

Министерство образования и науки  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

Сибирский федеральный университет  
Институт математики

"УТВЕРЖДАЮ"  
Директор Института математики СФУ  
А.М.Кытманов

"25"июня 2010 г.

**Государственный экзамен**  
Направление "Математика. Компьютерные науки"  
(магистратура)  
Название дисциплины — Междисциплинарный

1. Итоги развития античной математики.

(2 балла)

2. а). Сформировать матрицу  $A_{(I-1) \times (I-1)}$  и вектор правых частей  $f_{(I-1) \times 1}$  (только первые две и последнюю строку) для последующей послойной прогонки для приведенной ниже разностной схемы:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} - q \left( \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{h^2} \right) = 0, \quad q = \text{const}; \quad i = 1, \dots, I-1; \quad n = 0, \dots, N-1;$$

$$h = X/I; \quad \tau = T/N; \quad u_i^0 = g(x) = g(ih); \quad u_0^n = l(t) = l(n\tau); \quad u_N^n = r(t) = r(ni).$$

(4 балла)

б). Указать (лучше доказать) порядок аппроксимации и устойчивость (неустойчивость) данной разностной схемы.

(2 балла)

3. Объяснить геометрический (показать схематично) и физический смыслы критерия устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви. Для какого типа разностных схем дифференциальных уравнений применяется этот критерий?

(2 балла)

4. Для операторного уравнения  $Au = h$ ,  $A : B \rightarrow B^*$  ( $B$  — банахово бесконечномерное пространство,  $B^*$  — пространство сопряженное к  $B$ ) с нелинейным слабокомпактным оператором  $A$  указать алгоритм построения последовательности галеркинских приближений. Пояснить почему последовательность галеркинских приближений существует.

(3 балла)

5. Написать код на языке Java, который бы создавал сетевое соединение с сервером example.org на порту 1234, отправлял серверу случайное целое число от 0 до 99 (в виде строки из двух символов) и закрывал соединение.

(1 балл)

6. Движение цепочки частиц описывается системой уравнений

$$m \frac{d^2 x_n}{dt^2} = a \left[ \left( \frac{b}{r_n} \right)^6 - \left( \frac{b}{r_{n+1}} \right)^6 \right], \quad a, b = \text{const}, \quad r_n = x_n - x_{n-1}, \quad n = 1, \dots, N.$$

В начальный момент времени расстояние между частицами постоянно и равно  $d$ . Построить схему расчета динамики частиц. Оценить величину шага по времени для малых отклонений частиц от положения равновесия.

(4 балла)

7. Степень отображения: определение, свойства, примеры.

(2 балла)

Министерство образования и науки

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

Сибирский федеральный университет  
Институт математики

"УТВЕРЖДАЮ"

Директор Института математики СФУ  
А.М.Кытманов

"25"июня 2010 г.

### Государственный экзамен

Направление "Прикладная математика и информатика"  
(магистратура)

Название дисциплины — Междисциплинарный

1. Философские проблемы современной математики.

(2 балла)

2. а). Сформировать матрицу  $A_{(I-1) \times (I-1)}$  и вектор правых частей  $f_{(I-1) \times 1}$  (только первые две и последнюю строку) для последующей послойной прогонки для приведенной ниже разностной схемы:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\tau} - q \left( \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{h^2} \right) = 0, \quad q = \text{const}; \quad i = 1, \dots, I-1; \quad n = 0, \dots, N-1;$$

$$h = X/I; \quad \tau = T/N; \quad u_i^0 = g(x) = g(ih); \quad u_0^n = l(t) = l(n\tau); \quad u_0^n = r(t) = r(ni).$$

(4 балла)

б). Указать (лучше доказать) порядок аппроксимации и устойчивость (неустойчивость) данной разностной схемы.

(2 балла)

3. Объяснить геометрический (показать схематично) и физический смыслы критерия устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви. Для какого типа разностных схем дифференциальных уравнений применяется этот критерий?

(2 балла)

4. Дать определение слабой аппроксимации. Написать расщепление следующей задачи (наиболее удобным образом)

$$y'(x) + 2xy(x) = xe^{-x^2}, \quad y(0) = 0.$$

Выписать приближенное решение на первых двух целых шагах. Получить общую формулу для приближенного решения.

(5 баллов)

5. Написать код активной серверной страницы для вычисления определителя матрицы  $2 \times 2$  (JSP, Java-сервлет или PHP на выбор). Элементы матрицы должны вводиться пользователем посредством веб-формы.

(2 балла)

6. Написать код на языке Java, который бы создавал сетевое соединение с сервером example.org на порту 1234, отправлял серверу случайное целое число от 0 до 99 (в виде строки из двух символов) и закрывал соединение.

(1 балл)

7. Степень отображения: определение, свойства, примеры.

(2 балла)