

SCHRIFTLICHE PRÜFUNG zur
VU Automatisierung
am 08.07.2016

Arbeitszeit: 120 min

Name:

Vorname(n):

Matrikelnummer:

Note:

Aufgabe	1	2	3	4	Σ
erreichbare Punkte	11	10	9	10	40
erreichte Punkte					

Bitte ...

- ... tragen Sie Name, Vorname und Matrikelnummer auf dem Deckblatt ein,
- ... rechnen Sie die Aufgaben auf separaten Blättern, **nicht** auf dem Angabeblatt,
- ... beginnen Sie für eine neue Aufgabe immer auch eine neue Seite,
- ... geben Sie auf jedem Blatt den Namen sowie die Matrikelnummer an,
- ... begründen Sie Ihre Antworten ausführlich und
- ... kreuzen Sie hier an, an welchem der folgenden Termine Sie zur mündlichen Prüfung antreten könnten:

☐ Fr., 15.07.2016

☐ Mo., 18.07.2016

☐ Di., 19.07.2016

Viel Erfolg!

1. In dieser Aufgabe wird der Regelkreis aus Abbildung 1 mit dem P-Regler $K_p \in \mathbb{R}$ betrachtet. Der eingerahmte Bereich markiert die zeitkontinuierliche Strecke Σ mit dem Eingang u , dem Ausgang $\mathbf{y} = [y_1, y_2]^T$ und den reellen Konstanten $K_1 > 0$ und $K_2 > 0$. 11 P. |

- a) Wählen Sie einen geeigneten Zustandsvektor $\mathbf{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ und bestimmen Sie das zeitkontinuierliche Modell der Strecke Σ in der Form 3 P. |

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}.$$

- b) Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} . Ist das System global asymptotisch stabil? 3 P. |

- c) Die Beschreibung des Eingangs-/Ausgangsverhaltens der Strecke Σ erfolgt in dieser Teilaufgabe im Laplacebereich anhand der beiden Übertragungsfunktionen G_{u,y_1} bzw. G_{u,y_2} vom Eingang u zu den Ausgängen y_1 bzw. y_2 . Bearbeiten Sie dazu die folgenden Teilaufgaben: 5 P. |

- i. Berechnen Sie die Übertragungsfunktionen G_{u,y_1} bzw. G_{u,y_2} für die betrachtete Strecke Σ . 3 P. |

Hinweis: Diese Aufgabe kann sowohl anhand des Blockschaltbildes im Laplace Bereich als auch mithilfe des Zustandsraummodells gelöst werden. Beachten Sie dabei die dünn besetzte Matrix \mathbf{C} sowie den Vektor \mathbf{b} .

- ii. Nehmen Sie G_{u,y_1} bzw. G_{u,y_2} als gegeben an und zeichnen Sie ein Blockschaltbild des geschlossenen Regelkreises im Laplacebereich. Leiten Sie daraus die Übertragungsfunktion T_{r,y_1} des geschlossenen Regelkreises für $K_p \rightarrow \infty$ her. 2 P. |

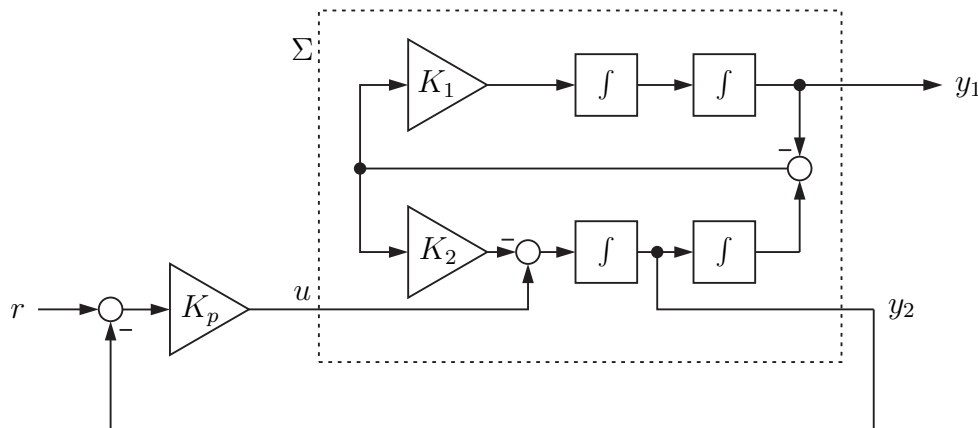


Abbildung 1: Regelkreis zu Aufgabe 1

2. Bearbeiten Sie die folgenden Teilaufgaben: 10 P. |

a) Gegeben ist ein LTI-System der Form 4 P. |

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (1)$$

i. Geben Sie ein Beispiel für ein System der Form (1) mit $\dim(\mathbf{x}) = 3$ ohne Ruhelage an. 2 P. |

ii. Nehmen Sie nun an, das System hätte 2 P. |

A. eine einzige Ruhelage. 1 P. |

B. unendlich viele Ruhelagen. 1 P. |

Geben Sie die notwendigen Eigenschaften von \mathbf{A} , \mathbf{B} und \mathbf{u}_R an.

b) Betrachtet wird das eingangsaffine System 2 P. |

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{g}, \quad (2)$$

mit der Eingangsgröße \mathbf{u} und dem konstanten Vektor $\mathbf{g} \neq \mathbf{0}$. Geben Sie die Transformationsvorschrift für $\boldsymbol{\xi}$ an, um das System (2) mit der Ruhelage $\mathbf{x}_R \neq \mathbf{0}$ und $\mathbf{u}_R = \mathbf{0}$ in ein System der Form

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \bar{\mathbf{A}}\boldsymbol{\xi} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{u}, \quad (3)$$

mit $\boldsymbol{\xi}_R = \mathbf{0}$, $\mathbf{u}_R = \mathbf{0}$ zu überführen. Geben Sie auch die Zusammenhänge zwischen $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ und \mathbf{A} , \mathbf{B} an.

c) Betrachtet wird die Übertragungsfunktion 4 P. |

$$G(s) = \frac{(s^2 - 1)(s + 3)^2}{(s^2 + 3s + 2)(s^2 + 7s + 12)}.$$

i. Ist die Übertragungsfunktion sprunghfähig? Begründen Sie Ihre Antwort. 0.5 P. |

ii. Ist das System minimalphasig? Begründen Sie Ihre Antwort. 0.5 P. |

iii. Ist die Übertragungsfunktion realisierbar? Begründen Sie Ihre Antwort. 0.5 P. |

iv. Berechnen Sie den Verstärkungsfaktor sowie die Sprungantwort bei $t = 0$. 1 P. |

v. Zeichnen Sie alle Pole und Nullstellen von $G(s)$ in das beigefügte Diagramm ein. 0.5 P. |

vi. Welche Stabilitätsaussage können Sie für ein System mit der Übertragungsfunktion $G(s)$ treffen? Begründen Sie Ihre Antwort. 1 P. |

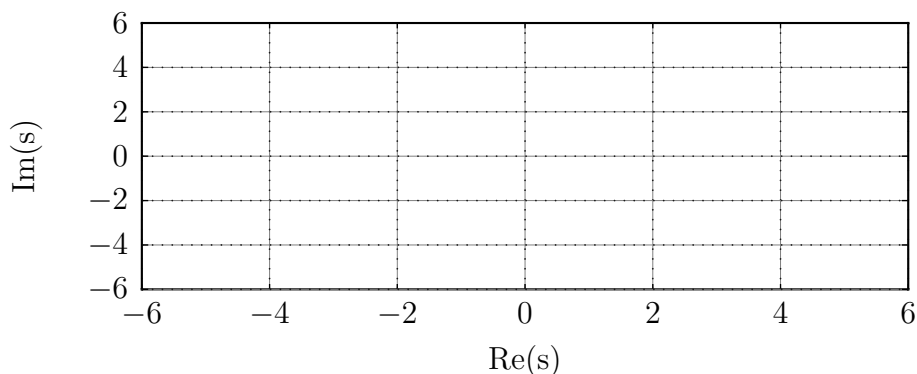


Abbildung 2: Vorlage Pol-Nullstellen-Diagramm zu Aufgabe 2

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{k+1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u_k \\ y_k &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k\end{aligned}\tag{4}$$

in Kombination mit einem Zustandsregelgesetz der Form $u_k = \mathbf{k}^T \mathbf{x}_k$ betrachtet, wobei für den Rückführvektor

$$\mathbf{k} = [2, -1, \alpha]^T, \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

gilt.

- | | |
|---|--------|
| a) Berechnen Sie die Eigenwerte der Dynamikmatrix des Systems (4). Ist das System vollständig erreichbar bzw. vollständig beobachtbar? | 1.5 P. |
| b) Bestimmen Sie den Wertebereich von $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass der geschlossene Kreis stabil ist. | 1.5 P. |
| c) Die Realisierung des Zustandsregelgesetzes erfolgt in dieser Teilaufgabe in der Form $u_k = \mathbf{k}^T \hat{\mathbf{x}}_k$, wobei der Schätzwert $\hat{\mathbf{x}}$ des Systemzustands von einem Beobachter generiert wird. Bearbeiten Sie dazu die folgenden Teilaufgaben: | 6 P. |
| i. Entwerfen Sie einen trivialen Beobachter und berechnen Sie die Dynamikmatrix des Beobachtungsfehlers $\mathbf{e} = \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}$. | 1 P. |
| ii. Ist die Kombination aus Zustandsregler und trivialem Beobachter stabil? Begründen Sie Ihre Antwort anhand der Dynamikmatrix des erweiterten Systems mit dem Zustand $[\mathbf{x}^T, \mathbf{e}^T]$. | 3 P. |
| iii. Entwerfen Sie einen vollständigen Luenberger-Beobachter. Berechnen Sie die Beobacherverstärkung $\hat{\mathbf{k}}$ so, dass sämtliche Eigenwerte der Beobachterfehlerdynamik an der Stelle $\frac{1}{2}$ in der komplexen Ebene zu liegen kommen. | 2 P. |

4. Für die folgende Aufgabe wird ein lineares zeitinvariantes autonomes System mit $\dim(\mathbf{x}) = 2$ betrachtet. Bei den gegebenen Anfangszuständen 10 P. |

$$\mathbf{x}_{0,1} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}_{0,2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

zeigen sich am Ausgang die entsprechenden Signale

$$y_1(t) = \sin(t) + \cos(t), \quad y_2(t) = \sin(t) - \cos(t). \quad (6)$$

- a) Berechnen Sie den Ausgangsvektor \mathbf{c} des Systems. 2 P. |
- b) Berechnen Sie die Dynamikmatrix \mathbf{A} des Systems. 7 P. |
- c) Geben Sie die Eigenwerte des Systems an. 1 P. |