ЛР по ИТ в физике
Круглов Иван, г. 1/2

1) Математическая модель

Уравнение для тока в цепи.

Все элементы цепи соединены последовательно, поэтому сила тока во всех ее участках в данный момент времени одинакова, а сумма напряжений на всех элементах равна э. д. с.

Учитывая, что внутреннее сопротивление равно нулю, имеем: UL +UC =ε, (1)

где UC - напряжение на конденсаторе,
UL - напряжение на катушке индуктивности.

Напряжение на конденсаторе UC связано с зарядом q его верхней пластины и его емкостью C соотношением

UC = q/C.

Напряжение на индуктивности в любой момент времени равно по величине и противоположно по знаку э. д. с. самоиндукции.

Поэтому

UL = LdI/dt.
Ток в цепи I равен (по рис. 1) равен скорости изменения заряда

верхней пластины конденсатора:

I = dq/dt.

Подставляя ток в выражение для напряжения на катушке и обозначая вторую производную заряда конденсатора q по времени через q'', перепишем уравнение (1) в виде

L q'' + q / C = ε. Обозначим $\omega 0^2$ = 1/ LC и

следующим образом:
q''+ $\omega 0^2$q = ε/L

запишем

(2)

уравнение (2)

(3)

Это уравнение отличается от дифференциального уравнения свободных гармонических колебаний с частотой $\omega 0$ только тем, что в его левой части вместо нуля стоит постоянная величина ε / L. Его можно привести к уравнению гармонических колебаний, если сделать простую замену

$q = Q + \varepsilon/L\omega 0^2$ (4) Поскольку $q = Q''$, то в результате такой замены правая часть в

уравнении (3) пропадает, и оно принимает вид
$Q'' + \omega 0^2 Q = 0$ (5)

Уравнение (5) - это уравнение свободных гармонических колебаний с частотой $\omega 0$, но только теперь величиной, совершающей синусоидальные колебания, является не заряд пластины q, а введенная соотношением (4) величина Q:

$Q(t) = Q0\cos(\omega 0t + \alpha)$.
Постоянные Q0 и α должны определяться из начальных

(6)

условий.

С учетом постановки задачи нас интересует изменение величины q(t). Второе слагаемое в правой части выражения (4) равно $C\varepsilon$, для заряда конденсатора q(t) с помощью (6) получаем

$q(t) = Q0\cos(\omega 0t + \alpha) + C\varepsilon$. (7)

По условию задачи в начальный момент времени $t = 0$ конденсатор не заряжен, а а ключ разомкнут, т.е. тока в цепи нет. Поэтому соответствующие рассматриваемой задаче начальные условия имеют вид

$q(0) = 0, I(0) = 0$ (8)

Чтобы выбрать постоянные Q0 и α, удовлетворяющие начальным условиям (8), нужно сначала найти с помощью (7) выражение для тока в цепи I:

$I(t)= dq/dt =-Q0\omega 0 \sin(\omega 0t + \alpha)$ (9) Полагая (9) и (7) $t = 0$ и учитывая начальные условия (8),

получаем уравнения для нахождения Q0 и $Q0 \cos(\alpha) + C\varepsilon=0$,

α :

(10)

Из первого соотношения (10) видно, что
второго соотношения следует, что $\sin(\alpha) = 0$, т. е. начальную фазу колебаний α можно положить равной нулю. Подставляя $\alpha = 0$ в первое соотношение (10), находим $Q0 = - C\varepsilon$. Удовлетворяющее начальным условиям (8) решение уравнения (3) имеет вид

$q(t) = C\varepsilon(1-\cos(\omega 0t))$ (11)

Такой же вид имеет и зависимость от времени напряжения на конденсаторе

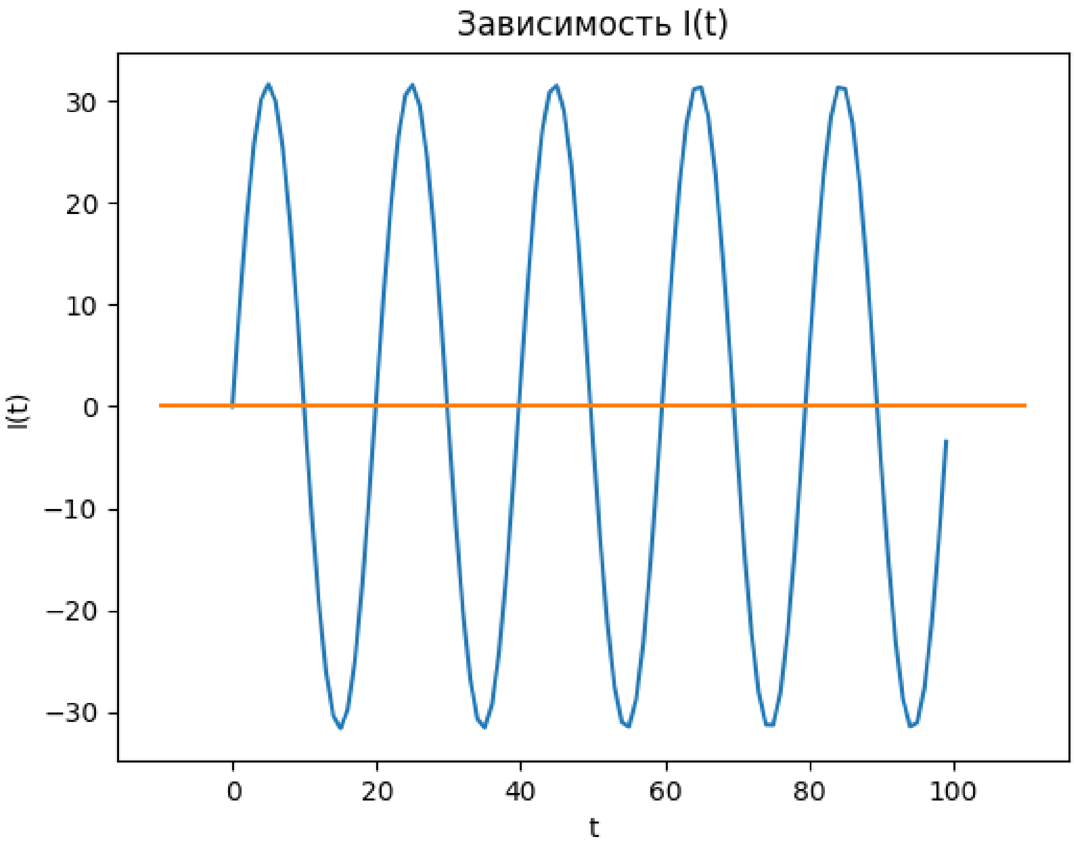
$U(t) = q / C$.

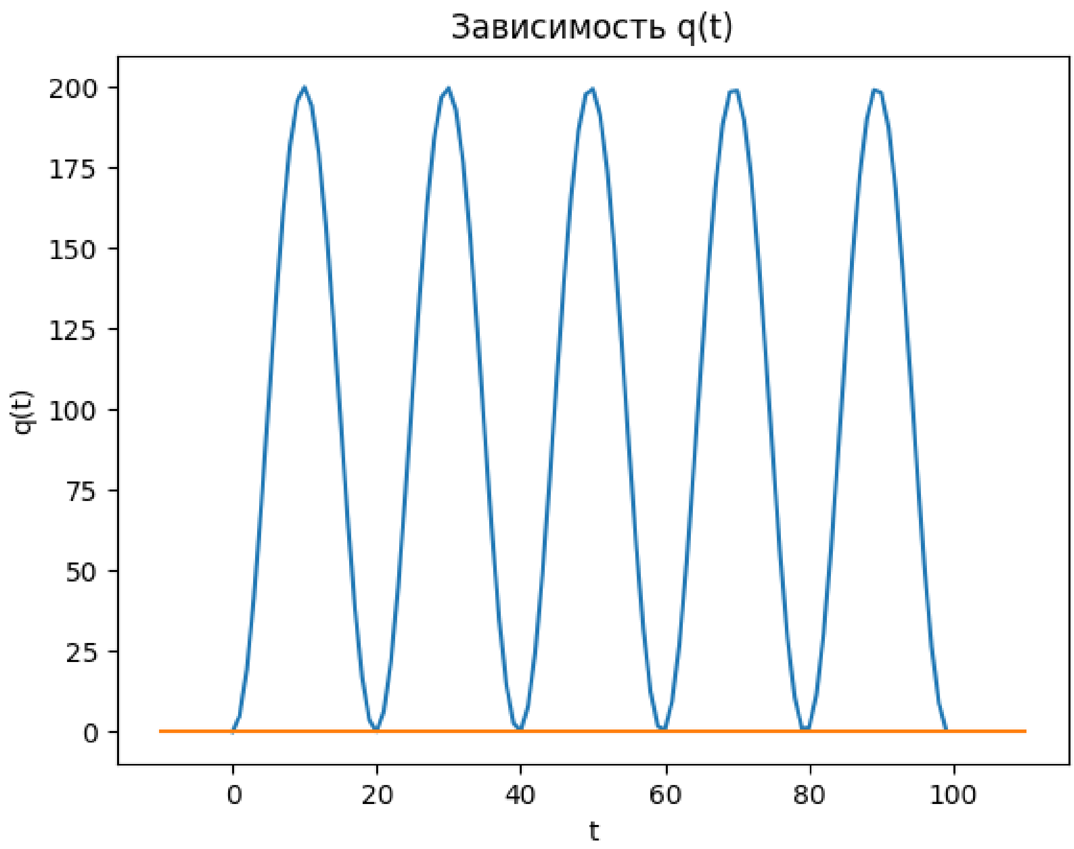
2) Код программы

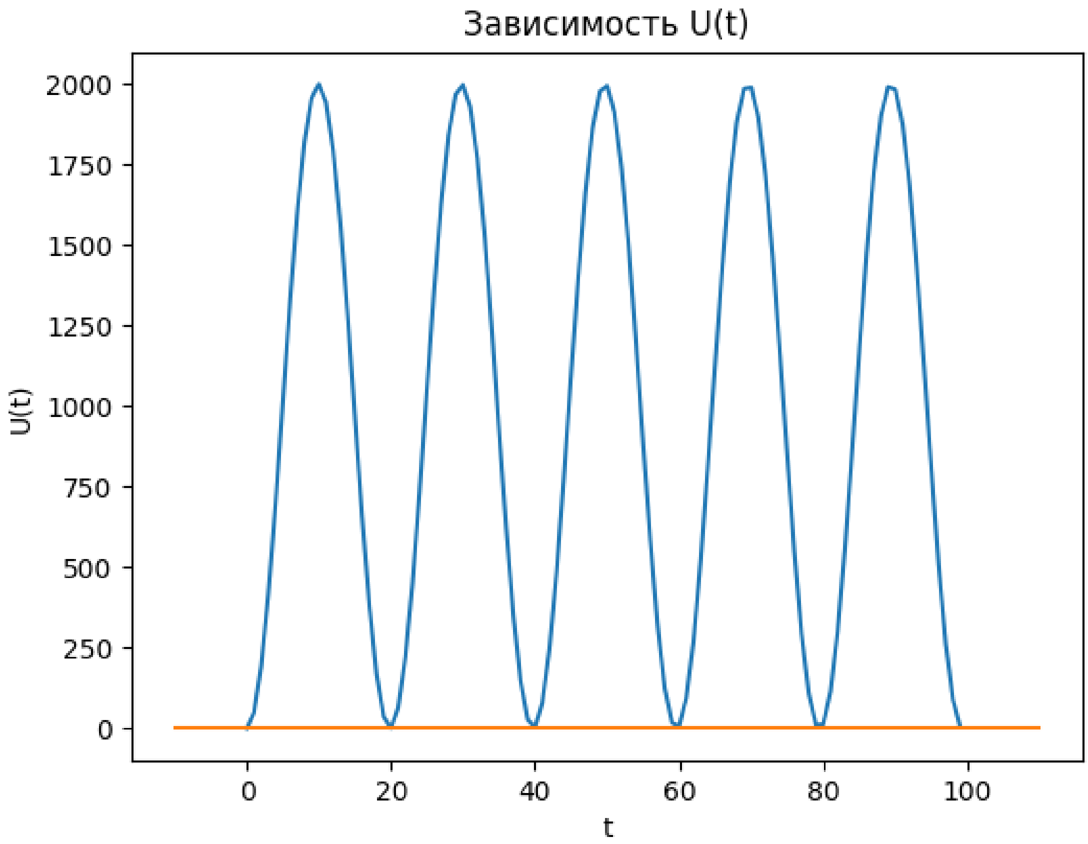
```
from numpy import*
from matplotlib.pyplot import*

a = 0
C = 0.1
L = 1
E = 10

w0 = sqrt(1 / L * C) # done
Ce = E / (L * w0 ** 2) #done
Q0 = -Ce # done

def getq(t):
    return Ce * (1 - cos(w0 * t))

def getI(t):
    return -Q0 * w0 * sin(w0 * t + a)

def getU(t):
    return getq(t) / C

T = 10**2


Qt = array([getq(i) for i in range(0, T)])
It = array([getI(i) for i in range(0, T)])
Ut = array([getU(i) for i in range(0, T)])
time = array([i for i in range(0, T)])
zeroes = array([0 in range(0, T)])

```

```
figure()
title("Зависимость q(t)")
xlabel("t")
ylabel("q(t)")
plot(time, Qt)
plot([-0.1 * T, 1.1 * T], [0, 0])
savefig("q(t) graphic")

figure()
title("Зависимость I(t)")
xlabel("t")
ylabel("I(t)")
plot(time, It)
plot([-0.1 * T, 1.1 * T], [0, 0])
savefig("I(t) graphic")

figure()
title("Зависимость U(t)")
xlabel("t")
ylabel("U(t)")
plot(time, Ut)
plot([-0.1 * T, 1.1 * T], [0, 0])
savefig("U(t) graphic")
```

3) Результат программы (графики)






Зависимость U(t)
U(t)
2000
1750
1500
1250
1000
750
500
250
0
0
20
40
60
80
100
t