Министерство образования и науки Российской Федерации Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования



УТВЕРЖДАЮ Председатель комиссии

приёмной

омиссии

Е.А. Ваганов

28 сентября 2016 г.

## ПРОГРАММА

вступительного испытания в магистратуру в форме письменного экзамена

Направления: 01.04.01 «Математика» 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» 02.04.01 «Математика и компьютерные науки» (институт математики и фундаментальной информатики)

## Содержание программы

(по дисциплине «Математика»)

- 1. Корни и канонические разложения многочленов над полями вещественных и комплексных чисел. Неприводимые многочлены над полями  $R\ u\ C$ .
- 2. Теоремы об умножении определителей и о ранге матрицы.
- 3. Правило Крамера, теорема Кронекера-Капелли и теоремы об однородных уравнениях.
- 4. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов. Линейные и унитарные пространства, базы, размерность, подпространства.
- 5. Линейное преобразование, его матрицы, характеристические корни, собственные значения и собственные векторы. Жорданова форма матрицы.
- 6. Уравнения прямых и плоскостей в пространстве. Канонические уравнения кривых и поверхностей 2-го порядка.
- 7. Предел последовательности и предел функции в точке.
- 8. Непрерывность функции в точке и на отрезке, точки разрыва 1-го и 2-го рода.
- 9. Дифференцируемость и дифференциалы функций одной и многих переменных. Инвариантность формы 1-го дифференциала.
- 10. Формула Лагранжа конечных приращений.
- 11. Формула Тейлора с остаточным членом в формах Пеано и Лагранжа.
- 12. Схема исследования функции и построения ее графика.
- 13. Числовые и функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость.
- 14. Теорема о неявной функции, дифференцирование неявной функции.
- 15. Градиент, касательная плоскость и нормаль в точке поверхности. Уравнения касательной и нормали к кривой.
- 16. Первообразная функции, определенный интеграл, его геометрический и механический смысл, теорема о среднем значении. Интегрируемые функции. Формула Ньютона-Лейбница.
- 17. Дифференцирование интегралов с параметром.
- 18. Кратные интегралы. Теорема Фубини. Поверхностные и криволинейные интегралы. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.
- 19. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функциональной последовательности и функционального ряда.
- 20. Разложение функции по ортогональной системе функций, ряд Фурье, условие замкнутости ортогональной системы (равенство Парсеваля-Стеклова).
- 21. Метрика, метрическое пространство. Открытые и замкнутые множества.
- 22. Фундаментальная последовательность, полное пространство.
- 23. Принцип сжимающих отображений. Компактное пространство и множество. Критерий компактности в  $R^n$ .
- 24. Определение голоморфной функции, уравнения Коши-Римана.
- 25. Интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши.

- 26. Разложение в ряд Тейлора голоморфной функции, формулы выражения коэффициентов через производную и интеграл. Теорема единственности.
- 27. Классификация изолированных особых точек. Теорема о вычетах. Ряд Лорана. Теорема Руше и принцип аргумента.
- 28. Дифференциальные уравнения (ДУ) простейших типов и их интегрирование.
- 29. Теорема Коши-Пикара существования и единственности решения ДУ 1-го порядка.
- 30. Классическое определение вероятности. Условная вероятность, независимые события, теоремы сложения и умножения.
- 31. Дискретные и непрерывные случайные величины, определения и свойства функции и плотности распределения.
- 32. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Моменты.
- 33. Сходимость по вероятности, неравенство Чебышева, закон больших чисел в формах Чебышева и Бернулли.

## Список литературы

- 1. Беклемишев Р.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Р.В.Беклемишев. М.: Наука, 1981.
- 2. Курош А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г.Курош. М.: Наука, 1968.
- 3. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры / А.И.Мальцев. М.: Наука, 1970.
- 4. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции / А.И.Мальцев. М.: Наука, 1965.
- 5. Ершов Ю.Л. Математическая логика / Ю.Л.Ершов, Е.А.Палютин. М.: Наука, 1979.
- 6. Никольский С.М. Курс математического анализа. Т. 1, 2 / С.М.Никольский. М.: Наука, 1975.
- 7. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М.Фихтенгольц. М.: Наука, 1970.
- 8. Зорич В.А. Математический анализ. Т. 1, 2 / В.А.Зорич. М.: Наука, 1981.
- 9. Сидоров Ю.В. Лекции по теории функций комплексного переменного / Ю.В.Сидоров, М.В.Федорюк, М.И.Шабунин. М.: Наука, 1989.
- 10. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ / Б.В.Шабат. М.: Наука, 1985.
- 11. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин. М.: Наука, 1989.
- 12. Боровков А.А. Теория вероятностей / А.А.Боровков. М.: Наука, 1986.
- 13. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики / Б.А.Севастьянов. М.: Наука, 1982.
- 14. Крамер Г. Математические методы статистики / Г.Крамер. М.: Мир, 1975.
- 15. Березин И.С. Методы вычислений. Т.1 / И.С.Березин, Н.П.Жидков. М.: Наука, 1987.
- 16. Бахвалов Н.С. Численные методы. Т.1 /Н.С.Бахвалов. М.: Наука, 1973.

- 17. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Л.С.Понтрягин. М.: Наука, 1982.
- 18. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г.Петровский. М.: Наука, 1970.
- 19. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.И.Арнольд. М.: Наука, 1984.
- 20. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных /В.П.Михайлов. М.: Наука, 1983.
- 21. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. М.: Наука, 1977.

## Примеры заданий

1. Решить матричное уравнение AX + B = C, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 17 \end{pmatrix}.$$

- 2. Найти основание перпендикуляра, опущенного из точки (9,6,4) на прямую  $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{3}$  (система координат прямоугольная).
- 3. Исследовать и построить график функции  $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$
- 4. Разложив рациональную дробь в сумму простейших, вычислить интеграл

$$\int \frac{x dx}{x^3 + 1}$$

- 5. Решить дифференциальное уравнение  $y'' y' + 3y = \cos 2x$
- 6. Только один из ключей подходит к данной двери. Найти вероятность того, что для открывания двери придется опробовать ровно k,  $(k \le n)$  ключей.

Руководитель магистерской программы «Алгебра, логика и дискретная математика»

В.М. Левчук, д-р физ.-мат. наук

Руководитель магистерской программы «Математическая физика»

Ю.Я. Белов, д-р физ.-мат. наук

Руководитель магистерской программы «Комплексный анализ»

А.К. Цих, д-р физ.-мат. наук Руководитель магистерской программы «Математическое моделирование»

В.К. Андреев, д-р физ.-мат. наук

Руководитель магистерской программы «Вычислительная математика»

В.В. Шайдуров, д-р техн. наук

Руководитель магистерской программы «Математическое и компьютерное моделирование»

В.М. Садовский, д-р физ.-мат. наук