4. Übung: FKL - Reglerentwurf

Aufgabe 4.1. Gegeben ist der Regelkreis nach Abbildung 4.1 mit der Strecke

$$G(s) = \frac{(s+1)}{(s-5)(s+10)}. \tag{4.1}$$

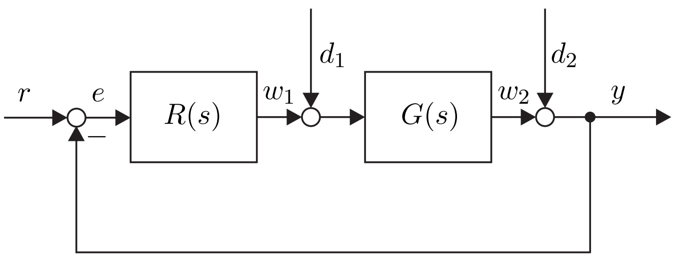

Abbildung 4.1.: Geschlossener Regelkreis.

Untersuchen Sie, ob der Regler

$$R(s) = \frac{(s-5)(s+10)}{(s+1)} \frac{K}{s}, K > 0$$

geeignet, ist um die Strecke zu stabilisieren.

Lösung von Aufgabe 4.1. Die Störübertragungsfunktion

$$T_{d_1,y} = \frac{G}{1+RG} = \frac{\frac{(s+1)}{(s-5)(s+10)}}{1+\frac{K}{s}} = \frac{(s+1)s}{(s-5)(s+10)(s+K)} \tag{4.2}$$

ist instabil, womit auch der Regelkreis **nicht** intern stabil ist.

Aufgabe 4.2. Gegeben ist die Strecke

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)(\frac{s}{3}+1)}. \tag{4.3}$$

Skizzieren Sie das Bodediagramm von $G(s)$ auf beiliegendem Blatt. Berechnen Sie anschließend die Parameter eines Reglers $R(s)$ der Form

$$R(s) = \frac{V(sT+1)}{sT_R+1} \tag{4.4}$$

so, dass der geschlossene Regelkreis folgende Anforderungen erfüllt

$$t_r = \frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{s} \tag{4.5}$$
$$\ddot{u} = 25\,\%. \tag{4.6}$$

Dabei soll für die Zeitkonstante T_R des Realisierungspols $T_R \ll 1$ angenommen werden, womit dieser Pol für die Auslegung der Parameter T und V nicht berücksichtigt werden muss. Wählen Sie zum Schluss einen geeigneten Parameter T_R. Lösen Sie diese Aufgabe **ohne** Taschenrechner, MAPLE oder MATLAB.

Überprüfen Sie die Eigenschaften des geschlossenen Kreises durch Simulation der Sprungantwort in MATLAB oder MAPLE.

> *Lösung von Aufgabe 4.2.* Der Regler ergibt sich in der Form
>
> $$R(s) = \frac{2\sqrt{2}\left(1 + s\frac{1}{\sqrt{3}}\right)}{\left(1 + \frac{s}{1000}\right)}. \tag{4.7}$$
>
> Dabei kann der Realisierungspol (-1000) beliebig gewählt werden, solange dieser wesentlich größer als 3 ist. Das Bodediagramm von $G(s)$ ist in Abbildung 4.2 dargestellt.

Aufgabe 4.3. Gegeben ist die Strecke

$$G(s) = \frac{20}{\left(s + \frac{2}{2-\sqrt{3}}\right)\left(s + \frac{2}{2+\sqrt{3}}\right)} \tag{4.8}$$

für die ein PI-Regler der Form

$$R(s) = \frac{V(sT + 1)}{s} \tag{4.9}$$

so entworfen werden soll, dass der resultierende geschlossene Kreis die folgenden Anforderungen erfüllt:

$$t_r = \frac{3}{4}\,\mathrm{s} \tag{4.10}$$
$$\ddot{u} = 10\,\%. \tag{4.11}$$

Lösen Sie diese Aufgabe **ohne** Taschenrechner, MAPLE oder MATLAB.

Überprüfen Sie die Eigenschaften des geschlossenen Kreises durch Simulation der Sprungantwort in MATLAB oder MAPLE.

Lösung von Aufgabe 4.3. Der Regler ergibt sich in der Form

$$R(s) = \frac{4}{5}\frac{\left(1 + s\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{s}. \tag{4.12}$$

Aufgabe 4.4. Gegeben ist die Strecke

$$G(s) = \frac{(s+25)}{\left(\frac{s^2}{100^2} + 2\frac{0.01}{100}s + 1\right)(s+10)} \tag{4.13}$$

für die ein geeigneter Regler so entworfen werden soll, dass die folgenden Anforderungen an den geschlossenen Kreis erfüllt werden

$$t_r = 1\,\mathrm{s} \tag{4.14}$$

$$\ddot{u} = 0\,\% \tag{4.15}$$

$$e_\infty|_{r(t)=\sigma(t)} = 0. \tag{4.16}$$

Skizzieren Sie dazu vorerst **handschriftlich** das Bodediagramm der Strecke auf beiliegendem Blatt. Überprüfen Sie die Eigenschaften des geschlossenen Kreises durch Simulation der Sprungantwort. Analysieren Sie die Stabilität des geschlossenen Kreises mittels eines geeigneten Kriteriums.

Lösung von Aufgabe 4.4. Ein möglicher Regler ist in der Form

$$R(s) = \frac{0.627\left(\frac{s^2}{100^2} + \frac{1}{5000}s + 1\right)}{(1 + 0.177s)s} \tag{4.17}$$

gegeben. Das Bodediagramm von $G(s)$, $R(s)$ und $L(s) = R(s) * G(s)$ ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Für die Stabilitätsprüfung bietet sich zum Beispiel das Nyquist-Kriterium in Frequenzkennliniendarstellung an. Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises

$$L(s) = \frac{0.627(s+25)}{(1 + 0.177s)s(s+10)}$$

erfüllt die Bedingungen für die Anwendung des Nyquist-Kriteriums in Frequenzkennliniendarstellung (Verstärkungsfaktor positiv, Nenner- $>$ Zählergrad, das Nennerpolynom ist ein Hurwitzpolynom mit $\rho = 1$, die Anforderungen an die Ortskurve sind erfüllt). Die Phasenreserve beträgt (gemäß den Forderungen aus dem Frequenzkennlinienverfahren)

$$\Phi = 70° > 0°,$$

womit der geschlossene Regelkreis BIBO-stabil ist. Daraus und aus der Tatsache, dass im Produkt $R(s)G(s)$ keine Pol-/Nullstellenkürzung in der rechten abgeschlossenen s-Halbebene auftritt, folgt die interne Stabilität des Regelkreises.

Aufgabe 4.5. Betrachtet wird der Regelkreis nach Abbildung 4.1 mit

$$G(s) = \frac{20}{s\left(\frac{s^2}{10^2} + 2\frac{1}{30}\frac{s}{10} + 1\right)}, \tag{4.18}$$

sowie für $d_1(t) = 0$. Es soll ein Regler $R(s)$ entworfen werden, welcher im geschlossenen Regelkreis folgende Eigenschaften aufweist:

$$t_r = \frac{1.5}{20}\ \mathrm{s} = 0.075\ \mathrm{s} \tag{4.19}$$

$$\ddot{u} = 25\ \% \tag{4.20}$$

$$e_\infty|_{d_2(t)=t} = 0 \tag{4.21}$$

Überprüfen Sie die Stabilität bezüglich des Eingangs r sowie der Störung d_2. Welche Eigenschaften müssen erfüllt sein um einen stabilen geschlossenen Kreis zu erhalten?

Lösung von Aufgabe 4.5. Ein möglicher Regler ist in der Form

$$R(s) = \frac{20(1+(2-\sqrt{3})^2)}{\sqrt{(1+(2+\sqrt{3})^2}} \frac{\left(\frac{s^2}{10^2} + 2\frac{1}{30}\frac{s}{10} + 1\right)\left(\frac{2+\sqrt{3}}{20}s + 1\right)}{s\left(\frac{2-\sqrt{3}}{20}s + 1\right)^2} \tag{4.22}$$

gegeben.

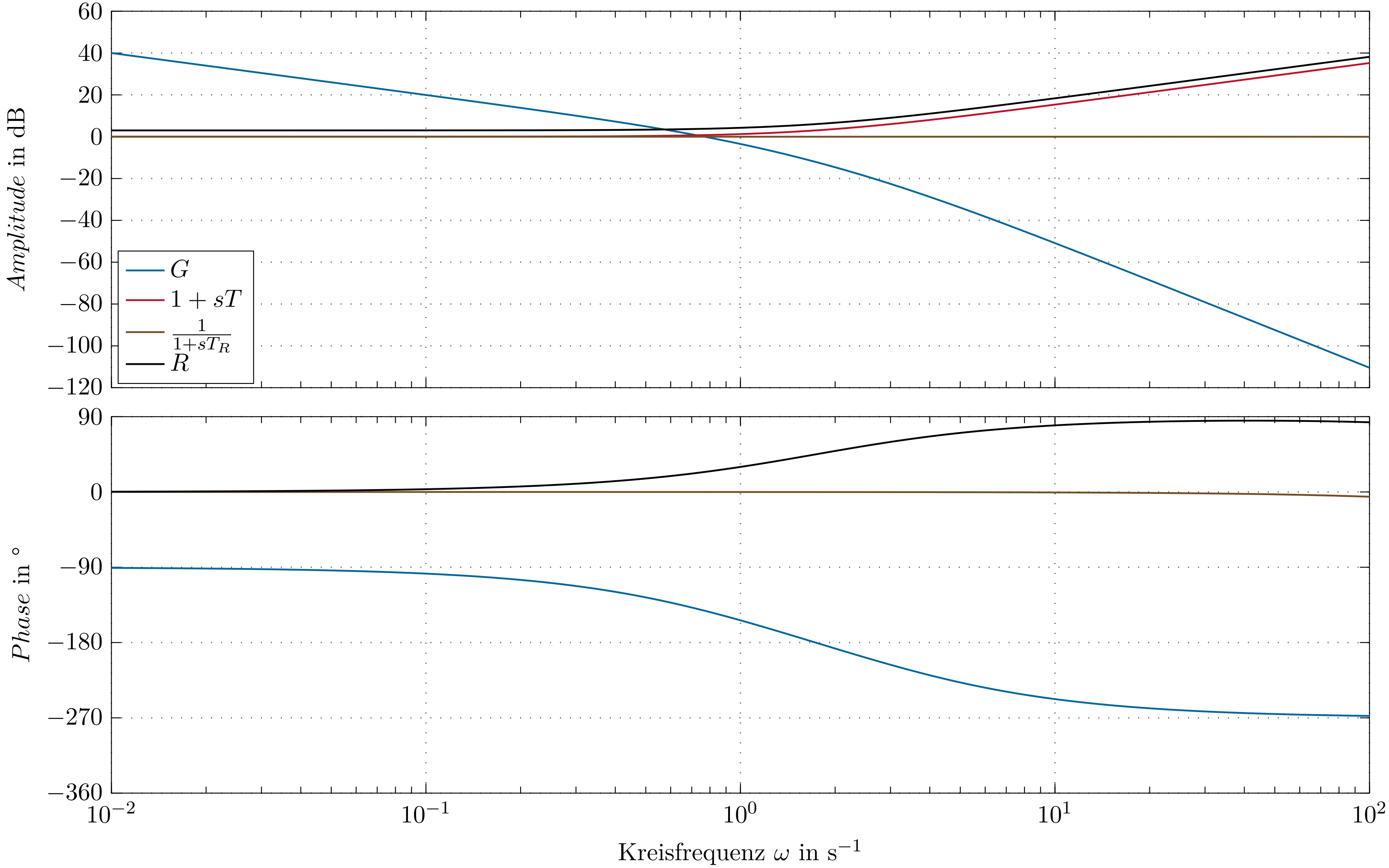

Abbildung 4.2.: Bodediagramm zu Aufgabe 4.2.

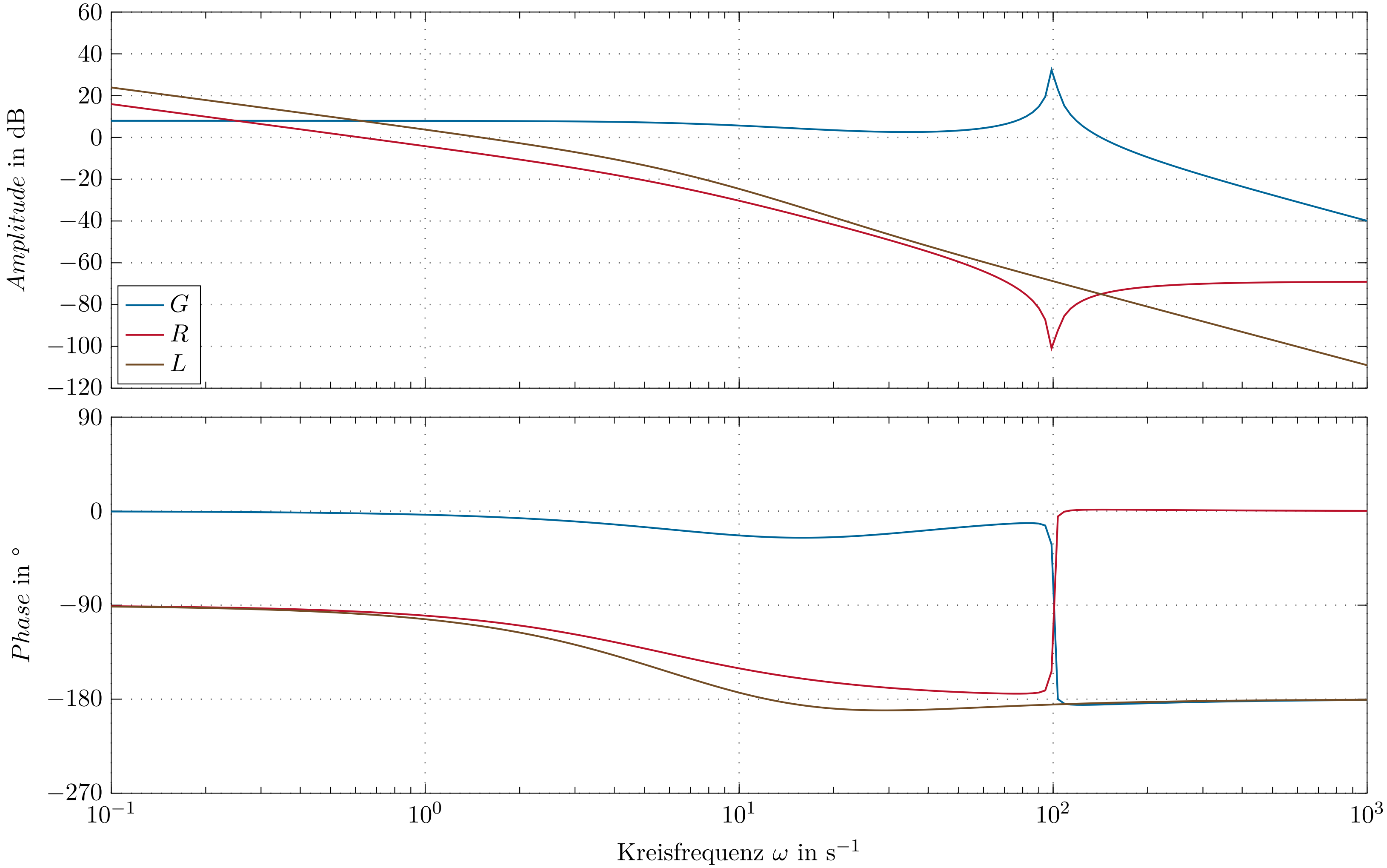

Abbildung 4.3.: Bodediagramm zu Aufgabe 4.4.