

Министерство образования и науки РФ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
теории функций

 Цих А.К.

«20» июня 2017 г.

Институт математики и  
фундаментальной информатики

**Программа**  
**государственной итоговой аттестации**

Направление подготовки 01.04.01 Математика

Направленность (профиль) 01.04.01.01 Комплексный анализ

Квалификация (степень) выпускника Магистр

Красноярск 2017

## **1. Общая характеристика государственной итоговой аттестации**

1.1. Целью проведения государственной итоговой аттестации (далее ГИА) является определение соответствия результатов освоения обучающимися основной образовательной программы высшего образования соответствующим требованиям стандартов 01.04.01 Математика.

1.2. Основные задачи государственной итоговой аттестации направлены на формирование и проверку освоения следующих компетенций:

ОК-1 - способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу;

ОК-2 - готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения;

ОК-3 -- готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала.

ОПК-1 - готовность к коммуникации в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном языке для решения задач профессиональной деятельности;

ОПК-2 - готовность руководить коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия;

ОПК-3 - способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять свое научное мировоззрение;

ОПК-4 - способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики;

ПК-1 - способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива;

ПК-2 - способность разрабатывать и анализировать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач;

ПК-3 - способность публично представить собственные новые научные результаты.

1.3. Формы проведения государственной итоговой аттестации

ГИА проводится в форме:

- государственного экзамена;
- защиты ВКР.

1.4. Объем государственной итоговой аттестации в ЗЕ:  
Общий объем – 324 (9 ЗЕ),  
государственный экзамен – 108 (3 ЗЕ),  
защиты ВКР – 216 (6 ЗЕ).

1.5. Особенности проведения ГИА

ГИА проводится на русском языке, без применения ЭО и ДОТ.

## **2. Структура и содержание государственной итоговой аттестации**

### **2.1. Государственный экзамен**

Государственный экзамен проводится по нескольким дисциплинам и является междисциплинарным.

2.1.1. Государственный экзамен проводится в письменной форме. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья экзамен проводится в письменной форме, при этом допускается использование ими необходимых технических средств с учетом индивидуальных особенностей.

2.1.2. Содержание государственного (междисциплинарного) экзамена:

Модуль (дисциплина)	Перечень вопросов и заданий	Перечень компетенций проверяемых заданиями по модулю (дисциплине)
Нелинейный функциональный анализ и его приложения	1. Теоремы о неподвижных точках. Принцип сжимающих отображений. Устойчивость неподвижных точек. Теорема Каччополи. 2. Дифференцирование в нормированных пространствах. Сильная производная (Фреше) и ее свойства. Дифференциал Гато. Теорема о неявной функции. 3. Метод Ньютона для нелинейных операторов. Модифицированный метод Ньютона и его сходимость. 4. Принцип Шаудера. Вспомогательные утверждения: выпуклые множества, тела, оболочки, симплексы. Принцип Брауэра. Случай бесконечномерных пространств.	ОК-1, ОК-3, ОПК-1, ОПК-3, ОПК-4, ПК-2

	<p>5. Теорема Какутани и ее приложения.</p> <p>Многозначные отображения.</p> <p>Полунепрерывные сверху отображения.</p> <p>Игра двух лиц с нулевой суммой. Теорема о минимаксе.</p>	
История и методология математики	<p>1. Леонардо Фибоначчи и начало изучения алгебры в Европе.</p> <p>2. Кризис математического анализа в XIX в. и его преодоление.</p>	<p>ОК-1, ОК-2, ОК-3, ОПК-4, ПК-10, ПК-11, ПК-12</p>
Математическая типография	<p>1. Команды секционирования при оформлении печатного документа в редакторской системе LATEX.</p> <p>2. Набор таблиц в редакторской системе LATEX.</p> <p>4. Переключение шрифтов и их размеров в редакторской системе LATEX.</p> <p>5. Библиография и цитирование литературы в редакторской системе LATEX.</p>	<p>ОК-3, ОПК-4, ПК-3</p>
Основы алгебры	<p>1. Основные алгебраические системы и подсистемы с одной и двумя бинарными операциями, алгебры.</p> <p>2. Смежные классы группы по подгруппе; их основное свойство. Теорема Лагранжа о связи порядков конечной группы и ее подгруппы.</p> <p>3. Нормальная подгруппа группы и идеал кольца (алгебры), фактор-группа и фактор-кольцо (фактор-алгебра).</p> <p>4. Гомоморфизм, эндоморфизм, изоморфизм и автоморфизм алгебраической системы. Теоремы о гомоморфизмах групп и колец.</p> <p>5. Главные и конечно порожденные идеалы ассоциативно коммутативных колец с единицей.</p>	<p>ОК-1, ОК-3, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-4, ПК-1</p>

	<p>6. Однопорожденность идеалов и евклидовость кольца целых чисел и кольца многочленов от одной переменной над полем.</p> <p>7. Теорема Гильберта о базисе кольца <math>K[X]</math> многочленов от <math>n</math> переменных <math>(x_1, \dots, x_n) = X</math> над нетеровым кольцом <math>K</math>.</p> <p>8. Кольцо <math>K[X]</math> над алгебраически замкнутым полем <math>K</math>, аффинное пространство <math>K^n</math> и его аффинные многообразия.</p> <p>9. Теорема Гильберта о корнях.</p> <p>Биективность соответствия аффинных многообразий и радикальных идеалов.</p>	
Комплексный анализ	<p>1. Дифференциальные формы и их основные свойства.</p> <p>2. Интегрирование дифференциальных форм по гладким цепям.</p> <p>3. Формула Стокса.</p> <p>4. Лемма Пуанкаре о точности дифференциальных форм.</p> <p>5. Когомологии де Рама.</p> <p>6. Группы гомологий и теорема де Рама.</p> <p>7. Интегральное представление Коши.</p> <p>8. Интегральное представление Бохнера-Мартинелли.</p> <p>9. Интегральное представление Коши-Фантапье.</p> <p>10. Степенные ряды, разложение голоморфных функций.</p> <p>11. Сопряженные радиусы сходимости, формула Коши-Адамара.</p> <p>12. Подготовительная теорема Вейерштрасса.</p> <p>13. Аналитические множества.</p> <p>14. Формула Пуанкаре-Лелона.</p> <p>15. Потоки и их регуляризации.</p> <p>16. Аналитические множества как потоки.</p>	<p>ОК-1, ОК-3, ОПК-1, ОПК-2, ОПК-4, ПК-1</p>

ФОС оформляется как приложение к программе государственной итоговой аттестации и хранится на выпускающей кафедре.

### 2.1.3. Критерии оценивания

Результаты государственного экзамена определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного аттестационного испытания.

Письменную работу проверяет комиссия. Работа оценивается по 20-бальной шкале. Каждое задание имеет свой оценочный балл в зависимости от уровня сложности.

Критерии оценки за задание:

0 баллов - задание не выполнялось или выполнено не верно;

50% от оценочного балла - задание выполнено частично, в целом идея решения верна;

100% от оценочного балла - задание выполнено полностью и правильно.

Общая оценка за работу выставляется по сумме баллов за все задания. Критерии общей оценки по сумме баллов (переводная шкала в классическую оценку) устанавливаются комиссией.

Оценки «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» означают успешное прохождение государственного аттестационного испытания.

### 2.1.4. Рекомендации для подготовки к государственному экзамену:

#### 2.1.4.1. Рекомендуемая литература

1. Андреев В. К. Вопросы прикладного функционального анализа [Электронный ресурс] : конспект лекций / В. К. Андреев ; Сиб. федерал. ун-т. - Версия 1.0. - Электрон. дан. (PDF ; 728 кб). - Красноярск : [б. и.], 2007 ИПК СФУ. - 107 on-line. - (Электронная библиотека СФУ. Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской редакции; УМКД 2-2007). - Загл. с титул. экрана. - Режим доступа: открытый. [http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/2/u\\_lectures.pdf](http://files.lib.sfu-kras.ru/ebibl/umkd/2/u_lectures.pdf)

2. Федоров, В.М. Курс функционального анализа / В. М. Федоров. - Санкт-Петербург: Лань, 2005. - 351 с.

3. Треногин В.А. Функциональный анализ / В. А. Треногин. - Москва: Физматлит, 2007. - 488 с.

4. Свешников А.Г. Нелинейный функциональный анализ и его приложения к уравнениям в частных производных / А. Г. Свешников, А. Б. Альшин М. О. Корпусов. - Москва : Научный мир, 2008. - 399 с.

5. Корпусов М.О. Нелинейный функциональный анализ и математическое моделирование в физике / М. О. Корпусов, А. Г. Свешников. - М. : КРАСАНД, 2011. - 474 с.

6. Бурбаки Н. Очерки по истории математики / Н. Бурбаки. - М.: Лань, 2010.
7. Клайн М. Математика. Поиск истины/ М.Клайн.- М.: Лань, 2007.
8. Клайн М. Математика. Утрата определённости/ М.Клайн.- М.: Лань, 2007.
9. Знаменская О.В. История и методология математики (методические указания по выполнению самостоятельной работы) / О.В. Знаменская, А.А. Шлапунов. - Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2012. - 19 с.
10. Шлапунов А.А. Краткий экскурс в историю математики / А.А. Шлапунов. – Красноярск: изд-во КрасГУ, 2005. – 36 с.
11. Математическая типография [Электронный ресурс] : электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины / О. В. Знаменская, С. В. Знаменский [и др.] ; Сиб. федерал. ун-т. - Версия 1.0. - Электронные данные (PDF ; 46,6 Мб). - Красноярск : СФУ, 2008. - on-line. - (Электронная библиотека СФУ. Учебно-методические комплексы дисциплин СФУ в авторской редакции). - Загл. с титул. экрана. - Режим доступа: открытый
12. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре, М.: Наука, 2008.
13. Хамфри Дж. Линейные алгебраические группы, М. Наука, 1980.— 400 с.
14. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И., Основы теории групп, М., Мир, 1982.
15. Кострикин А.И., Введение в алгебру, М., Наука, 1977.
16. Ван дер Варден Б.Л., Алгебра, М., Наука, 1976.
17. Кратное интегрирование. Гомологии [Электронный ресурс]: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины/ А.К. Цих [и др.]; Сиб. федерал. ун-т. Версия 1.0. – Электрон. дан. (PDF; 4.7 Мб). – Красноярск: ИПК СФУ, 2007. –on-line. –Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской редакции; 18-2007. –Загл. с титул. экрана. –Режим доступа из читальных залов НБ СФУ. –Б.ц.
18. Кратное интегрирование. Когомологии [Электронный ресурс]: электрон. учеб.-метод. комплекс дисциплины/ И.А.Антипова [и др.]; Сиб. федерал. ун-т. Версия 1.0. – Электрон. дан. (PDF; 20666 кб). –Красноярск: ИПК СФУ, 2007. –on-line. –Учебно-методические комплексы дисциплин в авторской редакции; 17-2007. –Загл. с титул. экрана. –Режим доступа из читальных залов НБ СФУ. –Б.ц.
19. Ботт Р., Ту Л.В. Дифференциальные формы в алгебраической топологии. М.: Наука, 1986 (Эдиториал УРСС, 2004).
20. Нарасимхан Р. Анализ на действительных и комплексных многообразиях. М.: Мир, 1971 (Платон, 1997 -232с.).

21. Мамфорд Д. Алгебраическая геометрия. 1. Комплексные проективные многообразия. М.: Мир 1979.

22. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. Т. 2- М.: Наука, 2004.

2.1.4.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

Ресурс	Адрес
Электронный каталог НБ СФУ	<a href="http://bik.sfu-kras.ru/">http://bik.sfu-kras.ru/</a>
Общероссийский математический портал	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>
Научная электронная библиотека	<a href="http://elibrary.ru/">http://elibrary.ru/</a>
Единая реферативная и библиографическая база данных SCOPUS	<a href="https://www.scopus.com/">https://www.scopus.com/</a>
Поисковая платформа реферативных базы данных публикаций в научных журналах и патентов Web Of Science	<a href="http://isiknowledge.com">http://isiknowledge.com</a>

2.1.4.3. Дополнительные рекомендации

Место и время проведения экзамена – согласно расписанию ГЭК, которое составляется за месяц до начала работы ГЭК.

Студент приходит на экзамен не позднее, чем за 15 минут до его начала.

Во время экзамена допускается использование справочной литературы по согласованию с комиссией.

Использование средств связи на экзамене запрещено.

## **2.2. Выпускная квалификационная работа**

ВКР представляет собой выполненную обучающимся (несколькими обучающимися совместно) работу, демонстрирующую уровень подготовленности выпускника к самостоятельной профессиональной деятельности.

2.2.1. Требования к выпускной квалификационной работе

2.2.1.1. Выпускная квалификационная работа выполняется в виде магистерской диссертации

2.2.1.2. Перечень тем

1. Новое доказательство формулы Декарта-Эйлера для решения алгебраического уравнения 4-й степени.

2. Вырожденные амебы комплексных прямых в  $\mathbb{C}^3$ .

3. Многочлены Бернулли нескольких переменных.



4. О фундаментальном соответствии для многомерного преобразования Меллина.
5. Обобщенные числа Бернулли.
6. О суммировании рациональных функций.
7. О некоторых асимптотических разложениях.
8. Параметризация некоторых стратов самопересечения классического дискриминанта.
9. Вычетные потоки, ассоциированные с некоторыми интегральными ядрами.
10. Аналог функции Ронкина для кривобоких коамеб.
11. Обобщение подготовительной теоремы Вейерштрасса для вектор-функций.
12. О гипергранях многогранника Ньютона дискриминанта системы полиномов.
13. Примеры торических многообразий.
14. О нелинейных возмущениях эллиптических операторов.
15. О сходимости интеграла Меллина-Барнса, представляющего решение общей алгебраической системы трех уравнений с тремя неизвестными.
16. Об итерациях интегралов Грина в весовых пространствах.
17. Области сходимости степенных рядов для решений тетраномальных алгебраических уравнений.

#### 2.2.1.3. Порядок выполнения выпускной квалификационной работы

Основные этапы:

- формулировка темы и определение актуальности работы;
- исследование предметной области и описание существующих решений исследуемой проблемы;
- проведение исследований по теме;
- написание выводов по работе и оформление библиографического списка;
- прохождение нормоконтроля и подготовка сопроводительной документации;
- получение отзыва от научного руководителя.

ВКР должны быть сданы выпускником научному руководителю для получения отзыва не позднее, чем за 17 календарных дней до начала защиты. На подготовку отзыва и рецензии отводится 5 календарных дней. Нарушение сроков представления обучающимся ВКР научному руководителю может служить основанием для отрицательного отзыва научного руководителя и (или) рецензии по формальному признаку.

Обучающийся не позднее, чем за два календарных дня до защиты ВКР представляет секретарю ГЭК магистерскую диссертацию, отзыв научного руководителя и рецензию.

Обязательными условиями для допуска ВКР к защите являются следующие:

- наличие завершенной магистерской диссертации;
- положительная оценка по результатам прохождения госэкзамена;
- презентация результатов ВКР на выпускающей кафедре;
- наличие отзыва научного руководителя;
- наличие рецензии.

Обучающиеся, имеющие отрицательный отзыв научного руководителя или рецензию, допускаются до защиты ВКР или отчисляются из университета по личному заявлению.

2.2.1.4. Критерии выставления оценок (соответствия уровня подготовки выпускника требованиям стандарта) на основе выполнения и защиты ВКР.

При определении оценки принимается во внимание уровень теоретической и практической подготовки обучающегося (средний балл за весь период обучения), качество работы и ее соответствие направлению подготовки, самостоятельность полученных результатов, научная новизна, оформление работы, ход ее защиты, отзыв научного руководителя.

### **3. Описание материально-технической базы**

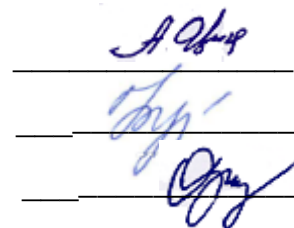
При проведении ГИА (защита ВКР) используется ноутбук и проекционная установка.

Разработчики:

Цих А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор

Бушуева Н.А., канд. физ.-мат. наук, доцент

Знаменская О. В. канд. физ.-мат. наук, доцент



Программа утверждена на заседании кафедры теории функций, протокол № 15 от 20 июня 2017 г.