

Методы комплексного анализа. Минисессия.

I. Ряды Лорана:

Определения ряда Лорана и его сходимости. Главная и правильная часть ряда Лорана.

Теорема о виде области сходимости ряда Лорана*. Теорема о разложении голоморфной функции в ряд Лорана*.

Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана

II. Изолированные особые точки голоморфных функций:

Изолированная особая точка функции, устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка.

Нули голоморфных функций, их порядки. Теорема о порядке (кратности) нуля. Порядок полюса.

Классификация изолированных особых точек в терминах рядов Лорана – три теоремы*. Теорема Сохоцкого*, теорема Лиувилля*. Целая функция, целая трансцендентная функция, мероморфная функция. Основная теорема алгебры*.

Главные и правильные части ряда Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки. Вычеты в конечных точках и бесконечно удаленной точке.

Образец экзаменационного билета. Осенняя минисессия,

вариант 0.

1. Дайте определение нуля функции и его кратности.
2. Дайте определение главной части ряда Лорана в конечной точке.
3. Дайте определение изолированной особой точки.
4. Дайте определение порядка полюса.
5. Сформулируйте и докажите основную теорему алгебры.
6. Определите порядок нуля $z_0 = 0$ функции $f(z) = 6 \sin z^3 + z^3(z^6 - 6)$.
7. Разложите функцию $f(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ в кольце $1 < |z| < 2$
8. Разложите функцию $f(z) = \frac{1 - e^{-z}}{z^3}$ в ряд Лорана в окрестности точки $z = 0$.
9. Определите вид особенности функции $f(z) = \frac{(z^2 + 1)^2}{z^2 + 4}$ в точке ∞ .
10. Найдите изолированные особые точки функции $f(z) = \frac{z}{1 - \cos z}$ и определите их вид.