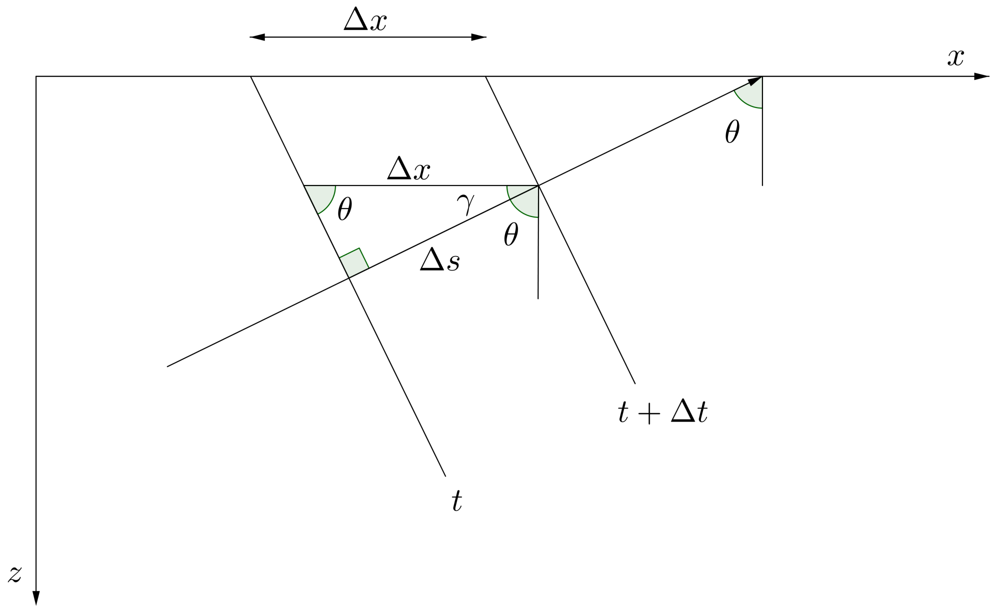
1 A teoria do raio em um modelo de ondas planas: Vagarosidade horizontal

Figura 1: Exemplo esquemático de uma onda plana atingindo a superfície de aquisição formando um ângulo θ com a normal à superfície. Apresentamos dois instantâneos da propagação da onda plana, t e $t + \Delta t$. A velocidade do meio é constante e igual a v.



Fonte: Do Autor.

O espaço Δs percorrido pela onda plana do tempo t a $t + \Delta t$:

$$\Delta s = \Delta x \cos \gamma = \Delta x \sin \theta \tag{1}$$

Pois:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta \tag{2}$$

$$\cos \gamma = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) \tag{3}$$

$$\cos \gamma = \cos \frac{\pi}{2} \cos \theta + \sin \theta \sin \frac{\pi}{2} \tag{4}$$

Por definição $\cos \frac{\pi}{2} = 1$ e $\sin \frac{\pi}{2} = 0$:

$$\cos \gamma = \sin \theta \tag{5}$$

A velocidade da onda plana no meio:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta x \sin \theta}{\Delta t} \tag{6}$$

$$v \Delta t = \Delta x \sin \theta \tag{7}$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{\sin\theta}{v} = u\sin\theta \equiv p \tag{8}$$

A vagarosidade é definida como $u = 1/v$, p é a chamada vagarosidade horizontal.

2 Sistema centrado no raio: Vagarosidade vertical

$$\eta = u\cos\theta = (u^2 - p^2)^{1/2} \tag{9}$$

Pois:

$$u^2 = p^2 + \eta^2 \tag{10}$$

Notar que no *turning point*, $p = u$ e $\eta = 0$:

$$\frac{dx}{ds} = \sin\theta = \frac{p}{u} \tag{11}$$

$$\frac{dz}{ds} = \cos\theta = (1 - \sin^2\theta)^{1/2} = (1 - p^2/u^2)^{1/2} = u^{-1}(u^2 - p^2)^{1/2} \tag{12}$$

Da regra da cadeia:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{dx}{ds}\frac{ds}{dz} = \frac{p}{u}\frac{u}{(u^2 - p^2)^{1/2}} = \frac{p}{(u^2 - p^2)^{1/2}} \tag{13}$$