



BØRNE- OG  
UNDERVISNINGSMINISTERIET  
STYRELSEN FOR  
UNDERVISNING OG KVALITET

---

# Matematik A

---

Højere teknisk eksamen

*Gammel ordning*

Fredag den 13. december 2019  
kl. 9.00 - 14.00

# Matematik A

## 2019

Prøvens varighed er 5 timer.

Alle hjælpemidler er tilladte.

Opgavebesvarelsen skal afleveres i netprøver som pdf.

Alt materiale, der afleveres til bedømmelse, skal påføres navn.

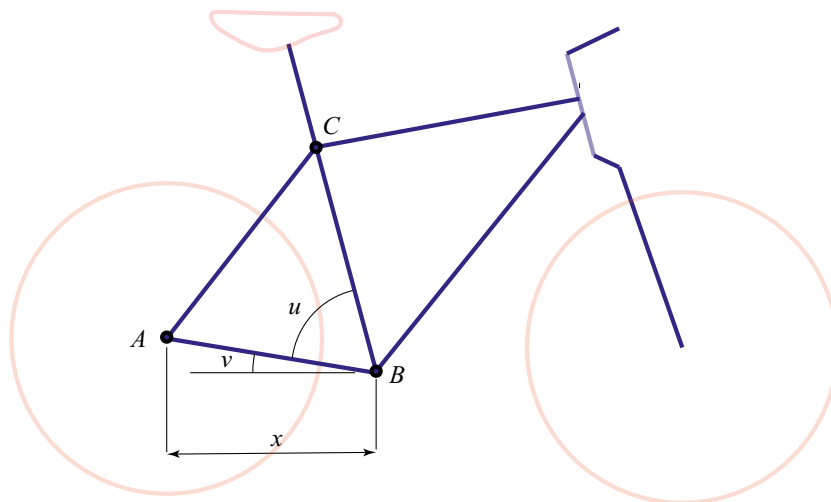
I bedømmelsen vil der blive lagt vægt på, om tankegangen klart fremgår, herunder om der i besvarelsen af den enkelte opgave er:

- anvendt matematiske teorier og metoder til løsning
- en forbindende tekst, der giver en klar begrundelse for valget af den anvendte løsningsmetode samt en afrunding af hvert spørgsmål med præcise konklusioner, præsenteret i et klart sprog og med brug af korrekt matematisk notation
- dokumentation af beregninger ved brug af it-værktøjer og/eller mellemregninger samt forklarende tekst
- benyttet figurer og illustrationer med tydelig sammenhæng mellem tekst og figurer.

Billedmateriale uden kildeangivelse tilhører opgavekommissionen.

# Opgave 1

Billedet viser en cykel.



Figur 1

Figur 1 viser en model af cyklen. En del af cykelstellets geometri er givet ved følgende mål: den vandrette afstand  $x = 40$ ,  $|BC| = 50$  og vinkel  $u = 73^\circ$ . Alle mål er i centimeter.

Linjestykket  $AB$  danner vinklen  $v = 9^\circ$  med vandret, se figur 1.

a) Vis at  $|AB| = 40,5$ .

b) Bestem  $|AC|$ .

## Opgave 2

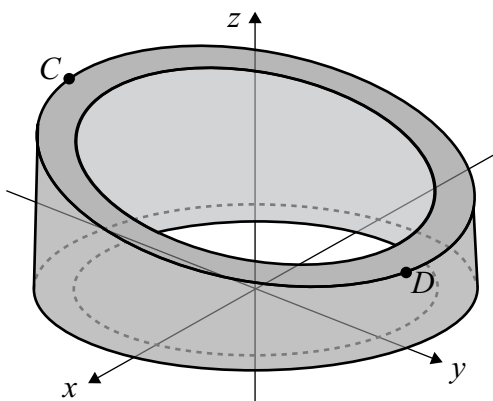
Billedet viser et luftfoto af bygningen kaldet *Cirkelhuset*.

Figur 2 viser en model af huset indlagt i et koordinatsystem. Husets grundflade kan beskrives som en cirkelring med centrum i  $(0;0;0)$ . Den ydre diameter af cirkelringen er 65, og den indre diameter er 54. Figur 3 viser et tværsnit af modellen. Alle afstande er i meter.

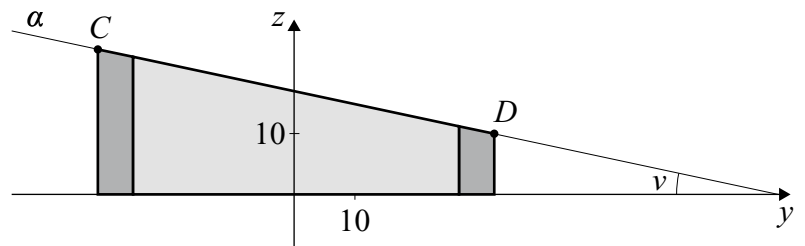


Kilde: Enemærke & Petersen a/s

- a) Bestem arealet af husets grundflade.



Figur 2



Figur 3

Husets tagflade ligger i planen  $\alpha$ . Det højeste punkt på tagfladen har koordinaterne  $C(0;-32,5;23,8)$  og det laveste punkt har koordinaterne  $D(0;32,5;10,2)$ , se figur 2 og 3.

- b) Bestem afstanden  $|CD|$ .

Planen  $\alpha$  danner vinklen  $v$  med  $xy$ -planen, se figur 3.

- c) Bestem vinklen  $v$ .  
d) Bestem en ligning for planen  $\alpha$ .

## Opgave 3

Trykket op gennem atmosfæren kan i en model beskrives ved differentialligningen

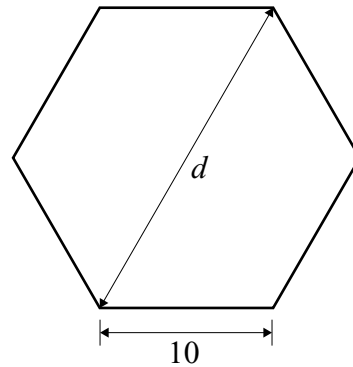
$$\frac{dp}{dh} = -1,16 \cdot 10^{-4} \cdot p \quad \text{for } 0 \leq h \leq 10000$$

Trykket  $p$  måles i pascal (Pa) og højden  $h$  i meter.

- a) Bestem den øjeblikkelige trykændring når  $p = 0,9 \cdot 10^5$ .
- b) Vis at  $p(h) = 1,013 \cdot 10^5 \cdot e^{-1,16 \cdot 10^{-4} \cdot h}$  er en løsning til differentialligningen.
- c) Tegn løsningskurven i et koordinatsystem.

## Opgave 4

Billedet viser en æske uden låg fremstillet af pap.



Figur 4

Figur 4 viser æskens bund. Bunden kan beskrives som en regulær sekskant med kantlængden 10. Alle mål er i centimeter.

a) Bestem  $d$ , se figur 4.

Æskens højde er 3,85 og æskens sider er lodrette.

b) Bestem æskens volumen.

Producenten ønsker at ændre æskens dimensioner for at minimere forbruget af pap. Æskens volumen vælges til  $970 \text{ cm}^3$ . Producenten opstiller en funktion  $A$  til beregning af overfladearealet

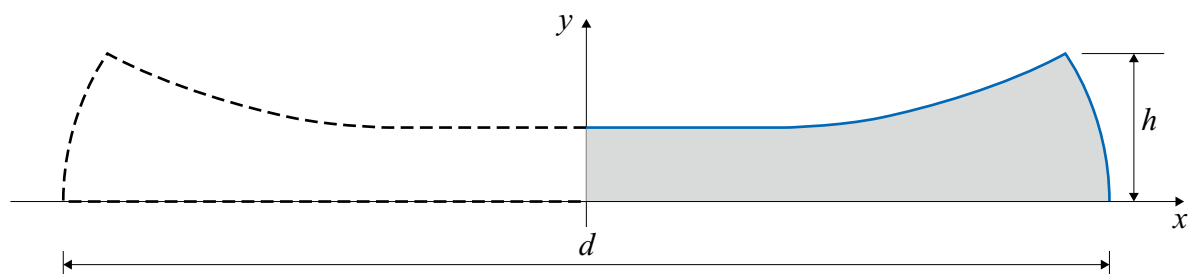
$$A(x) = 3 \cdot \sin(60^\circ) \cdot x^2 + \frac{1940}{\sin(60^\circ)} \cdot \frac{1}{x}, \quad x \geq 0,$$

hvor  $x$  er kantlængden af bunden.

c) Bestem kantlængde og højde af æsken med det mindste forbrug af pap.

## Opgave 5

Billedet viser en holder til køkkenrulle. Holderen er opbygget af to dele, en bøjle af metal og en fod af træ.



Figur 5

En del af tværsnittets kant kan beskrives ved funktionen  $f$ , vist med blåt. Funktionen  $f$  er givet ved forskriften

$$f(x) = \begin{cases} 1 & , \quad 0 \leq x \leq 2,5 \\ a \cdot (x - 2,5)^2 + 1 & , \quad 2,5 < x \leq 6,4 \\ \sqrt{3,633^2 - (x - 3,367)^2} & , \quad 6,4 < x \leq 7,0 \end{cases}$$

Funktionen  $f$  er kontinuert.

- Vis at  $a \approx 0,0657$ .
- Bestem fodens højde  $h$  og diameter  $d$ .

Foden kan beskrives ved det omdrejningslegeme, der fremkommer ved at dreje det gråtonede område  $360^\circ$  om  $y$ -aksen.

- Bestem fodens rumfang.

## Opgave 6

Rønne ligger på  $55,10^\circ \text{ N}$ ,  $14,70^\circ \text{ Ø}$ , et punkt vi betegner med  $A$ . Hong Kong ligger på  $22,28^\circ \text{ N}$ ,  $114,16^\circ \text{ Ø}$ , et punkt vi betegner med  $B$ . Endelig betegner vi den geografiske nordpol med  $C$ .

- a) Bestem de sfæriske længder  $a = BC$  og  $b = AC$ .
- b) Bestem den sfæriske længde  $c = AB$ .

Jordens radius er 6378 km.

- c) Bestem afstanden langs Jordens overflade fra Rønne til Hong Kong.