

1. Разложить в ряд функцию $\sin(x)$. Найти рекуррентную зависимость, анализируя члены ряда

$$\begin{aligned}\sin(x) &\approx (-1)^0 \cdot \frac{x^{2 \cdot 0 + 1}}{(2 \cdot 0 + 1)!} + (-1)^1 \frac{x^{2 \cdot 1 + 1}}{(2 \cdot 1 + 1)!} \cdots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!} \\ &\approx \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}\end{aligned}$$

Заменяем $(-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$ на U_k

Найдем рекуррентную зависимость, анализируя соседние члены ряда:

$$\begin{aligned}M &= \frac{U_k}{U_{k-1}} \\ M &= -\frac{x^{2k}}{4k^2 + 2k}\end{aligned}$$

Сумма членов ряда будет равна:

$$S_k = S_{k-1} + U_k$$

Рассмотрим начальные условия:

$$k = 0, U_0 = (-1)^0 \frac{x^{2 \cdot 0 + 1}}{(2 \cdot 0 + 1)!} = x$$

Тогда:

$$S_0 = U_0 = x$$

1. Разложить в ряд функцию $\cos(x)$. Найти рекуррентную зависимость, анализируя члены

$$\begin{aligned}\cos(x) &\approx (-1)^0 \cdot \frac{x^{2 \cdot 0}}{(2 \cdot 0)!} + (-1)^1 \cdot \frac{x^{2 \cdot 1}}{(2 \cdot 1)!} \cdots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \\ &\approx \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}\end{aligned}$$

Заменим $(-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$ на U_k

Найдем рекуррентную зависимость, анализируя соседние члены ряда:

$$M = \frac{U_k}{U_{k-1}}$$

$$M = -\frac{x^2}{4k^2 - 2k}$$

Сумма членов ряда будет равна:

$$S_k = S_{k-1} + U_k$$

Рассмотрим начальные условия:

$$k = 0, U_0 = \frac{x^0}{4 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0} = 1$$

Тогда:

$$S_0 = U_0 = 1$$