

Вопросы к экзамену по матанализу, 2 курс

Криволинейные интегралы

Элементарные области. Т.*(Формула Грина), доказательство для элементарных областей.

Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. Т.*(об условиях независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования). $1 \Rightarrow 2 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$.

Т.*(О независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования для одинаковых областей)

Кусочно-гладкие поверхности

Определение непрерывной, непрерывно-дифференцируемой поверхности. Край поверхности. Явное и неявное задание поверхности. Касательная плоскость к поверхности. Уравнения касательной плоскости в случае параметрического задания поверхности, явного и неявного. Уравнения нормали к поверхности. Гладкая поверхность. Первая квадратичная форма поверхности. Формула преобразования квадратичной формы при допустимой замене параметра. Площадь поверхности. Формула для площади поверхности. Элемент площади поверхности.

Поверхностный интеграл первого рода как предел интегральных сумм. Формулы для вычисления поверхностного интеграла первого рода.

Ориентация гладкой поверхности. Ориентированная поверхность. Ориентация края поверхности. Кусочно-гладкая поверхность. Ориентация кусочно-гладкой поверхности.

Поверхностные интегралы второго рода. Т.*(формула для вычисления поверхностного интеграла второго рода) Т.*(Формула Гаусса-Остроградского). Т.*(Формула Стокса).

Градиент скалярного поля, дивергенция, ротор векторного поля. Циркуляция вектора вдоль кривой. Поток векторного поля через поверхность. Потенциальные и соленоидальные поля.

Вариант 0

1. Дайте определение непрерывной поверхности.
2. Запишите уравнение касательной плоскости к неявно заданной поверхности.
3. Запишите формулу для вычисления площади поверхности.
4. Дайте определение ориентированной поверхности.
5. Сформулируйте и докажите теорему о независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования для односвязных областей.
6. Найти функция u по заданному полному дифференциалу $du = x^2 dx + y^2 dy$ (10.68 – 10.77)
7. Вычислить $\iint_S (x + y + z) d\sigma$, где S – часть плоскости, выделяемая условием $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0: x + 2y + 4z = 0$ (11.1)
8. Вычислить интеграл $\iint_{S^+} (x^2 + y^2) dx dy$, где S – нижняя сторона круга $x^2 + y^2 \leq 4, z = 0$ (11.26)
9. Найти угол между градиентами функции $u = (x + y)e^{x+y}$ в точках $(0, 0)$ и $(1, 1)$. (12.8)
10. Найти ротор векторного поля $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (12.50)