Лабораторная работа №8

«Итерационные циклические вычислительные процессы с управлением по индексу/аргументу ифункции»

Цель: научиться реализовывать алгоритмы с использованием ИЦВП суправлением по индексу/аргументу и функции.

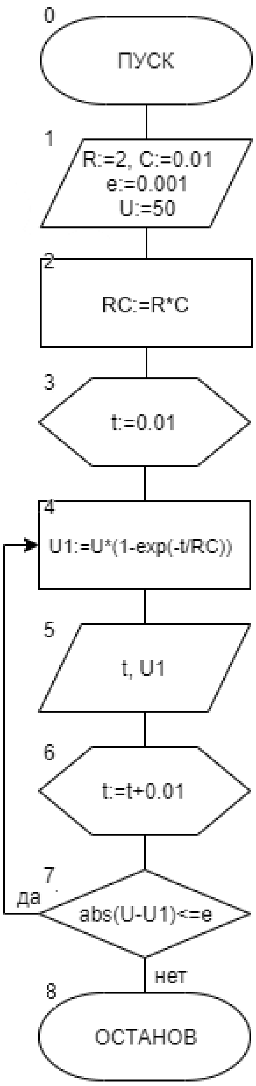
Оборудование: ideone.com, draw.io

Задание 1

1. Дан процесс, связанный с изменением выходного напряжения $U_{вых}$ на обкладках конденсатора электрической цепи, которая включает активное сопротивление R = 2 Ом и конденсатор с емкостью C=0.01 Ф. Построить переходную характеристику заряда конденсатора по схеме RC цепочки с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-3}$, $U_{вх}$ = 50 В, начальное значение t = 0.01, с шагом 0.01

2. Математическая модель: $U_{вых} = U_{вх}\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$,

3.



4.

Имя	Смысл	Тип
R	Активное сопротивление	integer
C	Ёмкость конденсатора	double
e	Точность вычислений	double
U	Входное напряжение	integer
t	Время	double
U1	Выходное напряжение	double
RC	Вспомогательная переменная	double

5.

```
program ideone;

const R=2;
const C=0.01;
const e=0.001;
const U=50;

var U1, t, RC : double;

begin
  RC := R * C;
  t := 0.01;
  repeat
          U1:=U * (1-exp(-t / RC));
          writeln(t:0:2,'|',U1:5:5);
          t:=t+0.01;
  until abs(U-U1) <= e;
end.
```

6.

Окно вывода

```
0.10|49.66310
0.11|49.79566
0.12|49.87606
0.13|49.92483
0.14|49.95441
0.15|49.97235
0.16|49.98323
0.17|49.98983
0.18|49.99383
0.19|49.99626
0.20|49.99773
0.21|49.99862
0.22|49.99916
```

7. Для решения данной задачи я использовал алгоритм с ИЦВП с управлением по аргументу и функции, который я реализовал через конструкцию

repeat…until. Условие выхода из цикла: |U1-U|<=e, где e – точность вычислений. Программа подсчитывает результат и выводит его наэкран в виде таблицы. Значения переменной t форматируются до 2 знака после запятой, значения переменной U1 – до 5 знака после запятой.

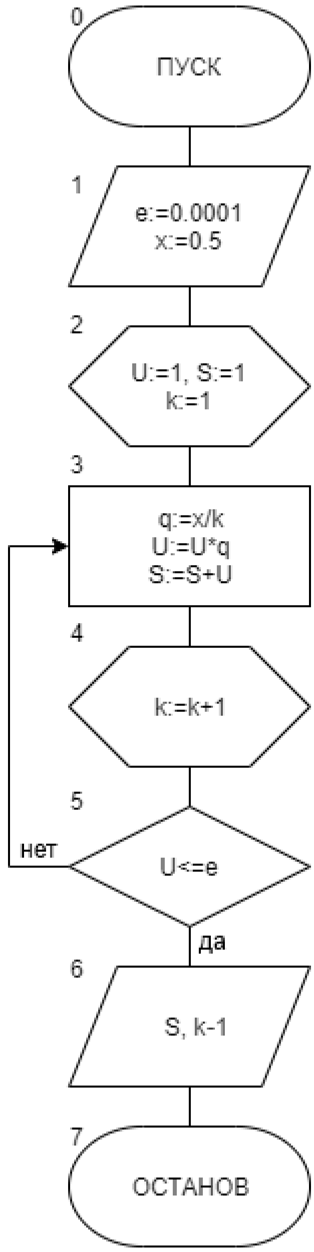
Задание 2

1. Вычислить e(x) с точностью 10^{-4}. Начальные условия: k = 1, U_0 = 1, S_0 = 1, x =0.5

2.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^K}{k!}$$

3.



4.

Имя	Смысл	Тип
e	Точность вычислений	double
x	Константа, показатель степени	double
U	Элемент суммы ряда	double
S	Сумма ряда	double
k	Параметр цикла пи вычислении суммы ряда	integer
q	Отношение между нынешним и следующим U	double

5.

```
program ideone;

const e = 0.0001;
const x = 0.5;
var U, S, q : double;
  k : integer;
begin
  U := 1;
  S := 1;
  k := 1;
  repeat
           q := x / k;
           U := U * q;
           S := S + U;
           k := k + 1;
  until U <= e;
  writeln('Результат при k = ', k-1, ' e^x = ', s:0:5);
end.
```

6.

```
Окно вывода
Результат при k = 6 e^x = 1.64872
```

7. При решении данной задачи я использовал алгоритм с ИЦВП с управлением по аргументу и функции, состоящий из конструкции repeat…until. Условие выхода из цикла: U<=e, где e – точность вычислений. Программа подсчитывает результат и выводит его на экран со вспомогательными комментариями и форматированием до 5 знака после запятой.

Известно, что $e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \ldots + \frac{x^K}{k!}$.

Определим зависимости:

- $U_k = q * U_{k-1}$, где $U_k = \frac{x^k}{k!}$
- $S_k = S_{k-1} + U_k$

Найдем q:

$$q = \frac{U_k}{U_{k-1}} = \frac{x^k}{k!} * \frac{(k-1)!}{x^{k-1}} = \frac{x^k * (k-1)!}{(k-1)! * k * x^k * x^{-1}}$$

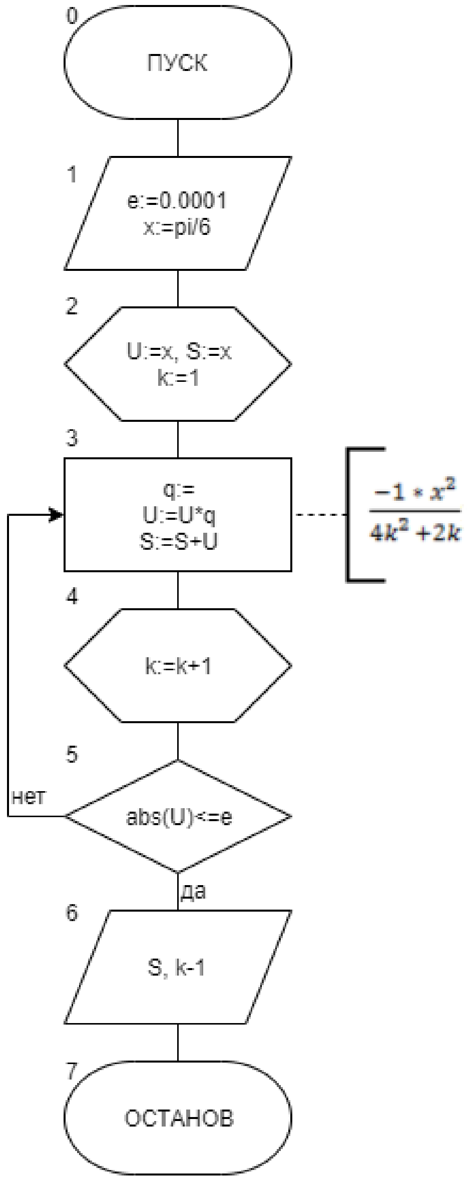
$$= \left[\begin{array}{c} \text{сократим } x^k \text{ и факториалы и} \\ \text{переведем } x^{-1} \text{из числ. в знам.} \\ \text{поменяв знак показателя степени} \\ \text{на противоположный} \end{array}\right] = \frac{x}{k}$$

Задание 3

1. Вычислить sin(x) с точностью 10^{-4}. Начальные условия: k = 1, $U_0 = x$, $S_0 = x$, $x=\pi/6$

2. $$\sin x \approx (-1)^k \cdot \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

3.



4.

Имя	Смысл	Тип

e	Точность вычислений	double
x	Константа, аргумент функции синуса	double
U	Элемент суммы ряда	double
S	Сумма ряда	double
k	Параметр цикла пи вычислении суммы ряда	integer
q	Отношение между нынешним и следующим U	double

5.

```
program ideone;

const e = 0.0001;
const x = pi / 6;
var U, S, q : double;
var k : integer;

begin
  U := x;
  S := x;
  k := 1;
  repeat
          q := (-1 * x * x) / (4 * k * k + 2 * k);
          U := U * q;
          S := S + U;
          k := k + 1;
  until abs(U) <= e;
  writeln('Результат при k = ', k - 1, ' sin(x) = ', s:0:5, ' ');
end.
```

6.

Окно вывода

```
Результат при k = 3 sin(x) = 0.50000
```

7. При решении данной задачи я использовал алгоритм с ИЦВП с управлением по аргументу и функции с конструкцией repeat…until внутри. Условие выхода из цикла: |U|<=e, где e – точность вычислений. Программа подсчитывает результат и выводит его на экран со вспомогательными комментариями, округляя до 5 знака после запятой.

Математическое доказательство вывода ряда:

Известно, что $\sin x \approx (-1)^k \cdot \dfrac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$

Определим зависимости:

- $U_k = q * U_{k-1}$, где $U_k = (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$
- $S_k = S_{k-1} + U_k$

Найдем q:

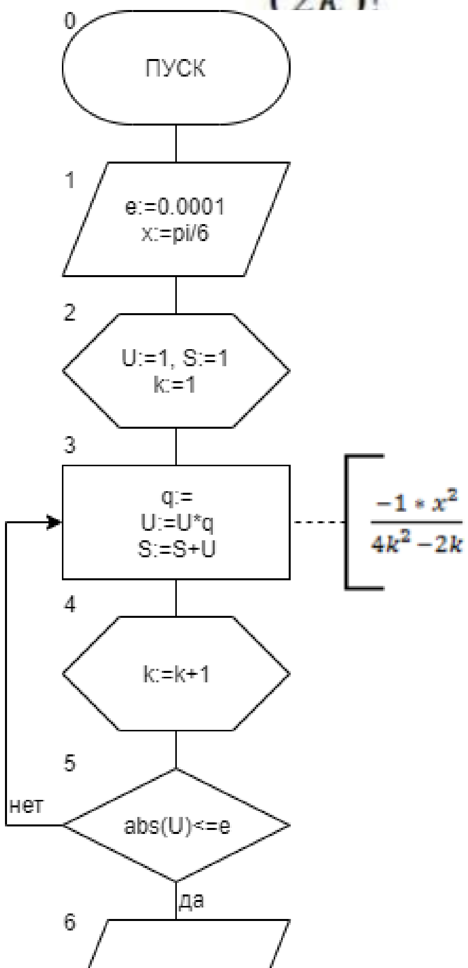
$$q = \frac{U_k}{U_{k-1}} = \frac{(-1)^k * x^{2k+1}}{(2k+1)!} * \frac{(2(k-1)+1)!}{(-1)^{k-1} * x^{2(k-1)+1}} = \begin{bmatrix} \text{числитель и знаменатель} \\ \text{сокращаются на} \\ (-1)^{k-1} \end{bmatrix} =$$

$$= -\frac{x^{2k+1} * (2k-1)!}{(2k+1)! * x^{2k-1}} = -\frac{x^{2k} * x * (2k-1)!}{(2k-1)! * 2k * (2k+1) * x^{2k} * x^{-1}}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{сократим } x^{2k} \text{ и факториалы и} \\ \text{переведем } x^{-1} \text{из числ. в знам.} \\ \text{поменяв знак показателя степени} \\ \text{на противоположный} \end{bmatrix} = -\frac{x^2}{2k(2k+1)} = -\frac{x^2}{4k^2+2k}$$

Задание 4

1. Вычислить cos(x) с точностью 10^{-4}. Начальные условия: $k = 1$, $U_0 = 1$, $S_0 = 1$, $x = \pi/6$.
2. $$\cos x \approx (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$$
3.



4.

Имя	Смысл	Тип
e	Точность вычислений	double
x	Константа, аргумент функции косинуса	double
U	Элемент суммы ряда	double
S	Сумма ряда	double
k	Параметр цикла пи вычислении суммы ряда	integer
q	Отношение между нынешним и следующим U	double

5.

```
program ideone;

const e = 0.0001;
const x = pi / 6;
var U, S, q : double;
var k : integer;

begin
  U:=1;
  S:=1;
  k:=1;
  repeat
           q := (-1 * x * x) / (4 * k * k - 2 * k);
           U := U * q;
           S := S + U;
           k := k + 1;
  until abs(U) <= e;
  writeln('Результат при k = ', k-1, ' cos(x) = ', S:0:5, ' ');
end.
```

6.

```
Окно вывода
Результат при k = 3 cos(x) = 0.86603
```

7. Для решения данной задачи я реализовала алгоритм на основе ИЦВП с управлением по аргументу и функции. Была использована конструкция repeat...until с условием выхода |U|<=e, где e – точность вычислений. Программа подсчитывает результат и выводит его отформатированный до 5 знака после запятой на экран.

Математическое доказательство вывода ряда:

Известно, что $\cos x \approx (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$

Определим зависимости:

- $U_k = q * U_{k-1}$, где $U_k = (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!}$
- $S_k = S_{k-1} + U_k$

Найдем q:

$$q = \frac{U_k}{U_{k-1}} = \frac{(-1)^k * x^{2k}}{(2k)!} * \frac{\big(2(k-1)\big)!}{(-1)^{k-1} * x^{2(k-1)}} = \begin{bmatrix} \text{числитель и знаменатель} \\ \text{сокращаются на} \\ (-1)^{k-1} \end{bmatrix} =$$

$$= -\frac{x^{2k} * (2k-2)!}{(2k)! * x^{2k-2}} = -\frac{x^{2k} * (2k-2)!}{(2k-2)! * (2k-1) * 2k * x^{2k} * x^{-2}}$$

$$= \begin{bmatrix} \text{сократим } x^{2k} \text{ и факториалы и} \\ \text{переведем } x^{-2} \text{из числ. в знам.} \\ \text{поменяв знак показателя степени} \\ \text{на противоположный} \end{bmatrix} = -\frac{x^2}{2k(2k-1)} = -\frac{x^2}{4k^2 - 2k}$$

Вывод: научились реализовывать алгоритмы с использованием ИЦПВ с управлением по аргументу и функции.