1a) $\Rightarrow$ neo nichtlin. autonom. Sys $\dot{x} = -\sqrt{x}$ $\quad x(0) = x_0 > 0$

I) für $x > 0$ Abtastsys. $=?$ mit T_a

$$\dot{x} = -\sqrt{x} \qquad \frac{dx}{dt} = -x^{\frac{1}{2}} \qquad -x^{-\frac{1}{2}}\,dx = 1 \cdot dt \qquad \Big| \int$$

$$-2x^{\frac{1}{2}} = t + C \qquad \Rightarrow x^{\frac{1}{2}} = -\frac{t + c}{2}$$

$$X = \frac{1}{4}\left(-t + C_1\right)^2 = \underline{\frac{1}{4}\left(C_1^2 + t^2 - 2tC_1\right)}$$

$$x(t) = \frac{1}{4}\left(t^2 - 2tC_1 + C_1^2\right)$$

$$X(0) = \frac{1}{4}C_1^2 \overset{!}{=} x_0 \qquad C_1^2 = 4x_0 \qquad \underline{\underline{C_1 = 2\sqrt{x_0}}}$$

$$\boxed{x(t) = \frac{1}{4}t^2 - \frac{4}{4}\sqrt{x_0} \cdot t + \frac{4}{4}x_0}$$

mit $\quad x(t) \rightarrow x_{n+1} \qquad x_0 \rightarrow x_n \qquad t = (n+1)T_a$

$$\boxed{x_{n+1} = \frac{1}{4}(n+1)^2 T_a^2 - \sqrt{x_n} \cdot (n+1)T_a + x_n}$$

II) Ruhelagen:

$$x_{n+1} \overset{!}{=} x_n \quad \Rightarrow x_{n+1} - x_n = 0$$

$$0 = \frac{1}{4}(n+1)^2 T_a^2 - \sqrt{x_{nR}}\,(n+1)T_a$$

$$\sqrt{x_{nR}} = \frac{(n+1)^{\cancel{2}}\,T_a^{\cancel{2}}}{4 \cdot \cancel{(n+1)}\,\cancel{T_a}} \qquad \Rightarrow \underline{\underline{x_{nR}}} = \left(\frac{(n+1)T_a}{4}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{(n+1)^2 T_a^2}{16}}}$$

1b)

$G(s) = \frac{V_I}{s}$ mit T_a

$G(z) = ?$

$$G(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\underbrace{\left\{\frac{V_I}{s^2}\right\}}_{\frac{T_a \cdot z}{(z-1)^2} \cdot V_I} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{V_I \cdot T_a}{z-1}}}$$

1c] Bibo, Sprungfähigkeit, Realisierbarkeit S. 166f

$$G^{\#}(q) = \frac{(4-q)(q+12)}{(4q+1)(1+\frac{q}{3})} \qquad T_a = 0{,}5\,s$$

•) Stabilität: BIBO-Stabil, wenn alle Pole auf linken offenen q-Halbebene.

$$(4q+1) = 4(q+\tfrac{1}{4}) \Rightarrow q = -\tfrac{1}{4} \checkmark$$

$$(1+\tfrac{q}{3}) \Rightarrow \tfrac{1}{3}(3+q) \Rightarrow q = -3 \checkmark$$

$\Rightarrow$ BIBO stabil

•) Sprungfähigkeit:

Sprungfähig, wenn gilt $\lim_{q \to \Omega_0} G^{\#}(q) \neq 0 \qquad \Omega_0 = \frac{2}{T_a}$

$$\Omega_0 = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4\,\tfrac{1}{s}$$

$$\lim_{q \to 4} G^{\#}(q) = 0 \Rightarrow \text{NICHT Sprungfähig!}$$

•) Realisierbarkeit:

$\Rightarrow$ wenn keine Polstelle bei Ω_0

$$\lim_{q \to \Omega_0} |G^{\#}(q)| < \infty$$

$\Rightarrow$ Realisierbar

1d) $(r_k) \rightarrow \boxed{R(z)} \rightarrow \boxed{G(z)} \rightarrow (y_k)$

$$g_{1,k} = 2\sigma_k + \delta_{k-3} - \sigma_{k-3}$$

$$g_{2,k} = 2\sigma_{k-1} + \delta_{k-2} - 4\sigma_{k-2} + p \cdot \sigma_{k-3}$$

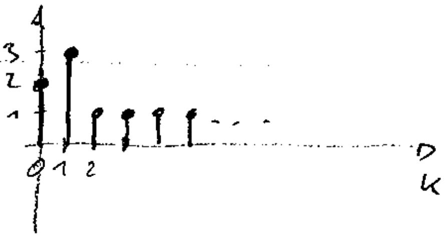
I) $p = 2$ Sprungfähigkeit / Bibo-stab. von G_1 / G_2

G_1 / G_2 als Steuerung möglich?

=> Steuerung nur für stabile Strecke möglich! S.100

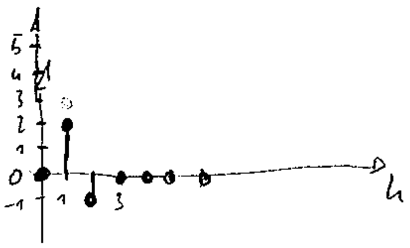
=> Bibo stabil, wenn Impulsantwort $g(t)$ absolut integrabel ist. d.h. hier, endliche Impulsantwort!

$g_{1,k}$:



$g_{1,k}$: => Sprungfähig da $g_{1,0} \neq 0$
& NICHT Bibo-Stabil da unendliche Folge
=> d.h. NICHT für Steuerung verwendbar.

$g_{2,k}$:



=> Nicht sprungfähig da $g_{2,0} = 0$
& BIBO stabil! da ab $k \geq 3$ $g_{2,k} = 0$
=> d.h. ALS Steuerung verwendbar!

---

zu II) $g_{2k} = 2\sigma_{k-1} + \delta_{k-2} - 4\sigma_{k-2} + p\sigma_{k-3}$ Sys. 3. Ordnung

für welchen Wertebereich p ist Sys. vollst. erreichbar & beobachtbar?

$\Rightarrow$ Wenn Hankelmatrix wenn Regulär
bzw wenn $\det(H_n) \neq 0$

$$m_k = g_{2,k} \qquad H[1,3] = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & m_3 \\ m_2 & m_3 & m_4 \\ m_3 & m_4 & m_5 \end{bmatrix}$$

$$k>0: \quad m_k = 2,\ -1,\ \overset{p-2}{-2+p},\ p-2,\ p-2$$
$$k = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \ldots$$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -1 & p-2 \\ -1 & p-2 & p-2 \\ p-2 & p-2 & p-2 \end{bmatrix}$$

$$\det(H) = 2\det\begin{pmatrix} p-2 & p-2 \\ p-2 & p-2 \end{pmatrix} + \det\begin{pmatrix} -1 & p-2 \\ p-2 & p-2 \end{pmatrix} + (p-2)\det\begin{pmatrix} p-2 & p-2 \\ p-2 & p-2 \end{pmatrix}$$

$$= p\cdot\det\begin{pmatrix} p-2 & p-2 \\ p-2 & p-2 \end{pmatrix} + \det\begin{pmatrix} -1 & p-2 \\ p-2 & p-2 \end{pmatrix} = p\left((p-2)^2 - (p-2)^2\right) + \left[-(p-2) - (p-2)^2\right]$$

$$= -\underbrace{(p-2)}_{\overset{!}{\neq} 0}\underbrace{\left(1 + (p-2)\right)}_{\overset{!}{\neq} 0} \overset{!}{\neq} 0$$

$$\boxed{\begin{matrix} p \neq 2 \\ p \neq 1 \end{matrix}}$$

• G_2 ist für alle Werte von p (ausser $p = 1,2$) vollst. erreichbar & beobachtbar.

2] $\overset{\circ}{x} = Ax + bu$ $\quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} \quad c^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$y = c^T x$

---

a) Sys. vollständig beobachtbar?

$\text{rang}(O(A, c^T)) \overset{!}{=} 4$ bzw ⇒ ~~da~~ Regulär ⇒ $\det(O(A,c^T)) \overset{!}{\neq} 0$

$$O(A, c^T) = \begin{bmatrix} c^T \\ c^TA \\ c^TA^2 \\ c^TA^3 \end{bmatrix}$$

$$c^TA = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$c^TA^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$
$$c^TA^3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$O(A, c^T) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

⇒ $\text{rang}(O(A,c^T)) \neq 4$

⇒ NICHT vollst. beobachtbar!

---

b) $c^T = [1\ 1\ 1\ 1]$ Sys. vollst. beobachtbar

I) Kann durch Abtastung vollst. Beobachtbarkeit verloren gehen? ⇒ $T_a = ?$

⇒ Ja vollst. Erreichbarkeit & Beobachtbarkeit können durch Abtastung verloren gehn!

⇒ $T_a < \frac{\pi}{\omega_{j,max}}$ mit $\omega_{j,max}$ größte Imaginärteil eines konj.-Komplexen Eigenwert.

S. 192 7.47

⇒ Eigenwerte von A: $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = -1 \pm j$, $\lambda_3 = 2$

⇒ $\omega_{j,max} = \omega_{2,max} = 1$

$$\boxed{T_a < \pi}$$

II) Kann für dieses Sys. ein trivialen beobachter entworfen werden?

⇒ Ja, solange Sys. beobachtbar bleibt!

2c] $\Rightarrow$ neu $\quad \phi(s) = \begin{bmatrix} \cdots \end{bmatrix} \qquad G(s) = ?$

$$G(s) = c^T \underbrace{(sE - A)^{-1}}_{\phi(s)} b + \cancel{d}$$

$$\underline{\underline{G(s)}} = c^T \phi(s)\, b = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & a_{22}+a_{32} & a_{23}+a_{33} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix} = a_{22} + a_{32} =$$

$$= \frac{s+1}{s^2+2s+2} - \frac{1}{s^2+2s+2} = \underline{\underline{\frac{s\cancel{+1}}{s^2+2s+2}}}$$

2d) asympt. stabil? für $u = 0$

↳ wenn Eigenwerte von A negative Realteile besitzen.

$\lambda_1 = 1 \quad \lambda_2 = -1 \pm j \quad \lambda_3 = -2$

$\Rightarrow$ Nein, da $\lambda_1 = 1$!

2e) Sys. BIBO stabil?

$\Rightarrow$ Polstellen von $G(s)$ müssen auf linken offenen s-Halbebene sein!

$s^2 + 2s + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad s_{1,2} = -\frac{2}{2} \pm \sqrt{\frac{4}{4} - 2} = \underline{\underline{-1 \pm j}}$

$\Rightarrow$ Ja BIBO stabil!

2f] ⇒ ausgebessert

Da es sich um ein LTI Sys. handelt, muss gelten: Zeitinvarianz & Linear:

- Nulleingangslinearität: $y(\alpha_1 x_{0,1} + \alpha_2 x_{0,2}, 0) = \alpha_1 y(x_{0,1}, 0) + \alpha_2 y(x_{0,2}, 0)$

S. 22

- Nullzustandslinearität: $y(0, \beta_1 u_1 + \beta_2 u_2) = \beta_1 y(0, u_1) + \beta_2 y(0, u_2)$
- Superponierbarkeit hinsichtlich Eingangs & Anfangswert: $y(x_0, u) = y(x_0, 0) + y(0, u)$

$y(t) = e^{-t}(\cos(t) - \sin(t))$ für $x_0 = [0\ 1\ 0\ 0]^T$ & $u(t) = 0$

$y(t) = e^{-t}(\cos(t) - 3\sin(t)) - \cos(2t) + 2\sin(2t)$ für $x_0 = 0$ & $u(t) = 5\sin(2t)$

$y(t) = ?$ für $x_0 = [1\ \ 2\ \ 0\ 0]^T$ & $u(t) = \sin(2t)$

$$x_0 = \underbrace{\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}}_{x_{0,1}} + \underset{\alpha_2}{2} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix}0\\1\\0\\0\end{bmatrix}}_{x_{0,2}}$$

$y(t)$ für $x_0 = [1\ 0\ 0\ 0]^T$ & $u(t) = 0$:

$$x(t) = \phi(t) x_0 + \underbrace{\int_0^t \phi(t-\tau) b\, u(\tau)\, d\tau}_{0}$$

$$x(t) = \phi(t) \begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$\Rightarrow X(s) = \left[\frac{1}{s-1}\ \ 0\ \ 0\ \ 0\right]^T \circ\!\!-\!\!\circ\ x(t) = [e^{t}\ \ 0\ 0\ 0]^T$

$\Rightarrow y(t) = c^T x(t) = 0$

$y(t)$: für $x_0 = [1\ 2\ 0\ 0]^T$ & $u(t) = \sin(2t)$:

$$\underline{\underline{y(t)}} = y(x_{0,1}, 0) + \overset{2}{\overset{\shortparallel}{\alpha_2}} \cdot y(x_{0,2}, 0) + \frac{1}{5} \cdot y(0, u) =$$

$$= 0 + 2 \cdot (e^{-t}(\cos(t) - \sin(t))) + \frac{1}{5}(e^{-t}(\cos(t) - 3\sin(t)) - \cos(2t) + 2\sin(2t)) =$$

$$= 2e^{-t}\cos(t) - 2e^{-t}\sin(t) + \frac{1}{5}e^{-t}\cos(t) - \frac{3}{5}e^{-t}\sin(t) - \frac{1}{5}\cos(2t) + \frac{2}{5}\sin(2t) =$$

$$= \underline{\underline{\frac{11}{5}e^{-t}\cdot\cos(t) - \frac{13}{5}e^{-t}\cdot\sin(t) - \frac{1}{5}\cos(2t) + \frac{2}{5}\sin(2t)}}$$

3a) ⇒hed nichtlin. Sys.:

$$a\dot{x}\cos(x)-\dot{x}e^{(x-\pi)}-\ddot{x}-\underbrace{\int_0^t \dot{x}-\sin(x(\tau))\,u(\tau)\,d\tau}_{x_3}=0$$

$$y=x-\dot{x}u^2$$

I) ges.: $\dot{x}=f(x)+g(x)u$ & $y=h(x,u)$

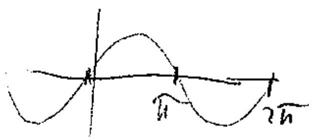
$$\ddot{x}=a\dot{x}\cos(x)-\dot{x}e^{(x-\pi)}-x_3$$

mit $x=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x\\\dot{x}\\\int\dot{x}-\sin(x(\tau))u(\tau)\,d\tau\end{bmatrix}$ $\dot{x}=\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\\dot{x}_2\\\dot{x}_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}x_2\\a x_2\cos(x_1)-x_2e^{(x_1-\pi)}-x_3\\x_2-\sin(x_1)\cdot u\end{bmatrix}$

$$\dot{x}=\underbrace{\begin{bmatrix}x_2\\a x_2\cos(x_1)-x_2e^{(x_1-\pi)}-x_3\\x_2\end{bmatrix}}_{f(x)}+\underbrace{\begin{bmatrix}0\\0\\-\sin(x_1)\end{bmatrix}}_{g(x)}u$$

$$y=h(x,u)=x_1-x_2u^2$$

II) Ruhelagen.: $\dot{x}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$



$x_{2R}=0$

$0=-x_{3R}\Rightarrow x_{3R}=0$ $\quad 0=-\sin(x_{1,R})\,u_R$ $\quad \boxed{x_{1,R}=n\pi \quad n\in\mathbb{Z}}$

$\boxed{y_R=x_{1,R}}$ $\quad \boxed{x_{2,R}=x_{3,R}=0}$ $\quad u_R\neq 0$

3a III) $\Rightarrow$ neu linearisieren um $x_{1,R} = a$ $x_{2,R} = 0$ $x_{3,R} = 0$

$$A = \frac{\partial f_2(x_R, u_R)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & a-1 & -1 \\ -u_R & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \frac{\partial f_2(x_R, u_R)}{\partial u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$c^T = \frac{\partial h(x_{,R}, u_{,R})}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & -u_R^2 & 0 \end{bmatrix} \qquad d = \frac{\partial h(x_R, u_R)}{\partial u} = 0$$

$$\Delta\dot{x} = A\Delta x + B\Delta u$$
$$\Delta y = c^T \Delta x + d\Delta u$$

3a IV) asympt. stabil, wenn EW von A ~~...~~ $Re(\lambda) < 0$. bzw. char. Polynom Hurwitzpolynom

$$\det(\lambda E - A) = \det\begin{vmatrix} \lambda & -1 & 0 \\ 0 & \lambda-a+1 & 1 \\ u_R & -1 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda \det\begin{vmatrix} \lambda-a+1 & 1 \\ -1 & \lambda \end{vmatrix} + \det\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ u_R & \lambda \end{vmatrix} =$$

$$= \lambda(\lambda^2 - \lambda a + \lambda + 1) - u_R = \boxed{\lambda^3 + \lambda^2(1-a) + \lambda - u_R}$$

λ^3	1	1	0
λ^2	$(1-a)$	$-u_R$	0
λ	$1 + \frac{u_R}{(1-a)}$	0	0
λ^0	$-u_R$		

$$\frac{\cancel{-u_R +}\ \left(1 + \frac{u_R}{(1-a)}\right)(-u_R)}{1 + \frac{u_R}{(1-a)}}$$

$1 > 0 \Rightarrow$ d.h. $(1-a) \overset{!}{>} 0 \Rightarrow 1 > a$ $\quad \underline{a < 1}$

$-u_R \overset{!}{>} 0 \Rightarrow \underline{u_R < 0}$

$1 + \frac{u_R}{(1-a)} \overset{!}{>} 0 \Rightarrow \frac{u_R}{(1-a)} > -1$

$u_R > a - 1$

$u_R + 1 > a$

$a(u_R) = ?$

~~$1 > a$~~ mit $u_R < 0$ ist mit $\boxed{a < u_R + 1}$ auch $a < 1$ erfüllt!

3b) new

$$\dot{x} = -3u \qquad \dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = -x - 6u \qquad y = Cx + Du$$

$$A = 0 \quad B = -3$$
$$C = -1 \quad D = -6$$

Zeige, dass $e(t)$: $\lim_{t\to\infty} e(t) \neq 0$ für $e(0) \neq 0$

$$x(t) = \Phi(t)\, x_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau)\, B\, u(\tau)\, d\tau$$

$$\Phi(t) = \exp(A \cdot t) = \sum_{k=0}^{\infty} A^k \frac{t^k}{k!}$$

hier: $\Phi(t) = \exp(0) = 1$

triv. Beobachter:

$$\dot{\hat{x}} = -3u$$
$$\hat{y} = -\hat{x} - 6u$$
$$\Phi_e(t) = \Phi(t) = 1$$
$$e(t) = \Phi_e(t)\, e_0$$

$$\Rightarrow \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty} e_0 = \underline{\underline{e_0}} \qquad \text{mit } e_0 \neq 0$$

---

mit $\dot{x} = -x - 3u$ $\quad A = -1$
$y = -x - 6u$

$$\Phi(t) = \Phi_e(t) = \exp(-1 \cdot t) = \underline{\underline{e^{-t}}}$$

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty} e^{-t} e_0 \Rightarrow \underline{\underline{0}}$$

4a) $\overset{\Rightarrow \text{wed}}{V_I} = ?\ T_i = ?$ damit $T_{R1Y1}(s) \overset{!}{=} \frac{1}{1+sT_*}$

$$T_{R1Y1}(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{\frac{Z_L(s)}{N_L(s)}}{1+\frac{Z_L(s)}{N_L(s)}} = \frac{1}{1+\frac{N_L(s)}{Z_L(s)}} = \frac{1}{1+\frac{1}{L(s)}} \overset{!}{=} \frac{1}{1+sT_*}$$

$$sT_* \overset{!}{=} \frac{1}{L(s)} \qquad L(s) = R_1(s)G_1(s) = \frac{V_I(1+sT_i)\cdot 5}{s(s+\frac{1}{2})}$$

$$\cancel{s}T_* \overset{!}{=} \frac{\cancel{s}(s+\frac{1}{2})}{5V_i(1+sT_i)} \qquad \underbrace{5V_iT_* + 5V_iT_*T_i s}_{s(5V_iT_*T_i)+5V_iT_*} = s+\frac{1}{2}$$

$$s(\underbrace{5V_iT_*T_i}_{\overset{!}{=}1}) + \underbrace{5V_iT_*}_{\overset{!}{=}\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{2} = 5V_iT_*$$

$$\boxed{V_i = \frac{1}{10T_*}} \qquad \cancel{5}\cdot\frac{1}{\cancel{10}_2\cdot\cancel{T_*}}\cdot\cancel{T_*}\cdot T_i = 1 \qquad \boxed{T_i = 2}$$

$\Rightarrow$ kleinstmöglichen Wert für T_* damit gilt:

$$\lim_{\omega\to\infty} |T_{R1U1}(j\omega)|_{dB} \leq 20\,dB$$

$$T_{R1U1}(s) = \frac{R_1(s)}{1+R_1(s)G_1(s)}$$

$$= \frac{V_i(1+sT_i)}{s+s\frac{V_i(1+sT_i)5}{\cancel{s}(s+\frac{1}{2})}} = \frac{V_i(1+sT_i)}{\frac{s^2+s\frac{1}{2}+5V_i(1+sT_i)}{s+\frac{1}{2}}} = \frac{\frac{1}{10T_*}(1+2s)}{\frac{s^2+s\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{T_*}(1+2s)}{s+\frac{1}{2}}} =$$

$$= \frac{\frac{1}{10T_*}(1+2s)\cdot(s+\frac{1}{2})}{s^2+\frac{s}{2}+\frac{1}{2T_*}(1+2s)} \qquad = \frac{1}{10T_*}\,\frac{2s+2s^2+\frac{1}{2}}{s^2+\frac{s}{2}+\frac{1}{2T_*}+\frac{s}{T_*}}$$

$$20\cdot\log|\ldots| \leq 20\,dB \Rightarrow |\ldots| \leq 10$$

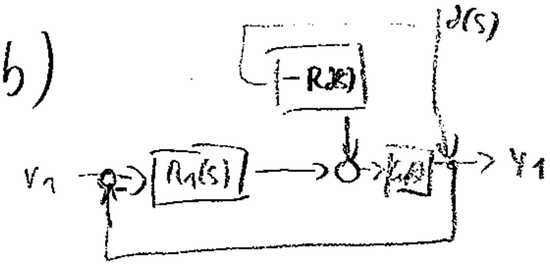
$$\lim_{\omega\to\infty}\left|\frac{2}{10T_*}\,\frac{-\omega^2+j\omega+\frac{1}{4}}{-\omega^2+j\omega(\frac{1}{2}+\frac{1}{T_*})+\frac{1}{2T_*}}\right| \leq 10 \Rightarrow \frac{2}{T_*\cdot 10}\left|\frac{-2\omega+j}{-2\omega+j(\frac{1}{2}+\frac{1}{T_*})}\right| \Rightarrow \frac{2}{10T_*}\left|\frac{-2}{-2}\right|$$

del Hospital   del Hospital

$$\frac{2}{10T_*} \leq 10 \Rightarrow \frac{2}{100} \leq T_* \Rightarrow \boxed{T_* \geq \frac{1}{50}}$$

$$\Rightarrow \boxed{T_* = \frac{1}{50}}$$

4b)



$$T_{dy}(s) \overset{!}{=} 0 \qquad \cancel{T_{dy}(s)} =$$

$$y_1 = T_{dy}\, d = d + G_1(-R_1 \cdot y - R_d \cdot d)$$

$$T_{dy} = 1 + G_1\left(-\frac{R_1\, y}{d} - R_d\right)$$

$$T_{dy} = 1 \cancel{A} - G_1 R_1 T_{dy} - G_1 R_d$$

$$T_{dy}(1 + G_1 R_1) = 1 - G_1 R_d$$

$$T_{dy} = \frac{1 - G_1 R_d}{1 + G_1 R_1} \Rightarrow \overset{!}{=} 0 \Rightarrow G_1 R_d \overset{!}{=} 1$$

$$R_d = \frac{1}{G_1}$$

$$\boxed{R_d(s) = \frac{s + \frac{1}{2}}{5}}$$

(?)

$\Rightarrow$ mit $R_d(s) = \frac{1}{5}\left(s + \frac{1}{2}\right)$ ist
NICHT realisierbar

4c) $t_r = 2 \qquad \ddot{u} = 15\% \qquad e_\infty = 0$

4d) $t_r = 0{,}75$
$\ddot{u} = 10\%$
$e_\infty = \lim_{t\to\infty} e(t) \big|_{y(t)=r(t)} = 0$

$\left.\begin{array}{l} \text{o mind. eine Polstelle bei } s = 0 \\ t_r \cdot w_c \approx 1{,}5 \Rightarrow w_c = 2\,\frac{1}{s} \\ \phi + \ddot{u} \approx 70 \Rightarrow \phi \approx 60^\circ \end{array}\right.$

$$G_2(s) = \frac{1}{(s+2(2+\sqrt{3}))(1+2\xi s T_2 + (sT_2)^2)}$$

$$R_2(s) = \frac{(1+2\xi s T_2 + (sT_2)^2)}{s(1+sT_R)} \cdot V_R$$

$L_2(s) = R_2($

$$L_2(s) = \frac{V_R}{s(1+sT_R)(s+2(2+\sqrt{3}))}$$

$$L_2(j w_c) = \frac{V_R}{j \cdot 2(1+j2T_R)(j2+2(2+\sqrt{3}))} = \frac{V_R}{j(1+j2T_R)(2+\sqrt{3}+j) \cdot 4}$$

$$\arg(j w_c) = \underbrace{-\frac{\pi}{2}}_{\hat{=}\frac{1}{j}} \underbrace{-\frac{\pi}{12}}_{\frac{1}{2+\sqrt{3}+j}} = -\frac{7\pi}{12} = \underline{\underline{-105^\circ}}\ \cancel{+\phi}$$

$$-180 = -105^\circ - \phi - \Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi = 15^\circ \hat{=} \frac{\pi}{12}$$

$$\arctan(2T_R) \stackrel{!}{=} \frac{\pi}{12}$$

$$\boxed{2T_R = 2-\sqrt{3}}$$

$$\boxed{T_R = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$L_2(j w_c) = \frac{V_R}{4j(1+j(2-\sqrt{3}))(2+\sqrt{3}+j)}$$

$$|L_2(j w_c)| \stackrel{!}{=} 1 = \frac{V_R}{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$$

$$\underline{\underline{V_R}} = 4(6+\sqrt{12}-\sqrt{12}-2) = 4(4) = \underline{\underline{16}}$$