

Теория вероятностей, 3 курс, 1 минисессия
Вопросы

1. Классическое определение вероятности.
2. Число сочетаний, число размещений, число разбиений на группы.
3. Геометрическое определение вероятности.
4. Задача Бюффона.
5. Статистическое определение вероятности.
6. Пространство элементарных событий. Операции над событиями.
7. σ -алгебры. Определение, примеры.
8. Аксиоматическое определение вероятности.
9. Определение вероятностного пространства.
10. Классическое вероятностное пространство (определение, примеры).
11. Дискретное вероятностное пространство.
12. Независимость событий попарная и в совокупности (определения, связь).
13. Привести примеры случайных событий, которые а) зависимы попарно, б) независимы попарно.
14. Привести пример случайных событий, которые независимы попарно, но зависимы в совокупности.
15. Докажите, что если A и B независимы, то независимы A и \bar{B} .
16. События несовместны. Что можно сказать о их зависимости?
17. События независимы. Что можно сказать о их совместности?
18. Является ли транзитивным для событий отношение зависимости?
19. Является ли транзитивным для событий отношение независимости?
20. Докажите теорему сложения (для n событий).
21. Условная вероятность (определение, примеры).
22. Докажите теорему умножения (для n событий).
23. Докажите формулу полной вероятности.
24. Докажите формулу Байеса.
25. Схема испытаний Бернулли (определение, примеры).
26. Выведите формулу Бернулли.
27. Наивероятнейшее число успехов в схеме Бернулли.
28. Полиномиальная схема испытаний (определение, примеры).
29. Гипергеометрическая схема испытаний (определение, примеры).

30. Докажите предельную теорему для гипергеометрической схемы испытаний.
31. Докажите теорему Пуассона.
32. Локальная предельная теорема Муавра-Лапласа (схема доказательства).
33. Докажите интегральную предельную теорему Муавра – Лапласа.
34. Функция $\phi(x)$ и ее свойства.
35. Функция $\Phi(x)$ и ее свойства.
36. Функция $\Phi_0(x)$ и ее свойства.
37. Определение, способы задания и примеры дискретных случайных величин.
38. Функция распределения (определение, график, пример).
39. Свойства функции распределения.
40. Распределения: вырожденное, Бернулли, биномиальное, Пуассона.

Типовые задачи

1. В случайном порядке в ряд разложены 3 синие и 4 красные фишки. Какова вероятность, что никакие две синие фишки не идут подряд?
2. Из 8 пар перчаток различных сортов выбираются 4 перчатки. Какова вероятность, что среди них нет парных?
3. Найти вероятность, что среди 7 случайно выбранных с возвращением цифр встретится хотя бы одна из двух цифр: 1 или 2.
4. Найти вероятность, что среди 5 случайно выбранных без возвращения цифр встретится хотя бы одна из двух цифр: 0 или 1.
5. На отрезке AB длиной 1 выбирают две случайные точки M и N . Найти вероятность того, что $|MN| < \frac{1}{3}$.
6. Из отрезка $[0, 1]$ выбирают два числа a, b . Найти вероятность того, что квадратное уравнение $x^2 + ax + b = 0$ имеет действительные корни.
7. Три человека задумали по числу. Какова вероятность, что среди них ровно одно нечетное, если известно, что есть хотя бы одно нечетное?
8. $P(A_i) = 0,9$, $i = 1, 2, 3$. Каковы максимальное и минимальное возможные значения $P(A_1 A_2 A_3)$?
9. Кость бросают 3 раза. $A = \{\text{"1" выпадает ровно один раз}\}$,
 $B = \{\text{"2" выпадает ровно один раз}\}$. Исследовать зависимость событий A и B .
10. Два игрока поочередно бросают игральный кубик. Выигрывает тот, у кого первым появится "1" или "6". Найти вероятность выигрыша для игрока, начинающего игру.
11. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в девяти находятся по 2 белых и 2 черных шара, а в одной – 5 белых и 1 черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлечен белый шар. Какова вероятность того, что шар извлечен из урны, содержавшей 5 белых шаров?
12. Вероятность попасть в цель для первого стрелка $p_1 = 0,6$, для второго $p_2 = 0,4$. Три раза стрелял один и тот же стрелок, произошло 1 попадание. Какова вероятность, что стрелял первый стрелок?

13. Найти вероятность наивероятнейшего числа выпавших гербов при 9 бросаниях монеты.
14. В ящике лежат 6 красных, 3 белых и 5 черных шаров. Наудачу вынимают с возвращением 5 шаров. Какова вероятность, что среди них 2 красных, 2 белых, 1 черный шар?
15. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,01. Найти вероятность того, что из 100 выстрелов в цель попадет больше 2 пуль.
16. Найти вероятность того, что из 1000 посеянных семян не взойдет ровно 200, если всхожесть семян 80%.

Пример билета

1. Пространство элементарных событий. Операции над событиями.
 2. Докажите теорему сложения (для n событий).
 3. Является ли транзитивным для событий отношение зависимости?
 4. В первой урне 2 черных и 2 белых шара, во второй — 1 черный и 3 белых. Из случайно выбранной урны вынут один шар, который оказался белым. Какова вероятность, что выбрана вторая урна?
-