

$$S1 | P_\lambda(n) = \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}$$

$$1) P(\lambda|m) = \frac{P(m|\lambda) P(\lambda)}{P(m)} = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} \cdot \frac{1}{\int_0^\infty d\lambda \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}} \quad \textcircled{=}$$

$$\left( \frac{\int_0^\infty P(m|\lambda) P(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty P(m|\lambda) P(\lambda) d\lambda} \right)$$

$$\textcircled{=} \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} \cdot \frac{m!}{\Gamma(m+1)} = \boxed{\frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!}}$$

$$2) P(\lambda|m, m') = \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} \cdot \frac{\lambda^{m'} e^{-\lambda}}{m'!} \cdot \frac{1}{\int_0^\infty d\lambda \frac{\lambda^m}{m!} \frac{\lambda^{m'}}{m'!} e^{-\lambda} e^{-\lambda}} \quad \textcircled{=}$$

$$\textcircled{=} \frac{\lambda^m \cdot \lambda^{m'} e^{-2\lambda}}{\int_0^\infty d\lambda \lambda^{m+m'} e^{-2\lambda}} \cdot \frac{2^{m+m'+1}}{2^{m+m'+1}} = \boxed{\frac{\lambda^{m+m'} e^{-2\lambda} \cdot 2^{m+m'+1}}{(m+m')!}}$$

S2 | Пусть A - (+)test  
B - наличие covid

$$\text{Тогда } P(A|B) = 0,99; P(A) \sim 10^{-2} (=10^{-2} \cdot (1-10^{-5}) + 0,99 \cdot 10^{-5})$$

$$P(B) = 10^{-5} \Rightarrow \text{по th. Байеса}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A)} = \frac{0,99 \cdot 10^{-5}}{10^{-2}} = 0,99 \cdot 10^{-3} = \boxed{0,099\%}$$

$$S5 | J = \|X\omega - y\|^2 \rightarrow \min_{\omega} \quad \text{with } \sum_{\alpha} |\omega_{\alpha}| < C$$

$$\Rightarrow J = \|X\omega - y\|^2 + \lambda \left[ \left( \sum_{\alpha} |\omega_{\alpha}| \right) - C \right] \quad \left| \begin{array}{l} \text{Да-то зб-то} \\ \text{Да-то зб-то} \end{array} \right.$$

Теорема Каруша - Куна - Таккера:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \min_x L(x) = L(\hat{x}) \\ 2) \lambda_i g_i'(\hat{x}) = 0, \text{ где } g_i = \sum_{\alpha} |\omega_{\alpha}| - \frac{C}{\lambda} \leq 0 \\ 3) \lambda_i \geq 0, \forall i \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{x} - \text{минимизирует } L$$

Для  $J_1$ : решение дает стационарную(1) точку, причем  $\mu > 0$  (3). Очевидно, можно подобрать  $C$ , такое, что (2) так же удовл.

Для  $J_2$ : при  $\lambda = \mu$   $\frac{\partial J}{\partial \omega_{\alpha}} = \frac{\partial J_1}{\partial \omega_{\alpha}}$   
Для  $J_2$  знаем  $\hat{\omega}$  удовл. теореме

Для  $J$ : аналогично удовл. теореме

$\Rightarrow$  обе  $J$  и  $J_1$  по теореме минимизируются