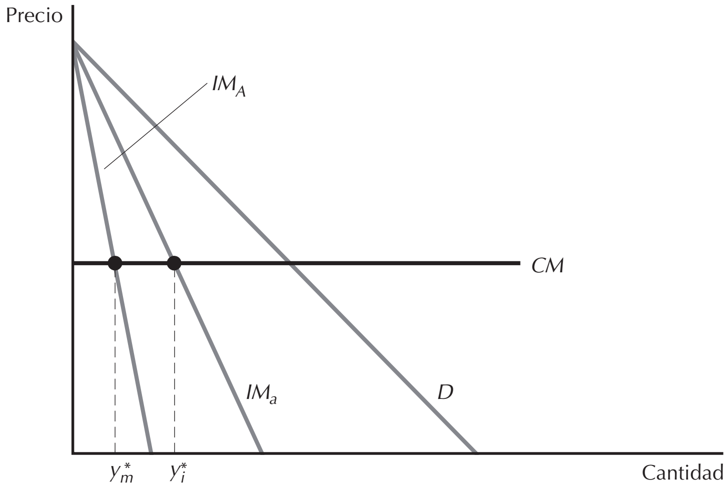


Figura 26.4. El monopolio en cadena. El monopolista de abajo, *a,* se enfrenta a la curva (inversa) de demanda $p(y)$. El ingreso marginal *a*, correspondiente a esta curva de demanda es $IM_a(y)$, que es, a su vez, la curva de demanda a la que se enfrenta el monopolista de arriba, *A,* cuya curva de ingreso marginal es $IM_A(y)$. El monopolista integrado produce y_i^*; el monopolista no integrado produce y_m^* ·

Resumen

1. Una empresa maximizadora del beneficio siempre elige la cantidad cuyo ingreso marginal es igual al coste marginal.
2. En el caso del monopolista, el ingreso marginal correspondiente a un aumento del empleo de un factor se denomina ingreso del producto marginal.
3. En el caso del monopolista, el ingreso del producto marginal siempre es menor que el valor del producto marginal, debido a que el ingreso marginal derivado del aumento de la producción siempre es menor que el precio.
4. Lo mismo que el monopolio es un mercado en el que sólo hay un vendedor, el monopsonio es un mercado en el que sólo hay un comprador.
5. En el caso del monopsonista, la curva de coste marginal correspondiente a un factor es más inclinada que su curva de oferta.
6. Por lo tanto, el monopsonista contrata una cantidad del factor de producción demasiado pequeña para ser eficiente.

7. Si un monopolista vende un factor a otro monopolista, el precio final del producto será demasiado elevado debido al fenómeno del doble margen.

Problemas

1. Hemos visto que un monopolista nunca producía en el punto en el que la demanda del producto era inelástica ¿Produciría un monopsonista en el punto en el que la oferta de un factor fuera inelástica?
2. En nuestro ejemplo del salario mínimo, ¿qué ocurriría si el mercado de trabajo estuviera dominado por un monopsonista y el gobierno fijara un salario superior al competitivo?
3. En nuestro examen de los monopolistas en cadena derivamos las expresiones de la cantidad total producida. ¿Cuáles son las expresiones apropiadas de los precios de equilibrio, p y k?

Apéndice

El ingreso del producto marginal puede calcularse utilizando la regla de la derivación en cadena. Sea $y = f(x)$ la función de producción y $p(y)$ la función inversa de demanda. El ingreso como función del empleo del factor es

$$R(x) = p(f(x))f(x).$$

Derivando esta expresión con respecto a x obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{dR(x)}{dx} &= p(y)f'(x) + f(x)p'(y)f'(x)\\ &= [p(y) + p'(y)y]f'(x)\\ &= IM \times PM.\end{aligned}$$

Examinemos el comportamiento de una empresa que es un competidor en su mercado de productos y un monopsonista en el de factores. Suponiendo que $w(x)$ es la función inversa de oferta de factores, el problema de maximización del beneficio es

$$\max_x pf(x) - w(x)x.$$

Diferenciando con respecto a x, obtenemos

$$pf'(x) = w(x) + w'(x)x = w(x)\left[1 + \frac{x}{w}\frac{dw}{dx}\right] = w(x)\left[1 + \frac{1}{\eta}\right].$$

Dado que la curva de oferta de factores tiene pendiente positiva, el segundo miembro de esta expresión será mayor que w. Por lo tanto, el monopsonista decidirá utilizar una cantidad del factor menor que la que utilizaría una empresa que se comportara competitivamente en el mercado de factores.

27. EL OLIGOPOLIO

Hasta ahora hemos analizado dos tipos de estructuras del mercado: la competencia pura, en la que normalmente hay muchos competidores pequeños, y el monopolio puro, en el que sólo hay una gran empresa en el mercado. Sin embargo, en la realidad, una gran parte de los mercados se encuentran entre estos dos extremos. En ellos existen a menudo algunos competidores, pero no tantos como para poder afirmar que cada uno de ellos tiene un efecto despreciable sobre el precio. Cuando esto ocurre decimos que hay un **oligopolio**.

El modelo de la competencia monopolística descrito en el capítulo 24 es un tipo de oligopolio. Sin embargo, pone el énfasis en la diferenciación del producto y en las dificultades de entrada, mientras que los modelos de oligopolio que estudiamos en este capítulo prestan atención a las interacciones estratégicas que tienen lugar en sectores, o industrias, con un número limitado de empresas.

Existen varios modelos relevantes, ya que en un entorno oligopolístico las empresas pueden comportarse de diversas formas. No parece razonable elaborar un modelo general que englobe todos los casos, dado que en el mundo real se observan varias pautas de conducta diferentes. Lo que necesitamos es una guía que nos indique cuáles son los posibles modelos de conducta y sus factores determinantes.

Para mayor sencillez, nos limitaremos, por lo general, a analizar el caso de dos empresas, llamado **duopolio**, que nos permite entender los rasgos más importantes de las empresas sujetas a una interdependencia estratégica sin las complicaciones de los modelos en los que hay un mayor número de empresas. También nos limitaremos a analizar los casos en los que todas las empresas producen un bien idéntico, lo que nos permitirá evitar los problemas que plantea la diferenciación del producto y ocuparnos únicamente de las interdependencias estratégicas.

27.1 Elección de la estrategia

Si hay dos empresas en el mercado y están produciendo ambas un producto homogéneo, hay cuatro variables de interés: el precio que cobra cada una de ellas y las cantidades que produce.

Cuando una empresa elige los precios y las cantidades, puede saber ya lo que ha elegido la otra. Si una de ellas consigue fijar su precio antes que la otra, decimos que la primera se comporta como un **líder en la elección del precio**, y la segunda como un **seguidor**. Del mismo modo, si una de ellas consigue elegir la cantidad antes que la otra, decimos que la primera se comporta como un **líder en la elección de la cantidad**, y la segunda como un **seguidor**. En estos casos, las interdependencias estratégicas constituyen un **juego consecutivo**.[1]

Por otra parte, puede ocurrir que cuando una empresa toma sus decisiones no conozca las que ha tomado la otra. En este caso, tiene que imaginar la decisión de la otra para tomar ella misma una decisión sensata. Se trata del **juego simultáneo**. De nuevo, hay dos posibilidades: las empresas pueden elegir cada una simultáneamente los precios o las cantidades.

Este sistema de clasificación nos brinda cuatro posibilidades: liderazgo en la elección de la cantidad, liderazgo en la elección del precio, fijación simultánea de la cantidad y fijación simultánea del precio. Cada uno de estos tipos de interdependencia suscita un conjunto distinto de cuestiones estratégicas.

Existe otro tipo de interdependencia que también examinaremos. Las empresas pueden **coludir** en lugar de competir entre sí. En este caso, las dos pueden llegar a un acuerdo para fijar conjuntamente los precios y las cantidades que maximicen la suma de sus beneficios. Este tipo de colusión se denomina **juego cooperativo**.

Ejemplo: Igualar los precios

Es frecuente ver anuncios en los que el vendedor promete "igualar" cualquier precio inferior. Generalmente se considera que estos anuncios indican la existencia de una feroz competencia. Sin embargo, ese tipo de ofertas también puede utilizarse para limitar la competencia.

Supongamos que hay dos tiendas de neumáticos, Neumáticos Lado Este y Neumáticos Lado Oeste, que están anunciando la misma marca de neumáticos por 50 euros.

Si Neumáticos Lado Este baja a 45 euros el precio de sus neumáticos, mientras que el de Neumáticos Lado Oeste sigue siendo de 50 euros, es de suponer que algunos de los clientes del lado oeste de la ciudad estarán dispuestos a desplazarse hasta el este para ahorrarse 5 euros. En ese caso, Neumáticos Lado Este venderá más neumáticos a un precio más bajo. Si el aumento de las ventas fuera suficiente para compensar la reducción del precio, sus beneficios aumentarían.

[1] En el siguiente capítulo analizaremos más detalladamente la teoría de los juegos, pero parece conveniente introducir aquí estos ejemplos específicos.

Ésa es, en pocas palabras, la lógica básica de la competencia: si los clientes son suficientemente sensibles al precio, un vendedor que baje el suyo verá aumentar sus ventas y probablemente sus beneficios.

Pero supongamos que Neumáticos Lado Oeste, en lugar de bajar su precio, continuara cobrando 50 euros, pero prometiera igualar cualquier precio inferior. ¿Qué ocurriría ahora si Neumáticos Lado Este bajara su precio?

En este caso, los clientes a los que les resulta más cómodo comprar en Neumáticos Lado Oeste podrían enseñar en esta tienda el anuncio de Neumáticos Lado Este y conseguir que les rebajara el precio. En ese caso, Neumáticos Lado Este no atraería a ningún cliente nuevo con su reducción de precio. En realidad, perdería ingresos, ya que vendería casi el mismo número de neumáticos a un precio más bajo.

Moraleja: un vendedor que promete igualar cualquier precio inferior reduce la motivación de sus competidores para rebajar precios.

27.2 El liderazgo en la elección de la cantidad

En el caso del liderazgo en la elección de la cantidad, una empresa elige antes que la otra. A veces se denomina **modelo de Stackelberg**, en honor al primer economista que estudió sistemáticamente la interdependencia del líder y el seguidor.[2]

El modelo de Stackelberg suele utilizarse para describir las industrias en las que hay una empresa dominante o un líder natural. Por ejemplo, en el sector de la informática suele considerarse que IBM es una empresa dominante. A menudo se observa que las empresas más pequeñas esperan a que ésta anuncie sus nuevos productos para ajustar consecuentemente sus decisiones. Analicemos esta industria suponiendo que IBM desempeña el papel de líder de Stackelberg y las demás el de seguidoras.

Examinemos ahora los detalles del modelo teórico. Supongamos que la empresa 1 es el líder y que decide producir la cantidad y_1. La empresa 2 responde eligiendo la cantidad y_2. Cada una sabe que el precio de equilibrio del mercado depende del nivel total de producción. Utilizamos la función inversa de demanda $p(Y)$ para indicar el precio de equilibrio como una función del nivel de producción de la industria, $Y = y_1 + y_2$.

¿Qué nivel de producción debe elegir el líder para maximizar los beneficios? La respuesta depende de cómo piense que reaccionará el seguidor ante su elección. Probablemente debe esperar que éste intente maximizar también los beneficios, dada la elección del líder. Para que el líder tome una decisión sensata respecto a su propia producción, tiene que examinar el problema de maximización del beneficio del seguidor.

[2] Heinrich von Stackelberg fue un economista alemán que publicó en 1934 la influyente obra sobre la organización del mercado, *Marktform und Gleichgewicht*.

El problema del seguidor

Suponemos que el seguidor desea maximizar sus beneficios

$$\max_{y_2} p(y_1 + y_2)y_2 - c_2(y_2).$$

El beneficio del seguidor depende del nivel de producción que elija el líder pero, desde el punto de vista del seguidor, el nivel de producción del líder está predeterminado, es decir, la producción del líder ya se ha realizado, y el seguidor la ve simplemente como una constante.

El seguidor desea elegir el nivel de producción en el que el ingreso marginal es igual al coste marginal:

$$IM_2 = p(y_1 + y_2) + \frac{\Delta p}{\Delta y_2} y_2 = CM_2.$$

El ingreso marginal tiene la interpretación normal. Cuando el seguidor aumenta su producción, eleva su ingreso al vender más al precio de mercado. Pero también presiona a la baja sobre el precio en Δp, lo que reduce los beneficios generados por todas las unidades que antes vendía al precio más alto.

Obsérvese que la elección del seguidor que maximiza su beneficio depende de la elección del líder. Esta relación puede expresarse de la forma siguiente:

$$y_2 = f_2(y_1).$$

La función $f_2(y_1)$ nos indica el nivel de producción maximizador del beneficio del seguidor como una función de la elección del líder. Se denomina **función de reacción**, ya que nos dice cómo reaccionará el seguidor a la elección del nivel de producción del líder.

Construyamos una curva de reacción en el sencillo caso de la demanda lineal. En este caso, la función (inversa) de demanda adopta la forma $p(y_1 + y_2) = a - b(y_1 + y_2)$. Supondremos por comodidad que los costes son cero.

En ese caso, la función de beneficio de la empresa 2 es

$$\pi_2(y_1, y_2) = [a - b(y_1 + y_2)]y_2$$

o

$$\pi_2(y_1, y_2) = ay_2 - by_1y_2 - by_2^2.$$

Esta expresión puede utilizarse para trazar las **líneas isobeneficio** de la figura 27.1. Estas líneas representan las combinaciones de y_1 e y_2 que generan un nivel constante de beneficio a la empresa 2. Es decir, las líneas isobeneficio están formadas por todos los puntos (y_1, y_2) que satisfacen las ecuaciones de la forma

$$ay_2 - by_1y_2 - by_2^2 = \overline{\pi}_2.$$

Obsérvese que los beneficios de la empresa 2 aumentan conforme nos desplazamos a líneas isobeneficio que se encuentran más a la izquierda debido a que si fijamos el nivel de producción de la empresa 2, sus beneficios aumentan conforme disminuye la producción de la 1. La empresa 2 obtiene la mayor cantidad posible de beneficios cuando es un monopolista; es decir, cuando la 1 decide producir cero unidades.

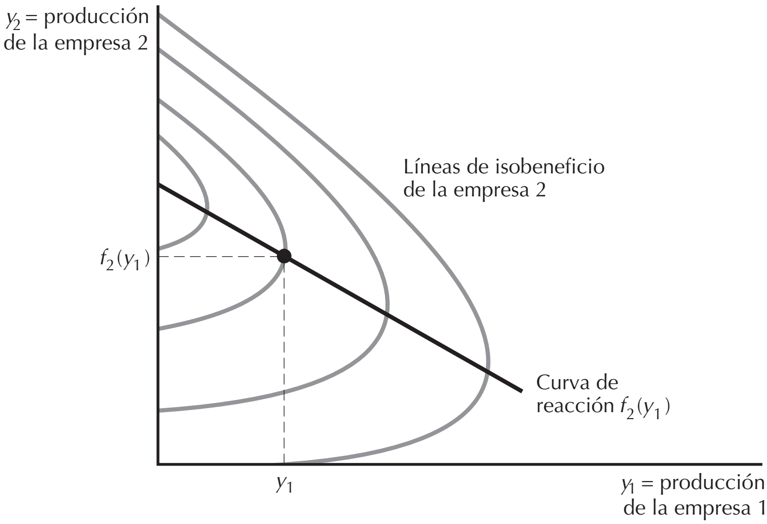


Figura 27.1. Obtención de una curva de reacción. Esta curva de reacción muestra el nivel de producción maximizador del beneficio de la empresa 2, la seguidora, correspondiente a cada nivel de producción elegido por la empresa 1, la líder. Dada la elección de y_1, el seguidor elige el nivel de producción $f_2(y_1)$ correspondiente a la línea isobeneficio situada más a la izquierda.

Por cada elección posible del nivel de producción de la empresa 1, la 2 desea elegir el que le reporte la mayor cantidad de beneficios, lo que significa que por cada elección de y_1, la empresa 2 elegirá el valor de y_2 que la coloque en la línea isobeneficio que se encuentre más a la izquierda, como muestra la figura 27.1. Este punto satisfará la condición habitual de tangencia, según la cual la pendiente de la línea isobeneficio debe ser vertical en el punto correspondiente a la elección óptima. El lugar geométrico de estas tangencias describe la curva de reacción de la empresa 2, $f_2(y_1)$.

Para analizar este resultado en términos algebraicos, necesitamos la expresión del ingreso marginal correspondiente a la función de beneficios de la empresa 2. Esta expresión es

$$IM_2(y_1, y_2) = a - by_1 - 2by_2.$$

Es fácil hallarla utilizando el cálculo diferencial. Si el lector no sabe cálculo, deberá creerse el resultado. Igualando el ingreso marginal y el coste marginal, que es cero en este ejemplo, tenemos que

$$a - by_1 - 2by_2 = 0.$$

Resolviendo esta expresión, obtenemos la curva de reacción de la empresa 2:

$$y_2 = \frac{a - by_1}{2b}.$$

Esta curva de reacción es la línea recta representada en la figura 27.1.

El problema del líder

Hemos visto cómo elige el seguidor su nivel de producción *dada* la elección del líder. A continuación pasamos a examinar el problema de maximización del beneficio del líder.

Probablemente éste también es consciente de que sus medidas influyen en el nivel de producción que elige el seguidor. La función de reacción, $f_2(y_1)$, resume esta relación. Por lo tanto, al elegir su nivel de producción debe darse cuenta de la influencia que ejerce en el seguidor.

Su problema de maximización del beneficio se convierte, pues, en

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2)y_1 - c_1(y_1)$$

$$\text{sujeta a } y_2 = f_2(y_1).$$

Introduciendo la segunda ecuación en la primera, obtenemos

$$\max_{y_1} p[y_1 + f_2(y_1)]y_1 - c_1(y_1).$$

Obsérvese que el líder se da cuenta de que cuando elige el nivel de producción y_1, la producción total es $y_1 + f_2(y_1)$, es decir, su propio nivel de producción *más* el del seguidor.

Cuando el líder considera la posibilidad de variar su nivel de producción, ha de darse cuenta de la influencia que ejerce en el seguidor. Examinémoslo por medio de la curva de demanda lineal antes descrita. Hemos visto que la función de reacción es

$$f_2(y_1) = y_2 = \frac{a - by_1}{2b}. \qquad [27.1]$$

Dado que hemos supuesto que los costes marginales son cero, los beneficios del líder son

$$\pi_1(y_1, y_2) = p(y_1 + y_2)y_1 = ay_1 - by_1^2 - by_1y_2. \qquad [27.2]$$

Pero el nivel de producción del seguidor, y_2, dependerá de la elección del líder a través de la función de reacción $y_2 = f_2(y_1)$.

Introduciendo la ecuación [27.1] en la [27.2], obtenemos

$$\begin{aligned} \pi_1(y_1, y_2) &= ay_1 - by_1^2 - by_1f_2(y_1) \\ &= ay_1 - by_1^2 - by_1\frac{a - by_1}{2b}. \end{aligned}$$

Simplificando esta expresión, obtenemos

$$\pi_1(y_1, y_2) = \frac{a}{2}y_1 - \frac{b}{2}y_1^2.$$

El ingreso marginal de esta función es

$$IM = \frac{a}{2} - by_1.$$

Igualando el ingreso marginal y el coste marginal, que es cero en este ejemplo, y despejando y_1, tenemos que

$$y_1^* = \frac{a}{2b}.$$

Para hallar el nivel de producción del seguidor, introducimos simplemente el valor de y_1^* en la función de reacción:

$$\begin{aligned} y_2^* &= \frac{a - by_1^*}{2b} \\ &= \frac{a}{4b}. \end{aligned}$$

Estas dos ecuaciones nos dan el nivel total de producción de la industria: $y_1^* + y_2^* = 3a/4b$.

La solución de Stackelberg también puede analizarse gráficamente mediante las curvas isobeneficio representadas en la figura 27.2. (Dicha figura también ilustra el equilibrio de Cournot que describiremos en el apartado 27.5.) Este gráfico muestra las curvas de reacción de ambas empresas y las curvas isobeneficio de la empresa 1. Las curvas isobeneficio de la empresa 1 tienen la misma forma general que las curvas isobeneficio de la empresa 2, sólo que rotadas noventa grados. La empresa 1 obtiene más beneficios en las curvas isobeneficio más bajas, ya que sus beneficios aumentan conforme disminuye la producción de la empresa 2.

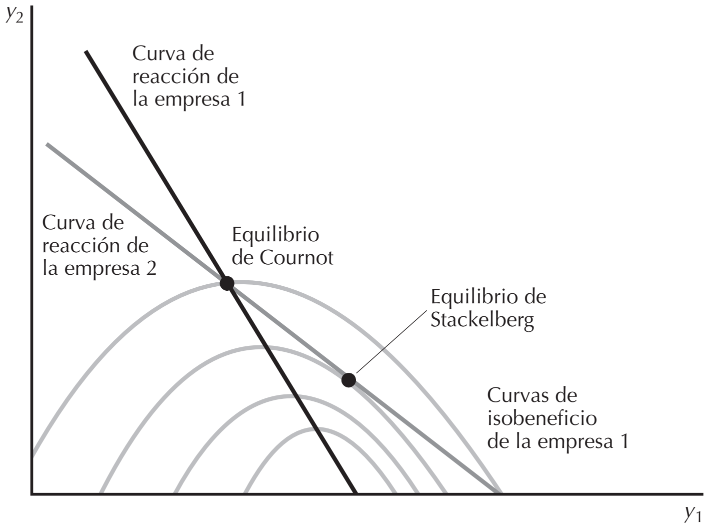


Figura 27.2. El equilibrio de Stackelberg. La empresa 1, la líder, elige el punto de la curva de reacción de la 2 que toca la curva isobeneficio más baja posible de la 1, obteniendo así los mayores beneficios posibles.

La empresa 2 se comporta como una seguidora, lo que significa que elige un nivel de producción situado a lo largo de su curva de reacción, $f_2(y_1)$. Por lo tanto, la empresa 1 quiere elegir una combinación de producción de la curva de reacción que genere los máximos beneficios posibles, pero, como muestra la figura 27.2, eso significa que debe elegir un punto de la curva de reacción que toque la curva isobeneficio *más baja*. La lógica habitual de la maximización nos indica que la curva de reacción debe ser tangente a la curva isobeneficio en ese punto.

27.3 El liderazgo en la elección del precio

En lugar de fijar la cantidad, el líder puede fijar el precio. Para tomar una decisión sensata, éste debe predecir el comportamiento del seguidor. Por lo tanto, debemos analizar primero el problema de maximización del beneficio del seguidor.

Observamos, en primer lugar, que en condiciones de equilibrio el seguidor siempre debe fijar el mismo precio que el líder, debido a nuestro supuesto de que las dos empresas venden productos idénticos. Si las dos cobran precios distintos, todos los consumidores preferirán la que cobre el más bajo, y no podrá haber un punto de equilibrio en el que produzcan las dos.

Supongamos que el líder ha fijado el precio p y que el seguidor lo considera dado y elige su nivel de producción que maximiza su beneficio. Se trata esencialmente de un comportamiento igual que el competitivo ya analizado anteriormente. En el modelo competitivo, cada empresa considera que el precio escapa a su control porque constituye una parte muy pequeña del mercado; en el modelo de liderazgo en la elección del precio, el seguidor considera que el precio escapa a su control puesto que ya ha sido fijado por el líder.

El seguidor desea maximizar sus beneficios:

$$\max_{y_2} py_2 - c_2(y_2),$$

lo que nos lleva a la conocida condición de que el seguidor deseará elegir el nivel de producción en el que el precio sea igual al coste marginal. Esta condición determina la curva de oferta del seguidor, $S(p)$, que se muestra en la figura 27.3.

Pasemos ahora al problema del líder. Éste se da cuenta de que si fija el precio p, el seguidor ofrecerá $S(p)$, lo que significa que la cantidad de producción que venderá el líder será $R(p) = D(p) - S(p)$. Esta relación se denomina **curva de demanda residual del líder.**

Supongamos que éste tiene un coste marginal constante de producción c. En ese caso, los beneficios que obtiene, cualquiera que sea el precio p, serán:

$$\pi_1(p) = (p - c)[D(p) - S(p)] = (p - c)R(p).$$

Para maximizar los beneficios, el líder desea elegir un precio y un nivel de producción en los que el ingreso marginal sea igual al coste marginal. Sin embargo, el ingreso marginal debe ser el ingreso marginal correspondiente a la demanda *residual*, es decir, la curva que mide de hecho el nivel de producción que podrá vender a cada uno de los precios dados. En la figura 27.3, la curva de demanda residual es lineal, por lo que la curva de ingreso marginal correspondiente tendrá la misma ordenada en el origen y será el doble de inclinada.

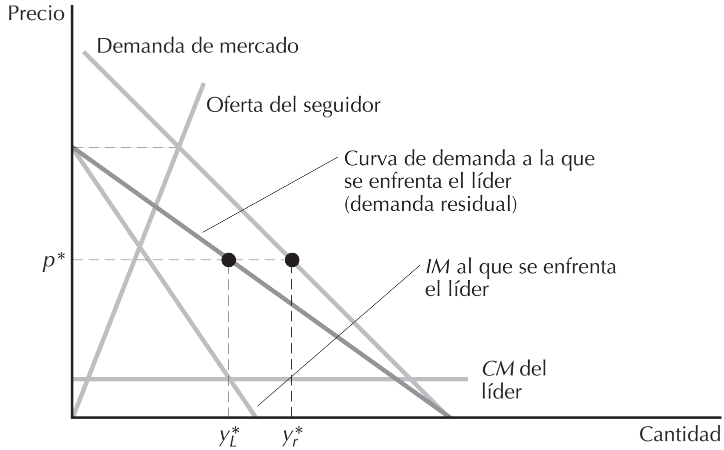


Figura 27.3. El líder en la elección del precio. La curva de demanda a la que se enfrenta el líder es la curva de demanda del mercado menos la curva de oferta del seguidor. El líder iguala el ingreso marginal y el coste marginal para hallar la cantidad óptima que debe ofrecer, y_L^*. La cantidad total ofrecida en el mercado es y_r^* y el precio de equilibrio p^*.

Veamos un sencillo ejemplo algebraico. Supongamos que la curva de demanda es $D(p) = a - bp$. El seguidor tiene la función de costes $c_2(y_2) = y_2^2/2$ y el líder tiene la función de costes $c_1(y_1) = cy_1$.

Dado el precio p, el seguidor desea elegir el nivel de producción en que el precio sea igual al coste marginal. Si la función de costes es $c_2(y_2) = y_2^2/2$, puede demostrarse que la curva de coste marginal es $CM_2(y_2) = y_2$. Igualando el precio y el coste marginal, tenemos que

$$p = y_2.$$

Despejando la curva de oferta del seguidor obtenemos $y_2 = S(p) = p$.

La curva de demanda a la que se enfrenta el líder —la curva de demanda residual— es

$$R(p) = D(p) - S(p) = a - bp - p = a - (b + 1)p.$$

A partir de aquí estamos ante un problema ordinario de monopolio. Despejando p en función del nivel de producción del líder y_1, tenemos que

$$p = \frac{a}{b+1} - \frac{1}{b+1} y_1. \qquad [27.3]$$

Ésta es la curva inversa de demanda del líder. La curva de ingreso marginal correspondiente tiene la misma ordenada en el origen y es el doble de inclinada, lo que significa que es

$$IM_1 = \frac{a}{b+1} - \frac{2}{b+1} y_1.$$

Igualando el ingreso marginal y el coste marginal, obtenemos la ecuación

$$IM_1 = \frac{a}{b+1} - \frac{2}{b+1} y_1 = c = CM_1.$$

Despejando el nivel de producción maximizador del beneficio del líder, tenemos que

$$y_1^* = \frac{a - c(b+1)}{2}.$$

Podríamos proseguir e introducir este resultado en la ecuación [27.3] para hallar el precio de equilibrio, pero la ecuación no es especialmente interesante.

27.4 Comparación del liderazgo en la elección del precio y el liderazgo en la elección de la cantidad

Hemos visto cómo se calcula el precio y la producción de equilibrio en el caso del liderazgo en la elección de la cantidad y el liderazgo en la elección del precio. Cada modelo determina un precio y un nivel de producción de equilibrio diferentes; cada uno es adecuado en distintas circunstancias.

Una manera de analizar la fijación de la cantidad es imaginar que la empresa elige la capacidad. Cuando una empresa fija la cantidad, está determinando, de hecho, cuánto será capaz de ofrecer en el mercado. Si una empresa es capaz de ser la primera en invertir en capacidad, lo lógico es considerarla líder en la elección de la cantidad.

Supongamos, por otra parte, que examinamos un mercado en el que la elección de la capacidad no es importante, pero una de las empresas distribuye un catálogo de precios. Es natural imaginar que ésta es la empresa que fija el precio. Sus rivales pueden considerar dado el precio del catálogo y tomar sus propias decisiones de precios y de oferta de acuerdo con ese precio.

Para saber si el modelo del liderazgo en la elección del precio es más correcto que el modelo del liderazgo en la elección de la cantidad o al revés, no podemos utilizar únicamente argumentos teóricos. Tenemos que ver cómo toman, de hecho, sus decisiones las empresas para elegir el modelo más adecuado.

27.5 Elección simultánea de la cantidad

Una de las dificultades que plantea el modelo del líder y el seguidor se halla en que es necesariamente asimétrico: una empresa es capaz de tomar sus decisiones antes que la otra, lo cual no es razonable en algunas situaciones. Supongamos, por ejemplo, que dos empresas están intentando *simultáneamente* decidir la cantidad que van a producir. En este caso, cada una tiene que predecir el nivel de producción que elegirá la otra para decidir sensatamente el suyo propio.

En este apartado analizaremos un modelo de un periodo, en el que cada una de las empresas tiene que predecir el nivel de producción que elegirá la otra y, a partir de él, elegir uno que maximice su beneficio. A continuación, buscaremos un equilibrio en las predicciones, es decir, una situación en la que cada una de las empresas vea confirmarse sus predicciones sobre la otra. Este modelo se denomina **modelo de Cournot**, en honor al matemático francés del siglo XIX, que fue quien primero analizó sus consecuencias.[3]

Comencemos suponiendo que la empresa 1 espera que la 2 produzca y_2^e unidades (la e representa el nivel de producción *esperado*). En ese caso, si la empresa 1 decide producir y_1 unidades, la producción total que espera vender será $Y = y_1 + y_2^e$, que dará lugar a un precio de mercado de $p(Y) = p(y_1 + y_2^e)$. Por lo tanto, el problema de maximización del beneficio de la empresa 1 es

$$\max_{y_1} p(y_1 + y_2^e)y_1 - c(y_1).$$

Cualquiera que sea la predicción sobre el nivel de producción de la empresa 2, y_2^e, la empresa 1 tendrá una decisión óptima de producción, y_1. Expresemos esta relación funcional entre el *nivel de producción esperado* de la empresa 2 y *la decisión óptima* de la 1 de la forma siguiente:

$$y_1 = f_1(y_2^e).$$

Esta función no es más que la función de reacción que hemos examinado antes en este capítulo. En nuestro análisis original, la función de reacción indicaba el nivel de producción del seguidor en función de la decisión del líder. En este caso, la función de reacción indica la elección óptima de una empresa en función de su *opinión* sobre la elección de la otra. Aunque la interpretación es diferente en los dos casos, la definición matemática es exactamente la misma.

La curva de reacción de la empresa 2 es

$$y_2 = f_2(y_1^e).$$

[3] Augustin Cournot nació en 1801. Su influyente libro, *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, se publicó en 1838.

Muestra la decisión óptima de producción de la empresa 2 en función de sus expectativas sobre la producción de la 1, y_1^e.

Ahora bien, recuérdese que cada empresa elige su nivel de producción *suponiendo* que el de la otra será y_1^e o y_2^e. Si los valores de y_1^e e y_2^e son arbitrarios, difícilmente se cumplirá la previsión: en general, el nivel *óptimo* de producción de la empresa 1, y_1, será diferente del que *espera* la 2, y_1^e.

Busquemos, pues, una combinación de niveles de producción (y_1^*, y_2^*) tal que el nivel óptimo de la empresa 1 sea y_1^*, suponiendo que la 2 produce y_2^*, y, a su vez, el nivel óptimo de producción de la 2 sea y_2^*, suponiendo que la empresa 1 permanece en y_1^*. En otras palabras, las decisiones de producción (y_1^*, y_2^*) deberán satisfacer la siguiente condición:

$$y_1^* = f_1(y_2^*)$$
$$y_2^* = f_2(y_1^*).$$

Esta combinación de niveles de producción se denomina **equilibrio de Cournot**. En el equilibrio de Cournot, cada empresa maximiza sus beneficios, dadas sus expectativas sobre la decisión de producción de la otra empresa y, además, esas expectativas se confirman: cada empresa elige el nivel óptimo de producción que la otra espera que produzca. En el equilibrio de Cournot, a ninguna de ellas le resulta rentable variar su producción una vez que descubre la decisión que ha tomado realmente la otra.

La figura 27.4 muestra un ejemplo del equilibrio de Cournot. Éste es simplemente el par de niveles de producción en los que se cortan las dos curvas de reacción. En ese punto, cada empresa produce una cantidad maximizadora del beneficio, dada la decisión de producción de la otra.

27.6 Un ejemplo de equilibrio de Cournot

Recuérdese el caso de la función de demanda lineal y los costes marginales nulos que analizamos antes. Hemos visto que en este caso la función de reacción de la empresa 2 era

Dado que en este ejemplo la empresa 1 es exactamente igual que la 2, su curva de reacción tiene la misma forma:

$$y_1 = \frac{a - by_2^e}{2b}.$$

La figura 27.4 representa este par de curvas de reacción. Su intersección es el equilibrio de Cournot, en el cual la elección de cada empresa es la elección maximizadora del beneficio, dadas sus expectativas sobre la conducta de la otra, y las expectativas de cada una sobre la conducta de la otra se ven confirmadas por su conducta *real*.

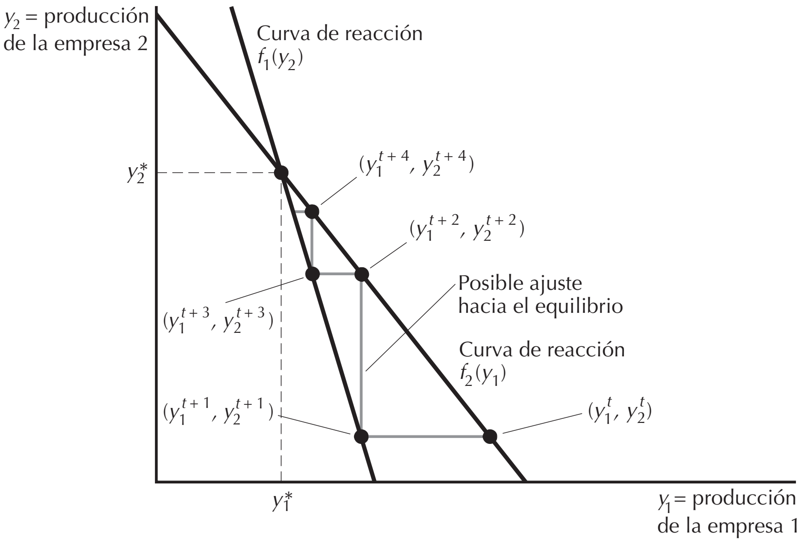


Figura 27.4. El equilibrio de Cournot. Cada empresa maximiza sus beneficios, dadas sus expectativas sobre la decisión de producción de la otra. El equilibrio de Cournot se encuentra en (y_1^*, y_2^*), donde se cortan las dos curvas de reacción.

Para calcular algebraicamente el equilibrio de Cournot, buscamos el punto (y_1, y_2), en el que cada empresa está haciendo lo que la otra espera que haga. Sustituyendo y_1^e por y_1 e y_2^e por y_2 nos queda el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$y_1 = \frac{a - by_2}{2b}$$
$$y_2 = \frac{a - by_1}{2b}.$$

En este ejemplo, ambas empresas son idénticas, por lo que en condiciones de equilibrio cada una produce la misma cantidad. Por lo tanto, introduciendo $y_1 = y_2$ en la ecuación anterior, tenemos que

$$y_1 = \frac{a - by_1}{2b}.$$

Despejando y_1^*, obtenemos

$$y_1^* = \frac{a}{3b}.$$

Dado que las dos empresas son idénticas, eso también implica que

$$y_2^* = \frac{a}{3b},$$

por lo que la producción total de la industria es

$$y_1^* + y_2^* = \frac{2a}{3b}.$$

27.7 Ajuste para llegar al equilibrio

Utilicemos la figura 27.4 para describir un proceso de ajuste para llegar al equilibrio. Supongamos que en el periodo t las empresas están produciendo (y_1^t, y_2^t), que no son necesariamente niveles de producción de equilibrio. Si la empresa 1 espera que la 2 continúe produciendo y_2^t, en el siguiente periodo querrá elegir el nivel de producción que maximice su beneficio dadas esas expectativas, a saber, $f_1(y_2^t)$. Por lo tanto, en el periodo $t + 1$ elegirá

$$y_1^{t+1} = f_1(y_2^t).$$

La empresa 2 puede razonar de la misma forma, por lo que en el siguiente periodo elegirá

$$y_2^{t+1} = f_2(y_1^t).$$

Estas ecuaciones describen cómo ajusta cada empresa su producción a la vista de la elección de la otra. La figura 27.4 muestra la variación de los niveles de producción de las empresas que implica esta conducta. He aquí una manera de interpretar el gráfico. Comenzamos por un punto cualquiera (y_1^t, y_2^t). Dado el nivel de producción de la empresa 2, la 1 elige el nivel óptimo de producción del siguiente periodo, $y_1^{t+1} = f_1(y_2^t)$. Este punto se halla en el gráfico desplazándose horizontalmente hacia la izquierda hasta llegar a la curva de reacción de la empresa 1.

Si la empresa 2 espera que la 1 continúe produciendo y_1^{t+1}, su respuesta óptima es producir y_2^{t+2}. Hallamos este punto desplazándonos verticalmente en sentido ascendente hasta llegar a la función de reacción de la empresa 2. Continuamos desplazándonos a lo largo de la "escalera" para hallar la secuencia de decisiones de producción de las dos empresas. En el ejemplo mostrado, este proceso de ajuste converge en el equilibrio de Cournot. Decimos que en este caso el equilibrio de Cournot es un **equilibrio estable**.

Este proceso de ajuste, pese a su atractivo intuitivo, plantea algunas dificultades. Cada empresa supone que la producción de la otra se mantiene fija de un periodo a otro, pero, en realidad, ambas la alteran. Sólo en el punto de equilibrio se cumplen, de hecho, las expectativas de una de ellas sobre la producción de la otra. Por este motivo, generalmente pasamos por alto la forma en que se alcanza el equilibrio y nos fijamos solamente en el comportamiento de las empresas en esa situación.

27.8 Muchas empresas en el equilibrio de Cournot

Supongamos que en el equilibrio de Cournot no hay dos empresas solamente, sino varias. En este caso, suponemos que cada una tiene unas ciertas expectativas sobre las decisiones de producción de las demás empresas y tratamos de describir el nivel de producción de equilibrio.

Supongamos que hay n empresas y que $Y = y_1 + \ldots + y_n$ es la producción total de la industria. En ese caso, la condición de "igualdad del ingreso marginal y el coste marginal" de la empresa i es:

$$p(Y) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_i = CM(y_i).$$

Sacando $p(Y)$ como factor común y multiplicando el segundo término por Y/Y, esta ecuación se convierte en:

$$p(Y) \left[1 + \frac{\Delta p}{\Delta Y} \frac{Y}{p(Y)} \frac{y_i}{Y} \right] = CM(y_i).$$

Utilizando la definición de elasticidad de la curva de demanda agregada y suponiendo que $s_i = y_i / Y$ es la proporción de la producción total del mercado correspondiente a la empresa i, está ecuación se reduce a

$$p(Y) \left[1 - \frac{s_i}{|\varepsilon(Y)|} \right] = CM(y_i). \qquad [27.4]$$

Esta expresión también puede formularse de la manera siguiente:

$$p(Y) \left[1 - \frac{1}{|\varepsilon(Y)| / s_i} \right] = CM(y_i).$$

Esta expresión se parece a la del monopolista salvo en el término s_i. Podemos interpretar que $\varepsilon(Y)/s_i$ es la elasticidad de la curva de demanda a la que se enfrenta la empresa: cuanto menor es su cuota de mercado, más elástica es dicha curva.

Si su cuota de mercado es 1 —la empresa es un monopolio—, la elasticidad de la curva de demanda a la que se enfrenta es la curva de demanda del mercado, por lo que la condición es exactamente igual que la del monopolista. Si representa una parte muy pequeña de un gran mercado, su cuota es, de hecho, cero y la curva de demanda a la que se enfrenta es, de hecho, infinita. En ese caso, la condición es la del competidor puro: el precio es igual al coste marginal.

Ésta es una de las justificaciones del modelo competitivo descrito en el capítulo 22. Si hay un gran número de empresas, la influencia de cada una en el precio de mercado es inapreciable y el equilibrio de Cournot es, en la práctica, el mismo que el de la competencia pura.

27.9 Elección simultánea del precio

En el modelo de Cournot descrito antes hemos supuesto que las empresas eligen su nivel de producción y dejan que el mercado determine el precio. También puede suponerse que las empresas fijan el precio y dejan que el mercado determine la cantidad que se vende. Este modelo se denomina **competencia de Bertrand**.[4]

Cuando una empresa elige su precio, tiene que predecir el precio fijado por la otra empresa de la industria. Al igual que en el caso del equilibrio de Cournot, debemos hallar un par de precios tal que cada uno sea una elección maximizadora del beneficio, dada la elección de la otra empresa.

¿Cómo es el equilibrio de Bertrand? Cuando las empresas venden productos idénticos, el equilibrio de Bertrand tiene una estructura muy sencilla. Es el equilibrio competitivo, en el que el precio es igual al coste marginal.

Debemos señalar, en primer lugar, que el precio nunca puede ser menor que el coste marginal, ya que en ese caso cualquiera de las dos empresas obtendría más beneficios produciendo menos. Consideremos, por lo tanto, el caso en el que el precio es mayor que el coste marginal. Supongamos que ambas empresas están vendiendo su producción a un precio $\hat{p}$ mayor que el coste marginal. Consideremos la posición de la empresa 1. Si baja el precio en una pequeña cantidad, ε, y la otra empresa mantiene fijo el suyo en $\hat{p}$, todos los consumidores preferirán comprar a la empresa 1. Bajando el precio en una pequeña cantidad arbitraria, puede atraer a todos los clientes de la empresa 2.

[4] Joseph Bertrand, otro matemático francés, presentó su modelo en una recensión de la obra de Cournot.

Si la empresa 1 cree realmente que la 2 va a seguir cobrando un precio $\hat{p}$ mayor que el coste marginal, siempre le compensará bajar el suyo a $\hat{p} - \varepsilon$. Pero la 2 puede pensar lo mismo. Por lo tanto, si el precio es superior al coste marginal, no puede haber equilibrio; el único equilibrio es el competitivo.

Este resultado parece paradójico cuando se observa por primera vez: ¿cómo puede llegarse a un precio competitivo si sólo hay dos empresas en el mercado? Si imaginamos que el modelo de Bertrand es un modelo de puja competitiva, tiene más sentido. Supongamos que una empresa "puja" para conseguir vender su producto a los consumidores fijando un precio superior al coste marginal. En ese caso, la otra empresa siempre puede obtener un beneficio fijando un precio inferior a éste. Por lo tanto, el único precio al que cada empresa puede esperar racionalmente que no responderá la otra fijando uno más bajo es el precio que es igual al coste marginal.

Suele observarse que la puja competitiva entre las empresas que no son capaces de coludir puede dar lugar a precios mucho más bajos que los que pueden lograrse por otros medios. Este fenómeno no es más que un ejemplo de la lógica de la competencia de Bertrand.

27.10 La colusión

En los modelos que hemos examinado hasta ahora las empresas actuaban independientemente. Pero si éstas se ponen de acuerdo para determinar conjuntamente su nivel de producción, estos modelos no son muy razonables. En este caso, preferirán elegir el nivel de producción que maximice los beneficios totales de la industria y repartírselos después. Cuando las empresas llegan a un acuerdo para fijar los niveles de precios y de producción con el fin de maximizar los beneficios totales de la industria, constituyen lo que se llama un **cártel**. Como vimos en el capítulo 24 un cártel no es más que un grupo de empresas que pactan para actuar como un único monopolista y maximizar la suma de sus beneficios.

Por lo tanto, el problema de maximización de los beneficios al que se enfrentan las dos empresas consiste en elegir los niveles de producción y_1 e y_2 que maximicen los beneficios totales de la industria:

$$\max_{y_1, y_2} p(y_1 + y_2)[y_1 + y_2] - c_1(y_1) - c_2(y_2).$$

Este problema tiene las siguientes condiciones de optimalidad:

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y}[y_1^* + y_2^*] = CM_1(y_1^*)$$

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y}[y_1^* + y_2^*] = CM_2(y_2^*).$$

Estas condiciones tienen una interesante interpretación. Cuando la empresa 1 considera la posibilidad de aumentar su producción en Δy_1, tiene en cuenta los dos efectos habituales: los beneficios adicionales que genera la venta de una mayor producción al precio p y las consecuencias de la reducción del precio. Pero ahora en el segundo efecto tiene que tener en cuenta tanto su propia producción como la de la otra empresa, ya que en este caso le interesa maximizar no sólo sus propios beneficios, sino también los beneficios totales de la industria.

Las condiciones de optimalidad implican que el ingreso marginal de una unidad adicional de producción debe ser el mismo, independientemente de dónde se produzca. En consecuencia, $CM_1(y_1^*) = CM_2(y_2^*)$, por lo que los dos costes marginales serán iguales en el punto de equilibrio. Si una empresa tiene una ventaja de costes, de tal manera que su curva de coste marginal siempre se encuentre por debajo de la de la otra empresa, en la solución del cártel producirá necesariamente una cantidad mayor en el punto de equilibrio.

En el mundo real, los cárteles plantean un problema: siempre existe la tentación de violar los acuerdos. Supongamos, por ejemplo, que las dos empresas están produciendo una cantidad que maximiza los beneficios de la industria (y_1^*, y_2^*) y la 1 considera la posibilidad de producir algo más, Δy_1. Los beneficios marginales que obtendrá en ese caso serán:

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta y_1} = p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_1^* - CM_1(y_1^*). \qquad [27.5]$$

Antes vimos que en la solución del cártel la condición de optimización era:

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_1^* + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_2^* - CM_1(y_1^*) = 0,$$

de lo que se deduce que

$$p(y_1^* + y_2^*) + \frac{\Delta p}{\Delta Y} y_1^* - CM_1(y_1^*) = -\frac{\Delta p}{\Delta Y} y_2^* > 0. \qquad [27.6]$$

Esta última desigualdad se debe a que $\Delta p/\Delta Y$ es negativo (es decir, la curva de demanda del mercado tiene pendiente negativa).

Si examinamos las ecuaciones [27.5] y [27.6], veremos que

$$\frac{\Delta \pi_1}{\Delta y_1} > 0.$$

Por lo tanto, si la empresa 1 cree que la 2 mantendrá fijo su nivel de producción, creerá que puede obtener un beneficio elevando su propia producción. En la solución del cártel, las empresas se ponen de acuerdo para restringir la producción con el fin de no "estropear" el mercado. Se dan cuenta de lo que puede suceder con los beneficios conjuntos si cualquiera de ellas decide producir más. Pero si ambas creen que la otra se atendrá a su cuota de producción, existirá la tentación por parte de cada una de aumentar sus propios beneficios incrementando unilateralmente su producción. A los volúmenes de producción que maximizan los beneficios conjuntos, siempre será rentable para cada empresa aumentar unilateralmente su producción, si la otra mantiene fija la suya.

Pero la situación es aún peor. Si la empresa 1 cree que la 2 no alterará su nivel de producción, le resultará rentable elevar el suyo. Pero si cree que la 2 no elevará, ¡querrá elevar el suyo cuanto antes y obtener más beneficios mientras pueda!

Por lo tanto, para que un cártel sea efectivo, las empresas necesitan tener un mecanismo para detectar y castigar las violaciones. Si no tienen ninguno, las tentaciones de violar los pactos pueden destruir el cártel. Más adelante volveremos a este punto.

Para asegurarnos de que comprendemos la solución del cártel, calculémosla en el caso de los costes marginales nulos y de la curva de demanda lineal que utilizamos para analizar el equilibrio de Cournot.

La función de beneficio agregado es

$$\pi(y_1, y_2) = [a - b(y_1 + y_2)](y_1 + y_2) = a(y_1 + y_2) - b(y_1 + y_2)^2,$$

por lo que la condición de la igualdad del ingreso marginal y el coste marginal es

$$a - 2b(y_1^* + y_2^*) = 0,$$

lo que implica que

$$y_1^* + y_2^* = \frac{a}{2b}.$$

Dado que los costes marginales son nulos, no importa el reparto de la producción entre las dos empresas. Lo único que se determina es el nivel total de producción de la industria.

La figura 27.5 muestra la solución. Representa las curvas isobeneficio de cada una de las empresas y el lugar geométrico de las tangentes comunes. ¿Por qué tiene interés esta recta? Dado que el cártel está maximizando los beneficios totales de la industria, los beneficios marginales que obtendría cualquiera de las empresas si aumentara su producción deberían ser los mismos, pues, de lo contrario, convendría que la empresa más rentable produjera más. Esto implica, a su vez, que las pendientes de las curvas isobeneficio de cada empresa deben ser iguales; es decir, las curvas isobeneficio deben ser tangentes entre sí. Por lo tanto, las combinaciones de producción que maximizan los beneficios totales de la industria —la solución del cártel— se encuentran a lo largo de la recta que muestra la figura 27.5.

Esta figura también permite explicar la tentación de violar el acuerdo que existe en la solución del cártel. Consideremos, por ejemplo, el punto en el que las dos empresas se reparten por igual el mercado. Imaginemos qué ocurriría si la empresa 1 creyera que la 2 iba a mantener constante su producción. Si la 1 aumentara su producción y la 2 mantuviera constante la suya, la 1 se desplazaría a una curva isobeneficio más baja, lo que significa que obtendría más beneficios. El análisis geométrico muestra el mismo resultado que el algebraico realizado antes. Si una empresa cree que la otra mantendrá constante su nivel de producción, se sentirá tentada a aumentar el suyo y obtener así mayores beneficios.

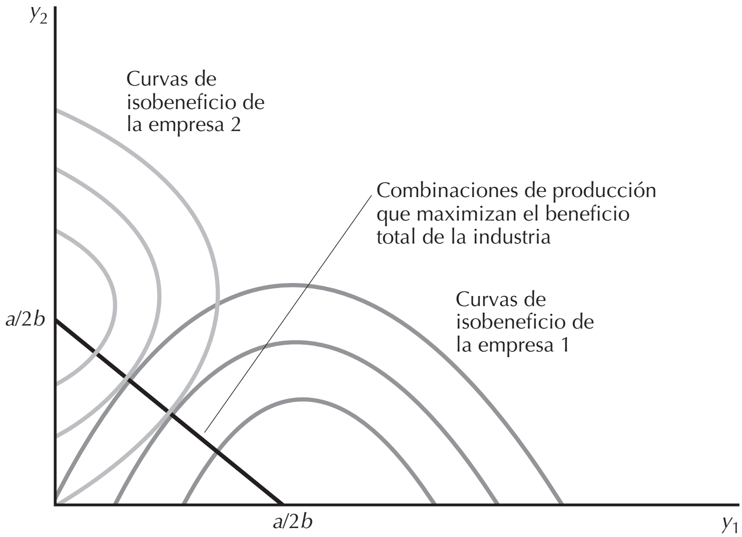


Figura 27.5. El cártel. Si se maximizan los beneficios de la industria, el beneficio marginal generado por un aumento de la producción en cualquiera de las empresas debe ser el mismo, lo que significa que las curvas isobeneficio deben ser tangentes en los niveles de producción maximizadores del beneficio.

27.11 Estrategias de castigo

Hemos visto que un cártel es fundamentalmente inestable en el sentido de que a cada una de las empresas siempre le interesa producir una cantidad superior a la que maximiza el beneficio agregado. Para que el cártel tenga éxito, hay que encontrar alguna manera de "estabilizar" la conducta. Una de ellas consiste en que cada una de las empresas amenace con castigar a las demás si incumplen el acuerdo. En este apartado analizamos la magnitud de los castigos necesarios para estabilizar un cártel.

Consideremos el caso de un duopolio formado por dos empresas idénticas. Si cada una de ellas produce la mitad de la cantidad monopolística, se maximizarán los beneficios totales y cada una obtendrá, por ejemplo, una ganancia de π_m. Intentando que este resultado sea estable, una de ellas anuncia a la otra: "Si produces la cantidad que maximiza los beneficios conjuntos de la industria, perfecto. Pero si descubro que incumples el acuerdo y produces una cantidad superior, te castigaré produciendo para siempre el nivel de producción de Cournot". Esta amenaza se conoce con el nombre de **estrategia de castigo.**

¿Cuándo es bueno este tipo de amenaza para estabilizar un cártel? Tenemos que analizar los beneficios y los costes de incumplir el acuerdo y compararlos con los de cooperar. Supongamos que se incumple el acuerdo y que se lleva a cabo la amenaza. Dado que la respuesta óptima a la conducta de Cournot es la conducta de Cournot (por definición), cada empresa recibe un beneficio por periodo de π_c. Naturalmente, la ganancia de Cournot, π_c, es menor que la ganancia del cártel, π_m.

Supongamos que las dos empresas colusionan y producen la cantidad monopolística. Pongámonos en el lugar de una de las empresas que está considerando la posibilidad de seguir produciendo o no su cuota. Si producimos más y nos desviamos de nuestra cuota, obtenemos unos beneficios π_d, donde $\pi_d > \pi_m$. Esta es la tentación habitual de los miembros de los cárteles antes descrita: si cada empresa restringe su producción y presiona al alza sobre el precio, cada una tiene un incentivo para sacar provecho del elevado precio incrementando su producción.

Pero ahí no acaba todo, debido al castigo que se impone por el incumplimiento. Produciendo la cantidad establecida por el cártel, cada empresa obtiene una corriente continua de ganancias de π_m. El valor actual de esta corriente que comienza hoy viene dado por

$$\text{Valor actual de seguir el acuerdo del cártel} = \pi_m + \frac{\pi_m}{r} \cdot$$

Si la empresa produce una cantidad superior a la fijada por el cártel, obtiene unos beneficios de π_d una sola vez, pero a partir de entonces tiene que aceptar la ruptura del cártel y la vuelta a la conducta de Cournot:

$$\text{Valor actual del incumplimiento} = \pi_d + \frac{\pi_c}{r} \cdot$$

¿Cuándo es el valor actual de seguir produciendo la cantidad del cártel mayor que el valor actual de incumplir el acuerdo? Evidentemente cuando

$$\pi_m + \frac{\pi_m}{r} > \pi_d + \frac{\pi_c}{r},$$

lo que también puede expresarse de la forma siguiente:

$$r < \frac{\pi_m - \pi_c}{\pi_d - \pi_m} .$$

Obsérvese que el numerador de esta fracción es positivo, ya que los beneficios monopolísticos son mayores que los beneficios de Cournot, y el denominador es positivo, ya que desviarse es más rentable que seguir produciendo la cuota monopolística.

La desigualdad indica que mientras el tipo de interés sea suficientemente bajo, de tal manera que la perspectiva de ser castigado sea suficientemente importante, a las empresas les compensará producir sus cuotas.

La debilidad de este modelo se halla en que la amenaza de volver a seguir para siempre la conducta de Cournot no es muy creíble. Una empresa puede creer, desde luego, que la otra la castigará si se desvía, pero "para siempre" es mucho tiempo. El modelo sería más realista si el periodo de represalia fuera más breve, pero en ese caso el análisis sería mucho más complejo. En el siguiente capítulo, analizamos algunos modelos de "juegos repetidos" que muestran algunas de las conductas posibles.

Ejemplo: La política de "nadie vende más barato" y la competencia

Hemos visto que todos los miembros de un cártel tienen siempre la tentación de producir más de lo establecido. Para que un cártel tenga éxito, hay que buscar alguna fórmula para vigilar la conducta de sus miembros aplicando algún tipo de castigo cuando la producción se desvía de la cantidad que maximiza los beneficios conjuntos. Eso significa, en concreto, que las empresas deben ser capaces de seguir la evolución de los precios y de los niveles de producción de las demás empresas del cártel.

Una manera fácil de adquirir información sobre lo que están cobrando las demás empresas de nuestra industria es utilizar a nuestros clientes para espiarlas. Es frecuente ver anuncios de empresas minoristas en los que se dice "nadie vende más barato". En algunos casos ese tipo de oferta puede indicar que el sector minorista es extraordinariamente competitivo, pero en otros esta misma política puede utilizarse para recoger información sobre los precios de otras empresas con el fin de mantener un cártel.

Supongamos, por ejemplo, que dos empresas acuerdan, explícita o implícitamente, vender un determinado modelo de frigorífico por 700 euros. ¿Cómo puede asegurarse cada una de ellas de que la otra no incumple el acuerdo y vende el frigorífico por 675? Por ejemplo, garantizando que si el cliente encuentra otro más barato se le devolverá la diferencia. De esa manera, los clientes informan de todos los intentos de violar el acuerdo colusorio.

Ejemplo: Restricciones voluntarias de las exportaciones

Durante la década de 1980, las compañías japonesas de automóviles acordaron "restringir voluntariamente las exportaciones (RVE)", lo cual significaba que reducirían "voluntariamente" las exportaciones de automóviles a Estados Unidos. El consumidor medio norteamericano pensó que se trataba de una gran victoria para los negociadores comerciales norteamericanos.

Aunque, si nos detenemos a considerarlas, las cosas parecen muy distintas. Cuando examinamos el oligopolio, observamos que el problema que tienen las empresas de una industria consiste en encontrar una manera de *restringir* la producción con el fin de mantener unos precios más altos y reducir la competencia. Como hemos visto, siempre existe la tentación de violar los acuerdos de producción; todos los cárteles deben encontrar una fórmula para detectar y prevenir estas violaciones. Es especialmente cómodo para las empresas que un tercero, por ejemplo, el Estado, pueda desempeñar esta función. Ése es exactamente el papel que desempeñó el gobierno de Estados Unidos en el caso de los fabricantes japoneses de automóviles.

Según una estimación, los automóviles importados de Japón eran alrededor de 2.500 dólares más caros en 1984 que si no hubiera habido RVE. Por otra parte, la subida de los precios de estos automóviles permitió a los productores americanos vender los suyos a unos 1.000 dólares más.[5]

Como consecuencia de esta subida de los precios, los consumidores norteamericanos pagaron en 1985-86 alrededor de 10.000 millones de dólares más por los automóviles japoneses. Ese dinero fue a parar directamente a los bolsillos de los fabricantes japoneses de automóviles. Parece que una gran parte de estos beneficios adicionales se utilizó para ampliar la capacidad productiva, lo que permitió a los fabricantes japoneses reducir el coste de producir automóviles nuevos en los años posteriores. Las RVE consiguieron salvar puestos de trabajo en Estados Unidos; sin embargo, parece que el coste por puesto de trabajo salvado giró en torno a los 160.000 dólares anuales.

Si el objetivo de las RVE era simplemente mejorar la situación de la industria automovilística norteamericana, había una fórmula mucho más sencilla para hacerlo: bastaba imponer un arancel de 2.500 dólares a cada automóvil japonés importado. De esa manera, los ingresos generados por la restricción del comercio no habrían ido a parar a la industria automovilística japonesa sino al Estado norteamericano. En lugar de mandar al extranjero 10.000 millones de dólares durante 1985-86, el Estado norteamericano podría haber gastado el dinero en proyectos destinados a mejorar la situación a largo plazo de la industria automovilística norteamericana.

[5] Robert Crandall, "Import Quotas and the Automobile Industry: the Costs of Protectionism", *The Brookings Review*, verano, 1984.

27.12 Comparación de las soluciones

Hemos analizado varios modelos de conducta del duopolio: el liderazgo en la elección de la cantidad (Stackelberg), el liderazgo en la elección del precio, la elección simultánea de la cantidad (Cournot), la elección simultánea del precio (Bertrand) y la solución colusoria. ¿En qué se parecen?

En general, la colusión es el modelo en el que menor es el nivel de producción de la industria y mayor el precio. El equilibrio de Bertrand —el equilibrio competitivo— es el modelo en que mayor es el nivel de producción y menor el precio. Los demás modelos dan resultados que se encuentran entre estos dos extremos.

Existen otros muchos modelos posibles. Por ejemplo, podríamos examinar uno en que los productos estuvieran diferenciados y no fueran perfectos sustitutivos, o uno en que las empresas tomaran una serie de decisiones consecutivas a lo largo del tiempo. En este modelo, las decisiones que toma una empresa en un momento dado pueden influir en las que toma la otra más tarde.

También hemos supuesto que cada empresa conoce la función de demanda y las funciones de costes de las otras empresas de la industria. En realidad, estas funciones nunca se conocen con certeza. Cada empresa tiene que estimar las condiciones de demanda y de costes de sus rivales al tomar sus propias decisiones. Todos estos fenómenos han sido abordados por los economistas, pero los modelos resultantes son mucho más complejos.

Resumen

1. Un oligopolio es un mercado en el que hay algunas empresas que se dan cuenta de su interdependencia estratégica. Puede comportarse de varias formas dependiendo del tipo exacto de interrelación.
2. En el modelo del líder en la elección de la cantidad (modelo de Stackelberg), una empresa se comporta como un líder al fijar el nivel de producción y la otra la sigue. Cuando el líder elige el nivel de producción, tiene en cuenta la respuesta del seguidor.
3. En el modelo del líder en la elección del precio, una empresa fija su precio y la otra elige la cantidad que quiere ofrecer a ese precio. En este caso, el líder también ha de tener en cuenta la conducta del seguidor al tomar su decisión.
4. En el modelo de Cournot cada una de las empresas elige un nivel de producción que maximice sus beneficios en función de sus expectativas sobre la decisión de producción de la otra, que se confirman en el punto de equilibrio.
5. El equilibrio de Cournot en el que cada una de las empresas tiene una pequeña cuota de mercado implica que el precio estará muy próximo al coste marginal, es decir, la industria será casi competitiva.

6. En el modelo de Bertrand cada empresa elige su precio en función de su opinión sobre el precio que elegirá la otra. El único precio de equilibrio es el del equilibrio competitivo.
7. Un cártel es una organización formada por una serie de empresas que pactan para restringir la producción y maximizar los beneficios de la industria. Normalmente, es inestable en el sentido de que todas las empresas tienen la tentación de vender una mayor cantidad de la acordada, si creen que las demás no responderán.

Problemas

1. Supongamos que tenemos dos empresas que se enfrentan a la curva de demanda lineal $p(Y) = a - bY$ y que tienen unos costes marginales constantes c. Hallemos el nivel de producción de equilibrio de Cournot.
2. Consideremos un cártel en el que todas las empresas tienen unos costes marginales constantes e idénticos. Si el cártel maximiza los beneficios totales de la industria, ¿qué consecuencias tiene esto sobre el reparto de la producción entre las empresas?
3. ¿Puede obtener el líder del modelo de Stackelberg un beneficio más bajo que el correspondiente al equilibrio de Cournot?
4. Supongamos que hay n empresas idénticas en el equilibrio de Cournot. Demostremos que la elasticidad de la curva de demanda del mercado debe ser mayor que $1/n$ (pista: en el caso del monopolio, $n = 1$, lo que quiere decir simplemente que el monopolista actúa en la parte elástica de la curva de demanda; apliquemos a este problema el argumento en que nos basamos para llegar a este resultado).
5. Tracemos un conjunto de curvas de reacción que den lugar a un equilibrio inestable.
6. ¿Dan lugar los oligopolios a un nivel de producción eficiente?

28. La teoría de los juegos

En el capítulo anterior dedicado a la teoría del oligopolio presentamos la teoría económica de la interdependencia estratégica de las empresas. Pero, en realidad, ésa no es más que la punta del iceberg. Los agentes económicos pueden adoptar estrategias muy diversas en sus relaciones, muchas de las cuales se han estudiado mediante los instrumentos de la **teoría de los juegos.** Esta teoría analiza, en general, la interdependencia estratégica. Puede utilizarse para estudiar los juegos de mesa, las negociaciones políticas y la conducta económica. En el presente capítulo analizaremos brevemente este fascinante tema con el fin de dar una idea al lector de cómo funciona y de cómo puede utilizarse para estudiar la conducta económica en los mercados oligopolísticos.

28.1 La matriz de resultados de un juego

En los casos de interdependencia estratégica pueden estar involucrados muchos jugadores y muchas estrategias, pero nos limitaremos a analizar los juegos de dos personas que tienen un número finito de estrategias, lo que nos permitirá representarlos fácilmente en una **matriz de resultados.** Veamos un ejemplo concreto.

Supongamos que dos personas están jugando a un juego sencillo. La A escribe en un papel "arriba" o "abajo". Al mismo tiempo, la B escribe independientemente en otro "izquierda" o "derecha". Una vez hecho esto, se examinan los papeles y cada uno de ellos obtiene el resultado que muestra el cuadro 28.1. Si A dice "arriba" y B dice "izquierda", se examina la parte superior izquierda de la matriz. El resultado de A es la primera cifra de la matriz, 1; y el de B la segunda, 2. Del mismo modo, si A dice "abajo" y B dice "derecha", el resultado de A es 1 y el de B, 0.

La persona A tiene dos estrategias: puede elegir "arriba" o "abajo". Estas estrategias pueden representar elecciones económicas como "subir el precio" o "bajarlo", o elecciones políticas como "declarar la guerra" o "no declararla". La matriz de resultados de un juego muestra simplemente los resultados que obtiene cada jugador en cada una de las combinaciones de estrategias elegidos.

¿Cuál es la solución de este tipo de juego? Es muy sencilla. Desde el punto de vista de la persona A, siempre es mejor para ella decir "abajo", ya que los resultados de esa elección (2 o 1) siempre son mejores que los de "arriba" (1 o 0). Del mismo modo, siempre es mejor para B decir "izquierda", dado que 2 y 1 dominan respectivamente a 1 y 0. Por lo tanto, es de esperar que la estrategia de equilibrio de A sea elegir "abajo" y la de B elegir "izquierda".

En este caso, tenemos una **estrategia dominante.** Cada jugador tiene una estrategia óptima, independientemente de lo que haga el otro. Cualquiera que sea lo que elija el jugador B, el A obtendrá un mejor resultado si elige "abajo", por lo que a A le conviene elegirlo. Y cualquiera que sea lo que elija el jugador A, el B obtendrá un mejor resultado si elige "izquierda". Por lo tanto, estas elecciones dominan a las demás y dan lugar al equilibrio de las estrategias dominantes.

		Jugador B	
		Izquierda	Derecha
Jugador A	Arriba	1, 2	0, 1
	Abajo	2, 1	1, 0

Cuadro 28.1. Matriz de resultados de un juego.

Si cada jugador tiene una estrategia dominante en un juego, podemos predecir cuál será el resultado de equilibrio, pues una estrategia dominante es aquella que es mejor independientemente de lo que haga el otro jugador. En este ejemplo, el resultado de equilibrio sería aquel en el que A eligiera "abajo" y obtuviera el resultado de equilibrio de 2 y B eligiera "izquierda" y obtuviera el resultado de equilibrio de 1.

28.2 El equilibrio de Nash

Los equilibrios de las estrategias dominantes están muy bien cuando se producen, pero eso no ocurre con tanta frecuencia. Por ejemplo, en el juego representado en el cuadro 28.2 la estrategia dominante no da lugar a una situación de equilibrio. En este caso, cuando B elige "izquierda", los resultados de A son 2 o 0; y cuando elige "derecha", los resultados de A son 0 o 1. Eso significa que cuando B elige "izquierda", A querría elegir "arriba" y que cuando B elige "derecha", A querría elegir "abajo". Por lo tanto, la elección óptima de A depende de lo que crea que hará B.

		Jugador B: Izquierda	Jugador B: Derecha
Jugador A	Arriba	2, 1	0, 0
	Abajo	0, 0	1, 2

Cuadro 28.2. Un equilibrio de Nash.

Sin embargo, tal vez el equilibrio de la estrategia dominante sea demasiado exigente. En lugar de exigir que la elección de A sea óptima en el caso de *todas* las elecciones de B, podemos exigir únicamente que sea óptima en el caso de las elecciones *óptimas* de B, pues si B es un jugador inteligente y bien informado, sólo querrá elegir las estrategias óptimas (aunque lo que sea óptimo para B también dependerá de lo que elija A).

Decimos que un par de estrategias es un **equilibrio de Nash** si la elección de A es óptima, dada la de B, y la de B es óptima, dada la de A.[1] Recuérdese que ninguna de las dos personas sabe qué hará la otra cuando tenga que elegir su propia estrategia, pero sí puede tener algunas expectativas sobre lo que elegirá. El equilibrio de Nash puede interpretarse como un par de expectativas sobre la elección de cada persona tal que, cuando la otra revela su elección, ninguna de las dos quiere cambiar de conducta.

En el caso del cuadro 28.2, la estrategia (arriba, izquierda) es un equilibrio de Nash. Para demostrarlo, obsérvese que si A elige "arriba", lo mejor que puede hacer B es elegir "izquierda", ya que el resultado que obtiene B si elige "izquierda" es 1 y si elige "derecha" es 0. Si B elige "izquierda", lo mejor que puede hacer A es elegir "arriba", ya que en ese caso obtendrá un resultado de 2 en lugar de 0.

Por lo tanto, si A elige "arriba", la elección óptima de B es "izquierda", y si B elige "izquierda", la elección óptima de A es "arriba". Tenemos, pues, un equilibrio de Nash: cada una de las personas realiza una elección óptima, *dada* la elección de la otra.

El equilibrio de Nash es una generalización del equilibrio de Cournot descrito en el capítulo anterior. En aquel caso se elegían los niveles de producción; cada empresa elegía el suyo considerando fija la elección de la otra. Se suponía que cada una hacía lo que era mejor para ella, dando por sentado que la otra continuaba produciendo la cantidad que había decidido, es decir, mantenía la estrategia que había elegido. El equilibrio de Cournot se alcanza cuando cada empresa ma-

[1] John Nash es un matemático estadounidense que formuló este concepto fundamental de la teoría de los juegos en 1951. En 1994, recibió el Premio Nobel de economía, junto a otros dos pioneros de la teoría de los juegos, John Harsanyi y Reinhard Selten. La película *Una mente maravillosa*, estrenada en 2002, se basa vagamente en la vida de John Nash; recibió el Oscar de la Academia a la mejor película.

ximiza los beneficios, dada la conducta de la otra; ésta es precisamente la definición del equilibrio de Nash.

El concepto de equilibrio de Nash tiene una cierta lógica, pero, desgraciadamente, también plantea algunos problemas. En primer lugar, un juego puede tener más de un equilibrio de Nash. De hecho, en el cuadro 28.2 las elecciones (abajo, derecha) también constituyen un equilibrio de Nash. Para comprobarlo basta utilizar el argumento anterior u observar que la estructura del juego es simétrica: los resultados de B son los mismos en una de las situaciones que los de A en la otra, por lo que nuestra demostración de que (arriba, izquierda) es un resultado de equilibrio es asimismo una demostración de que (abajo, derecha) también lo es.

El segundo problema que plantea el concepto de equilibrio de Nash consiste en que existen juegos en los que no hay un equilibrio de Nash del tipo que hemos descrito. Consideremos, por ejemplo, el caso que muestra el cuadro 28.3. Si el jugador A elige "arriba", el B elegirá "izquierda". Pero si el B elige "izquierda, el A elegirá "abajo". Del mismo modo, si el jugador A elige "abajo", el B elegirá "derecha". Pero si el B elige "derecha", el A elegirá "arriba".

28.3 Estrategias mixtas

Sin embargo, si ampliamos nuestra definición de las estrategias, podemos encontrar un nuevo tipo de equilibrio de Nash para este juego. Hasta ahora hemos supuesto que cada jugador elegía una **estrategia pura,** es decir, que mantenía la estrategia que elegía.

		Jugador B: Izquierda	Jugador B: Derecha
Jugador A	Arriba	0, 0	0, –1
	Abajo	1, 0	–1, 3

Cuadro 28.3. Un juego sin ningún equilibrio de Nash (en el caso de las estrategias puras).

También puede suponerse que los agentes *asignan una probabilidad* a cada elección y actúan de acuerdo con ella. Por ejemplo, A podría elegir "arriba" en el 50 por ciento de los casos y "abajo" en el otro 50 por ciento, y B podría elegir "izquierda" en el 50 por ciento de los casos y "derecha" en el otro 50 por ciento. Este tipo de estrategia se denomina **estrategia mixta.**

Si A y B siguen las estrategias mixtas mencionadas antes, tienen una probabilidad de 1/4 de terminar en cada una de las cuatro casillas de la matriz de resultados. Por lo tanto, el resultado medio de A es 0 y el de B, 1/2.

En las estrategias mixtas, el equilibrio de Nash es aquel en el que cada agente elige la frecuencia óptima con la que seguirá sus estrategias, dada la frecuencia que elija el otro.

Puede demostrarse que en el tipo de juegos que estamos analizando en este capítulo siempre existe un equilibrio de Nash en las estrategias mixtas. Este hecho, unido a la plausibilidad inherente del concepto, hace que se utilice frecuentemente para analizar la conducta de los juegos. En el ejemplo del cuadro 28.3, puede demostrarse que si el jugador A elige "arriba" con una probabilidad de 3/4 y "abajo" con una probabilidad de 1/4, y el B elige "izquierda" con una probabilidad de 1/2 y "derecha" con una probabilidad de 1/2, la situación constituye un equilibrio de Nash.

Ejemplo: Piedra, papel o tijeras

Pero basta de teoría. Veamos un ejemplo de algo realmente importante: el conocido juego llamado "piedra, papel o tijeras". En este juego, todos los jugadores deciden mostrar simultáneamente el puño (piedra), la palma de la mano (papel) o los dedos índice y corazón (tijeras). Las reglas son las siguientes: la piedra rompe las tijeras, las tijeras cortan el papel y el papel envuelve la piedra.

A lo largo de la historia se han dedicado innumerables horas a jugar a este juego. Existe incluso una sociedad profesional, la RPS Society, que lo promueve. Tiene una página web y distribuye una película que narra el campeonato que se celebró en 2003 en Toronto.

Naturalmente, los teóricos de los juegos reconocen que la estrategia de equilibrio en el juego "piedra, papel, tijera" es elegir aleatoriamente uno de los tres resultados. Pero los seres humanos no son necesariamente capaces de elegir resultados totalmente aleatorios. Si podemos predecir en alguna medida lo que elegirá nuestro adversario, esto nos proporciona una enorme ventaja.

Según la interpretación medio en broma de Jennifer 8. Lee, la psicología es primordial.[2] En su artículo afirma que "la mayoría de la gente, cuando está desprevenida, elige su jugada favorita, que refleja su carácter. Los tipos de letras y los periodistas parece que tienden a decir papel, que consideran una jugada refinada e incluso pasiva".

[2] Sí, "8" es realmente su segundo nombre. "Rock, Paper, Scissors: High Drama in the Tournament Ring" se publicó en el *New York Times* el 5 de septiembre de 2004.

¿Cuál es la jugada favorita de los economistas, me pregunto? Quizá tijeras, ya que nos gusta cortar hasta llegar a las fuerzas esenciales que actúan en la conducta humana. ¿Debemos decir entonces piedra cuando jugamos con un economista? Quizá, pero yo no me fiaría...

28.4 El dilema de los presos

Otro de los problemas que plantea el equilibrio de Nash se halla en que no conduce necesariamente a situaciones eficientes en el sentido de Pareto. Consideremos, por ejemplo, el juego que muestra el cuadro 28.4, denominado **dilema de los presos**. El análisis original de este juego se basaba en una situación en la que se interrogaba en habitaciones distintas a dos personas que habían cometido conjuntamente un delito. Cada una de ellas tenía la posibilidad de confesarse culpable e implicar así a la otra o negar haber participado. Si sólo confesaba uno de los prisioneros, éste quedaba en libertad y las autoridades culpaban al otro, condenándolo a 6 meses de prisión. Si ambos prisioneros negaban su participación en los hechos, ambos eran condenados a 1 mes por algún argumento estrictamente técnico, y si ambos confesaban, ambos eran condenados a 3 meses. El cuadro 28.4 muestra la matriz de resultados de este juego. Las cifras de cada casilla representan la utilidad que asigna cada uno de los agentes a las diferentes penas de prisión, que, para mayor sencillez, suponemos que son la negativa de la duración de sus penas de prisión.

		Jugador B	
		Confesar	Negar
Jugador A	Confesar	– 3, – 3	0, – 6
	Negar	– 6, 0	– 1, – 1

Cuadro 28.4. El dilema de los presos.

Pongámonos en la situación del jugador A. Si el B decide negar su participación en el delito, es evidente que lo mejor para el A será confesar, ya que de esa forma quedará en libertad. Del mismo modo, si el jugador B confiesa, lo mejor para el A será confesar, ya que de esa manera será condenado a una sentencia de 3 meses en lugar de 6. Por lo tanto, *independientemente* de lo que haga el jugador B, lo mejor para el A es confesar.

Lo mismo ocurre en el caso del jugador B: lo mejor para él es confesar. Así pues, en este juego sólo se alcanza el equilibrio de Nash si confiesan ambos jugadores. De hecho, la confesión de ambos no sólo es un equilibrio de Nash, sino que es un equilibrio de la estrategia dominante, ya que cada jugador tiene la misma elección óptima independientemente del otro.

Pero si ambos pudieran aguantar, mejoraría el bienestar de los dos. Si pudieran estar seguros de que el otro iba a negar su participación y pudieran ponerse de acuerdo en negarla ambos, cada uno obtendría un resultado de –1 que mejoraría el bienestar de los dos. La estrategia (negar, negar) es eficiente en el sentido de Pareto —no existe ninguna otra que mejore el bienestar de los dos jugadores—, mientras que la estrategia (confesar, confesar) es ineficiente en el sentido de Pareto.

El problema estriba en que los dos prisioneros no tienen ninguna posibilidad de coordinar sus acciones. Si cada uno pudiera confiar en el otro, ambos podrían mejorar su bienestar.

El dilema de los presos se aplica a una amplia variedad de fenómenos económicos y políticos. Consideremos, por ejemplo, el problema del control del armamento. Supongamos que la estrategia de "confesar" es "desplegar un nuevo misil" y la estrategia de "negar" es "no desplegarlo". Obsérvese que los resultados son razonables. Si mi adversario despliega sus misiles, es evidente que yo querré desplegar los míos, incluso aunque la mejor estrategia para ambos sea acordar no desplegarlos. Pero si no es posible llegar a ningún acuerdo vinculante, cada uno de nosotros terminará desplegando los misiles y ambos veremos empeorar nuestro bienestar.

Otro excelente ejemplo es el problema de la violación de un pacto para constituir un cártel. Supongamos ahora que "confesar" es "producir una cantidad superior a la cuota" y "negar" es "mantener la cuata inicial". Si una de las empresas cree que la otra va a mantener su cuota, le compensará producir más, y si cree que la otra va a producir más, también podría interesarle producir más.

El dilema de los presos ha suscitado numerosas controversias sobre la forma "correcta" de jugar o, más concretamente, sobre la forma razonable de jugar. La respuesta parece que depende de que el juego se realice sólo una vez o de que se repita un número infinito de veces.

Si el juego se realiza solamente una vez, parece razonable la estrategia de ir a la suya, que en este ejemplo es confesar. Después de todo, independientemente de lo que haga el otro jugador, mejora el bienestar del que así actúa, sobre todo teniendo en cuenta que no tiene posibilidades de influir en la conducta del otro.

28.5 Juegos repetidos

En el apartado anterior, los jugadores sólo se reunían una vez y jugaban una vez al dilema de los presos. Pero la situación es diferente si juegan repetidamente. En este caso, cada uno de ellos tiene nuevas posibilidades estratégicas. Si uno de ellos decide ir a la suya en una ronda, el otro puede decidir hacer lo mismo en la siguiente, "castigándole" por su "mala" conducta. En un juego repetido, cada jugador tiene la oportunidad de ganarse la fama de cooperar y animar así al otro a hacer lo mismo.

La viabilidad de este tipo de estrategia depende de que el juego se realice un número *fijo* de veces o un número *indefinido*.

Consideremos el primer caso, en el que los dos jugadores saben que el juego va a realizarse, por ejemplo, 10 veces. ¿Cuál será el resultado? Supongamos que consideramos la ronda 10. Ésta es la última vez que se realiza el juego, por hipótesis. En este caso, parece probable que cada jugador elija la estrategia dominante de equilibrio y decida ir a la suya, ya que, después de todo, jugar por última vez es como jugar una vez, por lo que es de esperar que el resultado sea el mismo.

Consideremos ahora lo que ocurre en la ronda 9. Acabamos de decir que ningún jugador cooperará en la ronda 10. Entonces, ¿por qué van a cooperar en la ronda 9? Si uno de ellos coopera, el otro podría muy bien dejar de hacerlo y explotar la buena fe del primero. Ambos pueden razonar igual y, por lo tanto, tirar cada cual por su lado.

Consideremos ahora la ronda 8. Si una de las personas no va a cooperar en la ronda 9... y así sucesivamente. Si el juego tiene un número de rondas fijo y conocido, ninguno de los dos jugadores cooperará en ninguna de ellas. Si ninguno de ellos tiene posibilidades de obligar al otro a cooperar en la última jugada, tampoco tendrá posibilidades de obligarle a cooperar en la anterior, y así sucesivamente.

Los jugadores cooperan porque esperan que esa cooperación provoque una nueva cooperación en el futuro. Pero eso requiere que siempre exista la posibilidad de jugar en el futuro. Dado que en la última ronda no existe esa posibilidad, ninguno de ellos cooperará. Pero, entonces, ¿por qué va a cooperar en la penúltima? ¿O en la antepenúltima? Y así sucesivamente: en el dilema de los presos en el que hay un número de jugadas fijo y conocido, la solución de cooperación va abandonándose empezando por el final.

Pero si el juego se repite un número indefinido de veces, los jugadores *sí* tienen la posibilidad de influir en la conducta del adversario: si uno de ellos se niega a cooperar esta vez, el otro puede negarse a cooperar en la siguiente. Si a ambos les preocupan lo suficiente los resultados futuros, esta amenaza puede bastar para convencer al adversario de que siga la estrategia eficiente en el sentido de Pareto.

Este hecho ha quedado demostrado de un modo convincente en un experimento realizado recientemente por Robert Axelrod,[3] quien pidió a docenas de expertos en teoría de los juegos que eligieran sus estrategias favoritas en el dilema de los presos y a continuación organizó un "campeonato" en un ordenador para enfrentarlas entre sí. En el ordenador cada una de ellas jugó contra todas las demás y aquél iba calculando los resultados.

[3] Robert Axelrod es un politólogo de la University of Michigan. Para un análisis detallado, véase su libro *The Evolution of Cooperation*, Nueva York, Basic Books, 1984.

La estrategia ganadora —la que obtuvo el mejor resultado global— fue la más sencilla. Esta estrategia se denomina "ojo por ojo" y consiste en lo siguiente: en la primera ronda se coopera; en las siguientes, si el adversario cooperó en la anterior, se coopera; si no cooperó, no se coopera. En otras palabras, en cada ronda se hace lo que hizo el otro en la anterior.

La estrategia del "ojo por ojo" da buenos resultados porque castiga inmediatamente si no se coopera. También es una estrategia clemente: sólo castiga al otro jugador una vez por cada ocasión en que el otro no colabora. Si éste corrige su postura y comienza a cooperar, la estrategia del "ojo por ojo" le retribuye con la cooperación. Parece un mecanismo bastante bueno para lograr un resultado eficiente en un "dilema de los presos" que se juega un número indefinido de veces.

28.6 Cumplimiento de las reglas de un cártel

En el capítulo 27 analizamos la conducta de los duopolistas que juegan a fijar los precios. Dijimos que si cada uno de ellos pudiera elegir su precio, el resultado de equilibrio sería el competitivo. Si cada uno creyera que el otro iba a mantener su precio fijo, a ambos les resultaría rentable bajar el suyo. El único caso en el que no sería cierto sería aquel en el que la empresa cobrara el precio más bajo posible, que en el ejemplo analizado era cero, ya que los costes marginales eran cero. De acuerdo con la terminología de este capítulo, si todas las empresas cobran un precio nulo, nos encontramos con unas estrategias de fijación de los precios que están en un equilibrio de Nash (lo que en el capítulo 27 llamamos equilibrio de Bertrand).

En relación con las estrategias de fijación de los precios, la matriz de resultados del juego del duopolio tiene la misma estructura que la del dilema de los presos. Si cada una de las empresas cobra un precio alto, ambas obtienen grandes beneficios. En este caso, ambas cooperan en el mantenimiento del resultado monopolístico. Pero si una de ellas cobra un precio alto, a la otra le compensa reducir el suyo un poco, atraer a los clientes de la otra y obtener así unos beneficios aún mayores. Pero si ambas bajan sus precios, ambas terminan obteniendo menores beneficios. Cualquiera que sea el precio que esté cobrando una de ellas, a la otra siempre le convendrá bajar algo el suyo. El equilibrio de Nash se alcanza cuando ambas cobran el precio más bajo posible.

Sin embargo, si se repite el juego un número indefinido de veces, puede haber otros resultados posibles. Supongamos que una de las empresas decide utilizar la estrategia del "ojo por ojo". Si la otra baja su precio esta semana, la primera bajará el suyo la siguiente. Si ambas saben que la otra ha elegido la estrategia del "ojo por ojo", ambas tendrán miedo de reducir su precio e iniciar una guerra de precios. La amenaza implícita en esta estrategia puede permitir a las empresas mantener altos los precios.

En el mundo real, los cárteles a veces parece que utilizan esas estrategias. Por ejemplo, el Joint Executive Committee (Comité Ejecutivo Conjunto) fue un famoso cártel que fijaba las tarifas del transporte de mercancías por ferrocarril en Estados Unidos a finales del siglo pasado.[4]

El cártel establecía la proporción del total de mercancías transportadas que le correspondía a cada compañía ferroviaria. Cada una fijaba sus propias tarifas y el JEC realizaba un seguimiento de la carga que transportaba cada una. Sin embargo, en 1881, 1884 y 1885 hubo varias ocasiones en las que algunos miembros del cártel pensaron que las demás empresas estaban bajando sus tarifas para aumentar así su cuota, a pesar del acuerdo. Durante estos años hubo frecuentemente guerras de precios. Cuando una empresa trataba de violar el acuerdo, todas las demás reducían sus precios para "castigar" a la traidora. Parece que esta estrategia del "ojo por ojo" fue capaz de mantener el cártel durante un tiempo.

Ejemplo: Ojo por ojo en la fijación de las tarifas aéreas

La fijación de precios en el transporte aéreo es un interesante ejemplo de la conducta del "ojo por ojo". Las líneas aéreas suelen ofrecer algún tipo de promoción especial en sus tarifas; muchos observadores sostienen que estas promociones pueden utilizarse para indicar a los competidores que se abstengan de bajar los precios en las rutas clave.

Un alto ejecutivo de marketing de una importante compañía aérea estadounidense describió un caso en el que Northwest bajó las tarifas de los vuelos nocturnos que iban de Minneapolis a algunas ciudades de la costa Oeste en un intento de llenar las plazas vacías. Continental Airlines consideró que era un intento de conseguir cuota de mercado a su costa y respondió reduciendo *todas* sus tarifas de Minneapolis al mismo nivel que la tarifa noctura de Northwest. Sin embargo, la reducción de las tarifas de Continental se estableció solamente para uno o dos días.

Northwest consideró que esta actitud era una indicación de que Continental no tenía verdadera intención de competir en este mercado, sino que sólo quería que Northwest suprimiera la reducción de sus tarifas nocturnas. Pero Northwest decidió enviar también un mensaje a Continental: estableció una serie de tarifas baratas en los vuelos con destino a la costa Oeste que partían de Houston, ¡la ciudad en la que Continental tiene su base de operaciones! Northwest indicó de esa forma que pensaba que sus reducciones estaban justificadas, y que la respuesta de Continental estaba fuera de lugar.

Todas estas reducciones de tarifas tenían una vida muy corta, lo que parece indicar que no eran otra cosa que mensajes dirigidos a la competencia. Como explicó un analista, las tarifas que una línea aérea no quiere ofrecer "casi siempre deben tener

[4] Para un detallado análisis, véase Robert Porter, "A Study of Cartel" Stability: the Joint Executive Committee, 1880-1886", *The Bell Journal of Economics*, 14, 2, otoño de 1983, págs. 301-25.

una fecha de expiración, con la esperanza de que la competencia acabe dándose cuenta y haga lo mismo".

Parece que las reglas implícitas de la competencia en los mercados duopolísticos de líneas aéreas son las siguientes: si la otra empresa mantiene altos sus precios, yo mantendré altos los míos; pero si la otra los baja, aplicaré el principio del ojo por ojo y bajaré los míos en respuesta. En otras palabras, ambas empresas se rigen por "la Regla de Oro": trata a los demás como te gustaría que te trataran a ti. Esta amenaza de represalia sirve para mantener altos todos los precios.[5]

28.7 Juegos consecutivos

Hasta ahora hemos analizado juegos en los que los dos jugadores actuaban simultáneamente. Sin embargo, en muchos casos uno de ellos actúa primero y el otro responde. Un ejemplo es el modelo de Stackelberg descrito en el capítulo 27 en el que uno de los jugadores es el líder y el otro un seguidor.

Analicemos este tipo de juego. En la primera ronda, el jugador A elige "arriba" o "abajo". El B observa la elección del A y elige "izquierda" o "derecha". El cuadro 28.5 muestra la matriz de resultados correspondiente.

Obsérvese que cuando el juego se presenta de esta forma, tiene dos equilibrios de Nash: (arriba, izquierda) y (abajo, derecha). Sin embargo, más adelante veremos que uno de estos equilibrios es muy poco razonable. La matriz de resultados oculta el hecho de que uno de los jugadores sabe lo que ha elegido el otro antes de elegir él. En este caso, es más útil representar el juego en un gráfico que muestre su carácter asimétrico.

		Jugador B	
		Izquierda	Derecha
Jugador A	Arriba	1, 9	1, 9
	Abajo	0, 0	2, 1

Cuadro 28.5. Matriz de resultados de un juego consecutivo.

La figura 28.6 describe el juego de una **forma extensiva**, es decir, muestra el orden temporal de las elecciones. Primero, tiene que elegir el jugador A "arriba" o "abajo" y, a continuación, tiene que elegir el B "izquierda" o "derecha". Pero cuando le toca jugar al B, ya sabe lo que ha elegido el A.

[5] Datos extraídos de A. Nomani, "Fare Warning: How Airlines Trade Price Plans", *Wall Street Journal*, 9 de octubre, 1990, pág. B1.

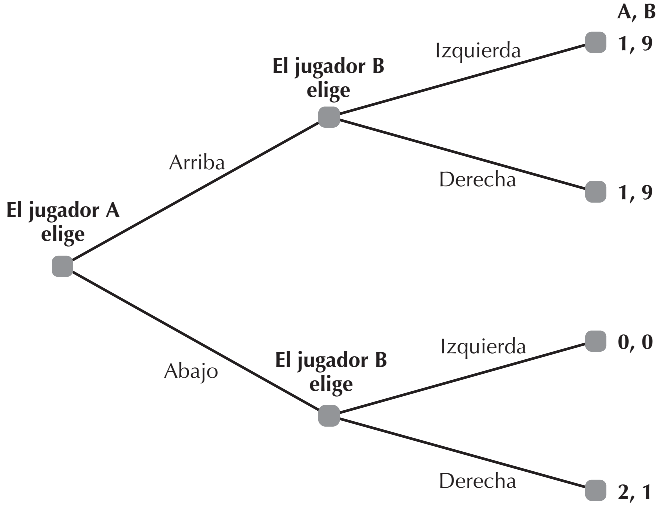


Figura 28.6. Un juego en forma extensiva. Esta forma de representar un juego indica el orden en que se mueven los jugadores.

Este juego se analiza empezando por el final. Supongamos que el jugador A ya ha elegido y nos encontramos en una rama del árbol del juego. Si A ha elegido "arriba", da igual lo que haga B porque el resultado es siempre (1, 9). Si ha elegido "abajo", lo mejor que puede hacer B es elegir "derecha" y el resultado es (2, 1).

Analicemos ahora la elección inicial de A. Si elige "arriba", la situación será (1, 9) y, por lo tanto, obtendrá un resultado de 1. Pero si elige "abajo", obtendrá un resultado de 2. Por lo tanto, lo mejor que puede hacer es elegir "abajo". Así pues, las elecciones de equilibrio de este juego se reducen a (abajo, derecha), por lo que el resultado del jugador A es 2 y el del B, 1.

En este juego consecutivo las estrategias (arriba, izquierda) no constituyen un equilibrio razonable, dado el orden en que eligen de hecho los jugadores. Es cierto que si el A elige "arriba", el B podría elegir "izquierda", pero sería insensato por parte de A elegir "arriba".

Desde el punto de vista del jugador B, esto es bastante malo, ya que termina teniendo un resultado de 1 en lugar de 9. ¿Qué puede hacer?

Puede *amenazar* con elegir "izquierda" si A elige "abajo". Si A cree que B realmente llevará a cabo su amenaza, lo mejor para él será elegir "arriba", pues esta elección le proporcionará un resultado de 1, mientras que "abajo" sólo le proporcionará un resultado de 0 si el jugador B cumple su amenaza.

Pero ¿es creíble esta amenaza? Después de todo, una vez que A elige, ya no puede volverse atrás. B puede obtener 0 o 1 y mejor que escoja 1. A menos que pueda convencer de alguna forma a A de que va a cumplir su amenaza aun cuando eso le perjudique, tendrá que conformarse con la recompensa menor.

El problema del jugador B estriba en que el A, una vez que ha elegido, espera que el B actúe racionalmente. Éste, sin embargo, disfrutaría de un mayor bienestar si pudiera *comprometerse* a elegir "izquierda" si el A elige "abajo".

El jugador B puede comprometerse, por ejemplo, dejando que otra persona elija por él. Por ejemplo, puede contratar a un abogado y decirle que elija "izquierda" si A elige "abajo". Si A conoce estas instrucciones, la situación es totalmente diferente desde su punto de vista. Sabe que si elige "abajo", terminará obteniendo un resultado de 0. Por lo tanto, para él lo sensato es elegir "arriba". En este caso, B ha hecho lo que más le convenía al *limitar* sus opciones.

28.8 Un juego de disuasión de la entrada

En nuestro análisis del oligopolio consideramos que el número de empresas de la industria era fijo. Sin embargo, en muchos casos es posible la entrada de nuevas empresas. Naturalmente, a las empresas que ya están en la industria les interesa impedir que entren más. Dado que ya están en ella, tienen la ventaja de poder ser las primeras en actuar y, por lo tanto, tienen ventaja a la hora de elegir las estrategias para mantener alejados a sus adversarios.

Supongamos, por ejemplo, que un monopolista se enfrenta a la amenaza de entrada de otra empresa. Esta última tiene que decidir si entra o no en el mercado, y el monopolio tiene que decidir si baja o no su precio como respuesta a la amenaza. Si la empresa decide no entrar, obtiene un resultado de 1 y el monopolista obtiene un resultado de 9.

Si la empresa decide entrar, sus resultados dependen de que el monopolista luche –compitiendo ferozmente– o no. Si lucha, suponemos que ambos jugadores terminan obteniendo 0. En cambio, si decide no luchar, suponemos que la empresa que decide entrar obtendrá 2 y el monopolio 1.

Obsérvese que esta estructura es exactamente igual a la del juego consecutivo que acabamos de estudiar y, por lo tanto, es idéntica a la que muestra la figura 28.1. El monopolista es el jugador B y la empresa que está considerando la posibilidad de entrar es el A. La estrategia "arriba" es permanecer fuera y la "abajo" es entrar. La estrategia "izquierda" es luchar y la "derecha" es no luchar. Como hemos visto en este juego, la situación de equilibrio es que la empresa entre y que el monopolista no luche.

El problema del monopolista se halla en que no puede comprometerse de antemano a luchar si entra la otra empresa. Si ésta entra, el daño está hecho y lo racional para el monopolista es vivir y dejar vivir. Si la empresa que está considerando la posibilidad de entrar se da cuenta de esto, considerará correctamente las amenazas de lucha como falsas.

Sin embargo, supongamos ahora que el monopolista puede invertir en aumentar su capacidad productiva y producir una mayor cantidad al coste marginal que tiene actualmente. Es evidente que si continúa siendo un monopolista, no querrá realmente usar esta capacidad puesto que ya está produciendo la cantidad que maximiza su beneficio.

Pero si entra la otra empresa, ahora el monopolista podrá producir más y competir con ella con más éxito. Al invertir en aumentar su capacidad, reduce los costes que le ocasiona su lucha contra la empresa que intenta entrar. Supongamos que si aumenta su capacidad y se decide a luchar, obtiene un beneficio de 2. Esta decisión hace que el juego tenga la estructura que muestra la figura 28.2.

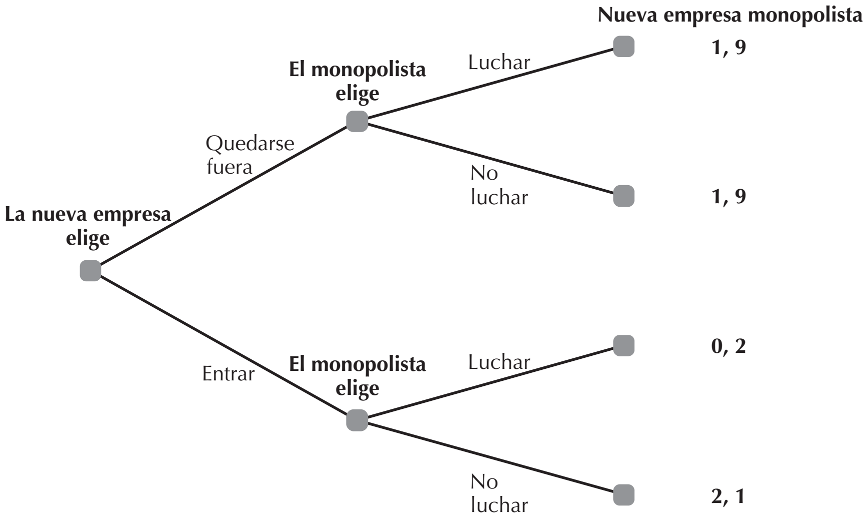


Figura 28.2. El juego de la nueva entrada. Esta figura representa el juego de la entrada con los resultados cambiados.

Ahora la amenaza de luchar es creíble debido al aumento de la capacidad. Si entra la nueva empresa en el mercado, el monopolista obtiene un resultado de 2 si lucha y de 1 si no lucha; por lo tanto, es racional que decida luchar. Así pues, la nueva empresa obtiene un resultado de 0 si entra y de 1 si permanece fuera. Para ella lo sensato es permanecer fuera.

Pero eso significa que la que ya está en el mercado continuará siendo un monopolista y nunca utilizará su capacidad adicional. A pesar de eso, le conviene tenerla para que sea creíble la *amenaza* de que va a luchar si trata de entrar una nueva empresa en el mercado. Invirtiendo en "exceso" de capacidad, el monopolista indica a la empresa que esté considerando la posibilidad de entrar en el mercado que será capaz de defenderlo.

Resumen

1. Un juego puede describirse indicando los resultados que obtiene cada uno de los jugadores en cada configuración de las estrategias que utilice.
2. El equilibrio de la estrategia dominante es un conjunto de elecciones en el que las decisiones de cada uno de los jugadores son óptimas *independientemente* de las que tomen los otros.
3. El equilibrio de Nash es un conjunto de elecciones en el que la elección de cada uno de los jugadores es óptima, dadas las de los demás.
4. El dilema de los presos es un juego especial en el que el resultado eficiente en el sentido de Pareto está dominado estratégicamente por un resultado ineficiente.
5. Si el dilema de los presos se repite un número indefinido de veces, es posible que un juego racional dé lugar a un resultado eficiente en el sentido de Pareto.
6. En un juego consecutivo, es importante el desarrollo temporal de las elecciones. En este tipo de juego, suele ser ventajoso encontrar una forma de comprometerse de antemano a seguir una determinada conducta.

Problemas

1. Consideremos la estrategia del "ojo por ojo" del dilema repetido de los presos. Supongamos que uno de los jugadores comete un error y no coopera cuando su intención era hacerlo. Si ambos jugadores continúan adoptando la estrategia del "ojo por ojo", ¿qué ocurre?
2. ¿Son siempre los equilibrios de las estrategias dominantes equilibrios de Nash? ¿Son siempre los equilibrios de Nash equilibrios de las estrategias dominantes?
3. Supongamos que un adversario no está siguiendo nuestra estrategia de equilibrio de Nash. ¿Debemos seguir nuestra estrategia de equilibrio de Nash?
4. Sabemos que cuando el juego del dilema de los presos tiene lugar una sola vez, la estrategia dominante de equilibrio de Nash resultante es ineficiente en el sentido de Pareto. Supongamos que permitimos que los dos prisioneros se venguen una vez cumplidas sus respectivas condenas. Formalmente, ¿a qué aspectos afecta este supuesto? ¿Podría dar lugar a un resultado eficiente en el sentido de Pareto?
5. ¿Cuál es la estrategia dominante de equilibrio de Nash correspondiente al juego repetido del dilema de los presos en el caso en que ambos jugadores saben que el juego terminará después de un millón de repeticiones? Si propusiéramos este juego a jugadores reales, ¿los jugadores seguirían aquella estrategia?
6. Supongamos que es el jugador B y no el A el que elige primero en el juego consecutivo descrito en este capítulo. Representemos la forma extensiva del nuevo juego. ¿Cuál es el equilibrio? ¿Prefiere el jugador B actuar el primero o el segundo?

29. Aplicaciones de la teoría de los juegos

En el capítulo anterior hemos descrito algunos conceptos importantes de la teoría de los juegos y los hemos explicado con unos cuantos ejemplos. En éste examinamos cuatro temas importantes de la teoría de los juegos —la cooperación, la competencia, la coexistencia y el compromiso— y estudiaremos su papel en diversas interacciones estratégicas.

Para ello, desarrollamos en primer lugar un importante instrumento analítico, **las curvas de mejor respuesta**, que pueden utilizarse para hallar los equilibrios en los juegos.

29.1 Las curvas de mejor respuesta

Consideremos un juego de dos personas y pongámonos en el lugar de uno de los jugadores. Independientemente de lo que decida el otro, nuestra **mejor respuesta** es la elección que maximiza nuestros resultados. Si hay varias elecciones que maximizan nuestros resultados, nuestra mejor respuesta será el conjunto de todas esas elecciones.

Consideremos, por ejemplo, el juego representado en el cuadro 29.1, que hemos utilizado para explicar el concepto de equilibrio de Nash. Si el jugador Columna elige "izquierda", la mejor respuesta de Fila es elegir "arriba"; si Columna elige "derecha", la mejor respuesta de Fila es elegir "abajo". Asimismo, las mejores respuestas para Columna son elegir "izquierda" en respuesta a "arriba" y "derecha" en respuesta a "abajo".

		Columna	
		Izquierda	Derecha
Fila	Arriba	2, 1	0, 0
	Abajo	0, 0	1, 2

Cuadro 29.1. Un sencillo juego.

Estas estrategias pueden mostrarse en un pequeño cuadro:

Elección de Columna:	Izquierda	Derecha
Mejor respuesta de Fila:	Arriba	Abajo
Elección de Fila:	Arriba	Abajo
Mejor respuesta de Columna:	Izquierda	Derecha

Obsérvese que si Columna cree que Fila elegirá "arriba", Columna querrá elegir "izquierda" y si Fila cree que Columna elegirá "izquierda", Fila querrá elegir "arriba". Por lo tanto, los pares de elecciones (arriba, izquierda) son mutuamente coherentes en el sentido de que cada jugador elige una respuesta óptima a la elección del otro.

Consideremos un juego general de dos personas en el que Fila tiene las opciones $f_1, ..., f_F$ y Columna tiene las opciones $c_1, ..., c_C$. Supongamos que por cada elección f que hace Fila, la mejor respuesta para Columna es $m_c(f)$ y que por cada elección c que hace Columna, la mejor respuesta para Fila es $m_f(c)$. En ese caso, un **equilibrio de Nash** es un par de estrategias (f^*, c^*) tal que

$$c^* = m_c(f^*)$$
$$f^* = m_f(c^*).$$

El concepto de equilibrio de Nash formaliza la idea de la "coherencia mutua". Si Fila espera que Columna elija "izquierda", decidirá elegir "arriba" y si Columna espera que Fila elija "arriba", querrá elegir "izquierda". Por lo tanto, son las creencias y las acciones de los jugadores las que son mutuamente coherentes en un equilibrio de Nash.

Obsérvese que en algunos casos a uno de los jugadores puede darle lo mismo elegir una u otra respuesta entre las mejores posibles. Esa es la razón por la que sólo exigimos que c^* sea una de las mejores respuestas de Columna y f^* una de las mejores respuestas de Fila. Si hay una única respuesta mejor para cada opción, las curvas de mejor respuesta pueden representarse como funciones de mejor respuesta.

Esta manera de analizar el concepto de equilibrio de Nash deja claro que es simplemente una generalización del equilibrio de Cournot que describimos en el capítulo 27. En el caso de Cournot, la variable de elección es la cantidad de producción, que es una variable continua. El equilibrio de Cournot tiene la propiedad de que cada empresa elige la cantidad de producción que maximiza sus beneficios, dada la cantidad que elige la otra.

El equilibrio de Bertrand, que también describimos en el capítulo 27, es un equilibrio de Nash en las estrategias de fijación de los precios. Cada empresa elige el precio que maximiza sus beneficios, dado el precio que cree que elegirá la otra.

Estos ejemplos muestran que la curva de mejor respuesta es una generalización de los modelos anteriores y que permite hallar de una manera relativamente sencilla el equilibrio de Nash. Estas propiedades hacen que las curvas de mejor respuesta sean un instrumento útil para hallar el equilibrio de un juego.

29.2 Estrategias mixtas

Utilicemos las funciones de mejor respuesta para analizar el juego que se muestra en el cuadro 29.2.

		Columna	
		Izquierda	Derecha
Fila	Arriba	2, 1	0, 0
	Abajo	0, 0	1, 2

Cuadro 29.2. Cómo se halla el equilibrio de Nash.

Nos interesa encontrar los equilibrios de las estrategias mixtas, así como los equilibrios de las estrategias puras, por lo que sea f la probabilidad de que Fila elija "arriba" y $(1 - f)$ la probabilidad de que elija "abajo". Asimismo, sea c la probabilidad de que Columna elija "izquierda" y $(1 - c)$ la probabilidad de que elija "derecha". Las estrategias son puras cuando f y c son iguales a 0 o 1.

Calculemos los resultados esperados de Fila si elige la probabilidad f de elegir "arriba" y Columna elige la probabilidad c de elegir "izquierda". Examinemos la siguiente lista de casos posibles:

Combinación	Probabilidad	Resultados para Fila
"arriba", "izquierda"	fc	2
"abajo", "izquierda"	$(1 - f)c$	0
"arriba", "derecha"	$f(1 - c)$	0
"abajo", "derecha"	$(1 - f)(1 - c)$	1

Para calcular los resultados esperados de Fila, ponderamos los resultados de Fila de la tercera columna por la probabilidad de que se produzcan, que aparece en la segunda columna, y los sumamos. La respuesta es

$$\text{Resultados de Fila} = 2fc + (1 - f)(1 - c),$$

Desarrollando este resultado, obtenemos

$$\text{Resultados de Fila} = 2fc + 1 - f - c + fc.$$

Supongamos ahora que Fila considera la posibilidad de aumentar f en Δf. ¿Cómo variarán los resultados?

$$\Delta\text{resultados de Fila} = 2c\ \Delta f - \Delta f + c\Delta f = (3c - 1)\ \Delta f.$$

Esta expresión será positiva cuando $3c > 1$ y negativa cuando $3c < 1$. Por lo tanto, Fila querrá aumentar f siempre que $c > 1/3$, reducir f cuando $c < 1/3$ y estará contento con cualquier valor de $0 \leq f \leq 1$ cuando $c = 1/3$.

Asimismo, los resultados de Columna se obtienen de la forma siguiente:

$$\text{Resultados de Columna} = cf + 2(1 - c)(1 - f).$$

Los resultados de Columna variarán cuando c varíe en Δc de acuerdo con

$$\Delta\text{resultados de Columna} = r\ \Delta c - 2f\ \Delta c - 2\Delta c = (3f - 21)\ \Delta c.$$

Por lo tanto, Columna querrá aumentar c siempre que $f > 2/3$, reducir c cuando $f < 2/3$ y estará contento con cualquier valor de $0 \leq c \leq 1$ cuando $f = 2/3$.

Podemos utilizar esta información para representar las curvas de mejor respuesta. Comencemos con el caso de Fila. Si Columna elige $c = 0$, Fila querrá que el valor de f sea lo más bajo posible, por lo que $f = 0$ es la mejor respuesta a $c = 0$. Esta elección continuará siendo la mejor respuesta hasta que $c = 1/3$, punto en el que cualquier valor de f comprendido entre 0 y 1 es una respuesta mejor. Para todo $c > 1/3$, la mejor respuesta de Fila es $f = 1$.

Estas curvas se representan en la figura 29.1. Es fácil ver que se cortan en tres puntos: (0, 0), (2/3, 1/3) y (1, 1), que corresponden a los tres equilibrios de Nash del juego. Dos de estas estrategias son estrategias puras y una es una estrategia mixta.

29.3 Juegos de coordinación

Asistidos por los instrumentos del apartado anterior, podemos examinar nuestra primera clase de juegos, los juegos de coordinación. Se trata de juegos en los que los resultados de los jugadores son más altos cuando pueden coordinar sus estrategias. El problema en la práctica es desarrollar mecanismos que permitan esta coordinación.

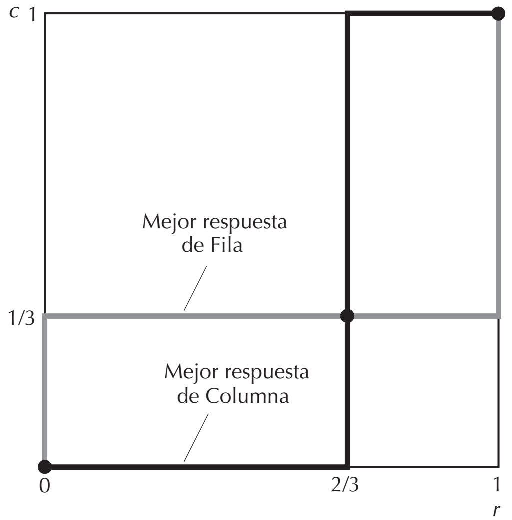


Figura 29.1. Curvas de mejor respuesta. Las dos curvas representan la mejor respuesta de Fila y Columna a las decisiones de cada una de ellas. Las intersecciones de las curvas son equilibrios de Nash. En este caso, hay tres equilibrios, dos con estrategias puras y uno con estrategias mixtas.

La guerra de los sexos

El ejemplo clásico de juego de coordinación es la llamada guerra de los sexos. En este juego, un chico y una chica quieren ir al cine, pero no han tenido la posibilidad de ponerse de acuerdo sobre la película que van a ver. Desgraciadamente, se olvidaron el teléfono móvil, por lo que no pueden coordinarse y tienen que imaginar qué película quiere ir a ver el otro.

El chico quiere ver la última película de acción, mientras que la chica preferiría ver una película de arte y ensayo, pero los dos preferirían ir a ver la misma película a no encontrarse. El cuadro 29.3 muestra los resultados coherentes con estas preferencias. Obsérvese el rasgo distintivo de los juegos de coordinación: los resultados son más altos cuando los jugadores coordinan sus acciones que cuando no las coordinan.

¿Cuáles son los equilibrios de Nash de este juego? Afortunadamente, este juego es exactamente igual que el que hemos utilizado en el último apartado para explicar las curvas de mejor respuesta. Hemos visto que hay tres equilibrios: ambos eligen una película de acción, ambos eligen una película de arte y ensayo o cada uno elige la película que prefiere con una probabilidad de 2/3.

		Chica: Acción	Chica: Arte y ensayo
Chico	Acción	2, 1	0, 0
	Arte y ensayo	0, 0	1, 2

Cuadro 29.3. La batalla de los sexos.

Como todos son equilibrios posibles, es difícil saber qué ocurrirá únicamente con esta descripción. Generalmente, para resolver el problema examinaríamos otras consideraciones al margen de la descripción formal del juego. Supongamos, por ejemplo, que la película de arte y ensayo la ponen en un cine que está más cerca de uno de los dos jugadores. En ese caso, ambos podrían suponer razonablemente que sería la elección de equilibrio.

Cuando los jugadores tienen fundadas razones para creer que uno de los equilibrios es más "natural" que el resto, se llama punto focal del juego.

El dilema de los presos

El dilema de los presos, que analizamos extensamente en el capítulo anterior, también es un juego de coordinación. Recordemos la historia: dos prisioneros pueden confesar e implicar así al otro o negar que han cometido un delito. El cuadro 29.4 muestra los resultados.

El rasgo distintivo del dilema de los presos es que confesar es una estrategia dominante, aunque la coordinación (negar ambos que han cometido el delito) sea muy superior desde el punto de vista de los resultados totales. La coordinación permitiría a los prisioneros elegir los mejores resultados, pero el problema es que no es fácil que eso ocurra en un juego que sólo se juega una vez.

Una manera de resolver el dilema de los presos es alargar el juego añadiendo nuevas decisiones. En el capítulo anterior hemos visto que el juego del dilema de los presos repetido indefinidamente podía lograr el resultado cooperativo mediante estrategias del "ojo por ojo", en las que los jugadores recompensaban la cooperación y castigaban la falta de cooperación en sus futuras decisiones. En este caso, la consideración estratégica adicional es que la negativa a cooperar hoy puede dar como resultado la prolongación del castigo mañana.

Otra forma de "resolver" el dilema de los presos es añadir la posibilidad de firmar contratos. Por ejemplo, los dos jugadores pueden firmar un contrato que diga que se mantendrán fieles a la estrategia de cooperación. Si cualquiera de ellos incumple el contrato, tendrá que pagar una multa o será castigado de alguna manera.

Los contratos son muy útiles para lograr todo tipo de resultados, pero se basan en la existencia de un sistema jurídico que los haga respetar. Este supuesto tiene sentido en las negociaciones empresariales, pero no en otros contextos, como los juegos militares o las negociaciones internacionales.

		Jugador B	
		Confesar	Negar
Jugador A	Confesar	–3, –3	0, –6
	Negar	–6, 0	–1, –1

Cuadro 29.4. El dilema de los presos.

Juegos de la garantía

Consideremos la carrera armamentística entre Estados Unidos y la URSS de la década de 1950 en la que cada país podía fabricar misiles nucleares o abstenerse de fabricarlos. Los resultados de estas estrategias podrían ser como los que se muestran en el cuadro 29.5. El mejor resultado para las dos partes es abstenerse de fabricar los misiles, en cuyo caso los resultados serían (4, 4). Pero si uno de ellos se abstiene y el otro no, los resultados serían 3 para el que fabricara misiles nucleares y 1 para el que se abstuviera. Los resultados serían (2, 2) si los dos fabricaran misiles nucleares.

No es difícil ver que hay dos equilibrios de Nash en estrategias puras (abstenerse, abstenerse) y (fabricar, fabricar). Sin embargo, (abstenerse, abstenerse) es mejor para las dos partes. El problema radica en que ninguna de las dos sabe qué elegirá la otra. Antes de comprometerse a abstenerse, cada una quiere tener alguna garantía de que la otra se abstendrá.

		URSS	
		Abstenerse	Fabricar
EE UU	Abstenerse	4, 4	1, 3
	Fabricar	3, 1	2, 2

Cuadro 29.5. Una carrera armamentística.

Una manera de lograr esta garantía es que uno de los jugadores decida primero y permita, por ejemplo, que se realice una inspección para ver si es cierto o no.

Obsérvese que este paso puede ser unilateral, al menos mientras uno se crea los resultados del juego. Si uno de los jugadores anuncia que está absteniéndose de desplegar misiles nucleares y le da al otro suficientes pruebas de ello, puede tener la garantía de que el otro también se abstendrá.

El juego de la gallina

Nuestro último juego de coordinación se basa en un juego de automóviles que el cine ha hecho famoso. Dos adolescentes situados cada uno en un extremo de la calle conducen en línea recta en sentido contrario, el uno hacia el otro. El primero que vire bruscamente queda mal; si ninguno de los dos vira bruscamente, se chocan. El cuadro 29.6 muestra algunos resultados posibles.

Hay dos equilibrios de Nash en estrategias puras (Fila vira, Columna no vira) y (Columna vira, Fila no vira). Columna prefiere el primer equilibrio y Fila el segundo, pero los dos son mejores que una colisión. Obsérvese la diferencia entre este juego y el de la garantía; en el de la garantía, los dos jugadores obtendrían mejores resultados si ambos hicieran lo mismo (fabricar o abstenerse) que si hicieran cosas diferentes. En este caso, los jugadores obtienen peores resultados si hacen lo mismo (conducir en línea recta o virar bruscamente) que si hacen cosas distintas.

Cada jugador sabe que si puede comprometerse a conducir en línea recta, el otro se acobardará. Pero, naturalmente, los dos saben que sería una locura colisionar, por lo que ¿cómo puede imponer uno de los jugadores el equilibrio que prefiere?

Una importante estrategia es el compromiso. Supongamos que Fila colocara ostentosamente una palanca para bloquear la dirección antes de empezar. Columna, dándose cuenta de que en ese caso Fila no tendría más remedio que conducir en línea recta, decidiría virar bruscamente. Naturalmente, si los dos jugadores colocaran una palanca de ese tipo, el resultado sería desastroso.

Cómo coordinarse

Si usted participa en un juego de coordinación, quizá quiera que el otro jugador coopere en un equilibrio que a ambos les gusta (el juego de la garantía), que coopere en un equilibrio que le gusta a uno de los dos (la batalla de los sexos), que elija alguna estrategia que no sea la de equilibrio (el dilema de los presos) o que tome una decisión que lleve al resultado que prefiere usted (el juego de la gallina).

En los juegos de la garantía, la batalla de los sexos y el gallina, puede lograrse el equilibrio si uno de los jugadores decide primero y se compromete a mantener su decisión. El otro jugador puede observar entonces la elección y responder en consecuencia. En el dilema de los presos, esta estrategia no funciona: si uno de los jugadores decide no confesar, al otro le interesa confesar. En un dilema de los presos, tomar decisiones de forma consecutiva no sirve para resolverlo; la repetición y los contratos son dos de las principales formas de conseguirlo.

		Columna: Virar	Columna: Conducir en línea recta
Fila	Virar	0, 0	–1, 1
	Conducir en línea recta	1, –1	1, –1

Cuadro 29.6. El juego de la gallina.

29.4 Juegos de competencia

El extremo opuesto de la cooperación es la competencia. Se trata del famoso caso de los juegos de suma cero, llamados así porque los resultados de uno de los jugadores son iguales a las pérdidas del otro.

La mayoría de los deportes son juegos de suma cero: un punto adjudicado a uno de los equipos equivale a un punto sustraído al otro. La competencia es feroz en este tipo de juegos, ya que los intereses de los jugadores son diametralmente opuestos.

Expliquemos los juegos de suma cero examinando el fútbol. Fila va a lanzar un penalti y Columna está en la portería. Fila puede lanzarlo hacia la izquierda o hacia la derecha; Columna puede tirarse hacia uno de los lados y defender el lado izquierdo o defender el lado derecho con el fin de desviar el lanzamiento.

Expresaremos los resultados de estas estrategias por medio de los puntos esperados. Evidentemente, Fila tendrá más éxito si Columna se tira hacia el otro lado. Por otra parte, el juego puede no ser totalmente simétrico, ya que Fila puede lanzar mejor hacia uno de los lados que hacia el otro y Columna puede defender mejor uno de los lados que el otro.

Supongamos que Fila mete un gol el 80 por ciento de las veces si lanza hacia la izquierda y Columna se tira hacia la derecha, pero sólo el 50 por ciento de las veces si Columna se tira hacia la izquierda. Si Fila lanza hacia la derecha, supondremos que tiene éxito el 90 por ciento de las veces si Columna se tira hacia la izquierda, pero el 20 por ciento de las veces si Columna se tira hacia la derecha. El cuadro 29.7 muestra estos resultados.

		Columna	
		Tirar hacia la zquierda	Tirar hacia la derecha
Fila	Tirar hacia la izquierda	50, –50	80, –80
	Tirar hacia la derecha	90, –90	20, –20

Cuadro 29.7. Un lanzamiento de penalti en el fútbol.

Obsérvese que los resultados de cada casilla suman cero, lo cual indica que los jugadores tienen objetivos diametralmente opuestos. Fila quiere maximizar sus resultados esperados y Columna también quiera maximizar sus resultados esperados, lo cual significa que quiere minimizar los resultados de Fila.

Evidentemente, si Columna sabe hacia dónde lanzará Fila, tendrá una enorme ventaja. Fila, dándose cuenta de eso, tratará, pues, de que Columna tenga que hacer conjeturas constantemente. En concreto, lanzará unas veces hacia el lado que mejor lanza y otras hacia el lado que peor lanza. Es decir, seguirá una **estrategia mixta**.

Si Fila lanza hacia la izquierda con una probabilidad p, obtendrá unos resultados esperados de $50p + 90(1 - p)$ cuando Columna se tire hacia la izquierda y de $80p + 20(1 - p)$ cuando Columna se tire hacia la derecha. Fila quiere que estos resultados esperados sean los mayores posibles y Columna quiere que sean los menores posibles.

Supongamos, por ejemplo, que Fila decide lanzar hacia la izquierda la mitad de las veces. Si Columna se tira hacia la izquierda, Fila tendrá unos resultados esperados de $50 \times 1/2 + 90 \times 1/2 = 70$, y si Columna se tira hacia la derecha, Fila tendrá unos resultados esperados de $80 \times 1/2 + 20 \times 1/2 = 50$.

Naturalmente, Columna puede hacer este mismo razonamiento. Si Columna cree que Fila lanzará hacia la izquierda la mitad de las veces, Columna querrá tirarse hacia la derecha, ya que ésta es la elección que minimiza los resultados esperados de Fila (maximizando así los resultados esperados de Columna).

La figura 29.2 muestra los resultados esperados de Fila correspondientes a diferentes elecciones de p. Representa simplemente las dos funciones $50p + 90(1 - p)$ y $80p + 20(1 - p)$. Como estas dos expresiones son funciones lineales de p, los gráficos son líneas rectas.

Fila se da cuenta de que Columna siempre tratará de minimizar sus resultados esperados. Por lo tanto, para cualquier p, los mejores resultados que puede esperar son el mínimo de los resultados que dan las dos estrategias y que representamos por medio de la línea de trazo grueso de la figura 29.2.

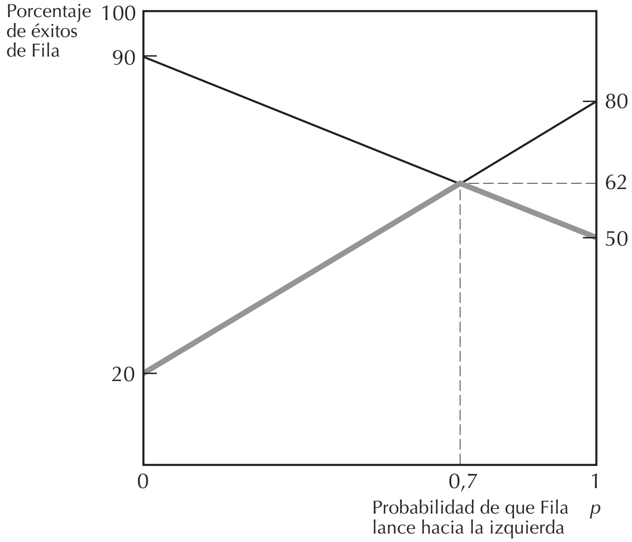


Figura 29.2. Estrategia de Fila. Las dos curvas muestran los resultados esperados de Fila en función de p, que es la probabilidad de que lance hacia la izquierda. Cualquiera que sea el valor de p que elija, Columna tratará de minimizar los resultados de Fila.

¿Dónde se encuentra el máximo de estos resultados mínimos? Evidentemente, se encuentra en el pico de la línea de trazo grueso o, lo que es lo mismo, en el punto en el que se cortan las dos líneas rectas. Este valor puede calcularse algebraicamente resolviendo la siguiente ecuación:

$$50p + 90(1 - p) = 80p + 20(1 - p)$$

para p. El lector debe verificar que la solución es $p = 0{,}7$.

Por tanto, si Columna lanza hacia la izquierda el 70 por ciento de las veces y Columna responde óptimamente, Fila tendrá unos resultados esperados de $50 \times 0{,}7 + 90 \times 0{,}3 = 62$.

¿Qué ocurre con Columna? Podemos realizar un análisis parecido de sus elecciones. Supongamos que Columna decide tirarse hacia la izquierda con una probabilidad q y tirarse hacia la derecha con una probabilidad $(1 - q)$. En ese caso, los resultados esperados de Fila serán $50q + 80(1 - q)$ si Columna se tira hacia la izquierda y $90q + 20(1 - q)$ si Columna se tira hacia la derecha. Para cada q, Columna querrá minimizar los resultados de Fila. Pero se da cuenta de que Fila quiere maximizar estos mismos resultados.

Por lo tanto, si Columna decide tirarse hacia la izquierda con una probabilidad de 1/2, se da cuenta de que Fila obtendrá unos resultados esperados de $50 \times 1/2 + 80 \times 1/2 = 65$ si Fila se lanza hacia la izquierda y de $90 \times 1/2 + 20 \times 1/2 = 55$ si Fila lanza hacia la derecha. En este caso, Fila decidirá, por supuesto, lanzar hacia la izquierda.

Estos dos resultados pueden representarse en la figura 29.3, que es semejante a la anterior. Desde el punto de vista de Columna, es el máximo de las dos líneas rectas el que es relevante, ya que refleja la elección óptima de Fila para cada elección de q. De ahí que el diagrama represente estas líneas en trazo grueso. Podemos hallar al igual que antes la mejor q para Columna, es decir, el punto en el que se minimizan los resultados máximos de Fila. Es el punto en el que

$$50q + 80(1 - q) = 90q + 20(1 - q),$$

que implica que $q = 0{,}6$.

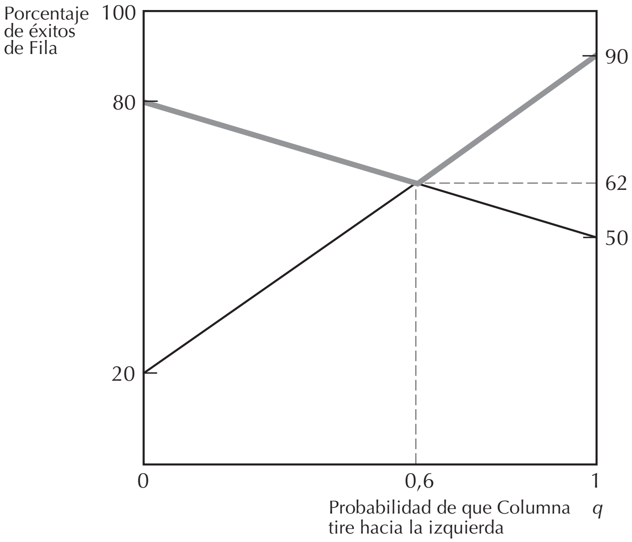


Figura 29.3. Estrategia de Columna. Las dos curvas muestran los resultados esperados de Fila en función de q, que es la probabilidad de que Columna se tire hacia la izquierda. Cualquiera que sea el valor de q que elija Columna, Fila tratará de maximizar sus propios resultados.

Hemos calculado ya las estrategias de equilibrio de cada uno de los dos jugadores. Fila debe lanzar hacia la izquierda con una probabilidad de 0,7 y Columna debe tirarse hacia la izquierda con una probabilidad de 0,6. Estos valores se han elegido de manera que los resultados de Fila y los de Columna sean los mismos, independientemente de lo que haga el otro jugador, ya que hemos calculado los valores igualando los resultados de las dos estrategias que podría elegir el jugador contrario.

Por lo tanto, cuando Fila elige 0,7, a Columna le da lo mismo tirarse hacia la izquierda que tirarse hacia la derecha o, en realidad, tirarse hacia la izquierda con cualquier probabilidad q. En particular, a Columna no le importa lo más mínimo tirarse hacia la izquierda con una probabilidad de 0,6.

Asimismo, si Columna se tira hacia la izquierda con una probabilidad de 0,6, a Fila le da lo mismo lanzar hacia la izquierda que lanzar hacia la derecha o cualquier combinación de las dos posibilidades. En particular, no le importa lo más mínimo lanzar hacia la izquierda con una probabilidad de 0,7. Por lo tanto, estas elecciones son un equilibrio de Nash: cada jugador optimiza sus resultados, dadas las decisiones del otro.

En condiciones de equilibrio, Fila mete un gol el 62 por ciento de las veces y falla el 38 por ciento de las veces. Esos son los mejores resultados que puede obtener si el otro jugador responde óptimamente.

¿Qué ocurre si Columna no responde óptimamente? ¿Puede Fila obtener mejores resultados? Para responder a esta pregunta, podemos utilizar las curvas de mejor respuesta introducidas al comienzo de este capítulo. Ya hemos visto que cuando p es inferior a 0,7, Columna quiere tirarse hacia la izquierda y cuando p es superior a 0,7, Columna quiere tirarse hacia la derecha. Asimismo, cuando q es inferior a 0,6, Fila quiere lanzar hacia la izquierda y cuando q es superior a 0,6, Fila quiere lanzar hacia la derecha.

La figura 29.4 representa estas curvas de mejor respuesta. Obsérvese que se cortan en el punto en el que $p = 0{,}7$ y $q = 0{,}6$. Lo interesante de estas curvas es que indican a cada jugador qué tiene que hacer ante cada decisión que toma el otro, sea óptima o no. La única decisión que es una repuesta óptima a una decisión óptima se encuentra en el punto en el que las dos curvas se cortan: el equilibrio de Nash.

29.5 Juegos de coexistencia

Hemos interpretado las estrategias mixtas como situaciones en las que los jugadores asignan una probabilidad a sus diferentes opciones. En el juego del lanzamiento de penaltis, si la estrategia de Fila es lanzar hacia la izquierda con una probabilidad de 0,7 y hacia la derecha con una probabilidad de 0,3, creemos que Fila combinará las dos opciones y lanzará hacia la izquierda el 70 por ciento de las veces y hacia la derecha el 30 por ciento de las veces.

Pero existe otra interpretación. Supongamos que el lanzador de penalti y el portero se eligen aleatoriamente entre todos los lanzadores y los porteros posibles y que el 70 por ciento de los lanzadores siempre lanza hacia la izquierda y el 30 por ciento siempre lanza hacia la derecha. Ese caso es, desde el punto de vista del portero, exactamente equivalente a enfrentarse a un único jugador que asigne esas probabilidades a las dos opciones posibles.

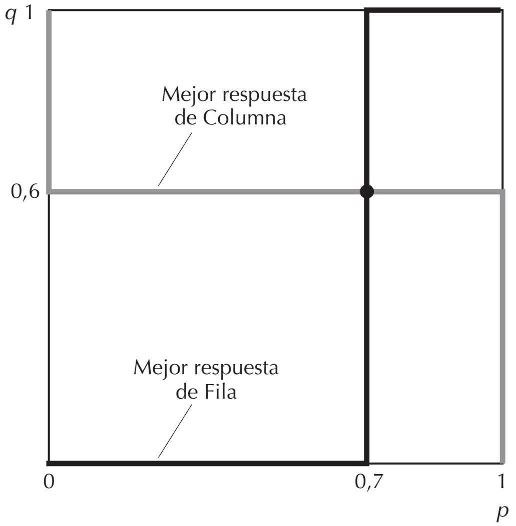


Figura 29.4. Curvas de mejor respuesta. Éstas son las curvas de mejor respuesta de Fila y Columna en función de p, que es la probabilidad de que Fila lance hacia la izquierda, y de q, que es la probabilidad de que Columna se tire hacia la izquierda.

Esta interpretación no es muy convincente en el caso de los partidos de fútbol, pero es razonable en el de la conducta de los animales. La idea es que algunos tipos de conducta están programados genéticamente y que la evolución selecciona las mezclas de la población que son estables con respecto a las fuerzas evolutivas. En los últimos años, los biólogos han llegado a considerar que la teoría de los juegos es un instrumento indispensable para estudiar la conducta animal.

El juego más famoso de interacción animal es el **juego de los halcones y las palomas**. No se refiere a un juego entre halcones y palomas (que tendría un resultado bastante predecible) sino a un juego en el que una misma especie muestra dos tipos de conducta.

Pensemos en un perro silvestre. Cuando dos perros silvestres encuentran comida, tienen que decidir si se pelean o se la reparten. Pelearse es la estrategia del halcón: uno ganará y el otro perderá. Repartirse la comida es la estrategia de la paloma: funciona bien cuando el otro jugador también se comporta como una paloma, pero si el otro se comporta como un halcón, la oferta de repartirse la comida es rechazada y el que se comporta como una paloma no obtiene nada.

El cuadro 29.8 muestra algunos resultados posibles.

		Columna: Halcón	Columna: Paloma
Fila	Halcón	–2, –2	4, 0
	Paloma	0, 4	2, 2

Cuadro 29.6. El juego del halcón y la paloma.

Si los dos perros silvestres se comportan como una paloma, acaban teniendo (2,2). Si uno se comporta como un halcón y el otro como una paloma, el primero se queda con toda la comida. Pero si los dos se comportan como un halcón, los dos resultan gravemente heridos.

Evidentemente, que todos se comporten como un halcón no puede ser un equilibrio, ya que alguno se dará cuenta de que comportarse como una paloma le reportaría 0 en lugar de –2. Y si todos se comportaran como una paloma, a alguno le saldrá a cuenta comportarse como un halcón. Por lo tanto, en condiciones de equilibrio tendrá que haber alguna mezcla de perros que se comporten como halcones y perros que se comporten como palomas. ¿Qué tipo de mezcla es de esperar?

Supongamos que la proporción que se comporta como los halcones es p. En ese caso, un perro que se comporte como un halcón se encontrará con otro con la probabilidad p y se encontrará con uno que se comporta como una paloma con la probabilidad $1 - p$. Los resultados esperados del que se comporta como un halcón serán

$$H = -2p + 4(1 - p).$$

Los resultados esperados del que se comporta como una paloma serán

$$P = 2(1 - p).$$

Supongamos que el que obtiene los mayores resultados se reproduce más deprisa, llegando su tendencia a comportarse como un halcón o como una paloma a sus crías. Por lo tanto, si $H > P$, observaremos que la proporción de la población que se comporta como un halcón aumenta y si $H < P$, aumentará la proporción que se comporta como una paloma. La única manera de que la población pueda estar en equilibrio es que los resultados de los dos tipos de animales sean los mismos. Eso exige que

$$H = -2p + 4(1 - p) = 2(1 - p) = P,$$

cuya solución es $p = 1/2$.

Hemos observado que una combinación de la mitad de palomas y la mitad de halcones es un equilibrio. ¿Es estable en algún sentido? Representamos en la figura 29.5 los resultados del halcón y de la paloma en función de p, que es la proporción de la población que se comporta como los halcones. Obsérvese que cuando $p > 1/2$, los resultados que se obtienen comportándose como un halcón son menores que los que se obtienen comportándose como una paloma, por lo que es de esperar que las palomas se reproduzcan más deprisa, lo que nos lleva de nuevo a la distribución de equilibrio en la que hay la mitad de cada especie. Asimismo, cuando $p < 1/2$, los resultados del halcón son mayores que los de la paloma, por lo que los halcones se reproducen más deprisa.

Este argumento muestra que $p = 1/2$ no sólo es un equilibrio sino que también es estable con respecto a las fuerzas evolutivas. Este tipo de consideraciones llevan a un concepto que se conoce con el nombre de **estrategia evolutivamente estable** o **EEE**.[1] Sorprendentemente, una EEE es un equilibrio de Nash, aunque se obtenga a partir de consideraciones muy distintas.

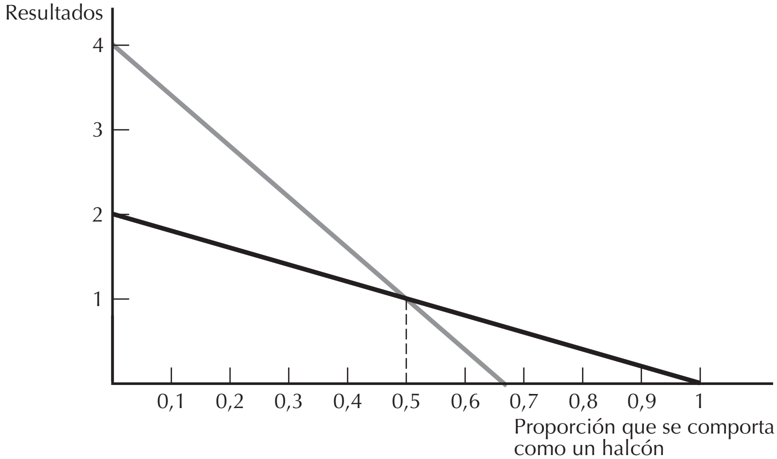


Figura 29.5. Resultados del juego del halcón y la paloma. Los resultados del halcón se representan en trazo grueso y los de la paloma en trazo fino. Cuando $p > 1/2$, los resultados del halcón son menores que los de la paloma y viceversa, lo que demuestra que el equilibrio es estable.

El concepto de equilibrio de Nash se ideó para analizar el comportamiento de los individuos racionales y calculadores, cada uno de los cuales trata de idear una estra-

[1] Véase John Maynard Smith, *Evolution and the Theory of Games*, Cambridge University Press, 1982.

tegia idónea frente a la mejor estrategia que pueda elegir el otro jugador. La EEE se ideó para analizar la conducta animal con respecto a las fuerzas evolutivas, según las cuales las estrategias que tuvieran mayor capacidad de adaptación se reproducirían más deprisa. Pero los equilibrios de la EEE también son equilibrios de Nash, lo cual es otra de las razones por las que este concepto de la teoría de los juegos es tan persuasivo.

29.6 Juegos de compromiso

Los juegos de cooperación y de competencia de los ejemplos anteriores eran juegos con decisiones simultáneas. Cada jugador tenía que elegir sin saber lo que estaba eligiendo (o había elegido) el otro. De hecho, los juegos de coordinación o de competencia pueden ser bastante triviales si uno de los jugadores sabe qué elige el otro.

En este apartado pasamos a examinar los juegos con decisiones consecutivas. Una importante cuestión estratégica que surge en esos juegos es el compromiso. Para examinarla, volvamos al juego de la gallina que hemos descrito antes en este capítulo. Hemos visto que si uno de los jugadores pudiera obligarse a sí mismo a conducir en línea recta, sería óptimo para el otro virar bruscamente. En el juego de la garantía, el resultado sería mejor para los dos jugadores si uno de ellos decidiera primero.

Obsérvese que para que una decisión se se conciba como un compromiso firme debe ser tanto irreversible como observable para el otro jugador. La irreversibilidad forma parte de lo que se entiende por comprometerse, mientras que la observabilidad es crucial si se quiere convencer al otro jugador de que cambie de conducta.

La rana y el escorpión

Comenzamos con la fábula de la rana y el escorpión. Estaban en la orilla del río pensando cómo cruzarlo. "Ya sé", dijo el escorpión, "yo me subo a tu espalda y tú puedes cruzar a nado el río". La rana le dijo: "Pero ¿qué pasa si me clavas tu aguijón?" El escorpión le respondió: "¿Por qué iba a hacer eso? Entonces los dos moriríamos".

A la rana le pareció convincente la contestación, por lo que el escorpión se subió a su espalda y comenzaron a cruzar el río. A mitad de camino, en el lugar más profundo, el escorpión picó a la rana. Retorciéndose de dolor, la rana le dijo gritando: "¿Por qué has hecho eso? ¡Ahora los dos moriremos irremediablemente!" "Desgraciadamente", le contestó el escorpión, mientras se hundía en el río, "soy así por naturaleza".

Examinemos el caso de la rana y el escorpión desde el punto de vista de la teoría de los juegos. La figura 29.6 representa un juego consecutivo con unos resultados coherentes con la historia. Comencemos por la parte inferior del árbol del juego. Si la rana se niega a cruzar al escorpión sobre su espalda, ninguno de los dos obtiene nada. Pasando a la línea siguiente, vemos que si la rana cruza al escorpión sobre su espalda, obtiene una utilidad de 5 por hacer una buena obra y el escorpión recibe unos resultados de 3 por conseguir cruzar el río. En la línea en la que la rana es aguijoneada, recibe unos resultados de –10 y el escorpión de 5, que representa la satisfacción que obtiene haciendo lo que le dictan sus instintos naturales.

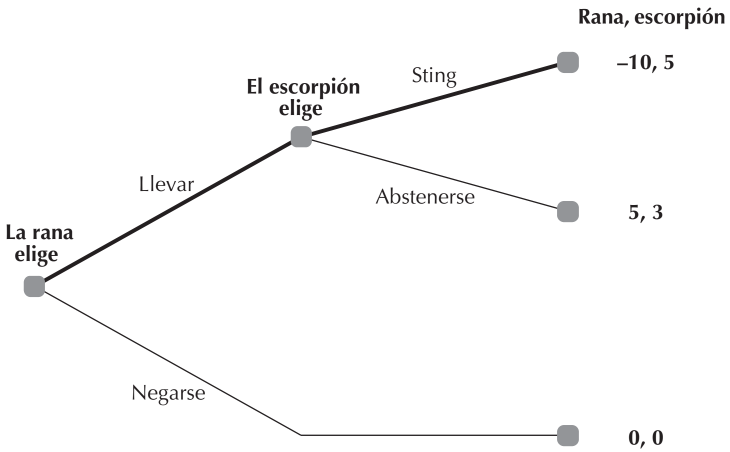


Figura 29.6. La rana y el escorpión. Si la rana decide llevar al escorpión, el escorpión elige picarle y ambos mueren.

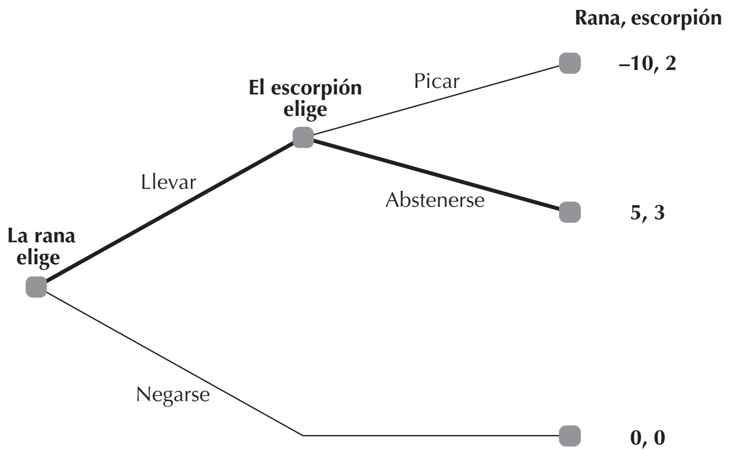


Figura 29.7. La rana y el escorpión. Con estos resultados, si la rana decide llevar al escorpión, el escorpión decidirá no picarle y ambos cruzarán tranquilamente el río.

Es mejor comenzar por el último movimiento del juego: la decisión del escorpión de picar o no picar a la rana. Si le pica, obtiene unos resultados mayores, ya que "es así por naturaleza". Por lo tanto, lo racional sería que la rana decidiera negarse a llevar al escorpión. Desgraciadamente, la rana no comprendió los resultados del escorpión; aparentemente, pensaba que los resultados del escorpión eran parecidos a los de la figura 29.7. Fue un error fatal.

A una rana lista se le ocurriría alguna manera de obligar al escorpión a comprometerse a no picarle. Por ejemplo, podría atarle la cola o podría contratar a una rana asesina a sueldo, que tomara represalias contra la familia del escorpión. Cualquiera que sea la estrategia, la cuestión crucial para la rana es cambiar los resultados del escorpión haciendo que picar tenga más costes para él o que no picar sea más gratificante.

El secuestrador amable

Los secuestros para pedir un rescate son un gran negocio en algunas partes del mundo. Se estima que en Colombia se llevan a cabo más de 2.000 secuestros al año con la intención de pedir un rescate. En la antigua Unión Soviética, pasaron de 5 en 1992 a 105 en 1999. Muchas de las víctimas son hombres de negocios occidentales.

Algunos países, como Italia, tienen leyes que prohíben pagar un rescate. La razón se halla en que si la familia de la víctima o su empresa pueden comprometerse a no pagar un rescate, los secuestradores no tendrán ningún motivo para secuestrar a la víctima.

El problema radica, por supuesto, en que una vez que se ha secuestrado a una persona, su familia prefiere pagar a los secuestradores, aunque sea ilegal. Por lo tanto, las sanciones por pagar un rescate pueden no ser eficaces como mecanismo de compromiso.

Supongamos que algunos secuestradores toman un rehén y luego descubren que no pueden cobrar el rescate. ¿Deben liberarlo? El rehén promete, por supuesto, no revelar la identidad de los secuestradores. Pero ¿mantendrá su promesa? Una vez liberado, no tendrá ningún incentivo para mantenerla y sí todos los incentivos del mundo para tratar de castigar a sus secuestradores. Aunque éstos quieran dejar marchar al rehén, no pueden por temor a ser identificados.

La figura 29.8 representa algunos resultados posibles. El secuestrador se sentiría mal si matara al rehén, en cuyo caso recibiría unos resultados de –3. Naturalmente, el rehén se sentiría aún peor, por lo que recibiría unos resultados de –10. Si es liberado y se abstiene de identificar al secuestrador, obtiene unos resultados de 3 y el secuestrador de 5. Pero si el rehén identifica al secuestrador, obtiene unos resultados de 5 y el secuestrador de –5.

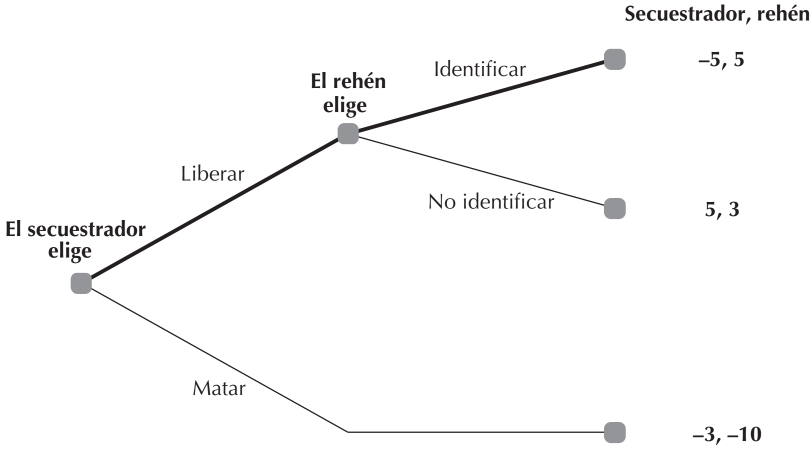


Figura 29.8 El juego del secuestro Al secuestrador le gustaría liberar al rehén, pero si lo libera, el rehén lo identificará.

Ahora es el rehén el que tiene el problema del compromiso: ¿cómo puede lograr convencer a los secuestradores de que no incumplirá su promesa y revelará su identidad?

El rehén tiene que imaginar la manera de alterar los resultados del juego. En concreto, tiene que encontrar la forma de imponerse un coste si identifica a los secuestradores.

Thomas Schelling, economista de la Universidad de Maryland que ha estudiado exhaustivamente el análisis estratégico en los juegos dinámicos, sugiere que el rehén podría decirles a los secuestradores que lo fotografiaran haciendo algo vergonzoso y se quedaran con las fotos. Eso cambiaría realmente los resultados si revelara después la identidad de los secuestradores, ya que ellos tendrían entonces la opción de revelar la fotografía vergonzosa.

Este tipo de estrategia se conoce con el nombre de "intercambio de rehenes". En la Edad Media, cuando dos reyes querían asegurarse de que no se rompería un contrato, intercambiaban familiares como rehenes. Si cualquiera de los dos rompía el acuerdo, los rehenes eran sacrificados. Ninguno de los dos quería que se sacrificara a sus familiares, por lo que tenían un incentivo para respetar los términos de su contrato.

En el caso del secuestro, la foto vergonzosa impondría costes al rehén si se publicara, lo que garantiza que cumplirá el acuerdo de no revelar la identidad de los secuestradores.

Cuando la fuerza es debilidad

Nuestro siguiente ejemplo procede del mundo de la psicología animal. Resulta que los cerdos establecen rápidamente relaciones de dominio y subordinación, en las que el cerdo dominante tiende a imponerse al cerdo subordinado.

Unos psicólogos colocaron dos cerdos, uno dominante y uno subordinado, en una amplia pocilga.[2] En uno de los extremos había una palanca que liberaba una ración de comida que iba hasta un comedero situado en el otro extremo. El objetivo era saber qué cerdo apretaría la palanca y cuál se comería la comida.

El experimento mostró algo sorprendente: el cerdo dominante apretaba la palanca, mientras que el cerdo subordinado aguardaba a que llegara la comida. Se la comía casi toda, mientras que el cerdo dominante corría lo más deprisa que podía hasta el extremo de la pocilga en el que se encontraba el comedero y acababa comiéndose solamente las sobras. El cuadro 29.9 representa un juego que muestra el problema.

		Cerdo dominante	
		No apretar la palanca	Apretar la palanca
Cerdo subordinado	No apretar la palanca	0, 0	4, 1
	Apretar la palanca	0, 5	2, 3

Cuadro 29.9. Cerdos que aprietan palancas.

El cerdo subordinado compara los resultados de (0, 4) y (0, 2) y llega a la conclusión, bastante sensata, de que apretar la palanca es dominado por no apretarla. Dado que no aprieta la palanca, el cerdo dominante no tiene más remedio que apretarla él.

Si el cerdo dominante pudiera no comerse toda la comida y recompensar al cerdo subordinado por apretar la palanca, podría lograr un resultado mejor. El problema es que los cerdos no pactan acuerdos y el cerdo dominante no puede evitar ser un cerdo.

Al igual que en el caso del secuestrador amable, el cerdo dominante tiene un problema de compromiso. Si pudiera comprometerse a no comerse toda la comida, acabaría obteniendo resultados mucho mejores.

[2] La fuente original es Baldwin y Meese, "Social Behavior in Pigs Studied by Means of Operant Conditioning", Animal Behavior, 1979. Me he basado en la descripción de John Maynard Smith, Evolution and the Theory of Games, Cambridge University Press, 1982.

El ahorro y las pensiones

No sólo hay problemas de compromiso en el mundo animal. También los hay en la política económica.

Un ejemplo interesante que viene al caso es el ahorro para la jubilación. Todo el mundo dice de boquilla que ahorrar es una buena idea. Desgraciadamente, pocos ahorran realmente. La causa de esta aversión a ahorrar se halla en parte en que la gente se da cuenta de que la sociedad no dejará que se muera de hambre, por lo que existen muchas posibilidades de que acuda a su rescate más adelante.

Para formular este caso en forma de juego entre las generaciones, consideremos dos estrategias de la generación mayor: ahorrar o despilfarrar. La generación más joven también tiene dos estrategias: ayudar a sus mayores o ahorrar para su propia jubilación. El cuadro 29.10 muestra una posible matriz del juego.

		Generación más joven: Ayudar	Generación más joven: No ayudar
Generación mayor	Ahorrar	2, 1	0, 0
	Despilfarrar	0, 0	1, 2

Cuadro 29.10. Conflicto intergeneracional sobre el ahorro.

Si la generación mayor ahorra y la más joven también la ayuda, la generación mayor acabará teniendo un nivel de utilidad de 2 y la joven de –1. Si la generación mayor despilfarra y la más joven la ayuda, la generación mayor acabará teniendo una utilidad de 3 y la joven de –1.

Si la generación más joven no ayuda a sus mayores y la generación mayor ahorra, ésta obtiene 1 y la joven 0. Por último, si la generación mayor despilfarra y la joven no la ayuda, cada una acaba teniendo una utilidad de –2, la mayor muriéndose de hambre y la joven teniendo que ver cómo se muere.

No es difícil ver que en este juego hay dos equilibrios de Nash. Si la generación mayor decide ahorrar, será óptimo para la joven decidir no ayudarla. Pero si la generación mayor decide despilfarrar, es óptimo para la más joven ayudarla. Y naturalmente, dado que la generación más joven ayudará a sus mayores, es óptimo para éstos despilfarrar.

Sin embargo, este análisis no tiene en cuenta la estructura temporal del juego: una de las (pocas) ventajas de ser mayor es que se decide primero. Si representamos el árbol del juego, los resultados son los que muestra la figura 29.9.

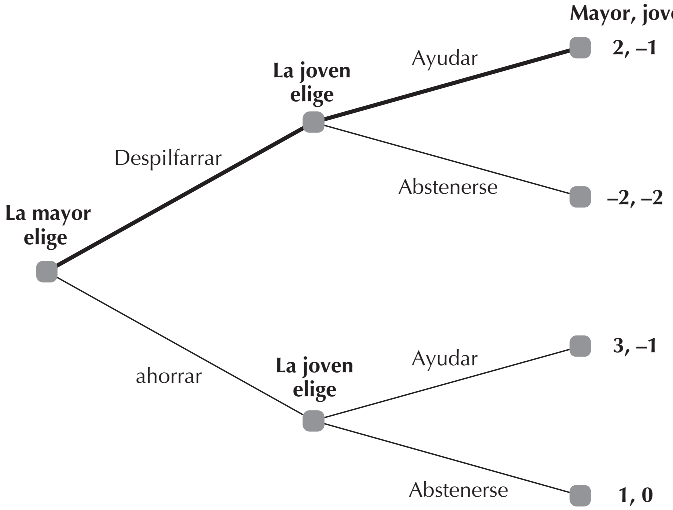


Figura 29.9. El juego del ahorro en forma extendida. La generación mayor, sabiendo que la generación más joven la ayudará, decide despilfarrar. El equilibrio perfecto en subjuegos es (ayudar, despilfarrar).

Si la generación mayor ahorra, la más joven decidirá no ayudarla, por lo que la generación mayor acabará obteniendo unos resultados de 1. Si la generación mayor despilfarra, sabe que la más joven no será capaz de ver cómo se muere de hambre, por lo que la generación mayor acabará obteniendo unos resultados de 3. Por lo tanto, lo sensato para la generación mayor es despilfarrar, sabiendo que más adelante acudirán en su ayuda.

Quizás por ello, actualmente los países más avanzados tienen unos programas de pensiones que obligan a cada generación a ahorrar para la jubilación.

Atracar

Consideremos la siguiente interacción estratégica. Usted contrata a una persona para que le construya un almacén. Una vez aprobado el proyecto y el almacén casi construido, se da cuenta de que no le gusta el color de las paredes, por lo que le pide al contratista que lo cambie; este cambio tiene un coste insignificante. Sin embargo, el contratista viene y le dice: "Ese cambio le costará 1.500 euros".

Se da cuenta de que eso es, como mínimo, lo que le costará el retraso que supondría buscar otro pintor y —como realmente quiere cambiar el color— paga refunfuñando lo que le piden. Felicidades, ¡le han atracado!

Naturalmente, los contratistas no son los únicos culpables en este tipo de juego. Los clientes también pueden “atracar” y causar muchos problemas al contratista.

La figura 29.10 representa el árbol del juego correspondiente al problema del atraco. Suponemos que el valor que concede el propietario al nuevo color es de 1.500 euros y que el coste efectivo de pintar sea de 200 euros. Partiendo de las hojas más altas del árbol, si el contratista cobra 1.500 euros, obtendrá un beneficio de 1.300 y el cliente recibirá una utilidad neta de cero.

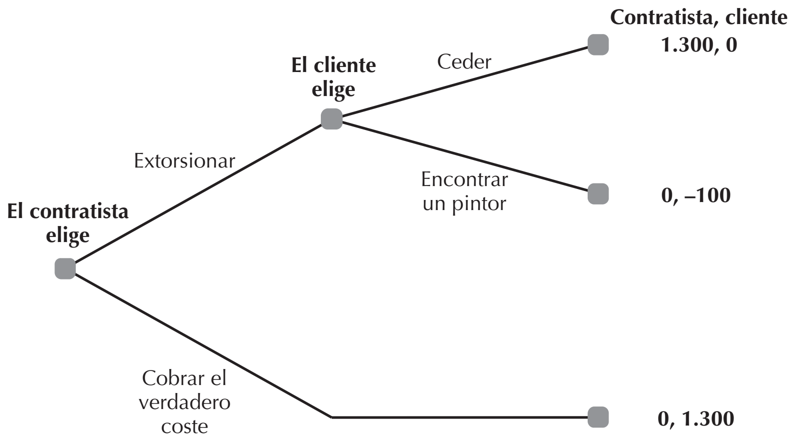


Figura 29.10. El problema del atraco. El contratista cobra un elevado precio por el cambio, ya que el cliente no tiene alternativa.

Si el cliente busca otro pintor, le costará los 200 euros que le pagará y, por ejemplo, 1.400 euros de tiempo perdido. Consigue el color que quiere y que vale 1.500 euros, pero tiene que pagar 1.600 en costes directos y costes del retraso, por lo que experimenta una pérdida neta de 100 euros.

Si el contratista cobra al cliente el coste efectivo de 200 euros, ni gana ni pierde y el cliente recibe un valor de 1.500 euros por 200, por lo que obtiene unos resultados netos de 1.300 euros.

Como puede observarse, la decisión óptima del contratista es extorsionar al cliente y la decisión óptima del cliente es ceder. Pero un cliente sensato se dará cuenta de que en todos los proyectos se acaban haciendo cambios, por lo que se resistirá a contratar a personas que tengan fama de ladrones, lo cual es malo, por supuesto, para el contratista.

¿Cómo resuelven las empresas el problema del atraco? Básicamente con contratos. Normalmente, los contratistas negocian un contrato que especifica los tipos de cambios que se pueden pedir y el modo en que se determinan los costes. A veces los contratos contienen incluso procedimientos de arbitraje o de otro tipo para resolver los conflictos. Se invierte una gran cantidad de tiempo, energía y dinero en la redacción de los contratos para asegurarse, pura y simplemente, de que no se plantee el problema del atraco.

Pero los contratos no son la única solución. El problema también puede resolverse por medio del compromiso. Por ejemplo, el contratista podría depositar una fianza para garantizar que va a terminar el proyecto en el plazo previsto. Una vez más, generalmente se especificará mediante criterios objetivos qué se entiende por terminarlo.

Otro factor importante es la reputación. Evidentemente, un contratista que intente repetidamente extorsionar a sus clientes tendrá mala reputación. No volverá a ser contratado por este cliente y, desde luego, no recibirá buenas recomendaciones. Este efecto de la reputación puede examinarse en un juego repetido en el que la realización de un atraco hoy tiene un coste para el contratista en el futuro.

29.7 La negociación

El problema clásico de negociación es el reparto de 1 euro. Dos jugadores tienen 1 euro y quieren repartírselo entre ellos. ¿Cómo se lo reparten?

El problema, así formulado, no tiene ninguna respuesta, ya que no hay suficiente información para construir un modelo razonable. El reto que plantea la construcción de un modelo de negociación es encontrar otras dimensiones sobre las que puedan negociar los jugadores.

Una de las soluciones, el **modelo de negociación de Nash**, adopta un enfoque axiomático especificando ciertas propiedades que debe tener una solución razonable de negociación y demostrando que sólo hay un resultado que satisface estos axiomas.

El resultado termina dependiendo de la aversión al riesgo de los jugadores y de lo que ocurriría si no se negociara. Desgraciadamente, no es posible analizar aquí exhaustivamente este modelo.

Otro enfoque, el **modelo de negociación de Rubinstein**, examina una sucesión de decisiones y halla el equilibrio perfecto de los subjuegos. Afortunadamente, es fácil mostrar la idea básica de este modelo en casos sencillos.

Dos jugadores, Alicia y Roberto, tienen 1 euro para repartirse entre los dos. Acuerdan dedicar como máximo tres días a negociar el reparto. El primer día Alicia hace una oferta, Roberto la acepta o bien vuelve al día siguiente con una contraoferta y el tercer día Alicia hace una oferta final. Si no llegan a un acuerdo en tres días, ninguno de los dos jugadores recibe nada.

Suponemos que Alicia y Roberto no son igual de impacientes: Alicia descuenta los resultados que obtendrá en el futuro a una tasa de α al día y Roberto los descuenta a una tasa de β al día. Por último, suponemos que si a uno de los jugadores le dan lo mismo dos ofertas, aceptará la que prefiera su adversario. La idea es que el adversario puede ofrecer una cantidad arbitrariamente pequeña que llevará al jugador a preferir estrictamente una opción y que podemos suponer que esa "cantidad arbitrariamente pequeña" es 0. Resulta que en este juego de negociación sólo hay un equilibrio perfecto de los subjuegos.

Comenzamos el análisis por el final, justo antes del último día. En ese momento, Alicia puede hacer a Roberto una oferta del tipo "o lo tomas, o lo dejas". Es evidente que lo óptimo para Alicia en ese momento es ofrecer a Roberto la menor cantidad posible que éste fuera a aceptar que es, por hipótesis, 0. Por lo tanto, si el juego dura realmente tres días, Alicia recibirá 1 euro y Roberto recibirá 0 (es decir, una cantidad arbitrariamente pequeña).

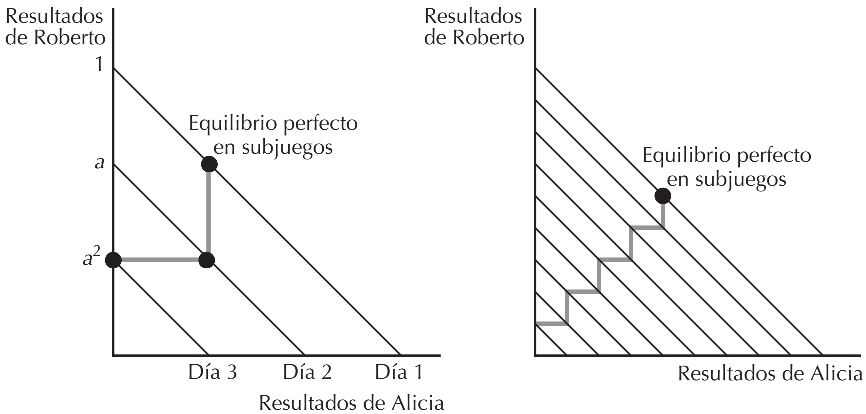


Figura 29.11. Un juego de negociación. La línea de trazo grueso conecta los resultados de equilibrio en subjuegos. El punto de la línea más alejada es el equilibrio perfecto en subjuegos.

Vayamos ahora al paso anterior, en el que Roberto propone un reparto. Éste debería darse cuenta de que Alicia puede asegurarse 1 euro al día siguiente simplemente rechazando su oferta. Para Alicia, 1 euro del periodo siguiente vale α en este periodo, por lo que seguramente rechazaría cualquier oferta menor que α. Roberto prefiere, desde luego, $1 - \alpha$ ahora a 0 en el siguiente periodo, por lo que sería racional que ofreciera α a Alicia, cantidad que Alicia aceptaría. Por lo tanto, si el juego concluye en el segundo día, Alicia obtiene α y Roberto obtiene $1 - \alpha$.

Pasemos ahora al primer día. Ese día Alicia hace la oferta y se da cuenta de que Roberto puede recibir $1 - \alpha$ simplemente si aguarda hasta el segundo día. Por lo tanto, Alicia debe ofrecer unos resultados que tengan al menos este valor actual para Roberto con el fin de evitar el retraso. Ofrece, pues, a Roberto $\beta(1-\alpha)$. A Roberto le parece aceptable (sin más) y el juego concluye. El resultado final es que el juego termina en el primer movimiento, en el que Alicia recibe $1-\beta(1-\alpha)$ y Roberto recibe $\beta(1-\alpha)$.

El primer panel de la figura 29.11 muestra este proceso en el caso en el que $\alpha = \beta < 1$. La diagonal más alejada del origen muestra las posibles combinaciones de resultados del primer día, a saber, todos los resultados de la forma $x_A + x_R = 1$. La diagonal intermedia muestra el valor actual de los resultados si el juego termina en el segundo periodo: $x_A + x_R = \alpha$. La diagonal más cercana al origen muestra el valor actual de los resultados si el juego termina en el tercer periodo; la ecuación correspondiente a esta diagonal es $x_A + x_R = \alpha^2$. La senda en ángulo recto representa los repartos mínimos aceptables en cada periodo, que llevan al equilibrio perfecto final de los subjuegos. El segundo panel de la figura 29.11 muestra cómo sería el mismo proceso con más fases de negociación.

Ahora dejemos que el horizonte se haga infinito y preguntémonos qué ocurre en este caso. Resulta que el reparto de equilibrio perfecto de los subjuegos es

$$\text{Resultados de Alicia} = \frac{1-\beta}{1-\alpha\beta}$$

$$\text{Resultados de Roberto} = \frac{\beta(1-\alpha)}{1-\alpha\beta}.$$

Obsérvese que si $\alpha = 1$ y $\beta < 1$, Alicia recibe todas las ganancias.

El juego del ultimátum

El modelo de negociación de Rubinstein es tan elegante que los economistas se apresuraron a contrastarlo en el laboratorio. Observaron, desgraciadamente, que elegancia no implica precisión. A los sujetos ingenuos (es decir, a los que no han estudiado economía) les cuesta ver más allá del primer o segundo paso, y eso como mucho.

Hay, además, otros factores que plantean problemas. Para verlo, examinemos una versión del modelo de negociación antes descrito que consta de un solo paso. Alicia y Roberto siguen teniendo 1 euro para repartirse entre los dos. Alicia propone un reparto y si Roberto está de acuerdo, el juego termina con este reparto. Si no está de acuerdo el juego también termina pero sin que nadie se lleve nada. La cuestión es qué debe proponer Alicia.

Según la teoría, debe proponer, por ejemplo, 99 céntimos para ella y 1 para Roberto. Roberto, imaginándose que 1 céntimo es mejor que nada, acepta y Alicia se va a casa contenta de haber estudiado economía.

Desgraciadamente, las cosas no funcionan así. Es más probable que Roberto, disgustado con el mísero céntimo, diga "de ninguna manera" y Alicia acabe sin nada. Alicia, reparando en esta posibilidad, tenderá a hacer más apetecible la oferta. En los experimentos reales, la oferta media de los estudiantes universitarios estadounidenses es de unos 45 céntimos y tiende a ser aceptada casi siempre.

Los jugadores que hacen las ofertas se comportan racionalmente, en el sentido de que la oferta de 45 céntimos casi maximiza los resultados esperados, dada la frecuencia con que se rechazan las distintas ofertas. Son los jugadores que reciben la oferta los que se comportan de forma distinta a como predice la teoría, ya que rechazan las ofertas pequeñas, aunque salgan por ello peor parados.

Se han propuesto muchas explicaciones. Según una de ellas, las ofertas demasiado pequeñas van en contra de las normas sociales de conducta. De hecho, los economistas han observado que existen considerables diferencias culturales de conducta en los juegos del ultimátum. Según otra explicación, no exenta de coherencia, los jugadores que reciben la oferta obtienen alguna utilidad perjudicando a los que hacen la propuesta, en represalia por la pequeña oferta. Al fin y al cabo, si lo único que van a perder es un céntimo, la satisfacción que obtienen devolviendo el golpe al otro jugador es atractiva en comparación. En el siguiente capítulo analizamos más detalladamente el juego del ultimátum.

Resumen

1. La función de mejor respuesta de un jugador indica su decisión óptima en función de las opciones de el(os) otro(s) jugador(es).
2. Un equilibrio de Nash en un juego de dos personas es un par de estrategias, una para cada jugador, cada una de las cuales es una respuesta mejor a la otra.
3. Un equilibrio de Nash en estrategias mixtas implica asignar probabilidades a varias estrategias.
4. Juegos de coordinación habituales son la batalla de los sexos, en la que ambos jugadores quieren hacer lo mismo en lugar de algo distinto; el dilema de los presos, en el que la estrategia dominante acaba perjudicando a los dos jugadores; el juego de la garantía, en el que ambos jugadores quieren cooperar mientras crean que el otro coopera; y el juego de la gallina, en el que los jugadores quieren evitar hacer lo mismo.
5. Un juego de suma cero de dos personas es aquel en el que los resultados que obtiene uno de los jugadores son iguales a los resultados que obtiene el otro, pero con el signo contrario.
6. A los juegos evolutivos les interesan los resultados que son estables con respecto a las fuerzas evolutivas.

7. En los juegos consecutivos, los jugadores deciden de forma sucesiva, por lo que cada uno tiene que pensar qué hará el otro en respuesta a lo que él haga.
8. En muchos juegos consecutivos, el compromiso es una cuestión importante. Buscar la manera de obligar a comprometerse a seguir determinadas estrategias puede ser imporante.

Problemas

1. En un equilibrio de Nash de dos personas, ¿a qué da cada jugador una respuesta mejor? En un equilibrio de estrategias dominantes, ¿a qué da cada jugador una respuesta mejor?
2. Observe las mejores respuestas para Fila y Columna en el apartado dedicado a las estrategias mixtas. ¿Dan éstas lugar a funciones de mejor respuesta?
3. Si los dos jugadores eligen lo mismo en un juego de coordinación, todo irá bien.
4. En el texto se afirma que Fila mete gol el 62 por ciento de las veces en condiciones de equilibrio. ¿De dónde sale esta cifra?
5. Un contratista dice que tiene intención de “presentar un presupuesto más bajo de lo normal y compensarlo cuando le pidan cambios”. ¿Qué quiere decir?

30. Economía del comportamiento

El modelo económico de elección del consumidor que hemos estudiado es sencillo y elegante y es un punto de partida razonable para muchos tipos de análisis. Sin embargo, no lo explica todo y en muchos casos es necesario un modelo más profundo del comportamiento del consumidor para describir exactamente cómo se comporta éste a la hora de elegir.

El campo de la **economía del comportamiento** se dedica a estudiar cómo eligen realmente los consumidores. Utiliza algunas de las ideas de la psicología para hacer predicciones sobre las decisiones de la gente y muchas de estas predicciones están en contradicción con el modelo económico convencional de los consumidores "racionales".

En este capítulo analizaremos algunos de los fenómenos más importantes que han identificado los economistas del comportamiento y compararemos las predicciones de estas teorías del comportamiento con las que hemos presentado antes en este libro.[1]

30.1 Efectos de presentación en la elección del consumidor

En el modelo básico de comportamiento del consumidor, las elecciones se describían en abstracto: lápices rojos o azules, hamburguesas y patatas fritas, etc. Sin embargo, en la vida real influye mucho la manera en que se **presentan** o se formulan las opciones.

Unos pantalones vaqueros desteñidos pueden percibirse de una forma distinta dependiendo de que se vendan en una tienda de ropa de segunda mano o en una tienda de ropa cara. La decisión de comprar acciones puede parecer muy distinta a la de vender acciones, aunque ambas transacciones acaben dando como resultado la

[1] Para escribir este capítulo me ha resultado muy útil el libro de Colin F. Camerer, George Loewenstein y Matthew Rabin, *Advances in Behavioral Economics*, Princeton University Press, 2003, especialmente el estudio introductorio de Camerer y Loewenstein. Señalaremos otros estudios cuando analicemos los temas relevantes.

misma cartera de valores. Una librería puede vender docenas de ejemplares de un libro a 29,95 euros, mientras que ese mismo libro a un precio de 30,00 euros se vendería menos.

Se trata en todos los casos de ejemplos de **efectos de presentación** y ejercen claramente una poderosa influencia en el comportamiento a la hora de elegir. De hecho, la práctica del marketing se basa en gran medida en la comprensión y la utilización de esos sesgos de la elección del consumidor.

El dilema de la enfermedad

Los efectos de presentación son especialmente frecuentes en las elecciones en condiciones de incertidumbre. Consideremos, por ejemplo, el siguiente problema de decisión:[2]

Una grave enfermedad amenaza a 600 personas. Se nos ofrece la posibilidad de elegir entre dos tratamientos, A y B, que dan los siguientes resultados.

Tratamiento A. Se salvan 200 vidas con seguridad.

Tratamiento B. Hay 1/3 de probabilidades de que se salven 600 vidas y 2/3 de probabilidades de que no se salve ninguna.

¿Cuál elegiríamos? Consideremos ahora la elección entre estos otros dos tratamientos.

Tratamiento C. Mueren 400 personas con seguridad.

Tratamiento D. Hay 2/3 de probabilidades de que mueran 600 personas y 1/3 de probabilidades de que no muera ninguna.

¿Ahora que tratamiento elegiríamos?

En la comparación de la **presentación** positiva —que describe el número de personas que sobrevivirán— la mayoría de la gente elige A frente a B, pero en la **presentación negativa** la mayoría elige D frente a C, aunque los resultados de A-C y los de B-D sean exactamente iguales. Aparentemente, si la cuestión se formula en términos positivos (en vidas salvadas), un tratamiento es mucho más atractivo que si se formula en términos negativos (en vidas perdidas).

[2] A. Tversky y D. Kahneman, 1981, "The framing of decisions and the psychology of choice", Science, 211, págs. 453-458.

Incluso los expertos responsables de tomar decisiones pueden caer en esta trampa. Cuando los psicólogos hicieron una prueba con un grupo de médicos, el 72 por ciento eligió el tratamiento seguro A frente al tratamiento arriesgado B. Pero cuando la cuestión se planteó en términos negativos, sólo el 22 por ciento eligió el tratamiento arriesgado C, mientras que el 72 por ciento eligió el tratamiento seguro.

Aunque pocos tenemos que tomar decisiones de vida o muerte, existen parecidos ejemplos de decisiones más prosaicas, como comprar o vender acciones. En teoría, para que la elección de una cartera de inversión sea racional, deben evaluarse los rendimientos que pueden generar las inversiones y no la forma cómo se adquieren éstas.

Supongamos, por ejemplo, que nos regalan 100 acciones de BloquesdeHormigón.com (cuyo eslogan es "Regalamos bloques de hormigón, usted paga el embalaje y el envío"). Puede ocurrir que seamos reacios a vender acciones que nos han regalado a pesar de que nunca se nos pasaría por la cabeza comprarlas.

La gente a menudo se resiste a vender acciones que están perdiendo valor, en la creencia de que se recuperarán. Puede que se recuperen o puede que no. Pero en definitiva no deberíamos dejar que la historia decida nuestra cartera de inversiones: lo que tenemos que preguntarnos es si tenemos hoy la cartera que queremos.

Efectos de anclaje

El ejemplo hipotético de BloquesdeHormingón.com que acabamos de describir está relacionado con el llamado **efecto de anclaje**. La idea es que en las decisiones de la gente puede influir información totalmente espuria. En un estudio clásico, el experimentador hace girar una rueda de la fortuna y muestra a los sujetos el número del experimento que ha salido.[3] A continuación les pregunta si el número de países africanos que son miembros de las Naciones Unidas es mayor o menor que el número que ha salido en la rueda de la fortuna.

Después de responder, les pregunta cuál creen que es el número de países africanos miembros de las Naciones Unidas. Aunque el número que ha salido en la rueda de la fortuna es evidentemente aleatorio, influye significativamente en las respuestas de los sujetos.

En un experimento parecido, se entrega a los estudiantes de un MBA una botella de vino cara y se les pregunta si pagarían por ella una cantidad igual a los dos últimos dígitos del número de su carnet de identidad. Por ejemplo, si los dos últimos dígitos son 29, la pregunta es: "¿Pagaría usted 29 euros por esta botella de vino?"

[3] D. Kahneman y A. Tversky, 1974, "Judgement under uncertainty: Heuristics and biases", Science, 185, págs. 1.124-1.131.

Tras responder a esa pregunta, se les pregunta cuál es la cantidad que están dispuestos a pagar por el vino. El precio determinado por los dos últimos dígitos de su número de carnet de identidad influye poderosamente en su respuesta a esta última pregunta. Por ejemplo, en uno de estos experimentos aquellos cuyo número tenía dígitos de 50 o menos estaban dispuestos a pagar, en promedio, 11,62 euros, mientras que los que tenían dígitos situados en la mitad superior de la distribución estaban dispuestos a pagar 19,95 por término medio.

Una vez más, estas observaciones parecen el resultado de meros juegos de laboratorio. Sin embargo, hay decisiones económicas muy serias en las que también pueden influir pequeñas diferencias en el modo en que se formulan las opciones.

Consideremos, por ejemplo, la elección de un plan de pensiones.[4]

Un grupo de economistas examinó datos de tres empresas que ofrecían la participación automática de sus empleados en un plan de pensiones. Los empleados podían darse de baja, pero tenían que decidirlo explícitamente. Los economistas observaron que la tasa de participación en estos programas de inscripción automática era espectacularmente alta: más del 85 por ciento de los trabajadores aceptaba la opción por defecto de inscribirse en los planes de pensiones.

Eso está bien. Lo malo es que casi todos estos trabajadores también elegían la opción de inversión que era presentada por defecto, normalmente un fondo de inversión con muy bajo rendimiento y una baja cuota mensual. Probablemente, las empresas hacían de la inversión muy conservadora la opción por defecto para eliminar el riesgo de experimentar pérdidas y evitar las posibles demandas de sus empleados.

En otros estudios posteriores, estos economistas examinaron el caso de una empresa en la que no se ofrecía por defecto ningún plan de pensiones: un mes después de empezar a trabajar, los empleados tenían que elegir entre inscribirse en el plan o aplazar su inscripción.

Al no existir las opciones por defecto de no inscribirse y de inscribirse en un fondo que tenía una baja tasa de rendimiento, este método de "decisión activa" elevaba las tasas de participación del 35 al 70 por ciento en el caso de los empleados recién contratados. Por otra parte, los que se inscribían en el plan de pensiones elegían abrumadoramente una elevada tasa de ahorro.

Como muestra este ejemplo, la forma en que se diseñen los programas de prestaciones sociales puede influir sorprendentemente en las decisiones que se tomen, lo que puede influir considerablemente en el comportamiento del ahorro de los consumidores.

[4] James Choi, David Laibson, Brigitte Madrian y Andrew Metrick, "For Better or for Worse: Default Effects and 401(k) Savings Behavior", NBER working paper, W8651, 2001.

Agrupamiento

A menudo la gente tiene problemas para comprender su propio comportamiento y le resulta demasiado difícil predecir lo que elegirá realmente en cada circunstancia. Por ejemplo, un profesor de marketing dio a sus estudiantes a elegir entre seis tentempiés diferentes que podían consumir en clase durante las tres semanas siguientes[5] (¡qué afortunados!). En una de las variantes, los estudiantes tuvieron que elegir los tentempiés de antemano; en otra, los eligían cada día y los consumían inmediatamente.

Los estudiantes que tuvieron que elegir con antelación, eligieron un número mucho más variado de tentempiés. De hecho, en esta variante el 64 por ciento eligió uno distinto cada semana, mientras que en el otro grupo la cifra fue de un 9 por ciento solamente. Los que tuvieron que elegir de una vez, parece que preferían la variedad. Pero a la hora de elegir realmente, prefirieron aquellos que más les apetecían. Todos somos animales de costumbres, incluso para elegir tentempiés.

Demasiadas posibilidades de elección

La teoría convencional sostiene que cuantas más posibilidades de elección, mejor. Sin embargo, esta afirmación no tiene en cuenta los costes de elegir. En los países opulentos, la existencia de demasiadas posibilidades de elección puede abrumar fácilmente a los consumidores y hacerles difícil decidir.

En un experimento, dos investigadores expertos en marketing instalaron en un supermercado dos puestos de degustación de mermelada.[6] Uno ofrecía 24 sabores y otro sólo 6. El número de personas que se paraban en el puesto mayor era más alto, pero el número que compraba en el puesto menor era mucho más elevado. Parecía que la existencia de más posibilidades de elección era atractiva para los compradores, pero que la profusión de posibilidades de elección dificultaba su decisión.

Dos expertos en el comportamiento de los inversores se preguntaron si en las decisiones de los inversores se planteaba el mismo problema de las "excesivas posibilidades de elección". Observaron que las personas que diseñaban su propia cartera de jubilación tendían a estar tan contentas con la cartera media elegida por sus compañeros de trabajo como con la que elegían ellas. No parece que el hecho de poder construir su propia cartera de jubilación les hiciera sentirse mejor.[7]

[5] I. Simonson, 1990, "The effect of purchase quantity and timing on variety-seeking behaviour", *Journal of Marketing Research*, 17, págs. 150-164.

[6] Sheena S. Iyengar y Mark R. Lepper, "When choice is demotivating: can one desire too much of a good thing?", *Journal of Personality and Social Psychology*, 2000.

[7] Shlomo Benartzi y Richard Thaler, "How Much Is Investor Autonomy Worth?", UCLA working paper, 2001.

Preferencias construidas

¿Cómo interpretar estos ejemplos? Los psicólogos y los economistas del comportamiento sostienen que las preferencias no sirven de guía para elegir sino que se "descubren" en parte eligiendo.

Imaginemos que observamos, en un supermercado, que una persona coge un tomate, lo deja y lo vuelve a coger. ¿Lo quiere o no? ¿Es aceptable la relación calidad-precio ofrecida? Cuando observamos ese tipo de comportamiento, vemos a una persona que se encuentra "en el margen" en cuanto a su elección. Está, según los psicólogos, descubriendo sus preferencias. Según la teoría convencional, las preferencias están dadas. Según esta teoría, las preferencias explican el comportamiento. Los psicólogos piensan, por el contrario, que las preferencias se construyen: la gente desarrolla o crea preferencias eligiendo y consumiendo.

Es probable que el modelo psicológico describa mejor lo que ocurre en realidad. Sin embargo, los dos puntos de vista no son totalmente incompatibles. Como hemos visto, una vez que uno descubre sus preferencias, si bien es cierto que mediante un misterioso procedimiento, tienden a explicar las elecciones. Las elecciones, una vez que se hacen, tienden a anclar las decisiones. Si intentáramos comprar ese tomate a ese consumidor una vez que ha decidido finalmente elegirlo, probablemente tendríamos que pagar más de lo que le ha costado a él.

30.2 La incertidumbre

La elección en condiciones ordinarias es bastante complicada, pero la elección en condiciones de incertidumbre tiende a ser especialmente peliaguda. Ya hemos visto que las decisiones de la gente pueden depender de cómo se formulen las opciones. Pero cuando hay incertidumbre los sesgos del comportamiento se multiplican.

La ley de los pequeños números

Si el lector ha estudiado estadística, estará familiarizado con la ley de los grandes números, principio matemático que dice (aproximadamente) que la media de una gran muestra de una población tiende a ser cercana a la media de esa población.

La ley de los pequeños números es un principio psicológico que dice que la gente tiende a dejarse influir mucho por las muestras pequeñas, sobre todo si las experimenta ella misma.[8]

[8] El término tiene su origen en A. Tversky y D. Kahneman, 1971, "Belief in the law of small numbers", *Psychological Bulletin*, 76, 2, págs. 105-110. Una gran parte del análisis siguiente se basa en un

Consideremos la siguiente cuestión:[9]

"En una ciudad hay dos hospitales. En el mayor nacen diariamente 45 niños y en el menor alrededor de 15. Como sabrá el lector, alrededor del 50 por ciento de todos los niños son varones. Sin embargo, el porcentaje exacto varía de un día a otro. Unas veces es más del 50 por ciento y otras menos. Durante un periodo de 1 año, los dos hospitales anotaron los días en los que más del 60 por ciento de los niños nacidos eran varones. ¿Qué hospital cree que anotó más días?"

En una encuesta realizada a estudiantes universitarios, el 22 por ciento de ellos declaró que pensaba que era más probable que el hospital más grande anotara más días, mientras que el 56 por ciento declaró que pensaba que el número de días era más o menos el mismo. Sólo el 22 por ciento dijo correctamente que el hospital más pequeño anotaría más días.

Si la respuesta correcta le parece peculiar, suponga que el hospital más pequeño anotara 2 nacimientos diarios y el mayor 100. Alrededor del 25 por ciento de las veces el hospital más pequeño tendría un 100 por ciento de nacimientos de varones, mientras que eso sería muy raro en el hospital grande.

Parece que la gente espera que las muestras se parezcan a la distribución de la que proceden. O en otras palabras, la gente subestima la magnitud real de las fluctuaciones de las muestras.

Una cuestión relacionada con ésta es que la gente tiene dificultades para reconocer cuándo hay aleatoriedad. En un experimento, se pidió a los participante que describieran una serie de 150 lanzamientos "aleatorios" de una moneda al aire. En alrededor del 15 por ciento de las sucesiones decritas salió cara o cruz tres veces consecutivas, cuando si los lanzamientos hubieran sido perfectamente aleatorios, esta pauta se hubiese observado alrededor de un 25 por ciento de las veces. Sólo escribieron cara 4 veces seguidas o cruz 4 veces seguidas en el 3 por ciento de las series, mientras que la teoría de la probabilidad dice que eso debería ocurrir alrededor de un 12 por ciento de las veces.

Este resultado tiene importantes consecuencias, por ejemplo, para la teoría de los juegos. Hemos visto que, en muchos casos, la gente debe asignar probabilidades a la elección de su estrategia para que sus adversarios sigan haciendo conjeturas. Pero como se desprende de la literatura psicológica, a la gente le cuesta asignar probabilidades. Por otra parte, también le cuesta detectar comportamientos no aleatorios, al menos sin tener algunos conocimientos de estadística. El interés de los equilibrios de las estrategias mixtas no es que las elecciones sean matemáticamente impredecibles sino que deben ser impredecibles para los participantes en el juego.

documento de trabajo de Matthew Rabin de la Universidad de California en Berkeley titulado "Inference by Believers in the Law of Small Numbers".

[9] A. Tversky y D. Kahneman, 1982, "Judgments of and by Representativeness", en D. Kahneman, P. Slovic y A. Tversky, *Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge University Press, págs. 84-98.

Algunos investigadores estudiaron las finales y semifinales del torneo de tenis de Wimbledon.[10] En teoría, los tenistas deberían variar su servicio para que su contrincante no pudiera saber de qué lado le llega la bola. Sin embargo, ni siquiera los jugadores consumados saben hacerlo tan bien como cabría esperar. Según los autores,

"Nuestros tests indican que los tenistas no juegan precisamente de forma aleatoria: cambian sus servicios de izquierda a derecha y viceversa con demasiada frecuencia como para que sean coherentes con lo que sería un juego aleatorio. Este resultado es coherente con las numerosas investigaciones experimentales de psicología y economía que indican que la gente que intenta comportarse de una manera realmente aleatoria tiende a 'cambiar con demasiada frecuencia'".

Integración de activos y aversión a las pérdidas

En nuestro estudio de la utilidad esperada, partimos del supuesto implícito de que lo que interesaba a los individuos era la cantidad total de riqueza que acababan teniendo. Este supuesto se conoce con el nombre de **hipótesis de integración de los activos**.

Aunque la mayoría de la gente aceptaría que ésta es una hipótesis razonable, resulta difícil ponerla en práctica (incluso para los economistas). En general, la gente tiende a evitar demasiados riesgos pequeños y a aceptar demasiados riesgos grandes.

Supongamos que ganamos 100.000 euros al año y que nos ofrecen tirar una moneda al aire. Si sale cara, recibiremos 14 euros y si sale cruz, perderemos 10. Esta apuesta tiene un valor esperado de 12 euros y produce un efecto insignificante en nuestra renta anual total. A menos que tengamos escrúpulos morales para participar en juegos de azar, esta apuesta es muy atractiva y deberíamos aceptarla con casi toda seguridad. Sin embargo, un número sorprendentemente alto de personas no la aceptarán.

Esta **excesiva aversión al riesgo** se pone de manifiesto en los mercados de seguros en los que la gente tiende a asegurarse excesivamente contra algunos pequeños acontecimientos. Por ejemplo, compra un seguro contra la pérdida del teléfono móvil, aunque a menudo pueda sustituirlo a un coste bastante bajo. También compra un seguro de automóvil con franquicias demasiado bajas como para tener sentido desde el punto de vista económico.

En general, cuando se toman decisiones relacionadas con los seguros, debe considerarse cuál es la "probabilidad de equilibrio". Si el seguro contra la pérdida del

[10] M. Walker y J. Wooders, 1999, "Minimax Play at Wimbledon", University of Arizona working paper.

teléfono móvil cuesta 3 euros al mes, o sea, 36 al año y un teléfono nuevo cuesta 180, la "probabilidad de equilibrio" es de 36/180, o sea, un 20 por ciento. El seguro contra la pérdida del teléfono móvil sólo compensaría en valor esperado si tuviéramos más de un 20 por ciento de probabilidades de perderlo o si tuviéramos muchísimas dificultades económicas para comprar otro.

Parece que la gente no es realmente tan **aversiva al riesgo** como **aversiva a las pérdidas**. Es decir, da aparentemente excesivo peso al statu quo —a la posición de la que parte— en comparación con la posición en la que acaba.

En un experimento que se ha repetido muchas veces, dos investigadores dieron una taza de café a la mitad de los sujetos de un grupo.[11] Preguntaron a este grupo cuál sería el precio más bajo al que la venderían. A continuación preguntaron al grupo que no tenía una taza cuál sería el precio más alto al que comprarían una. Como los grupos se eligieron aleatoriamente, los precios de compra y de venta deberían ser más o menos los mismos. Sin embargo, en el experimento el precio de venta mediano fue de 5,79 euros y el de compra de 2,25 euros, lo que representa una diferencia considerable. Aparentemente, los sujetos que tenían una taza de café eran más reacios a desprenderse de ella que los que no tenían taza. Parece que en sus preferencias influía su dotación que, según la teoría convencional del consumidor, no debería desempeñar ningún papel.

También se observa un efecto similar en lo que se conoce con el nombre de **falacia de los costes irrecuperables**. Una vez que hemos comprado algo, la cantidad que hemos pagado es "irrecuperable", es decir, ya no se puede recuperar. Por lo tanto, los costes irrecuperables no deben influir en el comportamiento futuro.

Pero a la gente tiende a importarle lo que ha pagado por algo. Unos investigadores han observado que el precio al que vendían los pisos sus propietarios en Boston estaba estrechamente correlacionado con el precio que habían pagado por ellos.[12] Como hemos señalado antes, los dueños de acciones son muy reacios a experimentar pérdidas, aunque les beneficie desde el punto de vista fiscal.

El hecho de que la gente corriente caiga en la falacia de los costes irrecuperables es interesante, pero quizá aún lo es más el hecho de que los profesionales sean menos propensos a tener este problema. Por ejemplo, los autores de la investigación sobre los pisos antes mencionada observaron que las personas que compraban apartamentos para invertir tendían a dejarse influir menos por los costes irrecuperables que los que vivían en ellos.

Asimismo, los asesores financieros raras veces se resisten a vender con pérdidas, sobre todo cuando esto les proporciona ventajas fiscales. Parece que una de las ra-

[11] D. Kahneman, J. L. Kitsch y R. Thaler, 1990, "Experimental tests of the endowment effect and the Coase theorem", *Journal of Political Economy*, 98, págs. 1325-1348.

[12] David Genesove y Christopher Mayer, 2001, "Loss aversion and seller behaviour: Evidence from the housing market", *Quarterly Journal of Economics*, 116, 4, págs. 1.233-1.260.

zones para contratar a un asesor profesional es beneficiarse de su análisis desapasionado de las diferentes opciones.

30.3 El tiempo

De la misma manera que el comportamiento en condiciones de incertidumbre tiene algunas anomalías, el comportamiento en el que interviene el paso del tiempo también tiene las suyas propias.

Tasa de descuento

Consideremos, por ejemplo, el descuento del tiempo. Según un modelo convencional en economía, el del **descuento exponencial**, la gente descuenta el futuro a una tasa constante. Si u(c) es la utilidad del consumo actual, la utilidad del consumo que se realizará dentro de *t* años es $\delta^t u(c)$, donde $\delta < 1$.

Esta formulación es cómoda desde el punto de vista matemático, pero hay otras clases de descuento que parecen ajustarse mejor a los hechos.

Un economista subastó bonos que vencían en distintos momentos en el futuro y observó que la gente valoraba el rendimiento que recibiría en el futuro menos de lo que predecía la teoría del descuento exponencial. Otra teoría, llamada del **descuento hiperbólico**, defiende que el factor de descuento no tiene la forma δ^t sino la forma $1/(1 + kt)$.

Una característica especialmente atractiva del descuento exponencial es que en este caso el comportamiento es "coherente desde el punto de vista temporal". Pensemos en una persona que tiene un horizonte de planificación de tres periodos con una función de utilidad de la forma

$$u(c_1) + \delta u(c_2) + \delta^2 u(c_3).$$

La relación marginal de sustitución entre los periodos 1 y 2 es

$$RMS_{12} = \frac{\delta UM(c_2)}{UM(c_1)},$$

mientras que la *RMS* entre los periodos 2 y 3 es

$$RMS_{23} = \frac{\delta^2 UM(c_3)}{\delta UM(c_2)} = \frac{\delta UM(c_3)}{UM(c_2)}.$$

Esta última expresión muestra que la relación a la que el individuo está dispuesto a sustituir consumo del periodo 3 por consumo del periodo 2 es la misma independientemente de que se observe desde la perspectiva del periodo 1 o desde la perspectiva del periodo 2. Eso no es cierto en el caso del descuento hiperbólico. Una persona que realiza un descuento hiperbólico descuenta el futuro a largo plazo más que el futuro a corto plazo.

Esa persona muestra **incoherencia temporal**: puede hacer un plan hoy sobre cómo se comportará en el futuro pero, cuando llegue ese momento, querrá hacer algo distinto. Pensemos en una pareja que decide gastar 5.000 euros en un viaje por Europa en lugar de ahorrar el dinero. Racionaliza su decisión diciendo que comenzarán a ahorrar el próximo verano. Pero cuando llega ese verano, decide gastar el dinero en un crucero.

Autocontrol

Una cuestión estrechamente relacionada con la coherencia temporal es el problema del autocontrol. Casi todo el mundo tiene en alguna medida este problema. Podemos jurar que vamos a contar las calorías y a comer menos cuando tenemos exceso de peso, pero nuestro firme propósito puede desvanecerse fácilmente cuando nos sentamos ante una magnífica comida. Las personas racionales están aparentemente delgadas y sanas, a diferencia del resto de nosotros.

Una importante cuestión es saber si somos conscientes o no de nuestras propias dificultades para controlarnos. Si yo sé que tengo tendencia a dejar las cosas para luego, quizá me dé cuenta de que cuando tengo que hacer una tarea importante, debo hacerla inmediatamente. O si tengo tendencia a aceptar demasiados compromisos, quizá deba aprender a decir no más a menudo.

Pero hay otra posibilidad. Si sé que es probable que mañana ceda a la tentación de tomar otro postre, puede muy bien que tome otro hoy. La carne es débil, pero el espíritu también puede serlo.

Una manera de controlarse es buscar formas de comprometerse a hacer una determinada cosa en el futuro, es decir, tratar de buscar la manera de que no hacerlo tenga más costes. Por ejemplo, la gente que hace un pronunciamiento público sobre su comportamiento futuro puede tender menos a no cumplirlo. Hay pastillas para los alcohólicos que les hacen sentirse muy enfermos si beben alcohol. También hay **mecanismos para comprometerse** para los que hacen dieta: una persona que se haya sometido a una operación de grapado del estómago es menos probable que coma más de la cuenta.

Los contratos entre los individuos existen para garantizar que en el futuro harán lo que establece el contrato, aunque prefieran hacer otra cosa. Asimismo, la gente puede contratar a otras personas para imponerse unos costes a sí mismos si no lleva a cabo sus intenciones, haciendo en realidad un contrato consigo mismo. Los centros de adelgazamiento, los monitores de gimnasia y los entrenadores personales son formas de comprar “autocontrol”.

Ejemplo: Exceso de confianza en uno mismo

Una interesante variante del autocontrol es el fenómeno del **exceso de confianza en uno mismo**. Dos economistas financieros, Brad Barber y Terrance Odean, estudiaron el comportamiento de 66.465 hogares que habían invertido en Bolsa. Durante el periodo examinado, los hogares que hicieron pocas operaciones obtuvieron un rendimiento del 18 por ciento por sus inversiones, mientras que las que realizaron más operaciones obtuvieron un rendimiento del 11,3 por ciento.

Uno de los factores más importantes que parece que influía en este excesivo número de operaciones era el sexo: los hombres realizaban muchas más operaciones que las mujeres. Los psicólogos normalmente observan que los hombres tienden a tener un exceso de confianza en su propia capacidad, mientras que las mujeres generalmente son más realistas. Los psicólogos dicen del comportamiento de los hombres que tienen una tendencia a atribuirse los méritos. Esencialmente, los hombres (o al menos algunos) tienden a creer que sus éxitos se deben a su habilidad más que a la suerte, por lo que confían demasiado en sí mismos.

Este exceso de confianza puede tener repercusiones financieras. En la muestra mencionada, los hombres realizaron un 45 por ciento más de operaciones que las mujeres. Como consecuencia de este exceso de operaciones, el rendimiento de los hombres fue un punto porcentual menor que el de las mujeres. Como dicen Barber y Odean, “realizar operaciones bursátiles puede ser peligroso para la salud”.

30.4 Interacción estratégica y normas sociales

En una interacción estratégica surge un grupo especialmente interesante de comportamientos psicológicos o quizá sociológicos. Hemos estudiado la teoría de los juegos, que intenta predecir cómo deben actuar los jugadores racionales. Pero también hay una **teoría de los juegos basada en el comportamiento observado**, que examina la interacción real de la gente y que muestra que ésta se desvía de una manera sistemática y significativa de lo que dice la teoría pura.

El juego del ultimátum

Consideremos el **juego del ultimátum**, que analizamos brevemente en el capítulo anterior. Como recordará el lector, es un juego con dos jugadores, el que propone y el que responde. El primero recibe 10 euros y se le pide que proponga un reparto entre los dos. A continuación se muestra el reparto propuesto al otro jugador y se le pregunta si lo acepta. En caso afirmativo, se lleva a cabo ese reparto; si lo rechaza, las dos personas se van sin nada.

Veamos primero cómo actuarían unos jugadores totalmente racionales. Una vez que el que responde ve el reparto, tiene una sola estrategia dominante: aceptar el dinero con tal de recibir algo. Al fin y al cabo, supongamos que nos ofrecen 10 céntimos o nada. ¿No preferiríamos tener 10 céntimos a no tener nada?

Dado que quien responde racionalmente aceptará cualquier cantidad, el que propone debe ofrecerle la cantidad más pequeña posible, por ejemplo, 1 céntimo. Por lo tanto, el resultado que predice la teoría de los juegos es un reparto extremo: el que propone acabará quedándose con casi todo.

Cuanso se juega, las cosas cambian. Los que responden tienden a rechazar las ofertas que les parecen injustas. Rechazan más del 50 por ciento de las ofertas menores de un 30 por ciento de la cantidad que debe repartirse.

Naturalmente, si el que propone se da cuenta de que el que responde rechazará las ofertas "injustas", querrá racionalmente hacer un reparto más igualitario. El reparto medio tiende a ser de un 45 por ciento aproximadamente para el que responde y de un 55 por ciento para el que propone y alrededor del 16 por ciento de las ofertas son rechazadas.

Existe abundante literatura sobre la influencia de las características de los jugadores en el resultado del juego. Uno de los ejemplos es la diferencia entre los hombres y las mujeres: parece que los hombres tienden a recibir repartos más favorables, sobre todo cuando los hacen mujeres.

Las diferencias culturales también pueden ser importantes. Parece que algunas culturas valoran la equidad más que otras, induciendo a la gente a rechazar las ofertas que se consideran injustas.[13] No deja de ser interesante que las cantidades ofrecidas no varíen mucho de unas regiones y culturas a otras, mientras que existen diferencias sistemáticas entre los repartos que se consideran aceptables. El tamaño de la tarta también es importante. Si es de 10 euros, es posible que seamos reacios a aceptar 1. Pero si es de 1.000 euros, ¿estaríamos dispuestos a rechazar 100? Aparentemente, los que responden tienen dificultades para rechazar las ofertas cuando las cantidades de dinero son elevadas.

Este juego tiene variantes. En una de ellas, el llamado **método de la estrategia**, se pide a los que responden que indiquen el reparto mínimo que aceptarían antes de ver la cantidad que les ofrecen. Los que proponen son conscientes de que la decisión

[13] Véase Swee-Hoon Chuah, Robert Hoffman, Martin Jones y Geoffrey Williams, "Do Cultures Clash? Evidence from Cross-National Ultimatum Game Experiments", Nottingham University Business School working paper.

se tomará de antemano pero, naturalmente, no saben cuál es el reparto mínimo aceptable. Este diseño experimental tiende a aumentar la cantidad que ofrecen los que proponen; es decir, tiende a hacer los repartos más igualitarios.

Justicia

Uno de los efectos que se producen en el juego del ultimátum parece ser una preocupación por la equidad. La mayoría de la gente muestra un sesgo natural hacia el reparto igualitario (o al menos no demasiado desigual). No se trata simplemente de un fenómeno individual sino de un fenómeno social. La gente impone **normas justas**, aunque eso no le beneficie directamente.

Consideremos, por ejemplo, los **juegos de castigo**, que son una generalización de los juegos del ultimátum en los que un tercero observa las elecciones del proponente o repartidor. El tercero puede decidir, con algún coste para sí mismo, deducir algunos de los beneficios del proponente.[14]

Los autores de los experimentos han observado que alrededor del 60 por ciento de estos observadores castiga realmente a los que proponen repartos injustos. Parece que hay algo en el ser humano —ya sea innato o aprendido— que considera censurable el comportamiento injusto.

De hecho, existen diferencias entre las culturas en lo que se refiere a las normas sociales a favor de la equidad; en algunas sociedades parece que los individuos les conceden un alto valor, mientras que en otras se valoran menos. Sin embargo, generalmente se siente la necesidad de castigar a los que se comportan injustamente. Se ha sugerido que la predilección por los resultados "justos" forma parte de la naturaleza humana, quizás porque los individuos que se comportaban justamente unos con otros tenían más probabilidades de sobrevivir y de reproducirse.

30.5 Evaluación de la economía del comportamiento

Los psicólogos, los investigadores expertos en marketing y los economistas del comportamiento han acumulado toda una variedad de ejemplos que muestran que la teoría básica de la elección económica contiene errores o, al menos, está incompleta.

Algunos de estos ejemplos parecen "ilusiones ópticas". Por ejemplo, el hecho de que un cambio de presentación de un problema de elección pueda influir en las decisiones es similar al hecho de que el cálculo humano de los tamaños y las distancias

[14] Véase Ernst Fehr y Urs Fischbacher, 2004, "Third-party punishment and social norms", *Evolution and Human Behavior*, 25, págs. 63-87.

dependa de cómo se dibujen las figuras. Si la gente se tomara el tiempo necesario para examinar detenidamente las opciones —aplicando la vara de medir del razonamiento desapasionado— llegaría a la conclusión correcta.

Aunque es indudablemente cierto que la gente no se comporta totalmente de acuerdo con las teorías más sencillas del comportamiento económico, se podría responder que ninguna teoría es correcta al cien por cien. Los psicólogos también han demostrado que la gente no entiende realmente los principios básicos de la física. Por ejemplo, si atamos un peso al final de una cuerda, la hacemos girar alrededor de la cabeza y la lanzamos, ¿hacia dónde saldrá volando el peso?

Muchas personas dicen que el peso saldrá volando radialmente hacia fuera en lugar de la respuesta correcta que es que el peso se desplazará tangencialmente al círculo.[15] La gente ha vivido, por supuesto, toda su vida en el mundo físico. Si de vez en cuando no entiende cómo funciona, no debe sorprendernos demasiado que no entienda el mundo económico.

Nuestra comprensión intuitiva de la física es, a simple vista, suficientemente buena para la vida diaria e incluso para las demandas del deporte aficionado y profesional: un jugador de béisbol puede no ser capaz de describir el recorrido que hará una bola, aunque sepa lanzarla bien. Del mismo modo, se podría decir que la gente tiende a tomar bastante bien los tipos de decisiones diarias que tiene que tomar, aunque le cueste hacer un razonamiento abstracto.

Otra reacción a las anomalías del comportamiento es que los mercados tienden a recompensar el comportamiento racional y a castigar el irracional. Aunque muchos participantes no se comporten racionalmente, los que sí se comportan con sensatez son los que más influyen en los precios y los resultados. Es probable que esta opinión también tenga algo de cierto. Recuérdese el ejemplo de los inversores en bienes inmuebles, que parecían dejarse influir menos por los costes irrecuperables que la gente corriente.

Además, podemos contratar expertos para que nos ayuden a tomar mejores decisiones. Los dietistas y los asesores financieros pueden ofrecer asesoramiento objetivo sobre los alimentos que se deben comer y sobre las inversiones que se deben realizar. Si tememos ser demasiado generosos, siempre podemos contratar a un negociador duro.

Volviendo al ejemplo de la ilusión óptica, la razón por la que utilizamos reglas de medir radica en que aprendemos a no fiarnos de nuestra vista. Asimismo, cuando hay que tomar decisiones importantes, es prudente pedir opinión a expertos objetivos.

[15] Véase M. McCloskey, 1983, "Intuitive Physics", *Scientific American*, abril, págs. 114-123.

Resumen

1. La economía del comportamiento se ocupa de la forma en que los consumidores eligen realmente.
2. En muchos casos, el comportamiento real de los consumidores es diferente del que predice el modelo básico del consumidor racional.
3. Los consumidores eligen de forma distinta dependiendo de cómo se formule o se presente el problema.
4. Las decisiones de la gente pueden plantear problemas especiales cuando hay incertidumbre.
5. Al parecer, los consumidores prefieren los repartos equitativos y castigan a quienes se comportan injustamente.

Problemas

1. Se propone comprar lotería a los sujetos de un experimento. A uno de los grupos se le dice que tiene un 55 por ciento de probabilidades de ganar y al otro que tiene un 45 por ciento de probabilidades de no ganar. ¿Qué grupo es más probable que compre billetes de lotería? ¿Cómo se llama este efecto?
2. María planifica las comidas de su familia para toda la semana, mientras que Fede compra todos los días. ¿Quién es probable que haga comidas más variadas? ¿Cómo se llama este efecto?
3. Suponga que es el director de recursos humanos de una empresa mediana y que está tratando de decidir cuántas opciones va a ofrecer para el plan de pensiones de sus empleados ¿Sería mejor ofrecer 10 posibilidades de elección o 50?
4. ¿Qué probabilidades hay de que si se tira una moneda sin trucar al aire salga cara tres veces consecutivas?
5. Juan decide ahorrar 5 euros esta semana y 10 la próxima. Pero cuando llega la próxima, decide ahorrar 8 solamente. ¿Qué término se emplea para describir este tipo de comportamiento incoherente?

31. El intercambio

Hasta ahora hemos analizado, por lo general, el mercado de un único bien. Hemos estudiado sus funciones de demanda y de oferta exclusivamente en función de su precio, sin tener en cuenta el de otros bienes. Sin embargo, en las demandas y las ofertas de un bien *influyen* generalmente los precios de otros bienes. Es evidente que los precios de los sustitutivos y de los complementarios de un bien influyen en su demanda y, de forma más sutil, los precios de los bienes vendidos afectan a la cantidad de renta de que se dispone y, por lo tanto, influyen en la cantidad que se puede comprar de los demás bienes.

Hasta ahora no hemos tenido en cuenta la influencia de estos otros precios en el equilibrio del mercado. Cuando hemos analizado las condiciones de equilibrio de un determinado mercado, sólo hemos examinado una parte del problema, a saber, cómo influía el precio del bien analizado en su demanda y en su oferta. Este tipo de análisis se llama análisis de **equilibrio parcial**.

En este capítulo iniciaremos el estudio del análisis de **equilibrio general**, es decir, de la forma en que las condiciones de demanda y de oferta de los diversos mercados determinan conjuntamente los precios de muchos bienes. Como sospechará el lector, se trata de un complejo problema, por lo que adoptaremos varios supuestos simplificadores para abordarlo.

En primer lugar, sólo analizaremos la conducta de los mercados competitivos, en los que cada uno de los consumidores y de los productores consideran dados los precios y actúan consecuentemente tomando decisiones optimizadoras. El estudio del equilibrio general en condiciones de competencia imperfecta es muy interesante, pero demasiado difícil de analizar en este momento.

En segundo lugar, adoptaremos nuestro supuesto simplificador habitual consistente en analizar el menor número posible de bienes y de consumidores. Como veremos, con este supuesto pueden describirse muchos e interesantes fenómenos. Todos los aspectos del análisis de equilibrio general que abordaremos pueden generalizarse a un número arbitrario de consumidores y de bienes, pero la exposición es más sencilla suponiendo que sólo hay dos.

En tercer lugar, analizaremos el problema del equilibrio general en dos fases. Partiremos de una economía en la que los individuos tienen dotaciones fijas de bienes y veremos cómo pueden intercambiarlos entre sí, es decir, supondremos que no hay producción. Este caso se conoce, naturalmente, como **intercambio puro**. Una vez que comprendamos claramente este tipo de economía, analizaremos la producción en el modelo de equilibrio general.

31.1 La caja de Edgeworth

Existe un instrumento gráfico muy útil, llamado **caja de Edgeworth**, para analizar el intercambio de dos bienes entre dos personas.[1] Permite representar las dotaciones y las preferencias de las dos mediante un gráfico que puede utilizarse para estudiar los diversos resultados del proceso de intercambio. Para comprender la caja de Edgeworth es necesario analizar las curvas de indiferencia y las dotaciones de los individuos examinados.

Sean los dos individuos A y B y los dos bienes, 1 y 2. Supongamos que la cesta de consumo de A es $X_A = (x_A^1, x_A^2)$, donde x_A^1 y x_A^2 representan, respectivamente, el consumo del bien 1 y el consumo del bien 2 por parte de A; y que la cesta de consumo de B es $X_B = (x_B^1, x_B^2)$. El *par* de cestas de consumo X_A y X_B se llama **asignación**. Una asignación es **viable** si la cantidad total utilizada de cada bien es igual a la cantidad total disponible:

$$x_A^1 + x_B^1 = w_A^1 + w_B^1$$
$$x_A^2 + x_B^2 = w_A^2 + w_B^2.$$

Una de las asignaciones viables que tiene interés es la **asignación correspondiente a la dotación inicial**, (w_A^1, w_A^2) y (w_B^1, w_B^2) que es la asignacion de la que parten los consumidores. Está formada por la cantidad que llevan de cada bien al mercado. Tras intercambiar algunos de estos bienes, terminan teniendo una **asignación final**.

La caja de Edgeworth, representada en la figura 31.1, sirve para mostrar estos conceptos gráficamente. Primero utilizamos un gráfico habitual de la teoría del consumidor para mostrar la dotación y las preferencias del consumidor A y anotamos en los ejes la cantidad *total* que hay de cada bien en la economía, es decir, la cantidad que tiene A más la que tiene B. Dado que sólo nos interesan las asignaciones viables de bienes de los dos consumidores, podemos trazar una caja que contenga el conjunto de cestas posibles de los dos bienes que puede tener A.

[1] La caja de Edgeworth debe su nombre a Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926) economista inglés que utilizó por primera vez este instrumento analítico.

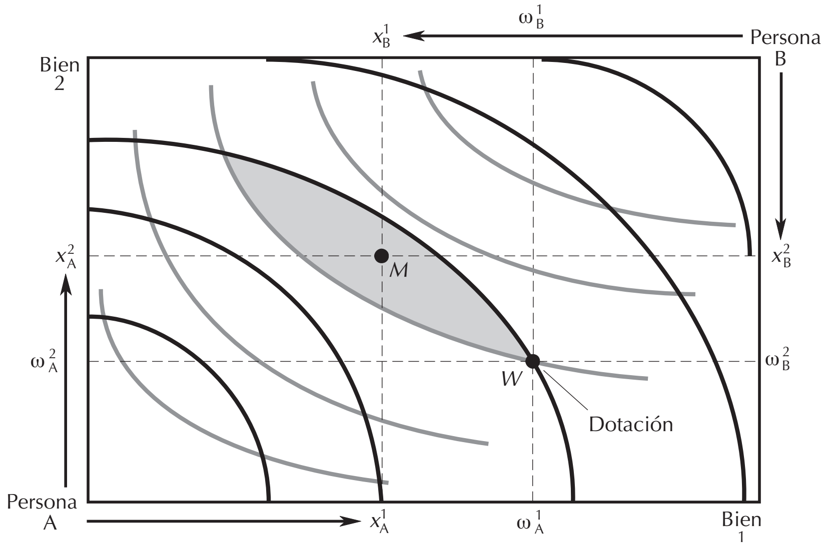


Figura 31.1. La caja de Edgeworth. La base de la caja mide la cantidad total del bien 1 existente en la economía, y la altura la cantidad total del bien 2. Las decisiones de consumo de la persona A se miden a partir de la esquina inferior izquierda, y las de B a partir de la esquina superior derecha.

Obsérvese que las cestas de esta caja también indican la cantidad que puede tener B de los bienes. Si hay 10 unidades del bien 1 y 20 del 2 y si A tiene (7, 12), B debe tener (3, 8). La cantidad que tiene A del bien 1 está representada por la distancia a lo largo del eje de abscisas a partir del origen, tomando como origen la esquina inferior izquierda, y la cantidad que tiene B del bien 1 está representada por la distancia a lo largo del eje de abscisas, tomando como origen la esquina superior derecha. Las cantidades del bien 2 que tienen A y B están representadas por las distancias a lo largo del eje de ordenadas. Por lo tanto, los puntos de esta caja indican tanto las cestas que puede tener A como las que puede tener B, medidas simplemente desde dos orígenes diferentes. Los puntos de la caja de Edgeworth representan todas las asignaciones viables de esta sencilla economía.

Las curvas de indiferencia de A pueden representarse de la manera habitual, pero las de B adoptan una forma algo diferente. Para trazarlas, partimos de las curvas de indiferencia normales de B, les damos la vuelta y las "superponemos" en la caja de Edgeworth. Tenemos así las curvas de indiferencia de B. Si partimos del origen de A en la esquina inferior izquierda y nos desplazamos hacia la derecha en sentido ascendente, nos trasladamos a asignaciones que son mejores para A. Si nos desplazamos hacia la izquierda y en sentido descendente, nos trasladamos a asignaciones que son mejores para B (si el lector le da la vuelta al libro y examina el gráfico, tal vez le resulte más claro este análisis).

La caja de Edgeworth permite representar las cestas posibles de consumo —las asignaciones viables— y las preferencias de los dos consumidores. Por lo tanto, proporciona una descripción completa de las características económicamente relevantes de ambos.

31.2 El comercio

Una vez que hemos descrito los dos conjuntos de preferencias y de dotaciones, podemos comenzar a ver qué tipos de intercambios van a ocurrir. Partimos de la dotación inicial de bienes, representada por el punto W de la figura 31.1. Consideremos las curvas de indiferencia de A y B que pasan por esta asignación. El área en la que A disfruta de un mayor bienestar con esta dotación está formada por todas las cestas situadas por encima de su curva de indiferencia que pasa por W. El área en la que B disfruta de un mayor bienestar con su dotación está formada por todas las asignaciones que se encuentran por encima —desde su punto de vista— de su curva de indiferencia que pasa por W (ésta se encuentra por *debajo* de su curva de indiferencia desde *nuestro* punto de vista… a menos que tengamos el libro del revés).

¿Dónde se encuentra el área de la caja en la que mejora *tanto* el bienestar de A *como* el de B? Es evidente que en la intersección de estas dos áreas, que es el área sombreada con forma de lente de la figura 31.1. Probablemente, las dos personas que consideramos encontrarán en el curso de sus negociaciones algún intercambio mutuamente ventajoso, que los desplace a un punto situado dentro del área, por ejemplo, el M.

El desplazamiento al punto M representado en la figura 31.1 implica que la persona A renuncia a $|x_A^1 - w_A^1|$ unidades del bien 1 y adquiere a cambio $|x_A^2 - w_A^2|$ unidades del 2, lo que significa que B adquiere $|x_B^1 - w_B^1|$ unidades del bien 1 y renuncia a $|x_B^2 - w_B^2|$ unidades del 2.

La asignación M no tiene nada especial. Sería posible llegar a cualquier combinación de bienes situada en el área en forma de lente, pues todas las asignaciones de bienes situadas en esta área son asignaciones que mejoran el bienestar de los dos consumidores con respecto a su dotación inicial. Sólo necesitamos suponer que los consumidores comercian hasta alcanzar *algún* punto de esta área.

A continuación, podemos repetir el mismo análisis en el punto M. Trazamos las dos curvas de indiferencia que pasan por ese punto, trazamos una nueva "área de ventaja mutua" en forma de lente e imaginamos que los individuos comercian entre sí con el resultado de que se desplazan al nuevo punto N de esta área. Y así sucesivamente… El comercio continúa hasta que no existe ningún intercambio más que sea mejor para ambas partes. ¿Cuál es esa posición?

31.3 Asignaciones eficientes en el sentido de Pareto

La figura 31.2 muestra la respuesta. En el punto *M* de este gráfico, el conjunto de puntos situados por encima de la curva de indiferencia de A no corta al conjunto de puntos situados por encima de la curva de indiferencia de B. El área en la que mejora el bienestar de A no tiene ningún punto en común con el área en la que mejora el bienestar de B. Eso significa que cualquier movimiento que mejore el bienestar de una de las partes empeora necesariamente el de la otra. Por lo tanto, en esa asignación no existe ningún intercambio ventajoso para las dos.

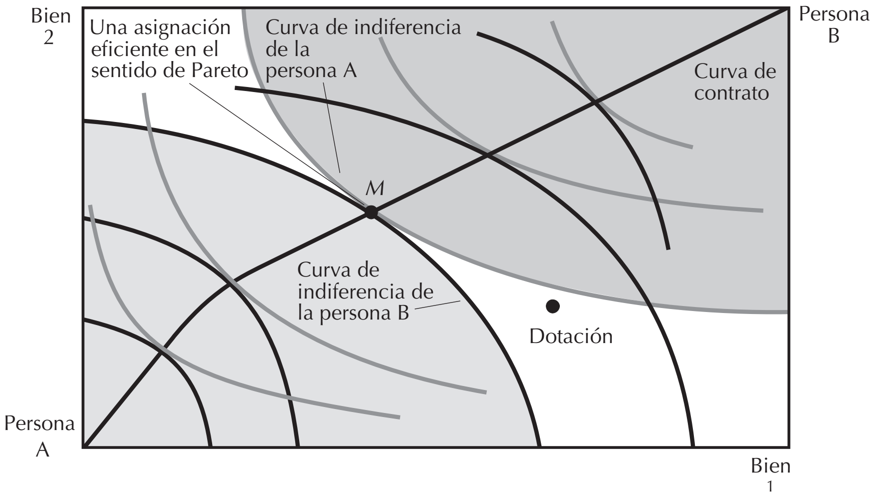


Figura 31.2. Una asignación eficiente en el sentido de Pareto. En una asignación eficiente en el sentido de Pareto como la *M*, cada una de las personas se encuentra en su curva de indiferencia más alta posible, dada la curva de indiferencia de la otra. La línea que conecta esos puntos se denomina curva de contrato.

Decimos que este tipo de asignación es **eficiente en el sentido de Pareto**. El concepto de eficiencia en el sentido de Pareto es muy importante en economía y se manifiesta de diversas formas.

Una asignación eficiente en el sentido de Pareto es aquella en la que:

1. No es posible mejorar el bienestar de todas las personas involucradas; o
2. no es posible mejorar el bienestar de una de ellas sin empeorar el de otra; o
3. se han agotado todas las ganancias derivadas del comercio; o
4. no es posible realizar ningún intercambio mutuamente ventajoso, etc.

De hecho, ya hemos mencionado el concepto de eficiencia en el sentido de Pareto varias veces en los casos en que había un único mercado: hemos afirmado que el nivel de producción eficiente en el sentido de Pareto en un único mercado es aquel en el que la disposición marginal a comprar es igual a la disposición marginal a vender. En cualquier nivel de producción en el que estas dos cifras difieran, es posible mejorar el bienestar de las dos partes del mercado realizando un intercambio. En este capítulo analizaremos con mayor profundidad el concepto de eficiencia en el sentido de Pareto en el caso en que hay muchos bienes y muchas personas que comercian.

Obsérvese el sencillo rasgo geométrico que tienen las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto: las curvas de indiferencia de los dos agentes deben ser tangentes en cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto que se encuentre en el interior de la caja. Es fácil ver por qué. Si las dos curvas de indiferencia no son tangentes en una asignación situada en el interior de la caja, deben cortarse. Pero si se cortan, debe existir algún área mutuamente ventajosa, por lo que ese punto no puede ser eficiente en el sentido de Pareto (puede haber asignaciones eficientes en el sentido de Pareto en los lados de la caja —en los que uno de los individuos no consume nada de uno de los bienes— en los que las curvas de indiferencia no sean tangentes; estos casos extremos no son importantes para el presente análisis).

A partir de la condición de tangencia es fácil ver que existen muchas asignaciones eficientes en el sentido de Pareto en la caja de Edgeworth. De hecho, dada cualquier curva de indiferencia de la persona A, por ejemplo, es sencillo hallar una asignación eficiente en el sentido de Pareto. Basta desplazarse a lo largo de la curva de indiferencia de A hasta hallar el punto que es mejor para B. Este punto es eficiente en el sentido de Pareto y, por lo tanto, las dos curvas de indiferencia deben ser tangentes en ese punto.

El conjunto de *todos* los puntos eficientes en el sentido de Pareto de la caja de Edgeworth se denomina **conjunto de Pareto** o **curva de contrato**. Este último término se basa en la idea de que todos los "contratos finales" de intercambio deben encontrarse en el conjunto de Pareto; de lo contrario, no serían finales, ya que todavía podría mejorarse el bienestar de ambas partes.

En el caso normal, la curva de contrato va del origen de A al origen de B, atravesando la caja de Edgeworth, como muestra la figura 31.2. Si partimos del origen de A, A no tiene nada de ninguno de los dos bienes y B lo tiene todo. Esta situación es eficiente en el sentido de Pareto, ya que sólo puede mejorarse el bienestar de A quitándole algo a B. A medida que nos desplazamos hacia arriba a lo largo de la curva de contrato, mejora gradualmente el bienestar de A hasta que llegamos finalmente al origen de B.

El conjunto de Pareto describe todos los resultados posibles del comercio mutuamente ventajoso partiendo de cualquier punto de la caja. Si tenemos el punto de partida —las dotaciones iniciales de cada consumidor— podemos analizar el subconjunto del conjunto de Pareto que prefiere cada individuo a su dotación inicial.

Éste es simplemente el subconjunto que se encuentra en el área en forma de lente representada en la figura 31.1. Las asignaciones de esta área son los resultados posibles del comercio mutuo que parte de la dotación inicial representada en ese gráfico. Pero el conjunto de Pareto no depende en sí mismo de la dotación inicial, salvo en la medida en que ésta determina la cantidad total existente de los dos bienes y, por lo tanto, las dimensiones de la caja.

31.4 El intercambio de mercado

El equilibrio del proceso de intercambio descrito antes —el conjunto de asignaciones eficientes en el sentido de Pareto— es muy importante, pero es muy ambiguo porque no indica el punto final a que llegan los agentes. La razón estriba en que el proceso de intercambio que hemos descrito es muy general. En esencia, sólo hemos supuesto que las dos partes se trasladan a *una* asignación que mejora el bienestar de ambos.

Si analizamos un proceso de intercambio *concreto*, la descripción del equilibrio será más precisa. Tratemos de examinar un proceso que reproduzca el resultado de un mercado competitivo.

Supongamos que existe una tercera persona que está dispuesta a actuar de "subastador" de los bienes de los dos agentes A y B. Este subastador elige un precio del bien 1 y otro del bien 2 y se los presenta a los agentes A y B. Cada uno ve entonces cuánto vale su dotación a los precios (p_1, p_2) y decide qué cantidad compraría a esos precios.

Conviene realizar una advertencia. Si sólo participan en la transacción dos personas, no tiene mucho sentido que se comporten de un modo competitivo. Probablemente intenten negociar el precio de intercambio. Para soslayar esta dificultad podemos imaginar que la caja de Edgeworth representa las demandas medias de una economía en la que sólo hay dos *tipos* de consumidores, pero muchos consumidores de cada tipo. También puede resolverse esta dificultad señalando que la conducta que describiremos no es plausible en el caso en que haya dos personas, pero totalmente razonable en el caso en que haya muchas, que es el que realmente nos interesa.

Pero cualquiera que sea la explicación que adoptemos, sabemos cómo se analiza el problema de elección del consumidor en este contexto: no es más que el problema descrito en el capítulo 5. La figura 31.3 muestra las dos cestas demandadas por los dos agentes (obsérvese que la situación representada en la figura 31.3 no es una configuración de equilibrio, ya que la demanda de un agente no es igual a la oferta del otro).

Al igual que en el capítulo 9, en este modelo hay dos conceptos de "demanda" relevantes. La **demanda bruta** del bien 1 por parte del agente A, por ejemplo, es la cantidad total del bien 1 que desea éste a los precios vigentes. Su **demanda neta** es la diferencia entre esta demanda total y su dotación inicial del bien 1. En el análisis del equilibrio general, la demanda neta se denomina algunas veces **exceso de demanda**. Sea e_A^1 el exceso de demanda del bien 1 del agente A. Por definición, si la demanda bruta de A es x_A^1 y su dotación w_A^1 , tenemos que

$$e_A^1 = x_A^1 - w_A^1.$$

El concepto de exceso de demanda es probablemente más natural, pero el de demanda bruta suele ser más útil. Normalmente utilizaremos la palabra "demanda" para referirnos a la demanda bruta y diremos específicamente "demanda neta" o "exceso de demanda" cuando sea eso lo que queramos decir.

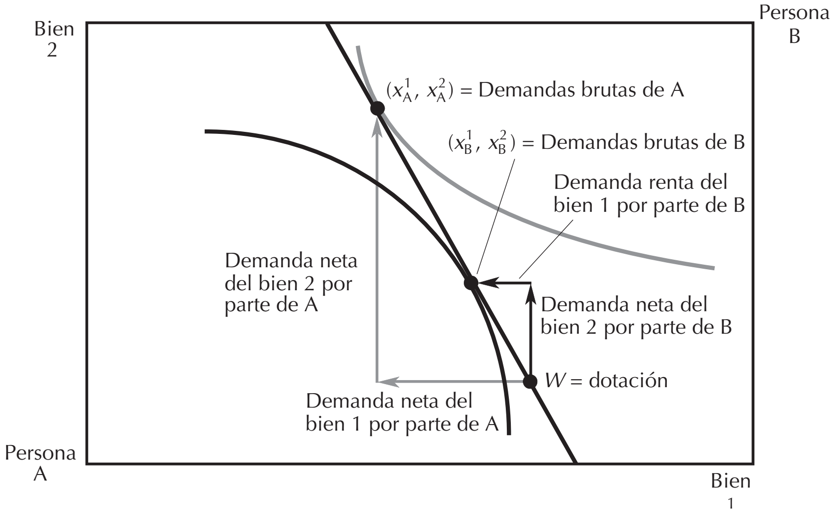


Figura 31.3. Demandas brutas y netas. Las demandas brutas son la cantidad que desea consumir la persona, y las demandas netas son la cantidad que desea comprar.

A los precios arbitrarios (p_1, p_2), no existe garantía alguna de que la oferta vaya a ser igual a la demanda (en ninguno de los significados del término "demanda"). Desde el punto de vista de la demanda neta, significa que la cantidad que quiere comprar (o vender) A no será necesariamente igual que la que quiere vender (o comprar) B. Desde el punto de vista de la demanda bruta, significa que la cantidad total que quieren tener los dos agentes no es igual a la cantidad total existente. De hecho, esto es lo que ocurre en el ejemplo que muestra la figura 31.3. En este ejemplo, los agentes no pueden realizar todas las transacciones que desean: los mercados no se equilibran.

Decimos que en este caso el mercado se encuentra en **desequilibrio**. En una situación de ese tipo, es natural suponer que el subastador modificará los precios de los bienes. Si hay un exceso de demanda de uno de ellos, subirá su precio y si hay un exceso de oferta, lo bajará.

Supongamos que este proceso de ajuste continúa hasta que la demanda de cada uno de los bienes es igual a la oferta. ¿Cuál será el resultado final?

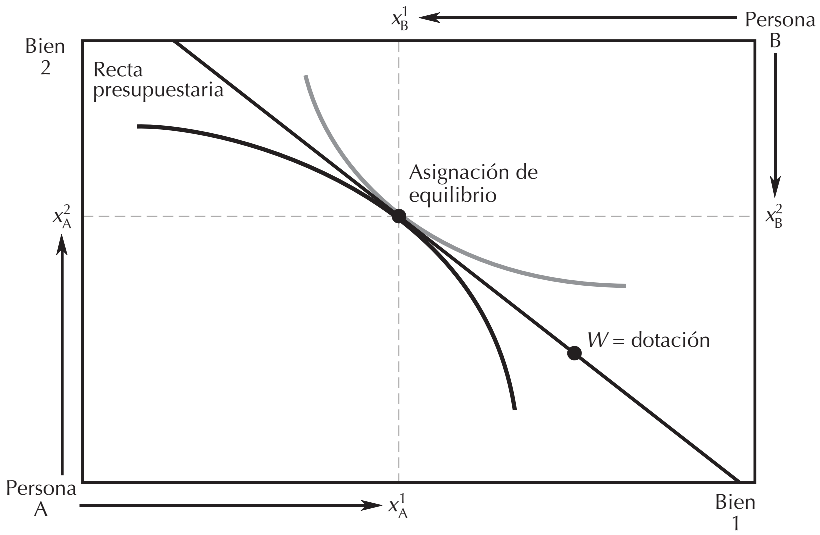


Figura 31.4. El equilibrio en la caja de Edgeworth. En condiciones de equilibrio, cada persona elige la cesta que prefiere de su conjunto presupuestario, y las elecciones agotan la oferta existente.

La figura 31.4 muestra la respuesta. La cantidad que desea comprar A del bien 1 es exactamente igual a la que desea vender B; y lo mismo ocurre en el caso del bien 2. En otras palabras, la cantidad total que desea comprar cada persona de cada bien a los precios vigentes es igual a la cantidad total existente. Decimos que el mercado se encuentra en **equilibrio**. Este equilibrio se denomina **equilibrio del mercado, equilibrio competitivo o equilibrio walrasiano**.[2] Todos estos términos tienen el mismo significado: un conjunto de precios tal que cada consumidor elige la cesta que prefiere de entre las que son asequibles y todas las decisiones de los individuos son compatibles en el sentido de que la demanda es igual a la oferta en todos los mercados.

[2] Leon Walras (1834-1910), economista francés que vivía en Lausana, fue uno de los primeros que investigaron la teoría del equilibrio general.

Sabemos que si cada agente elige la mejor cesta que está a su alcance, su relación marginal de sustitución entre los dos bienes debe ser igual a la relación de precios. Pero si todos los consumidores se enfrentan a los mismos precios, todos tienen que tener la misma relación marginal de sustitución entre cada uno de los dos bienes. La figura 31.4 muestra que, en el punto de equilibrio, la curva de indiferencia de cada agente es tangente a su recta presupuestaria. Pero dado que la recta presupuestaria de cada agente tiene la pendiente $-p_1/p_2$, esto significa que las curvas de indiferencia de los dos agentes deben ser tangentes entre sí.

31.5 El álgebra del equilibrio

Si suponemos que $x_A^1(p_1, p_2)$ y $x_B^1(p_1, p_2)$ son, respectivamente, las funciones de demanda del bien 1 por parte de los agentes A y B y definimos la expresión análoga correspondiente al bien 2, podemos describir este equilibrio como un conjunto de precios (p_1^*, p_2^*) tal que

$$x_A^1(p_1^*, p_2^*) + x_B^1(p_1^*, p_2^*) = w_A^1 + w_B^1$$
$$x_A^2(p_1^*, p_2^*) + x_B^2(p_1^*, p_2^*) = w_A^2 + w_B^2.$$

Estas ecuaciones indican que en condiciones de equilibrio la demanda total de cada uno de los bienes debe ser igual a la oferta total.

El equilibrio también puede describirse reordenando estas dos ecuaciones:

$$[x_A^1(p_1^*, p_2^*) - w_A^1] + [x_B^1(p_1^*, p_2^*) - w_B^1] = 0$$
$$[x_A^2(p_1^*, p_2^*) - w_A^2] + [x_B^2(p_1^*, p_2^*) - w_B^2] = 0.$$

Estas ecuaciones indican que la suma de las *demandas netas* de cada bien por parte de cada agente debe ser cero. En otras palabras, la cantidad neta que decide demandar (u ofrecer) A debe ser igual a la cantidad neta que decide ofrecer (o demandar) B.

Estas ecuaciones también pueden formularse mediante el concepto de **función de exceso de demanda agregada**. Sea la función de demanda neta del bien 1 por parte de A:

$$e_A^1(p_1, p_2) = x_A^1(p_1, p_2) - w_A^1$$

y $e_B^1(p_1, p_2)$, la función análoga correspondiente a B.

La función $e_A^1(p_1, p_2)$ mide la **demanda neta** o **exceso de demanda** del agente A, es decir, la diferencia entre lo que desea consumir del bien 1 y lo que tiene inicialmente de dicho bien. Sumemos ahora la demanda neta del bien 1 por parte de A y la demanda neta de dicho bien por parte de B:

$$z_1(p_1, p_2) = e_A^1(p_1, p_2) + e_B^1(p_1, p_2)$$
$$= x_A^1(p_1, p_2) + x_B^1(p_1, p_2) - w_A^1 - w_B^1.$$

Éste es el **exceso de demanda agregada** del bien 1. El del bien 2 es análogo: $z_2(p_1, p_2)$.

Ahora podemos describir el equilibrio (p_1^*, p_2^*) diciendo que el exceso de demanda agregada de cada bien es cero:

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0$$
$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

En realidad, esta definición es más restrictiva de lo necesario. Como veremos, si el exceso de demanda agregada del bien 1 es cero, el exceso de demanda agregada del bien 2 debe ser necesariamente cero. Para demostrarlo, es útil establecer primero una propiedad de la función de exceso de demanda agregada conocida como **ley de Walras**.

31.6 La ley de Walras

Utilizando la notación anterior, la ley de Walras afirma que

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Es decir, *el valor del exceso de demanda agregada es idénticamente igual a cero*, lo que significa que es cero *cualquiera* que sea el precio que se elija y no sólo a los precios de equilibrio.

Esta ley se demuestra sumando las restricciones presupuestarias de los dos agentes. Consideremos primero el agente A. Dado que su demanda de cada bien satisface su restricción presupuestaria, tenemos que

$$p_1 x_A^1(p_1, p_2) + p_2 x_A^2(p_1, p_2) \equiv p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2,$$

o sea,

$$p_1[x_A^1(p_1, p_2) - w_A^1] + p_2[x_A^2(p_1, p_2) - w_A^2] \equiv 0$$

$$p_1 e_A^1(p_1, p_2) + p_2 e_A^2(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Esta ecuación nos dice que el *valor de la demanda neta del agente A es cero*. Es decir, el valor de la cantidad que desea comprar A del bien 1 más el valor de la cantidad que desea comprar del bien 2 debe ser igual a cero (naturalmente, la cantidad que desea comprar de *uno* de los bienes debe ser negativa, es decir, tiene intención de vender una parte de uno de los bienes para comprar una mayor cantidad del otro).

La ecuación correspondiente a B es análoga:

$$p_1[x_B^1(p_1, p_2) - w_B^1] + p_2\,[x_B^2(p_1, p_2) - w_B^2] \equiv 0$$

$$p_1 e_B^1\,(p_1, p_2) + p_2 e_B^2\,(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Sumando las ecuaciones de A y B y utilizando la definición de la demanda agregada, $z_1(p_1, p_2)$ y $z_2(p_1, p_2)$, tenemos que

$$p_1[e_A^1(p_1, p_2) + e_B^1(p_1, p_2)] + p_2\,[e_A^2(p_1, p_2) + e_B^2(p_1, p_2)] \equiv 0$$

$$p_1 z_1(p_1, p_2) + p_2 z_2(p_1, p_2) \equiv 0.$$

Ya podemos ver de dónde procede la ley de Walras: dado que el valor del exceso de demanda de cada agente es cero, el valor de la suma de los excesos de demanda de los dos debe ser cero.

Ahora podemos demostrar que si la demanda es igual a la oferta en un mercado, también deben ser iguales en el otro. Obsérvese que la ley de Walras debe cumplirse cualquiera que sea el precio, ya que cada agente debe satisfacer su restricción presupuestaria cualquiera que sea el precio. Dado que se cumple cualquiera que sea el precio, se cumple, en particular, en el caso del conjunto de precios al que el exceso de demanda del bien 1 es cero:

$$z_1(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Según la ley de Walras, también debe ser cierto que

$$p_1^* z_1(p_1^*, p_2^*) + p_2^* z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

De estas dos ecuaciones se deduce fácilmente que si $p_2 > 0$, entonces

$$z_2(p_1^*, p_2^*) = 0.$$

Por lo tanto, como afirmamos antes, si hallamos un conjunto de precios (p_1^*, p_2^*) al que la demanda del bien 1 es igual a su oferta, tenemos la garantía de que la demanda del bien 2 debe ser igual a su oferta. Asimismo, si encontramos un conjunto de precios al que la demanda del bien 2 es igual a su oferta, tenemos la garantía de que el mercado 1 se hallará en equilibrio.

En general, si hay mercados de k bienes, sólo necesitamos hallar un conjunto de precios al que $k-1$ de los mercados se encuentren en equilibrio. La ley de Walras implica entonces que, en el mercado del bien k, la demanda será automáticamente igual a la oferta.

31.7 Los precios relativos

Como hemos visto antes, la ley de Walras implica que sólo hay $k-1$ ecuaciones independientes en el modelo de equilibrio general de k bienes: si la demanda es igual a la oferta en $k-1$ mercados, la demanda debe ser igual a la oferta en el mercado restante. Pero si hay k bienes, habrá que determinar k precios. ¿Cómo pueden hallarse k precios con $k-1$ ecuaciones solamente?

Obsérvese que, en realidad, sólo hay $k-1$ precios *independientes*. En el capítulo 2 vimos que si multiplicamos todos los precios y la renta por un número positivo t, no varía el conjunto presupuestario y, por lo tanto, tampoco varía la cesta demandada. En el modelo de equilibrio general, la renta de cada consumidor es el valor de su dotacion a los precios de mercado. Si multiplicamos todos los precios por $t > 0$, automáticamente multiplicamos la renta de cada consumidor por t. Por lo tanto, si hallamos algún conjunto de precios de equilibrio (p_1^*, p_2^*), (tp_1^*, tp_2^*) también son precios de equilibrio, cualquiera que sea $t > 0$.

Eso significa que podemos escoger libremente uno de los precios y suponer que es constante. En particular, a menudo es útil igualar uno de los precios a 1 e interpretar todos los demás en relación con él. Como vimos en el capítulo 2, ese precio se denomina **precio del numerario.** Elegir el primer precio como precio del numerario, equivale a multiplicar todos los precios por la constante $t = 1/p_1$.

Sólo cabe esperar que la condición de la igualdad de la demanda y la oferta en todos los mercados determine los precios relativos de equilibrio, ya que la multiplicación de todos los precios por un número positivo no altera la demanda y la oferta de nadie.

Ejemplo: Un ejemplo algebraico de equilibrio

La función de utilidad Cobb-Douglas que describimos en el capítulo 6 tiene la forma $u_A(x_A^1, x_A^2) = (x_A^1)^a (x_A^2)^{1-a}$ en el caso de la persona A y una forma sımilar en el de la B. También vimos que esta función de utilidad da lugar a las siguientes funciones de demanda:

$$x_A^1(p_1, p_2, m_A) = a\,\frac{m_A}{p_1}$$
$$x_A^2(p_1, p_2, m_A) = (1-a)\,\frac{m_A}{p_2}$$
$$x_B^1(p_1, p_2, m_B) = b\,\frac{m_B}{p_1}$$
$$x_B^2(p_1, p_2, m_B) = (1-b)\,\frac{m_B}{p_2},$$

donde a y b son los parámetros de las funciones de utilidad de los dos consumidores.

Sabemos que en condiciones de equilibrio la renta monetaria de cada individuo viene determinada por el valor de su dotación:

$$m_A = p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2$$
$$m_B = p_1 w_B^1 + p_2 w_B^2.$$

Por lo tanto, los excesos de demanda agregada de los dos bienes son

$$\begin{aligned} z_1(p_1, p_2) &= a\,\frac{m_A}{p_1} + b\,\frac{m_B}{p_1} - w_A^1 - w_B^1 \\ &= a\,\frac{p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2}{p_1} + b\,\frac{p_1 w_B^1 + p_2 w_B^2}{p_1} - w_A^1 - w_B^1 \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} z_2(p_1, p_2) &= (1-a)\,\frac{m_A}{p_2} + (1-b)\,\frac{m_B}{p_2} - w_A^2 - w_B^2 \\ &= (1-a)\,\frac{p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2}{p_2} + (1-b)\,\frac{p_1 w_B^1 + p_2 w_B^2}{p_2} - w_A^2 - w_B^2. \end{aligned}$$

El lector debe verificar que estas funciones de demanda agregada satisfacen la ley de Walras.

Elijamos p_2 como precio del numerario; en ese caso, estas ecuaciones se convertirán en

$$z_1(p_1, 1) = a\,\frac{p_1 w_A^1 + w_A^2}{p_1} + b\,\frac{p_1 w_B^1 + w_B^2}{p_1} - w_A^1 - w_B^1$$
$$z_2(p_1, 1) = (1-a)\,(p_1 w_A^1 + w_A^2) + (1-b)(p_1 w_B^1 + w_B^2) - w_A^2 - w_B^2.$$

Lo único que hemos hecho ha sido suponer que p_2 es 1.

Ahora tenemos una ecuación para expresar el exceso de demanda del bien 1, $z_1(p_1, 1)$, y otra para expresar el exceso de demanda del bien 2, $z_2(p_1, 1)$, en función del precio relativo del bien 1, p_1. Para hallar el precio de *equilibrio*, igualamos a cero cualquiera de las dos y despejamos p_1. Según la ley de Walras, debemos obtener el mismo precio de equilibrio, cualquiera que sea la ecuación que resolvamos.

Este precio es:

$$p_1^* = \frac{aw_A^2 + bw_B^2}{(1-a)w_A^1 + (1-b)w_B^1}.$$

Los escépticos pueden introducir este valor de p_1 en las ecuaciones de la igualdad de la demanda y la oferta para verificar que ésa se satisface.

31.8 La existencia de equilibrio

En el ejemplo anterior, teníamos unas ecuaciones concretas de la función de demanda de cada consumidor y podíamos hallar explícitamente los precios de equilibrio. Pero generalmente no tenemos fórmulas algebraicas explícitas de las demandas de cada consumidor. Cabe preguntarse, entonces, cómo sabemos que hay *un* conjunto de precios al que la demanda es igual a la oferta en todos los mercados. Éste es el problema de la **existencia de un equilibrio competitivo**.

La existencia de un equilibrio competitivo es importante en la medida en que sirve para comprobar la coherencia de los diferentes modelos que hemos analizado en los capítulos anteriores. ¿De qué serviría desarrollar complejas teorías del funcionamiento de un equilibrio competitivo si éste normalmente no existiera?

En los comienzos del análisis del equilibrio general, los economistas observaron que en un mercado con k bienes había que determinar $k-1$ precios relativos y había $k-1$ ecuaciones de equilibrio que establecían la igualdad de la demanda y de la oferta en cada mercado. Dado que el número de ecuaciones era igual al número de incógnitas, se concluyó que debía existir una solución en la que se cumplieran todas las ecuaciones.

Pero pronto se descubrió que este argumento era incorrecto. El mero recuento del número de ecuaciones y de incógnitas no es suficiente para demostrar que existe una solución de equilibrio. Existen, sin embargo, instrumentos matemáticos que pueden utilizarse para establecer su existencia. De esta forma es posible descubrir que el supuesto esencial para la existencia de equilibrio es el de que la función de exceso de demanda agregada sea una **función continua**, lo que, en términos generales, significa que las pequeñas variaciones de los precios sólo provocan pequeñas variaciones de la demanda agregada: una pequeña variación de los precios no debe dar lugar a una gran variación de la cantidad demandada.

¿En qué condiciones son continuas las funciones de demanda agregada? Esencialmente, en dos tipos de condiciones. La primera consiste en que la función de demanda de cada individuo sea continua, es decir, que las pequeñas variaciones de los precios sólo provoquen pequeñas variaciones de la demanda. Eso exige que cada consumidor tenga preferencias convexas, concepto que ya estudiamos en el capítulo 3. La otra condición es más general. Aun cuando la demanda de los propios consumidores sea discontinua, la función de demanda agregada es continua si todos los consumidores son pequeños en relación con las dimensiones del mercado.

Esta última condición es bastante interesante, ya que, después de todo, el supuesto de la conducta competitiva sólo tiene sentido cuando hay muchos consumidores pequeños en relación con las dimensiones del mercado. Ésta es exactamente la condición que necesitamos para que las funciones de demanda agregada sean continuas. Y la continuidad es precisamente la condición que garantiza la existencia de un equilibrio competitivo. Por lo tanto, los propios supuestos que hacen que la conducta postulada sea razonable garantizan que la teoría del equilibrio no esté vacía de contenido.

31.9 Equilibrio y eficiencia

Hemos analizado los resultados del comercio en un modelo de intercambio puro. De esta forma poseemos un modelo concreto que puede compararse con el modelo general que estudiamos al principio de este capítulo. Cabría preguntarse con respecto a la utilización del mercado competitivo si este mecanismo permite realmente obtener todas las ganancias posibles del comercio. Una vez que se ha comerciado y se ha alcanzado un equilibrio competitivo en el que la demanda es igual a la oferta en todos los mercados, ¿habrá algún otro intercambio que desee realizarse? Ésta no es sino otra manera de preguntarse si el equilibrio del mercado es eficiente en el sentido de Pareto: ¿desean los agentes realizar más intercambios una vez que han comerciado a los precios competitivos?

Veamos la respuesta en la figura 31.4: la asignación correspondiente al equilibrio del mercado *es* eficiente en el sentido de Pareto. He aquí la demostración: una asignación de la caja de Edgeworth es eficiente en el sentido de Pareto si el conjunto de las combinaciones de bienes preferidas de A no corta a las preferidas de B. Pero en el punto de equilibrio del mercado el conjunto de combinaciones de bienes preferidas de A debe encontrarse por encima de su conjunto presupuestario, y lo mismo ocurre con el de B (en este caso, "por encima" significa "por encima desde el punto de vista de B"). Por lo tanto, los dos conjuntos de asignaciones que se prefieren no pueden cortarse, lo que significa que ninguno de los dos agentes prefiere una asignación distinta de la de equilibrio, por lo que el equilibrio es eficiente en el sentido de Pareto.

31.10 El álgebra de la eficiencia

Este análisis también puede realizarse en términos algebraicos. Supongamos que tenemos un equilibrio del mercado que *no* es eficiente en el sentido de Pareto. Demostraremos que este supuesto conduce a una contradicción lógica.

Decir que el equilibrio del mercado no es eficiente en el sentido de Pareto significa que hay alguna otra asignación viable $(y_A^1, y_A^2, y_B^1, y_B^2)$ tal que

$$y_A^1 + y_B^1 = w_A^1 + w_B^1 \qquad [31.1]$$

$$y_A^2 + y_B^2 = w_A^2 + w_B^2 \qquad [31.2]$$

y

$$(y_A^1, y_A^2) \succ_A (x_A^1, x_A^2) \qquad [31.3]$$

$$(y_B^1, y_B^2) \succ_B (x_B^1, x_B^2). \qquad [31.4]$$

Las dos primeras ecuaciones nos dicen que la asignación y es viable y las dos siguientes que ambos agentes la prefieren a la x (los símbolos $\succ_A$ y $\succ_B$ se refieren a las preferencias de los agentes A y B).

Pero, por hipótesis, en el equilibrio del mercado cada agente compra la mejor combinación de bienes que está a su alcance. Si (y_A^1, y_A^2) es mejor que la combinación que elige A, debe costar más de lo que puede pagar A, y lo mismo ocurre con B:

$$p_1 y_A^1 + p_2 y_A^2 > p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2$$

$$p_1 y_B^1 + p_2 y_B^2 > p_1 w_B^1 + p_2 w_B^2.$$

Sumando estas dos ecuaciones, tenemos que

$$p_1(y_A^1 + y_B^1) + p_2(y_A^2 + y_B^2) > p_1(w_A^1 + w_B^1) + p_2(w_A^2 + w_B^2).$$

Introduciendo en esta expresión las ecuaciones [31.1] y [31.2], se obtiene

$$p_1(w_A^1 + w_B^1) + p_2(w_A^2 + w_B^2) > p_1(w_A^1 + w_B^1) + p_2(w_A^2 + w_B^2),$$

lo que es claramente una contradicción, ya que los dos miembros son iguales.

Hemos llegado a esta contradicción suponiendo que el equilibrio del mercado no era eficiente en el sentido de Pareto. Por lo tanto, este supuesto debe ser erróneo, de lo que se deduce que todos los equilibrios del mercado son eficientes en el sentido de Pareto. Este resultado se conoce como **primer teorema de la economía del bienestar**.

Este teorema garantiza que un mercado competitivo obtiene todas las ganancias derivadas del comercio: la asignación de equilibrio lograda por un conjunto de mercados competitivos es necesariamente eficiente en el sentido de Pareto. Quizá no tenga ninguna otra propiedad deseable, pero es necesariamente eficiente.

En concreto, el primer teorema de la economía del bienestar no dice nada sobre la distribución de las ventajas económicas. El equilibrio del mercado puede no ser una asignación "justa", pues, para empezar, si la persona A poseyera todo, continuaría poseyéndolo todo después de comerciar. Eso sería eficiente, pero probablemente no muy justo. Sin embargo, aun así, la eficiencia sí es importante para algunas cosas, y es reconfortante saber que un sencillo mecanismo de mercado como el que hemos descrito es capaz de asignar eficientemente los recursos.

Ejemplo: El monopolio en la caja de Edgeworth

Para comprender mejor el primer teorema de la economía del bienestar, es útil analizar otro mecanismo de mercado que no asigna eficientemente los recursos. Un buen ejemplo es aquel en el que un consumidor intenta comportarse como un monopolista. Supongamos que no hay ningún subastador y que el agente A anuncia al B los precios y éste decide la cantidad que va a comerciar a los precios anunciados. Supongamos, además, que A conoce la "curva de demanda" de B y que intenta elegir el conjunto de precios que mejore lo más posible su bienestar, dada la demanda de B.

Para examinar el equilibrio en este proceso, conviene recordar la definición de la **curva de oferta-precio** del consumidor. Como vimos en el capítulo 6, esta curva representa todas las elecciones óptimas del consumidor a los diferentes precios. La curva de oferta-precio de B representa las combinaciones de bienes que comprará a los diferentes precios, es decir, su demanda. Si trazamos la recta presupuestaria de B, el punto en el que esta recta corte su curva de oferta-precio representa su consumo óptimo.

Por lo tanto, si el agente A quiere exigir a B los precios que mejoren lo más posible su propio bienestar, buscará el punto en la curva de oferta-precio de B en el que A tenga la mayor utilidad. La figura 31.5 representa esa elección.

Esta elección óptima se caracteriza, como siempre, por una condición de tangencia: la curva de indiferencia de A es tangente a la curva de oferta-precio de B. Si ésta última cortara a la curva de indiferencia de A, habría algún punto de la curva de oferta-precio de B que sería preferido por A, por lo que no podríamos encontrarnos en el punto óptimo de A.

Una vez identificado este punto —representado por X en la figura 31.5— basta trazar una recta presupuestaria que lo una con la dotación. A los precios que generan esta recta presupuestaria, B elige la cesta X y A disfruta del mayor bienestar posible.

¿Es esta asignación eficiente en el sentido de Pareto? En general, no. Para ver por qué, obsérvese simplemente que la curva de indiferencia de A no es tangente a la recta presupuestaria en el punto *X* y, por lo tanto, no es tangente a la curva de indiferencia de B. La curva de indiferencia de A es tangente a la *curva de oferta-precio* de B y, por lo tanto, *no* puede ser tangente a la curva de indiferencia de B. La asignación que genera el monopolio es ineficiente en el sentido de Pareto.

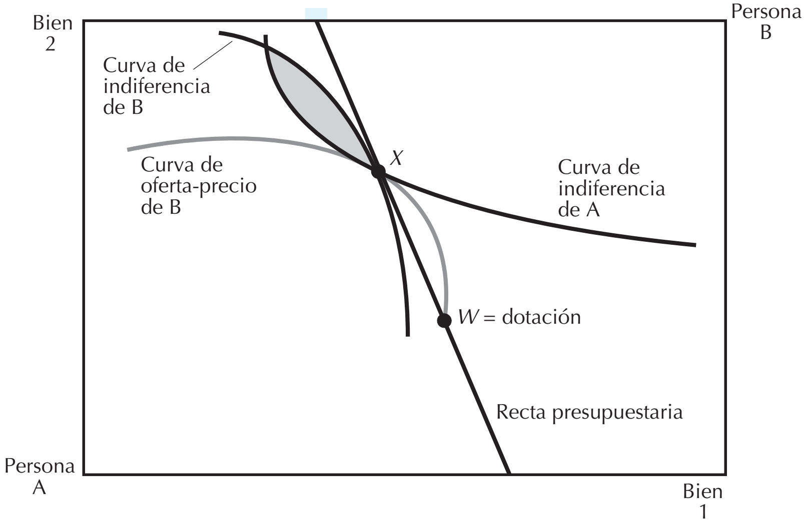


Figura 31.5. El monopolio en la caja de Edgeworth. A elige el punto de la curva de oferta-precio de B que le reporta la mayor utilidad posible.

De hecho, es ineficiente en el sentido de Pareto exactamente por la misma razón que expusimos en nuestro análisis del monopolio del capítulo 24. En el margen, a A le gustaría vender más a los precios de equilibrio, pero sólo puede hacerlo bajando el precio al que vende, lo que reducirá la renta que percibiría por todas sus ventas inframarginales.

En el capítulo 25 vimos que un monopolista perfectamente discriminador acaba produciendo una cantidad eficiente. Recuérdese que el monopolista discriminador es aquel que es capaz de vender cada unidad del bien a la persona que está dispuesta a pagar más por ella. ¿Cómo podemos representarlo en la caja de Edgeworth?

La figura 31.6 muestra la respuesta. Partamos de la dotación inicial, *W*, e imaginemos que A vende cada unidad del bien 1 a B a un precio diferente, al precio al que a B le da igual comprar esa unidad del bien que no comprarla. Por lo tanto, una vez que A vende la primera unidad, B permanece en la misma curva de indiferencia que pasa por *W*. A continuación, A vende la segunda unidad del bien 1 a B al máximo precio que éste está dispuesto a pagar. Eso significa que la asignación se desplaza aún más hacia la izquierda, pero sigue estando en la curva de indiferencia de B que pasa por *W*. El agente A continúa vendiendo unidades a B de esa manera, desplazándose así hacia arriba por la curva de indiferencia de B para hallar el punto que prefiere, representado por *X* en la figura 31.6.

Es fácil ver que ese punto debe ser eficiente en el sentido de Pareto. El agente A disfruta del mayor bienestar posible, dada la curva de indiferencia de B. En ese punto, A consigue extraer todo el excedente del consumidor de B: éste no disfruta de un mayor bienestar que con la dotación que tenía inicialmente.

Estos dos ejemplos constituyen unos puntos de referencia muy útiles para meditar sobre el primer teorema del bienestar. El monopolista ordinario constituye un ejemplo de un mecanismo para asignar los recursos que da lugar a un equilibrio ineficiente y el monopolista discriminador constituye otro ejemplo de un mecanismo que da lugar a un equilibrio eficiente.

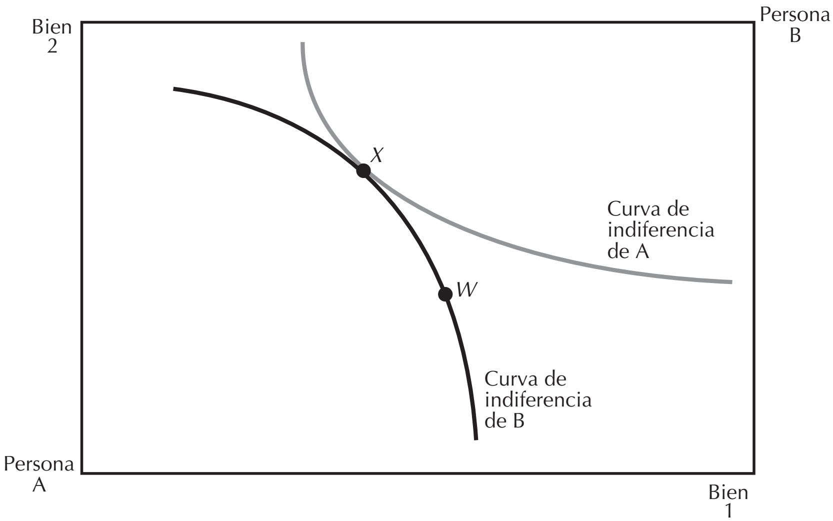


Figura 31.6. Un monopolista perfectamente discriminador. La persona A elige el punto *X* de la curva de indiferencia de la B, que pasando por la dotación le reporta la mayor utilidad posible. Ese punto debe ser eficiente en el sentido de Pareto.

31.11 Eficiencia y equilibrio

El primer teorema del bienestar afirma que el equilibrio en un conjunto de mercados competitivos es eficiente en el sentido de Pareto. ¿Qué ocurre si damos la vuelta a esta afirmación? Dada una asignación eficiente en el sentido de Pareto, ¿podemos hallar unos precios a los tenga lugar que un equilibrio de mercado? Sí, en determinadas condiciones. La figura 31.7 muestra el argumento.

Elijamos una asignación eficiente en el sentido de Pareto. Sabemos que en ese caso el conjunto de asignaciones preferidas por A a su asignación actual es diferente de las preferidas por B. Eso implica, por supuesto, que las dos curvas de indiferencia son tangentes en la asignación eficiente en el sentido de Pareto. Por lo tanto, tracemos la recta que es su tangente común, como en la figura 31.7.

Supongamos que esta recta representa los conjuntos presupuestarios de los agentes. En ese caso, si cada uno elige la mejor combinación de bienes de su conjunto presupuestario, el equilibrio resultante será la asignación inicial eficiente en el sentido de Pareto.

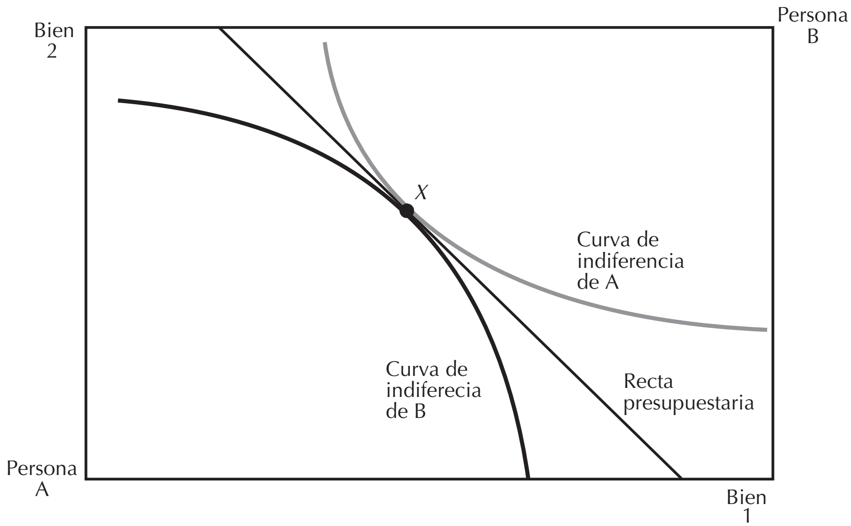


Figura 31.7. El segundo teorema de la economía del bienestar. Cuando las preferencias son convexas, una asignación eficiente en el sentido de Pareto es un equilibrio para algún conjunto de precios.

Por lo tanto, el hecho de que la asignación inicial sea eficiente determina automáticamente los precios de equilibrio. Las dotaciones pueden ser las combinaciones de bienes que den lugar al conjunto presupuestario correcto, es decir, las que se encuentren en algún punto de la recta presupuestaria trazada.

¿Puede trazarse siempre esa recta presupuestaria? Desgraciadamente, no. La figura 31.8 muestra un ejemplo. El punto X es eficiente en el sentido de Pareto, pero no hay ningún precio que lo convierta en un punto de equilibrio de mercado. El gráfico muestra el candidato más evidente, pero con ese presupuesto no coinciden las demandas óptimas de los agentes A y B. A quiere demandar la cesta Y, pero B quiere la X, por lo que a estos precios la demanda no es igual a la oferta.

La diferencia entre la figura 31.7 y la 31.8 estriba en que las preferencias son convexas en la primera, pero no en la segunda. Si las preferencias de los dos agentes son convexas, la tangente común no corta a ninguna de las curvas de indiferencia y todo marcha bien. Esta observación nos proporciona el **segundo teorema de la economía del bienestar**: si todos los agentes tienen preferencias convexas, siempre hay un conjunto de precios a los que cada asignación eficiente en el sentido de Pareto es un equilibrio de mercado para una asignación apropiada de las dotaciones.

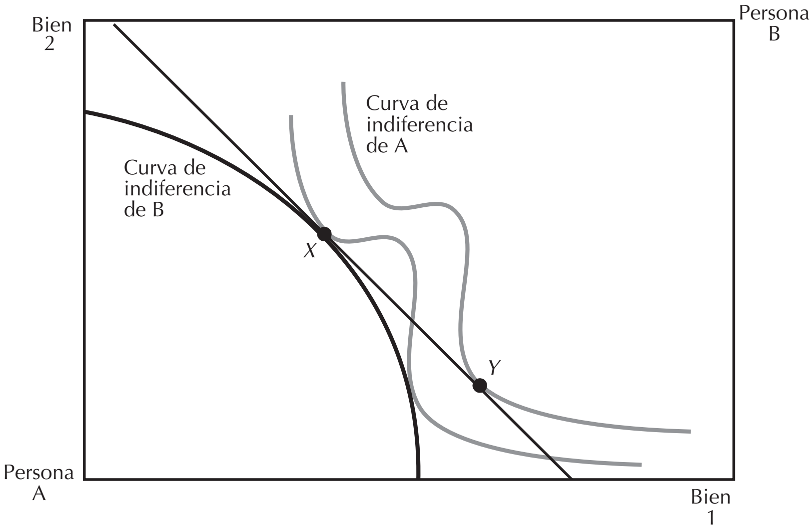


Figura 31.8. Una asignación eficiente en el sentido de Pareto que no es un equilibrio. Es posible encontrar asignaciones eficientes en el sentido de Pareto, como la *X* en este gráfico, que no puedan alcanzarse mediante mercados competitivos si las prefetencias no son convexas.

La demostración es esencialmente el argumento geométrico expuesto antes. En una asignación eficiente en el sentido de Pareto, las combinaciones de bienes que prefiere A no pueden tener ningún punto en común con las que prefiere B. Por lo tanto, si ambos tienen preferencias convexas, podemos trazar una línea recta entre los dos conjuntos de combinaciones de bienes preferidas que los separe. La pendiente de esta recta muestra los precios relativos; cada dotación que sitúe a los dos agentes en ella hace que el equilibrio final de mercado sea la asignación original eficiente en el sentido de Pareto.

31.12 Corolarios del primer teorema del bienestar

Los dos teoremas de la economía del bienestar se encuentran entre los resultados más fundamentales de la teoría económica. Sólo los hemos demostrado en el sencillo caso de la caja de Edgeworth, pero también son válidos en modelos mucho más complejos en los que haya un número arbitrario de consumidores y de bienes. Los teoremas del bienestar tienen profundas implicaciones en el terreno de la elaboración de mecanismos de asignación de recursos.

Consideremos el primero, según el cual cualquier equilibrio competitivo es eficiente en el sentido de Pareto. En este teorema apenas hay supuestos explícitos; casi todo se deduce de las definiciones. Pero hay algunos implícitos. Uno de los más importantes es que a los agentes no les importa lo que consumen los demás, sino sólo lo que consumen ellos. Si a uno le importa lo que consume otro, decimos que existe una **externalidad en el consumo**. Veremos que en ese caso el equilibrio competitivo no tiene por qué ser eficiente en el sentido de Pareto.

Supongamos a título de ejemplo que al agente A le importa el consumo de cigarrillos de B. En ese caso, no existe ninguna razón especial por la que la elección de la propia cesta de consumo a los precios de mercado dé lugar a una asignación eficiente en el sentido de Pareto. Una vez que cada persona ha comprado la mejor cesta que está a su alcance, todavía puede ser posible mejorar el bienestar de las dos: por ejemplo, A puede pagar a B para que fume menos. En el capítulo 33 analizaremos las externalidades más detalladamente.

Otro importante supuesto implícito en el primer teorema del bienestar es que los agentes se comportan, de hecho, competitivamente. Si sólo hubiera dos, como ocurre en el ejemplo de la caja de Edgeworth, es improbable que consideraran dado el precio. Uno de ellos o ambos probablemente se darían cuenta del poder de mercado que poseen y es posible que intentaran utilizarlo para mejorar su propia posición. El concepto de equilibrio competitivo sólo tiene sentido cuando hay suficientes agentes para garantizar que cada uno se comporta competitivamente.

Por último, el primer teorema del bienestar sólo tiene interés si existe realmente un equilibrio competitivo. Como hemos visto antes, esto ocurre si los consumidores son suficientemente pequeños en relación con las dimensiones del mercado.

Dadas estas salvedades, el primer teorema del bienestar es un resultado bastante poderoso: un mercado privado, en el que cada agente maximice su propia utilidad, da lugar a una asignación eficiente en el sentido de Pareto.

La importancia de este teorema estriba en que proporciona un mecanismo general —el mercado competitivo— con el que podemos garantizar resultados eficientes en el sentido de Pareto. Si sólo hay dos agentes, eso no es muy importante, ya que es fácil para dos personas reunirse y examinar las posibilidades de beneficiarse mutuamente del comercio. Pero si hay miles, el proceso de intercambio debe utilizar algún tipo de estructura. El primer teorema del bienestar muestra que la estructura de los mercados competitivos tiene la atractiva propiedad de lograr una asignación eficiente en el sentido de Pareto.

Si estamos considerando un problema de intercambio de recursos que afecta a muchas personas, es importante señalar que la utilización de mercados competitivos reduce la cantidad de información que necesita tener cualquiera de los agentes. Lo único que necesita conocer un consumidor para tomar sus decisiones son los precios de los bienes que desea consumir. En un mercado competitivo, no necesita conocer la forma en que éstos se producen, ni saber a quién pertenecen ni de dónde proceden. Con sólo conocer los precios de los bienes, los individuos pueden determinar sus demandas, y si el mercado funciona suficientemente bien para alcanzar los precios competitivos, tenemos la garantía de que el resultado será eficiente. El hecho de que en los mercados competitivos los consumidores necesiten tener menos información es un poderoso argumento en favor de la utilización de este mecanismo para asignar los recursos.

31.13 Corolarios del segundo teorema del bienestar

El segundo teorema de la economía del bienestar establece que, en determinadas condiciones, todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto pueden lograrse mediante el mecanismo del equilibrio competitivo.

¿Qué significado tiene este resultado? El segundo teorema del bienestar implica que pueden separarse los problemas de la distribución de los problemas de la eficiencia. El mecanismo de mercado permite conseguir cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto que deseemos. Es neutral desde el punto de vista distributivo; cualesquiera que sean nuestros criterios sobre la distribución justa o buena del bienestar, podemos lograrla utilizando los mercados competitivos.

Los precios desempeñan dos papeles en el sistema de mercado: la *asignación* y la *distribución*. El primero consiste en indicar la escasez relativa; y el segundo en determinar la cantidad que pueden comprar los diferentes agentes de cada bien. El segundo teorema del bienestar establece que estos dos papeles pueden separarse: es posible redistribuir las dotaciones de bienes para determinar la riqueza de los agentes y utilizar los precios para indicar la escasez relativa.

A menudo se confunden estas dos cuestiones en los debates sobre la política económica. Con frecuencia se oyen argumentos en favor de la intervención en la fijación de los precios por razones de equidad distributiva. Sin embargo, normalmente esas intervenciones van desencaminadas. Como hemos visto antes, para que las asignaciones sean eficientes conviene que cada agente haga frente a los verdaderos costes sociales de sus actos y tome decisiones que reflejen esos costes. Por lo tanto, en un mercado perfectamente competitivo, la decisión marginal de consumir una mayor o menor cantidad de un bien o una menor depende del precio, que mide el valor que conceden a este bien todas las personas en el margen. Las consideraciones relacionadas con la eficiencia son inherentemente decisiones marginales: cada persona debe enfrentarse a la disyuntiva marginal correcta cuando toma sus decisiones de consumo.

La decisión sobre la *cantidad* que debe consumir cada agente es una cuestión totalmente distinta. En un mercado competitivo, depende del valor de los recursos que tienen para vender los individuos. Desde el punto de vista de la teoría pura, no existe razón alguna por la que el Estado no pueda transferir poder adquisitivo —dotaciones— a los consumidores de la forma que estime oportuna.

De hecho, el Estado no necesita transferir las propias dotaciones físicas, sino sólo el poder adquisitivo de las mismas. El Estado puede gravar a cada consumidor en función del valor de su dotación y transferir este dinero a otro. Si los impuestos se basan en el valor de la *dotación* de bienes del consumidor, no hay pérdida de eficiencia. Sólo hay ineficiencia cuando dependen de las *decisiones* que toma éste, ya que en ese caso afectan a sus decisiones marginales.

Es cierto que un impuesto sobre las dotaciones altera generalmente la conducta de los contribuyentes. Pero, según el primer teorema del bienestar, los intercambios realizados partiendo de cualquier dotación inicial dan lugar a una asignación eficiente en el sentido de Pareto, por lo que cualquiera que sea la forma en que se redistribuyan las dotaciones, la asignación de equilibrio determinada por las fuerzas del mercado seguirá siendo eficiente en el sentido de Pareto.

Sin embargo, existen algunas dificultades prácticas. Sería fácil establecer una tasa fija sobre los consumidores. Podríamos gravar a todos los de ojos azules y redistribuir los ingresos recaudados entre los de ojos castaños. No habría ninguna pérdida de eficiencia en la medida en que no pudiera variarse el color de los ojos. También podríamos gravar a los consumidores que tuvieran mucha inteligencia y redistribuir los fondos entre los que tuvieran poca. En este caso, tampoco habría ninguna pérdida de eficiencia en la medida en que pudiera medirse la inteligencia.

Pero he aquí el problema. ¿Cómo medimos las dotaciones de bienes de los individuos? La mayor parte de la dotación de casi todas las personas está formada por su propia capacidad para trabajar. Consiste en el trabajo que *podrían* considerar vender y no en la cantidad que terminan vendiendo. Los impuestos sobre el trabajo que deciden vender en el mercado son **impuestos distorsionadores**. Si se grava la venta de trabajo, se distorsionará la decisión de oferta de trabajo de los consumidores: éstos probablemente ofrecerán menos que si no se gravara. Gravar el valor potencial del trabajo —es decir, la dotación de trabajo— no es distorsionador. El valor potencial del trabajo es, por definición, algo que no puede ser alterado por un impuesto. Así pues, gravar el valor de la dotación parece fácil hasta que nos damos cuenta de que requiere identificar y gravar algo que *podría* venderse y no algo que se vende.

Cabría *imaginar* un mecanismo para recaudar este tipo de impuesto. Supongamos que en una sociedad se obliga a cada consumidor a entregar semanalmente al Estado el dinero que gana por 10 horas de trabajo. Este tipo de impuesto sería independiente del tiempo que, de hecho, trabajara; no dependería de la cantidad de trabajo que vendiera realmente, sino sólo de la dotación de trabajo. En esencia, transferiría al Estado parte de la dotación de tiempo de trabajo de cada consumidor. El Estado podría utilizar estos fondos para suministrar diversos bienes o transferirlos simplemente a otros agentes.

Según el segundo teorema del bienestar, este tipo de tasa fija no crearía distorsiones. En esencia, mediante una redistribución por medio de tasas como ésa podría lograrse cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto.

Sin embargo, nadie defiende una reestructuración tan radical del sistema impositivo. La mayoría de las decisiones de los individuos en relación con su oferta de trabajo son relativamente poco sensibles a las variaciones del salario, por lo que, de todos modos, probablemente la pérdida de eficiencia que pudiera provocar un impuesto sobre el trabajo no sería muy grande. Sin embargo, el mensaje del segundo teorema del bienestar es importante. Deben utilizarse los precios para reflejar la escasez y las transferencias de cantidades fijas de riqueza para alcanzar los objetivos distributivos. Estas dos decisiones son en gran medida separables.

La preocupación de la gente por la distribución del bienestar podría justificar una manipulación de los precios. Se ha afirmado, por ejemplo, que deberían bajarse las tarifas telefónicas de los pensionistas y las tarifas eléctricas de los pequeños usuarios. Se trata esencialmente de intentos de redistribuir la renta a través del sistema de precios ofreciendo a unas personas precios más bajos que a otras.

Sin embargo, si nos detenemos a pensarlo, se trata de una forma sumamente ineficiente de redistribuir la renta. Si queremos redistribuirla, ¿por qué no simplemente redistribuirla? Si le damos a una persona un euro adicional, ésta podrá consumir una mayor cantidad de cualquiera de los bienes que desee y no forzosamente del bien subvencionado.

Resumen

1. El análisis de equilibrio general es el estudio de la forma en que puede ajustarse la economía para que la demanda sea igual a la oferta en todos los mercados al mismo tiempo.
2. La caja de Edgeworth es un instrumento gráfico para examinar ese equilibrio general con 2 consumidores y 2 bienes.
3. Una asignación eficiente en el sentido de Pareto es aquella en la que no existe ninguna reasignación viable de los bienes que mejore el bienestar de un consumidor sin empeorar el de ningún otro.
4. La ley de Walras afirma que el valor del exceso de demanda agregada es cero cualquiera que sea el precio.
5. Una asignación de equilibrio general es aquella en la que cada agente elige del conjunto de bienes que están a su alcance la combinación que prefiere.

6. En un sistema de equilibrio general sólo se determinan los precios relativos.
7. Si la demanda de cada bien varía continuamente cuando varían los precios, siempre habrá algún conjunto de precios al que la demanda sea igual a la oferta en todos los mercados; es decir, un equilibrio competitivo.
8. El primer teorema de la economía del bienestar establece que un equilibrio competitivo es eficiente en el sentido de Pareto.
9. El segundo teorema de la economía del bienestar establece que si las preferencias son convexas, pueden conseguirse asignaciones eficientes en el sentido de Pareto mediante el mecanismo del equilibrio competitivo.

Problemas

1. ¿Puede haber una asignación eficiente en el sentido de Pareto en la que alguna persona disfrute de un menor bienestar que en una asignación que no lo sea?
2. ¿Puede haber una asignación eficiente en el sentido de Pareto en la que todo el mundo disfrute de un menor bienestar que en una asignación que no lo sea?
3. "Si conocemos la curva de contrato, conocemos el resultado de cualquier intercambio". ¿Verdadero o falso?
4. ¿Es posible mejorar el bienestar de una persona si nos encontramos en una asignación eficiente en el sentido de Pareto?
5. Si el valor del exceso de demanda es cero en 8 de cada 10 mercados, ¿qué debe ocurrir en los dos restantes?

Apéndice

Examinemos las condiciones que describen las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto utilizando el cálculo diferencial. Por definición, una asignación eficiente en el sentido de Pareto mejora lo más posible el bienestar de cada agente, dada la utilidad del otro. Por lo tanto, supongamos, por ejemplo, que el nivel de utilidad del agente B es $\overline{u}$ y veamos cómo podemos mejorar lo más posible el bienestar del A.

El problema de maximización es

$$\max_{x_A^1,\, x_A^2,\, x_B^1,\, x_B^2} \quad u_A(x_A^1, x_A^2)$$

$$\text{sujeta a } u_B(x_B^1, x_B^2) = \overline{u}$$

$$x_A^1 + x_B^1 = w^1$$
$$x_A^2 + x_B^2 = w^2.$$

$w^1 = w^1_A + w^1_B$ es la cantidad total que existe del bien 1 y $w^2 = w^2_A + w^2_B$ es la cantidad total que existe del 2. Este problema de maximización nos pide que hallemos la asignación $(x^1_A, x^2_A, x^1_B, x^2_B)$ que aumenta lo más posible la utilidad de la persona A, dado el nivel fijo de utilidad de la B y dado que la cantidad total que se utiliza de cada bien es igual a la existente.

El lagrangiano de este problema puede expresarse de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} L = {} & u_A(x^1_A, x^2_A) - \lambda(u_B(x^1_B, x^2_B) - \overline{u}) \\ & - \mu_1(x^1_A + x^1_B - w^1) - \mu_2(x^2_A + x^2_B - w^2). \end{aligned}$$

λ es el multiplicador de Lagrange de la restricción de la utilidad y las μ son los multiplicadores de Lagrange de las restricciones de los recursos. Cuando derivamos con respecto a cada uno de los bienes, tenemos cuatro condiciones de primer orden que deben cumplirse en la solución óptima:

$$\frac{\partial L}{\partial x^1_A} = \frac{\partial u_A}{\partial x^1_A} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x^2_A} = \frac{\partial u_A}{\partial x^2_A} - \mu_2 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x^1_B} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x^1_B} - \mu_1 = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x^2_B} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x^2_B} - \mu_2 = 0.$$

Si dividimos la primera ecuación por la segunda y la tercera por la cuarta, tenemos que

$$RMS_A = \frac{\partial u_A / \partial x^1_A}{\partial u_A / \partial x^2_A} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad [31.5]$$

$$RMS_B = \frac{\partial u_B / \partial x^1_B}{\partial u_B / \partial x^2_B} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \qquad [31.6]$$

En el presente capítulo hemos dado la interpretación de estas condiciones: en una asignación eficiente en el sentido de Pareto, las relaciones marginales de sustitución entre los dos bienes deben ser iguales, ya que, de lo contrario, habría algún intercambio que mejoraría el bienestar de ambos consumidores.

Recordemos las condiciones que debe cumplir la elección óptima de los consumidores. Si el A está maximizando la utilidad sujeta a su restricción presupuestaria y el B está maximizando la utilidad sujeta a su restricción presupuestaria y ambos se enfrentan a los mismos precios de los bienes 1 y 2, debe cumplirse que

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{p_1}{p_2} \qquad [31.7]$$

$$\frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{p_1}{p_2}. \qquad [31.8]$$

Obsérvese la similitud con las condiciones de eficiencia. Los multiplicadores de Lagrange de las condiciones de eficiencia, μ_1 y μ_2, son exactamente iguales que los precios p_1 y p_2 de las condiciones de la elección del consumidor. De hecho, en este tipo de problema los multiplicadores de Lagrange se llaman algunas veces **precios sombra** o **precios de eficiencia.**

Todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto tienen que satisfacer condiciones como las de las ecuaciones [31.5] y [31.6]. Todos los equilibrios competitivos tienen que satisfacer condiciones como las de las ecuaciones [31.7] y [31.8]. Las condiciones que describen la eficiencia en el sentido de Pareto y las que describen la maximización individual en un contexto de mercado son virtualmente las mismas.

32. La producción

En el capítulo anterior describimos un modelo de equilibrio general de una economía de intercambio puro y analizamos cuestiones relacionadas con la asignación de los recursos suponiendo que había una cantidad fija de cada bien. En éste nos proponemos explicar cómo encaja la producción en el modelo de equilibrio general. Cuando es posible producir, las cantidades de los bienes no son fijas, sino que responden a los precios de mercado.

Si pensaron que el supuesto de dos consumidores y dos bienes era un modelo restrictivo para examinar el comercio, ¡qué les va a parecer ahora un modelo similar de producción! El conjunto mínimo de jugadores que podemos utilizar para que el análisis sea interesante es un consumidor, una empresa y dos bienes. Este modelo tiene tradicionalmente el nombre de **economía de Robinson Crusoe,** en honor al náufrago de Defoe.

32.1 La economía de Robinson Crusoe

En esta economía, Robinson Crusoe desempeña un doble papel: es a la vez un consumidor y un productor. Puede dedicarse a holgazanear en la playa, consumiendo así ocio, o a recoger cocos. Cuantos más cocos recoja, más podrá comer, pero menos tiempo tendrá para mejorar su bronceado.

La figura 32.1 representa sus preferencias por los cocos y por el ocio. Son exactamente iguales que las preferencias por el ocio y por el consumo descrita en el capítulo 9, con la salvedad de que en el eje de abscisas no se mide el ocio sino el trabajo. Hasta ahora no hemos añadido nada nuevo.

Representamos a continuación la **función de producción,** que muestra la relación entre lo que trabaja Robinson y la cantidad de cocos que recoge. Normalmente, tiene la forma que muestra la figura 32.1. Cuanto más trabaja, más cocos recoge; pero, debido a los rendimientos decrecientes del trabajo, el producto marginal de su trabajo disminuye: el número de cocos adicionales que recoge en una hora adicional de trabajo disminuye conforme aumenta el número de horas de trabajo.

¿Cuánto trabaja Robinson y cuánto consume? Para responder a esta pregunta, busquemos la curva de indiferencia más alta que toca al conjunto de producción. De esa manera tendremos la combinación de trabajo y consumo que puede obtener Robinson, dada la tecnología que está utilizando para recoger cocos.

En este punto, la pendiente de la curva de indiferencia debe ser igual a la pendiente de la función de producción por las razones habituales: si se cortaran, habría algún otro punto viable mejor. Eso significa que el producto marginal de una hora adicional de trabajo debe ser igual a la relación marginal de sustitución entre el ocio y los cocos. Si fuera mayor, a Robinson le convendría renunciar a una cierta cantidad de ocio para obtener los cocos adicionales. Si fuera menor, le compensaría trabajar menos.

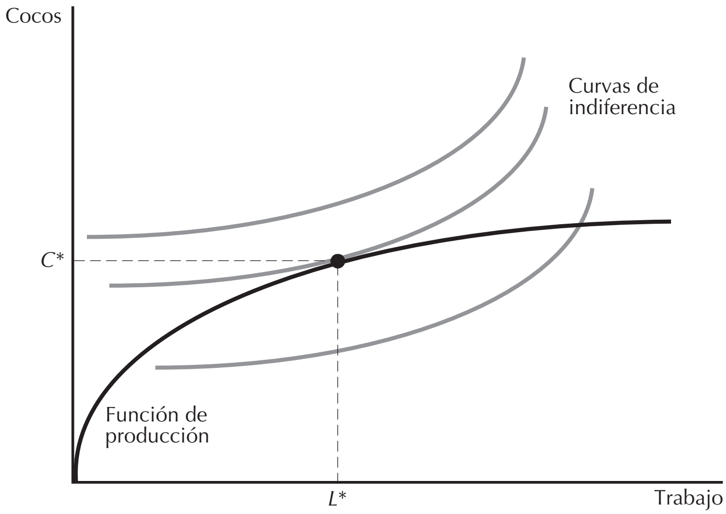


Figura 32.1. La economía de Robinson Crusoe. Las curvas de indiferencia representan las preferencias de Robinson por los cocos y el ocio. La función de producción muestra la relación tecnológica entre la cantidad que trabaja y la cantidad de cocos que produce.

32.2 Crusoe, S.A.

Hasta ahora esta historia representa solamente una pequeña ampliación de los modelos que ya habíamos visto. Pero añadamos ahora un nuevo rasgo. Supongamos que Robinson está cansado de ser simultáneamente un productor y un consumidor y decide alternar estos dos papeles. Un día se comporta totalmente como un productor y al siguiente se comporta totalmente como un consumidor. Para coordinar estas actividades, decide crear un mercado de trabajo y un mercado de cocos.

También funda una empresa, Crusoe, S.A., y se convierte en su único accionista. Esta empresa estudia los precios del trabajo y de los cocos y decide contratar una determinada cantidad de trabajo y producir una determinada cantidad de cocos, guiada por el principio de la maximización del beneficio. Robinson, en su papel de trabajador, percibe una renta procedente de su trabajo en la empresa; en su papel de accionista, recibe unos beneficios; y, en su papel de consumidor, decide comprar una determinada cantidad de producción de la empresa (todo esto puede parecer muy raro, pero en las islas desiertas no hay mucho más que hacer).

Para llevar la cuenta de sus transacciones, Robinson inventa una moneda llamada "euro" y decide, de una forma algo arbitraria, fijar el precio de los cocos en un euro la pieza. Por lo tanto, en esta economía los cocos son el bien numerario; como hemos visto en el capítulo 2, un bien numerario es aquel cuyo precio se fija en 1. Dado que el precio de los cocos es 1, sólo tenemos que hallar el salario. ¿Cuál debe ser su salario para que funcione este mercado?

Analizaremos este problema primero desde el punto de vista de Crusoe, S.A. y después desde el punto de vista de Robinson como consumidor. El análisis será un tanto esquizofrénico en algunas ocasiones, pero éste es el precio de considerar una economía con una sola persona. Analizaremos la economía después de que haya estado funcionando durante algún tiempo y todo esté en equilibrio. En condiciones de equilibrio, la demanda de cocos será igual a la oferta de cocos y la demanda de trabajo será igual a la oferta de trabajo. Tanto en Crusoe, S.A. como Robinson el consumidor tomarán decisiones óptimas, dadas las restricciones a las que se enfrentan.

32.3 La empresa

Todas las tardes, Crusoe, S.A. decide qué cantidad de trabajo va a contratar al día siguiente y cuántos cocos va a producir. Dado un precio de los cocos de 1 y un salario del trabajo de w, podemos resolver el problema de maximización del beneficio de la empresa en la figura 32.2. Primero analizamos todas las combinaciones de cocos y de trabajo que generan un nivel constante de beneficios, π, lo que significa que

$$\pi = C - wL.$$

Despejando C, tenemos que

$$C = \pi + wL.$$

Al igual que en el capítulo 19 esta fórmula describe las rectas isobeneficio, es decir, todas las combinaciones de trabajo y de cocos que generan unos beneficios iguales a π. Crusoe, S.A. elegirá un punto en el que se maximicen los beneficios.

Como siempre, ese punto se caracteriza por una condición de tangencia: la pendiente de la función de producción —el producto marginal del trabajo— debe ser igual a w, como muestra la figura 32.2.

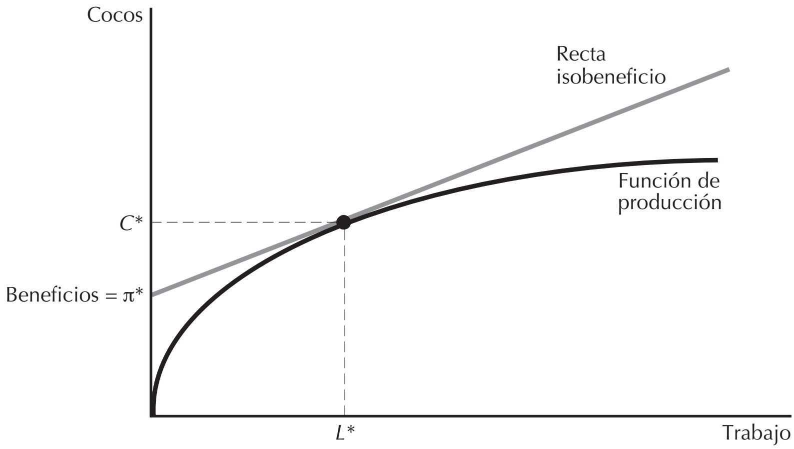


Figura 32.2. La maximización del beneficio. Crusoe, S.A. elige un plan de producción que maximiza los beneficios. En el punto óptimo, la función de producción debe ser tangente a una recta isobeneficio.

Por lo tanto, la ordenada en el origen de la recta isobeneficio mide el nivel máximo de beneficios expresado en unidades de cocos: si Robinson genera π^* euros de beneficio, con este dinero pueden comprarse π^* cocos, ya que hemos supuesto que su precio es 1. Esto es todo. Crusoe, S.A. ha cumplido. Dado el salario w, ha determinado la cantidad de trabajo que va a contratar, la cantidad de cocos que va a producir y los beneficios que obtendrá siguiendo este plan. Por lo tanto, declara unos dividendos de π^* euros y se los envía a su único accionista, Robinson.

32.4 El problema de Robinson

Al día siguiente, Robinson se levanta y recibe sus dividendos de π^* euros. Mientras desayuna cocos, reflexiona sobre el número de horas que le gustaría trabajar y la cantidad que le gustaría consumir. Tal vez decida consumir únicamente su dotación: gastar sus beneficios en π^* cocos y consumir su dotación de ocio. Pero como no le resulta agradable oír los ruidos de su estómago hambriento, piensa que quizá tenga sentido trabajar algunas horas. Se encamina, pues, con paso cansino a Crusoe, S.A. y comienza a recoger cocos, exactamente igual que hizo el día anterior.

La elección de trabajo y de ocio de Robinson puede describirse mediante el análisis convencional basado en las curvas de indiferencia. Representando el trabajo en el eje de abscisas y los cocos en el de ordenadas, podemos trazar una curva de indiferencia como la que muestra la figura 32.3.

Como partimos del supuesto de que el trabajo es un mal y los cocos un bien, la curva de indiferencia tiene una pendiente positiva.

Si suponemos que $\bar{L}$, representa la cantidad máxima de trabajo, la distancia que hay desde $\bar{L}$ hasta la oferta de trabajo elegido muestra la demanda de ocio por parte de Robinson. Este modelo es exactamente igual que el de la oferta de trabajo analizado en el capítulo 9, con la salvedad de que hemos invertido el origen en el eje de abscisas.

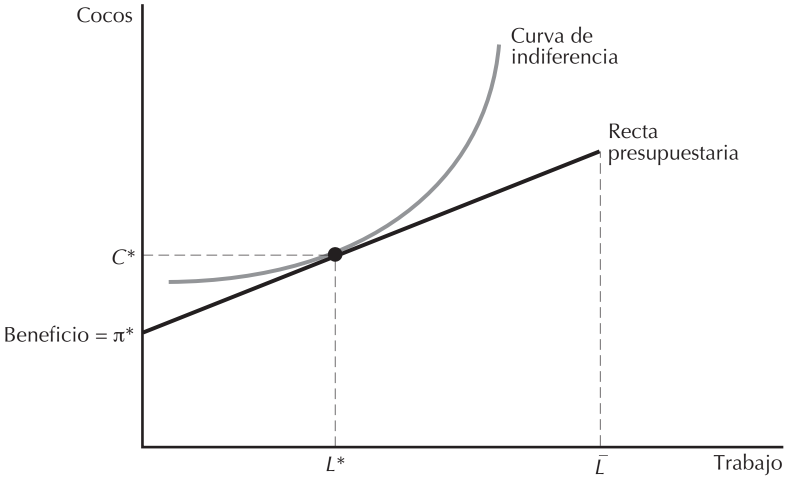


Figura 32.3. El problema de maximización de Robinson. Robinson, el consumidor, decide la cantidad que debe trabajar y consumir dados los precios y los salarios. El punto óptimo se encuentra donde la curva de indiferencia es tangente a la recta presupuestaria.

La figura 32.3 también presenta la recta presupuestaria de Robinson. Tiene una pendiente de w y pasa por su punto de dotación (0, π^*). (Robinson tiene una dotación de trabajo de 0 y una dotación de cocos de π^*, ya que ésa sería su cesta si no realizara ninguna transacción). Dado el salario, Robinson elige óptimamente la cantidad de trabajo que desea realizar y la cantidad de cocos que desea consumir. En su nivel óptimo de consumo, la relación marginal de sustitución entre el consumo y el ocio debe ser igual al salario, exactamente igual que en un problema normal de elección del consumidor.

32.5 Juntamos la empresa y el consumidor

Ahora colocamos la figura 32.2 sobre la 32.3 y obtenemos la 32.4. ¡Obsérvese lo que ha ocurrido! La extravagante conducta de Robinson ha sido correcta después de todo. Termina consumiendo exactamente en el punto que habría alcanzado de haber tomado todas las decisiones simultáneamente. La utilización del sistema de mercado da lugar al mismo resultado que la elección directa de los planes de consumo y de producción.

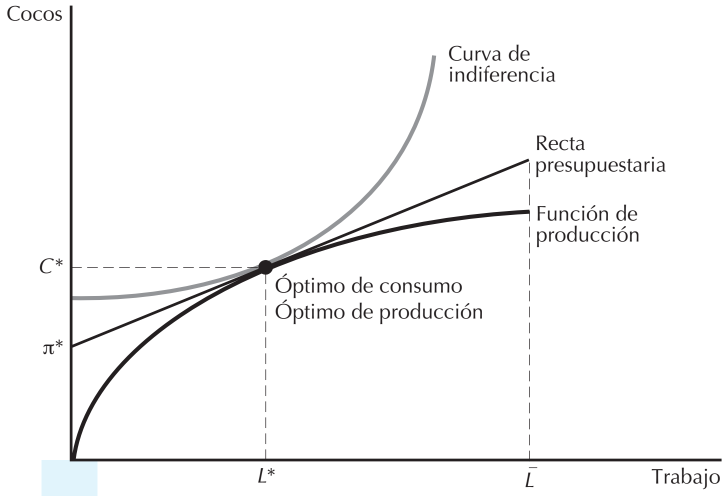


Figura 32.4. Equilibrio tanto en el consumo como en la producción. La cantidad de cocos que demanda el consumidor Robinson es igual a la que ofrece Crusoe, S.A.

Puesto que la relación marginal de sustitución entre el ocio y el consumo es igual al salario y el producto marginal del trabajo es igual al salario, tenemos la seguridad de que la relación marginal de sustitución entre el trabajo y el consumo es igual al producto marginal, es decir, de que las pendientes de la curva de indiferencia y del conjunto de producción son iguales.

Cuando en la economía sólo hay una persona, no tiene mucho sentido utilizar el mercado. ¿Por qué habría de molestarse Robinson en separar su decisión en dos partes? Sin embargo, cuando hay muchas personas, ya no parece tan raro separar las decisiones. Si hay muchas empresas, es sencillamente inviable preguntar a cada una qué cantidad desea producir de cada bien. En una economía de mercado, las empresas sólo tienen que fijarse en los precios de los bienes para tomar sus decisiones de producción, pues éstos muestran el valor que conceden los consumidores a las unidades *adicionales* de consumo. Y la decisión que deben tomar las empresas consiste, sobre todo, en preguntarse si deben aumentar o reducir su producción.

Los precios de mercado reflejan los valores marginales de los bienes que utilizan las empresas como factores y productos. Si éstas se basan en la variación de los beneficios para elegir el nivel de producción y los beneficios se expresan en precios de mercado, sus decisiones reflejarán los valores marginales que dan los consumidores a los bienes.

32.6 Diferentes tecnologías

En al análisis anterior partimos del supuesto de que en la tecnología de que disponía Robinson el trabajo tenía rendimientos decrecientes. Como el trabajo era el único factor de producción, este presupuesto equivalía a la existencia de rendimientos decrecientes de escala (eso no es cierto si hay más de un factor).

Es útil analizar otras posibilidades. Supongamos, por ejemplo, que la tecnología muestra rendimientos constantes de escala. Recuérdese que en ese caso duplicando todos los factores se obtiene el doble de producción. En la función de producción en la que sólo hay un factor, eso significa que ésta debe ser una línea recta que pase por el origen, como muestra la figura 32.5.

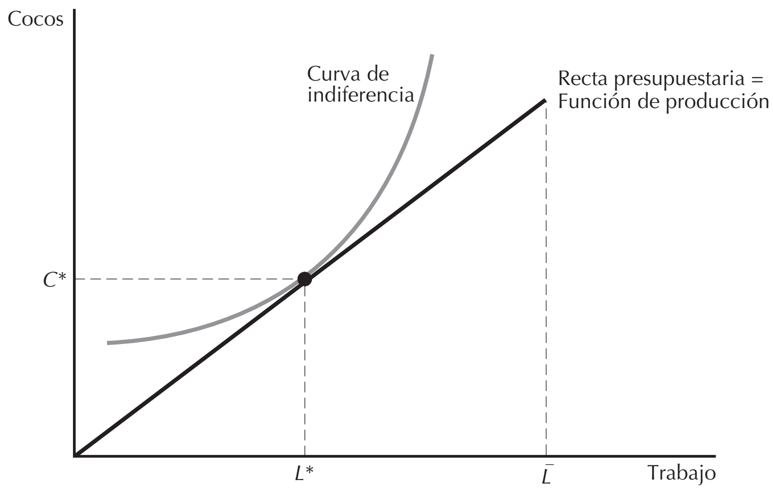


Figura 32.5. Rendimientos constantes de escala. Si la tecnología muestra rendimientos constantes de escala, Crusoe, S.A. obtiene unos beneficios nulos.

Dado que la tecnología tiene rendimientos constantes de escala, el argumento del capítulo 19 implica que la única posición razonable para una empresa competitiva es el punto de beneficio nulo, ya que si los beneficios fueran superiores a cero, valdría la pena aumentar indefinidamente la producción, y si fueran menores que cero, lo mejor sería no producir nada.

Por lo tanto, la dotación de Robinson está formada por unos beneficios nulos y $\bar{L}$, que es su dotación inicial de tiempo de trabajo. Su conjunto presupuestario coincide con el conjunto de producción, por lo que la historia es aproximadamente la misma que antes.

La situación es distinta cuando la tecnología tiene rendimientos crecientes de escala, como muestra la figura 32.6. En este sencillo ejemplo no es difícil señalar la decisión óptima de consumo y de ocio de Robinson. La curva de indiferencia es tangente, como siempre, al conjunto de producción. El problema surge cuando se trata de sostener que este punto maximiza el beneficio, pues si la empresa se enfrentara a los precios cuyo cociente es igual al valor absoluto de la relación marginal de sustitución de Robinson, desearía producir una cantidad superior a la que demandaría éste.

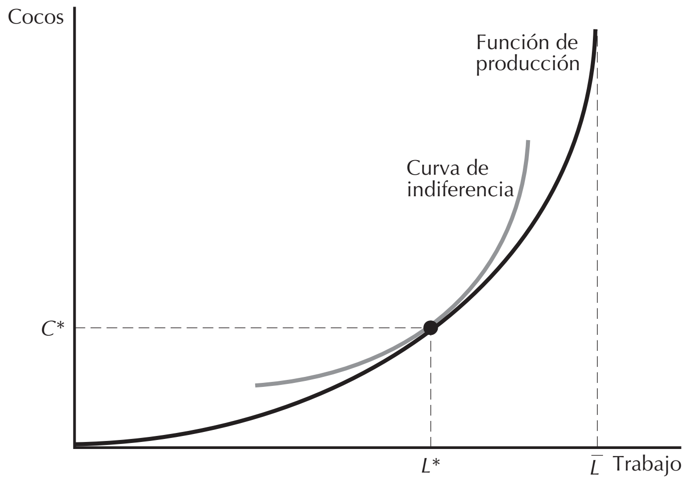


Figura 32.6. Rendimientos crecientes de escala. El conjunto de producción muestra rendimientos crecientes de escala y la asignación eficiente en el sentido de Pareto no puede lograrse mediante un mercado competitivo.

Si la empresa tiene rendimientos crecientes de escala en el punto de elección óptima, los costes medios de producción serán superiores a los costes marginales, lo que significa que obtendrá beneficios negativos. El objetivo de la maximización del beneficio le inducirá a querer elevar su producción, pero eso es incompatible con las demandas de su producción y las ofertas de factores de los consumidores. En el caso descrito, no existe *ningún* precio al que la demanda del consumidor que maximiza su utilidad sea igual a la oferta de la empresa que maximiza el beneficio.

Los rendimientos crecientes de escala constituyen un ejemplo de **no convexidad.** En este caso, el conjunto de producción —el conjunto de cocos y de trabajo que es viable para la economía— no es un conjunto convexo. Por lo tanto, la tangente común a la curva de indiferencia y a la función de producción en el punto (L^*, C^*) de la figura 32.6 no separa los puntos preferidos de los viables, como hace la 32.4.

Este tipo de no convexidad plantea graves dificultades para el funcionamiento de los mercados competitivos. En estos mercados, los consumidores y las empresas se fijan en un conjunto de cifras —los precios de mercado— para elegir su consumo y su producción. Si la tecnología y las preferencias son convexas, lo único que necesitan conocer los agentes económicos para tomar decisiones eficientes es la relación entre los precios y las relaciones marginales de sustitución en los puntos cercanos al nivel de producción actual de la economía: los precios les proporcionan toda la información que necesitan para elegir una asignación de los recursos que sea eficiente. Pero si la tecnología y/o las preferencias no son convexas, los precios no transmiten toda la información necesaria para elegir una asignación eficiente. También es preciso conocer las pendientes de la función de producción y de las curvas de indiferencia que se encuentran lejos de la posición actual.

Sin embargo estas observaciones sólo son válidas en el caso en el que los rendimientos crecientes a escala sean elevados en relación con las dimensiones del mercado. Las áreas pequeñas de rendimientos crecientes no plantean grandes dificultades a un mercado competitivo.

32.7 La producción y el primer teorema del bienestar

Recuérdese que en una economía de intercambio puro, el equilibrio competitivo es eficiente en el sentido de Pareto. Este hecho se conoce con el nombre de primer teorema de la economía del bienestar. ¿Ocurre lo mismo en una economía en la que haya producción? El método gráfico utilizado antes no es adecuado para responder a esta pregunta; pero sí lo es una generalización del procedimiento algebraico expuesto en el capítulo 31. La respuesta es afirmativa: si todas las empresas actúan como maximizadoras competitivas de los beneficios, el equilibrio competitivo será eficiente en el sentido de Pareto.

Esta conclusión tiene las salvedades habituales. En primer lugar, no tiene nada que ver con la distribución. La maximización del beneficio sólo garantiza la eficiencia, no la justicia. En segundo lugar, sólo tiene sentido cuando existe realmente un equilibrio competitivo. En concreto, quedan excluidas las grandes áreas de rendimientos crecientes de escala. En tercer lugar, el teorema supone implícitamente que las decisiones de una empresa cualquiera no afectan a las posibilidades de producción de las demás. Es decir, excluye la posibilidad de que haya **externalidades en la producción.** Del mismo modo, el teorema exige que las decisiones de producción de las empresas no afecten directamente a las posibilidades de consumo de los consumidores, es decir, que no haya **externalidades en el consumo.** Para una definición más precisa de las externalidades, véase el capítulo 34, en el que estudiamos con mayor detalle su influencia en las asignaciones eficientes.

32.8 La producción y el segundo teorema del bienestar

En una economía de intercambio puro, todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto constituyen un equilibrio competitivo posible, siempre y cuando los consumidores muestren preferencias convexas. En una economía en la que haya producción, ocurre lo mismo, pero en ese caso deben ser convexas no sólo las preferencias de los consumidores, sino también los conjuntos de producción de las empresas. Como hemos visto antes, este requisito excluye de hecho la posibilidad de que haya rendimientos crecientes de escala, ya que si las empresas tuvieran rendimientos crecientes de escala en el nivel de producción de equilibrio, desearían aumentar su producción a los precios competitivos.

Sin embargo, el segundo teorema del bienestar se cumple en los casos de rendimientos constantes de escala y decrecientes. Utilizando mercados competitivos puede alcanzarse cualquier asignación eficiente en el sentido de Pareto. Naturalmente, para alcanzar las diferentes asignaciones eficientes en el sentido de Pareto es necesario, por lo general, redistribuir las dotaciones entre los consumidores. En concreto, hay que redistribuir tanto la renta generada por las dotaciones de trabajo como las acciones de la empresa. Como indicamos en el capítulo anterior, este tipo de redistribución puede plantear grandes dificultades prácticas.

32.9 Las posibilidades de producción

Ya hemos visto cómo se toman las decisiones de producción y de consumo en una economía en la que sólo hay un factor y un producto. En este apartado nos proponemos mostrar cómo puede generalizarse este modelo a una economía que tenga varios factores y varios productos. Aunque sólo consideraremos el caso de dos bienes, el análisis también es válido cuando hay muchos.

Supongamos, pues, que Robinson puede producir otro bien, por ejemplo, pescado. Puede dedicarse a recoger cocos o a pescar. La figura 32.7 representa las distintas combinaciones de cocos y pescado que puede producir dedicando diferentes cantidades de tiempo a cada actividad. Estas combinaciones constituyen su **conjunto de posibilidades de producción.** Su frontera se denomina **frontera de posibilidades de producción.** Ésta debe contrastarse con la función de producción analizada anteriormente, que representa la relación entre el factor y el producto; las posibilidades de producción sólo representan el conjunto de *niveles de producción* que es viable. (En los tratados más avanzados, tanto los factores como los productos se incluyen en el conjunto de posibilidades de producción, pero este caso no puede analizarse fácilmente con gráficos bidimensionales.)

La forma del conjunto de posibilidades de producción depende del carácter de las tecnologías empleadas. Si las tecnologías que se utilizan para producir cocos y pescado tienen rendimientos constantes de escala, el conjunto de posibilidades de producción tendrá una forma especialmente sencilla. Dado que, por hipótesis, sólo hay un factor de producción —el trabajo de Robinson—, las funciones de producción del pescado y de los cocos serán sencillamente funciones *lineales* con respecto al trabajo.

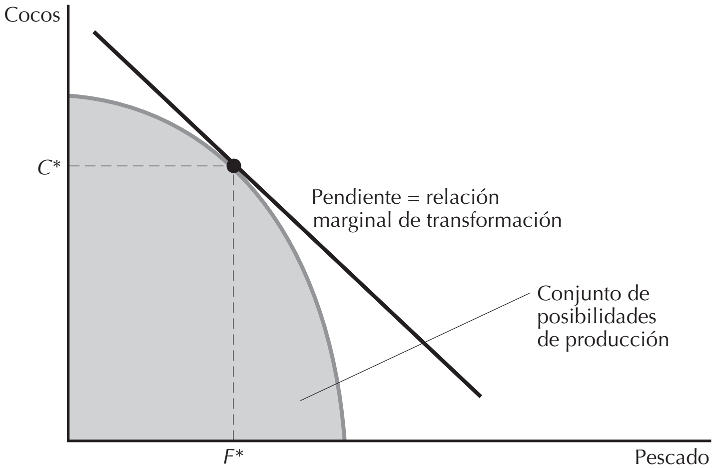


Figura 32.7. Un conjunto de posibilidades de producción. El conjunto de posibilidades de producción mide el conjunto de niveles de producción que son viables dadas la tecnología y las cantidades de factores.

Supongamos, por ejemplo, que Robinson puede producir 10 kilos de pescado por hora o 20 de cocos. En ese caso, si dedica L_c horas a la producción de cocos y L_p, a la de pescado, producirá $10L_p$ kilos de pescado y $20L_c$ de cocos. Supongamos que decide trabajar 10 horas al día. En ese caso, el conjunto de posibilidades de producción estará formado por todas las combinaciones de cocos, C, y de pescado, P, tales que

$$\begin{aligned} P &= 10L_p \\ C &= 20L_c \\ L_c + L_p &= 10. \end{aligned}$$

Las dos primeras ecuaciones recogen las técnicas de producción y la tercera, la restricción de los recursos. Para hallar la frontera de posibilidades de producción, despejamos L_p y L_c en las dos primeras ecuaciones:

$$L_p = \frac{P}{10}$$
$$L_c = \frac{C}{20}.$$

Ahora, sumando estas dos ecuaciones y basándose en el hecho de que $L_p + L_c = 10$, tenemos que

$$\frac{P}{10} + \frac{C}{20} = 10.$$

Esta ecuación, representada en la figura 32.8A, muestra todas las combinaciones de pescado y cocos que puede producir Robinson si trabaja 10 horas al día.

La pendiente de este conjunto de posibilidades de producción mide la **relación marginal de transformación,** es decir, la cantidad que puede obtener Robinson de cada bien si decide sacrificar algo del otro. Si renuncia al trabajo necesario para producir 1 kilo de pescado, podrá obtener 2 kilos más de cocos. Veamos por qué. Si dedica una hora menos a la producción de pescado, obtendrá 10 kilos menos de este bien. Pero si dedica ese tiempo a la producción de cocos, obtendrá 20 kilos más de este bien. La relación es de 2 a 1.

32.10 La ventaja comparativa

La construcción del conjunto de posibilidades que acabamos de describir es bastante sencilla ya que sólo existe una forma de producir pescado y una de producir cocos. Pero, ¿qué ocurriría si existiera más de una? Supongamos que introducimos en nuestra economía isleña otro trabajador, que tiene una destreza distinta en la producción de pescado y en la de cocos.

Concretamente, llamemos Viernes a este nuevo trabajador y supongamos que puede producir 20 kilos de pescado o 10 de cocos en una hora. Por lo tanto, si trabaja 10 horas, su conjunto de posibilidades de producción viene determinado por

$$P = 20L_p$$
$$C = 10L_c$$
$$L_c + L_p = 10.$$

Realizando los mismo cálculos que en el caso de Robinson, el conjunto de posibilidades de producción es

$$\frac{P}{20} + \frac{C}{10} = 10.$$

Éstas se representan en la figura 32.8B. Obsérvese que la relación marginal de transformación de Viernes entre los cocos y el pescado de $\Delta C/\Delta P = -1/2$, mientras que la de Robinson es – 2. Viernes puede obtener 2 kilos de pescado por cada kilo de cocos al que renuncie y Robinson puede obtener dos kilos de cocos por cada kilo de pescado al que renuncie. En estas circunstancias, decimos que Viernes tiene una **ventaja comparativa** en la producción de pescado y Robinson en la de cocos. La figura 32.8 representa tres conjuntos de posibilidades de producción: la parte A muestra el de Robinson; la B, el de Viernes; y la C el conjunto combinado de posibilidades de producción, es decir, la cantidad total de ambos bienes que podrían producir las dos personas.

El conjunto combinado de posibilidades de producción recoge el esfuerzo de los dos trabajadores. Si ambos se dedican enteramente a producir cocos, obtendremos 300: 100 de Viernes y 200 de Robinson. Si queremos obtener más pescado, tiene sentido trasladar la persona más productiva en la producción de pescado —Viernes— a esta actividad. Por cada kilo de cocos que Viernes no produce obtenemos 2 kilos de pescado; por lo tanto, la pendiente del conjunto combinado de posibilidades de producción es –1/2, que es exactamente la relación marginal de transformación de Viernes.

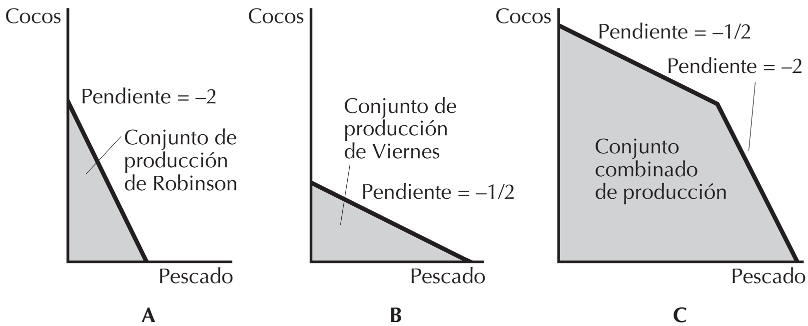


Figura 32.8. Posibilidades combinadas de producción. La figura muestra los conjuntos de posibilidades de producción de Robinson y Viernes y el conjunto combinado de posibilidades de producción.

Cuando viernes produce 200 kilos de pescado, está totalmente ocupado. Por lo tanto, si queremos una cantidad aún mayor de pescado, tenemos que recurrir a Robinson. A partir de este punto del conjunto combinado de posibilidades de producción tendremos una pendiente de –2, ya que actuamos a lo largo del conjunto de posibilidades de producción de Robinson. Finalmente, si queremos producir la mayor cantidad posible de pescado, tanto Robinson como Viernes deberán dedicarse exclusivamente a la producción de pescado y, en su caso, obtendremos 300 kilos de pescado: 200 de Viernes y 100 de Robinson.

Dado que los trabajadores tienen una ventaja comparativa en bienes diferentes, el conjunto combinado de posibilidades de producción tendrá un "vértice", como muestra la figura 32.8. En este ejemplo sólo hay un vértice, ya que sólo hay dos formas de producir: la de Robinson y la de Viernes. Si hubiera más, el conjunto de posibilidades de producción tendría la estructura "redondeada" más frecuente que muestra la figura 32.7.

32.11 La eficiencia en el sentido de Pareto

En los últimos apartados hemos visto cómo se construye el conjunto de posibilidades de producción, que describe las cestas de consumo viables para la economía en su conjunto. A continuación analizaremos las formas eficientes en el sentido de Pareto de elegir entre las cestas de consumo viables.

Denominaremos a las cestas agregadas de consumo (X^1, X^2), lo que quiere decir que pueden consumirse X^1 unidades del bien 1 y X^2 del bien 2. En la economía de Robinson y Viernes, los dos bienes son cocos y pescado, pero utilizaremos la notación (X^1, X^2) para subrayar las similitudes de este análisis con el del capítulo 31. Una vez que conocemos la cantidad total de cada bien, podemos trazar una caja de Edgeworth como la que muestra la figura 32.9.

Dado (X^1, X^2), el conjunto de combinaciones de consumo eficientes en el sentido de Pareto será del mismo tipo que el examinado en el capítulo anterior: los niveles de consumo eficientes en el sentido de Pareto se encontrarán a lo largo del conjunto de Pareto, que, como muestra la figura 32.9, es la línea de tangencias mutuas de las curvas de indiferencia. Éstas son las asignaciones en las que las relaciones marginales de sustitución de ambos consumidores —la relación a la que están dispuestos a comerciar— son iguales.

Estas asignaciones son eficientes en el sentido de Pareto en lo que se refiere a las decisiones de consumo. Si los individuos se limitan a intercambiar un bien por otro, el conjunto de Pareto describe el conjunto de cestas que absorbe todas las ganancias derivadas del comercio. Pero en una economía en la que haya producción, existe otra forma de "intercambiar" un producto por otro, a saber, aumentar la producción de uno y reducir la del otro.

El conjunto de Pareto describe el conjunto de cestas eficientes en el sentido de Pareto, *dadas* las cantidades existentes del bien 1 y del 2 pero, en una economía en la que haya producción, esas cantidades son parte del conjunto de posibilidades de producción. ¿Qué elecciones de ese conjunto serán eficientes en el sentido de Pareto?

Pensemos en la lógica que subyace a la condición de la relación marginal de sustitución. Hemos afirmado que, en una asignación eficiente en el sentido de Pareto, la RMS del consumidor A tiene que ser igual a la del B: la relación a la que el consumidor A estaría dispuesto a intercambiar un bien por el otro debe ser igual a la relación a la que el B estaría dispuesto a intercambiarlo. Si esto no fuera así, habría algún intercambio que mejoraría el bienestar de ambos consumidores.

Recuérdese que la relación marginal de transformación (RMT) mide la tasa a la que un bien puede "transformarse" en el otro. Naturalmente, en realidad no se *transforma* literalmente un bien en otro, sino que se altera el uso de los factores de producción para reducir la producción de uno y aumentar la del otro.

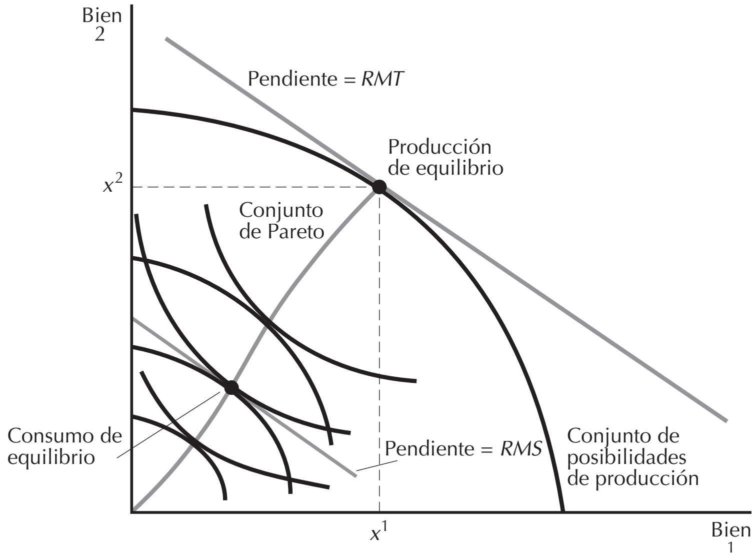


Figura 32.9. La producción y la caja de Edgeworth. En cada uno de los puntos de la frontera de posibilidades de producción podemos representar una caja de Edgeworth para mostrar las asignaciones de consumo posibles.

Supongamos que la economía se encontrara en una posición en la que la relación marginal de sustitución de uno de los consumidores no fuera igual a la relación marginal de transformación entre los dos bienes. En ese caso, esta posición no podría ser eficiente en el sentido de Pareto. ¿Por qué? Porque en ese punto la relación a la que el consumidor estaría dispuesto a intercambiar el bien 1 por el 2 sería diferente de la relación a la que podría transformarse el bien 1 en el 2: sería posible aumentar el bienestar del consumidor modificando la producción.

Supongamos, por ejemplo, que la RMS del consumidor es 1; está dispuesto a sustituir una unidad del bien 2 por una del 1. Supongamos que la RMT es 2, lo que significa que renunciando a una unidad del bien 1 la sociedad puede producir 2 unidades del bien 2. En ese caso, es evidente que tiene sentido reducir la producción del bien 1 en una unidad, ya que de esa forma se obtienen dos unidades adicionales del bien 2. Dado que el consumidor es indiferente entre renunciar a una unidad del bien 1 y obtener una del otro a cambio, ahora disfruta indudablemente de un mayor bienestar al obtener *dos* unidades adicionales del bien 2.

Este argumento es válido siempre que uno de los consumidores tiene una RMS diferente de la RMT: siempre es posible reordenar el consumo y la producción de tal manera que aumente el bienestar del consumidor. Ya hemos visto que la eficiencia en el sentido de Pareto exige que los consumidores tengan la misma RMS, y el argumento anterior implica que la RMS de cada uno debe ser, de hecho, igual a la RMT.

La figura 32.9 muestra una asignación eficiente en el sentido de Pareto. Las RMS de los consumidores son iguales, ya que sus curvas de indiferencia son tangentes en la caja de Edgeworth. Y la RMS de cada uno es igual a la RMT, que es la pendiente del conjunto de posibilidades de producción.

32.12 Náufragos, S.A.

En el apartado anterior explicamos las condiciones necesarias para que una asignación sea eficiente en el sentido de Pareto: la RMS de cada consumidor debe ser igual a la RMT. Cualquier mecanismo de asignación de los recursos que sea eficiente en el sentido de Pareto debe satisfacer esta condición. En este capítulo hemos afirmado que una economía competitiva en la que el objetivo de las empresas sea maximizar el beneficio, y el de los consumidores maximizar la utilidad, la asignación de los recursos será eficiente en el sentido de Pareto. En este apartado analizaremos los detalles.

Ahora nuestra economía está formada por dos personas, Robinson y Viernes. Hay cuatro bienes: dos factores de producción (el trabajo de Robinson y el de Viernes) y dos productos (cocos y pescado). Supongamos que Robinson y Viernes son accionistas de la empresa, que ahora llamaremos Náufragos, S.A. Naturalmente, también son los únicos empleados y los únicos clientes, pero, como siempre, analizaremos cada uno de los papeles por separado y no dejaremos que los participantes contemplen el panorama más general. Después de todo, el objetivo del análisis es comprender cómo funciona un sistema *descentralizado* de asignación de los recursos, es decir, un sistema en el que cada una de las personas sólo tiene que tomar sus propias decisiones, sin tener en cuenta el funcionamiento del conjunto de la economía.

Comencemos primero por Náufragos, S.A., y examinemos el problema de maximización de los beneficios. Esta empresa produce dos bienes, cocos (C) y pescado

(P), y utiliza dos tipos de trabajo, el de Robinson (L_c) y el de Viernes (L_v). Dado el precio de los cocos (p_c), el del pescado (p_p) y los salarios de Robinson y de Viernes

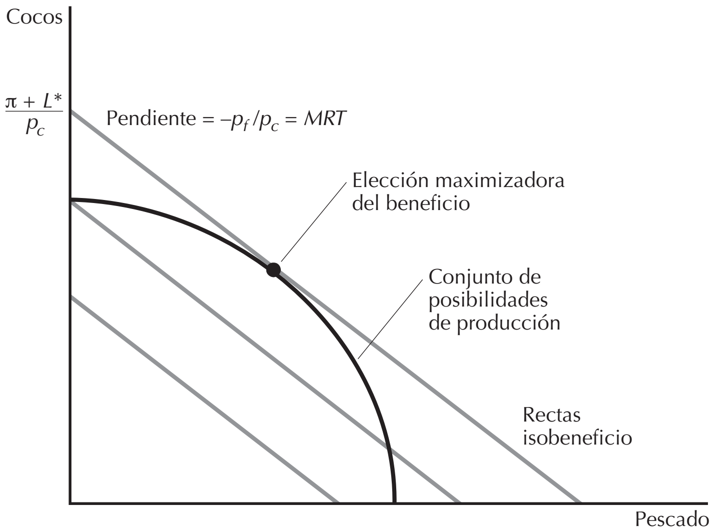


Figura 32.10. Maximización del beneficio. En el punto que genera unos beneficios máximos, la relación marginal de transformación debe ser igual a la pendiente de la recta isobeneficio, $-p_p/p_c$.

(w_c y w_v), el problema de la maximización del beneficio está sujeto a las restricciones tecnológicas descritas por el conjunto de posibilidades de producción

$$\max_{C,\, P,\, L_c,\, L_v} p_c C + p_p P - w_c L_c - w_v L_v.$$

Supongamos que la empresa considera óptimo en el punto de equilibrio contratar L_v^* unidades de trabajo de Viernes y L_c^* unidades de trabajo de Robinson. Nuestro propósito es ver cómo la maximización del beneficio determina las decisiones de producción. Sea $L^* = w_c L_c^* + w_v L_v^*$ los costes laborales de producción y los beneficios de la empresa:

$$\pi = p_c C + p_p P - L^* .$$

Reordenando esta ecuación, tenemos que

$$C = \frac{\pi + L^*}{p_c} - \frac{p_p P}{p_c} .$$

Esta ecuación describe las **rectas isobeneficio** de la empresa, representadas en la figura 32.10, que tienen una pendiente de $-p_p/p_c$ y una ordenada en el origen de $(\pi + L^*)/p_c$. Dado que L^* es fijo por hipótesis, cuanto mayores sean los beneficios, más altas serán las ordenadas en el origen de las rectas isobeneficio correspondientes.

Si la empresa desea maximizar los beneficios, elegirá un punto del conjunto de posibilidades de producción tal que la recta isobeneficio que pase por ese punto tenga la mayor ordenada en el origen posible. A estas alturas ya debería estar claro que eso significa que la recta isobeneficio debe ser tangente al conjunto de posibilidades de producción; es decir, que la pendiente del conjunto de posibilidades de producción (la RMT) debe ser igual a la pendiente de la recta isobeneficio, $-p_p/p_c$:

$$\text{RMT} = -\frac{p_p}{p_c}.$$

Hemos explicado este problema de maximización del beneficio basándonos en el caso de una empresa, pero también puede utilizarse un número arbitrario de empresas: todas las que elijan la forma más rentable de producir cocos y pescado se encontrarán en el punto en el que la relación marginal de transformación entre los dos bienes que produzcan sea igual a la relación de precios entre esos dos bienes. Este hecho se cumple incluso aunque las empresas tengan conjuntos de posibilidades de producción diferentes, siempre y cuando se enfrenten a los mismos precios.

Eso significa que en condiciones de equilibrio los precios de los dos bienes miden la relación marginal de transformación, es decir, el coste de oportunidad de uno de los bienes en función del otro. Si queremos consumir más cocos, tenemos que renunciar a una cierta cantidad de pescado. ¿A cuánta? Basta analizar la relación de precios entre el pescado y los cocos: el cociente de estas variables económicas nos dice cuál debe ser la relación de intercambio entre ambos bienes desde el punto de vista de la producción.

32.13 Robinson y Viernes como consumidores

Hemos visto cómo elige Náufragos, S.A. el plan de producción que maximiza sus beneficios. Debe contratar trabajo y puede obtener algunos beneficios. Cuando contrata trabajo, paga unos salarios; cuando obtiene beneficios, paga dividendos a sus accionistas. De cualquiera de las dos maneras, el dinero que obtiene la empresa revierte en Robinson y en Viernes, bien en forma de salarios, bien en forma de beneficios.

Dado que la empresa entrega todos sus ingresos a sus trabajadores y a sus accionistas, esto significa que ésos necesariamente deben tener suficiente renta para comprar la producción de la empresa. Esto no es sino una variación de la ley de Walras analizada en el capítulo 31: la gente obtiene su renta vendiendo sus dotaciones, por lo que siempre debe haber suficiente renta para poder comprarlas. En este caso, los individuos obtienen su renta vendiendo sus dotaciones y recibiendo los beneficios de la empresa. Pero dado que ni se añade ni se quita dinero del sistema, se tiene siempre el dinero suficiente para comprar lo que se produce.

¿Qué hacen los consumidores con el dinero procedente de la empresa? Como siempre, compran bienes de consumo. Cada persona elige la mejor cesta de bienes que está a su alcance de los precios p_p y p_c Como hemos visto antes, la cesta óptima de consumo de cada individuo debe satisfacer la condición de la igualdad de la relación marginal de sustitución entre los dos bienes y la relación de precios. Pero esta relación de precios también es igual a la relación marginal de transformación debido a la maximización del beneficio de la empresa. Por lo tanto, se satisfacen las condiciones necesarias para que haya eficiencia en el sentido de Pareto: la RMS de cada consumidor es igual a la RMT.

En esta economía, los precios de los bienes son un indicador de la escasez relativa. Indican la escasez desde el punto de vista de la actividad productiva, es decir, la cantidad en que debe reducirse la producción de un bien para producir una mayor cantidad del otro; e indican la escasez de consumo, es decir, la cantidad en que los individuos están dispuestos a reducir su consumo de un bien para adquirir algo del otro.

32.14 La asignación descentralizada de los recursos

La economía de Robinson y Viernes es extraordinariamente sencilla. Para analizar un modelo más amplio, es necesario utilizar unas matemáticas mucho más complejas. Aun así, incluso este sencillo modelo aporta algunas útiles ideas.

La más importante es la relación entre el objetivo *privado* de los individuos de maximizar la utilidad y el objetivo *social* de utilizar eficientemente los recursos. En determinadas circunstancias, la búsqueda del objetivo privado da lugar a una asignación que es en conjunto eficiente en el sentido de Pareto. Por otra parte, puede obtenerse cualquier asignación de los recursos eficiente en el sentido de Pareto como resultado de un mercado competitivo si las dotaciones iniciales —incluida la propiedad de las empresas— se redistribuyen convenientemente.

La gran virtud de los mercados competitivos reside en que cada uno de los individuos y de las empresas tiene que preocuparse exclusivamente de su propio problema de maximización. La única información que deben transmitirse las empresas y los consumidores son los precios de los bienes. Con estos indicadores de la escasez relativa, existe suficiente información para tomar decisiones que den lugar a una asignación eficiente de los recursos. En este sentido, pueden descentralizarse los problemas sociales que plantea la utilización eficiente de los recursos y resolverse en el plano individual.

Cada individuo puede resolver su propio problema de consumo. Las empresas se enfrentan a los precios de los bienes que consumen los individuos y deciden la cantidad que deben producir de cada uno. Para tomar esta decisión se guían por las señales procedentes del montante de los beneficios. En el contexto presente, guiarse por los beneficios conduce a un resultado eficiente. Decir que un plan de producción es rentable es decir que se está dispuesto a pagar más por un bien de lo que cuesta producirlo, por lo que es natural aumentar su producción. Si todas las empresas adoptan una política competitiva de maximizar el beneficio y todos los consumidores eligen cestas de consumo que maximicen su utilidad, el equilibrio competitivo resultante debe ser una asignación eficiente en el sentido de Pareto.

Resumen

1. El modelo de equilibrio general puede ampliarse permitiendo que las empresas competitivas y maximizadoras del beneficio produzcan bienes destinados al intercambio.
2. En determinadas condiciones, existe un conjunto de precios de todos los factores y productos tal que las decisiones maximizadoras del beneficio de las empresas, unidas a la conducta maximizadora de la utilidad de los individuos, igualan la demanda de cada bien con su oferta en todos los mercados. Es decir, existe un equilibrio competitivo.
3. En determinadas condiciones, el equilibrio competitivo resultante es eficiente en el sentido de Pareto: el primer teorema del bienestar se cumple también en una economía en la que hay producción.
4. Cuando los conjuntos de producción son convexos, el segundo teorema del bienestar también se cumple en el caso de que haya producción.
5. Cuando los dos bienes se producen de la manera más eficiente posible, la relación marginal de transformación entre ellos indica el número de unidades de uno de los bienes a las que tiene que renunciar la economía para obtener unidades adicionales del otro.
6. La eficiencia en el sentido de Pareto exige que la relación marginal de sustitución de cada individuo sea igual a la relación marginal de transformación.
7. La virtud de los mercados competitivos reside en que permiten asignar eficientemente los recursos, descentralizando las decisiones de producción y de consumo.

Problemas

1. El precio competitivo de los cocos es de 60 euros el kilo y el del pescado de 30. Si la sociedad renunciara a 1 kilo de cocos, ¿cuántos kilos adicionales de pescado podría producir?
2. ¿Qué ocurriría si la empresa representada en la figura 32.2 decidiera pagar un salario más alto?

3. ¿En qué sentido es un equilibrio competitivo bueno o malo para una economía dada?
4. Si la relación marginal de sustitución de Robinson entre los cocos y el pescado es de – 2 y la relación marginal de transformación entre los dos bienes es de – 1, ¿qué debería hacer si quisiera aumentar su utilidad?
5. Supongamos que Robinson y Viernes quieren cada uno 60 kilos de pescado y 60 de cocos al día. Dadas las técnicas de producción consideradas en este capítulo, ¿cuántas horas deben trabajar diariamente si no se ayudan? Supongamos que deciden trabajar juntos de la manera más eficiente posible. En ese caso, ¿cuántas horas diarias tendrán que trabajar? ¿Cuál es la explicación económica de la reducción del número de horas?

Apéndice

Derivemos las condiciones de la eficiencia en el sentido de Pareto en una economía en la que hay producción, utilizando el cálculo diferencial. Supongamos, como en este capítulo, que X^1 y X^2 representan la cantidad total del bien 1 y del 2 producida y consumida.

$$X^1 = x_A^1 + x_B^1$$
$$X^2 = x_A^2 + x_B^2 .$$

Lo primero que necesitamos es un instrumento práctico para describir la frontera de posibilidades de producción: todas las combinaciones de X^1 y X^2 que son viables desde el punto de vista tecnológico. El instrumento más útil para nuestro propósito es la **función de transformación,** que es una función de las cantidades agregadas de los dos bienes $T(X^1, X^2)$ tal que la combinación (X^1, X^2) se encuentra en la frontera de posibilidades de producción (la frontera del conjunto de posibilidades de producción) si y sólo si

$$T(X^1, X^2) = 0.$$

Una vez descrita la tecnología, podemos calcular la relación marginal de transformación, que es la relación a la que tenemos que sacrificar el bien 2 para producir una mayor cantidad del 1. Aunque este término puede inducir a pensar que un bien se "transforma" en otro, esto no es así. Lo que ocurre realmente es que parte de los recursos que se utilizaban para producir el bien 2 se destina a la producción del 1. Por lo tanto, dedicando menos recursos al bien 2 y más al 1, nos desplazamos de un punto de la frontera de posibilidades de producción a otro. La relación marginal de transformación es la pendiente del conjunto de posibilidades de producción, representado por dX^2/dX^1.

Consideremos una pequeña variación de la producción (dX^1, dX^2) que continúa siendo viable. En ese caso, tenemos que

$$\frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} dX^1 + \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} dX^2 = 0.$$

Despejando la relación marginal de transformación:

$$\frac{dX^2}{dX^1} = -\frac{dT/\partial X^1}{dT/\partial X^2}.$$

En seguida utilizaremos esta fórmula.

Una asignación eficiente en el sentido de Pareto es aquella que maximiza la utilidad de cualquier persona, dado el nivel de utilidad de las demás. En el caso en que hay dos personas, este problema de maximización puede expresarse de la forma siguiente:

$$\max_{x_A^1, x_A^2, x_B^1, x_B^2} \quad u_A(x_A^1, x_A^2)$$

$$\begin{aligned} \text{sujeta a} \quad & u_B(x_B^1, x_B^2) = \bar{u} \\ & T(X^1, X^2) = 0. \end{aligned}$$

El lagrangiano de este problema es

$$L = u_A(x_A^1, x_A^2) - \lambda(u_B(x_B^1, x_B^2) - \bar{u})$$

$$- \mu(T(X_1, X_2) - 0)\,,$$

y las condiciones de primer orden son

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^1} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial u_A}{\partial x_A^2} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^1} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = -\lambda \frac{\partial u_B}{\partial x_B^2} - \mu \frac{\partial T}{\partial X^2} = 0.$$

Reordenando y dividiendo la primera ecuación por la segunda, tenemos que

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}.$$

Realizando la misma operación con la tercera ecuación y la cuarta, tenemos que

$$\frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}.$$

Los primeros miembros de ambas ecuaciones ya nos son conocidos: las relaciones marginales de sustitución de ambos consumidores tomadas en valor absoluto. El segundo miembro de ambas ecuaciones es la relación marginal de transformación tomada también en valor absoluto. Por lo tanto, las ecuaciones exigen que la relación marginal de sustitución de cada persona entre los bienes sea igual a la relación marginal de transformación: la relación a la que cada persona está dispuesta a sustituir un bien por el otro debe ser igual que la relación a la que es tecnológicamente viable transformar un bien en otro.

Las causas intuitivas de esta conclusión son sencillas. Supongamos que la RMS de una persona no fuera igual a la RMT. En este caso, la relación a la que ésta estaría dispuesta a sacrificar un bien para obtener una mayor cantidad del otro sería diferente de la tasa a la que sería tecnológicamente viable; pero eso significa que existiría la posibilidad de aumentar la utilidad de esta persona sin afectar el consumo de ninguna otra.

33. El bienestar

Hasta ahora hemos evaluado las asignaciones económicas centrando la atención en el criterio de la eficiencia en el sentido de Pareto. Pero existen otras consideraciones importantes. Debe recordarse que la eficiencia en el sentido de Pareto no es relevante sobre la distribución del bienestar entre los individuos; dar todo a una persona es, por lo general, eficiente en el sentido de Pareto, y, sin embargo, al resto de la gente puede no parecerle una asignación razonable. En este capítulo analizaremos algunas de las técnicas que pueden utilizarse para formalizar las ideas relacionadas con la distribución del bienestar.

La eficiencia en el sentido de Pareto es en sí misma un objetivo deseable, pues, si es posible mejorar el bienestar de un grupo de personas sin empeorar el de otras, ¿por qué no hacerlo? Pero normalmente hay muchas asignaciones eficientes en el sentido de Pareto; ¿cómo puede la sociedad elegir una?

En este capítulo centraremos principalmente la atención en el concepto de **función de bienestar**, que sirve para "sumar" las utilidades de los diferentes consumidores. Antes de indagar en sus implicaciones, conviene preguntarse cómo se "suman" las preferencias de cada consumidor para construir algún tipo de "preferencias sociales".

33.1 Agregación de las preferencias

Volvamos a nuestro análisis anterior de las preferencias del consumidor. Como siempre, supondremos que estas preferencias son transitivas. Inicialmente supusimos que estas preferencias estaban definidas en relación con su propia cesta de bienes, pero ahora queremos ampliar ese concepto, considerando que las preferencias de cada consumidor están definidas en relación con la totalidad de las combinaciones de bienes de los consumidores. Naturalmente, esto incluye la posibilidad de que a un consumidor no le interese lo que tienen los demás, como supusimos inicialmente.

Sea $\mathbf{x}$ una determinada asignación, es decir, una descripción de la cantidad que obtiene cada individuo de cada bien. En ese caso, dadas dos asignaciones, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$, cada individuo i puede decir si prefiere o no $\mathbf{x}$ a $\mathbf{y}$.

Dadas las preferencias de todos los agentes, nos gustaría tener un instrumento para "agregarlas" y hallar la **preferencia social**. Es decir, si sabemos cómo ordenan todos los individuos las diferentes asignaciones, nos gustaría ser capaces de utilizar esta información para ordenarlas socialmente. Ésta es la forma más general del problema de toma de decisiones sociales. Veamos algunos ejemplos.

Para agregar las preferencias de todos los individuos puede utilizarse algún tipo de votación. Podemos acordar que **x** se "prefiere socialmente" a **y** si lo prefiere la mayoría de los individuos. Sin embargo, este método plantea un problema: puede no generar una ordenación transitiva de las preferencias sociales. Consideremos, por ejemplo, el caso que muestra el cuadro 33.1.

Persona A	Persona B	Persona C
x	**y**	**z**
y	**z**	**x**
z	**x**	**y**

Cuadro 33.1. Preferencias que conducen a una votación intransitiva.

Este cuadro contiene las ordenaciones de tres opciones, **x, y** y **z**, realizadas por tres personas. Obsérvese que una mayoría prefiere **x** a **y**, una mayoría prefiere **y** a **z** y una mayoría prefiere **z** a **x**. Por lo tanto, la agregación de las preferencias de los individuos mediante la votación por mayoría no funciona, ya que, en general, las preferencias sociales a que da lugar este sistema son aberrantes, pues no son transitivas. Dado que no lo son, no puede decirse que ninguna de las tres opciones (**x, y, z**) sea la "mejor". El resultado que elija la sociedad dependerá del orden en que se realice la votación.

Para ver por qué, supongamos que las tres personas del cuadro 33.1 deciden votar primero entre **x** e **y** y, después, entre la opción que gane y **z**. Dado que la mayoría prefiere **x** a **y**, en la segunda ronda se votará entre **x** y **z**, lo que significa que el resultado será **z.**

Pero, ¿qué ocurrirá si deciden votar mejor entre **z** y **x** y a continuación entre la opción ganadora e **y**? En este caso, ganará **z** en la primera votación, pero **y** derrotará a esta opción en la segunda. El resultado final dependerá fundamentalmente del orden en que se presenten las opciones a los votantes.

Otro tipo de mecanismos que podría utilizarse es la votación mediante ordenaciones. En este caso, cada una de las personas ordena los bienes de acuerdo con sus preferencias y asigna un número que indica el puesto que ocupan en su ordenación; por ejemplo, 1 a la mejor opción, 2 a la segunda mejor, etc. A continuación se suman las puntuaciones que ha obtenido cada opción para hallar la puntuación agregada de cada una y se dice que un resultado se prefiere socialmente a otro si tiene una puntuación más baja.

El cuadro 33.2 muestra cómo ordenan dos personas sus preferencias por las tres opciones **x**, **y** y **z**. Supongamos primero que sólo hubiera dos: la **x** y la **y**. En ese caso, la persona A daría a **x** una puntuación de 1 y la B le daría una puntuación de 2. La opción **y** recibiría exactamente la puntuación inversa. Por lo tanto, el resultado de la votación sería un empate en el que ambas opciones obtendrán una puntuación de 3.

Persona A	Persona B
x	**y**
y	**z**
z	**x**

Cuadro 33.2. La elección entre **x** e **y** depende de **z**.

Pero supongamos ahora que introducimos la opción **z** en la votación. La persona, A daría a **x** una puntuación de 1, y a **y** una puntuación de 2 y a **z** una puntuación de 3. La B daría a **y** una puntuación de 1, a **z** una puntuación de 2 y a **x** una puntuación de 3. Eso significa que ahora **x** tendría una puntuación total de 4 e **y** tendría una puntuación total de 3. En este caso, se preferiría **y** a **x.**

Tanto la votación por mayoría como la votación mediante ordenaciones plantean un problema: sus resultados pueden ser manipulados por agentes astutos; la primera puede manipularse alterando el orden en que se realizan las votaciones para conseguir el resultado deseado, y la segunda introduciendo nuevas opciones que alteren la ordenación final de las relevantes.

Es natural preguntarse si existe algún mecanismo para tomar decisiones sociales —métodos para agregar las preferencias— que sea inmune a este tipo de manipulación. ¿Existe algún método para "sumar" las preferencias que no tenga las propiedades negativas descritas antes?

Enumeremos algunas de las condiciones que nos gustaría que cumpliera nuestro sistema de decisión social:

1. Dado un conjunto cualquiera de preferencias individuales completas, reflexivas y transitivas, el sistema de decisión social debe dar lugar a unas preferencias sociales que cumplan las mismas propiedades.
2. Si todo el mundo prefiere la opción **x** a la **y**, las preferencias sociales deben colocar la **x** por delante de la **y.**
3. Las preferencias entre **x** e **y** sólo dependen de la forma en que los individuos ordenan estas opciones y no de la forma en que ordenan otras.

Los tres requisitos parecen plausibles. Sin embargo, puede resultar bastante difícil hallar un mecanismo que los satisfaga. De hecho, Kenneth Arrow ha demostrado el notable resultado siguiente:[1]

Teorema de imposibilidad de Arrow. *Si un mecanismo de decisión social satisface las propiedades 1, 2 y 3, debe ser una dictadura: todas las ordenaciones sociales son las ordenaciones de un individuo.*

El teorema de la imposibilidad de Arrow es bastante sorprendente. Muestra que las tres características mencionadas de un mecanismo de decisión social, que son plausibles y deseables, son, sin embargo, incompatibles con la democracia: no existe ningún sistema "perfecto" para tomar decisiones sociales. No existe ningún mecanismo perfecto para "sumar" las preferencias de los individuos y hallar la preferencia social. Si queremos encontrar uno, tenemos que renunciar a una de las propiedades de los mecanismos de decisión social descritos en el teorema de Arrow.

33.2 Las funciones sociales de bienestar

Si tuviéramos que renunciar a cualquiera de las características deseables de una función social de bienestar descritas antes, probablemente renunciaríamos a la 3, a saber, que las preferencias sociales entre dos opciones sólo dependen de su ordenación. Si hiciéramos eso, algunos tipos de votación mediante ordenación de las opciones podrían satisfacer las otras dos propiedades.

Dadas las preferencias del individuo i sobre las asignaciones, podemos construir una función de utilidad, $u_i(\mathbf{x})$, que resuma sus juicios de valor: la persona i prefiere $\mathbf{x}$ a $\mathbf{y}$ si y sólo si $u_i(\mathbf{x}) > u_i(\mathbf{y})$. Naturalmente, esta función es exactamente igual que todas las funciones de utilidad: puede transformarse monótonamente y conservar la ordenación de las preferencias subyacentes. No existe una *única* representación de las preferencias individuales mediante una función de utilidad.

Pero elijamos una y mantengámosla. En ese caso, una posible forma de conocer las preferencias sociales a partir de las preferencias de los individuos consiste en sumar sus utilidades y utilizar el número resultante como una especie de utilidad social. Es decir, la asignación $\mathbf{x}$ se prefiere socialmente a la $\mathbf{y}$ si

$$\sum_{i=1}^{n} u_i(\mathbf{x}) > \sum_{i=1}^{n} u_i(\mathbf{y}),$$

[1] Véase Kenneth Arrow, *Social Choice and Individual Values*, Nueva York, Wiley, 1963. Arrow, profesor de la Stanford University, fue galardonado con el Premio Nobel de Economía por los trabajos realizados en esta área.

donde n es el número de individuos que hay en la sociedad.

Este método funciona, pero, naturalmente, es totalmente arbitrario, ya que nuestra elección de la representación de la utilidad es totalmente arbitraria. La elección de la suma también lo es. ¿Por qué no utilizar una suma ponderada de las utilidades? ¿Por qué no utilizar el producto de las utilidades o la suma de sus cuadrados?

Podríamos poner a la "función agregada" la razonable restricción de que fuera creciente con respecto a la utilidad de cada individuo. De esa manera tendríamos la garantía de que si todo el mundo prefiriera **x** a **y,** las preferencias sociales situarían a **x** por delante de **y.**

Este tipo de función agregada llamada **función social de bienestar,** es una función de las funciones de utilidad de los individuos: $W(u_1(\mathbf{x}), \ldots, u_n(\mathbf{x}))$. Es un instrumento para ordenar asignaciones diferentes que depende solamente de las preferencias de los individuos y que es una función creciente con respecto a la utilidad de cada uno.

Veamos algunos ejemplos. Un caso especial mencionado antes es la *suma* de las funciones de utilidad de los individuos:

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} u_i.$$

Esta función se llama a veces función de bienestar **utilitarista clásica** o **benthamita.**[2] Una generalización de esta función es la función de bienestar de la **suma ponderada de las utilidades:**

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \sum_{i=1}^{n} a_i u_i.$$

En esta función se supone que los pesos, $a_1, \ldots, a_n$, son números que indican la importancia que tiene la utilidad de cada agente para el bienestar social global. Es natural considerar que todas las a_i son cantidades positivas.

Otra interesante función de bienestar es la **minimax** o **rawlsiana:**

$$W(u_1, \ldots, u_n) = \min\{u_1, \ldots, u_n\}.$$

[2] Jeromy Bentham (1748-1832), fundador de la escuela utilitarista de la filosofía moral, consideraba que el mejor bien consistía en conseguir la mayor felicidad para el mayor número de personas.

Esta función de bienestar nos dice que el bienestar social de una asignación depende solamente del bienestar del agente que se encuentre en peor situación, de la persona que tenga la utilidad menor.[3]

Cada una de estas funciones es un instrumento posible para comparar las funciones de utilidad de los individuos. Cada una representa juicios éticos diferentes sobre la comparación del bienestar de diferentes personas. La única restricción que imponemos por ahora a la estructura de la función de bienestar es que sea creciente con respecto a la utilidad de cada consumidor.

33.3 Maximización del bienestar

Una vez que tenemos una función de bienestar, podemos analizar el problema de la maximización del bienestar. Supongamos que x_i^j es la cantidad que tiene el individuo i del bien j y que hay n consumidores y k bienes. En ese caso, la asignación $\mathbf{x}$ consiste en una lista de la cantidad que tiene cada uno de los agentes de los diferentes bienes.

Si tenemos una cantidad total $X^1, \ldots, X^k$ de los bienes $1, \ldots, k$ para distribuir entre los consumidores, podemos plantear el siguiente problema de maximización del bienestar:

$$\max W(u_1(\mathbf{x}), \ldots, u_n(\mathbf{x}))$$

$$\text{sujeta a} \sum_{i=1}^{n} x_i^1 = X^1$$

$$\vdots$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^k = X^k.$$

Por lo tanto, nuestro propósito es hallar la asignación viable que maximice el bienestar social. ¿Qué propiedades tiene una asignación de ese tipo?

Debemos señalar, en primer lugar, que una asignación maximizadora del bienestar debe ser eficiente en el sentido de Pareto. Es fácil la demostración: supongamos que no lo fuera. En ese caso, habría alguna otra asignación viable que proporcionaría a todo el mundo al menos la misma utilidad y a una persona una utilidad estrictamente mayor. Pero la función de bienestar es una función creciente con respecto a la utilidad de cada agente. Por lo tanto, esta nueva asignación tendría que generar un bienestar mayor, lo que contradice el supuesto de que partíamos de un bienestar máximo.

[3] John Rawls, profesor de la Harvard University, es un filósofo moral contemporáneo que defiende este principio de la justicia.

Analicemos esta situación en la figura 33.1, en la que el conjunto U es el conjunto de utilidades posibles de dos individuos, que se denomina **conjunto de posibilidades de utilidad.** Su frontera —la **frontera de posibilidades de utilidad**— es el conjunto de niveles de utilidad de ambos individuos correspondientes a las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. Si una asignación se encuentra en la frontera del conjunto de posibilidades de utilidad, no existe ninguna otra asignación viable que reporte una mayor utilidad a ambos agentes.

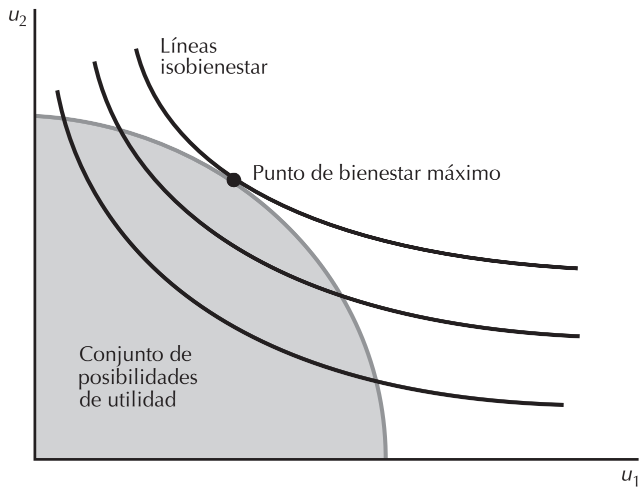


Figura 33.1. Maximización del bienestar. Una asignación que maximiza una función de bienestar debe ser eficiente en el sentido de Pareto.

Las "curvas de indiferencia" de este gráfico se llaman líneas **isobienestar,** ya que describen las distribuciones de la utilidad que generan el mismo bienestar. Como siempre el punto óptimo se caracteriza por una condición de tangencia. Pero, para nuestros fines, lo sobresaliente de este punto de bienestar máximo reside en que es eficiente en el sentido de Pareto: debe encontrarse en la frontera del conjunto de posibilidades de utilidad.

En segundo lugar, este gráfico muestra que *cualquier* asignación eficiente en el sentido de Pareto debe corresponder al punto máximo de alguna función de bienestar. La figura 33.2 muestra un ejemplo.

En esta figura hemos elegido una asignación eficiente en el sentido de Pareto y hemos hallado un conjunto de líneas isobienestar cuyo punto de bienestar máximo es precisamente esa asignación. De hecho, podemos decir algo más. Si el conjunto de distribuciones posibles de la utilidad es convexo, como muestra la figura, todos los puntos de su frontera maximizan la utilidad de una función de bienestar que sea una suma ponderada de las utilidades, como la que muestra la figura 33.2. Por lo tanto, la función de bienestar sirve para elegir las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto: toda asignación que maximice el bienestar es una asignación eficiente en el sentido de Pareto y toda asignación eficiente en el sentido de Pareto es una asignación que maximiza el bienestar.

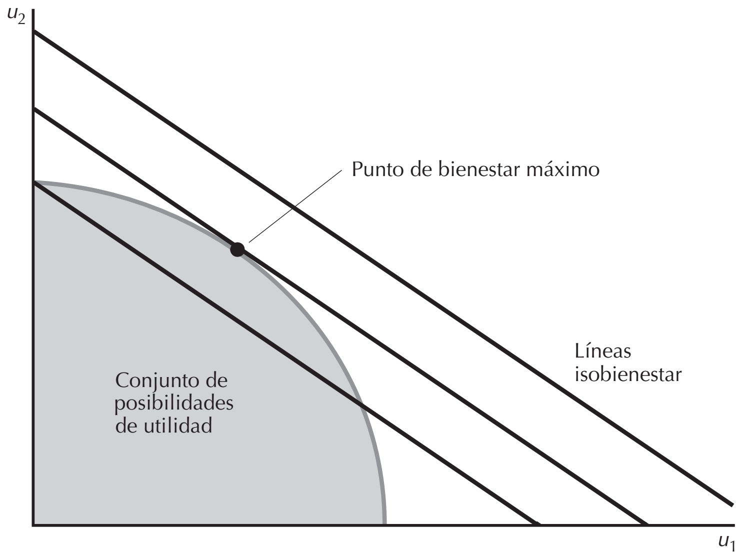


Figura 33.2. Maximización de la función de bienestar basada en la suma ponderada de las utilidades. Si el conjunto de posibilidades de utilidad es convexo, todos los puntos eficientes en el sentido de Pareto constituyen un máximo de una función de bienestar en la suma ponderada de las utilidades.

33.4 Las funciones sociales de bienestar individualistas

Hasta ahora hemos supuesto que las preferencias de los individuos se definían sobre el conjunto de las asignaciones y no sobre las cestas de bienes de cada uno de ellos. Pero, como hemos señalado antes, es posible que a los individuos sólo les interesen sus propias cestas. En ese caso, podemos utilizar la notación x_i para representar la cesta de consumo del individuo i y suponer que $u_i(x_i)$ es su nivel de utilidad empleando una representación fija de la utilidad. La función social de bienestar tendrá entonces la forma siguiente:

$$W = W(u_1(x_1), \dots, u_n(x_n)).$$

La función de bienestar es directamente una función de las funciones de utilidad de los individuos, pero es indirectamente una función de las cestas de consumo de estos últimos. Este tipo especial de función de bienestar se llama **función de bienestar individualista** o de **Bergson-Samuelson.**[4]

Si la utilidad de cada agente sólo depende de su propio consumo, éste no genera externalidades. Por lo tanto, los resultados son los resultados normales del capítulo 31, por lo que se da una estrecha relación entre las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto y el equilibrio del mercado: todos los equilibrios competitivos son eficientes en el sentido de Pareto y, bajo los supuestos apropiados de convexidad, todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto son equilibrios competitivos.

Ahora podemos llevar algo más lejos esta categorización. Dada la relación existente entre la eficiencia en el sentido de Pareto y la maximización del bienestar descrita antes, podemos llegar a la conclusión de que todos los puntos de bienestar máximo son equilibrios competitivos y todos los equilibrios competitivos corresponden a puntos de bienestar máximos de alguna función de bienestar.

33.5 Las asignaciones justas

La función de bienestar es un instrumento muy general para describir el bienestar social. Pero debido, precisamente, a que es tan general, puede utilizarse para resumir las propiedades de muchos tipos de juicios morales. En cambio, no es de mucha utilidad para averiguar qué tipos de juicios éticos pueden ser razonables.

Otro enfoque consiste en partir de algunos juicios morales concretos y examinar sus implicaciones en relación con la cuestión de la distribución económica. Éste es el enfoque que se adopta en el estudio de las **asignaciones justas.** Partiremos de una forma de dividir una cesta de bienes que podría considerarse justa y después utilizaremos nuestros conocimientos sobre el análisis económico para investigar sus implicaciones.

Supongamos que nos dieran unos bienes y nos encargaran que los dividiéramos equitativamente entre n personas que tuvieran los mismos méritos. ¿Qué haríamos? Probablemente la mayoría de nosotros repartiría por igual los bienes entre los n agentes. Dado que por hipótesis todos tienen los mismos méritos, ¿qué otra cosa podríamos hacer?

[4] Abram Bergson y Paul Samuelson son economistas contemporáneos que estudiaron las propiedades de este tipo de función del bienestar a principios de los años cuarenta. Samuelson ha sido galardonado con el Premio Nobel por sus numerosas aportaciones.

¿Qué tiene de atractiva la idea de la división igualitaria? Que es *simétrica*. Cada agente tiene las mismas cestas de bienes; ninguno prefiere la cesta de otro a la suya, ya que todos tienen exactamente la misma.

Desgraciadamente, una división igualitaria no tiene por qué ser necesariamente eficiente en el sentido de Pareto. Si los agentes tienen gustos distintos, generalmente desearán realizar algún intercambio que entrañe un alejamiento de esa división igualitaria. Supongamos que intercambien algo y que, de esa manera, nos trasladamos a una asignación eficiente en el sentido de Pareto.

Cabe preguntarse si esta asignación sigue siendo justa en el algún sentido. ¿Se mantiene la simetría del punto de partida una vez realizado el intercambio? No necesariamente.

Consideremos el siguiente ejemplo: tenemos tres personas, A, B y C. A y B tienen los mismos gustos y C tiene gustos distintos. Partimos de una división igualitaria y suponemos que A y C se reúnen y comercian. En ese caso, normalmente aumenta el bienestar de ambos. Ahora B, que no ha tenido la posibilidad de comerciar con C, sentirá **envidia** de A, es decir, preferirá la cesta de A a la suya. Incluso aunque A y B comenzaran teniendo la misma asignación. A ha sido más afortunada en su intercambio, lo que ha destruido la simetría de la asignación original.

Eso significa que el comercio arbitrario que se realiza partiendo de un reparto igualitario no conserva necesariamente la simetría de partida propia de la división igualitaria. Cabría muy bien preguntarse si existe alguna asignación que conserve esta simetría. ¿Es posible conseguir una asignación que sea al mismo tiempo eficiente en el sentido de Pareto y equitativa?

33.6 La envidia y la equidad

Tratemos ahora de formalizar algunas de estas ideas. ¿Qué entendemos por "simétrico" o por "equitativo"? Veamos un conjunto posible de definiciones.

Decimos que una asignación es **equitativa** si ningún agente prefiere la cesta de otro a la suya propia. Si el agente i prefiere la cesta de bienes del j, decimos que i **envidia** a j. Finalmente, si una asignación es equitativa y eficiente en el sentido de Pareto, decimos que es una asignación **justa.**

La idea de la simetría mencionada antes puede formalizarse de varias maneras. Una asignación basada en una división igualitaria tiene la propiedad de que ningún agente envidia a ningún otro; pero hay muchas otras asignaciones que tienen esta propiedad.

Obsérvese la figura 33.3. Para saber si una asignación es equitativa o no, basta fijarse en la que surge si los dos agentes trocan sus cestas. Si la asignación resultante del trueque se encuentra "por debajo" de la curva de indiferencia de cada agente que pasa por la asignación original, esta última es una asignación equitativa (aquí "por debajo" significa por debajo desde el punto de vista de cada uno de los agentes; desde nuestro punto de vista, la asignación resultante del trueque debe encontrarse entre las dos curvas de indiferencia).

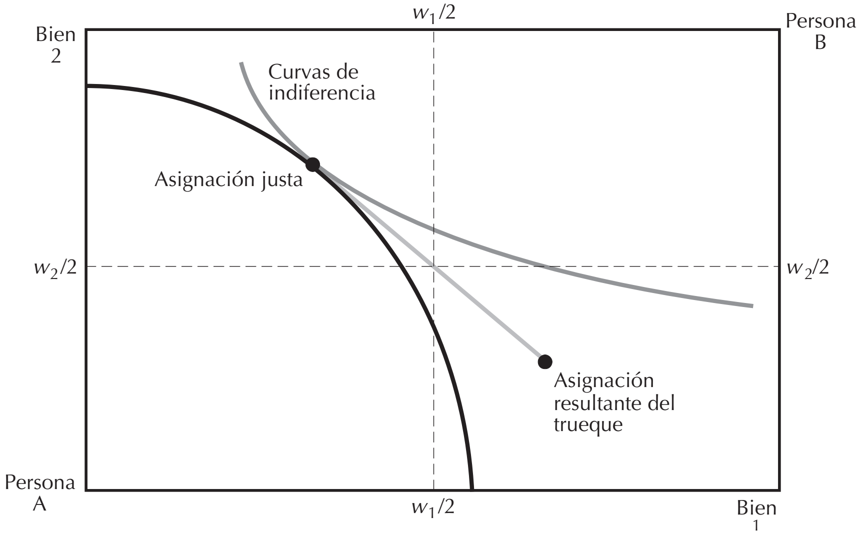


Figura 33.3. Asignaciones justas. La figura muestra una asignación justa en una caja de Edgeworth. Cada persona prefiere la asignación justa a la resultante del trueque.

Obsérvese además que la asignación de la figura 33.3 también es eficiente en el sentido de Pareto. Por lo tanto, no sólo es equitativa, en el sentido en que hemos definido este término, sino también eficiente. De acuerdo con nuestra definición, es una asignación justa. ¿Es este tipo de asignación una casualidad o existen normalmente asignaciones justas?

Generalmente *existen* asignaciones justas, y hay una sencilla forma de verlo. Partamos del ejemplo del apartado anterior, en el que tenemos una asignación basada en un reparto igualitario y consideremos la posibilidad de comerciar para trasladarnos a una asignación eficiente en el sentido de Pareto. En lugar de recurrir a cualquier forma antigua de comercio, utilicemos el mecanismo especial del mercado competitivo.

De esa manera nos trasladaremos a una nueva asignación en la que cada agente elige la mejor cesta de bienes que está a su alcance a los precios de equilibrio (p_1, p_2) y, como vimos en el capítulo 31, una asignación de ese tipo debe ser eficiente en el sentido de Pareto.

Pero, ¿es también equitativa? Supongamos que no. Supongamos que uno de los consumidores, por ejemplo el A, envidia al B. Eso significa que A prefiere la cesta que tiene B a la suya. En símbolos:

$$(x_A^1, x_A^2) \prec_A (x_B^1, x_B^2).$$

Pero si A prefiere la cesta de B a la suya propia y ésta es la mejor cesta que A tiene a su alcance a los precios (p_1, p_2), eso significa que la cesta de B debe costar más de lo que puede pagar A. En símbolos:

$$p_1 w_A^1 + p_2 w_A^2 < p_1 x_B^1 + p_2 x_B^2 .$$

Pero ¡eso es una contradicción! En efecto, por hipótesis, A y B comenzaron teniendo exactamente la misma cesta, ya que el punto de partida era un reparto igualitario. Si A no puede comprar la cesta de B, B tampoco puede comprarla.

Podemos concluir, pues, que es imposible que A envidie a B en estas circunstancias. Un equilibrio competitivo basado en una división igualitaria debe ser una asignación justa. Por lo tanto, el mecanismo del mercado conserva determinados tipos de equidad: si la asignación inicial se divide igualitariamente, la asignación final debe ser justa.

Resumen

1. El teorema de la imposibilidad de Arrow demuestra que no existe un mecanismo ideal para agregar las preferencias de los individuos y hallar las preferencias sociales.
2. No obstante, los economistas suelen utilizar distintos tipos de funciones de bienestar para representar juicios distributivos de las asignaciones.
3. Si la función de bienestar es creciente con respecto a la utilidad de cada individuo, una asignación maximizadora del bienestar es eficiente en el sentido de Pareto. Por otra parte, puede considerarse que todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto maximizan alguna función de bienestar.
4. El concepto de asignaciones justas también permite hacer juicios de valor distributivos. Pone el énfasis en la idea del tratamiento simétrico.
5. Incluso cuando la asignación inicial es simétrica, intercambiar de forma arbitraria no da lugar necesariamente a una asignación justa. Sin embargo, el mecanismo del mercado sí da lugar a una asignación justa.

Problemas

1. Supongamos que decimos que la asignación **x** se prefiere socialmente a la **y** sólo si *todo el mundo* prefiere la **x** a la **y** (esta ordenación se llama a veces ordenación de

Pareto, ya que está estrechamente relacionada con el concepto de eficiencia en el sentido de Pareto). ¿Qué defecto tiene este criterio como regla para tomar decisiones sociales?

2. Una función de bienestar rawlsiana sólo cuenta el bienestar del agente que se encuentra en peor situación. La función de bienestar contraria a la rawlsiana podría llamarse "nietzscheana": afirma que el valor de una asignación sólo depende del bienestar del agente *mejor situado*. ¿Qué forma matemática tendría?
3. Supongamos que el conjunto de posibilidades de utilidad es convexo y que a los consumidores sólo les interesa su propio consumo. ¿Qué tipo de asignaciones representan puntos de bienestar máximo de la función de bienestar nietzscheana?
4. Supongamos que una asignación es eficiente en el sentido de Pareto y que a cada individuo sólo le interesa su propio consumo. Demostremos que debe haber alguno que no envidie a nadie, en el sentido descrito en este capítulo (este problema requiere una cierta reflexión, pero merece la pena dedicarle tiempo).
5. La posibilidad de fijar el orden de las votaciones puede ser a menudo una poderosa arma. Suponiendo que las preferencias sociales se deciden mediante sucesivas votaciones por mayoría entre pares de opciones y que se cumplen las preferencias del cuadro 33.1, demuestre este hecho estableciendo un orden de votación en el que gane la asignación **y.** Hallemos luego un orden en el que gane la **z.** ¿Qué propiedad de las preferencias sociales es responsable de la importancia del orden de las votaciones?

Apéndice

Analicemos el problema de maximización del bienestar utilizando una función de bienestar individualista. Formulémoslo mediante la función de transformación expuesta en el capítulo 32 para describir la frontera de posibilidades de producción:

$$\max_{x_A^1,\, x_A^2,\, x_B^1,\, x_B^2} W(u_A(x_A^1, x_A^2), u_B(x_B^1, x_B^2))$$

$$\text{sujeta a } T(X^1, X^2) = 0,$$

donde X^1 y X^2 representan la cantidad total del bien 1 y del 2 producida y consumida.

El lagrangiano de este problema es

$$L = W(u_A(x_A^1, x_A^2), u_B(x_B^1, x_B^2)) - \lambda(T(X^1, X^2) - 0).$$

Derivando con respecto a cada una de las variables de decisión, obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^1} = \frac{\partial W}{\partial u_A} \frac{\partial u_A(x_A^1, x_A^2)}{\partial x_A^1} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_A^2} = \frac{\partial W}{\partial u_A} \frac{\partial u_A(x_A^1, x_A^2)}{\partial x_A^2} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^1} = \frac{\partial W}{\partial u_B} \frac{\partial u_B(x_B^1, x_B^2)}{\partial x_B^1} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_B^2} = \frac{\partial W}{\partial u_B} \frac{\partial u_B(x_B^1, x_B^2)}{\partial x_B^2} - \lambda \frac{\partial T(X^1, X^2)}{\partial X^2} = 0.$$

Reordenando y dividiendo la primera ecuación por la segunda y la tercera por la cuarta, tenemos que

$$\frac{\partial u_A / \partial x_A^1}{\partial u_A / \partial x_A^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}$$

$$\frac{\partial u_B / \partial x_B^1}{\partial u_B / \partial x_B^2} = \frac{\partial T / \partial X^1}{\partial T / \partial X^2}.$$

Obsérvese que estas ecuaciones son exactamente iguales que las del apéndice del capítulo 32. Por lo tanto, el problema de maximización del bienestar tiene las mismas condiciones de primer orden que el problema de eficiencia en el sentido de Pareto.

Evidentemente, este resultado no es casual. De acuerdo con el análisis de este capítulo, la asignación a que da lugar la maximización de la función de bienestar de Bergson-Samuelson es eficiente en el sentido de Pareto y todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto maximizan alguna función de bienestar. Por lo tanto, los puntos de bienestar máximo y las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto tienen que satisfacer las mismas condiciones de primer orden.

34. LAS EXTERNALIDADES

Decimos que hay una **externalidad en el consumo** si a un consumidor le afecta directamente la producción o el consumo de otros. Por ejemplo, a la gente no le da igual que su vecino escuche música a todo volumen a las tres de la madrugada, ni que la persona sentada en la mesa de al lado en un restaurante fume un cigarrillo de mala calidad, ni la cantidad de contaminación que producen los automóviles al pasar por su calle. Decimos que en todos estos casos existen externalidades *negativas* en el consumo. En cambio, si a una persona le causa placer observar las flores de su vecino, decimos que existe una externalidad *positiva* en el consumo.

Del mismo modo, existe una **externalidad en la producción** cuando las decisiones de una empresa o de un consumidor influyen en las posibilidades de producción de otra empresa. Un ejemplo clásico es el del campo de manzanos situado cerca de un apicultor, en el que la producción genera externalidades positivas mutuas; la producción de cada una de las empresas afecta positivamente a las posibilidades de producción de la otra. Otro ejemplo es el de una piscifactoría cuya producción resulta afectada negativamente por la cantidad de contaminantes que se viertan en las aguas que utiliza.

La característica crucial de las externalidades es que los bienes que dan origen a aquéllas interesan a los individuos, pero no se venden en mercados organizados. No existe un mercado de música alta a las tres de la madrugada ni de humo de cigarrillos baratos ni de vecinos con hermosos jardines de flores. Es esta ausencia de mercados de externalidades la que plantea problemas.

Hasta ahora hemos supuesto implícitamente que cada agente podía elegir su consumo o su producción sin preocuparse de lo que hacían los demás. Los consumidores y los productores se relacionaban a través del mercado, por lo que lo único que necesitaban conocer los agentes económicos eran los precios de mercado y sus propias posibilidades de consumo o de producción. En el presente capítulo abandonaremos este supuesto y analizaremos las consecuencias económicas de las externalidades.

En los capítulos anteriores hemos visto que el mecanismo del mercado era capaz de lograr asignaciones eficientes en el sentido de Pareto cuando *no* había externalidades. Si hay externalidades, el mercado no da lugar necesariamente a una asignación de los recursos eficiente en el sentido de Pareto. Sin embargo, hay otras instituciones sociales como el sistema jurídico o la intervención del Estado, que pueden, hasta cierto punto, “reproducir” el mecanismo del mercado y, por lo tanto, lograr la eficiencia en el sentido de Pareto. En este capítulo veremos cómo funcionan estas instituciones.

34.1 Los fumadores y los no fumadores

Es conveniente comenzar por un ejemplo para ilustrar algunos de los rasgos más sobresalientes. Imaginemos que dos compañeros de habitación, A y B, tienen preferencias en cuanto al “dinero” y al “humo”. Supongamos que a los dos les gusta el dinero, pero que a A le gusta fumar y a B le gusta respirar aire puro.

Representemos las posibilidades de consumo de los dos individuos en una caja de Edgeworth. La base de la caja representa la cantidad total de dinero que tienen los dos agentes y la altura, la cantidad total de humo que puede generarse. Las preferencias de A son crecientes tanto con respecto al dinero como con respecto al humo, mientras que las de B son crecientes tanto con respecto al dinero como con respecto al aire puro (la ausencia de humo). Mediremos el humo en una escala de 0 a 1, suponiendo que 0 es ausencia total de humo y 1 la típica habitación llena de humo.

Con estos datos podemos representar un gráfico como el de la figura 34.1. Obsérvese que se parece mucho a la caja de Edgeworth habitual, pero tiene una interpretación bastante diferente. La cantidad de humo es un bien para A y un mal para B, por lo que B se desplaza a una posición mejor para él conforme A consume menos humo. Obsérvese que los bienes se miden de forma distinta en los ejes de abscisas y de ordenadas. El dinero de A se mide horizontalmente a partir de la esquina inferior izquierda de la caja y el de B se mide horizontalmente a partir de la esquina superior derecha. Pero la cantidad total de humo se mide verticalmente a partir de la esquina inferior izquierda. La diferencia se debe a que el dinero se puede dividir entre los dos consumidores, por lo que siempre son dos las cantidades que hay que medir, mientras que el humo no se puede dividir, por lo que sólo hay una única cantidad que debe ser consumida por las dos personas.

En la caja de Edgeworth habitual mejora el bienestar de B cuando A reduce su consumo del bien 2, pero porque entonces B puede consumir una mayor cantidad de ese bien. En la caja de Edgeworth de la figura 34.1, también mejora el bienestar de B cuando A reduce su consumo del bien 2 (el humo), pero por una razón muy distinta. En este ejemplo, mejora el bienestar de B cuando A reduce su consumo de humo debido a que ambos agentes deben consumir la misma cantidad de humo y el humo es un mal para el agente B.

Ya hemos mostrado las posibilidades de consumo de los dos compañeros de habitación y sus preferencias. ¿Qué podemos decir de sus dotaciones? Supongamos que los dos tienen la misma cantidad de dinero, por ejemplo, 100 euros, por lo que

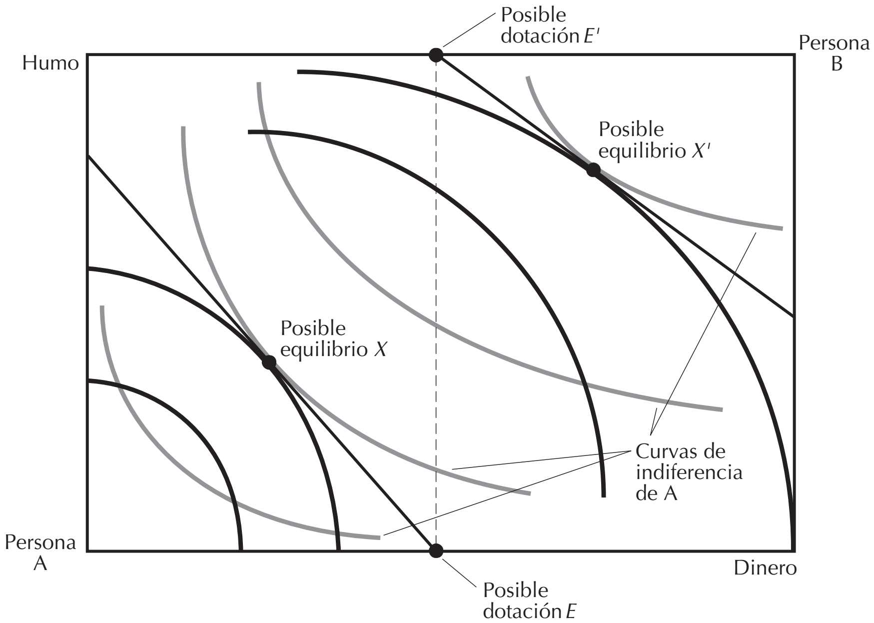


Figura 34.1. Preferencia por el dinero y el humo. El humo en un bien para la persona A, pero un mal para la B. El equilibrio en el que terminemos depende de la dotación de la que partamos.

sus dotaciones se encuentran en algún punto de la recta vertical de la figura 34.1. Para averiguar dónde se encuentran exactamente debemos averiguar la "dotación" inicial de humo/aire puro.

La respuesta depende de los derechos legales de los fumadores y los no fumadores. Puede que A tenga derecho a fumar todo lo que quiera y que B no tenga más remedio que aguantarse, o que B tenga derecho a respirar aire puro, o que el derecho legal a respirar humo y aire puro se encuentre entre estos dos extremos.

La dotación inicial de humo depende del sistema jurídico. No es muy diferente de la dotación inicial de bienes ordinarios. Decir que A tiene una dotación de 100 euros significa que puede decidir consumir él mismo las 100 euros o puede apartar algo e intercambiarlo con otro individuo. Cuando afirmamos que una persona "posee" o "tiene derecho a" 100 euros, estamos definiendo legalmente la propiedad. Del mismo modo, si una persona tiene un derecho de propiedad a respirar aire puro, significa que puede consumir aire puro si lo desea o que puede renunciar a una parte o vender ese derecho a otra. En este sentido, tener un derecho de propiedad a respirar aire puro no es diferente de tener un derecho de propiedad a 100 euros.

Comencemos analizando una situación legal en la que la persona B tiene un derecho legal a respirar aire puro. En ese caso, la dotación inicial de la figura 34.1 se denomina *E*; se halla donde A tiene (10.000, 0) y B tiene (10.000, 0). Eso significa que tanto A como B tienen 10.000 euros y que la dotación inicial, en ausencia de comercio, es aire puro.

Al igual que antes, si no hay externalidades, no hay razón alguna para que la dotación inicial sea eficiente en el sentido de Pareto. Tener un derecho de propiedad al aire puro es, entre otras cosas, tener derecho a intercambiar una parte por otros bienes deseables, en este caso, por dinero. Supongamos que B prefiere intercambiar parte de su derecho a respirar aire puro por algún dinero. El punto *X* de la figura 34.1 representa este caso.

Al igual que antes, una asignación eficiente en el sentido de Pareto es aquella en la que no es posible mejorar el bienestar de ninguno de los consumidores sin empeorar el del otro. Como muestra la figura 34.1, ese tipo de asignación se caracteriza por la condición habitual de tangencia según la cual las relaciones marginales de sustitución de los dos agentes entre el humo y el dinero deben ser iguales. Es fácil imaginar a A y B comerciando hasta llegar a ese punto eficiente en el sentido de Pareto. En efecto, B tiene derecho a respirar aire puro, pero puede dejarse "sobornar" para consumir parte del humo de A.

Naturalmente, también son posibles otras asignaciones de los derechos de propiedad. Cabría imaginar un sistema jurídico en el que A tuviera derecho a fumar todo lo que quisiera y B tuviera que sobornarlo para que fumara menos. Este caso correspondería a la dotación *E′* de la figura 34.1. Al igual que antes, normalmente ésta no sería eficiente en el sentido de Pareto, por lo que cabría imaginar que los agentes realizaran un intercambio hasta alcanzar un punto que prefirieran ambos, como el *X′*.

Tanto *X* como *X′* son asignaciones eficientes en el sentido de Pareto; proceden de dotaciones iniciales diferentes. Es evidente que el fumador, A, disfruta de un mayor bienestar en *X′* que en *X*, y que el no fumador disfruta de un mayor bienestar en *X* que en *X′*. Los dos puntos tienen consecuencias distributivas diferentes, pero desde el punto de vista de la eficiencia son igualmente satisfactorios.

De hecho, no existe razón alguna para que nos limitemos a analizar estos dos puntos eficientes. Como siempre, habrá toda una curva de contrato de las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto de humo y dinero. Si los agentes pueden intercambiar libremente estos dos bienes, sabemos que terminarán en algún punto de esta curva de contrato. La posición exacta dependerá de sus derechos de propiedad sobre el humo y el dinero y del mecanismo exacto que utilicen para comerciar.

Uno de los mecanismos que podrían utilizar para comerciar es el sistema de precios. Al igual que antes, cabría imaginar que un subastador anunciara los precios y preguntara cuánto estaría dispuesto a comprar cada agente a esos precios. Si el punto de la dotación inicial concediera a A los derechos de propiedad del humo, podría considerar la posibilidad de vender parte de estos derechos a B a cambio de su dinero. Del mismo modo, si se concedieran derechos de propiedad del aire puro a B, éste podría vender una parte de su aire puro a A.

Cuando el subastador consigue hallar un conjunto de precios al que la oferta es igual a la demanda, todo está resuelto: tenemos un buen resultado eficiente en el sentido de Pareto. Si hay un mercado de humo, el equilibrio competitivo será eficiente en el sentido de Pareto. Por otro lado, los precios competitivos medirán la relación marginal de sustitución entre los dos bienes, exactamente igual que en el caso normal.

Este análisis es igual que el habitual de la caja de Edgeworth, pero el modelo es algo diferente. Si los derechos de propiedad del bien que genera la externalidad están bien definidos —independientemente de quién los posea—, los agentes pueden intercambiar su dotación inicial y trasladarse a una asignación eficiente en el sentido de Pareto. Si creamos un mercado de la externalidad para fomentar el comercio, también conseguiremos el mismo resultado.

Sólo surgen problemas si los derechos de propiedad *no* están bien definidos. Si A cree que tiene derecho a fumar y B cree que tiene derecho a respirar aire puro, tenemos dificultades. *Los problemas prácticos que plantean generalmente las externalidades se deben a que los derechos de propiedad están mal definidos.*

Por ejemplo, mi vecino puede creer que tiene derecho a escuchar música a las tres de la madrugada y yo puedo creer que tengo derecho al silencio. Una empresa puede creer que tiene derecho a emitir contaminantes en la atmósfera que yo respiro y yo puedo creer que no lo tiene. Los casos en los que los derechos de propiedad están mal definidos pueden dar lugar a una producción ineficiente de externalidades, lo que significa que sería posible mejorar el bienestar de ambas partes modificándola. Si los derechos de propiedad están bien definidos y existen mecanismos de negociación, los individuos pueden intercambiar sus derechos a generar externalidades de la misma forma que intercambian sus derechos a producir y consumir bienes ordinarios.

34.2 Las preferencias cuasilineales y el teorema de Coase

Hemos dicho antes que si los derechos de propiedad están bien definidos, el intercambio entre los agentes da lugar a una asignación eficiente de la externalidad. En general, la cuantía de las externalidades que se genera en la solución eficiente depende de quién tenga los derechos de propiedad. En el caso de los dos compañeros de habitación, la cantidad de humo generada dependerá de que los derechos de propiedad los tenga el fumador o el no fumador.

Pero existe un caso especial en el que el resultado de la extemalidad es independiente de quién tenga los derechos de propiedad. Si las preferencias de los agentes son **cuasilineales**, todas las soluciones eficientes deben generar la misma cantidad de la externalidad.

La figura 34.2 muestra este caso con el ejemplo de la caja de Edgeworth del fumador y el no fumador. Dado que las curvas de indiferencia son todas ellas traslaciones horizontales unas de otras, el lugar geométrico de las tangencias mutuas —el conjunto de asignaciones eficientes en el sentido de Pareto— será una línea horizontal. Eso significa que la cantidad de humo será la misma en todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto; sólo la cantidad de euros que tienen los agentes será diferente en cada asignación eficiente.

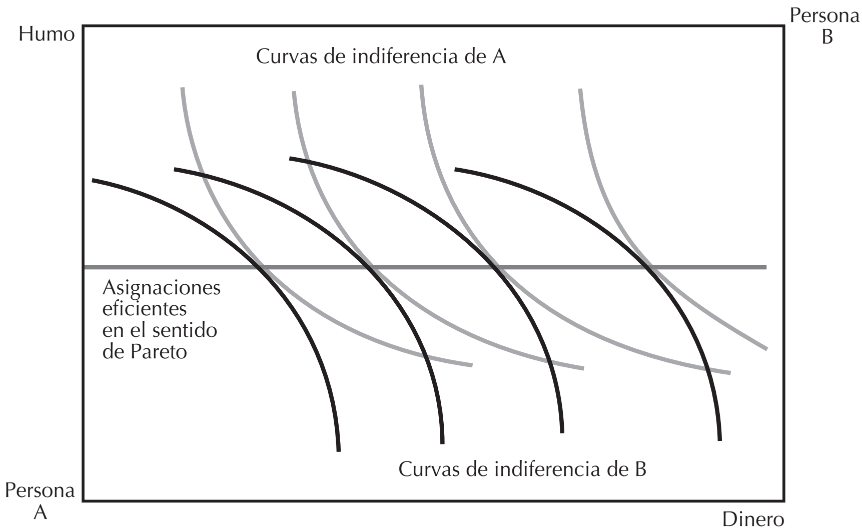


Figura 34.2. Las preferencias cuasilineales y el teorema de Coase. Si las preferencias de cada consumidor son cuasilineales, de tal manera que todas son traslaciones horizontales unas de otras, el conjunto de asignaciones eficientes en el sentido de Pareto es una línea horizontal. Por lo tanto, hay una cantidad única de la externalidad, en este caso humo, en cada asignación eficiente en el sentido de Pareto.

La conclusión de que, en determinadas circunstancias, la cantidad eficiente del bien que implica la externalidad es independiente de la distribución de los derechos de propiedad, se ha dado en llamar **teorema de Coase.** Sin embargo, debe subrayarse que estas circunstancias son muy especiales. El supuesto de las preferencias cuasilineales implica que las demandas del bien que genera la externalidad son independientes de la distribución de la renta. Por lo tanto, una reasignación de las dotaciones no afecta a la cantidad eficiente de externalidades, lo que se expresa a veces diciendo que el teorema de Coase es válido si no hay "efectos-renta".[1]

En este caso, la cantidad generada de la externalidad es la misma en todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto. En las diferentes asignaciones eficientes en el sentido de Pareto, los consumidores tienen cantidades de dinero diferentes, pero la cantidad de la externalidad —la cantidad de humo— es independiente de la distribución de la riqueza.

34.3 Externalidades en la producción

Consideremos ahora un caso de externalidades en la producción. La empresa S produce una determinada cantidad de acero, s, y una determinada cantidad de contaminación, x, que vierte a un río. La F, una piscifactoría, se encuentra río abajo y resulta perjudicada por la contaminación de la S.

Supongamos que la función de coste de S es $c_s(s, x)$, donde s es la producción de acero y x es la producción de contaminación. La función de coste de F es $c_f(f, x)$, donde f indica la producción de pescado y x la producción de contaminación. Obsérvese que los costes de producción de F dependen de la cantidad de contaminación que produzca la acería. Supondremos que la contaminación eleva el coste de producción del pescado, $\Delta c_f / \Delta x > 0$, y que *reduce* el coste de producción del acero, $\Delta c_s / \Delta x \leq 0$. Según este supuesto, el aumento del nivel de contaminación reducirá el coste de producción del acero, es decir, la reducción del nivel de contaminación elevará el coste de la producción de acero, al menos en un determinado intervalo.

El problema de maximización del beneficio de la acería es

$$\max_{s,\, x} p_s s - c_s(s, x),$$

y el de la piscifactoría

$$\max_{f} p_f f - c_f(f, x).$$

Obsérvese que la acería elige la cantidad de contaminación que genera, pero que para la piscifactoría ésta es ajena a su control.

[1] Ronald Coase es profesor emérito de la Escuela de Derecho de Chicago. Su famoso artículo, "The Problem of Social Costs", *The Journal of Law & Economics*, 3 de octubre de 1960, ha sido objeto de numerosas interpretaciones. Algunos autores sugieren que Coase sólo afirmó que la negociación sin costes sobre las externalidades da lugar a un resultado eficiente en el sentido de Pareto, pero no que el resultado sea independiente de la asignación de los derechos de propiedad.

Las condiciones que caracterizan la maximización del beneficio de la acería son

$$p_s = \frac{\Delta c_s(s^*, x^*)}{\Delta s}$$

$$0 = \frac{\Delta c_s(s^*, x^*)}{\Delta x}$$

y las de la piscifactoría,

$$p_f = \frac{\Delta c_f(f^*, x^*)}{\Delta f}.$$

Estas condiciones afirman que en el punto de máximo beneficio, el precio de cada bien —acero, contaminación y pescado— debe ser igual a su coste marginal. En el caso de la acería, uno de sus productos es la contaminación que, por hipótesis, tiene un precio nulo. Por lo tanto, la condición que determina la oferta de contaminación maximizadora del beneficio indica que debe producirse contaminación hasta que el coste de una unidad adicional sea cero.

No es difícil ver en este caso la externalidad: a la piscifactoría le importa la producción de contaminación, pero no puede controlarla. La acería sólo tiene en cuenta el coste de producción del acero cuando calcula la cantidad maximizadora del beneficio, pero no el coste que impone a la piscifactoría. El aumento que experimenta el coste de esta última empresa como consecuencia del incremento de la contaminación forma parte del **coste social** de la producción de acero y no es tenido en cuenta por la acería. Por lo tanto, en general, es de esperar que ésta produzca demasiada contaminación desde el punto de vista social. ¿Cómo sería un plan de producción de acero y pescado eficiente en el sentido de Pareto? Existe una forma muy sencilla de responder a esta pregunta. Supongamos que la piscifactoría y la acería se fusionaran y produjeran pescado y acero (y posiblemente, contaminación). En ese caso, ¡no habría ninguna externalidad!, pues sólo existen externalidades en la producción cuando las acciones de una empresa afectan a las posibilidades de producción de otra. Si sólo hay una, ésta tendrá en cuenta las relaciones entre sus diferentes "divisiones" cuando elija el plan de producción maximizador del beneficio. Decimos que la externalidad se **internaliza** como consecuencia de esta reasignación de los derechos de propiedad. Antes de la fusión, cada una de las empresas tenía derecho a producir la cantidad de acero o de pescado o de contaminación que quería, independientemente de lo que hiciera la otra. Tras la fusión, la empresa resultante tiene derecho a controlar la producción tanto de la acería como de la piscifactoría.

El problema de maximización del beneficio de la empresa fusionada es

$$\max_{s,f,x} p_s s + p_f f - c_s(s, x) - c_f(f, x).$$

Las condiciones que caracterizan la maximización del beneficio son

$$p_s = \frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta s}$$

$$p_f = \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta f}$$

$$0 = \frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta x}.$$

El término esencial es el último. Muestra que la empresa fusionada tendrá en cuenta las consecuencias de la contaminación al calcular los costes marginales tanto de la acería como de la piscifactoría. Cuando la acería decida qué cantidad de contaminación debe producir, considerará los efectos de su decisión sobre los beneficios de la piscifactoría, es decir, tendrá en cuenta el coste social de su plan de producción.

¿Qué implicaciones tiene esto para la cantidad de contaminación producida? Cuando la acería actuaba independientemente, la cantidad de contaminación venía determinada por la condición siguiente:

$$\frac{\Delta c_s(s^*, x^*)}{\Delta x} = 0. \quad [34.1]$$

Es decir, la acería producía contaminación hasta el punto en el que el coste marginal era cero:

$$CM_S(s^*, x^*) = 0.$$

En la empresa fusionada, la cantidad de contaminación viene determinada por la condición siguiente:

$$\frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta x} = 0. \quad [34.2]$$

Es decir, la empresa fusionada produce contaminación hasta que la *suma* del coste marginal de la acería y el coste marginal de la piscifactoría es cero. Esta condición también puede formularse de la manera siguiente:

$$-\frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} = \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta x} > 0, \quad [34.3]$$

o sea

$$-CM_S(\hat{s}, \hat{x}) = CM_F(\hat{f}, \hat{x}).$$

En esta última expresión, $CM_F(\hat{f}, \hat{x})$ es positivo, ya que cuanto mayor es la contaminación, más alto es el coste de producir una cantidad dada de pescado. Por lo tanto, la empresa fusionada deseará producir donde – $CM_S(\hat{s}, \hat{x})$ sea positivo; es decir, deseará producir *menos* contaminación que la acería independiente. Cuando se tiene en cuenta el verdadero coste social de la externalidad que genera la producción de acero, disminuye la producción óptima de contaminación.

Cuando la acería considera la posibilidad de minimizar sus **costes privados** de producir acero, produce en el punto en el que el coste marginal de la contaminación adicional es cero; pero el nivel de contaminación eficiente en el sentido de Pareto exige minimizar los **costes sociales** de la contaminación. En el nivel de contaminación eficiente en el sentido de Pareto, la *suma* de los costes marginales de la contaminación de las dos empresas debe ser cero.

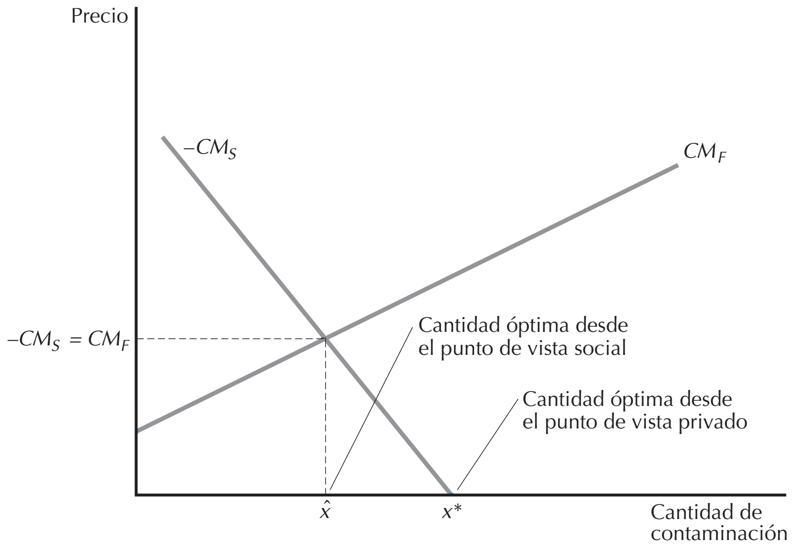


Figura 34.3. Coste social y coste privado. La acería produce contaminación hasta el punto en el que el coste marginal de la contaminación adicional es cero. Pero la producción de contaminación eficiente en el sentido de Pareto se encuentra en el punto en el que el precio es igual al coste marginal, que incluye el coste de la contaminación que soporta la piscifactoría.

La figura 34.3 muestra el argumento. En este gráfico $-CM_S$ mide el coste marginal en que incurre la acería cuando produce más contaminación. La curva CM_F mide el coste marginal en que incurre la piscifactoría como consecuencia de la contaminación. Si no interviene el Estado, la acería produce contaminación hasta el punto en el que los costes marginales de la contaminación adicional son cero. En este caso, sólo tiene en cuenta sus costes privados de producción. La cantidad de contaminación que genera es óptima desde el punto de vista privado, pero no desde el punto de vista social.

Pero en el nivel de contaminación eficiente en el sentido de Pareto, la acería contamina hasta el punto en el que el efecto de un aumento marginal de la contaminación es igual al coste social marginal, que tiene en cuenta la influencia de la contaminación en los costes de las dos empresas. En el nivel de contaminación eficiente, la cantidad que está dispuesta a pagar la acería por una unidad adicional debe ser igual a los costes sociales que genera esa unidad, que incluyen los costes que impone a la piscifactoría.

Este hecho es perfectamente compatible con los argumentos expuestos en capítulos anteriores en relación con la eficiencia. Entonces supusimos que no había externalidades, por lo que los costes privados y los costes sociales coincidían. En este caso, el mercado libre determina la cantidad de producción de cada bien que es eficiente en el sentido de Pareto. Pero si los costes privados difieren de los sociales, quizá no baste el mercado por sí solo para alcanzar la eficiencia en el sentido de Pareto.

Ejemplo: Bonos para contaminar

Todo el mundo desea eliminar la contaminación… siempre que sea otro el que lo pague. Aunque llegáramos a un consenso sobre el grado en que deberíamos reducir la contaminación, aún hay otro problema: averiguar cómo puede lograrse esta reducción de la manera más eficaz posible desde el punto de vista de los costes.

Tomemos el caso de las emisiones de óxido de nitrógeno. Una empresa contaminante puede pensar que es relativamente barato reducir sus emisiones de este contaminante, mientras que otra puede pensar que es relativamente caro. ¿Debe obligárseles a las dos a reducir su emisión de partículas contaminantes en la misma cantidad física, en la misma cantidad proporcional o por medio de alguna otra regla?

Examinemos un sencillo modelo económico. Supongamos que sólo hay dos empresas. La cuota de emisión de la empresa 1 es x_1 y la de la empresa 2 es x_2. El coste de conseguir una cuota de emisión es $c_1(x_1)$, y lo mismo en el caso de la empresa 2. La cantidad total de emisión que se fija como objetivo es X. Si queremos minimizar los costes totales de conseguir ese objetivo, sujetos a la restricción agregada, tenemos que resolver el siguiente problema:

$$\min_{x_1, x_2} c_1(x_1) + c_2(x_2)$$

$$\text{sujeta a } x_1 + x_2 = X.$$

Según un argumento económico ya convencional, el coste marginal del control de la emisión debe ser idéntico en las dos empresas. Si fuera más alto en una de ellas, podríamos reducir los costes totales reduciendo su cuota y elevando la de la otra empresa.

¿Cómo podemos conseguir este resultado? Si las autoridades encargadas de regular la contaminación tuvieran información sobre el coste de las emisiones de todas las empresas, podrían calcular la pauta apropiada de producción e imponérsela a todas las partes relevantes. Pero el coste de reunir toda esta información y de mantenerla al día es asombroso. Resulta mucho más fácil caracterizar la solución óptima que ponerla en práctica.

Numerosos economistas han afirmado que la mejor manera de llevar a la práctica la solución eficiente del problema del control de las emisiones es recurrir a un mercado. Parece que en el sur de California pronto entrará en vigor un sistema de control de las emisiones de ese tipo. He aquí cómo funciona el plan californiano.[2]

A cada una de las 2.700 empresas más contaminantes del sur de California se le asigna una cuota de emisión de óxido de nitrógeno, que se fija inicialmente en un 8 por ciento menos que la cantidad emitida un año antes. Si la empresa satisface exactamente su cuota de emisiones, no tiene que pagar ninguna multa o sanción. Sin embargo, si reduce sus emisiones en una cantidad *superior* a la de su cuota, puede vender el "derecho adicional a contaminar" en el mercado abierto.

Supongamos que la cuota anual de emisiones de una empresa es de 95 toneladas de óxido de nitrógeno. Si un año consigue producir solamente 90, puede vender a alguna otra empresa el derecho a emitir 5. Cada una puede comparar el precio de mercado de un bono para contaminar con el coste de reducir sus emisiones y averiguar qué es más eficaz desde el punto de vista de los costes: reducir aún más las emisiones o comprar bonos a otras empresas para contaminar.

Las empresas a las que les resulte fácil reducir las emisiones venderán bonos a las que les resulte costoso. En condiciones de equilibrio, el precio de mercado del derecho a emitir una tonelada de contaminación debe ser exactamente igual al coste marginal de reducir las emisiones en una tonelada. Pero ésa es exactamente la condición que caracteriza la pauta óptima de emisiones. El mercado de emisiones permite producir automáticamente la pauta eficiente de emisiones.

34.4 Interpretación de las condiciones de eficiencia

Las condiciones de la eficiencia en el sentido de Pareto obtenidas antes pueden interpretarse de varias maneras. Cada una de ellas sugiere un método para corregir la pérdida de eficiencia que generan las externalidades en la producción.

Según una primera interpretación, el precio de la contaminación al que se enfrenta la acería no es adecuado, ya que no le cuesta nada producirla. Sin embargo, esto no tiene en cuenta los costes que impone a la piscifactoría. Según esta interpre-

[2] Véase Richard Stevenson, "Trying a Market Approach to Smog", *New York Times*, 25 de marzo de 1992, pág. C1.

tación, la situación puede rectificarse haciendo que corran a cuenta de la empresa contaminante los verdaderos costes sociales de sus acciones.

Para eso, puede gravarse la contaminación que genera la acería. Supongamos que establecemos un impuesto de t euros por cada unidad de contaminación que aquélla produce. En ese caso, su problema de maximización del beneficio se convierte en

$$\max_{s,\, x}\ p_s s - c_s(s, x) - tx.$$

Las condiciones de maximización del beneficio de este problema son

$$p_s - \frac{\Delta c_s(s, x)}{\Delta s} = 0$$

$$-\frac{\Delta c_s(s, x)}{\Delta x} - t = 0.$$

Comparando estas condiciones con la ecuación [34.3], vemos que si

$$t = \frac{\Delta c_f(\hat{f}, \hat{x})}{\Delta x}$$

estas condiciones son iguales que las que caracterizan el nivel de contaminación eficiente en el sentido de Pareto.

Este tipo de impuesto, llamado **impuesto pigouviano**,[3] plantea un problema: necesitamos conocer el nivel óptimo de contaminación para poder establecerlo. Pero si conociéramos el nivel óptimo de contaminación, podríamos ordenar a la acería que produjera exactamente esa cantidad y no sería necesario introducir el impuesto.

Según otra interpretación, falta un mercado: el mercado del contaminante. El problema de la externalidad se debe a que la empresa contaminadora se enfrenta a un precio cero por el bien que produce, aun cuando los consumidores estén dispuestos a pagar por que se reduzca el nivel de producción. Desde el punto de vista social, la producción de contaminación debe tener un precio *negativo*.

Cabría imaginar un mundo en el que la piscifactoría tuviera derecho a tener agua pura, pero pudiera venderlo para permitir que se contaminara. Sea q el precio por unidad de contaminación y x la cantidad de contaminación que produce la acería. En ese caso, el problema de maximización del beneficio de esta empresa sería

$$\max_{s,\, x}\ p_s s - qx - c_s(s, x)\ ,$$

y el problema de maximización del beneficio de la piscifactoría sería

[3] Arthur C. Pigou (1877-1959), economista y profesor de la Cambridge University, sugirió este tipo de impuestos en su influyente obra *The Economics of Welfare.*

$$\max_{f,\, x}\ p_f f + qx - c_f(f, x).$$

El término qx tiene signo negativo en la expresión del beneficio de la acería, ya que representa un coste: ésta debe comprar el derecho a generar x unidades de contaminación; pero tiene signo positivo en la expresión del beneficio de la piscifactoría, ya que ésta obtiene unos ingresos por la venta de este derecho.

Las condiciones de maximización del beneficio son

$$p_s = \frac{\Delta c_s(s, x)}{\Delta s} \tag{34.4}$$

$$q = -\frac{\Delta c_s(s, x)}{\Delta x} \tag{34.5}$$

$$p_f = \frac{\Delta c_f(f, x)}{\Delta f} \tag{34.6}$$

$$q = \frac{\Delta c_f(f, x)}{\Delta x}. \tag{34.7}$$

Por lo tanto, cada empresa se enfrenta al coste marginal social de cada una de sus acciones cuando elige la cantidad de contaminación que comprar o vender. Si el precio de la contaminación se ajusta hasta que su demanda sea igual a su oferta, llegaremos a un equilibrio eficiente, exactamente igual que ocurre con cualquier otro bien.

Obsérvese que en la solución óptima, las ecuaciones [34.5] y [34.7] implican que

$$-\frac{\Delta c_s(s, x)}{\Delta x} = \frac{\Delta c_f(f, x)}{\Delta x}.$$

Esta expresión nos dice que el coste marginal en que incurre la acería reduciendo la contaminación debe ser igual al beneficio marginal que obtiene la piscifactoría como consecuencia de dicha reducción. Si esta condición no se satisface, no podemos tener un nivel óptimo de contaminación. Esta condición es, por supuesto, la misma que expresa la ecuación [34.3].

Al analizar este problema hemos afirmado que la piscifactoría tenía derecho a tener agua pura y que la acería tenía que comprar el derecho a contaminar. Pero podríamos haber asignado los derechos de propiedad al revés: en ese caso, la acería tendría derecho a contaminar y la piscifactoría tendría que pagar para que la acería contaminara menos. Al igual que en el caso del fumador y el no fumador, el resultado también sería eficiente. De hecho, sería exactamente el *mismo*, ya que tendrían que satisfacerse exactamente las mismas ecuaciones.

Para ver por qué, supongamos ahora que la acería tiene derecho a contaminar hasta una determinada cantidad $\bar{x}$, por ejemplo, pero la piscifactoría está dispuesta a pagarle para que la reduzca. En ese caso, el problema de maximización del beneficio de la acería es

$$\max_{s,\,x}\; p_s s + q(\bar{x} - x) - c_s(s, x).$$

Ahora la acería tiene dos fuentes de renta: puede vender acero y puede vender reducción de la contaminación. Las condiciones de igualdad del precio y el coste marginal se convierten en

$$p_s - \frac{\Delta c_s(s, x)}{\Delta s} = 0 \qquad [34.8]$$

$$-q - \frac{\Delta c_s(s, x)}{\Delta x} = 0. \qquad [34.9]$$

Ahora el problema de maximización de la piscifactoría es

$$\max_{f,\,x}\; p_f f - q(\bar{x} - x) - c_f(f, x),$$

que tiene las siguientes condiciones de optimalidad:

$$p_f - \frac{\Delta c_f(f, x)}{\Delta f} = 0 \qquad [34.10]$$

$$q - \frac{\Delta c_f(f, x)}{\Delta x} = 0. \qquad [34.11]$$

Obsérvese que las cuatro ecuaciones [34.8]-[34.11] son exactamente iguales que las cuatro ecuaciones [34.4]-[34.7]. Cuando la producción genera externalidades, la forma de producción óptima es independiente de quién tenga los derechos de propiedad. Naturalmente, la distribución de los beneficios depende generalmente de la asignación de los derechos de propiedad. Incluso aunque el resultado social sea independiente de la distribución de los derechos de propiedad, los propietarios de las empresas en cuestión pueden tener una idea muy clara sobre cuál es la distribución correcta.

34.5 Las señales del mercado

Analicemos por último la tercera interpretación de las externalidades, que es, en algunos aspectos, la más profunda. En el caso de la acería y la piscifactoría, no existe ningún problema si se fusionan las dos empresas; entonces, ¿por qué no se fusionan? De hecho, si se piensa un poco, resulta que las dos tienen claros incentivos para fusionarse: si las acciones de una de ellas afectan a la otra, pueden obtener mayores beneficios coordinando su conducta que actuando por separado. *El objetivo de la maximización del beneficio debe fomentar por sí solo la internalización de las externalidades de la producción.*

En otras palabras, si los beneficios conjuntos que obtienen las empresas cuando se coordinan son superiores a la suma de los beneficios que obtienen cuando actúan por separado, las empresas podrían ser compradas a sus propietarios actuales por una cantidad igual al valor actual de la corriente de beneficios de las empresas, coordinarse, y el comprador, que puede ser cualquiera de ellas o alguna otra, puede apropiarse el aumento de beneficios.

El propio mercado transmite una señal para internalizar las externalidades de la producción, y ésa es una de las razones por la que raras veces se observa este tipo de externalidad. La mayoría de las empresas *ya* ha internalizado las externalidades que se imponen las distintas unidades en la producción. *Habría* una externalidad si ninguna de las dos empresas tuviera en cuenta su influencia mutua… pero, ¿por qué iban a ser tan terriblemente despistadas? Es más probable que una de ellas o ambas se dieran cuenta de que podrían obtener más beneficios coordinando sus actividades, bien mediante un acuerdo mutuo, bien mediante la venta de una de ellas a la otra.

Ejemplo: Las abejas y las almendras

Muchas variedades de árboles frutales y de frutos secos necesitan abejas para polinizar sus flores y poder así dar fruto.

Según el Carl Hayden Bee Research Center de Tucson (Arizona), en Estados Unidos las abejas polinizan alrededor de un tercio de la dieta humana y más de 50 cultivos agrícolas diferentes valorados en más de 20.000 millones de dólares al año.[4]

Algunos propietarios de huertos crían sus propias abejas; otros dependen de las abejas de sus vecinos o de las abejas salvajes. Sin embargo, como sugiere la teoría de las externalidades, la solución más lógica al problema de la insuficiente oferta de abejas es un mercado de servicios de abeja.

Consideremos, por ejemplo, el mercado de almendras de California. En California, hay 530.000 acres de almendros y todos los años se necesita más de 1 millón de colmenas de abejas para polinizar los árboles. Pero California sólo tiene 440.000 colmenas residentes. No hay suficientes abejas para polinizar todos esos almendros.

La solución es importar abejas de otros estados cercanos. Ya existe, de hecho, un mercado de esos servicios, al que los apicultores llevan colmenas de Dakota del

[4] Anna Oberthur, "Almond Growers Face Need for Bees", *Associated Press*, 29 de febrero de 2004.

Norte, Washington y Colorado para complementar las abejas californianas nativas. Los cultivadores de almendras pagan bien estos servicios: en 2004, se vendieron a 54 dólares por colmena.

34.6 La tragedia de los bienes comunales

Hemos dicho antes que si los derechos de propiedad están bien definidos, no hay externalidades en la producción. Pero si no lo están, el resultado de las interdependencias económicas genera indudablemente ineficiencias.

En este apartado analizaremos una conocida ineficiencia llamada "la tragedia de los bienes comunales".[5] Plantearemos este problema en los términos en que se dio originalmente, es decir, en relación con los pastos de propiedad comunal, aunque pueden ponerse muchos otros ejemplos.

Consideremos un pueblo agrícola en el que los campesinos llevan sus vacas a pastar a unas tierras comunales. Compararemos dos mecanismos de asignación: la solución de la propiedad privada, en la que una persona posee las tierras y fija el número de vacas que deben pastar en ellas, y la solución en la que las tierras son propiedad de todos los campesinos y el acceso es libre e ilimitado.

Supongamos que una vaca cuesta a euros. La cantidad de leche que produce depende del número de vacas que pasten en estas tierras comunales. Sea $f(v)$ el valor de la leche producida si hay v vacas pastando. En ese caso, el valor de la leche de cada una es el producto medio, $f(v)/v$.

¿Cuántas vacas pastarían estas tierras si quisiéramos maximizar la riqueza total del pueblo? Para responder a esta pregunta, formularemos el siguiente problema:

$$\max_{v} f(v) - av.$$

Está claro que el nivel máximo de producción es aquel en el que el producto marginal de una vaca es igual a su coste, a:

$$PM(v^*) = a.$$

Si el producto marginal de una vaca fuera mayor que a, valdría la pena llevar otra vaca a pastar a estas tierras, y si fuera menor, convendría quitar una.

Si los pastos comunales pertenecieran a una persona que pudiera limitar el acceso, ésta sería, de hecho, la solución, pues en este caso el propietario de las tierras compraría la cantidad exacta de vacas que maximizara sus beneficios.

[5] Véase G. Hardin, "The Tragedy of the Commons", *Science*, 1968, págs. 1.243-47.

Ahora bien, ¿qué ocurriría si la decisión de utilizar o no los pastos comunales la tomara cada uno de los campesinos? Cada uno tendría que decidir si iba a llevar a pastar a una vaca o no, y sería rentable hacerlo siempre que la producción que generara fuera mayor que su coste. Supongamos que actualmente pastan v vacas, de tal manera que la producción actual por vaca es $f(v)/v$. Cuando un campesino estudia la posibilidad de llevar una vaca adicional, la producción total es $f(v+1)$ y el número total de vacas $v+1$. Por lo tanto, el ingreso que genera la vaca al campesino es $f(v+1)/(v+1)$. Debe comparar este ingreso con el coste de la vaca, a. Si $f(v+1)/(v+1) > a$, es rentable llevar la vaca a pastar ya que el valor de la producción es superior al coste. Por lo tanto, los campesinos decidirán llevar vacas a pastar hasta que el producto medio de una sea igual a a; por lo tanto, el número total de vacas que pastarán será $\hat{v}$, donde

$$\frac{f(\hat{v})}{\hat{v}} = a.$$

También puede extraerse esta conclusión apelando a la libre entrada. Si es rentable llevar a pastar una vaca a las tierras comunales, los campesinos comprarán vacas hasta que los beneficios sean cero, es decir, hasta que

$$f(\hat{v}) - a\hat{v} = 0\,,$$

que no es más que una reordenación de la condición del párrafo anterior.

Cuando un individuo estudia la posibilidad de comprar una vaca, examina el valor adicional que obtendrá $f(v)/v$ y lo compara con el coste de la vaca, a. Este cálculo es bueno para él, pero no tiene en cuenta el hecho de que su vaca adicional reduce la producción de leche de todas *las demás*. Dado que no tiene en cuenta este **coste social** de su compra, se llevan demasiadas vacas a pastar a las tierras comunales.

La figura 34.4 muestra el argumento. La curva de la producción media tiene pendiente negativa, porque es razonable suponer que la producción por vaca disminuye conforme pasta un mayor número en las tierras comunales. Dado que la producción media es decreciente, la curva de la producción marginal siempre se encuentra por debajo de la curva de la producción media. Por lo tanto, el número de vacas para el que la producción marginal es igual a a debe ser menor que el número para el que la producción media es igual a a. Si no existe ningún mecanismo que restrinja el acceso a los pastos, éstos se utilizarán excesivamente.

Un mecanismo de ese tipo es el sistema de propiedad privada. De hecho, hemos visto que si todo lo que afecta a la gente pertenece a alguien que puede controlar su uso y, en concreto, puede impedir a los demás que lo utilicen excesivamente, no hay por definición, externalidad alguna. La solución del mercado da lugar a un resultado eficiente en el sentido de Pareto. Sólo pueden dar lugar a ineficiencias las situa-

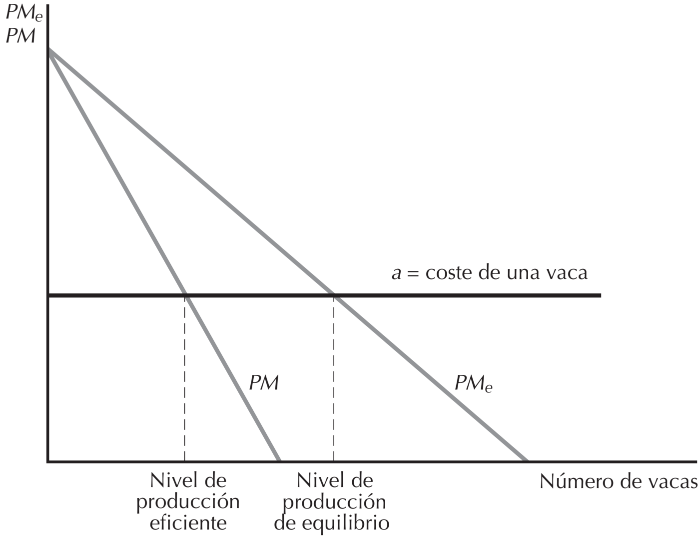


Figura 34.4. La tragedia de los bienes comunales. Si los pastos son de propiedad privada, se elegirá el número de vacas con el que el producto marginal de una sea igual a su coste. Pero si son de propiedad común, se llevarán a pastar vacas hasta que los beneficios sean nulos; por lo tanto, habrá un pastoreo excesivo.

ciones en las que no es posible excluir a otros de la utilización de un determinado bien, tema que analizaremos en el siguiente capítulo.

Naturalmente, la propiedad privada no es la única institución social que puede fomentar la utilización eficiente de los recursos. Por ejemplo, pueden establecerse normas que regulen el número de vacas que pueden pastar en las tierras comunales del pueblo. Si existe un sistema jurídico para exigir el cumplimiento de esas normas, ésta puede ser una solución barata para utilizar eficientemente los recursos comunales. Sin embargo, en los casos en que la ley es ambigua o inexistente, puede surgir fácilmente la tragedia de los bienes comunales. La pesca excesiva en las aguas internacionales y la exterminación de algunas especies de animales debido al exceso de caza son significativos ejemplos de este fenómeno.

Ejemplo: El uso abusivo de los recursos pesqueros

Según un reportaje del *New York Times*, "…el uso abusivo de los recursos pesqueros ha diezmado las reservas de bacalao y lenguado que han mantenido a los habitantes de Nueva Inglaterra durante siglos".[6] Según un experto, los pescadores de Nueva

[6] "Plenty of Fish in the Sea? Not Anymore", *New York Times*, 25 de marzo de 1992, pág. A15.

Inglaterra están pescando entre el 50 y el 70 por ciento de las reservas existentes, es decir, más del doble de la cantidad que puede mantenerse.

Este uso abusivo de los recursos pesqueros es un ejemplo excelente del problema de los bienes comunales: cada pescador produce un efecto insignificante en las reservas totales de pescado, pero los esfuerzos acumulados de miles de pescadores agotan seriamente los recursos. El New England Fisheries Management Council está intentando paliar el problema prohibiendo la entrada de nuevos pescadores en el sector, exigiéndoles que reduzcan el número de días que salen al mar y aumentando el tamaño de las mallas de las redes.

Parece que las reservas de pescado podrían renovarse en tan sólo 5 años si se tomaran medidas de conservación. El valor actual de los beneficios del sector en su conjunto sería mayor si éste se regulara para impedir el uso abusivo de los recursos pesqueros. Sin embargo, ese tipo de medidas implicaría con casi toda seguridad una reducción significativa del número de barcos pesqueros existentes en el sector, algo que es muy poco popular entre los pequeños pescadores, los cuales probablemente se verían obligados a abandonar el sector.

Ejemplo: Las langostas de Nueva Inglaterra

Algunos sectores pesqueros ya han aplicado rigurosas normas para evitar el uso abusivo de los recursos pesqueros. Por ejemplo, los pescadores de langostas trabajan siguiendo unas normas concienzudamente elaboradas para no quedarse sin su medio de vida. Por ejemplo, se les obliga a devolver al mar todas las hembras que lleven huevos, todas las langostas de tamaño inferior al establecido y todas las que sobrepasen un determinado tamaño.

Las langostas que tienen huevos paren más langostas y las langostas pequeñitas se hacen grandes hasta llegar a la edad de reproducción. Pero ¿por qué devolver al mar las langostas grandes? Según los biólogos marinos, las langostas grandes producen más y mayores crías. Si los pescadores sólo capturaran las langostas más grandes, las langostas pequeñas pasarían en mayor medida sus genes a su descendencia, por lo que las langostas serían cada vez más pequeñas en cada generación.

Por lo que se refiere a la situación de las langostas, hay noticias buenas y malas. Primero las buenas. En 2003, se capturaron en Maine 2,5 millones de kilos de langostas, más de 2,5 veces la media de 1945–85. Eso induce a pensar que los esfuerzos del sector han dado como resultado un significativo crecimiento de su población.

Sin embargo, parece que la conservación no ha sido el único factor. También ha experimentado considerables cambios la población de otras especies marinas en la costa de Maine, como los erizos de mar, y algunos observadores creen que estos cambios son la principal causa del cambio de la población de langostas.[7]

[7] Véase *The Economist*, "Claws!", 19 de agosto de 2004, y Cornelia Dean, "Lobster Boom and Bust", *New York Times*, 9 de agosto de 2004.

Eso nos lleva a la mala noticia. Más al sur, en Massachussets y Nueva York, la captura de langostas ha disminuido espectacularmente. Nadie sabe a ciencia cierta por qué a una región le va tan bien y a otra tan mal. Paradójicamente, es posible que a Maine le vaya bien porque está capturando más peces y erizos de mar, que comen langostas pequeñas. Los problemas de Massachussets podrían deberse a factores específicos, como un gran vertido de petróleo o una enfermedad que desfigura el caparazón. Otro culpable es el calentamiento del agua: las temperaturas de la bahía de Narragansett han subido casi dos grados centígrados en los últimos 20 años.

Las ecologías suelen ser muy complejas y experimentar rápidos cambios. Los esfuerzos para evitar el uso abusivo de los recursos pesqueros deben aplaudirse, pero no bastan.

34.7 La contaminación de los automóviles

Como hemos sugerido antes, la contaminación es un excelente ejemplo de externalidad económica. Normalmente, cuando un consumidor conduce su automóvil, empeora la calidad del aire que respiran los demás. Parece improbable que un mercado libre genere el nivel óptimo de contaminación si no está regulado; más probable es que haya demasiada si el consumidor no incurre en ningún coste por generar contaminación.

La cantidad de contaminación de los automóviles puede controlarse exigiendo que se cumplan determinadas normas. Éste ha sido el eje básico de la lucha contra la contaminación en Estados Unidos, consistente en fijar las normas que deben cumplir los fabricantes de automóviles en relación con la contaminación.

Lawrence White ha descrito recientemente los beneficios y los costes de este programa; el análisis siguiente se basa sustancialmente en su trabajo.[8]

White estima que el coste de los sistemas de control de las emisiones contaminantes es de unos 600 dólares por automóvil; los costes adicionales de mantenimiento, de unos 180 dólares por automóvil; y los costes resultantes del mayor consumo de gasolina y de la necesidad de utilizar gasolina sin plomo, de unos 670 dólares por automóvil. Por lo tanto, el coste total por automóvil de las normas de control de las emisiones es de unos 1.450 dólares a lo largo de la vida del automóvil (todas las cifras están expresadas en dólares de 1981).

Sostiene el autor que el método actual para regular las emisiones de los automóviles plantea varios problemas. En primer lugar, exige que todos los automóviles cumplan las mismas normas (California es el único estado que tiene unas distintas), lo que significa que *todo* el que compre un automóvil debe pagar 1.450 dólares adicionales,

[8] Véase Lawrence White, *The Regulation of Air Pollutant Emissions from Motor Vehicles*, Washington, D.C., American Enterprise Institute for Public Policy Research, 1982.

independientemente de que viva en un área de elevada contaminación o no. Según un estudio de la National Academy of Sciences realizado en 1974, el 63 por ciento de los automóviles norteamericanos no necesitaría las rigurosas normas que están actualmente en vigor. Según White, "casi dos terceras partes de los compradores de automóviles están pagando… elevadas sumas por unos sistemas innecesarios".

En segundo lugar, la mayor parte de la responsabilidad del cumplimiento de las normas recae en el fabricante y poca en el usuario. Los propietarios de los automóviles tienen escasos incentivos para mantener en buenas condiciones su equipo de control de la contaminación a menos que vivan en un estado que realice inspecciones. Incluso en ese caso, sólo tienen incentivos para mantenerlo en buenas condiciones en el momento de la inspección.

Más importante es, sin embargo, el hecho de que los automovilistas no tienen ningún incentivo para utilizar menos el automóvil. En algunas ciudades como Los Ángeles, en donde la contaminación es una grave amenaza, tendría sentido desde el punto de vista económico inducir a sus residentes a utilizar menos el automóvil. Según el sistema actual, las personas que recorren 2.000 millas al año en el estado rural de Dakota del Norte pagan exactamente la misma cantidad por el control de la contaminación que las que recorren 50.000 millas al año en Los Ángeles. Con el sistema actual, los automovilistas que generan los costes de la contaminación no tienen que pagarlos.

Otra solución sería la imposición de unas *tasas por emisión*. Según White, la implantación de este sistema requeriría una inspección anual de todos los vehículos, la lectura del odómetro y la realización de una serie de pruebas para estimar las emisiones probables del vehículo durante el año anterior. Cada ciudad podría establecer unas tasas basadas en la cantidad estimada de contaminación que hubiera generado realmente el vehículo. Con este método, recaería sobre los automovilistas el verdadero coste de la contaminación. Ésta se gravaría en el origen. Si los automovilistas se enfrentaran a los verdaderos costes sociales en sus actos, acabarían generando la cantidad de contaminación socialmente óptima.

Ese sistema de tasas induciría a los propietarios de vehículos a buscar métodos baratos para reducir sus emisiones: a invertir en el equipo necesario para controlar la contaminación, a utilizar menos los automóviles y a cambiar de tipo de vehículo. Podría permitir que se cumplieran unas normas aún más estrictas de las que están en vigor actualmente en ciudades en las que la contaminación es un grave problema. Podría lograr el nivel de control de la contaminación que se deseara con un coste mucho menor que el del sistema actual de niveles máximos obligatorios.

Naturalmente, no existe razón alguna para que no pudiera haber también unas normas federales obligatorias para los dos tercios de vehículos que circulan en localidades en las que la contaminación no es un grave problema. Si es más barato imponer unos niveles máximos que exigir una inspección, ésa es, por supuesto, la medida correcta. El método apropiado para controlar la contaminación que producen los automóviles debe depender de un análisis racional de los costes y los beneficios, como todas las políticas sociales de esta naturaleza.

Resumen

1. El primer teorema de la economía del bienestar muestra que un mercado libre y competitivo da lugar a un resultado eficiente si no hay externalidades.
2. Pero si hay externalidades, es improbable que el resultado del mercado competitivo sea eficiente en el sentido de Pareto.
3. Sin embargo, en este caso, el Estado puede "reproducir" a veces el papel del mercado utilizando los precios para transmitir las señales apropiadas sobre el coste social de los actos de los individuos.
4. Más importante es el hecho de que el sistema jurídico puede garantizar que los derechos de propiedad estén bien definidos, para que puedan realizarse intercambios que mejoren la eficiencia.
5. Si las preferencias son cuasilineales, la cantidad eficiente de una externalidad en el consumo es independiente de quién tenga los derechos de propiedad.
6. Las externalidades de la producción pueden resolverse, por ejemplo, estableciendo unos impuestos pigouvianos, creando un mercado para la externalidad, permitiendo simplemente que las empresas se fusionen o transfiriendo los derechos de propiedad de otras formas.
7. La tragedia de los bienes comunales se refiere a la tendencia a usar en exceso las propiedades comunales. Se trata de un tipo especialmente frecuente de externalidad.

Problemas

1. "La definición de los derechos de propiedad elimina el problema de las externalidades". ¿Verdadero o falso?
2. "Las consecuencias distributivas de la delimitación de los derechos de propiedad se eliminan cuando las preferencias son cuasilineales". ¿Verdadero o falso?
3. Citemos algunos ejemplos de externalidades en el consumo y en la producción positivas y negativas.
4. Supongamos que el Estado desea controlar el uso de los bienes comunales. ¿Qué métodos hay para lograr que se utilicen eficientemente?

35. La tecnología de la información

Uno de los cambios económicos más radicales de los últimos 15 años ha sido la aparición de la **economía de la información.** La prensa está llena de reportajes sobre los avances de la tecnología informática, Internet y los nuevos programas de ordenador. Como cabía esperar, muchos de estos reportajes se encuentran en las páginas económicas de la prensa, pues esta revolución *tecnológica* también es una revolución *económica*.

Algunos observadores han llegado a comparar la revolución de la información con la revolución industrial. De la misma manera que la revolución industrial transformó la forma en que se producían, se distribuían y se consumían los *bienes*, la revolución de la información está transformando la manera en que se produce, se distribuye y se consume la *información*.

Se ha afirmado que estas tecnologías radicalmente nuevas requerirán una forma fundamentalmente diferente de análisis económico. Se dice que los bits son totalmente diferentes de los átomos. Pueden reproducirse sin coste alguno y distribuirse por todo el mundo a la velocidad de la luz y nunca se deterioran. Los bienes materiales, hechos de átomos, carecen de estas propiedades: son caros de producir y de transportar y se deterioran inevitablemente.

Es cierto que las propiedades excepcionales de los bits exigen un nuevo análisis económico, pero yo diría que no exigen un nuevo *tipo* de análisis económico. Al fin y al cabo, la economía se ocupa principalmente de las *personas*, no de los *bienes*. Los modelos que hemos analizado en este libro se referían a la manera en que las personas toman decisiones e interaccionan. Raras veces hemos tenido la ocasión de referirnos a los bienes concretos que intervienen en sus transacciones. Nos hemos centrado en los gustos de los individuos, la tecnología de producción y la estructura del mercado, y *estos* mismos factores determinan cómo funcionan (… o no funcionan) los mercados de la información.

En este capítulo investigaremos algunos modelos económicos relevantes para entender la revolución de la información. El primero está relacionado con el análisis económico de las redes, el segundo con los derechos de propiedad intelectual y el tercero con el uso compartido de los bienes de información. Estos ejemplos indican que los instrumentos fundamentales del análisis económico pueden ayudarnos tanto a comprender el mundo de los bits como el de los átomos.

35.1 Competencia entre sistemas

La tecnología de la información generalmente se utiliza en los sistemas. Esos sistemas tienen varios componentes, que son suministrados frecuentemente por diferentes empresas y que sólo tienen valor si van juntos. Los equipos no sirven para nada sin programas informáticos, los lectores de DVD no sirven para nada sin discos DVD, un sistema operativo carece de valor sin aplicaciones y un navegador de Internet es inútil sin servidores. Todos estos casos son ejemplos de bienes **complementarios**, que son bienes en los que el valor de uno de los componentes aumenta significativamente con la presencia de otro.

En nuestro análisis de la teoría del consumidor, señalamos que los zapatos del pie izquierdo y los del pie derecho son complementarios. Los ejemplos anteriores también son casos extremos: el mejor equipo del mundo no puede funcionar si no existe un programa para él. Pero, a diferencia de los zapatos, cuantos más programas existan para él, más valor tiene.

La competencia entre los proveedores de estos componentes a menudo tiene que preocuparse tanto por sus "complementadores" como por sus competidores. Una parte clave de la estrategia competitiva de Apple tiene que referirse a sus relaciones con los que desarrollan programas. Eso hace que la estrategia competitiva de las industrias de tecnología de la información sea distinta de la estrategia de las industrias tradicionales.[1]

35.2 El problema de los complementarios

Para explicar estas cuestiones, consideremos el caso de una Unidad Central de Proceso (CPU) y un Sistema Operativo (SO). Una CPU es un circuito integrado que es el "cerebro" de un ordenador. Dos conocidos fabricantes de CPU son Intel y Motorola. Un SO es el programa que permite a los usuarios y a las aplicaciones acceder a las funciones de la CPU. Apple y Microsoft fabrican sistemas operativos. Normalmente, para cada CPU hay que crear una versión especial de un sistema operativo.

Desde el punto de vista del usuario final, la CPU sólo puede utilizarse si hay un sistema operativo compatible. La CPU y el SO son complementarios, exactamente igual que los zapatos del pie izquierdo y los del pie derecho.

Las CPU y los SO más conocidos hoy en todo el mundo son fabricados por Intel y Microsoft, respectivamente. Estas compañías son, por supuesto, independientes y

[1] Véase Shapiro, Carl y Hal R. Varian, *El dominio de la información. Una guía estratégica para la economía de la Red*, Antoni Bosch, editor, 2000, como una guía para la estrategia competitiva en las industrias de tecnología.

fijan los precios de sus productos por separado. La PowerPC, otra conocida CPU, fue diseñada por un consorcio formado por IBM, Motorola y Apple. Dos sistemas operativos comerciales para PowerPC son el Apple OS y el AIX de IBM. Además de estos sistemas operativos comerciales, hay sistemas gratuitos, como BSD y GNU-Linux, que son suministrados por grupos de programadores que trabajan a título voluntario.

Examinemos el problema de fijación de los precios al que se enfrentan los vendedores de productos complementarios. La característica fundamental es que la demanda de cualquiera de los dos productos depende del precio de ambos. Si p_1 es el precio de la CPU y p_2 es el del SO, el coste para el usuario final depende de $p_1 + p_2$. Naturalmente, se necesita algo más que una CPU y un SO para tener un sistema útil, pero eso no hace más que añadir más precios a la suma; simplificaremos el análisis suponiendo que el sistema sólo tiene dos componentes.

La demanda de CPU depende del precio de todo el sistema, por lo que la expresamos de la forma siguiente: $\mathrm{D}(p_1 + p_2)$. Si c_1 es el coste marginal de una CPU y F es el coste fijo, el problema de maximización de los beneficios del fabricante de CPU puede expresarse de la forma siguiente:

$$\max_{p_1} (p_1 - c_1)D(p_1 + p_2) - F_1.$$

Asimismo, el problema de maximización de los beneficios del fabricante de SO puede expresarse del modo siguiente:

$$\max_{p_2} (p_2 - c_1)D(p_1 + p_2) - F_2.$$

Para analizar este problema, supongamos que la función de demanda tiene la forma lineal

$$D(p) = a - bp.$$

Supongamos también, para simplificar el análisis, que los costes marginales son tan bajos que podemos prescindir de ellos. En ese caso, el problema de maximización de los beneficios de la CPU se convierte en

$$\max_{p_1} p_1 [a - b(p_1 + p_2)] - F_1,$$

o sea,

$$\max_{p_1} ap_1 - bp_1^2 - bp_1p_2 - F_1.$$

Resulta que el ingreso marginal generado por una subida del precio Δp_1 es

$$(a - 2bp_1 - bp_2)\,\Delta p_1.$$

Si se maximizan los beneficios, la variación del ingreso provocada por una subida de p_1 debe ser cero:

$$a - 2pb_1 - bp_2 = 0.$$

Resolviendo esta ecuación, tenemos que

$$p_1 = \frac{a - bp_2}{2b}.$$

El precio del SO que maximiza los beneficios puede hallarse exactamente de la misma forma:

$$p_2 = \frac{a - bp_1}{2b}.$$

Obsérvese que la elección óptima del precio de cada empresa depende de lo que espere que cobre la otra por su componente. Nos interesa como siempre el **equilibrio de Nash**, en el que se satisfacen las expectativas de cada empresa sobre la conducta de la otra.

Resolviendo el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, tenemos

$$p_1 = p_2 = \frac{a}{3b}.$$

Esta expresión indica los precios que maximizan los beneficios si cada empresa fija unilateral e independientemente el precio de su componente del sistema. El precio del sistema total es

$$p_1 + p_2 = \frac{2a}{3b}.$$

Examinemos ahora el siguiente experimento. Supongamos que las dos empresas se fusionan y constituyen una empresa integrada. En lugar de fijar los precios de los componentes, la empresa integrada fija el precio del sistema final, que representamos por medio de p. Su problema de maximización de los beneficios es, pues,

$$\max_{p} p(a - bp).$$

El ingreso marginal que se obtiene subiendo el precio del sistema en Δp es

$$(a - 2bp)\Delta p.$$

Igualando esta expresión a cero y despejando p, observamos que el precio que la empresa integrada fijará para el sistema final es

$$p = \frac{a}{2b}.$$

Obsérvese el interesante hecho siguiente: el precio maximizador de los beneficios fijado por la empresa integrada es menor que el precio maximizador de los beneficios fijado por las dos empresas independientes. Como el precio del sistema es más bajo, los consumidores comprarán más sistemas y mejorarán su bienestar. Por otra parte, los beneficios de la empresa integrada son mayores que la suma de los beneficios de equilibrio de las dos empresas independientes. ¡Todo el mundo ha mejorado su bienestar coordinando la decisión de precios!

Esta conclusión es cierta en general: la fusión de dos monopolios que producen productos complementarios da como resultado unos precios más bajos y unos beneficios más altos que si las dos empresas fijaran sus precios por separado.[2]

No es difícil comprenderlo intuitivamente. Cuando la empresa 1 considera la posibilidad de bajar el precio de la CPU, aumenta la demanda de CPU y de SO. Pero sólo tiene en cuenta la repercusión de la reducción del precio en sus propios beneficios, no en los beneficios que obtendrá la otra. Eso la lleva a bajar el precio menos que si tuviera interés en maximizar los beneficios conjuntos. Lo mismo ocurre con la empresa 2, por lo que los precios son "demasiado altos" desde el punto de vista tanto de la maximización de los beneficios como del excedente del consumidor.

Relaciones entre los productores de bienes complementarios

El análisis de la "fusión de productores de bienes complementarios" es provocador, pero no debería llevarnos a extraer inmediatamente la conclusión de que las fusiones de los fabricantes de SO y de CPU son una buena idea. Lo que dice el análisis es que cuando los precios se fijan independientemente, son demasiado altos desde el punto de vista de la rentabilidad conjunta, pero existe una multitud de casos inter-

[2] Este hecho bastante notable fue descubierto por Augustin Cournot, con quien ya nos encontramos en el Capítulo 27.

medios entre las empresas totalmente independientes y las empresas totalmente integradas.

Por ejemplo, una de las empresas puede negociar los precios de los componentes y vender un paquete integrado. Es lo que hace más o menos Apple. Compra CPU PowerPC al por mayor a Motorola, las instala en los ordenadores y vende el sistema operativo junto con los ordenadores a los clientes finales.

Otro modelo para resolver el problema de la fijación del precio de los sistemas es el reparto del ingreso. Boeing fabrica fuselajes de aviones y GE motores de aviones. El usuario final generalmente quiere tanto un fuselaje como un motor. Si GE y Boeing fijaran cada uno sus precios por separado, podrían acabar fijando unos precios demasiado altos. Lo que hacen, pues, es negociar un acuerdo por el que GE recibe una parte de los ingresos que genera la venta del avión montado. De esa forma GE está encantada de que Boeing negocie el precio más alto posible por el paquete, segura de que recibirá la parte especificada.

Existen otros mecanismos en otras industrias. Consideremos, por ejemplo, el sector del DVD que hemos mencionado en la introducción. Este producto ha tenido mucho éxito, pero sus inicios fueron difíciles. Las empresas de electrónica de consumo no querían producir lectores, a menos que se les asegurara que habría abundante contenido y los suministradores de contenido no querían producir contenidos, a menos que estuvieran seguros de que habría muchos lectores de DVD.

Por si eso fuera poco, tanto las empresas de electrónica de consumo como los fabricantes de contenidos iban a tener que resolver el problema de la fijación del precio de los bienes complementarios: si sólo había unos cuantos fabricantes de lectores y únicamente unos cuantos fabricantes de contenidos, cada uno querría fijar el precio de su producto en un nivel "demasiado alto", lo que reduciría los beneficios totales del sector y empeoraría el bienestar de los consumidores.

Sony y Philips, que tenían las patentes básicas de la tecnología del DVD, contribuyeron a resolver este problema concediendo numerosas licencias para fabricar la tecnología a unos precios atractivos. También se dieron cuenta de que tenía que haber mucha competencia para mantener bajos los precios y dar un impulso al sector. Se dieron cuenta de que era mucho mejor tener una pequeña cuota de un gran sector próspero que una gran cuota de un sector inexistente.

Existe otro modelo de relación entre los productores de bienes complementarios que podría llamarse "homogeneizar el bien complementario". Volvamos al problema de maximización de los beneficios de la empresa 1:

$$\max_{p_1} p_1 D(p_1 + p_2) - F_1.$$

Cualquiera que sea la configuración de precios, una reducción de p_1 puede o no aumentar los ingresos de la empresa 1, dependiendo de la elasticidad de la demanda.

Pero una reducción de p_2 siempre aumenta los ingresos de la empresa 1. El reto de esta empresa es, pues, cómo conseguir que la empresa 2 baje su precio.

Puede tratar de intensificar la competencia a la que se enfrenta la empresa 2. Existen varias estrategias posibles, dependiendo de la naturaleza de la industria. En las industrias especializadas en tecnología, un importante instrumento es la estandarización. Por ejemplo, un fabricante de SO querría fomentar el equipo estandarizado. Eso no sólo facilitaría su trabajo sino que también conseguiría que la industria de equipos fuera muy competitiva. De esa forma, las fuerzas competitivas presionarían a la baja sobre el precio de los equipos y bajaría el precio de todo el sistema para los usuarios finales, aumentando así la demanda de sistemas operativos.[3]

Ejemplo: El iPod y iTunes de Apple

El reproductor de música iPod de Apple es enormemente popular. En enero de 2009, Apple había vendido 6.000 millones de canciones, que representan, según algunas estimaciones, un 70 por ciento de las ventas de música por Internet y una cuota de mercado del 88 por ciento en Estados Unidos.

Existe una relación complementaria obvia entre el reproductor de música y la música. El modelo empresarial clásico de bienes complementarios procede de Gillette: "Regalar la maquinilla de afeitar y vender las cuchillas". Pero en este caso el modelo se ha invertido: la mayor parte de los beneficios de Apple proceden de la venta del iPod y sólo una pequeña proporción proviene de la venta de música.

Eso se debe principalmente a que Apple no es propietaria de la música, por lo que los ingresos procedentes de la música que se vende en iTunes deben repartirse entre los productores de la música y Apple. Dado que la mayor parte del dinero que gana Apple proviene del reproductor, le interesa que la música sea barata. Por otra parte, como la mayor parte del dinero que ganan los estudios procede de las canciones, éstos quieren que la música sea cara. Eso ha generado algunos conflictos entre Apple y los estudios de grabación.

Al principio, todas las canciones de iTunes se vendían por 99 centavos de dólar. Algunas compañías discográficas creían que los precios de las novedades musicales debían ser más altos. Después de mucho tira y afloja, Apple anunció una nueva política en marzo de 2009, por la que algunas novedades iban a venderse por 1,29 dólares. Ésta es una forma de poner precios diferentes a versiones distintas de un mismo producto, cosa frecuente en los mercados de medios de comunicación. Los más impacientes pagan el precio más alto, mientras que los más pacientes aguardan a que baje el precio.

[3] Véase Brandenburger, Adam y Barry Nalebuff, *Co-opetition*, Doubleday, 1997 para un análisis más extenso de la estrategia de los productores de bienes complementarios.

Ejemplo: ¿Quién fabrica el iPod?

Pista: no es Apple. En realidad, los iPods se montan en diversas empresas de una serie de países asiáticos, entre las que se encuentran Asustek, Inventec Appliances y Foxconn.

Pero eso no es todo. Estas empresas se limitan a montar las piezas que compran a otras empresas. Recientemente, unos economistas han tratado de rastrear el origen de las 451 piezas que componen un iPod.[4]

El precio de venta al público del iPod Video de 30 gigabytes que examinaron estos autores era de 299 dólares. El componente más caro que contenía era el disco duro, que era fabricado por Toshiba y que cuesta alrededor de 73 dólares. Los siguientes componentes más caros eran el módulo de visualización (alrededor de 20 dólares), el chip procesador de video/multimedia (8 dólares) y el chip controlador (5 dólares). Estimaron que el montaje final, que se realiza en China, sólo cuesta alrededor de 4 dólares por unidad.

Los autores del artículo trataron de averiguar dónde se fabricaban las principales piezas y cuánto valor se añadía en cada fase del proceso de producción. Estimaron que del precio de 299 dólares al que se vendía el iPod en Estados Unidos las empresas y los trabajadores estadounidenses recibían 163, de los cuales 75 dólares correspondían a los costes de distribución y venta al por menor, 80 a Apple y 8 a diversos fabricantes nacionales de componentes. Japón contribuía con unos 26 dólares al valor añadido (principalmente a través de la unidad de disco de Toshiba), mientras que Corea contribuía con menos de 1 dólar.

En teoría, cada componente se compraba al proveedor de menor coste y estas decisiones reflejaban en gran medida la ventaja comparativa de los diferentes proveedores.

Aunque el montaje que se realizaba en China sólo significaba un 1 por ciento aproximadamente del valor del iPod, este montaje contribuía con unos 150 dólares al déficit comercial bilateral entre China y Estados Unidos. Lo que esto demuestra es que medir el déficit comercial bilateral no tiene sentido. Para empezar, la mayoría de las piezas de alto valor del iPod eran importadas por China de otros países. El componente de mayor valor del iPod –el diseño y la ingeniería que encerraba– procedía de Estados Unidos.

Ejemplo: AdWords y AdSense

Dos de los programas de publicidad de Google son AdWords, que muestra los anuncios en función de la búsqueda realizada, y AdSense, que muestra los anun-

[4] Greg Linden, Kenneth L. Kraemer y Jason Dedrick, "Who Captures Value in a Global Innovation Network", *Communications of the ACM*, 52(3), marzo de 2009, págs. 140–144.

cios en función del contenido de la página web. AdWords presenta los anuncios "en función de los términos de la consulta" y AdSense presenta los anuncios "en función del contexto".

Cuando un usuario cliquea en un anuncio basado en el contexto en una determinada página web, el anunciante paga un precio por clic que se decide en una subasta parecida a la que describimos en el capítulo 17. Los ingresos generados por este clic se reparten entre el anunciante y Google de acuerdo con una fórmula de reparto de los ingresos. Por tanto, el programa AdSense permite a un anunciante obtener ingresos publicitarios de una manera sencilla sin tener que gestionar un programa publicitario propio.

Existe una estrecha **complementariedad** entre los programas AdWords y AdSense. Al permitir que los anunciantes ganen dinero con su contenido, AdSense fomenta la producción de contenido. Eso acaba favoreciendo la aparición de información útil en la web y, por lo tanto, de contenido para que Google indicie y busque. Creando un modelo empresarial para fomentar la creación de contenido, Google consigue que su servicio de búsqueda sea mejor.

35.3 Usuarios atrapados

Dado que los componentes de la tecnología de la información funcionan conjuntamente como sistemas, cambiar un componente cualquiera suele significar cambiar también otros. Eso significa que los **costes de cambiar** relacionados con un componente de esta industria pueden ser muy significativos. Por ejemplo, pasar de un ordenador personal Macintosh a uno basado en Windows no sólo implica incurrir en los costes del propio ordenador sino también comprar toda una nueva serie de programas y, lo que es aún más importante, aprender a utilizar un sistema nuevo.

Cuando los costes del cambio son muy altos, los usuarios pueden sentirse **atrapados**, es decir, en una situación en la que el coste de cambiar de sistema es tan alto que es casi impensable cambiar. Eso es malo para los consumidores, pero resulta, por supuesto, bastante atractivo para el vendedor de los componentes que constituyen el sistema adquirido por el consumidor. Dado que el usuario atrapado tiene una demanda muy *inelástica*, el vendedor (o vendedores) puede elevar los precios de sus componentes para extraer excedente del consumidor del usuario.

Naturalmente, los consumidores precavidos tratarán de evitar quedar atrapados o, por lo menos, negociar denodadamente para que se les compense por ello. Aun cuando se les dé mal negociar, la competencia entre vendedores de sistemas presionará a la baja sobre los precios en la compra *inicial*, ya que los consumidores atrapados pueden reportarles una corriente continua de ingresos a partir de entonces.

Consideremos, por ejemplo, la elección de un proveedor de servicios de Internet. Una vez que hemos elegido, puede no ser cómodo cambiar debido al coste de notificar a todos aquellos con los que nos escribimos nuestra nueva dirección de correo electrónico, reconfigurar nuestros programas de acceso a Internet, etc. El poder de monopolio generado por estos costes de cambiar significa que el proveedor puede cobrar un precio superior al coste marginal del servicio, una vez que somos sus clientes. Pero la otra cara de la moneda de este efecto es que la corriente de beneficios de los clientes atrapados es un valioso activo, por lo que los proveedores competirán abiertamente para adquirir esos clientes ofreciendo descuentos y otros incentivos para atraerlos.

Un modelo de competencia con costes de cambiar

Examinemos un modelo de este fenómeno. Suponemos que el coste de facilitar a un cliente el acceso a Internet es c al mes. También suponemos que el mercado es perfectamente competitivo, hay muchas empresas idénticas, por lo que, en ausencia de costes de cambiar, el precio del servicio de Internet es simplemente $p = c$.

Pero supongamos ahora que el coste de cambiar de proveedor es s y que los proveedores pueden ofrecer un descuento de la cuantía d el primer mes, para atraer nuevos clientes. Al comienzo de un mes cualquiera, un consumidor considera la posibilidad de cambiar de proveedor. Si cambia, sólo tiene que pagar el precio descontado, $p - d$, pero también tiene que soportar los costes de cambiar s. Si no cambia de proveedor, tiene que pagar el precio p. Tras el primer mes, suponemos que ambos proveedores continúan cobrando el mismo precio p.

El consumidor cambiará si el valor actual de lo que tiene que pagar al nuevo proveedor más los costes del cambio es menor que el valor actual de lo que tiene que pagar al proveedor inicial. Suponiendo que r sea el tipo de interés (mensual), el consumidor cambiará si

$$(p - d) + \frac{p}{r} + s > p + \frac{p}{r} \cdot$$

La competencia entre los proveedores garantiza que al consumidor le sea indiferente cambiar o no, lo cual implica que

$$(p - d) + s = p.$$

Por lo tanto, $d = s$, lo cual significa que el descuento ofrecido cubre exactamente el coste de cambiar del consumidor.

Por lo que se refiere a los productores, suponemos que la competencia hace que el valor actual de los beneficios sea cero. El valor actual de los beneficios correspondiente a un único cliente es el descuento inicial, más el valor actual de los beneficios obtenidos en los meses futuros. Suponiendo que r sea el tipo de interés (mensual) y valiéndonos del hecho de que $d = s$, la condición de beneficio nulo puede expresarse de la forma siguiente:

$$(p - s) - c + \frac{p - c}{r} = 0. \qquad [35.1]$$

Reordenando esta ecuación, tenemos dos formas equivalentes de describir el precio de equilibrio:

$$p - c + \frac{p - c}{r} = s \qquad [35.2]$$

o

$$p = c + \frac{r}{1 + r}\, s. \qquad [35.3]$$

La ecuación [35.2] establece que el valor actual de los beneficios futuros generados por el consumidor debe ser igual al coste de cambiar del consumidor. La [35.3] establece que el precio del servicio es un margen sobre el coste marginal y que este margen es proporcional a los costes de cambiar.

La introducción de los costes de cambiar en el modelo eleva el precio *mensual* del servicio por encima del coste, pero la competencia por esta corriente de beneficios presiona a la baja sobre el precio *inicial*. De hecho, el productor está invirtiendo en el descuento $d = s$ con el fin de conseguir la corriente de márgenes en el futuro.

En realidad, muchos proveedores tienen otras fuentes de ingresos además de la mera renta mensual generada por sus clientes. America Online, por ejemplo, obtiene una parte considerable de sus ingresos de la publicidad. Para ellos tiene sentido ofrecer grandes descuentos iniciales con el fin de capturar ingresos publicitarios, aun cuando tenga que ofrecer la conexión a Internet a un precio igual o inferior al coste.

Es fácil introducir este efecto en el modelo. Si a representa los ingresos publicitarios generados por el consumidor cada mes, la condición de beneficio nulo exige que

$$(p - s) + a - c + \frac{p + a - c}{r} = 0. \qquad [35.4]$$

Despejando p, tenemos que

$$p = c - a + \frac{r}{1 + r}\, s.$$

Esta ecuación muestra que lo relevante es el coste *neto* de dar servicio al consumidor, $c - a$, en el que intervienen tanto el coste del servicio como los ingresos publicitarios.

Ejemplo: La banca electrónica

Muchos bancos ofrecen la posibilidad de realizar las operaciones bancarias por Internet a un bajo precio o incluso gratuitamente. Algunos pagan incluso a los clientes que empiezan a utilizar estos servicios.

¿Por qué les interesa a los bancos este sistema? Porque han observado que una vez que un cliente se toma la molestia de contratar el servicio, es mucho menos probable que cambie de banco. Según un estudio del Bank of America, la frecuencia con que esos clientes cambian de banco disminuye un 80 por ciento.[5]

Es cierto que una vez que se instala el servicio de banca electrónica, es difícil renunciar a él. Cambiar de banco para obtener una décima de punto más de intereses por la cuenta corriente no parece muy atractivo. Al igual que en el análisis de los usuarios atrapados que hemos presentado antes, invertir en servicios que crean costes de cambiar puede ser muy rentable para las empresas.

Ejemplo: Portabilidad del número de los teléfonos móviles

Antes, las compañías de telefonía móvil impedían a los clientes transferir su número de teléfono cuando se iban a otra compañía. Esta prohibición aumenta significativamente los costes que tiene para una persona cambiar de compañía, ya que si cambia, tiene que notificar su nuevo número a todos sus amigos.

Como describe el modelo presentado en este capítulo, el hecho de que se pudiera cobrar a los clientes más cuando sus costes de cambiar de compañía eran altos significaba que las compañías telefónicas competían incluso con más ferocidad para hacerse con esos rentables clientes. Esta competencia consistía en ofrecer teléfonos a un bajo precio o incluso gratis, así como “minutos gratis”, “planes personales”, “descuentos por llamar a otros números de la misma compañía” y otras estratagemas de marketing.

El sector de telefonía móvil sumó sus esfuerzos para impedir la portabilidad de los números y presionó a los organismos reguladores y al Congreso de Estados Unidos para mantener el statu quo.

[5] Michelle Higgins, “Banks Use Online Bill Payment In Effort to Lock In Customers”, *Wall Street Journal*, 4 de septiembre de 2002.

Lenta pero inexorable, la ola comenzó a volverse en contra del sector de telefonía móvil cuando los consumidores solicitaron la portabilidad de los números. La Federal Communications Commisson, que regula el sector de la telefonía, comenzó a insinuar que las compañías de telefonía móvil debían buscar fórmulas para que se pudieran transferir los números.

En junio de 2003, Verizon Wireless declaró que iba a dejar de oponerse a la portabilidad de los números. Parece que su decisión fue fruto de dos consideraciones. En primer lugar, cada vez estaba más claro que era una batalla perdida: al final ganaría la portabilidad de los números de los teléfonos móviles. Y lo que quizá sea más significativo, algunas encuestas recientes entre los consumidores mostraron que Verizon era la compañía con la que más satisfechos estaban los clientes. Era muy posible que consiguiera más abonados de los que perdería si reducía los costes de cambiar de compañía. De hecho, parece que al final le benefició la portabilidad de los números.

Este episodio es una buena lección de estrategia empresarial: las tácticas para aumentar los costes de cambiar de los clientes pueden ser valiosas durante un tiempo, pero al final la calidad del servicio desempeña un papel decisivo a la hora de atraer y retener a los clientes.

35.4 Las externalidades de red

Ya hemos examinado la idea de las **externalidades** en el capítulo 34. Recuérdese que los economistas utilizan este término para describir las situaciones en las que el consumo de una persona influye directamente en la utilidad de otra. Las **externalidades de red** constituyen un tipo especial de externalidades en el que la utilidad que reporta un bien a una persona depende del *número* de personas que lo consuman.[6]

Pensemos, por ejemplo, en la demanda de un fax por parte de un consumidor. La gente desea tener un fax para poder comunicarse. Si nadie tiene, no merece la pena que nosotros lo compremos. Los módems tienen una propiedad similar: un módem sólo es útil si existe otro en alguna otra parte con el que pueda comunicarse.

Las externalidades de red también pueden ser resultado de una moda. El deseo de llevar la cabeza rapada o de colocarse un aro en la nariz depende, al menos en parte, del número de personas que hayan optado por estas alteraciones cosméticas. En este caso, los efectos de red podrían ir en dos sentidos: es mejor que haya *algunas* personas que hayan adoptado la moda, pero si son *demasiadas*, la moda se queda anticuada y se acaba abandonando.

[6] En términos más generales, la utilidad de una persona podría depender de la *identidad* de otros usuarios; es fácil añadirlo al análisis.

Las externalidades de red también tienen otro efecto, más indirecto, en el caso de bienes complementarios. No existe razón alguna para que se abra un videoclub en un lugar en el que nadie tiene vídeo; pero una vez más, apenas existen razones para comprarse un vídeo si no es posible acceder a cintas de vídeo que poder ver. En este caso, la demanda de cintas de vídeo depende del número de vídeos y la demanda de vídeos depende del número de cintas de vídeo existentes, lo cual da lugar a una forma algo más general de externalidades de red.

35.5 Mercados con externalidades de red

Intentemos analizar las externalidades de red utilizando un sencillo modelo de demanda y oferta. Supongamos que en un mercado de un bien hay 1.000 personas a las que identificamos con un índice $v = 1, \ldots, 1.000$. Imaginemos que v mide el **precio de reserva** del bien correspondiente a la persona v. En ese caso, si el precio del bien es p, el número de personas que piensan que éste vale, al menos, p es $1.000 - p$. Por ejemplo, si el precio del bien es de 200 euros, hay 800 personas dispuestas a pagar, al menos, 200 euros por el bien, por lo que el número total de unidades vendidas sería de 800. Esta estructura genera una curva de demanda convencional de pendiente negativa.

Pero démosle ahora un giro al modelo. Supongamos que el bien que estamos examinando posee externalidades de red, por ejemplo, un fax o un teléfono. Supongamos, para simplificar el análisis, que el valor que tiene el bien para la persona v es vn, donde n es el número de personas que lo consumen, es decir, el número de personas que están conectadas a la red. Cuantas más consuman el bien, más estará dispuesta *cada una* a pagar por adquirirlo.[7] ¿Cómo es la función de demanda en este modelo?

Si el precio es p, hay una persona que es indiferente entre comprar el bien y no comprarlo. Sea $\hat{v}$ el índice de esta persona marginal. Por definición, le da lo mismo comprar el bien que no comprarlo, por lo que su disposición a pagar es igual al precio:

$$p = \hat{v}n. \qquad [35.5]$$

Dado que esta "persona marginal" es indiferente, toda aquella persona cuyo v sea *más alto* que $\hat{v}$ debe claramente querer comprarlo. Eso significa que el número de personas que quieren comprar el bien es

$$n = 1.000 - \hat{v}. \qquad [35.6]$$

[7] En realidad, deberíamos interpretar n como el número de personas que se *espera* que consuman el bien, pero esta distinción no es muy importante para el análisis siguiente.

Uniendo las ecuaciones [35.5] y [35.6], tenemos una condición que caracteriza el equilibrio de este mercado:

$$p = n\ (1.000 - n).$$

Esta ecuación nos da una relación entre el precio del bien y el número de usuarios. En este sentido, es una curva de demanda; si hay n personas que compran el bien, la disposición del individuo marginal a pagar viene dada por la altura de la curva.

Sin embargo, si observamos la representación gráfica de esta curva en la figura 35.1, ¡vemos que tiene una forma muy diferente a la de la curva de demanda convencional! Si el número de personas que conectan es bajo, la disposición a pagar del individuo marginal es baja, porque no hay muchas otras personas con las que pueda comunicar. Si hay un elevado número de personas conectadas, la disposición a pagar del individuo marginal es baja, porque todo el que le concedía más valor ya se ha conectado. Estas dos fuerzas dan lugar a la forma convexa representada en la figura 35.1.

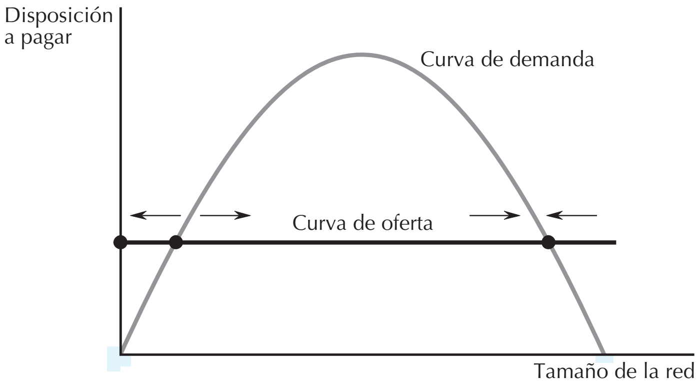


Figura 35.1. Externalidades de red. La demanda está representada por la curva en forma de U invertida y la oferta por la línea recta horizontal. Obsérvese que hay tres intersecciones en las que la demanda es igual a la oferta.

Ahora que comprendemos el lado de la demanda del mercado, examinemos el lado de la oferta. Para simplificar el análisis, supongamos que el bien puede suministrarse por medio de una tecnología de rendimientos constantes de escala. Como hemos visto, eso significa que la curva de oferta es una línea recta horizontal en la que el precio es igual al coste medio.

Obsérvese que hay tres intersecciones posibles de las curvas de demanda y de oferta. Hay un equilibrio de bajo nivel en el que $n^* = 0$; nadie consume el bien (nadie se conecta a la red), por lo que nadie está dispuesto a pagar nada por consumirlo. Podría decirse de él que es un equilibrio propio de unas “expectativas pesimistas”.

El equilibrio intermedio en el que hay un número positivo, pero pequeño, de consumidores, es aquel en el que la gente no cree que la red vaya a ser muy grande, por lo que no está dispuesta a pagar mucho por conectarse y, consecuentemente, la red no se hace muy grande.

Finalmente, el tercer equilibrio tiene un gran número de personas, n_H. En este caso, el precio es bajo porque la persona marginal que compra el bien no lo valora mucho, aun cuando el mercado sea muy grande.

35.6 Dinámica del mercado

¿Cuál de los tres equilibrios se alcanzará? Hasta ahora el modelo no nos da ninguna razón para poder elegir entre los tres. En cada uno de ellos la demanda es igual a la oferta. Sin embargo, podemos añadir un proceso de ajuste dinámico que nos ayude a decidir qué equilibrio es más probable que se alcance.

Es razonable suponer que cuando la gente está dispuesta a pagar un precio superior al coste del bien, el mercado se expande y cuando está dispuesta a pagar menos, el mercado se contrae. En términos geométricos, eso quiere decir que cuando la curva de demanda se encuentra por encima de la curva de oferta, la cantidad aumenta y cuando se encuentra por debajo, la cantidad disminuye. Las flechas de la figura 35.1 muestran este proceso de ajuste.

Esta dinámica nos suministra alguna información más. Ahora es evidente que el equilibrio de bajo nivel, en el que nadie conecta, y el de elevado nivel, en el que conectan muchas personas, son estables mientras que el intermedio es inestable. Por lo tanto, es improbable que el punto en el que se asiente finalmente el sistema sea el equilibrio intermedio.

Nos quedamos, por consiguiente, con dos posibles equilibrios estables; ¿cómo podemos saber cuál es probable que se alcance? Una idea es preguntarse cómo evolucionarán los costes con el paso del tiempo. En el caso de los ejemplos que hemos analizado —el fax, el vídeo, las redes informáticas, etc.— es natural suponer que el coste del bien comienza siendo alto y baja a medida que pasa el tiempo debido al progreso tecnológico. Este proceso se muestra en la figura 35.2. Cuando el coste unitario es alto, sólo hay un equilibrio estable, en el que la demanda es igual a cero. Cuando el coste disminuye lo suficiente, hay dos equilibrios estables.

Introduzcamos ahora ruido en el sistema. Imaginemos que se perturba el número de personas conectadas a la red en torno al punto de equilibrio de $n^* = 0$. Estas perturbaciones podrían ser aleatorias o formar parte de estrategias empresariales como descuentos iniciales u otras promociones. A medida que disminuye el coste, es cada vez más probable que una de estas perturbaciones lleve al sistema más allá del equi-

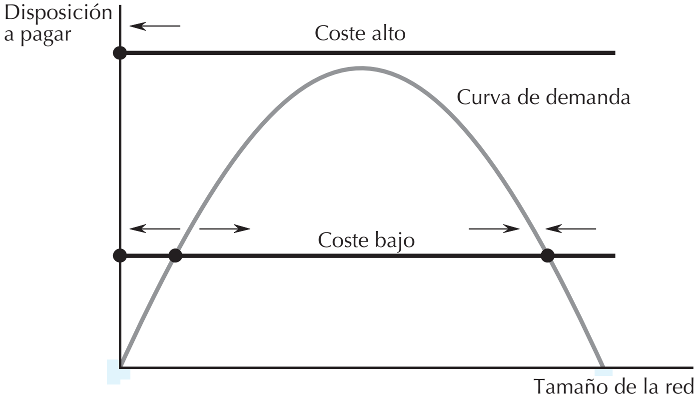


Figura 35.2. El ajuste del coste y las extemalidades de red. Cuando el coste es alto, el único equilibrio implica un mercado de dimensiones nulas. Cuando el coste baja, son posibles otros equilibrios.

librio inestable. Cuando ocurre eso, el ajuste dinámico empuja al sistema hasta el equilibrio de alto nivel.

La figura 35.3 representa una senda posible del número de consumidores del bien.

Parte esencialmente de cero, produciéndose algunas pequeñas perturbaciones con el paso del tiempo. El coste disminuye y llega un punto en el que alcanzamos una

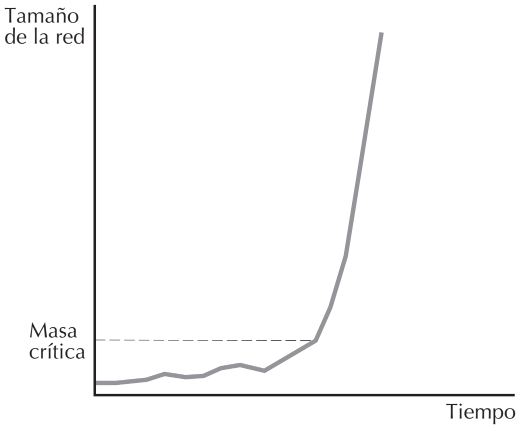


Figura 35.3. Posible ajuste al equilibrio. El número de usuarios conectados a la red inicialmente es bajo y sólo aumenta gradualmente a medida que disminuyen los costes. Cuando se alcanza una masa crítica, el crecimiento de la red despega espectacularmente.

masa crítica que nos lleva más allá del equilibrio de bajo nivel y el sistema se dispara entonces hasta alcanzar el equilibrio de alto nivel.

Un ejemplo de este tipo de ajuste en la vida real es el mercado de faxes. La figura 35.4 muestra el precio y el número de faxes vendidos en Estados Unidos en un periodo de 12 años.[8]

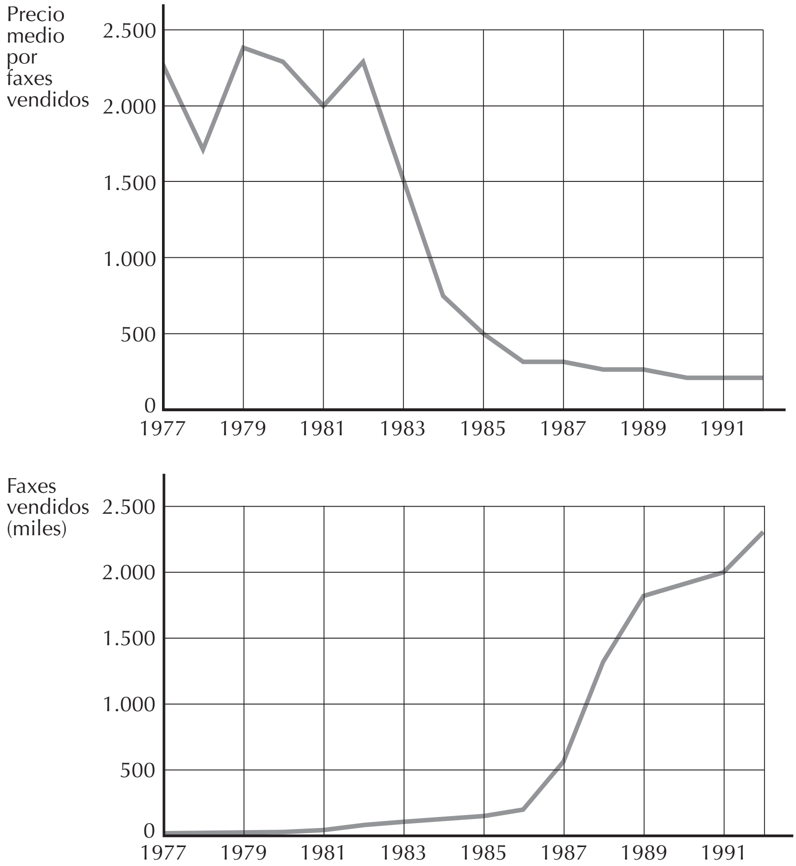


Figura 35.4. El mercado de faxes. La demanda de faxes fue baja durante un tiempo, ya que pocas personas los utilizaban. A mediados de los años ochenta, su precio bajó significativamente y la demanda explotó de repente.

[8] Este gráfico procede de "Critical Mass and Network Size with Applications to the US Fax Market" de Nicholas Economides y Charles Himmelberg, documento de trabajo nº EC-95-11, Stern School of Business, N.Y.U., 1995. Véase también Michael L. Katz y Carl Shapiro, "Systems Competition and Network Effects", *Journal of Economic Perspectives*, 8, 1994, págs. 93-116 para una excelente visión panorámica de las externalidades de red y de sus implicaciones.

Ejemplo: Las externalidades de red en los programas informáticos

En el mercado de programas informáticos surgen naturalmente externalidades de red. Es muy cómodo poder intercambiar ficheros de datos y demás información con otros usuarios de los mismos programas, lo cual da una ventaja significativa al programa más vendido y lleva a las empresas informáticas a realizar grandes inversiones con el fin de conseguir cuota de mercado.

Existen numerosos ejemplos. Es el caso de Adobe Systems, que realizó grandes inversiones en el desarrollo de un "lenguaje de descripción de página", llamado PostScript, para autoedición. Adobe se dio cuenta claramente de que nadie invertiría el tiempo y los recursos necesarios para aprender PostScript a menos que fuera claramente el "estándar del sector", por lo que permitió deliberadamente que los competidores "clonaran" su lenguaje con el fin de poder crear un mercado competitivo de intérpretes de PostScript. Su estrategia dio resultados: aparecieron varios competidores (incluido uno que regalaba su producto) y PostScript se convirtió en un estándar extensamente utilizado para la autoedición. Adobe se quedó con la propiedad de algunas cosas —por ejemplo, las técnicas para mostrar tipos con una resolución baja— y consiguió dominar el segmento alto del mercado. Paradójicamente, ¡el éxito de Adobe en el mercado se debió a su capacidad para fomentar la entrada de competidores!

En los últimos años, muchos fabricantes de programas informáticos han seguido este modelo. El propio Adobe regala algunos de sus productos, como el lector Adobe Acrobat. Una de las empresas con más éxito en Bolsa de 1995, Netscape Communications Corporation, logró apropiarse de la mayor parte del mercado de navegadores por Internet regalando su principal producto, lo que constituye un excelente ejemplo de una empresa que "perdió dinero en cada una de sus ventas, pero lo compensó en volumen".

35.6 Efectos de las externalidades de red

El modelo antes descrito, pese a lo simple que es, aporta algunas ideas interesantes. Por ejemplo, la masa crítica es crucial: si la demanda de un usuario depende de cuántos haya, es muy importante tratar de estimular el crecimiento de las ventas al principio del ciclo vital de un producto. Por ello, es bastante frecuente observar que las empresas informáticas ofrecen la posibilidad de acceder a un precio muy bajo a un programa o a un servicio de comunicaciones con el fin de "crear un mercado" donde antes no existía ninguno.

Naturalmente, la cuestión fundamental es saber qué tamaño debe tener el mercado para que pueda despegar por sí solo. La teoría apenas puede dar orientaciones en este caso; todo depende de la naturaleza del bien, y de los costes y beneficios de los usuarios que lo adopten.

Otra consecuencia importante de las externalidades de red es el papel que desempeñan las administraciones públicas. Internet es un excelente ejemplo. Al principio, sólo la utilizaban unos cuantos pequeños laboratorios de investigación para intercambiar ficheros de datos. A mediados de los años ochenta, la *National Science Foundation* de Estados Unidos utilizó la tecnología de Internet para conectar algunas grandes universidades a 12 superordenadores situados en diversos lugares del país. Inicialmente se creyó que los investigadores universitarios se transmitirían datos a través de estos superordenadores. Pero una propiedad fundamental de las redes de comunicaciones es que si todo el mundo está conectado a la red, todo el mundo está conectado entre sí. Esta característica permitió a los investigadores enviarse mensajes por correo electrónico que no tenían nada que ver con los superordenadores. Una vez alcanzada la masa crítica de usuarios conectados a Internet, su valor para los nuevos usuarios aumentó espectacularmente. La mayoría de estos nuevos usuarios no tenían interés alguno en los centros de superordenadores, aun cuando ese hubiese sido el motivo inicial para crear la red.

Ejemplo: Las páginas amarillas

En Estados Unidos las páginas amarillas son un negocio que mueve 14.000 millones de dólares. Hace diez años estaba dominado por las compañías telefónicas, que tenían alrededor de un 95 por ciento del mercado. Actualmente, sólo tienen el 85 por ciento.

La diferencia se debe a la competencia. En los últimos años han entrado algunas pequeñas empresas que se han hecho con una parte del negocio de las compañías telefónicas locales. Esta tarea no es fácil, ya que las guías locales muestran un tipo clásico de efectos de red: antes todos los consumidores utilizaban las páginas amarillas que suministraban sus compañías telefónicas locales, por lo que los comerciantes locales se veían obligados a anunciarse en ellas.

Una nueva empresa, Yellow Book, consiguió vencer los efectos de red utilizando ingeniosas estrategias empresariales, como cobrar por los anuncios unas tarifas espectacularmente más bajas que las de las compañías telefónicas y distribuir su guía justo antes de que saliera la de la compañía telefónica local. Las compañías ya existentes, creyendo que tenían su mercado asegurado, restaron importancia a la amenaza de las nuevas y agresivas empresas hasta que fue demasiado tarde. En los últimos años, la competencia se ha intensificado en este sector. Este ejemplo pretende mostrar que ni siquiera los sectores en los que hay fuertes efectos de red son inmunes a las fuerzas de la competencia, sobre todo cuando las empresas establecidas están demasiado confiadas.

Ejemplo: Anuncios radiofónicos

En 1910, la aplicación de más éxito de la radio era la comunicación barco a costa. Desgraciadamente, las conversaciones por radio no eran privadas, ya que se transmitían a cualquiera que sintonizara la frecuencia correcta. En algún momento David Sarnoff se dio cuenta de que este fallo podía ser, en realidad, una ventaja y se le ocurrió crear una "caja de música" que transmitía música a través de las ondas. Tuvo muchos críticos que no veían cómo la caja de música inalámbrica podía tener algún valor comercial. "¿Quién va a pagar por un mensaje que no se envía a nadie en particular?"

Tenían razón. Aunque a la gente le gustara la radio, el sector no tenía un modelo empresarial. ¿Cómo iba a ganar dinero?

La revista *Wireless World* realizó un concurso en el que propuso 5 modelos empresariales para la radio y en el que la gente tenía que votar por su favorito. Los modelos eran los siguientes:

- financiación con cargo a los impuestos generales;
- donaciones del público;
- subvención de la producción de contenidos de la radio por parte de los fabricantes de radios;
- financiación de la radio por medio de la publicidad;
- establecimiento de un impuesto sobre las lámparas de la radio para financiar la producción de contenidos.

Ganó el último modelo: un impuesto sobre las lámparas. Algunos de los demás modelos aún se utilizan hoy. La radio y la televisión de la BBC se financian por medio de un impuesto sobre los televisores y la National Public Radio de Estados Unidos se financia con las donaciones del público en general. Sin embargo, en la mayoría de los países la publicidad se ha convertido en el modelo empresarial más popular.

En 1922, había en Estados Unidos 30 emisoras de radio y se vendieron cien mil radios. Un año más tarde, había 556 emisoras y se vendieron medio millón de radios. La radio estaba en camino.

35.8 Mercados bilaterales

Un **mercado bilateral** es un tipo especial de efecto de red. Pensemos en una nueva tecnología como los DVD Blu-ray. A mí me da realmente lo mismo qué tipo de reproductor de DVD tenga otra gente, por lo que no hay ningún efecto directo de red. Pero hay un tipo de efecto *indirecto* de red: cuantos más reproductores de Blu-ray se vendan, más discos habrá y cuantos más discos haya, más atractivo será comprar un reproductor de Blu-ray.

Es posible imaginar otros muchos ejemplos. Consideremos el caso de una nueva tarjeta de crédito: cuantos más comerciantes la acepten, más atractiva será para los consumidores. Pero cuantos más consumidores adopten la tarjeta, más atractiva será para los comerciantes.

O pensemos en la plataforma PDF de Adobe. Cuantos más usuarios tengan el programa para leer documentos en pdf (Acrobat Reader), más diseñadores gráficos querrán distribuir contenido en este formato y mayor será la demanda del Acrobat Distiller, que es el programa que se utiliza para crear ficheros en PDF.

Este último ejemplo ilustra un tema importante: es posible que a Adobe le compense regalar un producto (Reader) para promover la demanda de otro (Distiller). Esto es tan viejo como el "regalar maquinillas de afeitar para vender las cuchillas", pero como la combinación de bienes digitales e Internet ha hecho que la distribución sea tan barata, esta estrategia se ha popularizado.

Por ejemplo, Apple vende el iPod. También distribuye música para el iPod en su tienda iTunes. Según los estudios del sector, Apple gana muy poco dinero con la música: la mayor parte de los beneficios van a parar a los estudios de grabación. Sin embargo, desde el punto de vista de Apple tiene sentido regalar las cuchillas (las canciones) para vender las maquinillas de afeitar (los iPods).

Un modelo de mercados bilaterales

Generalicemos el modelo utilizado en el apartado 34.5 para aplicarlo a los mercados bilaterales.

Supongamos ahora que hay dos bienes. El precio de reserva del bien 1 es v_1 y toma los valores $v_1 = 1, \ldots, 1.000$. Asimismo, el precio de reserva del bien 2 toma los valores $v_2 = 1, \ldots, 1.000$.

El valor total del bien 1 depende de cuántas personas adopten el bien 2 y el valor total del bien 2 depende de cuántas personas adopten el bien 1, por lo que escribimos $U_1 = v_1 n_2$ y $U_2 = v_2 n_1$. Por último, los bienes 1 y 2 tienen unos precios dados de forma exógena, que representamos por medio de p_1 y p_2 (podemos imaginar que son los costes de un proceso de producción de rendimientos constantes de escala).

Los adoptantes marginales de los bienes 1 y 2 vienen determinados por $\hat{v}_1 n_2 = p_1$ y $\hat{v}_2 n_1 = p_2$. Todo el que tenga un valor más alto que v_1^ comprará el bien 1, por lo que $n_1 = 1.000 - \hat{v}_1$. Asimismo, $n_2 = 1.000 - \hat{v}_2$.

Agrupando todas estas ecuaciones, tenemos que

$$\hat{v}_1 n_2 = p_1$$
$$\hat{v}_2 n_1 = p_2$$
$$n_1 = 1.000 - \hat{v}_1$$
$$n_2 = 1.000 - \hat{v}_2$$

Sustituyendo de las ecuaciones (3) y (4) en la (1) y la (2), obtenemos

$$(1.000 - n_1)n_2 = p_1$$
$$(1.000 - n_2)n_1 = p_2$$

Lo primero que observamos es que siempre hay un equilibrio en $n_1 = n_2 = 0$. Si nadie compra el bien 1, el valor del bien 2 será cero y viceversa. Para hallar las demás soluciones, representamos gráficamente las dos funciones. Como adivinará el lector, generalmente habrá dos soluciones como en el ejemplo de la figura 35.5. Hay un equilibrio de nivel bajo, en el que se vende poca cantidad de cualquiera de los dos bienes, y un equilibrio de nivel alto, en el que se vende una cantidad significativa de ambos bienes.

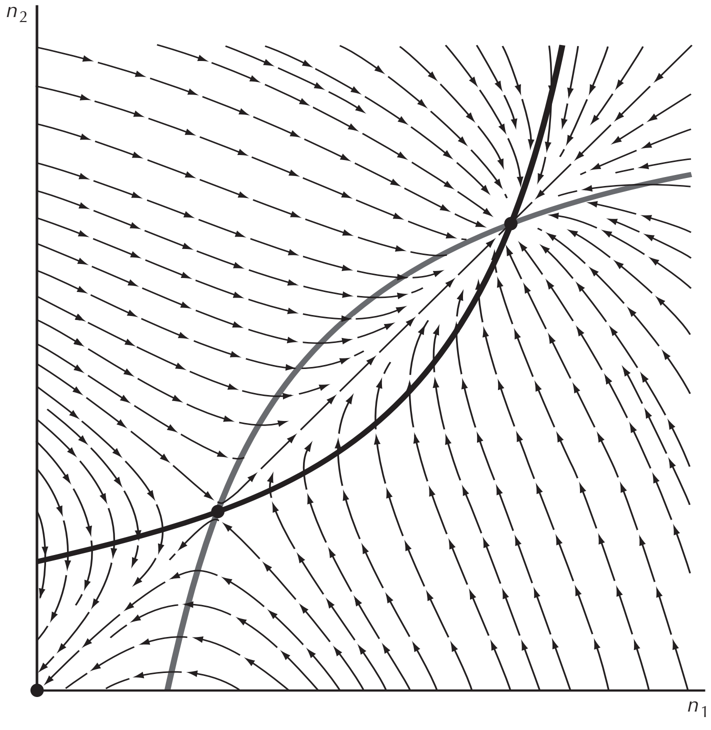


Figura 35.5. Equilibrio en un mercado bilateral. En general, en un mercado bilateral hay tres equilibrios.

El reto al que se enfrenta un oferente es conseguir el equilibrio de nivel alto. Una estrategia, mencionada antes, es subvencionar la producción de uno de los bienes. Vender uno de los bienes por debajo del coste puede tener sentido si con ello ensancha el mercado y, de esta manera, se obtienen más beneficios con la venta de los otros bienes.

35.9 Gestión de los derechos

Actualmente existe mucho interés por los nuevos modelos de gestión de la propiedad intelectual. Las transacciones de propiedad intelectual adoptan varias formas: los libros se venden, pero también se piden prestados a bibliotecas. Los vídeos se pueden vender o alquilar. Algunos programas son gratuitos si el uso es particular; otros se venden. En el caso de los programas "shareware", el pago es voluntario.

Elegir los términos y las condiciones en las que se ofrece una determinada propiedad intelectual es una decisión empresarial fundamental. ¿Debemos utilizar protección contra las copias? ¿Debemos animar a los usuarios a compartir una determinada información con sus amigos? ¿Debemos vender de forma individual o vender licencias colectivas?

Basta un sencillo análisis económico para comprender las cuestiones importantes. Consideremos el caso de un bien puramente digital, como un periódico electrónico, por lo que no tenemos que preocuparnos por el coste marginal de producción. Examinemos, en primer lugar, la conducta cuando se dan unas determinadas condiciones. El propietario del bien digital elige un precio de venta e, implícitamente, una cantidad que maximicen el beneficio:

$$\max_{y} p(y)y. \qquad [35.7]$$

Esta condición da como resultado una combinación (p^*, y^*) óptima.

Ahora el vendedor del bien considera la posibilidad de liberalizar las condiciones de cesión de los derechos, por ejemplo, ampliando de 1 semana a un 1 mes el periodo de prueba gratuita. Esta decisión produce dos efectos en la curva de demanda. En primer lugar, aumenta el valor del producto para cada uno de los posibles usuarios, desplazando la curva de demanda en sentido ascendente. Pero también puede ocurrir fácilmente que se venda una cantidad menor del bien, ya que a algunos usuarios les parecerá suficiente el periodo más largo de prueba para satisfacer sus necesidades.

Introduzcámoslo en el modelo definiendo la nueva cantidad consumida por medio de $Y = \beta Y$, donde $\beta > 1$, y la nueva curva de demanda por medio de $P(Y) = \alpha p(Y)$, donde $\alpha > 1$. Ahora el nuevo problema de maximización de los beneficios se convierte en

$$\max_{Y} P(Y)y.$$

Obsérvese que multiplicamos el precio por la cantidad vendida, y, no por la cantidad consumida, Y.

Aplicando las definiciones $Y = \beta y$ y $P(Y) = \alpha p(Y)$, podemos expresarlo de la forma siguiente:

$$\max_Y \alpha p(Y) \frac{Y}{\beta} = \max_Y \frac{\alpha}{\beta} p(Y)\, Y.$$

Este problema de maximización se parece al [35.7], salvo por la constante α/β que aparece delante del maximando. Eso no afecta a la elección óptima, por lo que podemos concluir que $Y^* = y^*$.

Este sencillo análisis nos permite extraer varias conclusiones:

- La cantidad consumida del bien, Y^*, es independiente de las condiciones del contrato de cesión de derechos.
- La cantidad producida del bien es y^*/β, que es menor que y^*.
- Los beneficios pueden aumentar o disminuir dependiendo de que α/β sea mayor o menor que 1. Los beneficios aumentan si el aumento del valor que tiene el producto para los consumidores que lo compran compensa la disminución del número de compradores.

Ejemplo: Alquiler de vídeos

Los videoclubs pueden elegir las condiciones en las que alquilan sus vídeos. Cuanto más tiempo tenga una persona el vídeo, más valioso es para ella, ya que tiene más tiempo para poder verlo. Pero cuanto más tiempo tenga el vídeo, menos beneficios obtiene el videoclub con él, ya que no puede alquilarlo a otra persona. La elección óptima del periodo de alquiler implica resolver la disyuntiva que plantean estos dos efectos.

En la práctica, eso ha llevado a un tipo de diferenciación del producto. Los estrenos se alquilan por breves periodos, ya que los beneficios generados por otros clientes excluidos son considerables. Los vídeos más antiguos se alquilan para periodos más largos, ya que al videoclub le cuesta menos el hecho de no disponer del vídeo.

35.10 El uso compartido de la propiedad intelectual

La propiedad intelectual se comparte frecuentemente. Por ejemplo, las bibliotecas permiten compartir los libros. Los videoclubes permiten a la gente "compartir" los vídeos y cobran un precio por ello. Los préstamos interbibliotecarios ayudan a las bibliotecas a compartir libros. Los estudiantes comparten incluso los libros de texto

—como el que el lector tiene sus manos— de un curso a otro a través del mercado de segunda mano.

Existe un gran debate en el mundo editorial y bibliotecario sobre el papel que debe desempeñar la práctica del uso compartido. Las bibliotecas en Estados Unidos han establecido una "regla del cinco" de carácter informal para los préstamos interbibliotecarios: un libro puede prestarse hasta cinco veces sin tener que pagar *royalties* adicionales al editor. En relación con el mercado de segunda mano, tanto editores como autores han mostrado tradicionalmente poco entusiasmo.

La llegada de la información digital ha agravado aún más la situación. La información digital puede reproducirse perfectamente y la práctica del "uso compartido" puede llegar a nuevos extremos. Recientemente, un conocido cantante de música *country* emprendió una ruidosa campaña de relaciones públicas en contra de las tiendas que vendían CDs usados. El problema es que estos discos no se deterioran cuando se usan, con lo que es posible comprarlos, grabarlos en cinta y venderlos a una tienda de CDs usados como si fueran nuevos.

Tratemos de construir un modelo de esta forma de uso compartido. Utilicemos como caso de referencia aquel en que no existe uso compartido. En este caso, el fabricante de vídeos decide producir y copias de un vídeo para maximizar los beneficios:

$$\max_{y} p(y)y - cy - F. \qquad [35.8]$$

Como es habitual, $p(y)$ es la función de demanda inversa, c es el coste marginal (constante) y F es el coste fijo. Representemos el nivel de producción maximizador del beneficio por medio de y_n, donde n indica "uso no compartido".

Supongamos ahora que se permite que exista un mercado de alquiler de vídeos. En este caso, el número de vídeos *que se ven* es distinto del número de ejemplares producidos. Si y es el número de vídeos producidos y cada vídeo es compartido por k personas, el número de vídeos visionados será $x = ky$ (para simplificar el análisis, en este caso suponemos que se alquilan *todas* las copias del vídeo).

Necesitamos concretar la forma como los consumidores eligen entre los "clubs" que comparten los vídeos. Lo más sencillo es suponer que se asocian, por un lado, los consumidores que tienen valores elevados y, por otro, los que tienen valores bajos. Es decir, un club está formado por consumidores que tienen los valores más altos k, otro está formado por consumidores que tienen los siguientes valores más altos k, etc. (podríamos postular otros supuestos, pero éste permite que el análisis sea muy sencillo).

Si se producen y copias, se verán $x = ky$ copias, por lo que la disposición del individuo marginal a pagar será $p(x) = p(ky)$. Sin embargo, se da claramente el caso de que alquilar un vídeo es algo más incómodo que tenerlo, y eso tiene un coste. Representando este "coste de transacción" por medio de t, la disposición del individuo marginal a pagar se convierte en $p(x) - t$.

Recuérdese que hemos supuesto que todas las copias del vídeo son compartidas por k usuarios. Por lo tanto, la disposición de un *videoclub* a pagar es simplemente k multiplicado por la disposición del individuo marginal a pagar. Es decir, si se producen y copias, la disposición del videoclub a pagar será

$$P(y) = k[p(ky) - t]. \qquad [35.9]$$

La ecuación [35.9] contiene los dos efectos clave que produce la práctica del uso compartido: la disposición a pagar disminuye, ya que se ven más vídeos de los que se producen; pero la disposición a pagar también *aumenta* porque el coste de un único vídeo es compartido por varias personas.

El problema de maximización del beneficio del productor ahora se convierte en

$$\max_y P(y)y - cy - F,$$

que puede formularse de la siguiente manera

$$\max_y k[p(ky) - t]y - cy - F,$$

o sea,

$$\max_y p(ky)ky - \left(\frac{c}{k} + t\right) ky - F.$$

Recordando que el número de vídeos visionados, x, está relacionado con el número producido, y, a través de $x = ky$, también podemos formular el problema de maximización de la siguiente manera:

$$\max_x p(x)x - \left(\frac{c}{k} + t\right) x - F.$$

Obsérvese que este problema es idéntico al [35.8], con la excepción de que ahora el coste marginal es $(c/k + t)$ en lugar de c.

La estrecha relación entre los dos problemas es muy útil, ya que nos permite hacer la siguiente observación: l*os beneficios serán mayores cuando el alquiler sea posible que cuando no lo sea si y sólo si*

$$\frac{c}{k} + t < c.$$

Reordenando esta condición, tenemos que

$$\left(\frac{k}{k+1}\right) t < c.$$

Cuando k tiene un valor elevado, la fracción de la izquierda es del orden de 1. Por lo tanto, la cuestión fundamental es la relación entre el coste marginal de producción, c, y el coste de transacción de alquilar, t.

Si el coste de producción es elevado y el de alquilar es bajo, lo más rentable para el productor es producir unas cuantas copias, venderlas a un elevado precio y dejar que los consumidores las alquilen. En cambio, si el coste de transacción de alquilar es mayor que el de producción, es más rentable para el productor prohibir el alquiler: como éste es tan incómodo para los consumidores, los videoclubs no están dispuestos a pagar mucho más por los vídeos "compartidos" y, por lo tanto, el vendedor sale ganando si sólo vende.

Ejemplo: Mercados bilaterales en Internet

En Internet hay múltiples ejemplos de mercados bilaterales. Por ejemplo, eBay es un punto de encuentro para aquellos que desean comprar y vender objetos coleccionables. Si poseemos unas monedas raras que queremos vender, procuraremos ofrecerlas en un mercado en el que haya muchos compradores potenciales. Asimismo, si somos compradores, queremos ir a un mercado en el que haya varios vendedores compitiendo entre sí. El efecto de red bilateral tiende a generar un único punto de encuentro. En los últimos años, eBay se ha expandido y hoy ya no vende solamente objetos coleccionables sino toda una variedad de artículos.

Otra serie de ejemplos interesantes son las redes sociales, como Facebook, MySpace, LinkedIn, etc. La gente quiere registrarse en los sitios en los que se han registrado sus amigos. Eso produce, una vez más, un efecto de red: la red más grande es la que atrae a más participantes.

Facebook ha experimentado un crecimiento especialmente rápido. Se lanzó en febrero de 2004 y en diciembre de ese año tenía 1 millón de usuarios activos. En septiembre de 2009, tenía más de 300 millones en todo el mundo, según las estadísticas que publica en su página web.

Resumen

1. Dado que la tecnología de la información opera habitualmente en forma de sistemas, es costoso para los consumidores cambiar cualquier componente.
2. Si dos productores monopolísticos de productos complementarios coordinan la fijación de los precios, ambos fijarán unos precios más bajos que si los fijaran por separado.
3. De esa forma los beneficios de los dos monopolistas serán más altos y el bienestar de los consumidores será mayor.

4. Hay muchas formas de lograr esta coordinación; entre ellas se encuentran la fusión, la negociación, el reparto de los ingresos y la homogeneización.
5. En condiciones de equilibrio, el descuento ofrecido en el primer periodo se paga subiendo los precios en los siguientes periodos.
6. Existen externalidades de red cuando la disposición de una persona a pagar un bien depende del número de usuarios de ese bien.
7. Los modelos que tienen externalidades de red normalmente poseen equilibrios múltiples. El resultado final suele depender de la historia de la industria.
8. La gestión de los derechos exige resolver la disyuntiva entre un aumento del valor y de los precios y una reducción de las ventas.
9. Los bienes de información, como los libros y los vídeos, suelen alquilarse o compartirse, así como comprarse. El alquiler o la compra puede ser más o menos rentable dependiendo de cuáles sean los costes de transacción de alquilar en comparación con los costes de producción.

Problemas

1. Si el coste que tiene para un cliente cambiar de operador es del orden de 50 euros, ¿cuánto debe estar dispuesto a pagar un operador por adquirir un nuevo cliente?
2. Explique cómo la demanda de un procesador de textos puede dar lugar a externalidades de red.
3. Supongamos que el coste marginal de producir un vídeo adicional es cero y que el coste de transacción de alquilarlo es cero. ¿Gana más dinero un productor vendiendo el vídeo o alquilándolo?

36. Los bienes públicos

En el capítulo 34 afirmamos que no era difícil eliminar la ineficiencia que creaban algunos tipos de externalidades. Por ejemplo, en el caso en el que el consumo de una persona causaba una externalidad a otra, lo único que había que hacer era garantizar que se especificaban claramente los derechos de propiedad iniciales. De esa manera, las dos personas podían intercambiar el derecho a generar la externalidad de la manera habitual. En el caso de las externalidades de la producción, el propio mercado transmitía señales a través de los beneficios, con lo que se repartían los derechos de propiedad del modo más eficiente. En el caso de las propiedades comunales, la ineficiencia se eliminaba asignando derechos de propiedad a una persona.

Desgraciadamente, no todas las externalidades pueden resolverse de esa manera. En cuanto hay más de dos agentes económicos, las cosas son mucho más difíciles. Supongamos que en el ejemplo del capítulo anterior hay *tres* compañeros de habitación en lugar de dos: un fumador y dos no fumadores. En ese caso, la cantidad de humo es una externalidad negativa para los dos individuos que no fuman.

Supongamos que los derechos de propiedad están bien definidos: por ejemplo, los no fumadores tienen derecho a exigir un aire puro. Al igual que antes, aunque tengan *derecho* a respirar un aire puro, también tienen derecho a intercambiar una parte de este aire por una compensación adecuada. Pero ahora hay un problema: los no fumadores tienen que ponerse de acuerdo sobre la cantidad de humo que van a permitir y sobre la cuantía de la compensación.

Tal vez uno de ellos sea mucho más sensible, o más rico, que el otro. Es posible que tengan preferencias y recursos muy diferentes. Aun así, los dos tienen que ponerse de acuerdo para lograr una asignación eficiente de humo.

Supongamos que deben ponerse de acuerdo todos los habitantes de un país. ¿Cuánta contaminación debe permitirse? Si pensamos que es difícil que tres compañeros de habitación se pongan de acuerdo, imaginemos cómo será en el caso de millones de personas.

La externalidad del humo cuando afecta a tres personas es un ejemplo de **bien público**, un bien que debe suministrarse en la misma cantidad a todos los consumidores afectados. En este caso, la cantidad de humo generada será la misma para todos los consumidores; es posible que cada uno la valore de forma distinta, pero todos tendrán que consumir la misma cantidad.

Muchos bienes públicos, como las calles y las aceras, son suministrados por el Estado. Todas las ciudades tienen un determinado número de calles de una determinada calidad y todo el mundo puede utilizarlas. La defensa nacional es otro ejemplo; todos los habitantes de un país reciben el mismo nivel de defensa nacional. Es posible que lo valoren de forma distinta —unos querrán más, otros menos—, pero todos recibirán la misma cantidad.

Los bienes públicos constituyen un ejemplo de un determinado tipo de externalidad en el consumo: todo el mundo debe consumir la misma cantidad. Estos bienes plantean problemas especiales, pues las soluciones del mercado descentralizado que tanto gustan a los economistas no los asignan muy bien. Un individuo no puede comprar la cantidad que desee de defensa nacional; entre todos tienen que decidir una cantidad común.

En lo que sigue, primero veremos cuál debe ser la cantidad ideal de un bien público y después analizaremos algunos de los mecanismos que pueden utilizarse para tomar decisiones sociales sobre este tipo de bienes.

36.1 ¿Cuándo suministrar un bien público?

Comencemos con un sencillo ejemplo. Supongamos que hay dos compañeros de habitación, 1 y 2. Están tratando de decidir si compran o no un televisor. Dado el tamaño de su apartamento, colocarán necesariamente el aparato en el cuarto de estar y los dos podrán ver la televisión. Por lo tanto, será un bien público en lugar de un bien privado. Ahora bien, ¿les merece la pena adquirir el televisor?

Supongamos que w_1 y w_2 representan la riqueza inicial de cada persona; g_1 y g_2, la aportación de cada una al televisor; y x_1 y x_2, el dinero que le queda a cada una para gastar en consumo privado. Las restricciones presupuestarias son:

$$x_1 + g_1 = w_1$$
$$x_2 + g_2 = w_2.$$

Supongamos también que el televisor cuesta c euros, por lo que, para comprarlo, la suma de las dos aportaciones debe ser como mínimo c:

$$g_1 + g_2 \geq c.$$

Esta ecuación expresa la restricción vigente para suministrar el bien público: los compañeros de habitación pueden adquirir un televisor si pagan conjuntamente el coste c.

La función de utilidad de la persona 1 dependerá de su consumo privado, x_1, y de la existencia del televisor (el bien público). Sea $u_1(x_1, G)$ esta función, donde G es o 0, lo que quiere decir que no hay televisor, o 1, lo que quiere decir que hay un televisor. La función de utilidad de la persona 2 es $u_2(x_2, G)$. El consumo privado de cada persona tiene un subíndice que indica que el bien es consumido por la persona 1 o por la 2, pero el bien público no tiene ningún subíndice. Es "consumido" por las dos. Naturalmente, en realidad lo que se consume no es el aparato en el sentido de que se "gasta", sino sus *servicios*.

Es posible que las dos personas valoren los televisores de una forma muy distinta. Midamos el valor que le concede cada una preguntándonos cuánto estaría dispuesta a pagar por tenerlo. Para ello utilizamos el concepto de **precio de reserva** introducido en el capítulo 6.

El precio de reserva de la persona 1 es la cantidad máxima que estaría dispuesta a pagar por tener el televisor. Es decir, es el precio r_1 al que le daría igual pagar r_1 y tener el televisor que no tenerlo. Si la persona 1 paga el precio de reserva y recibe el televisor, le quedará $w_1 - r_1$ para su consumo privado. Si no recibe el televisor, le quedará w_1. Si es indiferente entre estas dos posibilidades, debe cumplirse la igualdad siguiente:

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0).$$

Esta ecuación define el precio de reserva de la persona 1, es decir, la cantidad máxima que está dispuesta a pagar por tener el televisor. La ecuación que define el precio de reserva de la persona 2 es similar. Obsérvese que, en general, el precio de reserva de cada una depende de su riqueza: la cantidad máxima que está *dispuesta* a pagar depende de la cantidad que *pueda* pagar.

Recuérdese que una asignación es eficiente en el sentido de Pareto si no es posible mejorar el bienestar de las dos personas. Es *ineficiente* si es posible mejorar el bienestar de las dos; en este caso, decimos que es posible lograr una **mejora en el sentido de Pareto.** En el problema del televisor, sólo hay dos tipos de asignaciones interesantes. Una es aquella en la que no se suministra el televisor y que adopta la sencilla forma $(w_1, w_2, 0)$, es decir, cada una de las personas gasta su riqueza únicamente en su consumo privado.

El otro tipo de asignación es aquella en la que se suministra el bien público. Tiene la forma $(x_1, x_2, 1)$, donde

$$x_1 = w_1 - g_1$$
$$x_2 = w_2 - g_2 .$$

Estas dos ecuaciones se obtienen reformulando las restricciones presupuestarias. Nos dicen que el consumo privado de cada individuo depende de la riqueza que le quede una vez que ha contribuido a financiar el bien público.

¿En qué condiciones debe suministrarse el televisor? Es decir, ¿cuándo hay un sistema de pago (g_1, g_2) con el que ambas personas disfrutan de un mayor bienestar teniendo el televisor y pagando su parte que no teniéndolo? En la jerga económica, ¿cuándo es la adquisición del televisor una mejora en el sentido de Pareto?

Suministrar la asignación $(x_1, x_2, 1)$ es una mejora en el sentido de Pareto cuando las dos personas disfrutan de un mayor bienestar si se les suministra el televisor que si no se les suministra, lo que significa que

$$u_1(w_1, 0) < u_1(x_1, 1)$$
$$u_2(w_2, 0) < u_2(x_2, 1).$$

Utilizando la definición de los precios de reserva r_1 y r_2 y la restricción presupuestaria, tenemos que

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = u_1(w_1, 0) < u_1(x_1, 1) = u_1(w_1 - g_1, 1)$$
$$u_2(w_2 - r_2, 1) = u_2(w_2, 0) < u_2(x_2, 1) = u_2(w_2 - g_2, 1).$$

Examinando los dos miembros de esta desigualdad y recordando que el aumento del consumo privado debe elevar la utilidad, podemos concluir que

$$w_1 - r_1 < w_1 - g_1$$
$$w_2 - r_2 < w_2 - g_2,$$

lo que implica, a su vez, que

$$r_1 > g_1$$
$$r_2 > g_2.$$

Si la asignación $(w_1, w_2, 0)$ es ineficiente en el sentido de Pareto, debe satisfacerse esta condición: la aportación que hace cada persona para comprar el televisor es menor que lo que estaría dispuesta a pagar por él. Si un consumidor puede adquirir el bien por una cantidad inferior a la máxima que estaría dispuesto a pagar, la adquisición le beneficiará. Por lo tanto, la condición de que el precio de reserva sea superior a la participación en el coste de adquisición simplemente nos dice que ocurrirá una mejora en el sentido de Pareto cuando cada compañero de habitación adquiera los servicios del televisor por una cantidad inferior a la máxima que estaría dispuesto a pagar por él. Esta condición es claramente *necesaria* para que la compra de un televisor sea una mejora en el sentido de Pareto.

Si lo que cada persona está dispuesta a pagar es superior a lo que le toca pagar, la suma de las cantidad que están dispuestas a pagar debe ser mayor que el coste del televisor:

$$r_1 + r_2 > g_1 + g_2 = c. \qquad [36.1]$$

Esta condición es *suficiente* para que la adquisición del televisor constituya una mejora en el sentido de Pareto. Si se satisface esta condición, habrá alguna forma de repartirse el pago que permita a ambas personas disfrutar de un mayor bienestar con la adquisición del bien público. Si $r_1 + r_2 \geq c$, la cantidad total que los compañeros de habitación estarán dispuestos a pagar es, al menos, tan grande como el precio de compra, por lo que puede hallarse fácilmente un reparto del coste (g_1, g_2) tal que $r_1 \geq g_1$, $r_2 \geq g_2$ y $g_1 + g_2 = c$. Esta condición es tan simple que tal vez el lector se pregunte por qué nos extendemos sobre todos los detalles de su obtención. Pues bien, la razón es que contiene algunas sutilezas.

En primer lugar, es importante señalar que la condición que indica cuándo es la provisión de un bien público una mejora en el sentido de Pareto sólo depende de lo que se *está dispuesto* a pagar y del coste total. Si la suma de los precios de reserva es superior al coste del televisor, siempre *existirá* un sistema de pago con el que ambas personas disfrutarán de un mayor bienestar si tienen el bien público que si no lo tienen.

En segundo lugar, el hecho de que la provisión de un bien público sea o no eficiente en el sentido de Pareto depende de la distribución inicial de la riqueza (w_1, w_2), ya que, en general, los precios de reserva r_1 y r_2 dependen de ella. Es perfectamente posible que con unas distribuciones de la riqueza, $r_1 + r_2 > c$, y que con otras, $r_1 + r_2 < c$.

Para ver por qué, imaginemos una situación en la que a uno de los compañeros de habitación le guste mucho la televisión y al otro le dé casi igual comprar un televisor que no comprarlo. En este caso, si el primero tuviera toda la riqueza, estaría dispuesto a pagar él solo una cantidad superior al coste del televisor. Por lo tanto, la adquisición del televisor sería una mejora en el sentido de Pareto. Pero si toda la riqueza la tuviera el compañero de habitación al que la televisión le es indiferente, el amante de la televisión poco podría contribuir al pago y sería eficiente en el sentido de Pareto *no adquirirla*.

Por lo tanto, generalmente el hecho de que deba suministrarse o no un bien público depende de la distribución de la riqueza. Pero en determinados casos puede ser independiente de ella. Por ejemplo, supongamos que las preferencias de los dos compañeros de habitación fueran cuasilineales. Eso significaría que las funciones de utilidad tendrían la forma siguiente:

$$u_1(x_1, G) = x_1 + v_1(G)$$
$$u_2(x_2, G) = x_2 + v_2(G),$$

donde G sería 0 o 1, dependiendo de que se suministrara o no el televisor. Supongamos para mayor sencillez que $v_1(0) = v_2(0) = 0$. Eso quiere decir que cuando no se dispone de televisor, el hecho de no ver la televisión reporta una utilidad nula.[1]

[1] Quizá deba asignarse una utilidad negativa a ver la televisión.

En este caso, la definición del precio de reserva se convierte en:

$$u_1(w_1 - r_1, 1) = w_1 - r_1 + v_1(1) = u_1(w_1, 0) = w_1$$
$$u_2(w_2 - r_2, 1) = w_2 - r_2 + v_2(1) = u_2(w_2, 0) = w_2,$$

lo que implica que los precios de reserva son:

$$r_1 = v_1(1)$$
$$r_2 = v_2(1).$$

Por lo tanto, los precios de reserva son independientes de la cantidad de riqueza y, en consecuencia, la provisión óptima del bien público es independiente de la riqueza, al menos en un determinado intervalo de riquezas.[2]

36.2 La provisión privada del bien público

Antes hemos visto que la adquisición del televisor es eficiente en el sentido de Pareto para los dos compañeros de habitación si la suma de lo que están dispuestos a pagar es superior al coste de obtención del bien público. Aunque esta condición nos permite saber si la adquisición del bien es eficiente, su cumplimiento no significa necesariamente que decidan adquirir de hecho el televisor. Su adquisición depende del método que adopten para tomar la decisión.

Si los dos compañeros de habitación cooperan y revelan sinceramente el valor que conceden al televisor, no les será difícil ponerse de acuerdo. Pero, en algunas circunstancias, pueden no tener incentivo para decir la verdad.

Supongamos, por ejemplo, que cada uno valorara el televisor de la misma forma y que su precio de reserva fuera mayor que el coste, $r_1 > c$ y $r_2 > c$. En este caso, la persona 1 podría pensar que si dijera que valoraba en 0 el televisor, la otra lo compraría de todas maneras. Pero la persona 2 podría razonar de la misma forma. Es posible imaginar otras situaciones en las que ambas se nieguen a contribuir al pago con la esperanza de que la otra compre unilateralmente el televisor.

Los economistas llaman **polizones** a los individuos que muestran esa conducta: cada uno espera que el otro compre el bien público. Dado que los dos utilizarán plenamente los servicios del televisor si se adquiere, ambos tienen un incentivo para tratar de aportar la menor cantidad posible para la adquisición del televisor.

[2] Incluso esto sólo es cierto en el caso de algunos intervalos de riqueza, ya que siempre debemos exigir que $r_1 \leq w_1$ y que $r_2 \leq w_2$, es decir, que la disposición a pagar no sea mayor que la capacidad de pago.

36.3 El polizón

El fenómeno del polizón es similar, pero no idéntico, al dilema de los presos que examinamos en el capítulo 28. Para verlo, utilicemos un ejemplo numérico del problema del televisor antes descrito. Supongamos que cada persona tiene una riqueza de 500 euros, que cada una valora el televisor en 100 y que el coste de un aparato es de 150. Dado que la suma de los precios de reserva es superior al coste, es eficiente en el sentido de Pareto comprar el televisor.

Supongamos que ninguno de los dos compañeros de habitación puede impedir que el otro vea la televisión y que cada uno decide por su cuenta comprar el televisor o no. Consideremos la decisión de uno de ellos, el jugador A. Si compra el televisor, obtendrá unos beneficios de 100 euros y pagará un coste de 150, por lo que le quedarán unos beneficios netos de –50. Sin embargo, si el jugador A compra el televisor, el B podrá verlo gratis y obtener un beneficio de 100 euros. El cuadro 36.1 muestra las ganancias de este juego

En este caso, el equilibrio de la estrategia dominante es que ninguno de los dos jugadores compre el televisor. Si el A decide comprarlo, al B le interesa ir de polizón: ver la televisión, pero no contribuir a su financiación. Si el jugador A decide no comprarlo, al jugador B no le interesa tampoco comprarlo. Este juego es similar al dilema de los presos, pero no exactamente igual. En el dilema de los presos, la estrategia que maximiza la suma de las utilidades de los jugadores, es que ambos tomen la *misma* decisión. En este caso, la estrategia que maximiza la suma de las utilidades es que sólo compre el televisor uno de los jugadores (y que ambos lo vean).

		Jugador B: Comprar	Jugador B: No comprar
Jugador A	Comprar	–50, –50	–50, 100
	No comprar	100, –50	0, 0

Cuadro 36.1. El polizón y el dilema de los presos.

Si el jugador A compra el televisor y lo ven los dos, podemos conseguir una mejora en el sentido de Pareto simplemente obligando al jugador B a pagar una determinada cantidad al jugador A. Por ejemplo, si le da 50 euros, los dos disfrutarán de un bienestar mayor si A compra el televisor. En términos más generales, en este ejemplo cualquier cantidad situada entre 50 y 100 euros da lugar a una mejora en el sentido de Pareto.

De hecho, eso es lo que ocurriría probablemente en la práctica: cada jugador pagaría una parte del coste del televisor. Este problema de los bienes públicos es relativamente fácil de resolver, pero pueden plantearse unos problemas más difíciles a la hora de compartir otros bienes públicos de uso doméstico. Por ejemplo, ¿qué decir de la limpieza del cuarto de estar? Todos prefieren verlo limpio y están dispuestos a poner de su parte, pero pueden tener también la tentación de aprovecharse de los demás; en ese caso, nadie limpia la habitación, con lo que ésta siempre está sucia.

La situación puede empeorar si están involucradas más de dos personas, porque aumenta el número de personas de las que uno puede aprovecharse. Dejar que lo hagan los demás es óptimo desde el punto de vista *individual*, pero es ineficiente en el sentido de Pareto desde el punto de vista del conjunto de la sociedad.

36.4 Diferentes niveles del bien público

En el ejemplo anterior había que elegir entre dos cosas: suministrar el televisor o no suministrarlo. Sin embargo, también surge el mismo tipo de fenómeno cuando se trata de elegir *la cantidad* del bien público que debe suministrarse. Supongamos, por ejemplo, que los dos compañeros de habitación tienen que decidir la cantidad de dinero que van a gastarse en el televisor. Cuanto más dinero decidan gastar, mejor será el aparato que puedan comprar.

Supongamos como antes que x_1 y x_2 miden el consumo privado de cada persona y g_1 y g_2 lo que aporta cada una de ellas para la compra del televisor. Ahora G mide la "calidad" del aparato que compran, y la función de costes del televisor en relación con su nivel de calidad es $c(G)$. Eso significa que si los dos compañeros de habitación desean comprar un televisor de una calidad G, tienen que gastar $c(G)$ euros.

Ahora bien, se enfrentan a la restricción de que la cantidad total que gastan en su consumo público y privado tiene que ser exactamente igual al dinero que tienen:

$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2 .$$

Una asignación eficiente en el sentido de Pareto es aquella en la que el consumidor 1 disfruta del mayor bienestar posible dado el nivel de utilidad del consumidor 2. Si mantenemos fija la utilidad del consumidor 2 en $\bar{u}_2$, podemos formular este problema de la manera siguiente:

$$\max_{x_1,\, x_2,\, G} u_1(x_1, G)$$

$$\text{sujeta a } u_2(x_2, G) = \bar{u}_2$$

$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2.$$

La condición de optimalidad apropiada de este problema es la siguiente: la *suma* de los valores absolutos de las relaciones marginales de sustitución entre el bien privado y el público de los dos consumidores debe ser igual al coste marginal de suministrar una unidad adicional del bien público:

$$|RMS_1| + |RMS_2| = CM(G)$$

o, según las definiciones de las relaciones marginales de sustitución,

$$\left|\frac{\Delta x_1}{\Delta G}\right| + \left|\frac{\Delta x_2}{\Delta G}\right| = \frac{UM_G}{UM_{x_1}} + \frac{UM_G}{UM_{x_2}} = CM(G).$$

Para ver por qué debe ser ésta la condición de eficiencia sigamos el procedimiento habitual y pensemos qué ocurriría si se violara. Supongamos, por ejemplo, que la suma de las relaciones marginales de sustitución fuera menor que el coste marginal; por ejemplo, que $CM = 1$, $|RMS_1| = 1/4$ y $|RMS_2| = 1/2$. Tenemos que demostrar que, en este caso, es posible mejorar el bienestar de las dos personas.

Dada la relación marginal de sustitución de la persona 1, sabemos que ésta estaría dispuesta a aceptar 1/4 de euro más del bien privado a cambio de la pérdida de 1 euro del bien público (ya que ambos bienes cuestan 1 euro por unidad). Del mismo modo, la persona 2 aceptaría 1/2 euros más del bien privado a cambio de una reducción del bien público en 1 euro. Supongamos que redujéramos la cantidad del bien público y que nos ofreciéramos a compensar a los dos individuos. Si redujéramos el bien público en una unidad, ahorraríamos 1 euro. Una vez que pagáramos a cada individuo la cantidad que exige para permitirnos realizar este cambio (3/4 = 1/4 + 1/2), observaríamos que todavía nos quedaría 1/4 de euro. Este dinero restante podría repartirse entre los dos individuos, mejorando así el bienestar de ambos.

Del mismo modo, si la suma de las relaciones marginales de sustitución fuera mayor que 1, podríamos aumentar la cantidad del bien público para mejorar el bienestar de los dos individuos. Si $|RMS_1| = 2/3$ y $|RMS_2| = 1/2$, por ejemplo, esto significa que la persona 1 renunciaría a 2/3 de euros de consumo privado para obtener 1 unidad más del bien público, y la persona 2 a 1/2. Pero si la 1 renunciara a sus 2/3 de unidad y la 2 a su 1/2, tendríamos más que suficiente para producir la unidad adicional del bien público, ya que el coste marginal de suministro es 1. Por lo tanto, podríamos repartir la cantidad restante entre las dos, mejorando así el bienestar de ambas.

¿Qué significa la condición de eficiencia en el sentido de Pareto? Puede interpretarse considerando que la relación marginal de sustitución mide la disposición *marginal* a pagar por una unidad adicional del bien público. En este caso, la condición de eficiencia indica simplemente que la *suma* de las disposiciones marginales a pagar debe ser igual al coste marginal de suministrar una unidad adicional del bien público.

En el caso del bien discreto que se suministraba o no, afirmamos que la condición de eficiencia establecía que la suma de la disposición a pagar debía ser al menos tan grande como el coste. En el caso que estamos analizando aquí, en el que el bien público puede suministrarse en diferentes cantidades, la condición de eficiencia establece que la suma de las disposiciones *marginales* a pagar debe ser *igual* al coste marginal de la cantidad óptima del bien público, pues siempre que la suma de las cantidades que la gente está dispuesta a pagar por el bien público sea superior a su coste marginal, es correcto suministrar una mayor cantidad.

Merece la pena comparar esta condición de eficiencia del bien público con la del bien privado. En el caso del bien privado, la relación marginal de sustitución de cada persona o su disposición marginal a pagar debe ser igual al coste marginal; en el caso del bien público, es la suma de las relaciones marginales de sustitución la que debe ser igual al coste marginal. En el caso de los bienes privados, cada persona puede consumir una cantidad diferente, pero todas deben valorarla igual en el margen, ya que, de lo contrario, querrían intercambiarlas. En el caso de los bienes públicos, cada persona debe consumir la misma cantidad, pero todas pueden valorarla de forma distinta en el margen.

La figura 36.1 representa la condición de eficiencia. Para hallarla basta trazar las curvas *RMS* de cada persona y sumarlas verticalmente. La asignación eficiente del bien público se encontrará en el punto en el que la suma de las *RMS* sea igual al coste marginal, como muestra la figura.

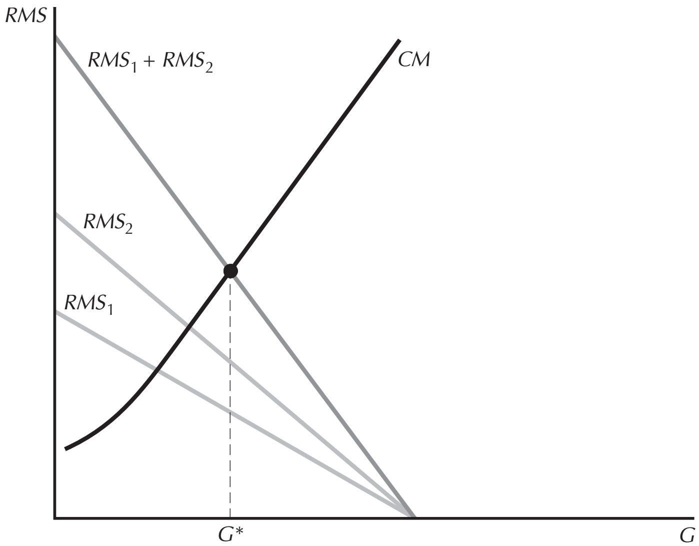


Figura 36.1. Determinación de la cantidad eficiente de un bien público. La suma de las relaciones marginales de sustitución debe ser igual al coste marginal.

36.5 Las preferencias cuasilineales y los bienes públicos

En general, la cantidad óptima del bien público es diferente en cada asignación del bien privado. Pero si los consumidores tienen preferencias cuasilineales, la cantidad del bien público correspondiente a cada asignación eficiente es única. La forma más fácil de analizar este caso consiste en plantearlo en términos de la función de utilidad que presenta unas preferencias cuasilineales.

Como vimos en el capítulo 4, la función de utilidad correspondiente a las preferencias cuasilineales tiene la forma $u_i(x_i, G) = x_i + v_i(G)$, lo que significa que la utilidad marginal del bien privado siempre es 1 y, por lo tanto, la relación marginal de sustitución entre el bien privado y el público —el cociente entre las utilidades marginales— sólo depende de G. En particular:

$$\begin{aligned} |RMS_1| &= \frac{\Delta u_1(x_1, G)/\Delta G}{\Delta u_1/\Delta x_1} = \frac{\Delta v_1(G)}{\Delta G} \\ |RMS_2| &= \frac{\Delta u_2(x_2, G)/\Delta G}{\Delta u_2/\Delta x_2} = \frac{\Delta v_2(G)}{\Delta G}. \end{aligned}$$

Ya sabemos que un nivel del bien público que sea eficiente en el sentido de Pareto debe satisfacer la siguiente condición:

$$|RMS_1| + |RMS_2| = CM(G).$$

Utilizando la forma especial de las *RMS* en el caso de la utilidad cuasilineal, podemos formular esta condición de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta v_1(G)}{\Delta G} + \frac{\Delta v_2(G)}{\Delta G} = CM(G).$$

Obsérvese que esta ecuación determina G sin hacer referencia ni a x_1 ni a x_2. Por lo tanto, existe un único nivel eficiente de provisión del bien público.

Este resultado también puede analizarse mediante curvas de indiferencia. Cuando las preferencias son cuasilineales, todas las curvas de indiferencia son meras versiones desplazadas unas de las otras, lo que significa, en concreto, que su pendiente —la relación marginal de sustitución— no varía cuando alteramos la cantidad del bien privado. Supongamos que hallamos una asignación eficiente de los bienes públicos y privados, en la que la suma del valor absoluto de las *RMS* es igual a $CM(G)$. Si ahora transferimos una determinada cantidad del bien privado de una persona a otra, las pendientes de las dos curvas de indiferencia son iguales, por lo que la suma del valor absoluto de las *RMS* sigue siendo igual a $CM(G)$ y tenemos otra asignación eficiente en el sentido de Pareto.

Cuando las preferencias son cuasilineales, todas las asignaciones eficientes en el sentido de Pareto se hallan redistribuyendo el bien privado. La cantidad del bien público permanece fija en el nivel eficiente.

Ejemplo: Reconsideración de la contaminación

Recuérdese el modelo de la acería y la piscifactoría descrito en el capítulo 34. Entonces afirmamos que la provisión eficiente de contaminación era aquella que internalizaba los costes en que incurrían las dos empresas. Supongamos ahora que hay dos piscifactorías y que la cantidad de contaminación que genera la acería es un bien público (o mejor dicho, un mal público).

En ese caso, la provisión eficiente de contaminación conllevará la maximización de la suma de los beneficios de las tres empresas, es decir, la minimización del coste social de la contaminación. En términos formales, supongamos que $c_s(s, x)$ es lo que le cuesta a la acería producir s unidades de acero y x unidades de contaminación y $c_f^1(f_1, x)$ lo que le cuesta a la empresa 1 capturar f_1 peces cuando el nivel de contaminación es x, y $c_f^2(f_2, x)$ la expresión análoga de la empresa 2. En ese caso, para calcular el nivel de contaminación eficiente en el sentido de Pareto, maximizamos la suma de los beneficios de las tres empresas:

$$\max_{s,\, f_1,\, f_2,\, x} p_s s + p_f f_1 + p_f f_2 - c_s(s, x) - c_f^1(f_1, x) - c_f^2(f_2, x).$$

Lo que nos interesa destacar para nuestros fines es la influencia del aumento de la contaminación en los beneficios agregados. El aumento de la contaminación reduce el coste de producir el acero, pero eleva el de producir pescado de cada una de las piscifactorías. La condición de optimalidad correcta del problema de maximización del beneficio es:

$$\frac{\Delta c_s(\hat{s}, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f^1(\hat{f}_1, \hat{x})}{\Delta x} + \frac{\Delta c_f^2(\hat{f}_2, \hat{x})}{\Delta x} = 0,$$

que establece simplemente que la *suma* de los costes marginales de la contaminación de las tres empresas debe ser igual a cero. Al igual que en el caso de un bien público de consumo, lo relevante para hallar el nivel de provisión de un bien eficiente en el sentido de Pareto es la *suma* de los beneficios o los costes marginales de los agentes económicos.

36.6 El problema del polizón

Una vez que sabemos cuáles son las asignaciones de los bienes públicos eficientes en el sentido de Pareto, podemos preguntarnos cómo se logran. Ya hemos visto que cuando los bienes son privados y no hay externalidades, el mecanismo del mercado genera una asignación eficiente. ¿Funciona este mecanismo cuando los bienes son públicos?

Podemos imaginar que cada persona tiene una dotación de un bien privado, w_i. Cada una puede gastar una parte de este bien en su propio consumo privado o puede aportar algo a la compra del bien público. Sea x_1 el consumo privado de 1 y g_1 la cantidad que compra del bien público; y lo mismo en el caso de la persona 2. Supongamos para mayor sencillez que $c(G) \equiv G$, lo que implica que el coste marginal de suministrar una unidad del bien público es constante e igual a 1. La cantidad total suministrada es $G = g_1 + g_2$. Dado que a cada una de las personas le interesa la cantidad *total* suministrada, la función de utilidad de la persona i tiene la forma $u_i(x_i, g_1 + g_2) = u_i(x_i, G)$.

Para que la persona 1 decida qué cantidad debe aportar para financiar el bien público, tiene que tener una predicción de la cantidad que aportará la 2. Lo más sencillo es adoptar el modelo del equilibrio de Nash descrito en el capítulo 28, suponer que la persona 2 aportará $\bar{g}_2$. Suponemos el mismo comportamiento en el caso de la persona 2 y buscamos un equilibrio en el que cada persona realice la aportación óptima dada la conducta de la otra.

Por lo tanto, el problema de maximización de la persona 1 adopta la forma siguiente:

$$\max_{x_1, g_1} u_1(x_1, g_1 + \bar{g}_2)$$

$$\text{tal que } x_1 + g_1 = w_1.$$

Este problema es exactamente igual que el del consumidor ordinario. Por lo tanto, la condición de optimización también es la misma: si las dos personas compran los dos bienes, la relación marginal de sustitución entre el bien público y el privado debe ser 1 para los dos consumidores:

$$\begin{aligned} |RMS_1| &= 1 \\ |RMS_2| &= 1. \end{aligned}$$

Sin embargo, debemos tener cuidado. Es cierto que si la persona 2 compra una cantidad del bien público, compra aquella para la cual la relación marginal de sustitución es uno. Pero puede ocurrir fácilmente que la persona 2 decida que la cantidad que ya ha aportado la 1 es suficiente y que, por lo tanto, es innecesario que contribuya a financiar el bien público.

Desde el punto de vista formal, estamos suponiendo que los individuos sólo pueden realizar aportaciones positivas al bien público, es decir, pueden echar dinero en el "cepillo", pero no pueden sacar nada de él. Por lo tanto, las aportaciones de cada persona están sujetas a una restricción adicional, a saber, que $g_1 \geq 0$ y $g_2 \geq 0$. Sólo pueden decidir si desean o no *aumentar* la cantidad del bien público. Pero en ese caso puede muy bien ocurrir que una decida que la cantidad suministrada por la otra es suficiente y prefiera no aportar nada.

La figura 36.2 representa este caso. El eje de abscisas muestra el consumo privado de cada persona, y el de ordenadas su consumo público. La "dotación" de cada una está formada por su riqueza, w_i, y por la aportación de la *otra* al bien público, ya que ésta es la cantidad que habrá del bien público si la persona en cuestión decide no contribuir a financiarlo. La figura 36.2A muestra el caso en el que la persona 1 es la única que contribuye a sufragar el bien público, por lo que $g_1 = G$. Si esta persona aporta G unidades para pagar el bien público, la dotación de la 2 estará formada por su riqueza privada, w_2, y por la cantidad del bien público G, ya que consume el bien público, independientemente de que contribuya o no a sufragarlo. Dado que la persona 2 no puede reducir la cantidad del bien público, sino que sólo puede elevarla, su restricción presupuestaria es la línea recta de trazo grueso de la figura 36.2B. Dada la forma de la curva de indiferencia de 2, desde su punto de vista es óptimo aprovecharse de la contribución de 1 y consumir simplemente su dotación, tal como muestra la figura.

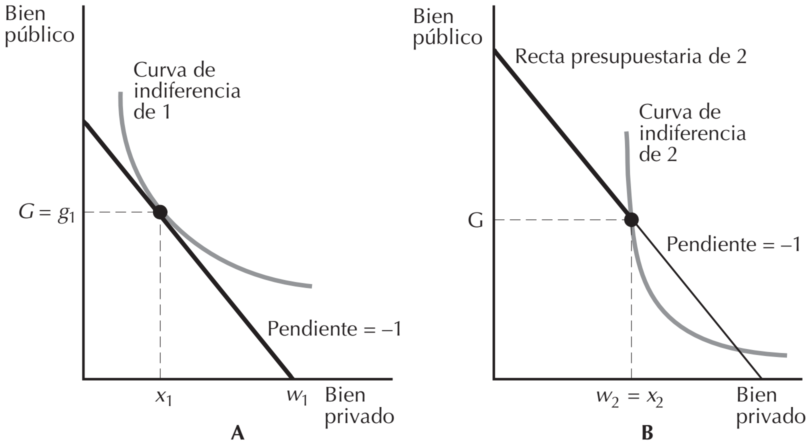


Figura 36.2. El problema del polizón. La persona 1 contribuye mientras que la 2 se comporta como un polizón.

En este ejemplo, la persona 2 se aprovecha de la aportación de la 1 a la financiación del bien público. Dado que éste es un bien que debe consumir todo el mundo en la misma cantidad, su provisión por parte de una persona cualquiera tiende a reducir la provisión por parte de las demás. Por lo tanto, en un equilibrio voluntario la cantidad que se suministra del bien público es, por lo general, demasiado pequeña, en relación con lo que sería eficiente.

36.7 Comparación con los bienes privados

Cuando analizamos los bienes privados, mostramos que una determinada institución social —el mercado competitivo— era capaz de lograr una asignación de los bienes privados eficiente en el sentido de Pareto. La decisión independiente de cada consumidor sobre la cantidad que debía comprar de los diferentes bienes daba lugar a un consumo que era eficiente en el sentido de Pareto. Ese análisis se basaba en el importante supuesto de que el consumo de un individuo no afectaba a la utilidad de otros, es decir, que no había externalidades en el consumo. Por lo tanto, bastaba que cada uno actuara de forma optimizadora respecto a su propio consumo para conseguir un cierto óptimo social.

La situación es totalmente distinta cuando los bienes son públicos. En ese caso, las utilidades de los individuos están inexorablemente ligadas ya que todos deben consumir la misma cantidad. Es muy improbable que la provisión de bienes públicos realizada por el mercado sea eficiente en el sentido de Pareto.

De hecho, casi siempre se utilizan *otras* instituciones sociales para decidir la cantidad que debe suministrarse de cada bien público. Algunas veces se emplea un **mecanismo autoritario,** en el que una persona o un pequeño grupo de personas decide la cantidad de los diferentes bienes públicos que se suministrará a la población. Otras se utiliza un **sistema de votación,** en el que son los individuos los que la deciden a través de sus votos. Cabría muy bien hacernos las mismas preguntas que nos hicimos en el caso del mercado privado, a propósito de las votaciones o de otros mecanismos sociales que se emplean para tomar decisiones: ¿Son éstos capaces de asignar los bienes públicos de una forma eficiente en el sentido de Pareto? ¿Pueden lograr una asignación de los bienes públicos eficiente en el sentido de Pareto? Aunque el análisis de estas cuestiones quede fuera del alcance del presente libro, expondremos algunas ideas sobre el funcionamiento de estos métodos.

36.8 Las votaciones

Las provisiones privadas de un bien público no funcionan muy bien, pero hay otros mecanismos para tomar decisiones sociales. Uno de los más frecuentes en los países democráticos es el **voto**. Veamos cómo funciona en el caso de la provisión de bienes públicos.

La votación no es muy interesante cuando hay dos consumidores, por lo que vamos a suponer que hay n. Para evitar que haya empates, vamos a suponer también que n es un número impar. Imaginemos que los consumidores votan sobre la cantidad que debe suministrarse de un bien público, por ejemplo, sobre la magnitud de los gastos que deben destinarse a la defensa nacional. Cada uno prefiere un nivel de gasto y su valoración de los demás volúmenes de gasto depende de lo cerca que se encuentren del preferido.

Ya analizamos en el capítulo 33 el primer problema que planteaba la votación como método para determinar los resultados sociales. Supongamos que debe elegirse entre tres niveles de gasto, A, B y C. Es perfectamente posible que una mayoría de los consumidores prefiera A a B, una mayoría prefiera B a C… y una mayoría prefiera C a A.

Utilizando la terminología del capítulo 33, las preferencias sociales que generan estos consumidores no son transitivas. Eso significa que el resultado de la votación sobre el nivel del bien público puede no estar bien definido, es decir, que no siempre existe un nivel de gasto que derrote a todos los demás. Si la sociedad puede votar muchas veces sobre una cuestión, esto significa que puede ir eligiendo "cíclicamente" opciones diferentes; o si sólo puede votar una vez sobre una cuestión, que el resultado puede depender del orden en que se presenten aquéllas.

Si se vota primero entre A y B y después entre A y C, el resultado será C. Pero si vota entre C y A y después entre C y B, el resultado será B. Es posible obtener cualquiera de los tres resultados alterando el orden en que se presentan las opciones.

La "paradoja de la votación" descrita antes es inquietante. Es natural preguntarse qué restricciones de las preferencias nos permiten eliminarla; es decir, ¿de qué tipo deben ser las preferencias para que no puedan ocurrir los ciclos descritos?

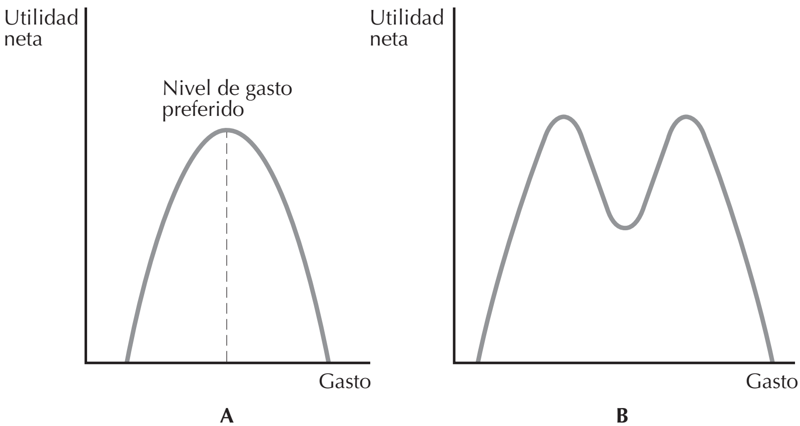


Figura 36.3. Formas de las preferencias. La parte A muestra las preferencias unimodales, y la B las preferencias multimodales.

Representemos las preferencias del consumidor *i* mediante gráficos como los de la figura 36.3, en los que la ordenada muestra el valor o la utilidad neta de los diferentes niveles de gasto en el bien público. El término "utilidad neta" es apropiado, ya que a cada una de las personas sólo le interesa la cantidad del bien público y la aportación que debe hacer para financiarlo. Cuanto más elevado sea el nivel de gasto, mayor será la cantidad de bienes públicos, pero también los impuestos necesarios para pagarla. Por lo tanto, es razonable suponer que la utilidad neta del gasto en el bien público aumente al principio debido a los beneficios que reporta el bien, pero después acabe disminuyendo, debido a los costes de suministrarlo.

Este tipo de preferencias tiene la restricción de que deben ser **unimodales,** lo que significa que deben tener la forma que muestra la figura 36.3A en lugar de la que muestra la 36.3B. Si las preferencias son unimodales, la utilidad neta de los diferentes volúmenes de gasto aumenta hasta que se alcanza el punto preferido y después disminuye, como ocurre en la figura 36.3A; nunca aumenta, disminuye y vuelve a aumentar, como ocurre en la 36.3B.

Si todos los individuos tienen preferencias unimodales, puede demostrarse que las preferencias sociales que revela la votación por mayoría nunca poseerán el tipo de intransitividad que hemos descrito antes. Aceptando este resultado por el momento, cabe preguntarse qué nivel de gasto se elegirá si todo el mundo tiene preferencias unimodales. La respuesta es el **gasto mediano,** que es el que satisface la condición de que la mitad de la población desea gastar más y la otra mitad desea gastar menos. Este resultado es bastante intuitivo: si más de la mitad de la población deseara que se gastara más en el bien público, votaría a favor del aumento; por lo tanto, el único resultado de equilibrio posible se alcanza cuando están equilibrados los votos a favor del incremento y de la reducción del gasto en el bien público.

¿Es eficiente este nivel del bien público? Generalmente, no. El resultado mediano significa simplemente que la mitad de la población desea más y la mitad menos; no nos dice nada sobre *la cantidad en que la gente desea que varíe* el gasto en el bien público. Dado que la eficiencia tiene en cuenta este tipo de información, la votación no da lugar, por lo general, a un resultado eficiente.

Por otra parte, aun cuando las verdaderas preferencias de los individuos sean unimodales, de manera que el voto pueda dar lugar a un resultado razonable, la gente puede no manifestar sinceramente sus verdaderas preferencias cuando vota. En general, existirá un incentivo para que no vote de acuerdo con las verdaderas preferencias de cada cual con el fin de manipular el resultado final.

Ejemplo: Manipulación del orden del día

Hemos visto que el resultado de una secuencia de votaciones puede depender del orden en el que se realizan éstas. Los políticos con experiencia son muy conscientes de esa posibilidad. En el Congreso de Estados Unidos, las enmiendas que se presentan a un proyecto de ley deben someterse a votación antes que el propio proyecto, lo cual se utiliza habitualmente para influir en el proceso legislativo.

En 1956, la Cámara de Representantes sometió a examen un proyecto de ley en el que se pedía ayuda federal para la construcción de escuelas. Uno de los representantes presentó una enmienda que exigía que el proyecto de ley sólo ofreciera ayuda federal a los estados que tuvieran escuelas integradas. Había tres grupos de representantes más o menos iguales que tenían una postura firme sobre esta cuestión.

- Republicanos. Se oponían a la ayuda federal a la educación, pero preferían el proyecto enmendado al original. Su ordenación de las alternativas era ningún proyecto, el proyecto enmendado y el proyecto original.

- Demócratas del norte. Estaban a favor de la ayuda federal a la educación y defendían las escuelas integradas, pero ordenaban las alternativas de la siguiente manera: el proyecto enmendado, el proyecto original, ningún proyecto.
- Demócratas del sur. Este grupo estaba a favor de la ayuda federal a la educación, pero no conseguiría ninguna ayuda según el proyecto enmendado debido a la existencia de escuelas segregadas en el sur. Su ordenación era la siguiente: proyecto original, ningún proyecto, proyecto enmendado.

En la votación de la enmienda, los republicanos y los demócratas del norte tenían mayoría, por lo que sustituyeron el proyecto original por el enmendado. En la votación del proyecto enmendado, los republicanos y los demócratas del sur tenían mayoría, por lo que resultó derrotado el proyecto enmendado. Sin embargo, antes de que se enmendara el proyecto original, tenían la mayoría de los votos.

36.9 El mecanismo de Vickrey-Clarke-Groves

Analicemos el problema de los bienes públicos en un modelo muy general. El objetivo es elegir un resultado (por ejemplo, instalar o no una farola) que maximice la suma de las utilidades de los agentes interesados. El reto es averiguar cuáles son exactamente esas funciones de utilidad individuales, ya que los consumidores pueden tener incentivos para no declarar el verdadero valor que el bien tiene para ellos.

En el caso más sencillo, el problema podría consistir en elegir entre cero y uno: si $x = 1$, se instala la farola y si $x = 0$, no se instala. En un caso más general, podría consistir en decidir la cantidad que debe suministrarse de un bien: cuántas farolas deben instalarse o cuánta luz deben dar o dónde deben colocarse. Utilizaremos la letra x para representar las opciones posibles, cualesquiera que sean éstas. Suponemos que hay n agentes y que $u_i(x)$ es la utilidad del agente i. El objetivo es elegir el valor de x que maximiza la suma de la utilidad de los agentes, $\sum_i u_i(x)$.

Eso sería fácil si el responsable de tomar la decisión supiera cuáles son las funciones de utilidad. Desgraciadamente, en ninguna situación realista lo sabe. Y como hemos visto, los agentes pueden muy bien tener razones para ocultar sus verdaderas funciones de utilidad.

Aunque parezca mentira, existe una ingeniosa manera de conseguir que los agentes digan la verdad y lograr un resultado eficiente. Este **mecanismo económico** se conoce con el nombre de **mecanismo de Vickrey-Clarke-Groves** o **mecanismo VCG**.

El mecanismo de Groves

Dividiremos la descripción del mecanismo VCG en dos partes. Primero hablaremos de lo que se conoce con el nombre de **mecanismo de Groves**:

1. El centro pide a cada agente i que declare cuánto estaría dispuesto a pagar para tener x unidades del bien público suministrado. Representamos esta utilidad declarada de x unidades del bien público por medio de $r_{\mathrm{i}}(x)$.
2. El centro elige el nivel del bien público x^* que maximiza la suma de las utilidades declaradas, $R = \sum_{i=1}^{n} r_i(x)$.
3. Cada agente i recibe un pago que es la suma de las utilidades declaradas de todos los demás, evaluado al nivel de x determinado en el paso 2. Representamos este pago por medio de $R_i = \sum_{j\neq 1} r_j(x^*)$.

Resulta que, en este mecanismo, cada agente tiene una **estrategia dominante** que consiste en declarar su verdadera función de utilidad. Para ver por qué, consideremos la ganancia total del agente i, que es su utilidad más el pago

$$u_i(x) + \sum_{j\neq i} r_j(x).$$

Obsérvese que al agente i le interesa su verdadera función de utilidad, pero su pago depende de la suma de las funciones de utilidad declaradas de los demás.

El agente i se da cuenta de que el responsable de tomar la decisión maximizará la suma de las utilidades utilizando su utilidad declarada,

$$r_i(x) + \sum_{j\neq i} r_j(x).$$

Sin embargo, el agente i quiere que el responsable de tomar la decisión maximice su propia utilidad (verdadera) más el pago,

$$u_i(x) + \sum_{j\neq i} r_j(x).$$

El agente i puede conseguir que el responsable de tomar la decisión maximice esta expresión declarando su verdadera utilidad; es decir, fijando $r_i(x) = u_i(x)$.

El mecanismo de Groves lo que hace esencialmente es "internalizar la externalidad" entre los agentes. Hace que cada agente se enfrente a los costes y los beneficios que su declaración impone a los demás agentes. Cada agente quiere declarar su verdadera utilidad, ya que eso es lo que quiere que se maximice.

El mecanismo VCG

El problema de la utilización del mecanismo de Groves solamente es que puede resultar caro: el centro tiene que pagar a cada agente una cantidad igual a la suma de las utilidades declaradas de los demás. ¿Cómo puede reducirse la magnitud de estos pagos?

Obsérvese que podemos establecer un "impuesto" sobre cada agente mientras este impuesto sea independiente de la decisión del agente. Si el impuesto es independiente de la decisión de i, entonces no puede afectar a dicha decisión.[3] Elegiremos, pues, el impuesto de modo que garantice que los pagos netos que recibirá el centro sean positivos o cero. Por tanto, el centro siempre tendrá al menos la cantidad necesaria de dinero para financiar el bien público.

Un impuesto especialmente indicado es gravar al agente i con una cantidad igual a la suma máxima de las utilidades declaradas, excluido el agente i. Es decir, cobramos a cada agente la suma de las utilidades declaradas que resultaría si no estuviera presente. El impuesto neto establecido sobre el agente i es, pues,

$$W_i - R_i = \sum_{j \neq i} r_j(x) - \max_z \sum_{j \neq i} r_j(z).$$

Obsérvese que este número es positivo o cero. ¿Por qué? Porque la suma *máxima* de las $n - 1$ utilidades declaradas tiene que ser mayor que cualquier otro valor de esa suma.

Lo que estamos calculando aquí es la diferencia entre lo que ocurriría si el agente i estuviera presente y lo que ocurriría si estuviera ausente. Por tanto, mide el coste neto que impone el agente i a los demás agentes. Mientras i tenga que hacer frente al coste que impone a los demás agentes, tendrá los incentivos necesarios para declarar su verdadera utilidad.

Ahora podemos terminar la descripción del mecanismo VCG. Seguimos los pasos 1 y 2 anteriores, pero sustituimos el paso 3 por los pasos siguientes.

3. El centro también calcula el resultado que maximiza la suma de las $n - 1$ utilidades declaradas si el agente 1, 2, …, n no estuvieran presentes. Sea W_i la suma máxima de las utilidades declaradas que resulta sin el agente i.
4. Cada agente i paga un impuesto igual a $W_i - R_i$.

[3] Es aquí donde es importante el supuesto de utilidad cuasilineal.

36.10 Ejemplos de VCG

Hay que reconocer que el análisis del apartado anterior era abstracto, por lo que resulta conveniente examinar algunos casos concretos.

Subasta de Vickrey

El primer caso que analizamos es la **subasta de Vickrey**, que describimos en el capítulo 17. En este caso, el resultado es sencillo: qué persona debe recibir el artículo que se subasta. Sean $v_1 > v_2$ los verdaderos valores de dos postores y $r_1 > r_2$ los valores declarados.

Si el agente 1 está presente, obtiene una utilidad de v_1. Si está ausente, el artículo se adjudica al otro agente, por lo que la ganancia total del agente 1 es $v_1 - r_2$. El agente 2 obtiene una ganancia de cero en todo caso. Cada agente tiene un incentivo para declarar su verdadero valor, por lo que acabamos obteniendo el resultado óptimo.

El mecanismo de Clark-Groves

El siguiente ejemplo es un problema de bienes públicos como el del juego de la compra de un televisor que describimos en la tabla 36.1. Al igual que en ese ejemplo, supongamos que hay dos compañeros de habitación que están tratando de decidir si compran o no un televisor. Sea c_i la cantidad que pagará el agente i si compran el televisor. Dado que el coste total del televisor es de 150 euros, debemos tener que $c_1 + c_2 = 150$.

Según el mecanismo VCG, cada agente declara el valor que tiene el televisor para él, representado por r_i. Si $r_1 + r_2 > 150$, los agentes comprarán el televisor y lo pagarán de acuerdo con el mecanismo. Sea $x = 1$ si compran el televisor y $x = 0$ si no lo compran.

Antes de analizar el mecanismo VCG, pensemos qué ocurriría si utilizáramos el siguiente mecanismo: pedir a cada agente que declarase su valor y adquirir el televisor si la suma de los valores declarados fuese superior al coste del televisor.

Supongamos que el valor de la persona 1 es mayor que la parte que le corresponde pagar del coste, por lo que $v_1 - c_1 > 0$. En ese caso, la persona 1 también puede declarar, por ejemplo, un millón de euros; eso garantizará la compra del televisor, que es lo que quiere conseguir. En cambio, si $v_1 < c_1$, la persona 1 también puede declarar, por ejemplo, un millón de euros negativo.

El problema se halla en que cada agente, actuando independientemente, no tiene ninguna razón para tener en cuenta los valores del otro agente. Los agentes tienen muchos incentivos para exagerar de una u otra forma los valores que declaran.

Veamos cómo resuelve el mecanismo VCG este problema. La ganancia del agente 1 es

$$(v_1 - c_1)x + (r_2 - c_2)x - max_y(r_2 - c_2)_y.$$

El primer término es la utilidad neta que le reporta el televisor: el valor que tiene para él menos el coste que tiene que pagar. El segundo término es la utilidad neta declarada de su compañero de habitación. El último término es la utilidad máxima que obtendría su compañero de habitación si el agente 1 no estuviera presente. Dado que el agente 1 no puede influir en él, podemos dejarlo de lado por el momento.

Reordenando los 2 primeros términos, tenemos la ganancia del agente:

$$[(v_1 + r_2) - (c_1 + c_2)]x.$$

Si es positiva, puede conseguir que se compre el televisor si declara $r_1 = v_1$, ya que en ese caso la suma de los valores *declarados* será mayor que el coste total. Si es negativa, puede conseguir que no se compre el televisor declarando $r_1 = v_1$. De cualquiera de las dos formas, resulta óptimo declarar el verdadero valor. Lo mismo ocurre con el agente 2. Si ambos dicen la verdad, sólo se comprará el televisor cuando $v_1 + v_2 > 150$, que es lo óptimo.

Obsérvese que el agente i sólo tendrá que pagar si cambia la decisión colectiva. En este caso, decimos que el agente i es el agente bisagra. La cantidad que paga un agente bisagra es simplemente el coste que impone a los demás agentes.

36.11 Problemas del VCG

El mecanismo VCG lleva a decir la verdad y al nivel óptimo del bien público. Sin embargo, no está exento de problemas.

El primero es que sólo funciona cuando las preferencias son cuasilineales, ya que la cantidad que debe pagarse no tiene que influir en la demanda del bien público. Es importante que sólo haya un nivel óptimo único del bien público.

El segundo problema es que el mecanismo VCG no genera, en realidad, un resultado eficiente en el sentido de Pareto. El nivel del bien público es óptimo, pero el consumo derivado podría ser mayor debido a la recaudación del impuesto. Recuérdese que para que los incentivos sean los adecuados, las personas bisagra deben pagar, de hecho, algunos impuestos que reflejen el perjuicio que causan a las demás. Y estos impuestos no pueden ir a parar a ninguna de las personas implicadas en el proceso de decisión, ya que eso podría afectar sus decisiones. Los impuestos tienen que desaparecer del sistema. Y ése es el problema: si hay que pagar los impuestos, el consumo privado termina siendo menor y, por lo tanto, es ineficiente en el sentido de Pareto.

Sin embargo, los impuestos sólo tienen que pagarse si una persona actúa de bisagra. Si la decisión afecta a muchas, la probabilidad de que una de ellas haga de bisagra puede o no ser muy grande, por lo que normalmente cabe esperar que la recaudación sea bastante pequeña.

El tercer problema del VCG es que es vulnerable a la colusión. Consideremos, por ejemplo, el problema de los bienes públicos que hemos descrito antes. Supongamos que en la subasta del televisor participan 3 compañeros de habitación, pero dos coluden. Los que coluden acuerdan en cada estado que el beneficio neto que obtienen con el televisor es de 1 millón de dólares. Eso garantiza que se comprará el televisor, pero como ninguno de los dos es el agente bisagra (es decir, ninguno de los dos agentes que coluden cambia la decisión), ninguno de los dos tiene que pagar el impuesto.

El último problema se refiere a la disyuntiva entre la equidad y la eficiencia inherente al mecanismo VCG. Dado que el sistema de pago debe fijarse de antemano, generalmente hay situaciones en las que el suministro del bien público empeora el bienestar de algunas personas, incluso aunque se suministre la *cantidad* eficiente en el sentido de Pareto. Decir que es preferible en el sentido de Pareto suministrar el bien es decir que *existe* un sistema de pago con el que todo el mundo disfruta de un mayor bienestar si se suministra el bien que si no se suministra. Pero eso no significa que con un sistema de pago *arbitrario* todo el mundo disfrute de un mayor bienestar. El impuesto de Clarke garantiza que si todo el mundo *puede* disfrutar de un mayor bienestar si se suministra el bien, se suministrará. Pero eso no significa que todo el mundo disfrute, de hecho, de un mayor bienestar.

Sería bueno que existiera un sistema que no sólo determinara si debe suministrarse o no el bien público, sino que también proporcionara un método eficiente en el sentido de Pareto para pagarlo, es decir, un plan de pago que mejorara el bienestar de todo el mundo. Sin embargo, no parece que exista ningún plan general de esas características.

Resumen

1. Los bienes públicos son aquellos que debe “consumir” todo el mundo en la misma cantidad, como la defensa nacional, la contaminación del aire, etc.
2. Si un bien público debe suministrarse en una cantidad fija o no suministrarse en absoluto, debe cumplirse una condición necesaria y suficiente para la eficiencia en el sentido de Pareto: la suma de lo que cada persona está dispuesta a pagar (la suma de los precios de reserva) debe ser superior al coste del bien público.
3. Si un bien público puede suministrarse en una cantidad variable, la condición necesaria para que una cantidad dada sea eficiente en el sentido de Pareto es que

la suma de lo que se está dispuesto a pagar en el margen (las relaciones marginales de sustitución) sea igual al coste marginal.

4. El problema del polizón se refiere a la tentación de los individuos de dejar que los demás suministren los bienes públicos. En general, los mecanismos puramente individualistas no generan la cantidad óptima del bien público debido a este problema.
5. Se han propuesto varios métodos para tomar decisiones colectivas sobre los bienes públicos. Entre ellos se encuentra el mecanismo autoritario, la votación y el impuesto de Clarke.

Problemas

1. Supongamos que 10 personas viven en una calle y que cada una está dispuesta a pagar 2 euros por tener una farola adicional, independientemente del número que haya. Si el coste de suministrar x farolas es $c(x) = x^2$, ¿cuál es el número de farolas eficientes en el sentido de Pareto que debe suministrarse?

Apéndice

Resolvamos el problema de maximización que determina las asignaciones del bien público que son eficientes en el sentido de Pareto:

$$\max_{x_1, x_2, G} u_1(x_1, G)$$

$$\text{sujeta a } u_2(x_2, G) = \bar{u}_2$$

$$x_1 + x_2 + c(G) = w_1 + w_2 .$$

Formulemos el lagrangiano:

$$L = u_1(x_1, G) - \lambda[u_2(x_2, G) - \bar{u}_2] - \mu[x_1 + x_2 + c(G) - w_1 - w_2]$$

y derivemos con respecto a x_1, x_2 y G:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1} - \mu = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -\lambda \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2} - \mu = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial G} = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \lambda \frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} - \mu \frac{\partial c(G)}{\partial G} = 0.$$

Si dividimos la tercera ecuación por μ y reordenamos los términos, tenemos que

$$\frac{1}{\mu}\frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial G} - \frac{\lambda}{\mu}\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial G} = \frac{\partial c(G)}{\partial G}. \qquad [36.2]$$

Despejando μ en la primera ecuación, tenemos que

$$\mu = \frac{\partial u_1(x_1, G)}{\partial x_1},$$

y despejando μ/λ, obtenemos

$$\frac{\mu}{\lambda} = -\frac{\partial u_2(x_2, G)}{\partial x_2}.$$

Introduciendo estas dos ecuaciones en la [36.2], tenemos que

$$\frac{\partial u_1(x_1, G)/\partial G}{\partial u_1(x_1, G)/\partial x_1} + \frac{\partial u_2(x_2, G)/\partial G}{\partial u_2(x_2, G)/\partial x_2} = \frac{\partial c(G)}{\partial G},$$

que no es más que la condición explicada en este capítulo:

$$|RMS_1| + |RMS_2| = CM(G).$$

37. INFORMACIÓN ASIMÉTRICA

En nuestros estudios anteriores de los mercados hemos dejado de lado los problemas que plantean las diferencias de información. Hemos supuesto que los compradores y los vendedores estaban perfectamente informados de la calidad de los bienes que se vendían en el mercado. Este supuesto puede defenderse si es fácil verificar la calidad de un artículo. Si no es costoso saber qué bienes son de buena calidad y cuáles de mala calidad sus precios se ajustarán simplemente para reflejar las diferencias de calidad.

Pero si es costoso recabar información sobre la calidad, deja de ser razonable el supuesto de que los compradores y los vendedores poseen la misma información sobre los bienes que se intercambian. Existen, ciertamente, muchos mercados en el mundo real en los que puede ser muy costoso o incluso imposible obtener una información precisa sobre la calidad de los bienes que se venden.

Un ejemplo evidente es el mercado de trabajo. En los modelos sencillos descritos en capítulos anteriores, el trabajo era un producto homogéneo: todo el mundo tenía el mismo "tipo" de trabajo y ofrecía la misma cantidad de esfuerzo por hora trabajada. Se trata claramente de una excesiva simplificación. En la realidad, una empresa puede tener muchas dificultades para averiguar lo productivos que son sus trabajadores.

La información costosa no es exclusivamente un problema de los mercados de trabajo. También existe en los mercados de productos de consumo. Cuando un consumidor compra un automóvil usado, puede resultarle muy difícil averiguar si es bueno o se trata de un "cacharro". En cambio, el vendedor del automóvil usado probablemente tiene una idea bastante aproximada de su calidad. Veremos que esta **información asimétrica** puede ser un importante obstáculo para el funcionamiento eficiente de un mercado.

37.1 El mercado de "cacharros"

Veamos un modelo de mercado en el que los demandantes y los oferentes tienen una información diferente sobre la calidad de los bienes que se venden.[1]

[1] El primer artículo en el que se señalaron algunas de las dificultades de este tipo de mercados es el de George Akerlof, "The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism", *The Quaterly Journal of Economics*, 84, 1970, págs. 488–500. En 2001 recibió el Premio Nobel de economía por este estudio.

Consideremos el caso de un mercado en el que 100 personas desean vender un automóvil usado y 100 personas desean comprar uno. Todo el mundo sabe que 50 automóviles son una "ganga" y 50 son "cacharros". Los propietarios actuales de los automóviles conocen la calidad de su automóvil, pero los posibles compradores no saben si son gangas o cacharros.

El propietario de un cacharro está dispuesto a desprenderse de él por 1.000 y el propietario de una ganga está dispuesto a desprenderse de ella por 2.000. Los compradores del automóvil están dispuestos a pagar 2.040 por una ganga y 1.020 por un cacharro.

Si es fácil comprobar la calidad de los automóviles, no habrá problemas en este mercado. Los cacharros se venderán a un precio situado entre 1.000 y 1.020 euros, y las gangas a un precio situado entre 2.000 y 2.040. ¿Pero qué ocurrirá si los compradores no pueden comprobar la calidad del automóvil?

En este caso, tendrán que imaginar cuánto vale cada automóvil. Partiremos de un supuesto sencillo sobre la forma que adopta esta conjetura. Supondremos que si un automóvil tiene las mismas probabilidades de ser un cacharro que de ser una ganga, el comprador representativo está dispuesto a pagar el valor esperado del automóvil. Dadas las cifras antes indicadas, significa que estará dispuesto a pagar $\frac{1}{2}$ 1.020 + $\frac{1}{2}$ 2.040 = 1.530 euros.

Pero ¿quién estará dispuesto a vender su automóvil a ese precio? Ciertamente los propietarios de cacharros, pero no los propietarios de gangas; por hipótesis, estos últimos han de recibir 2.000 euros como mínimo para desprenderse de su automóvil. El precio que están dispuestos a pagar los compradores por un automóvil "medio" es menor que el precio que desean los vendedores de gangas para desprenderse de sus automóviles. Al precio de 1.530 sólo se pondrían en venta los cacharros.

Pero si el comprador estuviera seguro de que iba a comprar un cacharro, no estaría dispuesto a pagar 1.530 euros por él. De hecho, en este mercado el precio de equilibrio tendría que encontrarse entre 1.000 y 1.020 euros. Por un precio así sólo pondrían su automóvil en venta los propietarios de cacharros, por lo que los compradores esperarían (correctamente) obtener un cacharro. En este mercado, nunca se venderían gangas. Aun cuando el precio al que los compradores estuvieran dispuestos a comprar gangas fuera superior al precio al que los vendedores estuvieran dispuestos a venderlas, no se realizaría ninguna transacción.

Merece la pena examinar la causa de este fallo del mercado. El problema se halla en que hay una externalidad entre los vendedores de automóviles buenos y los automóviles malos; cuando un individuo decide tratar de vender un automóvil malo, afecta a la percepción que tienen los compradores de la calidad del automóvil medio del mercado, lo cual reduce el precio que están dispuestos a pagar por el automóvil medio y perjudica a las personas que están tratando de vender automóviles buenos. Es esta externalidad la que causa el fallo del mercado.

Los automóviles que más probabilidades tienen de ponerse en venta son aquellos de los que la gente más desea desprenderse. El propio acto de poner en venta algo transmite una señal al posible comprador sobre su calidad. Si se ponen en venta demasiados artículos de baja calidad, es difícil para los propietarios de artículos de buena calidad vender sus productos.

37.2 Elección de la calidad

En el modelo de cacharros había un número fijo de automóviles de cada calidad. Ahora analizaremos una variedad de ese modelo en la que los productores pueden elegir la calidad. Mostraremos cómo se determina la calidad de equilibrio en este mercado sencillo.

Supongamos que cada consumidor desea comprar un único paraguas y que los paraguas son de dos tipos de calidad. Éstos valoran los paraguas de buena calidad en 140 euros y los de baja calidad en 80. Es imposible conocer la calidad de los paraguas en la tienda: sólo se conoce tras unas cuantas tormentas.

Supongamos que unos fabricantes producen paraguas de buena calidad y otros producen paraguas de mala calidad. Supongamos también que la fabricación de ambos tipos de paraguas cuesta 115 euros y que la industria es perfectamente competitiva. ¿Cuál cabe esperar que sea la calidad de equilibrio de los paraguas producidos?

Supongamos que los consumidores juzgan la calidad de los paraguas existentes en el mercado en función de la calidad *media* vendida, al igual que ocurre en el caso del mercado de cacharros. Si la proporción de paraguas de buena calidad es q, el consumidor estará dispuesto a pagar $p = 140q + 80(1 - q)$ por paraguas.

Deben analizarse tres casos.

Sólo producen los fabricantes de mala calidad. En este caso, los consumidores estarán dispuestos a pagar 80 euros solamente por un paraguas medio. Pero producir uno cuesta 115, por lo que no se venderá ninguno.

Sólo producen los fabricantes de buena calidad. En este caso, la competencia llevaría a los productores a reducir el precio de un paraguas hasta que fuera igual al coste marginal, 115 euros. Los consumidores estarán dispuestos a pagar 140 por un paraguas, por lo que obtendrán algún excedente del consumidor.

Se producen ambas calidades. En este caso, la competencia garantiza que el precio será 115 euros. La calidad media existente debe tener, pues, un valor para el consumidor de 115 como mínimo, lo que significa que

$$140q + 80(1 - q) \geq 115.$$

El valor más bajo de q que satisface esta desigualdad es $q = 7/12$, lo cual significa que si $7/12$ de los oferentes son de buena calidad, los consumidores estarán dispuestos a pagar 115 euros por un paraguas.

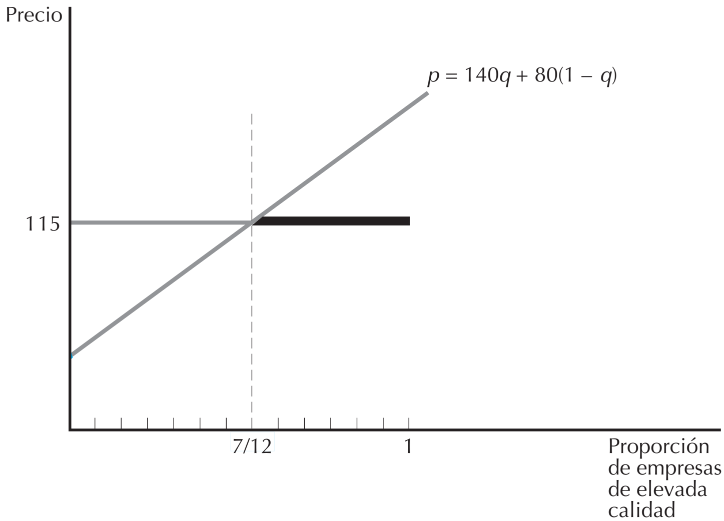


Figura 37.1. Calidad de equilibrio. La línea horizontal de trazo continuo representa las condiciones de oferta: el mercado está dispuesto a ofrecer paraguas de cualquier calidad a 115 euros. La línea inclinada de trazo continuo representa las condiciones de demanda: los consumidores están dispuestos a pagar más si la calidad media es mayor. El mercado se encuentra en equilibrio si el número medio de productores de elevada calidad es mayor que 7/12.

La figura 37.1 representa la determinación de la proporción de productores de buena calidad que habría en la situación de equilibrio. El eje de abscisas mide q, es decir, la proporción de productores de buena calidad. El eje de ordenadas mide la disposición de los consumidores a pagar por un paraguas si el número medio ofrecido de paraguas de buena calidad es q. Los productores están dispuestos a ofrecer paraguas de cualquiera de las dos calidades al precio de 115 euros, por lo que las condiciones de oferta quedan resumidas por la línea horizontal de trazo continuo en el nivel de 115 euros.

Los consumidores sólo están dispuestos a comprar paraguas si $140q + 80(1 - q) \geq 115$; la línea angular de trazo grueso indica la frontera de esta región. El valor de equilibrio de q se encuentra entre 7/12 y 1.

En este mercado el precio de equilibrio es 115 euros, pero el valor que tiene el paraguas medio para un consumidor puede encontrarse entre 115 y 140, dependiendo del número de productores de buena calidad. Cualquier valor de q situado entre 1 y 7/12 es un valor de equilibrio.

Sin embargo, estos equilibrios no son equivalentes desde el punto de vista social. Los productores obtienen un excedente del productor cero en todos ellos, debido a que suponemos que hay competencia perfecta y el coste marginal es constante, por lo que sólo tenemos que examinar el excedente de los consumidores. En este caso es fácil ver que cuanto mayor sea la calidad media, mayor es el bienestar de que disfrutan los consumidores. El mejor equilibrio desde el punto de vista de los consumidores es aquel en el que sólo se producen bienes de buena calidad.

Elección de la calidad

Introduzcamos algunas modificaciones en el modelo. Supongamos que cada productor puede elegir la calidad del paraguas que produce y que cuesta 115 euros producir un paraguas de buena calidad y 110 producir uno de baja calidad. ¿Qué ocurrirá en este caso?

Supongamos que la proporción de productores que deciden producir paraguas de buena calidad es q, donde $0 < q < 1$. Consideremos el caso de uno de estos productores. Si se comporta competitivamente y cree que apenas influye en el precio *y* la calidad del mercado, siempre desearía producir paraguas de mala calidad solamente. Dado que este productor constituye, por hipótesis, una pequeña parte del mercado, no tiene en cuenta su influencia en el precio de mercado, por lo que decide producir el producto más rentable.

Pero todos los productores pensarán de la misma manera y sólo producirán paraguas de baja calidad. Sin embargo, los consumidores sólo están dispuestos a pagar 80 euros por un paraguas de baja calidad, por lo que no hay equilibrio. O si se quiere, el único equilibrio corresponde a una producción nula de *cualquiera* de las dos calidades de paraguas. La posibilidad de producir paraguas de baja calidad ha destruido el mercado de *ambas* calidades del bien.

37.3 Selección adversa

El fenómeno descrito en el apartado anterior constituye un ejemplo de **selección adversa.** En el modelo que acabamos de examinar, los artículos de mala calidad expulsan a los de buena calidad debido al elevado coste de la adquisición de información. Como acabamos de ver, este problema puede ser tan grave que puede destruir totalmente el mercado. Examinemos algunos otros ejemplos de selección adversa.

Consideremos el caso del sector de seguros. Supongamos que una compañía de seguros desea ofrecer un seguro contra el robo de bicicletas. Realiza un minucioso estudio de mercado y observa que la cantidad de robos de bicicletas varía mucho de unas zonas a otras. En unas áreas hay una elevada probabilidad de que roben las bicicletas y en otras es muy raro que ocurra. Supongamos que la compañía de seguros decide ofrecer el seguro en función de la tasa *media* de robos. ¿Qué cree el lector que ocurrirá?

Respuesta: es probable que la compañía de seguros quiebre inmediatamente. Parémonos a reflexionar un momento. ¿Quién va a comprar ese seguro? No las personas que viven en lugares seguros, puesto que no necesitan un seguro. Lo comprarán las personas que viven en lugares en los que hay una elevada incidencia de robos, ya que son las que lo necesitan.

Pero eso significa que las solicitudes de indemnización serán realizadas en su mayor parte por consumidores que vivan en áreas de elevado riesgo. Las primas basadas en la probabilidad *media* de robo constituirán un indicador engañoso del volumen real de reclamaciones presentadas en la compañía. Ésta no obtendrá una elección no sesgada de los clientes sino una selección *adversa*. De hecho, el término "selección adversa" fue utilizado por primera vez por el sector de seguros precisamente para describir este tipo de problema.

Así pues, la compañía de seguros, si no quiere tener pérdidas, debe basar sus primas en las predicciones del "caso peor", y los consumidores que corren un escaso riesgo, pero no inapreciable, de que les roben la bicicleta no estarán dispuestos a comprar el caro seguro resultante.

El seguro de enfermedad plantea un problema parecido: las compañías de seguros no pueden basar sus primas en la incidencia *media* de los problemas de salud en la población. Sólo pueden basarlas en la incidencia media de los problemas de salud en el grupo de posibles compradores. Pero las personas que desean comprar un seguro de enfermedad son en su mayor parte las que más probabilidades tienen de necesitarlo, por lo que las primas deben reflejar esta disparidad.

En esa situación, es posible que pueda mejorarse el bienestar de todo el mundo *obligando* a comprar un seguro que refleje el riesgo medio de la población. Las personas de alto riesgo disfrutarán de un mayor bienestar, ya que pueden comprar un seguro pagando una prima más baja que el riesgo real que corren, y las personas de bajo riesgo pueden comprar un seguro más favorable para ellas que el que se ofrecería si *sólo* lo compraran las personas de alto riesgo.

Una situación como ésta, en la que el equilibrio de mercado está dominado por un plan de compra obligatoria, es bastante sorprendente para la mayoría de los economistas. Normalmente pensamos que "cuantas mayores posibilidades hay de elegir, mejor", por lo que es peculiar que la limitación de las opciones pueda dar lugar a una mejora en el sentido de Pareto. Pero debe señalarse que este resultado paradójico se debe a la externalidad entre las personas de bajo riesgo y las de alto riesgo.

De hecho, hay instituciones que ayudan a resolver esta ineficiencia del mercado. A menudo los empresarios ofrecen a sus trabajadores, entre otras ventajas sociales, un seguro médico concertado. La compañía de seguros puede basar sus primas en la media correspondiente al conjunto de los trabajadores y tiene la garantía de que *todos* participan en el programa, eliminando así la selección adversa.

37.4 El riesgo moral

El sector de los seguros plantea otro interesante problema conocido con el nombre de **riesgo moral.** El término es algo peculiar, pero el fenómeno no es difícil de describir. Consideremos de nuevo el caso del mercado de seguros contra robo de bicicletas y supongamos para mayor sencillez que todos los consumidores viven en áreas en las que las probabilidades de robo son idénticas, por lo que no existe ningún problema de selección adversa. Por otra parte, las medidas que tomen los dueños de bicicletas pueden influir en la probabilidad de robo.

Por ejemplo, si no se preocupan de proteger con un candado sus bicicletas o sólo utilizan un candado malo, es mucho más probable que les roben la bicicleta que si utilizan uno seguro. Existen ejemplos parecidos en otros tipos de seguro. Así, en el caso del seguro de enfermedad es menos probable que los consumidores necesiten el seguro si llevan una vida sana. Llamaremos *tener cuidado* a las medidas que afectan a la probabilidad de que ocurra un fenómeno.

La compañía de seguros, cuando fija sus primas, ha de tener en cuenta los incentivos que tienen los consumidores para tener una cantidad adecuada de cuidado. Si no existe ningún seguro, los consumidores tienen incentivos para tener el máximo cuidado. Si es imposible asegurarse contra el robo de bicicletas, todos los ciclistas utilizarán grandes y caros candados. En este caso, serán ellos los que soportarán todo el coste de las medidas que tomen y, por lo tanto, querrán "invertir" en tener cuidado hasta que el beneficio marginal de tener más cuidado sea exactamente igual a su coste marginal.

Pero si un consumidor puede asegurarse contra el robo de bicicletas, el coste que soporta si le roban la bicicleta es mucho menor. Después de todo, si se la roban, no tiene más que denunciarlo a la compañía de seguros y recibir el dinero del seguro para reponerla. En el caso extremo, en el que la compañía reembolsa al individuo todo el coste de la bicicleta robada, éste no tiene ningún incentivo para tener cuidado. Esta ausencia de incentivos para tener cuidado se denomina **riesgo moral.**

Obsérvese la disyuntiva que plantea: si el seguro es demasiado pequeño, los individuos soportan un alto riesgo; si es demasiado grande, los individuos no tienen suficiente cuidado.

Si la cantidad de cuidado es observable, no hay problema. La compañía de seguros puede basar sus primas en el cuidado que se tenga. En la vida real, es frecuente que las compañías de seguros tengan diferentes primas para las empresas que tienen un sistema de extintores de incendios en su edificio, o cobre primas diferentes por los seguros de enfermedad dependiendo que el individuo sea o no fumador. En esos casos, la compañía de seguros intenta discriminar entre los usuarios dependiendo de las decisiones que éstos hayan tomado y que influyan en la probabilidad de sufrir daños.

Pero las compañías de seguros no pueden observar todas las medidas relevantes de los que aseguran, por lo que se encuentran ante la disyuntiva antes descrita: si el seguro es total, los individuos tienen demasiado poco cuidado ya que no han de pagar todos los costes de sus actos.

¿Qué implicaciones tiene este hecho para los tipos de contratos de seguro que se ofrecen? En general, las compañías de seguros no querrán ofrecer a los consumidores un seguro "completo". Siempre querrán que éstos asuman una parte del riesgo. Ésa es la razón por la que la mayoría de las pólizas de seguro estipulan una cantidad "deducible" de cada indemnización que ha de pagar la parte asegurada. Al obligar a los consumidores a pagar parte de las indemnizaciones, las compañías de seguros pueden asegurarse de que éstos siempre tienen incentivos para tener *algún* cuidado. Aun cuando la compañía de seguros estuviera dispuesta a asegurar a un consumidor totalmente si pudiera verificar el grado de cuidado que tiene, el hecho de que el consumidor pueda *elegir* la cantidad de cuidado implica que la compañía de seguros no le permitirá comprar tanto seguro como desee si no puede observar el nivel de cuidado.

Nos encontramos aquí ante otro resultado paradójico cuando se compara con el análisis habitual del mercado. Generalmente, la cantidad comerciada de un bien en un mercado competitivo viene determinada por la condición según la cual la demanda es igual a la oferta, es decir, la disposición marginal a pagar es igual a la disposición marginal a vender. En el caso del riesgo moral, el equilibrio de mercado tiene la propiedad de que a cada consumidor le gustaría comprar más seguro, y las compañías de seguros estarían dispuestas a ofrecer más seguro si los consumidores continuaran teniendo el mismo cuidado... pero este intercambio no se produciría, ya que si los consumidores fueran capaces de comprar más seguro, sería racional que decidieran tener menos cuidado.

37.5 El riesgo moral y la selección adversa

El riesgo moral se refiere a las situaciones en las que un lado del mercado no puede observar lo que hace el otro lado. Por este motivo, a veces, se denomina problema de la **acción oculta.**

La selección adversa se refiere a las situaciones en las que un lado del mercado no puede observar el "tipo" o la calidad de los bienes del otro. Por este motivo, a veces, se denomina problema del **tipo oculto.**

En los mercados en los que hay acciones ocultas, la situación de equilibrio implica normalmente algún tipo de racionamiento: a las empresas les gustaría ofrecer más de lo que ofrecen, pero no están dispuestas a hacerlo, ya que de esa manera variarían los incentivos de sus clientes. En los mercados en los que hay un tipo oculto la situación de equilibrio implica normalmente un volumen de comercio demasiado pequeño debido a la externalidad entre el tipo "bueno" y el "malo".

En este mercado parece que los resultados de equilibrio son ineficientes, pero esa afirmación debe hacerse con cuidado. Lo que hay que de preguntarse es "¿ineficiente con respecto a qué?". El equilibrio siempre será ineficiente en relación con el equilibrio correspondiente a la información perfecta. Pero eso es de poca ayuda para tomar decisiones: si a las empresas del sector les resulta demasiado costoso recoger más información, probablemente al Estado también le resultará costoso.

Lo que debemos preguntarnos, en realidad, es si existe algún tipo de intervención del Estado en el mercado que pueda mejorar la eficiencia aun cuando el Gobierno tenga los mismos problemas de información que las empresas.

En el caso de la acción oculta antes analizado, la respuesta suele ser "no". Si el Estado no puede observar el cuidado que tienen los consumidores, no puede obtener mejores resultados que las compañías de seguros. Naturalmente, el Estado podría tener otros instrumentos a su disposición que no tiene la compañía de seguros: podría obligar a tener un determinado nivel de cuidado y condenar a los que no lo tuvieran. Pero si el Estado sólo puede fijar los precios y las cantidades, no puede obtener mejores resultados que el mercado privado.

El caso del tipo oculto plantea problemas parecidos. Ya hemos visto que si el Gobierno puede *obligar* a los individuos de todos los tipos de riesgo a comprar seguro, es posible que mejorara el bienestar de todo el mundo. Se trata sin duda de un buen argumento en favor de la intervención. Por otra pare, la intervención del Estado también tiene costes; las decisiones económicas que se toman por decreto pueden no ser tan eficaces desde el punto de vista de los costes como las que toman las empresas privadas. El mero hecho de que haya medidas gubernamentales que *pueden* mejorar el bienestar social no significa que vayan a tomarse.

Por otro lado, los problemas de selección adversa pueden tener soluciones puramente privadas. Por ejemplo, hemos visto que la provisión de un seguro médico como ventaja social puede contribuir a eliminar el problema de selección adversa.

37.6 Las señales

Recordemos nuestro modelo del mercado de automóviles usados: sus dueños conocen su calidad, pero los compradores tienen que adivinarla. Hemos visto que esta información asimétrica puede plantear problemas en el mercado; en algunos casos, el problema de selección adversa haría que se realizaran muy pocas transacciones.

Sin embargo, ahí no acaba la historia. Los dueños de los automóviles usados buenos tienen un incentivo para tratar de transmitir el hecho de que tienen un automóvil bueno a los posibles compradores. Les gustaría hacer algo que **señalara** la calidad del automóvil a los que pudieran comprarlo.

Una señal sensata en esta situación sería ofrecer una **garantía,** por la que se prometiera pagar al comprador una determinada cantidad si el automóvil resultara ser un cacharro. Los propietarios de los automóviles usados buenos pueden ofrecer una garantía de ese tipo, mientras que los de cacharros no pueden. De esa manera los primeros pueden señalar que tienen un automóvil bueno.

En este caso, las señales ayudan a mejorar el funcionamiento del mercado. Ofreciendo la garantía —la señal— los vendedores de los automóviles buenos pueden distinguirse de los vendedores de los automóviles malos. Pero existen otros casos en los que las señales pueden empeorar el funcionamiento del mercado.

Examinemos un modelo muy sencillo del mercado de educación investigado por Michael Spence.[2] Supongamos que tenemos dos tipos de trabajadores, capacitados e incapacitados. Los primeros tienen un producto marginal de a_2 y los segundos tienen un producto marginal de a_1, donde $a_2 > a_1$. Supongamos que hay una proporción b de trabajadores capacitados y una proporción $1 - b$ de trabajadores incapacitados.

Suponemos para mayor sencillez que la función de producción es lineal, por lo que la cantidad total producida por L_2 trabajadores capacitados y L_1 incapacitados es $a_1L_1 + a_2 L_2$. También suponemos que el mercado de trabajo es competitivo.

Si la calidad de los trabajadores puede observarse fácilmente, las empresas ofrecerán simplemente el salario $w_2 = a_2$ a los trabajadores capacitados y el salario $w_1 = a_1$ a los incapacitados. Es decir, cada trabajador percibirá su producto marginal y tendremos una situación de equilibrio eficiente.

Pero ¿qué sucede si la empresa no puede observar los productos marginales? Si no puede distinguir entre los tipos de trabajadores, lo mejor es ofrecer el salario medio, que es $w = (1 - b)a_1 + ba_2$. En la medida en que los trabajadores buenos y los malos estén de acuerdo en trabajar por este salario, no habrá problemas de selección adversa. Y, dado nuestro supuesto sobre la función de producción, la empresa producirá la misma cantidad y obtendrá el mismo beneficio que si pudiera observar perfectamente el tipo de trabajador.

[2] Michael Spence, *Market Signaling*, Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1974.

Supongamos, sin embargo, que existe alguna señal que puede ser adquirida por los trabajadores y que distingue a los dos tipos. Imaginemos, por ejemplo, que los trabajadores pueden adquirir educación. Sea e_1 la cantidad de educación que adquieran los trabajadores del tipo 1 y e_2 la cantidad que adquieren los del tipo 2. Supongamos que la adquisición de educación tiene costes diferentes para los trabajadores, de tal manera que el coste total de la educación de los trabajadores capacitados es c_2e_2 y el de los incapacitados c_1e_1. Estos costes comprenden no sólo los costes monetarios de asistir a la escuela, sino también los costes de oportunidad, los costes del esfuerzo necesario, etc.

Ahora hemos de considerar dos decisiones. Los trabajadores tienen que elegir la cantidad de educación que desean adquirir, y las empresas, la cantidad que desean pagar a los trabajadores que poseen distintos niveles de educación. Partamos del supuesto extremo según el cual la educación no afecta en absoluto a la productividad de los trabajadores. Este supuesto no es cierto, desde luego, en la vida real —especialmente en el caso de los cursos de economía—, pero contribuye a simplificar el modelo.

En este modelo, la naturaleza del equilibrio depende de manera capital del coste de la adquisición de educación. Supongamos que $c_2 < c_1$, lo que quiere decir que el coste marginal de adquirir educación es menor para los trabajadores capacitados que para los incapacitados. Sea e^* el nivel de educación que satisface las siguientes desigualdades:

$$\frac{a_2 - a_1}{c_1} < e^* < \frac{a_2 - a_1}{c_2}\,.$$

Dado nuestro supuesto según el cual $a_2 > a_1$ y $c_2 < c_1$, debe existir el valor e^*.

Consideremos ahora el siguiente conjunto de opciones: los trabajadores capacitados adquieren todos ellos el nivel de educación e^* y los incapacitados el nivel 0, y la empresa paga a los trabajadores que tienen el nivel e^* el salario a_2 y a los que tienen menos estudios el salario a_1. Obsérvese que la elección del nivel de educación de un trabajador señala perfectamente el tipo al que pertenece.

Pero ¿es ésta una situación de equilibrio? ¿Tiene alguna persona incentivos para cambiar de conducta? Cada empresa está pagando a cada trabajador su producto marginal, por lo que las empresas no tienen incentivos para cambiar de conducta. El único interrogante es saber si los trabajadores están comportándose racionalmente, dada la tabla salarial a la que se enfrentan.

¿Le interesaría a un trabajador incapacitado comprar el nivel de educación e^*? El beneficio que obtendría sería el aumento de los salarios $a_2 - a_1$ y el coste c_1e^*. Los beneficios son menores que los costes si

$$a_2 - a_1 < c_1e^*.$$

Pero tenemos la garantía de que esta condición se cumple dada la forma en que se elige e^*. Por lo tanto, a los trabajadores incapacitados les resulta óptimo elegir un nivel de estudios cero.

¿Les interesa realmente a los trabajadores capacitados adquirir el nivel de educación e^*? La condición para que los beneficios sean superiores a los costes es

$$a_2 - a_1 > c_2 e^*,$$

y esta condición también se cumple debido a la forma en que se elige e^*. Por lo tanto, esta pauta de salarios es, de hecho, una situación de equilibrio: si cada trabajador capacitado elige el nivel de educación e^* y cada trabajador incapacitado elige un nivel de estudios cero, ningún trabajador tiene razón alguna para cambiar de conducta. Debido a nuestro supuesto sobre las diferencias de costes, en condiciones de equilibrio el nivel de educación de un trabajador puede ser una señal que indique las diferencias de productividad. Este tipo de equilibrio basado en las señales se denomina a veces **equilibrio separador,** ya que implica que cada tipo de trabajador toma una decisión que le permite distinguirse del otro.

Otra posibilidad es el **equilibrio aunador,** en el que cada tipo de trabajador toma la *misma* decisión. Supongamos, por ejemplo, que $c_2 > c_1$, por lo que el coste de la adquisición de educación es mayor para los trabajadores capacitados que para los incapacitados. En este caso, puede demostrarse que la única situación de equilibrio es aquella en la que todos los trabajadores perciben un salario basado en su capacidad media, por lo que no se produce señal alguna.

El equilibrio separador es especialmente interesante porque es ineficiente desde el punto de vista social. A cada trabajador capacitado le interesa pagar por adquirir la señal, aun cuando no varíe su productividad. Los trabajadores capacitados desean adquirir la señal, no porque aumente su productividad, sino meramente porque los distingue de los incapacitados. En este tipo de equilibrio se produce exactamente la misma cantidad que si no hubiera ninguna señal. En este modelo, la adquisición de la señal es un absoluto despilfarro desde el punto de vista social.

Merece la pena reflexionar sobre la naturaleza de esta ineficiencia. Se debe, al igual que antes, a una externalidad. Si tanto los trabajadores capacitados como los incapacitados percibieran su producto *medio*, el salario de los capacitados disminuiría debido a la presencia de trabajadores incapacitados. Por lo tanto, tendrían un incentivo para invertir en señales que los distinguieran de los menos capacitados. Esta inversión tendría un beneficio privado, pero no un beneficio social.

Naturalmente, la existencia de señales no siempre genera ineficiencia. Algunos tipos de señales, como las garantías de los automóviles usados antes descritas, contribuyen a facilitar el comercio. En ese caso se prefiere el equilibrio con señales al equilibrio sin señales. Por lo tanto, la existencia de señales puede mejorar o empeorar las cosas; debe examinarse cada caso por separado.

Ejemplo: El efecto del pergamino

En la forma extrema del modelo de las señales educativas que hemos descrito antes, la educación no influía en la productividad: los años de estudios sólo servían para indicar la aptitud fija de una persona, lo cual es evidentemente una exageración: un estudiante que tenga 11 años de estudios es casi sin lugar a dudas más productivo que otro que tenga 10, debido a que ha adquirido más cualificaciones útiles durante el año adicional. Probablemente una parte de los rendimientos de los estudios se debe a las señales y otra a la adquisición de cualificaciones útiles durante los años de estudios. ¿Cómo distinguir estos dos factores?

Los economistas laborales que han estudiado los rendimientos de la educación han observado el sugerente hecho siguiente: los ingresos de las personas que poseen un título de enseñanza secundaria son mucho más altos que los ingresos de aquellas a las que sólo les falta un año para terminarlos. Según una investigación, el aumento de los ingresos que obtienen las personas que reciben el título de enseñanza secundaria es 5 o 6 veces superior al que obtienen cuando poseen un año de estudios secundarios y no obtienen el título. Según una estimación, el rendimiento económico del decimosexto año de estudios, en el que se obtiene el título universitario, es alrededor del triple del rendimiento del decimoquinto.[3]

Si la educación enseña cualificaciones productivas, cabría esperar que las personas que tienen 11 años de estudios ganen más que las que tienen 10. Lo que resulta sorprendente es que los ingresos experimenten un enorme aumento cuando se gradúan. Los economistas lo han denominado **efecto del pergamino,** en alusión al hecho de que los títulos solían expenderse en ese tipo de papel. Probablemente, la posesión del título de estudios secundarios es un tipo de señal. Pero, ¿de qué? En el modelo de las señales educativas que hemos descrito antes, el nivel de estudios era una señal de la aptitud. ¿Es eso lo que indica la posesión del título de estudios secundarios? ¿O alguna otra cosa?

Andrew Weiss, economista y profesor de la Universidad de Boston, intentó dar respuesta a estos interrogantes.[4] Examinó una serie de datos que describen cómo montaban los trabajadores el equipo y obtuvo una medida de la cantidad que producían durante el primer mes de trabajo. Observó que la educación apenas influía en el nivel de producción: cada año de estudios secundarios lo elevaba alrededor de un 1,3 por ciento. Por otra parte, las personas que tenían el título de estudios secundarios producían esencialmente la misma cantidad que los que no lo tenían.

[3] Véase Thomas Hungerford y Gary Solon, "Sheepskin Effects in the Returns to Education", *Review of Economics and Statistics*, 69,1987, págs. 175-177.

[4] "High School Graduation, Performance and Wages", *Journal of Political Economy*, 96, 4, 1988, págs. 785-820.

Aparentemente, la educación sólo contribuía en pequeña medida a la productividad inicial de estos trabajadores.

Weiss examinó después otra serie de datos que describían algunas características de los trabajadores de diversas ocupaciones. Observó que las personas que poseían el título de estudios secundarios tenían unas tasas de bajas voluntarias y de absentismo significativamente inferiores a las de las personas que no lo tenían. Parece que las primeras perciben unos salarios más altos porque son más productivas, pero la razón por la que son más productivas se halla en que permanecen más tiempo en la empresa y se ausentan menos del trabajo. Estos resultados inducen a pensar que el modelo de las señales aporta algunas ideas sobre los mercados de trabajo reales. Sin embargo, la señal real que transmite el nivel de estudios es considerablemente más compleja de lo que sugiere la versión más sencilla del modelo de las señales.

37.7 Incentivos

Pasamos a analizar un tema algo diferente, el estudio de los **sistemas de incentivos.** Como veremos, en nuestro estudio de este tema intervendrá de forma natural la información asimétrica. Pero resulta útil comenzar examinando el caso de la información perfecta.

La pregunta clave en la elaboración de un sistema de incentivos es "¿cómo puedo conseguir que una persona haga algo para mí?". Formulemos esta pregunta en un contexto específico. Supongamos que una persona tiene tierras, pero no puede trabajarlas ella misma, por lo que trata de contratar a otra para que las cultive. ¿Qué tipo de sistema retributivo establecería?

Podría pagar al trabajador una cantidad fija, independientemente de lo que produjera. Pero en ese caso éste apenas tendría incentivos para trabajar. En general, en un buen plan de incentivos la retribución del trabajador depende de alguna manera de la cantidad que produzca. El problema se halla en averiguar en qué medida debe ser sensible la retribución a la cantidad producida.

Sea x la cantidad de "esfuerzo" que realiza el trabajador e $y = f(x)$ la cantidad producida; supongamos para mayor sencillez que el precio del producto es 1, de tal manera que y también mide el valor de la producción. Sea $s(y)$ la cantidad que se paga al trabajador si produce una cantidad por valor de y. Probablemente al propietario de las tierras le gustaría elegir la función $s(y)$ para maximizar $y - s(y)$.

¿A qué restricciones se enfrenta? Para responder a esta pregunta, tenemos que examinar la situación desde el punto de vista del trabajador.

Suponemos que a éste le resulta costoso el esfuerzo y expresa el coste mediante la función $c(x)$. Suponemos que esta función de costes tiene la forma habitual: cuando aumenta el esfuerzo, aumenta tanto el coste total como el marginal. La utilidad del trabajador que elige el nivel de esfuerzo x es simplemente $s(y) - c(x) = s(f(x)) - c(x)$. El trabajador puede tener otras opciones que le reporten la utilidad $\bar{u}$, trabajando en otro sitio o no trabajando nada. Lo único pertinente para elaborar el sistema de incentivos es que la utilidad que le reporte al trabajador sea, al menos, tan grande como la que le reporte cualquier otra opción. De esa manera tenemos la **restricción de la participación:**

$$s(f(x)) - c(x) \geq \bar{u}.$$

Dada esta restricción, podemos averiguar qué cantidad producirá el trabajador. El terrateniente desea inducirle a elegir el nivel de esfuerzo x que le reporta el mayor excedente, dada la restricción de que el trabajador esté dispuesto a trabajar para él:

$$\max_x f(x) - s(f(x))$$
$$\text{sujeta a } s(f(x)) - c(x) \geq \bar{u}.$$

En general, querrá que el trabajador elija x para satisfacer la restricción de tal manera que $s(f(x)) - c(x) = \bar{u}$. Introduciendo esta expresión en la función objetivo, tenemos el siguiente problema de maximización no sujeta a restricciones:

$$\max_x f(x) - c(x) - \bar{u}.$$

Pero es fácil resolver este problema. Basta elegir x^* para que el producto marginal sea igual al coste marginal:

$$PM(x^*) = CM(x^*).$$

Cualquier elección de x^* en la que el producto marginal no sea igual al coste marginal no puede maximizar los beneficios. De esta manera sabemos qué nivel de esfuerzo quiere conseguir el dueño de las tierras; ahora tenemos que preguntarnos qué ha de pagar al trabajador para lograrlo. Es decir, ¿cómo tiene que ser la función $s(y)$ para que el x^* que elija el trabajador sea el óptimo?

Supongamos que el dueño de las tierras quiere inducirle a realizar la cantidad de esfuerzo x^*. En ese caso, tiene que hacer que le interese realizarlo; es decir, tiene que elaborar un sistema de incentivos $s(y)$ tal que la utilidad derivada de la decisión de trabajar x^* sea mayor que la utilidad derivada de la elección de cualquier otra cantidad x. De esta manera tenemos la restricción

$$s(f(x^*)) - c(x^*) \geq s(f(x)) - c(x) \text{ para todas las } x.$$

Esta restricción se denomina **restricción de la compatibilidad de incentivos.** Nos dice simplemente que la utilidad que le reporta al trabajador la elección de x^* debe ser mayor que la que reporta cualquier otra elección de la cantidad de esfuerzo.

Por lo tanto, tenemos dos condiciones que debe satisfacer el sistema de incentivos: en primer lugar, debe reportar al trabajador la utilidad $\bar{u}$ y, en segundo lugar, debe hacer que el producto marginal del esfuerzo sea igual a su coste marginal en el nivel de esfuerzo x^*. Estos dos objetivos pueden lograrse de varias formas.

Alquiler. El terrateniente puede arrendar simplemente al trabajador al precio R, de tal manera que éste obtenga todo lo que produce después de pagar R al terrateniente. Con estos supuestos,

$$s(f(x)) = f(x) - R.$$

Si el trabajador maximiza $s(f(x)) - c(x) = f(x) - R - c(x)$, elegirá el nivel de esfuerzo en el que $PM(x^*) = CM(x^*)$, que es exactamente lo que desea el terrateniente. El alquiler R viene determinado por la condición de participación. Dado que la utilidad total del trabajador debe ser $\bar{u}$, tenemos que

$$f(x^*) - c(x^*) - R = \bar{u},$$

de donde se deduce que $R = f(x^*) - c(x^*) - \bar{u}$.

Trabajo asalariado. En este sistema, el terrateniente paga al trabajador un salario constante por unidad de esfuerzo, además de una cantidad fija K, lo que significa que el incentivo monetario adopta la forma

$$s(x) = wx + K.$$

El salario w es igual al producto marginal del trabajador correspondiente a la elección óptima x^*, $PM(x^*)$. La constante K se elige de tal manera que al trabajador le dé igual trabajar para el terrateniente que trabajar en otro lugar; es decir, debe satisfacer la restricción de la participación.

El problema de maximización de $s(f(x)) - c(x)$ se convierte, entonces, en

$$\max_x wx + K - c(x),$$

lo que significa que el trabajador elegirá x con el fin de que su coste marginal sea igual al salario: $w = CM(x)$. Dado que el salario es $PM(x^*)$, significa que la elección *óptima* del trabajador será x^*, de tal manera que $PM(x^*) = CM(x^*)$, que es lo que quiere la empresa.

Lo tomas o lo dejas. En este sistema, el terrateniente paga B^* al trabajador si trabaja x^* y nada en caso contrario. La cantidad B^* viene determinada por la restricción de la participación $B^* - c(x^*) = \bar{u}$, por lo que $B^* = \bar{u} + c(x^*)$. Si el trabajador elige cualquier nivel de esfuerzo $x \neq x^*$, obtiene la utilidad $-c(x)$. Si elige x^*, obtiene la utilidad $\bar{u}$. Por lo tanto, para el trabajador la elección óptima es $x = x^*$.

Cada uno de estos sistemas es equivalente desde el punto de vista analítico: cada uno genera al trabajador la utilidad $\bar{u}$ y un incentivo para producir la cantidad óptima x^*. En este nivel de generalidad, no hay razón alguna para elegir entre ellos.

Si todos son óptimos, ¿cómo es uno que no lo sea? He aquí un ejemplo.

El sistema de aparcería. En este sistema, el trabajador y el terrateniente obtienen un porcentaje fijo de producción. Supongamos que el del trabajador es $s(x) = \alpha f(x) + F$, donde F es una constante y $\alpha < 1$. Este sistema *no* es eficiente para el problema que estamos analizando. Es fácil ver por qué. El problema de maximización del trabajador es

$$\max_x \alpha f(x) + F - c(x),$$

lo que significa que elegiría el nivel de esfuerzo x, donde

$$\alpha PM(\hat{x}) = CM(\hat{x}).$$

Es evidente que ese nivel de esfuerzo no puede satisfacer la condición de eficiencia según la cual $PM(x) = CM(x)$.

He aquí una manera de resumir este análisis. Para elaborar un sistema eficiente de incentivos, es necesario garantizar que la persona que tomará la decisión relativa al esfuerzo es el **perceptor residual** de la producción. La manera en que el terrateniente puede mejorar al máximo su bienestar consiste en asegurarse de que consigue que el trabajador produzca la cantidad óptima. Éste es el nivel de producción en el que el producto marginal del esfuerzo adicional del trabajador es igual al coste marginal de realizar ese esfuerzo. Por lo tanto, el sistema de incentivos debe reportar un beneficio marginal al trabajador igual a su producto marginal.

Ejemplo: Los derechos de votación en la sociedad anónima

Normalmente, los accionistas de una sociedad anónima tienen derecho a emitir su voto sobre algunas cuestiones relacionadas con su gestión, mientras que no ocurre así con los tenedores de obligaciones. ¿Por qué? La respuesta se obtiene examinando la estructura de los rendimientos que obtienen los dos grupos. Si una sociedad anónima produce un año X euros de beneficios, los tenedores de obligaciones son los primeros que tienen derecho a recibir una parte de esos beneficios, mientras que el resto se reparte entre los accionistas. Si la cantidad total a la que tienen derecho los tenedores de obligaciones es B, la cantidad que reciben los accionistas es $X - B$.

Los accionistas son, pues, perceptores residuales, por lo que tienen un incentivo para hacer que X sea lo mayor posible. Los tenedores de obligaciones, en cambio, sólo tienen un incentivo para asegurarse de que X es, al menos, B, ya que es la cantidad máxima a la que tienen derecho. Por lo tanto, los beneficios serán mayores, en general, si se concede a los accionistas el derecho a tomar decisiones.

Ejemplo: Las reformas económicas chinas

Hasta 1979, la organización de las comunas rurales chinas se basaba en los principios marxistas ortodoxos. Los trabajadores percibían una cantidad acorde con una estimación aproximada de su aportación a los ingresos de la comuna. Se apartaba el 5 por ciento de su tierra para parcelas privadas, pero los campesinos no podían ir a las ciudades a vender el producto que obtenían en sus explotaciones privadas. Todo el comercio tenía que realizarse a través de un mercado público extraordinariamente regulado.

A finales de 1978, el Gobierno central chino introdujo una importante reforma en la estructura de la agricultura, conocida con el nombre de "sistema de responsabilidad", según la cual la economía doméstica podía quedarse con toda la producción que sobrepasara la cuota fijada y venderla en los mercados privados. El Gobierno levantó las restricciones que pesaban sobre las explotaciones privadas y aumentó la cantidad de tierra utilizada. A finales de 1984, el 97 por ciento de los agricultores producía de acuerdo con este sistema de responsabilidad.

Obsérvese que la estructura del sistema es muy parecida al mecanismo de los incentivos que hemos descrito antes: cada economía doméstica paga una cantidad fija a la comuna, pero puede quedarse con el resto. Por lo tanto, los incentivos *marginales* para la producción de las economías domésticas son los adecuados desde el punto de vista económico.

La influencia de este nuevo sistema en la producción agrícola ha sido enorme: entre 1978 y 1984 la producción agrícola china aumentó más de un 61 por ciento. Sin embargo, no todo este aumento se debió a una mejora de los incentivos; mientras estaban llevándose a cabo estas reformas, el Gobierno chino también modificó los precios controlados de los bienes agrícolas e incluso permitió que algunos se determinaran en los mercados privados.

Tres economistas han intentado averiguar qué parte del aumento de la producción se debió a la mejora de los incentivos y cuál a la modificación de los precios[5] y han observado que más de tres cuartas partes del aumento se debieron a la mejora de los incentivos y sólo una cuarta parte a las reformas de los precios.

[5] J. McMillan, J. Whalley y L. Zhu, "The Impact of China's Economic Reforms on Agricultural Productivity Growth", *Journal of Political Economy*, 97, 4, 1989, págs. 781-807.

37.8 La información asimétrica

El análisis anterior aporta alguna luz sobre la utilización de diferentes de sistemas de incentivos. Muestra, por ejemplo, que arrendar la tierra al trabajador es mejor que el sistema de aparcería. Pero ésta es una conclusión excesiva. Si nuestro análisis es una buena descripción del mundo, sería de esperar que en la agricultura se recurriera al arrendamiento o al trabajo asalariado y que nunca existiera el sistema de aparcería, salvo por error.

Es evidente que no ocurre así. El sistema de aparcería se ha utilizado durante miles de años en algunas partes del mundo, por lo que es probable que cubra algún tipo de necesidad. ¿Qué es lo que no hemos tenido en cuenta en nuestro modelo?

Dado el título de este apartado, no es difícil imaginar la respuesta: no hemos tenido en cuenta los problemas relacionados con la información imperfecta. Hemos supuesto que el propietario de la empresa podía observar perfectamente el esfuerzo del trabajador. En muchas situaciones interesantes puede resultar imposible observarlo. El propietario puede observar en el mejor de los casos alguna *señal* del esfuerzo, como el volumen de producción resultante. La cantidad de producción de un agricultor puede depender, en parte, de su esfuerzo, pero también del tiempo meteorológico, de la calidad de los factores y de muchos otros elementos. Como consecuencia de este tipo de "ruido", la retribución del propietario al trabajador basada en la producción no será equivalente, en general, a la retribución basada en el esfuerzo exclusivamente.

Se trata esencialmente de un problema de información asimétrica: el trabajador puede elegir su nivel de esfuerzo, pero el propietario no puede observarlo perfectamente; tiene que adivinarlo a partir de la producción observada, y el diseño del sistema óptimo de incentivos tiene que reflejar este problema de inferencia.

Consideremos los cuatro sistemas de incentivos antes descritos. ¿Qué problemas surgen si el esfuerzo no está perfectamente correlacionado con el nivel de producción?

Alquiler. Si la empresa alquila la tecnología al trabajador, éste puede obtener toda la producción que queda una vez pagado el alquiler fijo. Si la producción es un componente aleatorio, significa que el trabajador tendrá que soportar todo el riesgo de los factores aleatorios. Si es más renuente al riesgo que el propietario —lo que es probable—, este sistema será ineficiente. En general, el trabajador estará dispuesto a renunciar a una parte de los beneficios residuales con el fin de tener una corriente de renta menos arriesgada.

Trabajo asalariado. El problema del trabajo asalariado reside en que obliga a observar la *cantidad* de trabajo. El salario ha de basarse en el esfuerzo realizado para producir y no sólo en las horas que el trabajador está en la empresa. Si el propietario no puede observar la cantidad de trabajo, será imposible poner en práctica este tipo de sistema de incentivos.

Lo tomas o lo dejas. Si el incentivo monetario se basa en la cantidad de trabajo, tenemos el mismo problema que en el sistema de trabajo asalariado. Si la retribución se basa en la *producción*, el sistema obliga al trabajador a soportar todo el riesgo. Incluso el hecho de desviarse sólo un poco de la "cantidad objetivo" da lugar a un pago nulo.

El sistema de aparcería. Es algo así como el feliz punto medio. La retribución del trabajador depende, en parte, de la producción observada, pero el trabajador y el propietario comparten el riesgo de las fluctuaciones de la producción, lo que induce al trabajador a producir, pero no le obliga a soportar todo el riesgo.

La introducción de la información asimétrica introduce un cambio radical en nuestra evaluación de los métodos de incentivos. Si el propietario no puede observar el esfuerzo, el trabajo asalariado es inviable. El sistema de alquiler y el de "lo tomas o lo dejas" obligan al trabajador a soportar un riesgo excesivo. El sistema de aparcería es una solución intermedia entre los dos extremos: da algunos incentivos al trabajador para producir, pero no le obliga a soportar todo el riesgo.

Ejemplo: Los costes de supervisión

No siempre es fácil observar el grado de esfuerzo que realiza el trabajador. Consideremos, por ejemplo, el trabajo de un empleado de una tienda que está abierta las 24 horas del día. ¿Cómo puede observar el gerente el rendimiento de los empleados cuando no está presente? Aunque sea posible observar su producción física (estantes repuestos, ventas registradas) es mucho más difícil observar algunos rasgos como la cortesía con los clientes.

Apenas existen dudas de que en los antiguos países comunistas del este de Europa se ofrecían algunos de los peores servicios del mundo: cuando uno conseguía llamar la atención del empleado, era más probable que fuera respondido con una expresión de mal humor que con una sonrisa. No obstante, un empresario húngaro, Gabor Varszegi, ha ganado millones ofreciendo un servicio de elevada calidad en sus tiendas de revelado fotográfico de Budapest.[6]

[6] Véase Steven Greenhouse, "A New Formula in Hungary: Speed Service and Grow Rich", *New York Times*, 5 de junio de 1990, pág. A1.

Varszegi afirma que comenzó siendo pequeño empresario a mediados de los años sesenta tocando el bajo y dirigiendo un grupo de rock. "Entonces", dice, "los únicos empresarios privados que había en el este de Europa eran músicos de rock". En 1985 introdujo en Hungría el revelado en una hora; la siguiente mejor alternativa a sus tiendas de revelado en una hora era una agencia estatal que tardaba un mes.

Varszegi sigue dos reglas en las relaciones laborales: nunca contrata a nadie que haya trabajado en el régimen comunista y paga a sus trabajadores el cuádruple del salario de mercado. Esta política tiene perfecto sentido a la luz de las observaciones anteriores sobre los costes de supervisión: hay muy pocos empleados por tienda y es muy costoso supervisar su conducta. Si el despido sólo entrañara una pequeña penalización, habría muchas tentaciones para trabajar a un ritmo más lento. Pagando a los trabajadores mucho más de lo que podrían ganar en otros sitios, Varszegi hace que les resulte muy costoso el despido y reduce significativamente sus costes de supervisión.

Ejemplo: El banco Grameen

Un prestamista aldeano de Bangladesh cobra un tipo de interés anual superior a un 150 por ciento. A cualquier banquero norteamericano le encantaría obtener tamaño rendimiento: ¿por qué no instala Citibank cajeros automáticos en Bangladesh? Contestar a esta pregunta es responderla: Citibank probablemente no lo haría tan bien como el prestamista. Éste tiene una ventaja comparativa en estos pequeños préstamos por varias razones.

- El prestamista local puede hacer frente más eficazmente a estos pequeños préstamos.
- El prestamista tiene mejor acceso a la información sobre los prestatarios buenos y malos que un foráneo.
- El prestamista se encuentra en mejores condiciones para controlar la devolución de los préstamos a fin de asegurarse de que los recupera.

Estos tres problemas —los rendimientos de escala, la selección adversa y el riesgo moral— permiten al prestamista aldeano mantener un monopolio local en el mercado crediticio.

Ese tipo de monopolio local es especialmente pernicioso en un país subdesarrollado como Bangladesh. A un tipo de interés del 150 por ciento, hay numerosos proyectos rentables que no son realizados por los campesinos. La mejora del acceso al crédito podría aumentar extraordinariamente la inversión y elevar, por lo tanto, el nivel de vida.

Muhammad Yunas,* economista de Bangladesh formado en Estados Unidos, ha desarrollado una ingeniosa institución denominada Grameen Bank (banco aldeano) para resolver algunos de estos problemas. En el plan Grameen, los empresarios que tienen proyectos independientes se reúnen y solicitan un préstamo como grupo. Si éste es aprobado, dos miembros del grupo reciben el préstamo y comienzan a invertir. Si consiguen devolverlo en el plazo establecido, otros dos miembros reciben un préstamo. Si éstos también tienen éxito, el último miembro, el jefe del grupo, recibe un préstamo.

El banco Grameen resuelve los tres problemas antes descritos. Como la calidad del grupo influye en el hecho de que sus miembros reciban o no un préstamo, los miembros potenciales son muy selectivos a la hora de decidir con quién se asocian. Dado que los miembros del grupo sólo pueden conseguir préstamos si tienen éxito las inversiones de los demás, hay poderosos incentivos para ayudarse mutuamente y compartir la experiencia. Por último, estas actividades de elegir candidatos para solicitar préstamos y controlar la marcha de la devolución son realizadas por los propios campesinos y no directamente por los empleados del banco.

El banco Grameen ha tenido mucho éxito. Concede alrededor de 475.000 préstamos al mes de una cuantía media de 70 dólares. Su tasa de recuperación de préstamos es del orden del 98 por ciento, mientras que los prestamistas convencionales de Bangladesh consiguen una tasa de recuperación del 30 o 40 por ciento. El éxito del programa de responsabilidad del grupo en el fomento de la inversión ha llevado a adoptarlo en algunas otras áreas de Norteamérica y Sudamérica afectadas por la pobreza.

Resumen

1. La información imperfecta y asimétrica puede introducir diferencias radicales en la naturaleza del equilibrio del mercado.
2. La selección adversa se refiere a las situaciones en las que la característica que tipifica a los agentes no es observable, por lo que una de las partes del mercado tiene que adivinar el tipo o la calidad de un producto basándose en el comportamiento de la otra.
3. En los mercados en los que hay selección adversa puede ocurrir que haya muy pocos intercambios. En este caso es posible mejorar el bienestar de todo el mundo obligándolo a realizar transacciones.
4. El riesgo moral se refiere a la situación en la que una de las partes del mercado no puede observar el comportamiento de la otra.
5. La existencia de señales se refiere al hecho de que cuando hay selección adversa o riesgo moral, algunos agentes desean invertir en señales que los diferencien de otros.

* Premio Nobel de la Paz del año 2006 por su concepto de "microfinanzas" y su proyecto pionero de microcréditos.

6. La inversión en señales puede ser beneficiosa desde el punto de vista privado, pero despilfarradora desde el punto de vista social. Por otra parte, puede contribuir a resolver los problemas que plantea la información asimétrica.
7. Los sistemas eficientes de incentivos (en los que puede observarse perfectamente el esfuerzo) convierten al trabajador en el perceptor residual, lo que significa que igualará los beneficios marginales y los costes marginales.
8. Pero eso no es cierto si la información es imperfecta. En general, son adecuados los sistemas de incentivos que reparten los riesgos y ofrecen incentivos.

Problemas

1. Examinemos el modelo del mercado de automóviles usados presentado en este capítulo. ¿Cuál es la cantidad máxima de excedente de los consumidores que es creada por el comercio en la situación de equilibrio del mercado?
2. En el mismo modelo, ¿cuánto excedente de los consumidores se crearía asignando *aleatoriamente* los compradores a los vendedores? ¿Qué método genera el mayor excedente?
3. Un trabajador puede producir x unidades empleando x horas de trabajo a un coste de $c(x) = x^2/2$. Puede lograr un nivel de utilidad $\bar{u} = 0$ trabajando en otra parte. ¿Cuál es el sistema óptimo de incentivos en la fórmula del trabajo asalariado $s(x)$ en el caso de este trabajador?
4. Volviendo al problema anterior, ¿cuánto estaría dispuesto a pagar el trabajador por alquilar la tecnología de producción?
5. ¿En qué variaría su respuesta al problema anterior si el empleo alternativo reportara al trabajador $\bar{u} = 1$?

APÉNDICE MATEMÁTICO

En este apéndice repasaremos brevemente algunos de los conceptos matemáticos utilizados en este libro, con el fin de recordar las definiciones de algunos términos. No pretende ser, desde luego, un texto de matemáticas, por lo que las definiciones expuestas no serán, por lo general, las más rigurosas sino las más sencillas.

A.1 Funciones

Una **función** es una regla que describe una relación entre números. Asigna a cada número x un *único* número y de acuerdo con una determinada regla. Por lo tanto, puede indicarse describiendo la regla; por ejemplo, "tómese un número y elévese al cuadrado" o "tómese un número y multiplíquelo por 2", etc. Estas funciones se expresan de la forma siguiente: $y = x^2$, $y = 2x$. Las funciones se denominan algunas veces **transformaciones**.

Cuando quiere indicarse que una variable y depende de otra, x, pero no se conoce la relación algebraica específica que existe entre las dos, se escribe $y = f(x)$ y se dice que la variable y depende de x de acuerdo con la regla f.

Dada una función $y = f(x)$, el número x suele llamarse **variable independiente** y el número y **variable dependiente**, en el sentido de que x varía independientemente, pero el valor de y *depende* del valor de x.

Muchas veces una variable y depende de varias, x_1, x_2, etc.; en ese caso, escribimos $y = f(x_1, x_2)$ para indicar que ambas variables determinan conjuntamente el valor de y.

A.2 Gráficos

Un **gráfico** de una función representa gráficamente su conducta. La figura A.1 muestra dos ejemplos. En matemáticas, la variable independiente suele representarse en el eje de abscisas y la dependiente en el de ordenadas. En ese caso, el gráfico indica la relación entre la variable independiente y la dependiente.

Sin embargo, en economía es frecuente representar las funciones colocando la variable independiente en el eje de ordenadas y la dependiente en el de abscisas. Por ejemplo, las funciones de demanda suelen representarse colocando el precio en el eje de ordenadas y la cantidad demandada en el de abscisas.

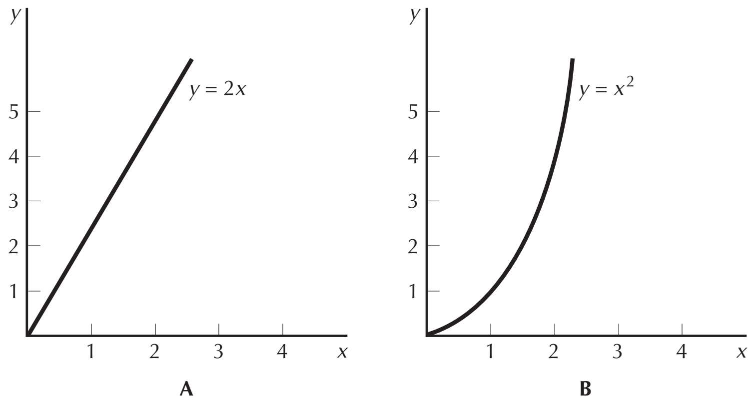


Figura A.1. Gráficos de funciones. La parte A representa el gráfico de $y = 2x$ y la B el gráfico de $y = x^2$.

A.3 Propiedades de las funciones

Una **función continua** es aquella que puede trazarse sin levantar el lápiz del papel: no hay ningún salto. Una **función lisa** es aquella que no tiene vértices ni esquinas. Una **función monótona** es aquella que siempre es creciente (en este caso se dice que es **monótonamente creciente**) o decreciente (en este caso se dice que es **monótonamente decreciente**).

A.4 Funciones inversas

Recuérdese que una función tiene la propiedad de que a cada valor de x le corresponde un único valor de y y que una función monótona es aquella que siempre es creciente o decreciente. Eso significa que en una función monótona, a cada valor de y le corresponde un único valor de x.

La función que relaciona la x y la y de esta forma se llama **función inversa.** Si se nos da y en función de x, podemos calcular la función inversa despejando x en función de y. Si $y = 2x$, la función inversa es $x = y/2$. Si $y = x^2$, no hay una función inversa; dada cualquier y, tanto $x = +\sqrt{y}$ como $x = -\sqrt{y}$ tienen la propiedad de que su raíz cuadrada es igual a y. Por lo tanto, a cada valor de y le corresponde *más* de un valor de x, en contra de lo que exige la definición de la función.

A.5 Ecuaciones e identidades

Una **ecuación** pregunta en qué casos una función es igual a un determinado número. He aquí algunos ejemplos.

$$2x = 8$$
$$x^2 = 9$$
$$f(x) = 0.$$

La **solución** de una ecuación es el valor de x que satisface la ecuación. La primera tiene una solución $x = 4$. La segunda tiene dos soluciones, $x = 3$ y $x = -3$. La tercera es una ecuación general. No conocemos su solución hasta que no sabemos cuál es la regla representada por f, pero podemos denominarla x^*. Eso significa simplemente que x^* es un número tal que $f(x^*) = 0$. Decimos que x^* **satisface** la ecuación $f(x) = 0$.

Una **identidad** es una relación entre variables que se cumple *cualesquiera* que sean los valores de dichas variables. He aquí algunos ejemplos:

$$(x + y)^2 \equiv x^2 + 2xy + y^2$$
$$2(x + 1) \equiv 2x + 2.$$

El símbolo especial $\equiv$ significa que el primer miembro y el segundo son iguales *cualesquiera* que sean los valores de las variables. Una ecuación sólo se cumple en el caso de algunos valores de las variables, mientras que una identidad se cumple en el caso de todos. Muchas veces una identidad es verdadera por definición.

A.6 Funciones lineales

Una **función lineal** tiene la siguiente forma:

$$y = ax + b,$$

donde a y b son constantes. He aquí algunos ejemplos:

$$y = 2x + 3$$
$$y = x - 99.$$

Estrictamente hablando, una función de la forma $y = ax + b$ debe llamarse **función afín,** y sólo las funciones de la forma $y = ax$ deben llamarse funciones lineales. Sin embargo, no insistiremos en esta distinción.

Las funciones lineales también pueden expresarse implícitamente de la manera siguiente: $ax + by = c$. En ese caso, a menudo se despeja y en función de x para que tenga la forma habitual:

$$y = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}x.$$

A.7 Variaciones y tasas de variación

La notación Δx quiere decir "la variación de x". *No* significa el producto de Δ por x. Si x varía de x^* a x^{**}, la variación de x es:

$$\Delta x = x^{**} - x^*.$$

Esta expresión también puede formularse de la manera siguiente:

$$x^{**} = x^* + \Delta x$$

para indicar que x^{**} es x^* más una variación de x.

Normalmente, Δx representa una *pequeña* variación de x. A veces se expresa diciendo que Δx representa una **variación marginal**.

Una t**asa de variación** es el cociente entre dos variaciones. Si y es una función de x que viene dada por $y = f(x)$, la tasa de variación de y con respecto a x se representa de la forma siguiente:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

La tasa de variación mide la variación que experimenta y cuando varía x.

Una función lineal tiene la propiedad de que la tasa de variación de y con respecto a x es constante. Para demostrarlo, obsérvese que si $y = a + bx$, entonces

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{a + b(x + \Delta x) - a - bx}{\Delta x} = \frac{b\Delta x}{\Delta x} = b.$$

Cuando las funciones no son lineales, la tasa de variación de la función depende del valor de x. Consideremos, por ejemplo, la función $y = x^2$. En esta función,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x + \Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = \frac{x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x} = 2x + \Delta x.$$

En esta expresión, la tasa de variación de x a $x + \Delta x$ depende del valor de x y de la magnitud de la variación, Δx. Pero si las variaciones de x son muy pequeñas, Δx tiende a cero, por lo que la tasa de variación de y con respecto a x es aproximadamente $2x$.

A.8 Pendientes y coordenadas en el origen

La tasa de variación de una función puede interpretarse gráficamente como la **pendiente** de dicha función. La figura A.2A representa la función lineal $y = -2x + 4$. Su **ordenada en el origen** es el valor de y cuando $x = 0$, que es $y = 4$. Su **abscisa en el origen** es el valor de x cuando $y = 0$, que es $x = 2$. Su pendiente de la función es la tasa de variación que experimenta y cuando varía x. En este caso, es –2.

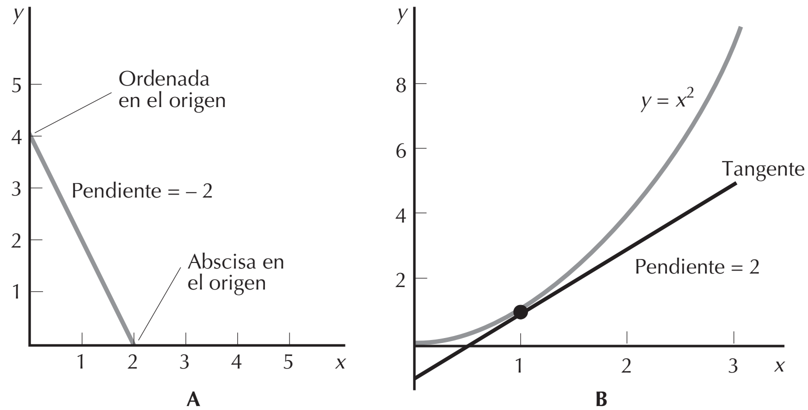


Figura A.2. Pendientes y coordenadas en el origen. La parte A representa la función $y = -2x + 4$ y la B la función $y = x^2$.

Generalmente, si una función lineal tiene la forma $y = ax + b$, la ordenada en el origen será $y^* = b$ y la abscisa en el origen, $x^* = -b/a$. Si una función lineal se expresa de la forma siguiente:

$$a_1x_1 + a_2x_2 = c,$$

la abscisa en el origen es el valor de x_1 cuando $x_2 = 0$, que es $x_1^* = c/a_1$ y la ordenada en el origen se da cuando $x_1 = 0$, lo que significa que $x_2^* = c/a_2$. La pendiente de esta función es $-a_1/a_2$.

Una función no lineal tiene la propiedad de que su pendiente varía cuando varía x. Una **tangente** de una función en el punto x es una función lineal que tiene la misma pendiente. La figura A.2B representa la función x^2 y la tangente en $x = 1$.

Si y aumenta siempre que aumenta x, Δy siempre tendrá el mismo signo que Δx, por lo que la pendiente de la función será positiva. Si, en cambio, y disminuye cuando aumenta x o aumenta cuando disminuye x, Δy y Δx tendrán signos opuestos, por lo que la pendiente de la función será negativa.

A.9 Valores absolutos y logaritmos

El **valor absoluto** de un número es una función $f(x)$ definida por la regla siguiente:

$$f(x) = \begin{cases} x \text{ si } x \geq 0 \\ -x \text{ si } x < 0. \end{cases}$$

Por lo tanto, el valor absoluto de un número puede hallarse eliminando su signo. La función del valor absoluto suele representarse de la forma siguiente: $|x|$.

El **logaritmo** (neperiano) de x describe una función específica de x, que se exprese mediante $y = \ln x$ o $y = \ln(x)$. La función logarítmica es la única que tiene las propiedades

$$\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$$

para todos los números positivos x e y y

$$\ln(e) = 1.$$

En esta última ecuación, e es la base de los logaritmos neperianos que es igual a 2,7183... Verbalmente, el logaritmo del producto de dos números es igual a la suma de los logaritmos. Esta propiedad implica otra importante propiedad de los logaritmos:

$$\ln(x^y) = y\ln(x),$$

que indica que el logaritmo de x elevado a la potencia y es igual a y multiplicado por el logaritmo de x.

A.10 Derivadas

La **derivada** de la función $y = f(x)$ se define de la forma siguiente:

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}.$$

Verbalmente, es el límite de la tasa de variación de y con respecto a x cuando la variación de x tiende a cero. La derivada da un significado preciso a la expresión "la tasa de variación de y con respecto a x en el caso de variaciones pequeñas de x". La derivada de $f(x)$ con respecto a x también puede expresarse de la forma siguiente: $f'(x)$.

Ya hemos visto que la tasa de variación de la función lineal $y = ax + b$ es constante. Así, en el caso de esta función lineal,

$$\frac{df(x)}{dx} = a.$$

Cuando una función no es lineal, la tasa de variación de y con respecto a x suele depender de x. Hemos visto que en el caso en que $f(x) = x^2$, $\Delta y/\Delta x = 2x + \Delta x$.

Aplicando la definición de la derivada:

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} 2x + \Delta x = 2x.$$

Por lo tanto, la derivada de x^2 con respecto a x es $2x$.

Puede demostrarse mediante métodos más avanzados que si $y = \ln x$, entonces

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{1}{x}.$$

A.11 Derivadas segundas

La **derivada segunda** de una función es la derivada de la derivada de esa función. Si $y = f(x)$, la derivada segunda de $f(x)$ con respecto a x se expresa de la forma siguiente: $d^2f(x)/dx^2$ o $f''(x)$. Sabemos que

$$\frac{d(2x)}{dx} = 2$$
$$\frac{d(x^2)}{dx} = 2x.$$

Por lo tanto,

$$\frac{d^2(2x)}{dx^2} = \frac{d(2)}{dx} = 0$$
$$\frac{d^2(x^2)}{dx^2} = \frac{d(2x)}{dx} = 2.$$

La derivada segunda mide la curvatura de una función. Una función que tiene una derivada segunda negativa en algún punto es cóncava cerca de ese punto; su pendiente es decreciente. Una función que tiene una derivada segunda positiva en un punto es convexa cerca de ese punto; su pendiente es creciente. Una función que tiene una derivada segunda cero en un punto, es horizontal cerca de ese punto.

A.12 La regla del producto y la regla de la cadena

Sean $g(x)$ y $h(x)$ dos funciones de x y $f(x)$ la función que representa su producto: $f(x) = g(x)h(x)$. En ese caso, la derivada de $f(x)$ es

$$\frac{df(x)}{dx} = g(x)\frac{dh(x)}{dx} + h(x)\frac{dg(x)}{dx}.$$

Dadas dos funciones $y = g(x)$ y $z = h(y)$, la **función compuesta** es:

$$f(x) = h(g(x)).$$

Por ejemplo, si $g(x) = x^2$ y $h(y) = 2y + 3$, la función compuesta es:

$$f(x) = 2x^2 + 3.$$

La **regla de la cadena** afirma que la derivada de una función compuesta, $f(x)$, con respecto a x, es:

$$\frac{df(x)}{dx} = \frac{dh(y)}{dy}\frac{dg(x)}{dx}.$$

En nuestro ejemplo, $dh(y)/dy = 2$ y $dg(x)/dx = 2x$, por lo que la regla de la cadena indica que $df(x)/dx = 2 \times 2x = 4x$. Mediante el cálculo directo se verifica que ésta es la derivada de la función $f(x) = 2x^2 + 3$.

A.13 Derivadas parciales

Supongamos que y depende tanto de x_1 como de x_2, de tal manera que $y = f(x_1, x_2)$. En ese caso, la **derivada parcial** de $f(x_1, x_2)$ con respecto a x_1 se define de la forma siguiente:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \lim_{\Delta x_1 \to 0} \frac{f(x_1 + \Delta x_1, x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_1}.$$

La derivada parcial de $f(x_1, x_2)$ con respecto a x_1 es la derivada de la función con respecto a x_1 *manteniendo fijo* x_2. Del mismo modo, la derivada parcial con respecto a x_2 es:

$$\frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \lim_{\Delta x_2 \to 0} \frac{f(x_1, x_2 + \Delta x_2) - f(x_1, x_2)}{\Delta x_2}.$$

Las derivadas parciales tienen exactamente las mismas propiedades que las ordinarias; sólo varía el nombre para proteger a los inocentes (es decir, a las personas que no han visto el símbolo ∂).

En particular, las derivadas parciales obedecen la regla de la cadena, pero con una complicación adicional. Supongamos que tanto x_1 como x_2 dependen de la variable t y definamos la función $g(t)$ de la forma siguiente:

$$g(t) = f(x_1(t), x_2(t)).$$

En ese caso, la derivada de $g(t)$ con respecto a t es:

$$\frac{dg(t)}{dt} = \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_1}\frac{dx_1(t)}{dt} + \frac{\partial f(x_1, x_2)}{\partial x_2}\frac{dx_2(t)}{dt}.$$

Cuando varía t, afecta tanto a $x_1(t)$ como a $x_2(t)$. Por lo tanto, necesitamos calcular la derivada de $f(x_1, x_2)$ con respecto a cada una de esas variaciones.

A.14 La optimización

Si $y = f(x)$, $f(x)$ alcanza un **máximo** en x^* si $f(x^*) \geq f(x)$, cualquiera que sea x. Puede demostrarse que si $f(x)$ es una función lisa que alcanza su máximo en x^*, entonces

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2f(x^*)}{dx^2} \leq 0.$$

Estas expresiones se denominan **condición de primer orden y condición de segundo orden** de un máximo. La condición de primer orden indica que la función es horizontal en x^* y la de segundo orden indica que es cóncava cerca de x^*. Es evidente que las dos propiedades se cumplen si x^* es un máximo.

Decimos que $f(x)$ alcanza su valor **mínimo** en x^* si $f(x^*) \leq f(x)$, cualquiera que sea el valor de x. Si $f(x)$ es una función lisa que alcanza su mínimo en x^*, entonces

$$\frac{df(x^*)}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2f(x^*)}{dx^2} \geq 0.$$

La condición de primer orden afirma de nuevo que la función es horizontal en x^*, mientras que ahora la condición de segundo orden afirma que es convexa cerca de x^*.

Si $y = f(x_1, x_2)$ es una función lisa que alcanza su máximo o su mínimo en el punto (x_1^*, x_2^*) debemos satisfacer las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial f(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = 0.$$

Éstas se llaman **condiciones de primer orden.** Este problema también tiene condiciones de segundo orden, pero son más difíciles de describir.

A.15 La optimización sujeta a restricciones

Muchas veces es necesario analizar el máximo o el mínimo de una función sujeta a restricciones en cuanto a los valores de (x_1, x_2). La notación

$$\max_{x_1, x_2} f(x_1, x_2)$$

$$\text{sujeta a } g(x_1, x_2) = c$$

significa:

hállese x_1^* y x_2^* tales que $f(x_1^*, x_2^*) \geq f(x_1, x_2)$ para todos los valores de x_1 y x_2 que satisfacen la ecuación $g(x_1, x_2) = c$.

La función $f(x_1, x_2)$ se llama **función objetivo** y la ecuación $g(x_1, x_2) = c$, **restricción.** En el apéndice del capítulo 5 se explica cómo se resuelve este tipo de problema de maximización sujeto a restricciones.

RESPUESTAS

1 El mercado

1.1. Sería constante en 500 euros hasta 25 apartamentos y después descendería a 200.

1.2. En el primer caso, 500 euros y en el segundo, 200. En el tercero, el precio de equilibrio sería cualquier precio situado entre 200 y 500.

1.3. Porque si queremos alquilar un apartamento más, tenemos que ofrecer un precio más bajo. El número de personas que tienen precios de reserva mayores que p siempre debe aumentar cuando disminuye p.

1.4. El precio de los apartamentos del círculo interior subiría, ya que la demanda de apartamentos no variaría, pero la oferta disminuiría.

1.5. El precio de los apartamentos del círculo interior subiría.

1.6. Un impuesto reduciría indudablemente el número de apartamentos ofrecidos a largo plazo.

1.7. Fijaría un precio de 25 y alquilaría 50 apartamentos. En el segundo caso, alquilaría los 40 apartamentos al precio máximo que soportara el mercado. Este precio se obtendría resolviendo la siguiente ecuación: $D(p) = 100 - 2p = 40$, lo que daría como resultado $p^* = 30$.

1.8. Todo el que tuviera un precio de reserva superior al de equilibrio en el mercado competitivo, por lo que el resultado final sería eficiente en el sentido de Pareto (naturalmente, a largo plazo probablemente se construirían menos apartamentos, lo que daría lugar a otra ineficiencia).

2 La restricción presupuestaria

2.1. La nueva recta presupuestaria es $2p_1x_1 + 8p_2x_2 = 4m$.

2.2. La ordenada en el origen (en el eje de x_2) disminuye y la abscisa en el origen (en el eje de x_1) no varía. Por lo tanto, la recta presupuestaria se vuelve más horizontal.

2.3. Más horizontal. La pendiente es $-2p_1/3p_2$.

2.4. El bien cuyo precio se fija en 1; los precios de todos los demás se miden en relación con el del numerario.

2.5. Un impuesto de 8 céntimos el litro.

2.6. $(p_1 + t)x_1 + (p_2 - s)x_2 = m - u$.

2.7. Sí, ya que todas las cestas que podía adquirir el consumidor antes están a su alcance a los nuevos precios y con la nueva renta.

3 Las preferencias

3.1. No. Podría ocurrir que el consumidor fuera indiferente entre las dos cestas. Lo único que podemos concluir es que $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$.

3.2. Sí, en ambos casos.

3.3. Es transitiva, pero no completa: dos personas podrían tener la misma altura. No es reflexiva, ya que es falso que una persona sea estrictamente más alta que ella misma.

3.4. Es transitiva, pero no es completa. ¿Qué ocurriría si A fuera más alto, pero más lento que B? ¿Cuál preferiría?

3.5. Sí. Una curva de indiferencia puede cortarse a sí misma; lo que no puede es cortar a otra curva de indiferencia distinta.

3.6. No, porque hay cestas en la curva de indiferencia que tienen estrictamente una mayor cantidad de los dos bienes que otras de la (supuesta) curva de indiferencia.

3.7. Negativa. Si le damos al consumidor más anchoas, empeoraremos su bienestar, por lo que tendremos que quitarle algún salchichón para que vuelva a su curva de indiferencia. En este caso, la dirección en la que aumenta la utilidad es hacia el origen.

3.8. Porque el consumidor prefiere débilmente la media ponderada de las dos cestas a cualquiera de las dos.

3.9. Si renunciara a 1 billete de 500 euros, ¿cuántos billetes de 100 necesitaría para compensarle? Cinco. Por consiguiente, la respuesta es –5 o –1/5, dependiendo de qué bien se mida en el eje horizontal.

3.10. Cero: si le quitamos al consumidor algo del bien 1, éste necesita cero unidades del bien 2 para compensarlo por la pérdida.

3.11. Anchoas y mermelada, whisky y aceite de ricino y demás combinaciones repulsivas parecidas.

4 La utilidad

4.1. La función $f(u) = u^2$ es una transformación monótona cuando u es positivo, pero no cuando es negativo.

4.2. (1) Sí. (2) No (sólo si v es positivo). (3) No (sólo si v es negativo). (4) Sí (sólo se define para valores de v positivos). (5) Sí. (6) No. (7) Sí. (8) No.

4.3. Suponga que la diagonal cortara a una curva de indiferencia dada en dos puntos, por ejemplo, (x, x) e (y, y). En ese caso, o $x > y$ o $y > x$, lo que significa que una de las cestas tiene una mayor cantidad de los dos bienes. Pero si las preferencias son monótonas, tendría que preferirse una de las cestas a la otra.

4.4. Las dos representan sustitutivos perfectos.

4.5. Preferencias cuasilineales. Sí.

4.6. La función de utilidad representa preferencias Cobb-Douglas. No. Sí.

4.7. Debido a que la RMS se mide *a lo largo* de una curva de indiferencia y la utilidad permanece constante a lo largo de una curva de indiferencia.

5 La elección

5.1. $x_2 = 0$ cuando $p_2 > p_1$, $x_2 = m/p_2$ cuando $p_2 < p_1$ y cualquier cantidad comprendida entre 0 y m/p_2 cuando $p_1 = p_2$.

5.2. La elección óptima será $x_1 = m/p_1$ y $x_2 = 0$ si $p_1/p_2 < b$, $x_1 = 0$ y $x_2 = m/p_2$ si $p_1/p_2 > b$ y cualquier cantidad situada en la recta presupuestaria si $p_1/p_2 = b$.

5.3. Sea z el número de tazas de café que compra el consumidor. En ese caso, sabemos que $2z$ es el número de cucharadas de azúcar que compra. Debe satisfacer la siguiente restricción presupuestaria:

$$2p_1z + p_2z = m.$$

Despejando z, tenemos que

$$z = \frac{m}{2p_1 + p_2}.$$

5.4. Sabemos que consumirá sólo helado o sólo aceitunas. Por lo tanto, las dos elecciones correspondientes a las cestas óptimas de consumo serán $x_1 = m/p_1$, $x_2 = 0$ o $x_1 = 0$, $x_2 = m/p_2$.

5.5. Ésta es una función de utilidad Cobb-Douglas, por lo que gastará $4/(1 + 4) = 4/5$ de su renta en el bien 2.

5.6. En el caso de las preferencias que tienen vértices, como las correspondientes a los complementarios perfectos, en el que la variación del precio no provoca ninguna variación de la demanda.

6 La demanda

6.1. No. Si aumenta su renta y la gasta toda, debe comprar una mayor cantidad, al menos, de un bien.

6.2. La función de utilidad de los sustitutivos perfectos es $u(x_1, x_2) = x_1 + x_2$. Por lo tanto, si $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, tenemos que $x_1 + x_2 > y_1 + y_2$, de lo que se deduce que $tx_1 + tx_2 > ty_1 + ty_2$, por lo que $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$.

6.3. La función de utilidad Cobb-Douglas tiene la propiedad de que

$$u(tx_1, tx_2) = (tx_1)^a(tx_2)^{1-a} = t^a t^{1-a} x_1^a x_2^{1-a} = tx_1^a x_2^{1-a} = tu(x_1, x_2).$$

Por lo tanto, si $u(x_1, x_2) > u(y_1, y_2)$, sabemos que $u(tx_1, tx_2) > u(ty_1, ty_2)$, por lo que las preferencias Cobb-Douglas son, de hecho, homotéticas.

6.4. La curva de demanda.

6.5. No. Las preferencias cóncavas sólo pueden dar lugar a cestas óptimas de consumo en las que no se consume uno de los bienes.

6.6. Normalmente serían complementarios, al menos para los que no sean vegetarianos.

6.7. Sabemos que $x_1 = m/(p_1 + p_2)$. Despejando p_1 en función de las demás variables, tenemos que

$$p_1 = \frac{m}{x_1} - p_2.$$

6.8. Falso.

7 Las preferencias reveladas

7.1. No. Este consumidor viola el axioma débil de la preferencia revelada, ya que cuando compró (x_1, x_2), podría haber comprado (y_1, y_2), y viceversa. En símbolos.

$$p_1x_1 + p_2x_2 = 1 \times 1 + 2 \times 2 = 5 > 4 = 1 \times 2 + 2 \times 1 = p_1y_1 + p_2y_2$$

y

$$q_1y_1 + q_2y_2 = 2 \times 2 + 1 \times 1 = 5 > 4 = 2 \times 1 + 1 \times 2 = q_1x_1 + q_2x_2 .$$

7.2. Sí. No viola el axioma débil de la preferencia revelada, ya que la cesta Y no era asequible cuando se compró la X, y viceversa.

7.3. Dado que la cesta Y era más cara que la X cuando se compró la X y viceversa, no es posible saber qué cesta se prefiere.

7.4. Una variación de los dos en la misma cuantía. En ese caso, la cesta del año base seguiría siendo óptima.

7.5. Las correspondientes a los complementarios perfectos.

8 La ecuación de Slutsky

8.1. Sí. Para verlo, utilicemos nuestro ejemplo favorito de los lápices rojos y azules. Supongamos que los rojos cuestan 10 céntimos cada uno y los azules 5 y que el consumidor gasta 1 euro en lápices. En ese caso, consumiría 20 lápices azules. Si el precio de estos lápices baja a 4 céntimos, consumiría 25, cambio que se debe enteramente al efecto-renta.

8.2. Sí.

8.3. En ese caso, se anularía el efecto-renta. Lo único que quedaría sería el efecto sustitución puro, que automáticamente sería negativo.

8.4. Recibiría tx' en ingresos y devolvería tx, por lo que perdería dinero.

8.5. Dado que su antiguo consumo es alcanzable, los consumidores tendrían que disfrutar al menos del mismo bienestar, debido a que el Estado está devolviéndoles *más* dinero del que están perdiendo como consecuencia de la subida del precio de la gasolina.

9 La compra y la venta

9.1. Sus demandas brutas son (9, 1).

9.2. La cesta $(y_1, y_2) = (3, 5)$ cuesta más que la (4, 4) a los precios actuales. El consumidor no preferiría necesariamente consumir esta cesta, pero es evidente que preferiría tenerla, ya que podría venderla y comprar la que prefiere.

9.3. Por supuesto. Depende de que fuera un comprador neto o un vendedor neto del bien que se ha encarecido.

9.4. Sí, pero sólo si el país se convirtiera en un exportador neto de petróleo.

9.5. La nueva recta presupuestaria se desplazaría hacia afuera y seguiría siendo paralela a la antigua, ya que el aumento del número de horas del día es un efecto-dotación puro.

9.6. La pendiente será positiva.

10 La elección intertemporal

10.1. Según el cuadro 10.1, un euro valdrá 3 céntimos a un tipo de interés de un 20 por ciento. Por lo tanto, un millón de euros valdrá hoy $0{,}03 \times 1.000.000 = 30.000$.

10.2. La pendiente de la restricción presupuestaria intertemporal es igual a $-(1 + r)$. Por lo tanto, cuando aumenta r, la pendiente se vuelve más negativa (es decir, la curva se vuelve más inclinada).

10.3. Si los bienes son sustitutivos perfectos, los consumidores sólo comprarán el más barato. En el caso de las compras de alimentos intertemporales, eso significa que sólo comprarán alimentos en un periodo, lo que puede no ser muy realista.

10.4. Para seguir siendo un prestamista después de la variación de los tipos de interés, el consumidor debe elegir un punto que podría haber elegido a los antiguos tipos de interés, pero que no eligió. Por lo tanto, debe disfrutar de un menor bienestar. Si se convierte en un prestatario, después de la variación elige un punto que antes no era alcanzable y que no puede compararse con el punto inicial (debido a que éste ya no es asequible con la nueva restricción presupuestaria) y, por lo tanto, no se sabe cómo varía su bienestar.

10.5. Al tipo de interés de 10 por ciento, el valor actual de 10.000 euros es 9,091. A un tipo de 5 por ciento, el valor actual es 9,524.

11 Los mercados de activos

11.1. El activo A debe venderse a $110/(1 + 0{,}10) = 100$ euros.

11.2. La tasa de rendimiento es igual a $(10.000 + 10.000)/1.000.000 = 20\%$.

11.3. Sabemos que la tasa de rendimiento de los bonos que no están sujetos a impuestos, r, debe ser tal que $(1 - t)r_t = r$, por lo que $(1 - 0{,}40)0{,}10 = 0{,}6 = r$.

11.4. El precio actual debe ser $40/(1 + 0{,}10)^{10} = 15{,}42$ euros.

12 La incertidumbre

12.1. Tenemos que buscar la manera de reducir el consumo en el estado malo y aumentarlo en el estado bueno. Con este fin, deberíamos *vender*, más que comprar seguro de pérdidas.

12.2. Las funciones (a) y (c) tienen la propiedad de la utilidad esperada (son transformaciones afines de las funciones analizadas en el capítulo), mientras que la (b) no.

12.3. Dado que es reacio a correr riesgos, prefiere el valor esperado del juego, 325 euros, al juego mismo y, por lo tanto, aceptaría el pago único.

12.4. Si el pago es de 320 euros, la decisión dependerá de la forma de la función de utilidad; no podemos decir nada en general.

12.5. La función sería inicialmente convexa, pero después se volvería cóncava.

12.6. Para asegurarse, los riesgos deben ser independientes. Sin embargo, esto no se cumple en el caso de los daños por inundaciones. Si una vivienda de un barrio resulta dañada por las inundaciones, es probable que también resulten dañadas todas las demás.

13 Los activos inciertos

13.1. Para lograr una varianza de 2 por ciento, necesitaría invertir $x = \sigma_x / \sigma_m = 2/3$ de su riqueza en el activo incierto. De esa manera obtendría la tasa de rendimiento $(2/3)0{,}09 + (1 - 2/3)0{,}06 = 8$ por ciento.

13.2. El precio del riesgo es $(r_m - r_f)/\sigma_m = (9 - 6)/3 = 1$. Es decir, por cada porcentaje adicional de desviación típica, puede obtener un 1 por ciento de rendimiento.

13.3. Según la ecuación del modelo de la fijación del precio de los activos de capital, la acción debe generar una tasa esperada de rendimiento de $r_f + \beta(r_m - r_f) = 0{,}05 + 1{,}5(0{,}10 - 0{,}05) = 0{,}125$, o sea, 12,5 por ciento. La acción debe venderse por su valor actual esperado, que es $100/1{,}125 = 88{,}89$ euros.

14 El excedente del consumidor

14.1. El precio de equilibrio es 10 euros y la cantidad vendida es 100 unidades. Si se establece el impuesto, el precio sube a 11 euros, pero siguen vendiéndose 100 unidades, por lo que no hay ninguna pérdida irrecuperable de eficiencia.

14.2. Para averiguarlo hay que calcular el área situada debajo de la curva de demanda a la izquierda de la cantidad 6 y dividirla en el área de un triángulo que tenga una base de 6 y una altura de 6 y un rectángulo que tenga una base de 6 y una altura de 4. Aplicando la geometría elemental hallamos que el área del triángulo es 18 y la del rectángulo, 24. Por lo tanto, el excedente bruto del consumidor es 42.

14.3. Cuando el precio es 4, el excedente neto del consumidor es el área de un triángulo que tiene una base de 6 y una altura de 6; es decir, el excedente neto del consumidor es 18. Cuando el precio es 6, el triángulo tiene una base de 4 y una altura de 4, por lo que el área es 8. Por lo tanto, la variación del precio ha reducido el excedente del consumidor en 10 euros.

14.4. 100 euros. Dado que la demanda del bien discreto no ha variado, lo único que ha ocurrido es que el consumidor ha tenido que reducir en 100 euros el gasto realizado en otros bienes.

15 La demanda de mercado

15.1. La curva de demanda inversa es $P(q) = 200 - 2q$.

15.2. La decisión de consumir o no droga podría muy bien ser sensible al precio, por lo que el ajuste de la demanda del mercado en el margen extensivo contribuiría a su elasticidad.

15.3. El ingreso es $R(p) = 12p - 2p^2$, que se maximiza cuando $p = 3$.

15.4. El ingreso es $pD(p) = 100$, independientemente del precio, por lo que todos los precios maximizan el ingreso.

15.5. Verdadero. La media ponderada de las elasticidades-renta debe ser 1, por lo que si un bien tiene una elasticidad-renta *negativa*, el otro debe tener una elasticidad *mayor* que 1 para que la media sea 1.

16 El equilibrio

16.1. La subvención se traslada totalmente a los consumidores si la curva de oferta es horizontal, pero es recibida totalmente por los productores si la curva de oferta es vertical.

16.2. El consumidor.

16.3. En este caso, la curva de demanda de lápices rojos es horizontal al precio p_b, ya que ése es el precio más alto que estarían dispuestos a pagar por un lápiz rojo. Por lo tanto, si se gravan los lápices rojos, los consumidores acabarán pagando p_b por ellos, por lo que el impuesto incidirá totalmente en los productores (si no se vendiera ningún lápiz rojo, podría darse el caso de que el impuesto indujera a los productores a cambiar de negocio).

16.4. En este caso, la curva de oferta de petróleo extranjero es horizontal en 25 dólares. Por lo tanto, el precio que pagan los consumidores debe subir en los 5 dólares del impuesto, por lo que el precio neto que pagan los consumidores se convierte en 30 dólares. Dado que el petróleo extranjero y el nacional son sustitutivos perfectos para los consumidores, los productores nacionales también venderán su petróleo a 30 dólares y obtendrán unos beneficios extraordinarios de 5 dólares por barril.

16.5. Cero. La pérdida irrecuperable de eficiencia mide el valor de la producción perdida. Dado que se ofrece la misma cantidad tanto antes de que se establezca el impuesto como después, no hay ninguna pérdida irrecuperable de eficiencia. En otras palabras, los oferentes están pagando todo el impuesto y todo lo que pagan va a parar al Estado. La cantidad que tendrían que pagar para evitar el impuesto son los ingresos fiscales que recauda el Estado, por lo que éste no impone ninguna carga excesiva.

16.6. Cero.

16.7. Recauda unos ingresos negativos, ya que en este caso tenemos una subvención neta.

17 Las subastas

17.1. Dado que es probable que los coleccionistas tengan su valoración propia de las alfombras y que no les interesen especialmente los valores de los demás, se trata de una subasta de valor privado.

17.2. De acuerdo con el análisis del texto, hay cuatro configuraciones de postores igualmente probables: (800, 800), (800, 1.000), (1.000, 800) y (1.000, 1.000). Con un precio nulo de reserva, las ofertas óptimas son (800, 900, 900, 1.000), por lo que el beneficio esperado es de 900 euros. El único candidato a un precio de reserva es 1.000 euros, que genera un rendimiento esperado de 3.000/4 = 750 euros. Por lo tanto, cero es el precio de reserva que maximiza el beneficio en esta subasta.

17.3. Cada persona debe anotar su oferta de compra; los dos libros se adjudican a los estudiantes con las pujas más altas, pero se les cobra solamente la puja del estudiante que haya hecho la tercera oferta más alta.

17.4. Fue eficiente en el sentido de que adjudicó la licencia a la empresa que más la valoraba. Pero tardó un año en ocurrir eso, lo cual es ineficiente. Una subasta de Vickrey o una subasta inglesa habrían logrado ese mismo resultado más deprisa.

17.5. Se trata de una subasta de valor común, ya que el valor del premio es el mismo para todos los postores. Normalmente, el que gana sobreestima el número de euros que hay en el tarro, lo que pone en evidencia la maldición del ganador.

18 La tecnología

18.1. Rendimientos crecientes de escala.

18.2. Rendimientos decrecientes de escala.

18.3. Si $a + b = 1$, tenemos rendimientos constantes de escala; si $a + b < 1$, tenemos rendimientos decrecientes de escala; y si $a + b > 1$, tenemos rendimientos crecientes de escala.

18.4. $4 \times 3 = 12$ unidades.

18.5. Verdadero.

18.6. Sí.

19 La maximización del beneficio

19.1. Disminuirán.

19.2. Aumentarían, ya que la producción se incrementaría más que el coste de los factores.

19.3. Si la empresa tuviera realmente rendimientos decrecientes de escala y dividiera todos los factores por 2, produciría más de la mitad. Por lo tanto, la empresa subdividida obtendría más beneficios que la grande. Éste es uno de los argumentos por los que no es probable que haya rendimientos decrecientes de escala en todos los niveles de producción.

19.4. El jardinero no ha tenido en cuenta los costes de oportunidad. Para tener en cuenta correctamente los verdaderos costes, debe incluir el de su propio tiempo dedicado a la producción de la cosecha, aun cuando no reciba ningún salario explícito.

19.5. No, en general. Considérese, por ejemplo, el caso de la incertidumbre.

19.6. Debe aumentarla.

19.7. El uso de x_1 no varía, por lo que aumentan los beneficios.

19.8. No puede.

20 La minimización de los costes

20.1. Dado que el beneficio es igual al ingreso total menos los costes totales, si una empresa no está minimizando los costes, existe una posibilidad de elevar los beneficios; sin embargo, esto contradice el hecho de que la empresa maximiza los beneficios.

20.2. Aumentar la cantidad que utiliza del factor 1 y disminuir la del factor 2.

20.3. Dado que los factores son sustitutivos perfectos que tienen precios idénticos, a la empresa le dará igual utilizar uno que otro. Por lo tanto, utilizará cualquier cantidad de los factores tal que $x_1 + x_2 = y$.

20.4. La demanda de papel disminuye o se mantiene constante.

20.5. Implica que $\sum_{i=1}^{n} \Delta w_i \Delta x_i \leq 0$, donde $\Delta w_i = w_i^t - w_i^s$ y $\Delta x_i = x_i^t - x_i^s$.

21 Las curvas de costes

21.1. Verdadero, verdadero, falso.

21.2. Produciendo simultáneamente una mayor cantidad en la segunda planta y reduciendo la producción en la primera.

21.3. Falso.

22 La oferta de la empresa

22.1. La curva inversa de oferta es $p = 20y$, por lo que la curva de oferta es $y = p/20$.

22.2. Planteemos $CMe = CM$ para hallar $10y + 1.000/y = 20y$. Resolviendo esta ecuación se llega al resultado $y^* = 10$.

22.3. Despejando p obtenemos $P_s(y) = (y - 100)/20$.

22.4. Cuando el precio es 10, la oferta es 40 y cuando es 20, la oferta es 80. El excedente del productor estará formado por un rectángulo que tiene un área de 10×40 y un triángulo que tiene un área de $1/2 \times 10 \times 40$, lo que nos da una variación total del excedente del productor de 600. Esta variación es igual que la de los beneficios, ya que los costes fijos no varían.

22.5. La curva de oferta es $y = p/2$ cualquiera que sea $p \geq 2$ e $y = 0$ cualquiera que sea $p \leq 2$. Si $p = 2$, a la empresa le es indiferente ofrecer 1 unidad y no ofrecer nada.

22.6. Fundamentalmente técnica (en los modelos más avanzados podría ser de mercado), del mercado, podría ser del mercado o técnica, técnica.

22.7. Que todas las empresas de la industria consideran que el precio está dado.

22.8. Al precio de mercado. Una empresa maximizadora del beneficio elegirá un nivel de producción en el que el coste marginal de producir la última unidad sea igual a su ingreso marginal, que en el caso de la competencia pura es igual al precio de mercado.

22.9. La empresa debe producir una cantidad nula (con o sin costes fijos).

22.10. A corto plazo, si el precio de mercado es mayor que el coste variable medio, la empresa debe producir una cantidad positiva aun cuando pierda dinero, ya que perdería más si no produjera puesto que debería seguir pagando los costes fijos. Sin embargo, a largo plazo, no hay costes fijos y, por lo tanto, cualquier empresa que esté perdiendo dinero puede producir una cantidad nula y perder un máximo de cero euros.

22.11. El precio de mercado debe ser igual al coste marginal de producción en todas las empresas de la industria.

23 La oferta de la industria

23.1. Las curvas inversas de oferta son $P_1(y_1) = 10 + y_1$ y $P_2(y_2) = 15 + y_2$. Cuando el precio es inferior a 10, ninguna de las dos empresas ofrece nada. Cuando es 15, entra la empresa 2 en el mercado y cuando es más alto, las dos se encuentran en el mercado. Por lo tanto, el vértice se halla en el precio de 15.

23.2. A corto plazo, los consumidores pagan todo el impuesto. A largo plazo, lo pagan los productores.

23.3. Falso. Sería mejor decir que las tiendas pueden cobrar precios altos porque están en el centro de las ciudades. Como consecuencia de los elevados precios que pueden cobrar, los propietarios de solares pueden cobrar, a su vez, elevados alquileres.

23.4. Verdadero.

23.5. De los beneficios o las pérdidas de las empresas que se encuentran actualmente en la industria.

23.6. Más horizontal.

23.7. No, no lo contradice. Al calcular los costes no hemos tenido en cuenta el coste de la licencia.

24 El monopolio

24.1. No. Un monopolista maximizador del beneficio nunca actuaría en el tramo en el que la demanda de su producto fuera inelástica.

24.2. Primero hallamos la curva de demanda inversa y obtenemos $p(y) = 50 - y/2$. Por lo tanto, el ingreso marginal es $IM(y) = 50 - y$. Igualando este resultado al coste marginal de 2, obtenemos $y = 48$. Para hallar el precio, introducimos esté valor en la función inversa de demanda, $p(48) = 50 - 48/2 = 26$.

24.3. La curva de demanda tiene una elasticidad constante de -3. Utilizando la fórmula $p[1 + 1/\varepsilon] = CM$, obtenemos $p[1 - 1/3] = 2$, de donde se deduce que

$p = 3$. Introduciendo este resultado en la función de demanda hallamos la cantidad producida: $D(3) = 10 \times 3^{-3}$.

24.4. La curva de demanda tiene una elasticidad constante de –1. Por lo tanto, el ingreso marginal es cero en todos los niveles de producción. En consecuencia, nunca puede ser igual al coste marginal.

24.5. Cuando la curva de demanda es lineal, el precio sube la mitad de la variación del impuesto. En este caso, la respuesta es 3 céntimos.

24.6. En este caso, $p = kCM$, donde $k = 1/(1 - 1/3) = 3/2$. Por lo tanto, el precio sube 9 céntimos.

24.7. El precio será el doble del coste marginal.

24.8. Una subvención de un 50 por ciento, por lo que los costes marginales a los que se enfrenta el monopolista son la mitad de los costes marginales reales. De esta forma, el precio será igual al coste marginal del nivel de producción elegido por el monopolista.

24.9. Un monopolista produce donde $p(y) + y\Delta p/\Delta y = CM(y)$. Reordenando, tenemos que $p(y) = \mathrm{CM}(y) - y\Delta p/\Delta y$. Dado que la curva de demanda tienen pendiente negativa, sabemos que $\Delta p/\Delta y < 0$, lo que demuestra que $p(y) > CM(y)$.

24.10. Falso. Si gravamos con un impuesto a un monopolista, puede subir el precio de mercado en una cantidad superior, igual o inferior a la del impuesto.

24.11. Tiene que resolver varios: averiguar los verdaderos costes marginales de la empresa, asegurarse de que se servirá a todos los clientes y de que el monopolista no experimentará ninguna pérdida al nuevo nivel de precios y de producción.

24.12. Algunas de ellas son: unos costes fijos elevados y unos costes marginales bajos, una gran escala mínima eficiente en relación con el mercado, facilidad para coludir, etc.

25 La conducta del monopolio

25.1. Sí, si se le permite practicar la discriminación de precios perfecta

25.2. $p_i = \varepsilon_i c/(1 + \varepsilon_i)$ para $i = 1, 2$.

25.3. Si puede practicar la discriminación de precios perfecta, puede extraer todo el excedente de los consumidores; si puede cobrar por entrar, puede hacer lo mismo. Por lo tanto, al monopolio le dará igual utilizar cualquiera de las dos políticas de precios (en la práctica, es mucho más fácil cobrar por entrar que cobrar un precio distinto por cada atracción).

25.4. Se trata de la discriminación de precios de tercer grado. Parece que los administradores de Disneylandia creen que los residentes del sur de California tienen una demanda más elástica que otros visitantes del parque.

26 Los mercados de factores

26.1. Por supuesto. Un monopsonista puede producir cualquiera que sea el nivel de la elasticidad de la oferta.

26.2. Dado que la demanda de trabajo sería inferior a la oferta a ese salario, habría paro.

26.3. Hallamos los precios de equilibrio introduciendo el valor de y en las funciones de demanda. Dado que $p = a - by$, podemos utilizar la solución de y para hallar

$$p = \frac{3a + c}{4}.$$

Dado que $k = a - 2bx$, podemos utilizar la solución de x para hallar

$$k = \frac{a + c}{2}.$$

27 El oligopolio

27.1. En un sistema de equilibrio, cada empresa producirá $(a - c)/3b$, por lo que la producción total de la industria será $2(a - c)/3b$.

27.2. Ninguna. Dado que todas las empresas tienen el mismo coste marginal, no importa cuál de ellas sea la que produzca.

27.3. No, porque una de las opciones del líder del modelo de Stackelberg es elegir el nivel de producción que tendría en el equilibrio de Cournot. Por lo tanto, siempre podrá obtener al menos los mismos beneficios que antes.

27.4. Hemos visto en este capítulo que $p[1 - 1/n|\varepsilon|] = CM$. Dado que $CM > 0$ y $p > 0$, $1 - 1/n|\varepsilon| > 0$. Reordenando esta desigualdad, obtenemos el resultado.

27.5. Basta con que $f_2(y_1)$ sea más inclinada que $f_1(y_2)$.

27.6. En general no. El precio es igual al coste marginal solamente en la solución de Bertrand.

28 La teoría de los juegos

28.1. El segundo jugador no cooperará si no coopera (por error) el primero. Pero, en ese caso, la respuesta posterior del primer jugador será no cooperar y cada uno continuará no cooperando en respuesta a la falta de cooperación del otro. Este ejemplo muestra que la estrategia del "ojo por ojo" puede no ser muy buena cuando los jugadores pueden cometer errores en sus actuaciones o en sus percepciones de la actuación del otro.

28.2. Sí y no. Un jugador prefiere elegir una estrategia dominante, independientemente de la que elija el adversario (aun cuando éste elija su propia estrategia dominante). Por lo tanto, si todos utilizan estrategias dominantes, todos siguen una estrategia que es óptima, dada la de sus adversarios, por lo que hay un equilibrio de Nash. Sin embargo, no todos los equilibrios de Nash son equilibrios de estrategias dominantes: véase, por ejemplo, el cuadro 28.2.

28.3. No necesariamente. Sabemos que nuestra estrategia de equilibrio de Nash es la mejor para nosotros, siempre que nuestro adversario esté siguiendo su estrategia de equilibrio de Nash. Si no es así, quizás exista otra estrategia mejor para nosotros.

28.4. Formalmente, si se permite que los prisioneros se venguen, pueden variar los resultados del juego, lo que puede dar lugar a un resultado eficiente en el sentido de Pareto (piénsese, por ejemplo, en el caso en el que los prisioneros se ponen de acuerdo en que si uno de ellos confiesa el otro lo matará, y supóngase que la muerte tiene una utilidad muy baja).

28.5. La estrategia dominante de equilibrio de Nash es confesar en todas las rondas. Esta estrategia se deduce mediante el mismo proceso de inducción hacia atrás para obtener el caso finito de 10 rondas. La evidencia experimental basada en periodos de tiempo mucho menores parece indicar que los jugadores utilizan raras veces esta estrategia.

28.6. En el equilibrio el jugador B elige izquierda y el A arriba. El B prefiere mover primero, ya que de esa manera obtiene un resultado de 9 en lugar de 1 (obsérvese, sin embargo, que mover primero no siempre es ventajoso en un juego consecutivo; ¿se nos ocurre algún ejemplo?).

29 Aplicaciones de la teoría de los juegos

29.1 En un equilibrio de Nash, cada jugador elige la mejor respuesta a la mejor respuesta del otro. En un equilibrio de estrategias dominantes, la elección de cada jugador es la mejor respuesta a cualquier elección del otro.

29.2. No, porque cuando $f_r = 1/3$, hay infinidad de mejores respuestas, no sólo una, como exige la definición matemática de función.

29.3. No necesariamente; depende de los resultados del juego. En el juego del gallina, si ambos deciden conducir en línea recta, obtienen los peores resultados.

29.4. Es el resultado esperado de Fila en la estrategia de equilibrio de lanzar hacia la izquierda con una probabilidad de 0,7, mientras que Columna se tira hacia la izquierda con una probabilidad de 0,6. Tenemos que sumar los resultados de Fila en cuatro casos: la probabilidad de que Fila lance hacia la izquierda y Columna se tire hacia la derecha x los resultados de Fila en este caso + la probabilidad de que Fila lance hacia la derecha y Columna se tire hacia la izquierda x resultados de Fila en este caso, y así sucesivamente. Las cifras son (0,7)(0,6)50 + (0,7)(0,4)80 + (0,3)(0,6)90 + (0,3)(0,4)20 = 62.

29.5. Quiere decir que presentará un presupuesto bajo para conseguir el contrato, pero que cobrará después unos precios altos por los cambios que se introduzcan. El cliente tiene que aceptarlo, ya que cambiar en medio de un trabajo tiene costes para él.

30 La economía del comportamiento.

30.1. El primer grupo, debido al "efecto de la presentación".

30.2. Probablemente las comidas elegidas por María serán más variadas debido al "efecto del agrupamiento".

30.3. Desde el punto de vista de la teoría clásica del consumidor, cuantas más posibilidades de elegir, mejor. Pero es posible, desde luego, que si hay demasiada variedad de elección, los empleados se sientan abrumados, por lo que 10 podría ser una cifra más segura. Si decidiera ofrecer 50 fondos de inversión, sería una buena idea agruparlos en un número relativamente pequeño de categorías.

30.4. La probabilidad de que salga cara 3 veces consecutivas es $1/2 \times 1/2 \times 1/8$ = $1/8$ = 0,125. La probabilidad de que salga cruz también es 0,125, por lo que la probabilidad de que salgan tres caras o tres cruces es 0,25.

30.5. Se llama "incoherencia temporal".

31 El intercambio

31.1. Sí. Considérese, por ejemplo, la asignación en la que una persona lo tiene todo. En ese caso, la otra disfruta de un menor bienestar en esta asignación que en una en la que lo tuviera todo.

31.2. No, pues eso significaría que en la asignación supuestamente eficiente en el sentido de Pareto es posible mejorar el bienestar de todo el mundo, lo que contradice el supuesto de la eficiencia en el sentido de Pareto.

31.3. Si conocemos la curva de contrato, cualquier intercambio debe acabar en algún punto de la curva; pero no sabemos dónde.

31.4. Sí, pero no sin empeorar el bienestar de alguna otra persona.

31.5. El valor del exceso de demanda existente en los dos mercados restantes debe sumar cero.

32 La producción

32.1. Si renunciara a 1 kilo de cocos, quedarían libres 60 euros de recursos que podrían utilizarse para producir 2 kilos (por valor de 60 euros) de pescado.

32.2. Una subida del salario daría lugar a una línea isobeneficio más inclinada, lo que implicaría que el nivel maximizador del beneficio de la empresa se encontraría en un punto situado a la izquierda del equilibrio actual y, por lo tanto, que el nivel de demanda de trabajo sería menor. Sin embargo, con esta nueva restricción presupuestaria Robinson desearía ofrecer una cantidad de trabajo diferente de la demandada (¿por qué?) y, por lo tanto, el mercado de trabajo no se encontraría en equilibrio.

32.3. Dados unos pocos supuestos, una economía que se encuentre en una situación de equilibrio competitivo es eficiente en el sentido de Pareto. Generalmente, se reconoce que esto es bueno para una sociedad, ya que implica que no existen posibilidades de mejorar el bienestar de ninguno de sus miembros sin empeorar el de algún otro. Sin embargo, podría ocurrir que la sociedad prefiriera una distribución del bienestar diferente, es decir, que prefiriera mejorar el bienestar de un grupo a expensas de otro.

32.4. Debería producir más pescado. Su relación marginal de sustitución indica que está dispuesto a renunciar a dos cocos a cambio de un pez más. La relación marginal de transformación implica que sólo tiene que renunciar a un coco para obtener un pez más. Por lo tanto, renunciando a un solo coco (incluso pese a estar dispuesto a renunciar a dos), puede tener un pez adicional.

30.5. Ambos tendrán que trabajar 9 horas al día. Si trabajan 6 (Robinson produciendo cocos y Viernes pescando) y se transfieren el uno al otro la mitad de su producción total, pueden obtener el mismo volumen de producción. La reducción del número de horas de trabajo de 9 a 6 diarias se debe a la reordenación de la producción basada en la ventaja comparativa de cada individuo.

33 El bienestar

33.1. El principal defecto es que hay muchas asignaciones que no pueden compararse: no es posible elegir entre dos asignaciones eficientes en el sentido de Pareto.

33.2. Tendría la forma siguiente: $W(u_1, \ldots, u_n) = \max\{u_1, \ldots, u_n\}$.

33.3. Dado que la función de bienestar nietzscheana sólo se preocupa del individuo que disfruta del mayor bienestar, los puntos de bienestar máximo correspondientes a esta asignación implicarían, por lo general, que una persona se lo llevara todo.

33.4. Supongamos que no es así. En ese caso, cada individuo envidia a algún otro. Elaboremos una lista de quién envidia a quién. La persona A envidia a otra, llamada B. La B envidia, a su vez, a otra llamada C, y así sucesivamente. Pero finalmente nos encontramos con una persona que envidia a otra que está situada antes en la lista. Suponga que el ciclo es: "C envidia a D que envidia a E que envidia a C". En ese caso, consideremos el siguiente trueque: C recibe lo que tiene D, D recibe lo que tiene E y E recibe lo que tiene C. Cada una de las personas del ciclo obtiene la cesta que prefiere y, por lo tanto, disfruta de un mayor bienestar. Pero, en ese caso, la asignación inicial no podía ser eficiente en el sentido de Pareto.

33.5. Primero votamos entre **x** y **z** y después entre la opción ganadora (**z**) y la **y.** Primero emparejamos **x** e **y** y después se vota entre la opción ganadora (**x**) y la **z.** La intransitividad.

34 Las externalidades

34.1. Verdadero. Normalmente, los problemas de eficiencia pueden eliminarse definiendo los derechos de propiedad. Sin embargo, cuando imponemos derechos de propiedad, también imponemos una dotación, que puede tener importantes consecuencias distributivas.

34.2. Falso.

34.3. Venga, los vecinos no son tan malos…

34.4. El Estado podría asignar el número óptimo de derechos de pastoreo. También podría venderlos (pregunta: ¿por cuánto se venderían estos derechos? Pista: pensemos en las rentas). El Estado también podría establecer un impuesto, t, por vaca, tal que $f(v^*)/v^* = a + t$.

35 La tecnología de la información

35.1. Debería estar dispuesto a pagar hasta 50 euros puesto que este es el valor actual del beneficio que esperan obtener de un cliente a largo plazo.

35.2. La gente preferirá el programa que tenga más usuarios, porque esto facilita intercambiar documentos, así como obtener información.

35.3. En este caso, las condiciones de maximización del beneficio son idénticas. Si dos personas comparten un vídeo, el productor duplicaría simplemente el precio y obtendría exactamente los mismos beneficios.

36 Los bienes públicos

36.1. Queremos que la suma de las relaciones marginales de sustitución sea igual al coste marginal de suministrar el bien público. La suma de las RMS es 20 (=10 $\times$ 2) y el coste marginal es $2x$. Por tanto, tenemos la ecuación $2x = 20$, que implica que $x = 10$. Por consiguiente, el número de farolas eficiente en el sentido de Pareto es 10.

37 Información asimétrica

37.1. Dado que, en condiciones de equilibrio, sólo se intercambian los automóviles de baja calidad y hay un excedente de 20 euros por transacción, el excedente total creado es 50 $\times$ 20 = 1.000 euros.

37.2. Si los automóviles se asignaran al azar, el excedente medio por transacción sería la disposición media a pagar, 1.530 euros, menos la disposición media a vender, 1.500, lo que nos da un excedente medio de 30 por transacción; si se realizan 100 transacciones, obtenemos un excedente total de 3.000 cantidad que es mucho mejor que la solución de mercado.

37.3. Hemos visto en este capítulo que el plan óptimo de incentivos tiene la forma $s(x) = wx + K$. El salario w debe ser igual al producto marginal del trabajador, que en este caso es 1. Se elige la constante K de tal manera que la utilidad del trabajador correspondiente a la elección óptima es $\bar{u} = 0$. La elección óptima de x se encuentra en el punto en el que el producto marginal, 1, es igual al coste marginal, x, por lo que $x^* = 1$. En este punto, el trabajador obtiene una utilidad de $x^* + K - c(x^*) = 1 + K - 1/2 = 1/2 + K$. Dado que ésta debe ser igual a 0, $K = -1/2$.

37.4. Hemos visto en la respuesta anterior que los beneficios correspondientes al nivel óptimo de producción son $1/2$. Dado que $\bar{u} = 0$, el trabajador estaría dispuesto a pagar $1/2$ por alquilar la tecnología.

37.5. Para que el trabajador obtuviera el nivel de utilidad 1, la empresa tendría que darle un pago fijo equivalente a $1/2$.

Índice analítico

Otros títulos

La empresa moderna
John Roberts

Análisis microeconómico, 3ª Ed.
Hal R. Varian

El dominio de la información
Una guía estratégica para la economía de la Red
Hal R. Varian y Carl Shapiro

Economía bancaria
Xavier Freixas y Jean-Charles Rochet

Economía financiera
José M. Marín y Gonzalo Rubio

Pensar estratégicamente
Un arma decisiva en los negocios, la política y la vida diaria
Avinash Dixit y Barry J. Nalebuff

Un primer curso de teoría de juegos
Robert Gibbons

El corazón invisible
Un romance liberal
Russell Roberts

Durante más de 20 años, *Microeconomía intermedia* de Hal Varian ha ofrecido a los estudiantes el texto más actual y completo de microeconomía intermedia. La octava edición contiene casos prácticos y ejemplos contemporáneos y cubre la crisis económica actual. Está organizada en capítulos que tienen un objetivo concreto y la extensión apropiada para una clase.

El texto del profesor Varian enseña a los estudiantes a conocer los fundamentos del análisis microeconómico, subrayando los problemas económicos del mundo actual e incluyendo un análisis de los temas más innovadores. Como complemento de este texto, Antoni Bosch editor ofrece material de apoyo a docentes y estudiantes en formato electrónico y descargable de su Web en www.antonibosch.com

Hal R. Varian es también autor de *Análisis microeconómico*, libro que se ha convertido en uno de los textos más recomendados en los cursos avanzados de microeconomía y, junto a Carl Shapiro, es autor de *El dominio de la información*, el primer libro que introduce y explica los conceptos económicos necesarios para navegar en la economía de la red. Ambos títulos han sido publicados por esta editorial.

Varian es «el Adam Smith de la nueva disciplina de la Googleconomía.»
—Stephen Levy, *Wired*

ISBN 978-84-95348-57-9

9 788495 348579

www.antonibosch.com Antoni Bosch editor