

## Fundamentos de Projeto e Análise de Algoritmos

# **Relatório do Trabalho Prático em grupo**

Alunos:

- Caio Elias Rodrigues Araujo
- Victor de Souza Friche Passos
- Vítor de Figueiredo Pereira

## Informações

Critério de avaliação escolhido:

**Individual**

Linguagem de programação:

**Java**

Algoritmos implementados:  
**Conquista**

**Backtracking, Programação Dinâmica e Divisão e**

Link do repositório: [https://github.com/DisiplinasProgramacao/projetodealgoritmos-leilaoenergia-projetodealgoritmos\\_leilaoenergia](https://github.com/DisiplinasProgramacao/projetodealgoritmos-leilaoenergia-projetodealgoritmos_leilaoenergia)

### Divisão de tarefas

Integrante	Tarefas executadas
Victor	<ul style="list-style-type: none"><li>● Implementação do método de Backtracking</li><li>● Elaboração da seção Backtracking, Informações e Conclusão Final</li><li>● Participação na seção de Comparação</li></ul>
Caio	<ul style="list-style-type: none"><li>● Implementação do método de Programação Dinâmica</li><li>● Participação na seção de Comparação</li></ul>
Vítor	<ul style="list-style-type: none"><li>● Implementação do método de Divisão e Conquista</li><li>● Participação na seção de Comparação</li></ul>

# Backtracking

Victor de Souza Friche Passos

## Primeira implementação (Corresponde a Backtracking no repositório)

### Estratégia Geral:

Definem-se variáveis para armazenar a energia total disponível (`energiaTotal`), os lances disponíveis (`lances`), a melhor combinação de lances (`melhorLances`), o melhor valor total obtido (`melhorValor`) e a energia total utilizada na melhor combinação (`energiaUtilizada`).

A função `encontrarMelhorVenda` é a função principal que inicializa o processo de busca e, ao final, imprime os melhores resultados encontrados. Ela chama recursivamente uma função `encontrarMelhorVenda` de backtracking com parâmetros que tenta todas as combinações possíveis de lances, respeitando o limite de energia total.

A cada combinação de lances, se a soma dos valores dos lances for maior do que o melhor valor obtido até o momento (`melhorValor`), a combinação atual é armazenada como a melhor solução.

### Critério de Poda:

O critério de poda é garantir que a soma da energia dos lances atuais não exceda a energia total disponível. Isto é feito com a verificação "if (`energiaUsada + lances[i].megawatts <= energiaTotal`)" antes de adicionar um novo lance à combinação atual.

### Passo a passo:

1. Inicializa as variáveis.
2. Início da busca: a função `encontrarMelhorVenda` chama a função recursiva `encontrarMelhorVenda` com uma lista vazia para lances atuais, índice inicial 0, energia usada 0 e valor atual 0.
3. Verificação de condição: a função recursiva verifica se a energia utilizada até o momento não excede a energia total disponível. Se sim, continua a busca; se não, volta (backtrack).
4. Se a combinação atual de lances proporciona um valor total maior do que o melhor valor obtido até o momento, atualiza-se a melhor solução.
5. Para cada lance a partir do índice atual, tenta-se adicionar o lance à combinação atual, respeitando o limite de energia, e a busca recursiva continua com o próximo lance.
6. Após tentar um lance, o lance é removido da combinação atual para explorar outras combinações possíveis.
7. Quando todas as combinações foram exploradas, a melhor solução é impressa.

## Testes:

### Teste 1

\* Conjunto de empresas interessadas 1 (nome, quantidade, valor):

E1;430;1043  
E2;428;1188  
E3;410;1565  
E4;385;1333  
E5;399;1214  
E6;382;1498  
E7;416;1540  
E8;436;1172  
E9;416;1386  
E10;423;1097  
E11;400;1463  
E12;406;1353  
E13;403;1568  
E14;390;1228  
E15;387;1542  
E16;390;1206  
E17;430;1175  
E18;397;1492  
E19;392;1293  
E20;393;1533  
E21;439;1149  
E22;403;1277  
E23;415;1624  
E24;387;1280  
E25;417;1330

Considerando 8000 megawatts.

### Resultado:

Melhor solução encontrada:

Lances:

```
(megawatts=410, valor=1565, empresa='E3')  
(megawatts=385, valor=1333, empresa='E4')  
(megawatts=399, valor=1214, empresa='E5')  
(megawatts=382, valor=1498, empresa='E6')  
(megawatts=416, valor=1540, empresa='E7')  
(megawatts=416, valor=1386, empresa='E9')  
(megawatts=400, valor=1463, empresa='E11')  
(megawatts=406, valor=1353, empresa='E12')  
(megawatts=403, valor=1568, empresa='E13')  
(megawatts=390, valor=1228, empresa='E14')  
(megawatts=387, valor=1542, empresa='E15')  
(megawatts=390, valor=1206, empresa='E16')  
(megawatts=397, valor=1492, empresa='E18')  
(megawatts=392, valor=1293, empresa='E19')  
(megawatts=393, valor=1533, empresa='E20')  
(megawatts=403, valor=1277, empresa='E22')  
(megawatts=415, valor=1624, empresa='E23')  
(megawatts=387, valor=1280, empresa='E24')  
(megawatts=417, valor=1330, empresa='E25')
```

Com valor total de 26725 dinheiros e energia total utilizada de 7588 megawatts  
Conjunto: Conjunto 1, Tempo médio de execução: 437 ms

A distribuição de energia entre as empresas participantes no leilão resultou em uma

utilização total de 7588 megawatts dos 8000 megawatts disponíveis. Esse resultado foi obtido após a execução do algoritmo de backtracking que buscou maximizar o valor total dos lances aceitos, que durou 437ms, ou seja, nem 1 segundo! O valor total obtido com a melhor combinação de lances (19 lances) foi de 26725 dinheiros. Esse é o valor máximo encontrado pelo algoritmo considerando todas as combinações possíveis dentro da restrição de energia.

## **Teste 2**

**\* Conjunto de empresas interessadas 2 (nome, quantidade, valor):**

E1;313;1496  
E2;398;1768  
E3;240;1210  
E4;433;2327  
E5;301;1263  
E6;297;1499  
E7;232;1209  
E8;614;2342  
E9;558;2983  
E10;495;2259  
E11;310;1381  
E12;213;961  
E13;213;1115  
E14;346;1552  
E15;385;2023  
E16;240;1234  
E17;483;2828  
E18;487;2617  
E19;709;2328  
E20;358;1847  
E21;467;2038  
E22;363;2007  
E23;279;1311  
E24;589;3164  
E25;476;2480

**Considerando 8000 megawatts.**

**Resultado:**

Melhor solução encontrada:

Lances:

```
(megawatts=313, valor=1496, empresa='E1')
(megawatts=398, valor=1768, empresa='E2')
(megawatts=240, valor=1210, empresa='E3')
(megawatts=433, valor=2327, empresa='E4')
(megawatts=297, valor=1499, empresa='E6')
(megawatts=232, valor=1209, empresa='E7')
(megawatts=558, valor=2983, empresa='E9')
(megawatts=495, valor=2259, empresa='E10')
(megawatts=310, valor=1381, empresa='E11')
(megawatts=213, valor=1115, empresa='E13')
(megawatts=346, valor=1552, empresa='E14')
(megawatts=385, valor=2023, empresa='E15')
(megawatts=240, valor=1234, empresa='E16')
(megawatts=483, valor=2828, empresa='E17')
(megawatts=487, valor=2617, empresa='E18')
(megawatts=358, valor=1847, empresa='E20')
(megawatts=467, valor=2038, empresa='E21')
(megawatts=363, valor=2007, empresa='E22')
(megawatts=279, valor=1311, empresa='E23')
(megawatts=589, valor=3164, empresa='E24')
(megawatts=476, valor=2480, empresa='E25')
```

Com valor total de 40348 dinheiros e energia total utilizada de 7962 megawatts  
Conjunto: Conjunto 2, Tempo médio de execução: 420 ms

A distribuição de energia entre as empresas participantes no leilão resultou em uma utilização total de 7962 megawatts dos 8000 megawatts disponíveis. Esse resultado foi obtido após a execução do algoritmo de backtracking que buscou maximizar o valor total dos lances aceitos, que durou 420ms, ou seja, nem 1 segundo! O valor total obtido com a melhor combinação de lances (20 lances) foi de 40348 dinheiros. Esse é o valor máximo encontrado pelo algoritmo considerando todas as combinações possíveis dentro da restrição de energia.

### Teste 3

**Gerador de Problemas:** o algoritmo de geração de problemas é utilizado para gerar conjuntos de lances (ofertas de empresas) de forma randômica dentro de um intervalo.

#### Informações importantes:

TAM\_BASE é um valor de referência escolhido como ponto de partida para a geração de valores. Ele é uma constante que facilita a criação de valores de teste escaláveis.

***int megawatts = 200 + aleatorio.nextInt(401);*** define os valores dos megawatts entre 200 e 600.

***valorMinimo*** é 3 vezes o valor do megawatts e ***valorMaximo*** é 5 vezes maior.

***int valor = valorMinimo + aleatorio.nextInt(valorMaximo - valorMinimo + 1);***

Gera o valor do lance dentro do intervalo [valorMinimo, valorMaximo], garantindo que o valor seja pelo menos *valorMinimo* e no máximo *valorMaximo*.

Utilizando TAM\_BASE = 13 e essas configurações de randomização das variáveis são gerados e utilizados valores parecidos com os conjuntos de dados anteriores já testados. Assim, as chances de ocorrer dados irreais como 3 megawatts por 2100 dinheiros são pequenas.

**IMPORTANTE:** a cada teste de determinado conjunto ele gerará dados diferentes em relação ao teste anterior. Assim ele sempre irá encontrar soluções diferentes, mesmo tendo a mesma quantidade de lances.

**Resultado:** no terminal o resultado ficou gigante, então vou deixar uma print do final da execução e um arquivo mostrando pelo o menos as 10 execuções de teste para o conjuntos 32 e 31.

```
(megawatts=281, valor=1299, empresa='E29')
(megawatts=560, valor=2544, empresa='E30')
(megawatts=570, valor=2306, empresa='E31')

Com valor total de 33436 dinheiros e energia total utilizada de 8000 megawatts

Teste 10
Melhor solução encontrada:
Lances:
(megawatts=341, valor=1245, empresa='E1')
(megawatts=588, valor=2683, empresa='E3')
(megawatts=382, valor=1893, empresa='E4')
(megawatts=543, valor=2162, empresa='E5')
(megawatts=259, valor=1189, empresa='E7')
(megawatts=473, valor=2213, empresa='E8')
(megawatts=575, valor=2621, empresa='E10')
(megawatts=529, valor=2043, empresa='E13')
(megawatts=263, valor=1025, empresa='E14')
(megawatts=339, valor=1296, empresa='E17')
(megawatts=357, valor=1461, empresa='E18')
(megawatts=414, valor=2028, empresa='E22')
(megawatts=246, valor=1199, empresa='E23')
(megawatts=277, valor=1092, empresa='E24')
(megawatts=282, valor=1369, empresa='E27')
(megawatts=297, valor=1226, empresa='E28')
(megawatts=457, valor=1736, empresa='E29')
(megawatts=442, valor=1564, empresa='E30')
(megawatts=586, valor=2717, empresa='E31')
(megawatts=344, valor=1341, empresa='E32')

Com valor total de 34103 dinheiros e energia total utilizada de 7994 megawatts

Conjunto com tamanho 32 não pode ser resolvido em até 30 segundos.
Tempo médio excedeu o limite: 41953 ms
```

O algoritmo rodou/testou 10 conjuntos de teste achando soluções para cada tamanho T parando em  $T = 32$  lances. 31 foi o último número de lances que não excedeu o tempo limite de 30 segundos, chegando a executar na média 21143 ms ou aproximadamente 21 segundos.

10 testes de conjuntos de 32 lances ultrapassaram 30 segundos e o algoritmo parou sua execução. Confira no arquivo abaixo:

<https://drive.google.com/file/d/1GpqgF94-MGX3IMJhM5nnQEWg0C78ZTZF/view?usp=sharing>

## Análise Crítica de resultados

O critério de poda para esses conjuntos de dados foi efetivo, já que o tempo de execução foi relativamente rápido para os conjuntos de dados testados e ele sempre conseguia resolver o problema do leilão de energia, que era vender sua energia produzida, obtendo o maior valor possível no conjunto de suas vendas.

## Pontos Positivos:

1. Nos testes realizados, o algoritmo de Backtracking conseguiu utilizar uma quantidade significativa de megawatts disponíveis, próximo ao máximo permitido, resultando em uma utilização eficiente dos recursos.

2. O algoritmo foi bem-sucedido em encontrar a combinação de lances que maximiza o valor total obtido. No primeiro teste, obteve 26725 dinheiros e, no segundo, 40348 dinheiros, ambos valores máximos possíveis dentro das restrições de energia.
3. O tempo de execução do algoritmo foi relativamente rápido para os conjuntos de dados testados. Ambos os testes iniciais foram concluídos em menos de um segundo, mostrando que o algoritmo é eficiente para conjuntos de lances de tamanho pequeno e moderado.

#### **Pontos Negativos:**

1. Como evidenciado nos testes de conjuntos maiores, o tempo de execução aumenta exponencialmente (complexidade exponencial). No teste 3, a execução do algoritmo foi interrompida para conjuntos com 32 ou mais lances devido ao tempo de execução exceder 30 segundos. Isso indica que, para problemas de maior escala, o algoritmo pode não ser viável em termos de tempo de execução.
2. A eficiência do algoritmo pode ser fortemente influenciada pela estrutura dos dados de entrada. Eu percebi no teste 3 que quando os valores dos megawatts dos lances são pequenos, o número de combinações possíveis aumenta. Isso ocorre porque é possível selecionar mais lances dentro do limite total de energia, resultando em um aumento do espaço de busca que o algoritmo deve explorar.
3. Embora o critério de poda ajude a reduzir o espaço de busca, ele ainda pode ser insuficiente para grandes conjuntos de dados. Melhorar o critério de poda pode ajudar o algoritmo a executar conjuntos maiores que 32 mas de qualquer forma, em algum momento ele será ineficiente para algum conjunto de tamanho  $T$  de dados.

#### **Conclusão**

O algoritmo de Backtracking implementado se mostrou eficaz para resolver o problema do leilão de energia para conjuntos de dados pequenos e moderados. Ele foi capaz de maximizar o valor total obtido, utilizando uma quantidade significativa de megawatts disponíveis dentro do limite de energia estipulado. No entanto, a complexidade exponencial do algoritmo limita sua aplicação para conjuntos de dados maiores, onde o tempo de execução se torna impraticável. A eficiência do critério de poda é crucial para o desempenho do algoritmo, mas melhorias são necessárias para lidar com conjuntos maiores. A estrutura dos dados de entrada também desempenha um papel significativo na eficiência do algoritmo.

## **Divisão e Conquista**

O algoritmo foi baseado no problema da mochila onde é definido se cada item deve ou não ser incluído no conjunto de itens.

#### **Conjunto 1:**



```
Melhor venda para o conjunto 1: 26725
Empresa: E3, Megawatts: 410, Valor: 1565
Empresa: E4, Megawatts: 385, Valor: 1333
Empresa: E5, Megawatts: 399, Valor: 1214
Empresa: E6, Megawatts: 382, Valor: 1498
Empresa: E7, Megawatts: 416, Valor: 1540
Empresa: E9, Megawatts: 416, Valor: 1386
Empresa: E11, Megawatts: 400, Valor: 1463
Empresa: E12, Megawatts: 406, Valor: 1353
Empresa: E13, Megawatts: 403, Valor: 1568
Empresa: E14, Megawatts: 390, Valor: 1228
Empresa: E15, Megawatts: 387, Valor: 1542
Empresa: E16, Megawatts: 390, Valor: 1206
Empresa: E18, Megawatts: 397, Valor: 1492
Empresa: E19, Megawatts: 392, Valor: 1293
Empresa: E20, Megawatts: 393, Valor: 1533
Empresa: E22, Megawatts: 403, Valor: 1277
Empresa: E23, Megawatts: 415, Valor: 1624
Empresa: E24, Megawatts: 387, Valor: 1280
Empresa: E25, Megawatts: 417, Valor: 1330
Tempo de execução: 2448 ms
```

## Conjunto 2:

```
Melhor venda para o conjunto 2: 40348
Empresa: E1, Megawatts: 313, Valor: 1496
Empresa: E2, Megawatts: 398, Valor: 1768
Empresa: E3, Megawatts: 240, Valor: 1210
Empresa: E4, Megawatts: 433, Valor: 2327
Empresa: E6, Megawatts: 297, Valor: 1499
Empresa: E7, Megawatts: 232, Valor: 1209
Empresa: E9, Megawatts: 558, Valor: 2983
Empresa: E10, Megawatts: 495, Valor: 2259
Empresa: E11, Megawatts: 310, Valor: 1381
Empresa: E13, Megawatts: 213, Valor: 1115
Empresa: E14, Megawatts: 346, Valor: 1552
Empresa: E15, Megawatts: 385, Valor: 2023
Empresa: E16, Megawatts: 240, Valor: 1234
Empresa: E17, Megawatts: 483, Valor: 2828
Empresa: E18, Megawatts: 487, Valor: 2617
Empresa: E20, Megawatts: 358, Valor: 1847
Empresa: E21, Megawatts: 467, Valor: 2038
Empresa: E22, Megawatts: 363, Valor: 2007
Empresa: E23, Megawatts: 279, Valor: 1311
Empresa: E24, Megawatts: 589, Valor: 3164
Empresa: E25, Megawatts: 476, Valor: 2480
Tempo de execução: 2364 ms
```

## Conjunto gerador:

```
Detalhes do teste 10:
Melhor venda: 33981
Empresa: E1, Megawatts: 497, Valor: 2331
Empresa: E3, Megawatts: 481, Valor: 2298
Empresa: E4, Megawatts: 383, Valor: 1773
Empresa: E5, Megawatts: 575, Valor: 2423
Empresa: E6, Megawatts: 576, Valor: 2451
Empresa: E8, Megawatts: 344, Valor: 1214
Empresa: E9, Megawatts: 224, Valor: 1096
Empresa: E10, Megawatts: 533, Valor: 2112
Empresa: E13, Megawatts: 334, Valor: 1563
Empresa: E14, Megawatts: 488, Valor: 2137
Empresa: E15, Megawatts: 437, Valor: 1771
Empresa: E16, Megawatts: 544, Valor: 2455
Empresa: E17, Megawatts: 335, Valor: 1311
Empresa: E18, Megawatts: 423, Valor: 1766
Empresa: E19, Megawatts: 440, Valor: 1729
Empresa: E21, Megawatts: 296, Valor: 1238
Empresa: E22, Megawatts: 591, Valor: 2375
Empresa: E24, Megawatts: 490, Valor: 1938
Tempo de execução: 2329 ms
Conjunto com tamanho 25, Tempo de execução: 23426 ms
```

```
Detalhes do teste 10:
Melhor venda: 32054
Empresa: E1, Megawatts: 530, Valor: 1994
Empresa: E2, Megawatts: 243, Valor: 803
Empresa: E3, Megawatts: 266, Valor: 833
Empresa: E4, Megawatts: 385, Valor: 1385
Empresa: E5, Megawatts: 595, Valor: 2114
Empresa: E7, Megawatts: 248, Valor: 1133
Empresa: E8, Megawatts: 545, Valor: 2014
Empresa: E9, Megawatts: 420, Valor: 2003
Empresa: E10, Megawatts: 435, Valor: 1915
Empresa: E12, Megawatts: 545, Valor: 2022
Empresa: E13, Megawatts: 446, Valor: 2188
Empresa: E16, Megawatts: 456, Valor: 1529
Empresa: E17, Megawatts: 316, Valor: 1392
Empresa: E19, Megawatts: 481, Valor: 2383
Empresa: E21, Megawatts: 544, Valor: 1894
Empresa: E22, Megawatts: 200, Valor: 805
Empresa: E24, Megawatts: 475, Valor: 1943
Empresa: E25, Megawatts: 428, Valor: 2117
Empresa: E26, Megawatts: 429, Valor: 1587
Tempo de execução: 4908 ms
Conjunto com tamanho 26 não pode ser resolvido em até 30 segundos.
Tempo excedeu o limite: 47747 ms
```

O processo do algoritmo de divisão e conquista se encerrou no conjunto 25, pois o conjunto de tamanho 26 já excedia o tempo limite. Em análise, foi identificado que o tempo de execução do próximo conjunto é próximo ao dobro do tempo do conjunto anterior a ele, como exemplo, se tem o conjunto de tamanho 25 e 26 na imagem acima.

**Observação:** Antes da conclusão de código, o processo que foi desenvolvido, não mantinha em vista quais empresas participaram da venda, o que fez com que o processo apenas finalizasse próximo do conjunto 35. É possível observar que a diferença dos dados que serão tratados pode causar uma mudança de execução abrupta, devido à complexidade das estruturas.

### Pontos positivos:

1. Garantia de encontrar a solução ótima: Como a busca exaustiva tenta todas as combinações possíveis, ela sempre encontrará a solução ótima se ela existir.
2. Simplicidade: A busca exaustiva é um algoritmo simples de entender e implementar. Não requer nenhum conhecimento prévio sobre o problema além do critério de solução.

### Pontos negativos:

1. Ineficiência: A busca exaustiva pode ser muito ineficiente para problemas grandes, pois o número de combinações possíveis pode crescer exponencialmente com o tamanho do problema. Isso pode levar a tempos de execução muito longos.
2. Uso de memória: A busca exaustiva pode exigir uma grande quantidade de memória para armazenar todas as combinações possíveis, especialmente para problemas grandes.
3. Não é prático para problemas em tempo real: Devido ao seu tempo de execução

potencialmente longo, a busca exaustiva pode não ser prática para problemas que requerem uma solução em tempo real.

## Programação Dinâmica

O algoritmo de programação dinâmica utilizado é o de "knapsack problem" (problema da mochila), que é aplicado da seguinte forma: quando recebemos as ofertas de energia (lances), somamos a quantidade total de megawatts (MW) ofertados e definimos a capacidade máxima que pode ser adquirida. Para cada capacidade parcial, encontramos o valor máximo arrecadado, usando nosso algoritmo (com sua tabela equivalente), que sempre tenta satisfazer a capacidade total de maneira ótima ou chega o mais próximo possível. No final, temos sempre o melhor resultado possível em termos de valor arrecadado, respeitando o limite de capacidade de MW, e pela tabela, podemos localizar quais ofertas devem ser aceitas.

Estrutura da Tabela:

Linhas: Ofertas disponíveis;

Colunas: Capacidade máxima de MW.

### Resultados Obtidos:

Partes Interessadas	Média Tempo (ms)
32 (T)	34
128 (4T)	78
256 (8T)	106
320 (10T)	148

A análise dos dados revela uma tendência de aumento na média de tempo à medida que o número de partes interessadas cresce. Com 32 partes interessadas, a média de tempo é de 34 ms. Quando o número de partes interessadas é quadruplicado para 128, a média de tempo aumenta para 78 ms, representando um crescimento significativo, mas ainda mantendo a eficiência em termos de tempo de processamento.

À medida que o número de partes interessadas continua a aumentar, esse padrão se mantém. Com 256 partes interessadas, a média de tempo é de 106 ms, e com 320 partes interessadas, a média de tempo chega a 148 ms. Esses resultados indicam que o sistema mantém uma escalabilidade aceitável, com tempos de processamento aumentando de forma previsível e não exponencial.

Essa linearidade no aumento do tempo de processamento sugere que o algoritmo utilizado para lidar com as partes interessadas é eficiente e capaz de lidar com grandes volumes de dados sem comprometer significativamente o desempenho. Além disso, o fato de a média de tempo não aumentar de forma drástica entre as diferentes quantidades de partes interessadas demonstra a robustez do sistema frente ao crescimento de dados.

Em resumo, os dados indicam que o sistema é bem projetado para escalar com um número crescente de partes interessadas, mantendo tempos de resposta dentro de limites razoáveis e demonstrando uma complexidade computacional manejável.

## Comparação de resultados dos algoritmos

Critério	Backtracking	Divisão e Conquista	Programação Dinâmica
<b>Garantia de Solução Ótima</b>	Sim	Sim	Sim
<b>Escalabilidade</b>	Limitada para grandes conjuntos de dados	Limitada para grandes conjuntos de dados	Alta, mantém tempos de execução razoáveis
<b>Facilidade de Implementação</b>	Moderada	Alta	Moderada
<b>Exemplo de Resultado 1</b>	26725 dinheiros (7588 MW, 437 ms)	26725 dinheiros (2448 ms)	Não disponível
<b>Exemplo de Resultado 2</b>	40348 dinheiros (7962 MW, 420 ms)	40348 dinheiros ( 2364 ms)	Não disponível
<b>Exemplo de Resultado 3</b>	Interrompido para $\geq 32$ lances (excedeu 30s)	Interrompido para $> 25$ lances (excedeu tempo limite)	34 ms (32 lances), 78 ms (128 lances), 148 ms (320 lances)

**Backtracking** é eficiente para conjuntos de dados pequenos e moderados, mas sua complexidade exponencial limita a aplicação em problemas maiores.

**Divisão e Conquista** oferece uma abordagem simples e garantida para encontrar soluções ótimas, mas é impraticável para problemas maiores devido ao tempo de execução e uso de memória.

**Programação Dinâmica** se destaca pela eficiência e escalabilidade, mantendo tempos de resposta manejáveis mesmo com grandes volumes de dados. No entanto, pode ser mais complexa de implementar e menos eficiente em termos de uso de memória.

Para aplicações práticas, a escolha do algoritmo depende do tamanho do conjunto de dados e do tipo de problema a ser solucionado.

## Conclusão Final

Para o problema do leilão de energia, a programação dinâmica foi a abordagem mais eficaz devido à sua capacidade de lidar com grandes conjuntos de dados de maneira eficiente e escalável. O backtracking também foi eficaz para conjuntos menores, mas tornou-se impraticável para grandes conjuntos devido à sua complexidade exponencial. A divisão e conquista foi a alternativa menos eficaz apesar de também conseguir solucionar o problema. Isso porque seu tempo de execução é maior e aumenta exponencialmente de acordo com o conjunto de dados e utiliza muita memória em sua execução.