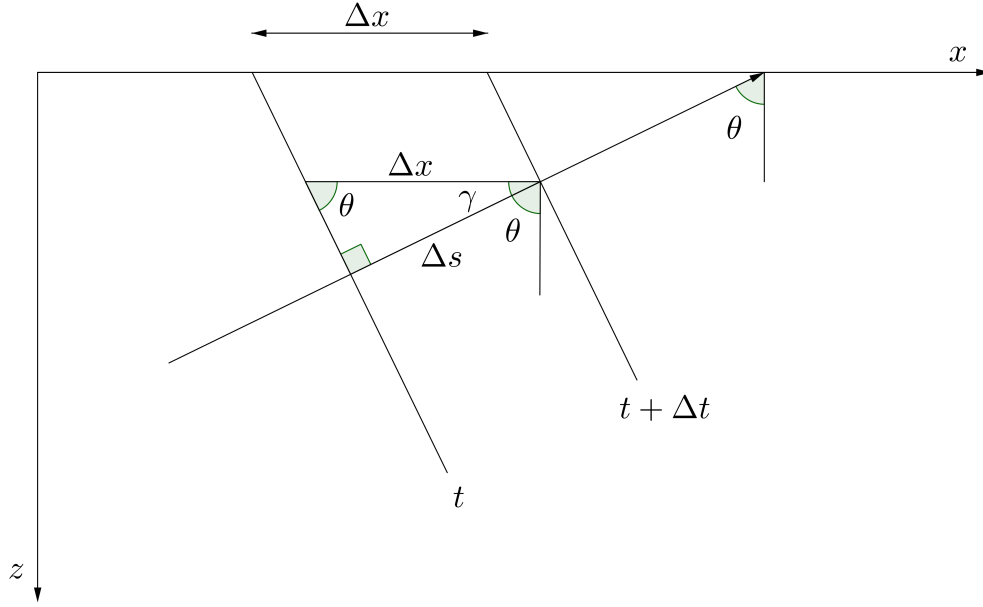


# 1 A teoria do raio em um modelo de ondas planas: Vagariosidade horizontal

Figura 1: Exemplo esquemático de uma onda plana atingindo a superfície de aquisição formando um ângulo  $\theta$  com a normal à superfície. Apresentamos dois instantâneos da propagação da onda plana,  $t$  e  $t + \Delta t$ . A velocidade do meio é constante e igual a  $v$ .



Fonte: Do Autor.

O espaço  $\Delta s$  percorrido pela onda plana do tempo  $t$  a  $t + \Delta t$ :

$$\Delta s = \Delta x \cos \gamma = \Delta x \sin \theta \quad (1)$$

Pois:

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \theta \quad (2)$$

$$\cos \gamma = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \quad (3)$$

$$\cos \gamma = \cos \frac{\pi}{2} \cos \theta + \sin \theta \sin \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

Por definição  $\cos \frac{\pi}{2} = 1$  e  $\sin \frac{\pi}{2} = 0$ :

$$\cos \gamma = \sin \theta \quad (5)$$

A velocidade da onda plana no meio:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta x \sin \theta}{\Delta t} \quad (6)$$

$$v \Delta t = \Delta x \sin \theta \quad (7)$$

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} = \frac{\sin \theta}{v} = u \sin \theta \equiv p \quad (8)$$

A vagarosidade é definida como  $u = 1/v$ ,  $p$  é a chamada vagarosidade horizontal.

## 2 Sistema centrado no raio: Vagarosidade vertical

$$\eta = u \cos \theta = (u^2 - p^2)^{1/2} \quad (9)$$

Pois:

$$u^2 = p^2 + \eta^2 \quad (10)$$

Notar que no *turning point*,  $p = u$  e  $\eta = 0$ :

$$\frac{dx}{ds} = \sin \theta = \frac{p}{u} \quad (11)$$

$$\frac{dz}{ds} = \cos \theta = (1 - \sin^2 \theta)^{1/2} = (1 - p^2/u^2)^{1/2} = u^{-1}(u^2 - p^2)^{1/2} \quad (12)$$

Da regra da cadeia:

$$\frac{dx}{dz} = \frac{dx}{ds} \frac{ds}{dz} = \frac{p}{u} \frac{u}{(u^2 - p^2)^{1/2}} = \frac{p}{(u^2 - p^2)^{1/2}} \quad (13)$$

Integrando  $x$  em  $z$ , de  $z_1$  a  $z_2$ :

$$x(z_1, z_2, p) = p \int_{z_2}^{z_1} \frac{dz}{(u^2(z) - p^2)^{1/2}} \quad (14)$$

Como o raio é simétrico em relação ao *turning point*, a distância total percorrida em  $x$  será:

$$x(p) = 2p \int_0^{z_p} \frac{dz}{(u^2(z) - p^2)^{1/2}} \quad (15)$$

Expressando a integral acima na forma discreta:

$$x(p) = 2p \sum_i \frac{\Delta z_i}{(u_i^2 - p^2)^{1/2}} \quad (16)$$

Válido sob a condição:

$$u_i > p \quad (17)$$

Definindo  $dt = u ds$ :

$$\frac{dt}{ds} = u \quad (18)$$

Da regra da cadeia:

$$\frac{dt}{dz} = \frac{dt}{ds} \frac{ds}{dz} = u \frac{u}{(u^2 - p^2)^{1/2}} = \frac{u^2}{(u^2 - p^2)^{1/2}} \quad (19)$$

Integrando  $t$  em  $z$ , de  $z_1$  a  $z_2$ :

$$t(z_1, z_2, p) = \int_{z_2}^{z_1} \frac{u^2(z)}{(u^2(z) - p^2)^{1/2}} dz \quad (20)$$

Como o raio é simétrico em relação ao *turning point*, a distância total percorrida em  $x$  será:

$$t(p) = 2 \int_0^{z_p} \frac{u(z)^2}{(u^2(z) - p^2)^{1/2}} dz \quad (21)$$

Expressando a integral acima na forma discreta:

$$t(p) = 2 \sum_i \frac{u_i^2 \Delta z_i}{(u_i^2 - p^2)^{1/2}} \quad (22)$$

Válido também sob a condição da Equação 17. Esta condição existe para garantir que o produto  $(u_i^2 - p^2)^{1/2}$  não se torne um número imaginário.