

# Schriftliche Prüfung aus Wellenausbreitung am 10.12.2012

---

## **BITTE UNBEDINGT LESEN:**

*Für die Beantwortung der 10 Theoriefragen dürfen Sie keine Hilfsmittel verwenden! Sobald Sie damit fertig sind, geben Sie den Theorieteil der Prüfung ab und Sie erhalten die Rechenaufgaben! Für die Lösung der Rechenbeispiele dürfen Sie nur jene Formelsammlung, die der Prüfung beiliegt (und nach der Prüfung wieder abzugeben ist), verwenden. Weder das Skriptum noch handschriftliche Notizen sind erlaubt!*

*Beginnen Sie mit den Ausarbeitungen jedenfalls auf den Angabebättern! Falls Sie zu wenig Platz finden, verwenden Sie das Deckblatt oder zusätzliches Papier. Vergessen Sie Name und Matrikelnummer (rechts oben auf jeder Seite) nicht! Sie haben insgesamt 3 Stunden Zeit!*

Name:	Matrikelnr.:	
Punkte	%	von %
1		20
2		20
3		20
4		20
5		20
$\Sigma$		100

# 1 Theoriefragen (20%)

- 1.1 (2%) Was ist der Brewsterwinkel und unter welchen Bedingungen tritt er auf?
- 1.2 (2%) Wie sind die Poyntingvektoren  $\vec{P}$  und  $\vec{T}$  definiert? Wie berechnet man aus  $\vec{T}$  die Wirkleistungsflussdichte?
- 1.3 (2%) Wie sieht der Separationsansatz für eine von den Koordinaten  $x, y, z$  abhängige Wellenfunktion aus?
- 1.4 (2%) Schreiben Sie die vier Maxwellschen Gleichungen für harmonische Vorgänge in komplexer Schreibweise an! Es sei Ladungsfreiheit angenommen. Verwenden Sie wenn möglich lediglich  $\vec{E}$  und  $\vec{H}$ .
- 1.5 (2%) Was bedeutet der Begriff „effektive Ladungsfreiheit“? Durch welche Formel wird die dielektrische Relaxationszeit  $\tau_D$  angegeben und wie gross ist diese näherungsweise bei Kupfer?

- 1.6 (2%) Ordnen Sie folgende Antennen *aufsteigend* nach (a) Länge, (b) Betrag der Eingangsimpedanz:  $\lambda/2$ -Dipol,  $\lambda$ -Dipol, Hertz'scher Dipol
- 1.7 (2%) Welches Anwendungsgebiet hat eine Drehkreuzantenne?
- 1.8 (2%) Schreiben Sie zwei Definitionen des Antennengewinns an! Erklären Sie die verwendeten Größen und geben Sie ihre Einheiten an!
- 1.9 (2%) Welchen Gewinn hat ein Hertz'scher Dipol gegenüber einem Isotropstrahler?
- 1.10 (2%) Nennen Sie fünf wichtige elektrische Eigenschaften von Antennen!

## 2 Radar (20%)

Name/Mat. Nr.: \_\_\_\_\_

Ein Radargerät auf einem Schiff arbeite mit einer Betriebsfrequenz von 15 GHz und einem Antennengewinn von 33 dBi. In einer Entfernung von 2 km wird ein idealer, kreisförmiger Retroreflektor mit einem Durchmesser von 10 cm geortet.

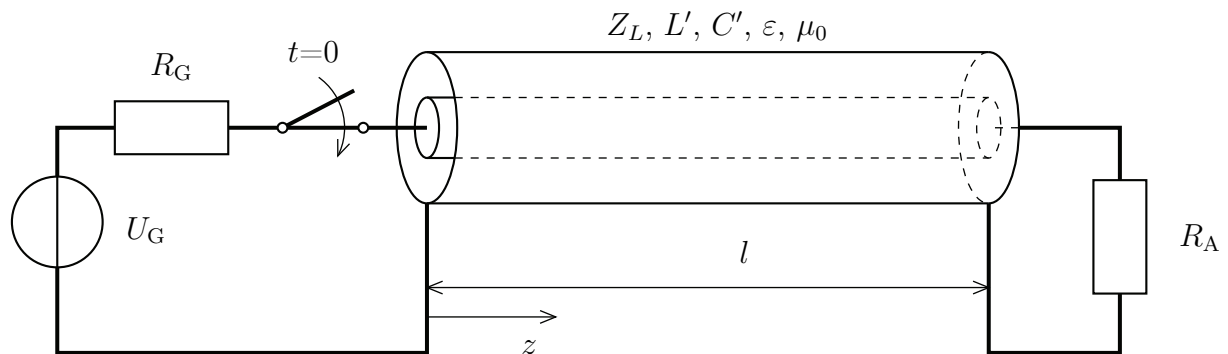
**2.1 (6%) Wie gross ist der Streuquerschnitt  $\sigma$  des Retroreflektors?**

**2.2 (9%) Welche Leistung (in dBm) hat das empfangene Echo, wenn die Sendeleistung 200 W beträgt?**

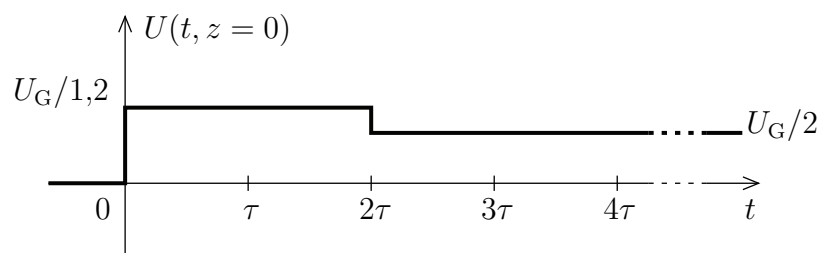
**2.3 (5%) In welcher Entfernung kann der Retroreflektor noch erkannt werden, wenn die minimal detektierbare Empfangsleistung  $-90$  dBm beträgt?**

### 3 Messung am Koaxialkabel (20%)

Ein verzerrungsfreies, näherungsweise verlustloses Koaxialkabel mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$ , der Länge  $l = 150 \text{ m}$  und dem Innenleiterradius  $r_i = 2 \text{ mm}$  wird mit einem Generator mit Innenwiderstand  $R_G = 30 \Omega$  und einem Abschlusswiderstand  $R_A$  wie in der Abbildung dargestellt verbunden.



Zum Zeitpunkt  $t = 0$  wird der Generator eingeschaltet. Am Eingang der Koaxialleitung (bei  $z = 0$ ) wird folgender Spannungsverlauf gemessen. Dabei entspricht  $\tau = 550 \text{ ns}$  der einfachen Laufzeit auf dem Koaxialkabel.



Hinweis:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$ ,  $\varepsilon_0 = 8,8541 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$

**3.1 (3%) Berechnen Sie den Leitungswellenwiderstand  $Z_L$  des Koaxialkabels!**

**3.2 (3%) Berechnen Sie den Abschlusswiderstand  $R_A$ !**

**3.3** (3%) Berechnen Sie die Gruppengeschwindigkeit  $v_G$  auf der Leitung!

**3.4** (5%) Berechnen Sie die Beläge  $L'$  und  $C'$  des Koaxialkabels!

**3.5** (6%) Berechnen Sie  $\varepsilon_r$  des Mediums und bestimmen Sie damit den Außenradius  $r_a$  des Koaxialkabels!

## 4 Richtfunkstrecke (20%)

Für eine Richtfunkstrecke bei 5,8 GHz steht ein Sender mit einer Sendeleistung von  $P = 17$  dBm zur Verfügung. Daran angeschlossen ist eine optimal ausgerichtete, verlustlose Antenne mit einem Gewinn  $G_s = 31$  dBi. In einer Entfernung  $d = 8$  km steht der Empfänger mit einer Antenne mit dem Gewinn  $G_e = 16$  dBi.

**4.1 (5%) In welcher Höhe muss die Richtfunkverbindung mindestens montiert werden, wenn in der Mitte der Strecke Sender-Empfänger ein Haus mit 25 m Höhe befindet?**

**4.2 (6%) Berechnen Sie die empfangene Leistung (in dBm)!**

- 4.3 (5%)** Die Richtcharakteristik  $f(\vartheta, \varphi)$  der Sendeantenne ist bis auf die Variable  $m \in \mathbb{N}$  gegeben,  $A = 1,03$ . Berechnen Sie  $m$ .

$$f(\vartheta, \varphi) = \begin{cases} \sqrt{4\pi} A \cos^m(\vartheta) \sin^{32}(\varphi) \sqrt{\cos(\varphi)} & \text{für } 0 \leq \varphi \leq \pi/2, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- 4.4 (4%)** Bei Bauarbeiten wird die Sendeantenne versehentlich um einen Winkel  $\Delta\theta = 10^\circ$  verdreht,  $\varphi$  bleibt konstant. Um welchen Wert in (dB) ändert sich das SNR am Empfänger?

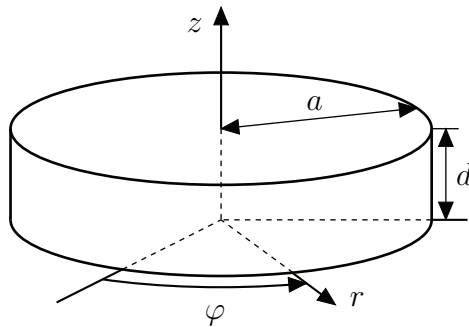


## 5 Verluste im Resonator (20%)

Der abgebildete Resonator mit dem Radius  $a$  und der Höhe  $d$  wird im  $\text{TM}_{010}$  Modus betrieben. Er ist mit Luft gefüllt. Das Feldbild berechnet sich dabei zu

$$\begin{aligned} E_r &= 0 \\ E_\varphi &= 0 \\ E_z &= E_0 J_0(k_r r) \\ H_r &= 0 \\ H_\varphi &= \frac{j\omega\varepsilon}{k_r} E_0 J_1(k_r r) \\ H_z &= 0 \end{aligned}$$

Die Separationsbedingung lautet  $k_r^2 + k_z^2 = \omega^2/c_0^2$ . Beim konkreten Modus folgen aus den Randbedingungen  $k_z = 0$  (entsprechend verschwindet oben  $E_r$  und es fehlen die  $\cos(k_z z)$  Terme) und  $k_r a = 2,4048$  (aus der ersten Nullstelle der Besselfunktion  $J_0(k_r a) = 0$ ).



**5.1 (2%)** Berechnen Sie allgemein die Resonanzfrequenz des Resonators für den gefragten Modus.

**5.2 (15%)** Berechnen Sie allgemein die unbelastete Güte des Resonators für den gefragten Modus unter Berechnung der gespeicherten Energie und der Verluste im Metall.

Hinweis:  $dF = r \, dr \, d\varphi$  und  $dV = r \, dr \, d\varphi \, dz$

Hinweise zur Integration der Besselfunktionen:

$$\int x J_0^2(\alpha x) \, dx = \frac{x^2}{2} [J_1^2(\alpha x) + J_0^2(\alpha x)] \text{ und}$$

$$\int x J_1^2(\alpha x) \, dx = \frac{x^2}{2} \left[ J_0^2(\alpha x) - \frac{2}{\alpha x} J_0(\alpha x) J_1(\alpha x) + J_1^2(\alpha x) \right]$$

**5.3 (3%)** Berechnen Sie die Resonanzfrequenz und die unbelastete Güte des Resonators bei einer spezifischen Leitfähigkeit des Metalls von  $\sigma = 57 \cdot 10^6 \, \text{S/m}$  für die Abmessungen  $a = 42 \, \text{mm}$  und  $d = 5 \, \text{mm}$ .