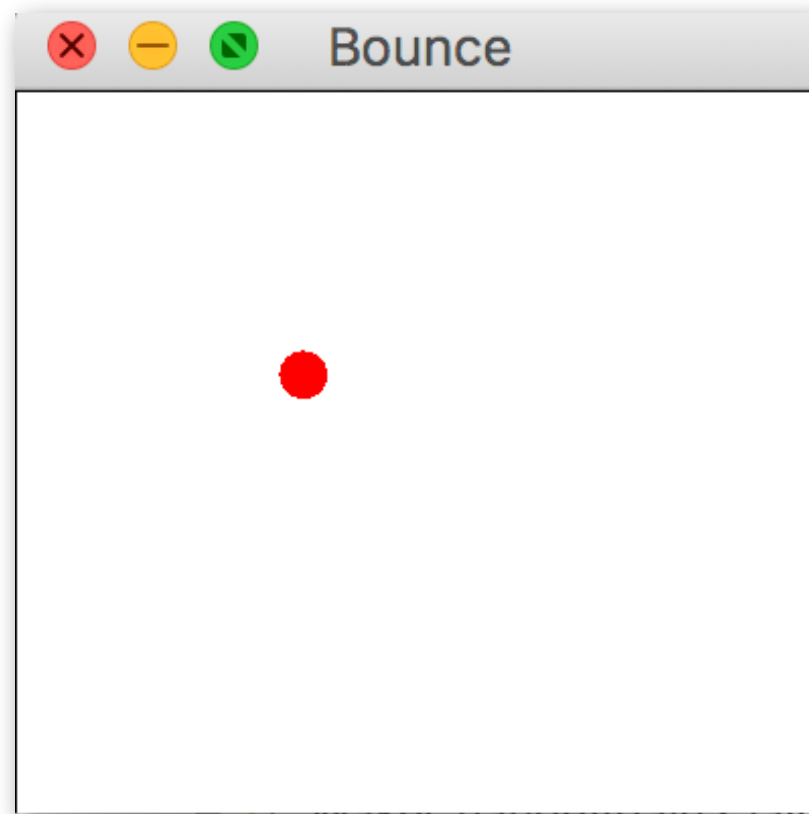


7

반복: 루프와 재귀호출

공 튀기기



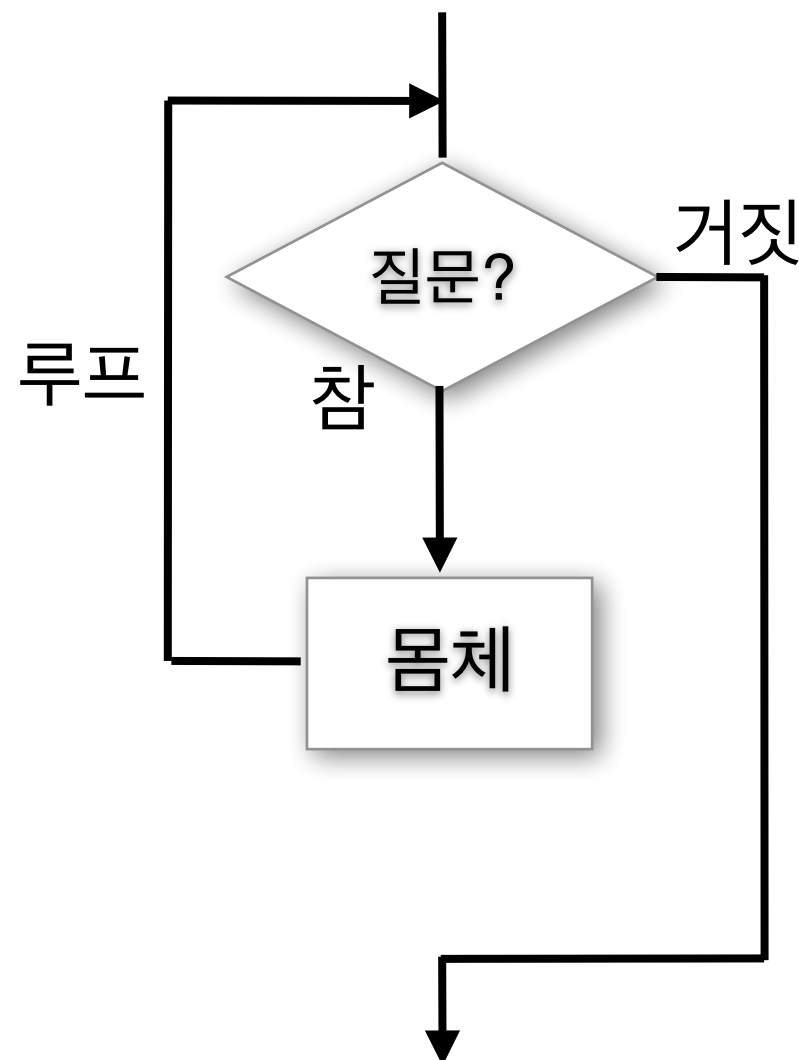
while 루프

○ 문법

- while (질문?) { 몸체 }
- 질문?은 논리계산식
- 몸체는 명령문의 나열

○ 의미구조

- 질문을 계산한다.
- 질문이 참이면 몸체를 실행하고 처음부터 다시
- 질문이 거짓이면 루프 종료



루프는 반복

- 정해진 반복 (definite iteration)
 - 반복 횟수가 시작시 알고 있는 경우
- 정해지지 않은 반복 (indefinite iteration)
 - 반복 횟수가 시작시 모르는 경우
- 제한없는 반복 (unbounded iteration)
 - 끝없이 반복하는 경우
 - 루프가 발산한다(diverge)고 한다.

정해진 반복 예

- 평균을 구하자
 - $\text{average} = (\text{exam1} + \dots + \text{examN}) / N$
- 알고리즘
 - “시험횟수” N을 알고 있다고 가정
 - 총점 = 0, 완료횟수=0
 - 시험횟수와 완료횟수가 같을 때까지 아래를 반복
 - 다음 시험점수를 입력받고,
 - 시험점수를 총점에 누적하고,
 - 완료횟수를 1 증가시킨다.
 - 총점/시험횟수를 계산하여 평균을 구한다.

```
public double computeAverage(int how_many)
{
    double total_points = 0.0; // 총점
    int count = 0; // 얼마나 읽었나? 루프 카운터
    while (count != how_many)
        // 매 반복마다 다음을 만족한다. 루프 불변식 (loop invariant)
        // total_score == exam_1 + exam_2 + ... + exam_count
        {
            // 시험점수를 입력 받는다.
            String input = JOptionPane.showInputDialog
                ("Type next exam score:");
            int score = new Integer(input).intValue();
            total_points = total_points + score; // 누적
            count = count + 1;
            // 진행결과를 인쇄
            System.out.println("count = " + count +
                               "; total = " + total_points);
        }
    // 결론: total_points == exam_1 + exam_2 + ... + exam_how_many
    return (total_points / how_many);
}
```

루프 불변식 (Loop Invariant)

- 루프가 돌면서 매번 시작지점에서 만족하는 성질
- 이 성질을 알지 못한다면 우리가 루프를 제대로 작성하고 있는 것이 아니다.
 - 예, sum이 1~count까지 더한 수이다.
 - 예, count 개의 테가 그려졌다.
- 루프 불변식으로부터 루프가 끝났을 때 만족하는 성질을 결론 지을 수 있다.

주목: 정해진 반복

- 정해진 반복은 보통 다음과 같은 패턴
 - 몇 번 돌았는지 루프 카운터(loop counter)로 기억
 - 질문은 루프 카운터가 충분히 돌았는지 검사
 - 몸체에서 루프 카운터를 증가

- 패턴

```
int count = 초기값;  
while (count 질문) {  
    몸체  
    count 증가  
}
```

```
int count = 초기값;  
while (count 질문) {  
    count 증가  
    몸체  
}
```


예제, 과녁그리기 (BullsEye)

- n 개의 테를 가지는 “과녁” 그리는 프로그램을 작성하였다. n 은 사용자에게 입력 받는다.
- 사용자에게 입력 받는 순간 루프의 반복 횟수는 결정된다.
- 다음과 같은 변수 필요
 - count: 테의 수 기억
 - color: 색깔 기억
 - diameter: 직경 기억



```
public void paintBullsEye(int x, int y, int rings, int size, Graphics g)
{
    int count = 0;           // 0개의 테를 칠했음
    int diameter = size;     // 칠해야 할 테의 직경
    int width = size / rings; // 각 테의 크기 차이
    Color color = Color.red;

    while (count != rings) {
        // 루프불변식: count개 테까지 칠해졌음

        // 위치 계산
        int new_x = x + ((width * count)/2);
        int new_y = y + ((width * count)/2);

        // 테 그리기
        g.setColor(color);
        g.fillOval(new_x, new_y, diameter, diameter);

        // 모든 변수 재조정
        count = count + 1;
        diameter = diameter - width;
        if (color==Color.red) color=Color.white; else color=Color.red;
    }
}
```

잘못하면, 무한반복 (non-terminate) 가능

처음에 총 횟수를 -1로 주면?

```
public double computeAverage (int how_many)
{
    double total_points = 0.0;
    int count = 0;
    while ( count != how_many ) {
        String input = JOptionPane.showInputDialog
            ("Type next exam score:");
        int score = new Integer(input).intValue();
        total_points = total_points + score;
        count = count + 1;
        System.out.println("count = " + count +
                           "; total = " + total_points);
    }
    return (total_points / how_many);
}
```

수정 (Remedy)

처음에 총 횟수를 -1로 주면?

```
public double computeAverage (int how_many)
{
    double total_points = 0.0;
    int count = 0;
    while ( count < how_many ) {
        String input = JOptionPane.showInputDialog
            ("Type next exam score:");
        int score = new Integer(input).intValue();
        total_points = total_points + score;
        count = count + 1;
        System.out.println("count = " + count +
                           "; total = " + total_points);
    }
    return (total_points / how_many);
}
```

정해지지 않은 반복: 입력 처리

- 사용자에게 입력을 여러 개 받는 경우, 처음에 그 갯수를 정하지 않고 입력받는 도중에 끝을 아는 경우가 편리한 경우가 많다.
- “취소” 단추 또는 “끝내기” 단추

```
boolean processing = true;
while (processing)
{   입력을 받고
    if (종료하라고 해?) processing = false;
    else                { 여기서 실제로 일을 하자 }
}
```

예제, 평균 내기

- 사용자에게 입력을 취소 단추 누를때까지 받는다.

```
public double computeAverage()
{
    double total_points = 0.0;
    int count = 0;
    boolean processing = true;

    while (processing) {
        String input = JOptionPane.showInputDialog
            ("Type next exam score (or press Cancel to quit):");
        if (input == null) processing = false; // 취소 단추를 누르셨군요
        else { // 정상적으로 수행 ... }
    }

    if ( count == 0 ) // 처음부터 취소 단추를 누른 경우
        throw new RuntimeException("error: no input supplied");

    return (total_points / count);
}
```

정해지지 않은 반복: 검색

- 여러 값 들의 모임에서 검색을 할 때는 찾을 때까지, 또는 끝까지 반복한다.

```
boolean item_found = false;
모임에서 첫번째 원소를 정한다.
while (item_found && 찾을것이 더 있니?)
{ 현재 것을 검사
  if (원하는 것이면) item_found = true;
  else                { 다음 것을 정한다. }
}
```

예제, 문자열 검색

- 문자열 s 와 문자 c 가 주어지면 s 를 왼쪽부터 보아서 처음 c 가 나오는 위치를 찾아라.
- 알고리즘
 - 위치(index)를 0으로 둔다.
 - 위치가 문자열 길이보다 작을 때까지 다음을 반복한다.
 - $s.charAt(index)$ 가 c 이면 반복을 종료한다.
 - 아닌 경우, 위치(index)를 증가시킨다.


```
public int findChar(char c, String s)
{
    boolean found = false; // s에서 c를 찾았는지?
    int index = 0;         // 지금 s에서 어느 위치를 보고 있는지?

    while (!found && index < s.length()) {
        // 루프 불변식:
        // (1) found==false 경우, c가 s의 0...(index-1)까지 없었다.
        // (2) found==true  경우, c==s.charAt(index)
        if (s.charAt(index) == c)
            found = true;
        else
            index = index + 1;
    }
    if (!found) index = -1; // 못찾은 경우 -1를 반환
    return index;
}
```

예제, 소수(Prime Number)니?

- 정수 n 을 받아서 소수인지 답하여라.
- 알고리즘
 - 현재(current)를 $n/2$ 로 둔다.
 - current가 2보다 작아질 때까지 다음을 반복한다.
 - $n \% \text{current} == 0$ 이면 반복을 종료한다. (소수가 아니다)
 - 아닌 경우, current를 1 감소시킨다.

```
public int isPrime(int n)
{
    if (n<2)
        throw new RuntimeException("error: invalid " + n );
    else {
        boolean found = false; // 인수를 찾았니?
        int c = n/2;           // 현재 검색 중인 것
        while (!found && c>1) {
            // 루프 불변식:
            // (1) found==false 경우, n이 c+1...n/2로 나누어 지지 않는다.
            // (2) found==true  경우, n이 c로 나누어진다.
            if (n%c == 0)
                found = true;
            else
                c = c-1;
        }
        if (!found) return 1; // 못찾은 경우 1을 반환
        return c;
    }
}
```

7.6 세는 루프 for-문

- 앞서 예제에서 보았듯이 다음 패턴의 루프가 자주 사용된다.
 - 변수를 초기화하고
 - 매 반복마다 그 변수에 대한 질문을 하고
 - 매 반복마다 그 변수를 변경하는
- 세는 루프 편하게 작성하기
 - `for(초기화; 질문; 변경) { 루프 몸체 }`

```
public int findChar(char c, String s)
{
    boolean found = false;
    int index = 0;
    while (!found && index<s.length()) {
        if (s.charAt(index) == c)
            found = true;
        else
            index = index + 1;
    }
    if (!found) index = -1;
    return index;
}
```

```
public int findChar(char c, String s)
{
    int index;
    for(index=0; index<s.length() && s.charAt(index)!=c; index++);
    if (index==s.length()) index = -1;
    return index;
}
```

```
public int isPrime(int n) {  
    boolean found = false; // 인수를 찾았니?  
    int c = n/2;           // 현재 검색 중인 것  
    while (!found && c>1) {  
        if (n%c == 0) found = true;  
        else c = c-1;  
    }  
    if (!found) return 1; // 못찾은 경우 1을 반환  
    return c;  
}
```

```
public int isPrime(int n) {  
    int c;  
    for(c=n/2; c>1 && n%c!=0; c=c-1);  
    return c;  
}
```

주의: 세는 변수의 선언

- 세는 변수의 선언을 어떻게 하느냐에 따라 세는 변수의 유효 범위가 달라진다.

```
for(int i=0; i<10; i++)  
{ <body> }
```

||

```
{  
    int i=0;  
    while (i<10)  
    {  
        <body>  
        i++  
    }  
}
```

```
int i;  
for(i=0; i<10; i++)  
{ <body> }
```

||

```
int i;  
{  
    i=0;  
    while (i<10)  
    {  
        <body>  
        i++  
    }  
}
```

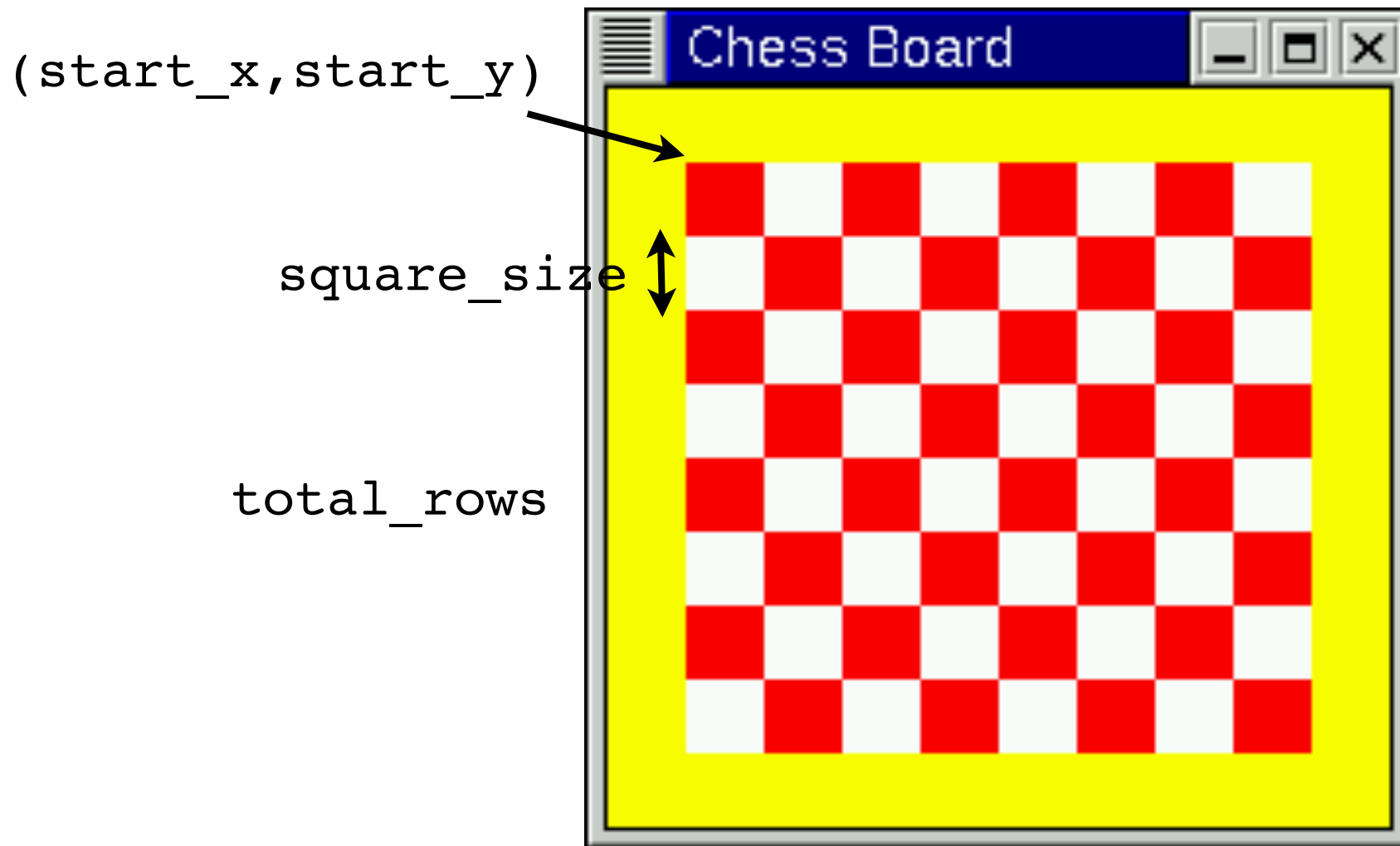
중첩 루프 (Nested Loops)

- 루프 안에 루프가?!
 - 지금까지는 1차원 평면을 돌아 다녔다.
 - 2차원 또는 고차원 평면을 돌아 다니려면 중첩된 루프를 사용할 필요가 있다.

예제, 구구단을 외자

```
for (int i=1; i<10; i=i+1) {  
    // 루프 불변식: 구구단의 i-1단까지 출력했다.  
    for (int j=1; j<10; j=j+1) {  
        // 루프 불변식: 구구단의 i-1단까지 출력했고, i단의 j항까지 출력했다.  
        System.out.print( i + "*" + j + "=" + (i*j) + " ");  
    }  
    System.out.println();  
}
```

예제, 체스판 그리기



```
private void paintBoard (int start_x, int start_y,  
                        int total_rows, int square_size, Graphics g)  
{  
    for (int x = 0; x < total_rows; x++) {  
        // 루프불변식: x열까지 그렸음  
        int x_position = start_x + (x * square_size);  
        for ( int y = 0; y < total_rows; y++ ) {  
            // 루프불변식: x열의 y칸까지 그렸음  
            int y_position = start_y + (y * square_size);  
            if ( ((x + y) % 2) == 0 )  
                g.setColor(Color.red);  
            else  
                g.setColor(Color.white);  
            g.fillRect (x_position, y_position,  
                        square_size,square_size);  
        }  
    }  
}
```

재귀호출 프로그래밍

- $n!$ 을 구하는 함수를 작성하세요.
- 두 가지 접근 방법
 - $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$
 - $0! = 1$
 $n! = n \cdot (n-1)! \text{ if } n > 0$
- 두 번째 접근 방법
 - $n! \rightarrow n \cdot (n-1)! \rightarrow n \cdot (n-1) \cdot (n-2)! \rightarrow n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$

재귀로 문제풀기

- 가장 작은 문제에 대해 풀자. 일반적으로 큰 일 없이 풀릴 것이다.
- 예, $1! = 1$
- 보다 큰 문제를 풀때, 보다 작은 문제에 대해서 놀랍게도 이미 풀렸다고 가정하자. 그러면 큰 문제가 풀릴 것이다.
- 예, $n! = n \cdot (n-1)!$
- 이 두 가지를 엮으면 재귀적으로 문제가 풀린 것이다.

수학적 귀납법 (Mathematical Induction)

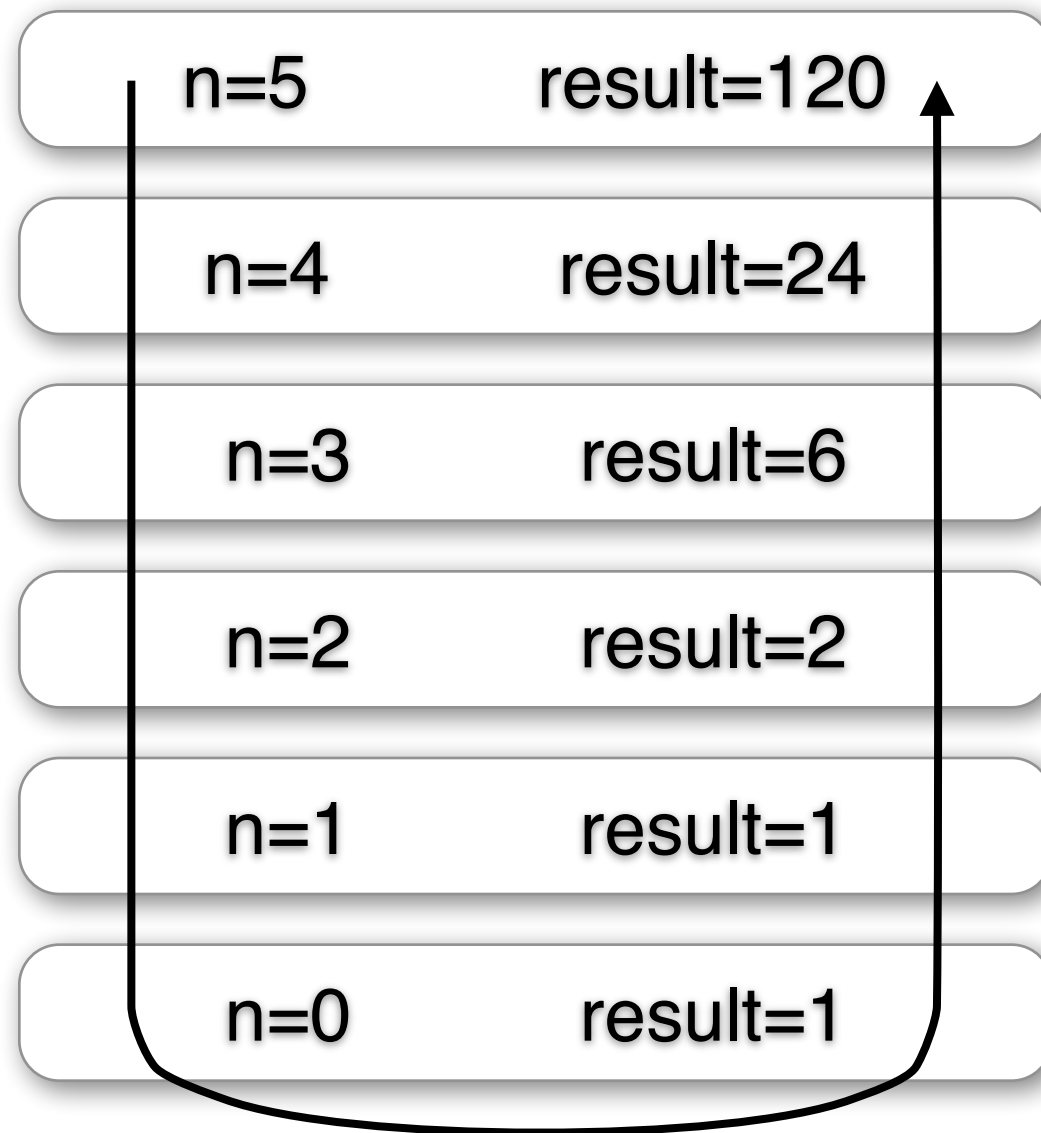
- 모든 자연수 n 에 대해 증명하고자 하는 성질을 $P(n)$ 이라고 하자.
- $P(0)$ 를 증명한다.
- $i < k$ 인 모든 i 에 대해 $P(i)$ 가 참이라고 가정하고, $P(k)$ 를 증명한다.
- 수학적 귀납법에 의해 모든 자연수 n 에 대해 $P(n)$ 이 사실이다.

재귀로 팩 계승

```
public long fac (int n)
{
    if(n==0)
        return 1;                // 0!=1
    else
        return (n * fac(n-1)); // n!=n*(n-1)!
}
```

재귀의 실행

```
public long fac (int n)
{
    if(n==0)
        return 1;
    else
        return (n * fac(n-1));
}
```



재귀 vs 루프

```
public long fac (int n)
{
    if(n==0)
        return 1;
    else
        return (n * fac(n-1));
}
```

```
public long fac (int n)
{
    answer = 1;
    for(int i=1; i<=n; i++)
        answer = answer * i;
    return answer;
}
```

루프로 구현한 것이 더 성능이 빠르다 (항상?)

재귀로 구현할 때 생각을 단순하게 할 수 있다.

모든 루프는 재귀로 쉽게 변환 가능하다.

모든 재귀는 루프로 쉽게 변환 가능하다.

피보나치 수 (Fibonacci Numbers)

- 토끼 개체 수의 증가를 모델링
 - 첫 달에는 새로 태어난 토끼 한쌍만 존재
 - 두 달 이상된 토끼는 번식 가능
 - 번식 가능한 토끼 한쌍은 매달 새끼 한쌍 낳음
 - 토끼는 죽지 않음
- n ($n > 0$) 번째 달에 a 쌍의 토끼,
 $n+1$ 번째 달에 새로 태어난 토끼 포함, b 쌍의 토끼가 있었으면
 $n+2$ 번째 달에는 $a+b$ 쌍의 토끼가 있음 (왜?)
- 공식
 - $\text{fib}(1) = \text{fib}(2) = 1$
 - $\text{fib}(n) = \text{fib}(n-1) + \text{fib}(n-2)$

재귀로 푼 피보나치 수

```
public long fib (int n) {  
    {  
        if( n==1 || n==2)  
            return 1;                // fib(1)=fib(2)=1  
        else  
            return (fib(n-1) + fib(n-2)); // fib(n)=fib(n-1)+fib(n-2)  
    }  
}
```

루프로 변환할 수 있을까?

반복으로 푸는 피보나치 수

```
public long fib (int n) {  
    // If the value of N is one or two return 1  
    if( n == 1 || n == 2) return 1;  
    // Keep track of the fibonacci values for N-1 and N-2  
    int n_1 = 1;  
    int n_2 = 1;  
  
    // From the bottom-up calculate all the fibonacci values  
    // until you reach the n-1 and n-2 values of the target fib(n)  
    for(int i = 3; i < n; i++) {  
        int temp = n_2;  
        n_2 = n_2 + n_1;  
        n_1 = temp;  
    }  
    return n_1 + n_2;  
}
```

유클리드 호제법

- 최대 공약수(greatest common divisor) 계산 알고리즘
- 정수 a 와 b 의 최대 공약수 ($\text{gcd}(a, b)$)
= 정수 b 와 a 를 b 로 나눈 나머지의 최대 공약수
($\text{gcd}(b, a \% b)$)
- 예: 1071 과 1029 의 최대 공약수
 - $\text{gcd}(1071, 1029)$
= $\text{gcd}(1029, 42)$
= $\text{gcd}(42, 21)$
= $\text{gcd}(21, 0) = 21$

재귀로 푼 유클리드 호제법

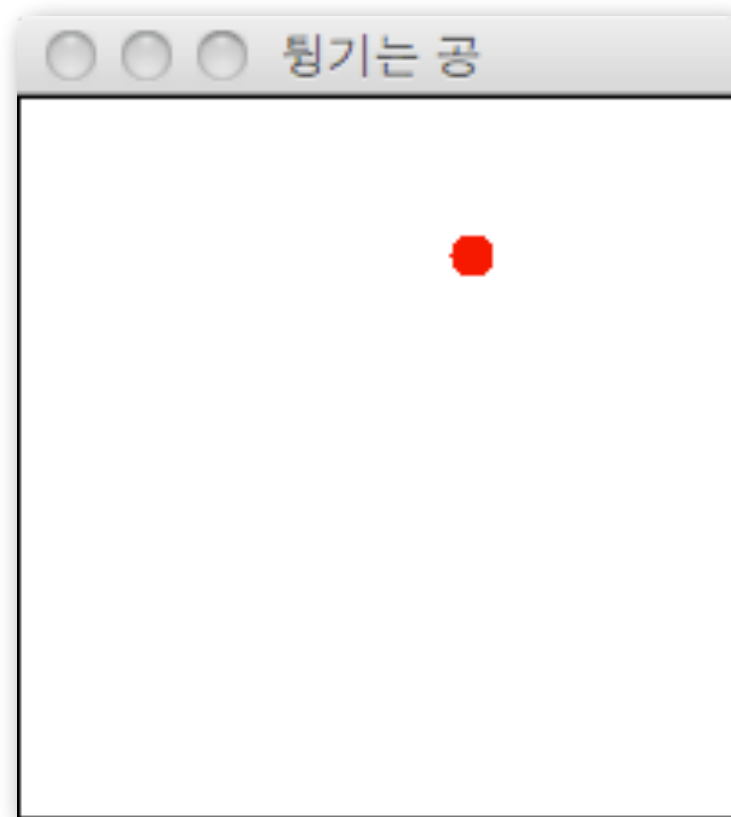
```
public int findGCD(int k, int m) {  
  
    // base case  
    if(m == 0) {  
        return k;  
    }  
  
    return findGCD(m, k % m);  
}
```

루프로 변환할 수 있을까?

반복으로 푸는 유클리드 호제법

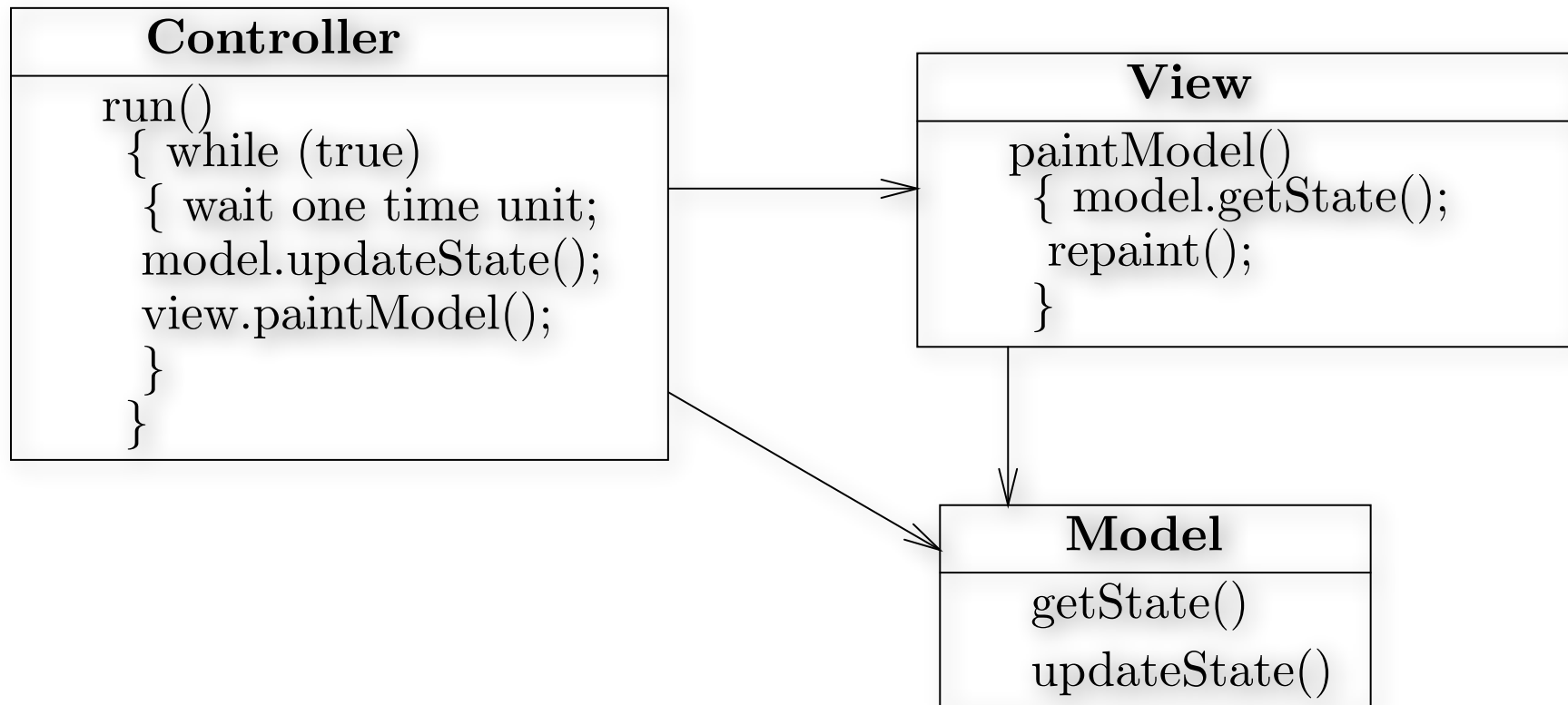
```
public int findGCD(int k, int m) {  
    while (m != 0) {  
        int r = k % m;  
        k = m;  
        m = r;  
    }  
    return k;  
}
```

설계 예제, 튕기는 공

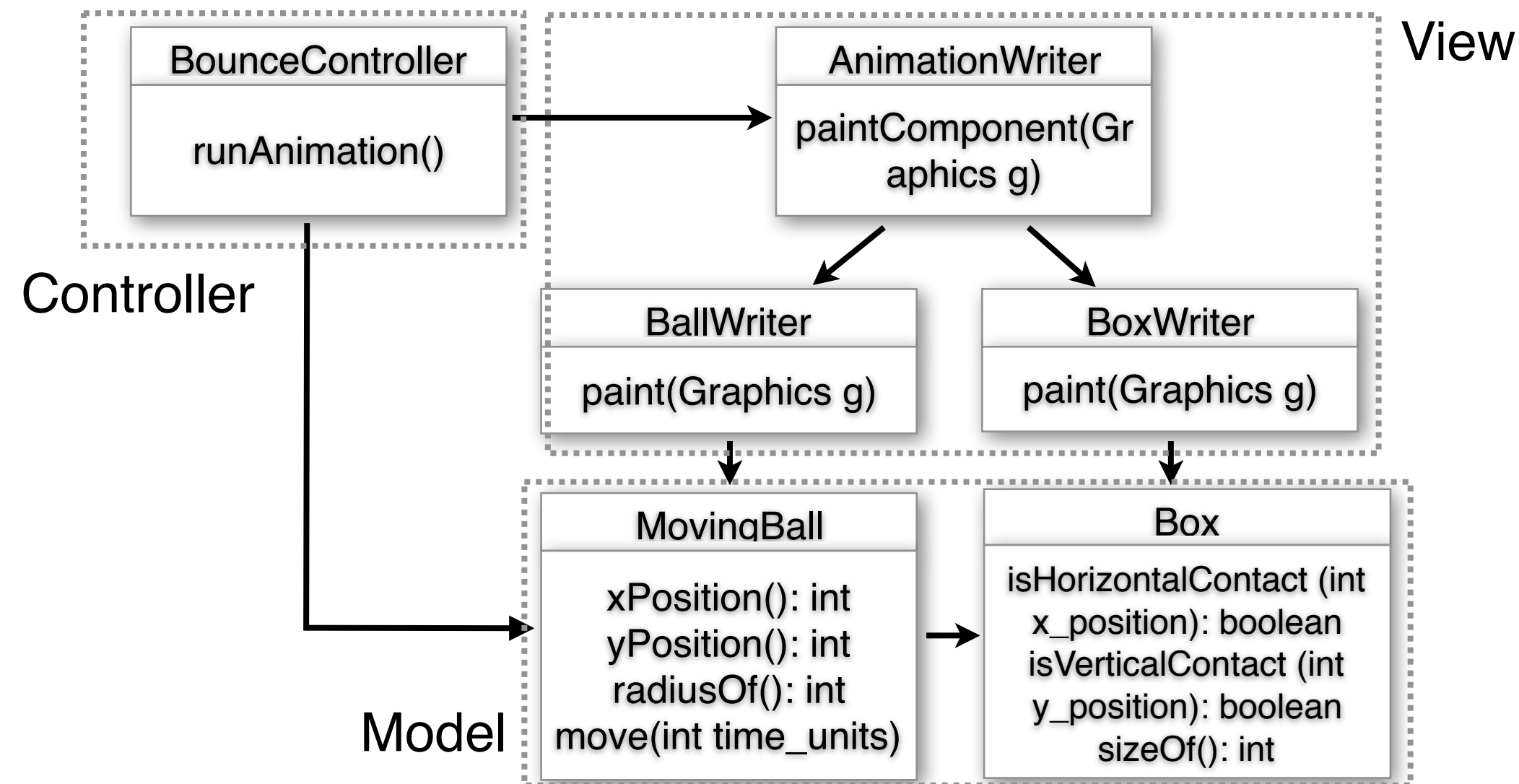


공이 상자안에서 튕기면서 움직이도록 하자.

움직이는 그림의 소프트웨어 구조



팅기는 공의 소프트웨어 구조



명세: class MovingBall (모델)

생성자	
<code>MovingBall(int x_initial, int y_initial, int r, Box box)</code>	해당 인수들로 객체를 초기화
속성	
<code>private int x_pos</code>	공의 x좌표
<code>private int y_pos</code>	공의 y좌표
<code>private int radius</code>	공의 반지름
<code>private int x velocity</code>	공의 수평 이동속도: 양수면 오른쪽으로 이동
<code>private int y velocity</code>	공의 수직 이동속도: 양수면 아래쪽으로 이동
<code>private Box container</code>	공이 그 안에서 움직이고 있는 테두리 박스
메소드	
<code>move(int time_units)</code>	<code>time_units</code> : 공이 마지막으로 움직인 이후 흐른 시간. 이 값과 현재 공의 위치, 속도에 따라 공의 위치를 갱신
<code>getState()</code>	공의 현재 위치, 속도, 크기 등 반환

명세: class Box (모델)

<code>class Box</code>	models a square box
Attribute	
<code>int BOX_SIZE</code>	the width of the square box
Methods	
<code>inHorizontalContact(int x_position): boolean</code>	responds whether <code>x_position</code> (a horizontal coordinate) is in contact with one of the Box's (leftmost or rightmost) walls
<code>inVerticalContact(int y_position): boolean</code>	responds whether <code>y_position</code> (a vertical coordinate) is in contact with one of the Box's (upper or lower) walls

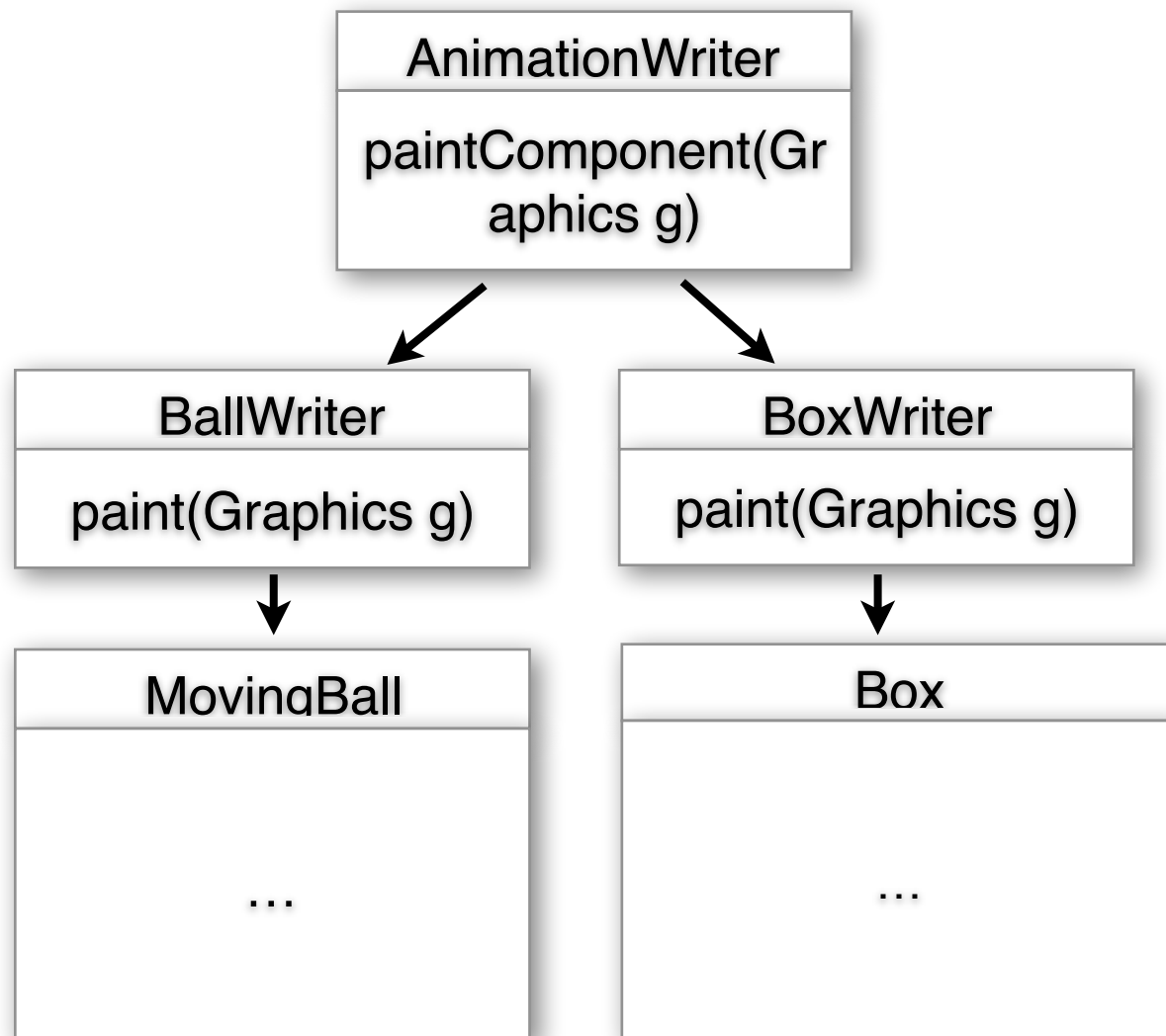
```
public class MovingBall
{
    private int x_pos, y_pos, radius;
    private int x_velocity = 5;
    private int y_velocity = 2;
    private Box container;

    public MovingBall(int x, int y, int r, Box box) {
        x_pos=x; y_pos=y; radius=r; container=box;
    }
    public int xPosition() { return x_pos; }
    public int yPosition() { return y_pos; }
    public int radiusOf() { return radius; }

    public void move(int time_units) {
        x_pos = x_pos + x_velocity * time_units;
        if(container.inHorizontalContact(x_pos))
            x_velocity = -x_velocity;
        y_pos = y_pos + y_velocity * time_units;
        if(container.inVerticalContact(y_pos))
            y_velocity = -y_velocity;
    }
}
```

```
public class Box {  
    private int box_size;  
    public Box(int size) { box_size = size; }  
    public boolean inHorizontalContact(int x_position) {  
        return x_position <= 0 || x_position >= box_size;  
    }  
    public boolean inVerticalContact(int y_position) {  
        return y_position <= 0 || y_position >= box_size;  
    }  
    public int sizeOf() { return box_size; }  
}
```

뷰 (View)



```
public class AnimationWriter extends JPanel
{ private BoxWriter box_writer;    // the output-view of the box
  private BallWriter ball_writer;  // the output-view of the ball in the box

  /** Constructor AnimationWriter constructs the view of box and ball
   * @param b - the box's writer
   * @param l - the ball's writer
   * @param size - the frame's size */
  public AnimationWriter(BoxWriter b, BallWriter l, int size)
  { box_writer = b;
    ball_writer = l;
    JFrame my_frame = new JFrame();
    my_frame.getContentPane().add(this);
    my_frame.setTitle("Bounce");
    my_frame.setSize(size, size);
    my_frame.setVisible(true);
  }

  /** paintComponent paints the box and ball
   * @param g - the graphics pen */
  public void paintComponent(Graphics g)
  { box_writer.paint(g);
    ball_writer.paint(g);
  }
}
```



```
public class BallWriter
{ private MovingBall ball;    // the (address of the) ball object displayed
  private Color balls_color; // the ball's color

  /** Constructor BallWriter
   * @param x - the ball to be displayed
   * @param c - its color */
  public BallWriter(MovingBall x, Color c)
  { ball = x;
    balls_color = c;
  }

  /** paint paints the ball on the view
   * @param g - the graphics pen used to paint the ball */
  public void paint(Graphics g)
  { g.setColor(balls_color);
    int radius = ball.radiusOf();
    g.fillOval(ball.xPosition() - radius,
               ball.yPosition() - radius, radius * 2, radius * 2);
  }
}
```

```
public class BoxWriter
{ private Box box;    // the (address of the) box object that is
  displayed

  /** Constructor BoxWriter displays the box
   * @param b - the box that is displayed */
  public BoxWriter(Box b)
  { box = b; }

  /** paint paints the box
   * @param g - the graphics pen used to paint the box */
  public void paint(Graphics g)
  { int size = box.sizeOf();
    g.setColor(Color.white);
    g.fillRect(0, 0, size, size);
    g.setColor(Color.black);
    g.drawRect(0, 0, size, size);
  }
}
```

제어기 (Controller)

- 다음을 영원히 반복:
 - 공에게 1 시간단위 만큼 움직이라고 지시
 - 뷰에게 현재 공의 현재 상태를 다시 그리라고 지시

```
public class BounceController {  
    private MovingBall ball; // model object  
    private AnimationWriter writer; // output-view object  
    public BounceController(MovingBall b, AnimationWriter w)  
    { ball = b; writer=w; }  
  
    public void runAnimation() {  
        int time_unit = 1;  
        int painting_delay = 20;  
        while (true)  
        {  
            delay(painting_delay);  
            ball.move(time_unit);  
            writer.repaint();  
        }  
    }  
    private void delay(int how_long) {  
        try { Thread.sleep(how_long); } catch (InterruptedException e) { }  
    }  
}
```

요약

- 루프 구문

- while (질문?) { 몸체 }
- for (초기화; 질문; 변경) { 몸체 }

- 루프 불변식

- 재귀

- 현재 문제 크기보다 작은 문제에 대해서 답이 있다고 가정하고 푼다.