

**Перечень тем и вопросов, выносимых на летнюю сессию
2013-2014 уч. год, 1 курс, 2 поток
Дисциплина “Математический анализ”,
лектор к.ф.-м.н., доцент Фроленков И.В.**

1. Числовые ряды. Сходимость ряда. Сумма ряда.
2. Критерий Коши сходимости ряда. Необходимый признак сходимости.
3. Ряды с положительными членами. Признаки сравнения.
4. Признаки сходимости рядов с положительными членами (Даламбера, Коши, интегральный признак Коши).
5. Абсолютная сходимость ряда. Признаки абсолютной сходимости.
6. Условно сходящиеся ряды. Признак Лейбница.
7. Перестановки членов ряда. Теорема Римана.
8. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости.
9. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости.
10. Предельный переход под знаком функциональной последовательности.
11. Непрерывность, интегрируемость и дифференцируемость суммы ряда.
12. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости. Первая теорема Абеля.
13. Свойства суммы степенного ряда. Формула Коши-Адамара. Вторая теорема Абеля.
14. Аналитические функции. Разложение функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.
15. Теорема Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
16. Ряд Фурье по ортогональной системе функций. Коэффициенты Фурье.
17. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Бесселя.
18. Тригонометрическая система функций. Ядра Дирихле и Фейера.
19. Теорема локализации. Сходимость рядов Фурье для гладких функций.
20. Полнота и замкнутость систем функций.

Темы 1-7 повторить формулировки, доказательства теорем по данным пунктам на сессию выноситься не будут (мы их прошли в первом семестре).

Учебные материалы по математическому анализу в электронном виде, а также примеры экзаменационных билетов прошлых лет вы можете найти на сайте

http://igor.frolenkov.ru/onlinelab/first_year/math_analysis/

Основные Темы практических занятий.

1. Числовые ряды (исследование на сходимость с использованием различных признаков для рядов с неотрицательными членами, знакопеременных рядов, интегральный признак сходимости).
2. Функциональные последовательности и ряды (Исследование на абсолютную и условную сходимость, Равномерная сходимость, Теоремы о непрерывности суммы ряда, о возможности почленного интегрирования и дифференцирования функциональных рядов и последовательностей)
3. Степенные ряды (Радиус сходимости, Ряд Тейлора и Маклорена, разложение функций в ряд Тейлора, Аналитические функции)
4. Ряды Фурье (Разложение функций в ряд, вопросы сходимости рядов Фурье)

Учебно-методические материалы по дисциплине

Основная литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 1,2. М.: МЦМО, 2007.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 1,2. М.: Физматлит, 2005.
3. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. Т. 1,2,3. М.: Дрофа, 2003-2006.
4. Курант Р. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1,2. М.: Наука, 1970.
5. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 1, 2. М.: Наука. 1985.
6. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика. Т.1,2,3. М., Дрофа, 2004.
7. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Медведев Г.Н., Шишкин А.А. Математический анализ в вопросах и задачах. М., Наука, Физматлит, 2000.
8. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. М., Физматлит, 2003.
9. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Интегралы. Ряды. М., Физматлит, 2003.
10. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Функции нескольких переменных - М., Физматлит, 2003.
11. Плис А.И., Сливина Н.А. Лабораторный практикум по высшей математике. М., Наука, 1994.

Дополнительная литература

1. Будак Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Физматлит, 2002.
2. Грауэрт Г., Либ И., Фишер В. Дифференциальное и интегральное исчисление. М.: Мир, 1971.

3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: МГУ, 1997.
4. Кытманов А.М., Лукин В.М. Математика. Учебное пособие. Ч. 1, 2. Красноярск: КрасГУ. 2006.
5. Рудин У. Основы математического анализа. М.: Мир, 1976.
6. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 1, 2, 3. М.: Физматлит, 2001.
7. Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. М., Высшая школа, 1999.
8. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: Наука, 1998.
9. Шварц Л. Анализ. М.: Мир. Т. 1,2. 1980.

Учебник в электронном виде:

<http://math.sfu-kras.ru/sites/default/files/matananaliz2.pdf>

Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2009 год.
Вариант №1

Фамилия

группа

1a	1b	1c	2	3	4	5	Σ

1. Дайте следующие определения:

- (a) Регулярной поверхности.
- (b) Площади поверхности.
- (c) Дать определение потенциального векторного поля и сформулировать критерий потенциальности векторного поля.

2. Дать определение ротора векторного поля и доказать, что

$$\operatorname{rot}[c, a] = c \operatorname{div} a - (c, \nabla) a,$$

где c – постоянный вектор, a – некоторое векторное поле.

3. Используя формулу Стокса вычислить интеграл

$$\int_L z \, dy + x \, dz + y \, dx,$$

где L - окружность $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $x + y + z = 0$, ориентированная положительно относительно вектора $(0, 0, 1)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл

$$\int \int_S (2x^2 + y^2 + z^2) \, dydz,$$

где S - внутренняя сторона конуса $\sqrt{y^2 + z^2} \leq x \leq H$.

5. Сформулировать и доказать теорему Остроградского-Гаусса.

Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2009 год.
Вариант №1

Фамилия

группа

1a	1b	1c	2	3	4	5	Σ

1. Дайте следующие определения:

- (a) Двусторонней поверхности.
- (b) Поверхностного интеграла второго рода.
- (c) Дать определение соленоидального векторного поля и сформулировать критерий соленоидальности векторного поля.

2. Дать определение дивергенции и доказать, что

$$\operatorname{div} [a, b] = (b, \operatorname{rot} a) - (a, \operatorname{rot} b),$$

где a, b – некоторые векторные поля.

3. Используя формулу Стокса вычислить интеграл

$$\int_L x \, dz + (x + z) \, dx + (x - y) \, dy,$$

где L - эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $z = c$, ориентированная отрицательно относительно вектора $(0, 0, 1)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint_S yz^2 \, dx \, dz,$$

где S - внутренняя сторона части цилиндрической поверхности $x^2 + y^2 = r^2$, $y \leq 0$, $0 \leq z \leq r$.

5. Сформулировать и доказать теорему существования поверхностного интеграла первого рода (формула, связывающая поверхностный интеграл первого рода с двойным интегралом).

Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2011 год.
Вариант №1

Фамилия

группа

1	2	3	4	Σ
12	10	12	16	50

1. Дайте определения:

- (a) соленоидального и потенциального векторных полей;
- (b) потока векторного поля через поверхность;
- (c) ротора векторного поля;
- (d) внешней формы степени 3.

2. Вычислить $\operatorname{div}(r\bar{r})$ и ∇r , где $\bar{r} = (x, 2y, 3z)$, $r = |\bar{r}|$.

3. Найти поток векторного поля $a(y, z, x)$ через поверхность параболоида $z = 4 - x^2 - y^2$, расположенную выше плоскости Oxy в направлении нормали, у которой $\cos \gamma > 0$.

4. Сформулируйте и докажите формулу Остроградского-Гаусса.

**Экзаменационный билет. Математический анализ. Летняя сессия, 2010-2011гг.
(Пересдача 1)**

Фамилия

группа

1	2	3	4	5	Σ
16	16	18	18	12	80

1. Дайте следующие определения:

- (a) Длины пространственной кривой.
- (b) Предельной точки и замкнутого множества.
- (c) Ротора и дивергенции векторного поля.
- (d) Потенциального векторного поля.

2. Вычислить $\operatorname{div}\left(\frac{\bar{r}}{r}\right)$ и ∇r , где $\bar{r} = (x, 2y, z)$, $r = |\bar{r}|$.

3. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\int_{\sigma} z dx dy + y dx dz + x dy dz,$$

где σ верхняя сторона плоскости $x + y + z = 1$, ограниченной координатными плоскостями.

4. Вычислить криволинейный интеграл, где Γ - первый виток винтовой линии ($x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$, $z = t$)

$$\int_{\Gamma} x^2 + y^2 + z^2 dS.$$

5. Сформулировать теорему о формуле Грина.
