

Algorísmia

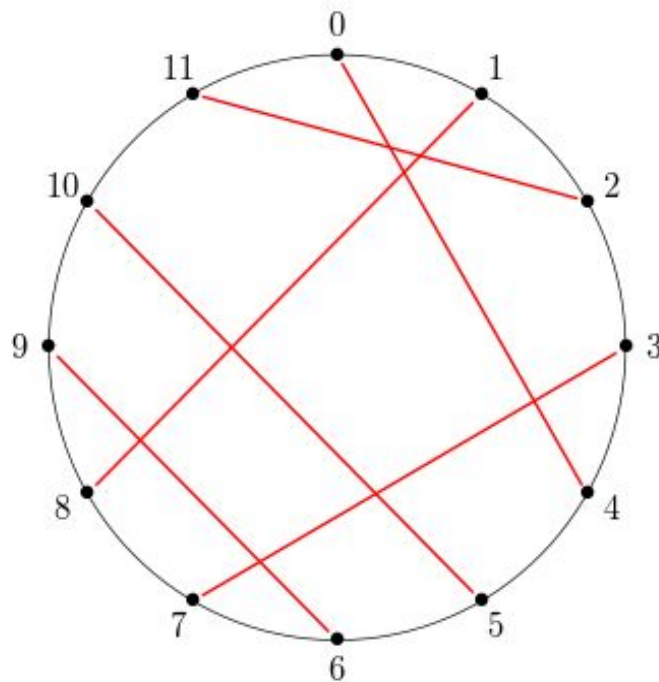
Lliurament: Resolució del problema 53.

Data: Setmana del 02/05, 2015-2016 Q2.

Nom: Ricard Meyerhofer Parra.

53. Donat un conjunt de n cordes en el cercle unitat diem que un subconjunt de cordes es *viable* si no hi han dues cordes que es tallen. Volem trobar un subconjunt viable amb mida màxima.

Per resoldre el problema assumim que mai dues cordes tenen un extrem en comú. Per això podem enumerar els extrems de les n cordes de 0 a $2n - 1$ seguint el sentit de les agulles del rellotge. Aleshores, l'entrada del problema consisteix en una seqüència de n parelles dels nombres $0, \dots, 2n - 1$ on cada i , $0 \leq i \leq 2n - 1$, apareix exactament en una parella. La parella (i, j) representa la corda amb extrems i i j . A la figura següent teniu un exemple de instància amb 6 cordes:



l'entrada corresponent és $(0, 4), (1, 8), (2, 11), (3, 7), (5, 10), (9, 6)$.

Per $0 \leq i < j \leq 2n - 1$, definim $T(i, j)$ com la mida del subconjunt viable més gran que es pot formar amb el conjunt de les cordes (a, b) tals que $i \leq a, b \leq j$.

- Per $0 \leq i < j \leq 2n - 1$, proporcioneu una recurrència que permeti calcular $T(i, j)$.
- Proporcioneu un algorisme que, donat un conjunt de cordes en el cercle unitat, obtingui un conjunt viable amb mida màxima en temps polinòmic.

a)

Recurrencia	(i,j) segmento	$T(i,j) = T[i+1,j-1] + 1$
	(i,k) segmento si $i < k < j$	$T(i,j) = \max(T(i,j), T(i+1,k-1)+T(k+1,j)+1)$
	(k,j) segmento si $i < k < j$	$T(i,j) = \max(T(i,j), T(i,k-1)+T(k+1,j-1)+1)$
	otherwise	$T(i,j) = \max(T(i,j), T(i+1,j-1))$

b)

Tal y como se dice en el enunciado, definimos $T[i,j]$ para $0 \leq i \leq j \leq 2n-1$ como el máximo número de líneas que no se cortan. Necesitamos encontrar $T[0,2n-1]$. Inicializamos $T[i,i]$ como 0 y $T[i,i+1]$ como 1 si $(i,i+1)$ es una línea, del contrario lo inicializamos como 0.

Pseudocode (it takes $O(n^2)$)
<pre>//initializations as explained above. if (i,j) is a line segment : T[i,j]= T[i+1,j-1]+1 else if (i,k) is a line segment and $i < k < j$: T[i,j]= max(T[i,j], T[i+1,k-1]+T[k+1,j]+1) else if (k,j) is a line segment and $i < k < j$: T[i,j]= max(T[i,j], T[i,k-1]+T[k+1,j-1]+1) else : T[i,j]= max(T[i,j], T[i+1,j-1])</pre>