

脉冲星磁层与辐射过程

基本现象与理论

主要参考两篇文章：

- F. C. Michel (1982): Theory of pulsar magnetospheres
- V. S. Beskin (2018): Radio pulsars: already fifty years!

曹顺顺
物理学院
天文学系
23博

2025.4.27



I. 脉冲星发现以及之前

1930s的理论讨论：中子星

·Landau 1932: “gigantic nucleus”

considerations)¹. We expect that this must occur when the density of matter becomes so great that atomic nuclei come in close contact, forming one gigantic nucleus.

(in between: Chadwick 1932: 中子发现)

·Baade & Zwicky 1934: “neutron star”

(来自超新星爆发)

super-nova now confronts us. With all reserve we advance the view that a super-nova

represents the transition of an ordinary star into a *neutron star*, consisting mainly of neutrons.

Such a star may possess a very small radius and an extremely high density. As neutrons can be

·Oppenheimer & Volkoff 1939: Tolman-Oppenheimer-Volkoff Equations
(广相静态球对称流体平衡：引力 v.s. 压强)

$$du/dr = 4\pi\rho(p)r^2$$

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{p+\rho(p)}{r(r-2u)}[4\pi pr^3 + u]$$

What is $\rho(p)$? →→ 物态问题 (本报告不展开)

1940s-1960s: 射电天文、高能天文的发展 & 等离子体物理、粒子物理的发展

e.g.,

Hey (1942): 太阳射电非热辐射的发现

Alfvén (1942): Alfvén波的研究，磁流体力学的发展

Vlasov (1945): Vlasov方程——等离子体中的无碰撞Boltzmann方程

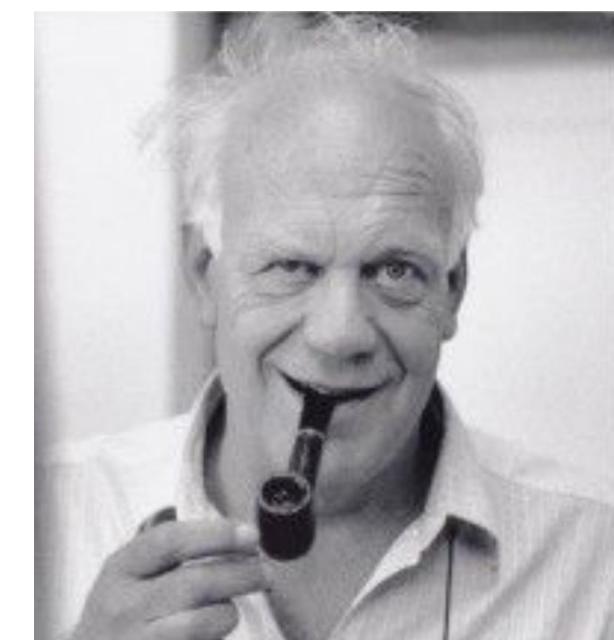
Tomonaga, Schwinger, Feynman (1946-1949): QED的发展

Friedman (1951): 认证了太阳X射线辐射

Third Cambridge Catalog (1959): 又称3C, 重要的射电星表

Erber (1966): 强磁场中QED过程的研究

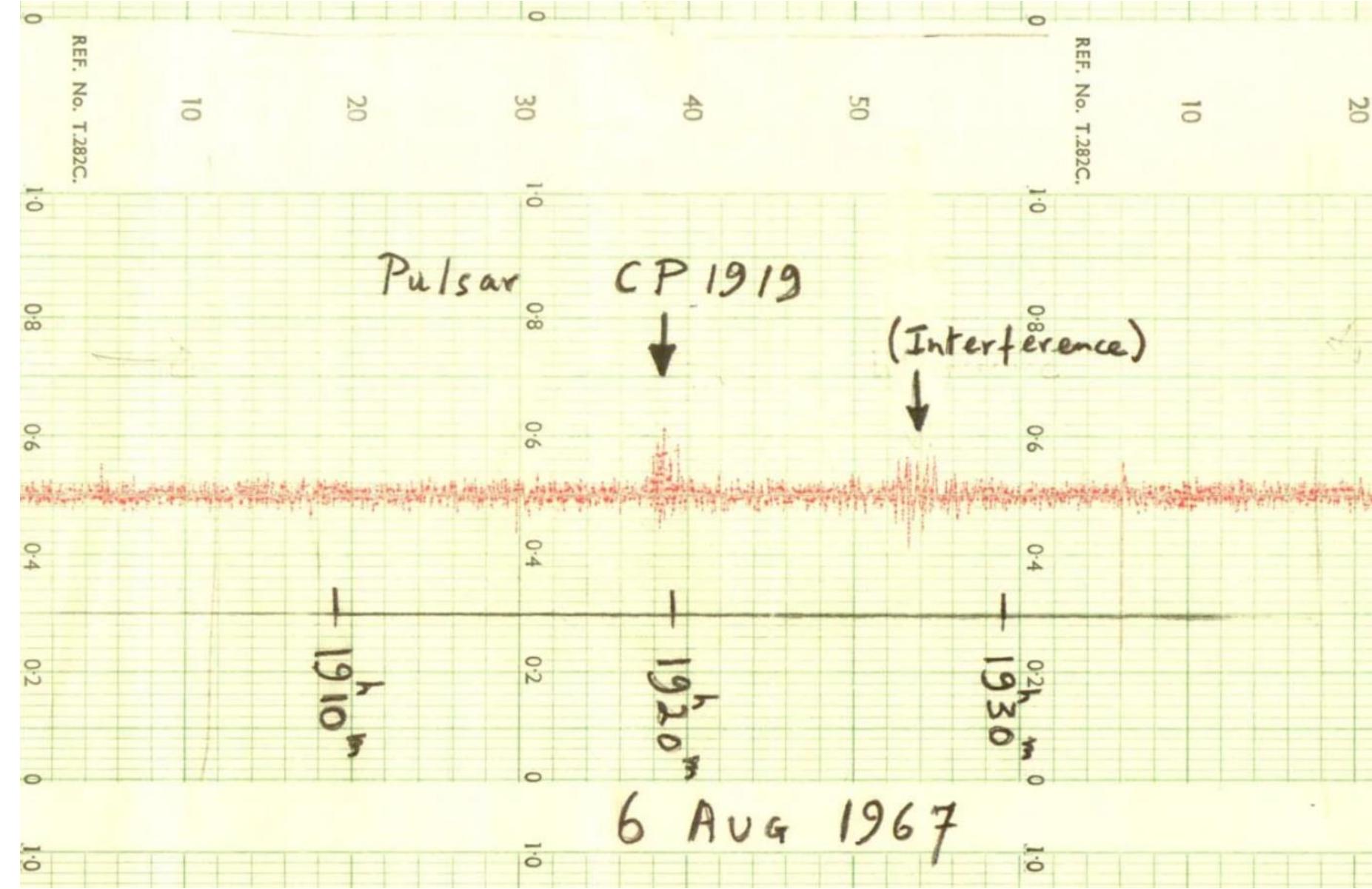
Pacini (1967): 提出中子星可以为超新星遗迹供能



Franco Pacini
(1939-2012)

[https://baas.aas.org/pub/
franco-pacini-1939-2012/release/1](https://baas.aas.org/pub/franco-pacini-1939-2012/release/1)

1967年，剑桥大学的研究生乔瑟琳·贝尔·伯奈尔利用安东尼·休伊什领衔建造的天线阵列发现了一个周期极为稳定的类脉冲射电源。后称为脉冲星。



<https://www.cam.ac.uk/stories/journeysofdiscovery-pulsars>

第一颗脉冲星的信号周期约1.33秒，周期的变化率为 1.35×10^{-15} ，相当于每年增加43纳秒。这种稳定性让研究者把脉冲星信号的周期性与大质量天体的自转联系起来。1968年，涉猎甚广的托马斯·戈尔德 (Gold) 提出脉冲星是中子星。

插曲：Fishman等人于1969年发表文章成，他们在1967年6月的X射线探测气球数据中找到了来自蟹状星云的X射线周期性辐射，这实际来自Crab pulsar.

II. 脉冲星辐射的基本现象

脉冲星信号的两个基本形式：
单脉冲与积分轮廓

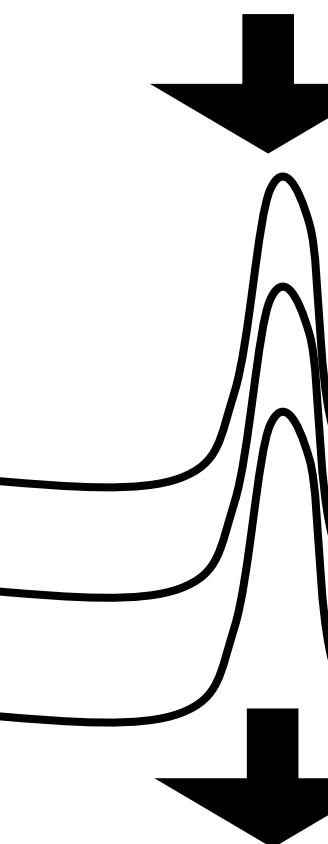
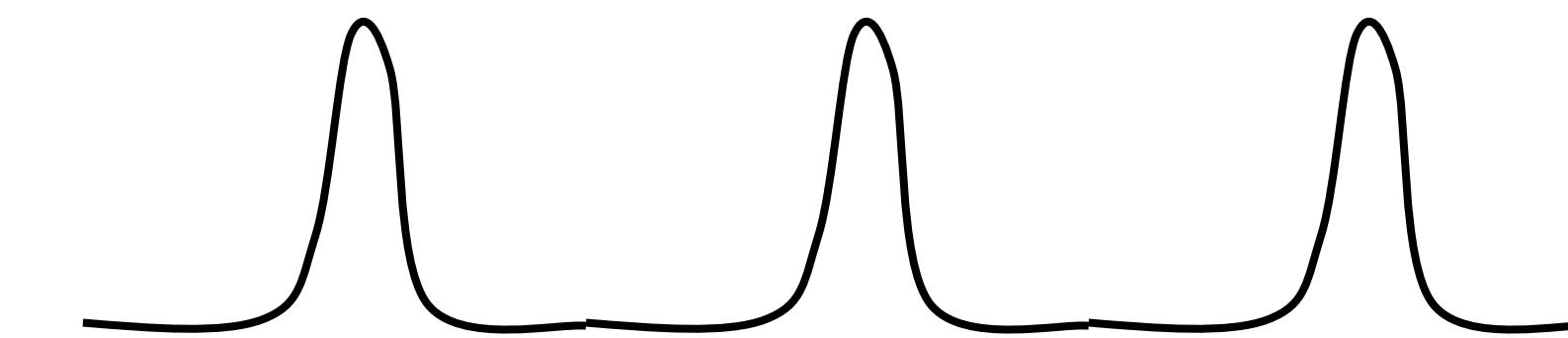
基本参数：

- 周期 P (频率 ν)
- 周期导数 $P\text{-dot}$
- Luminosity & Flux density
- 距离
- 脉冲占空比

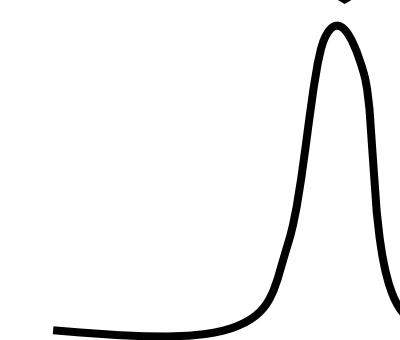


psr.pku.edu.cn

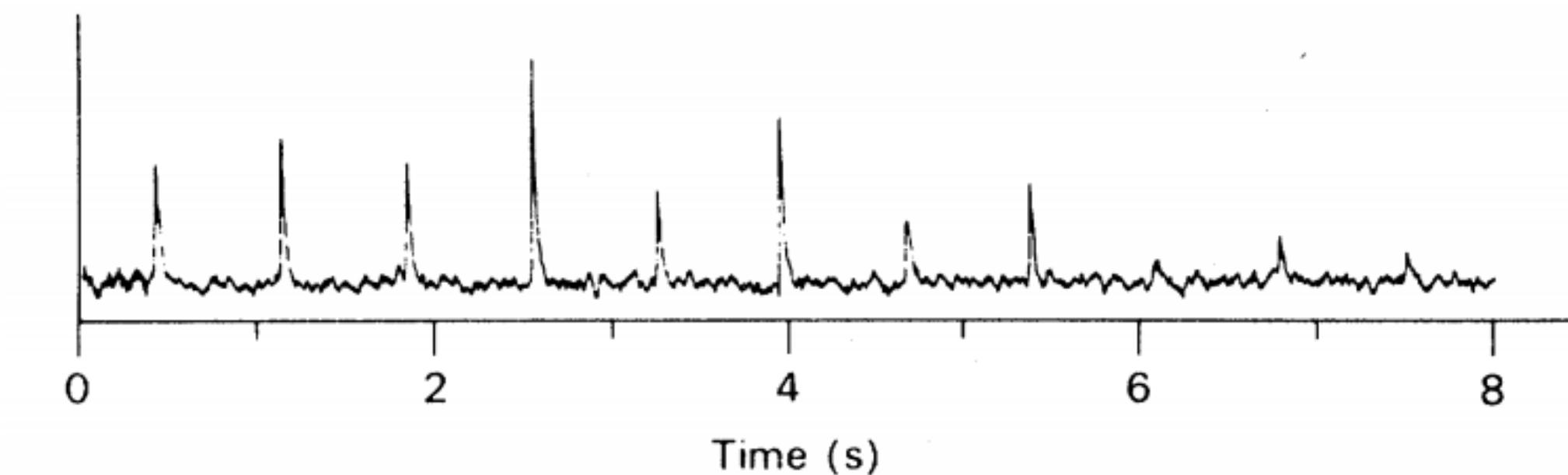
每个周期=单脉冲
(每个周期可以很不一样)



几百上千个周期叠加



积分轮廓/平均轮廓
(一般比较稳定)



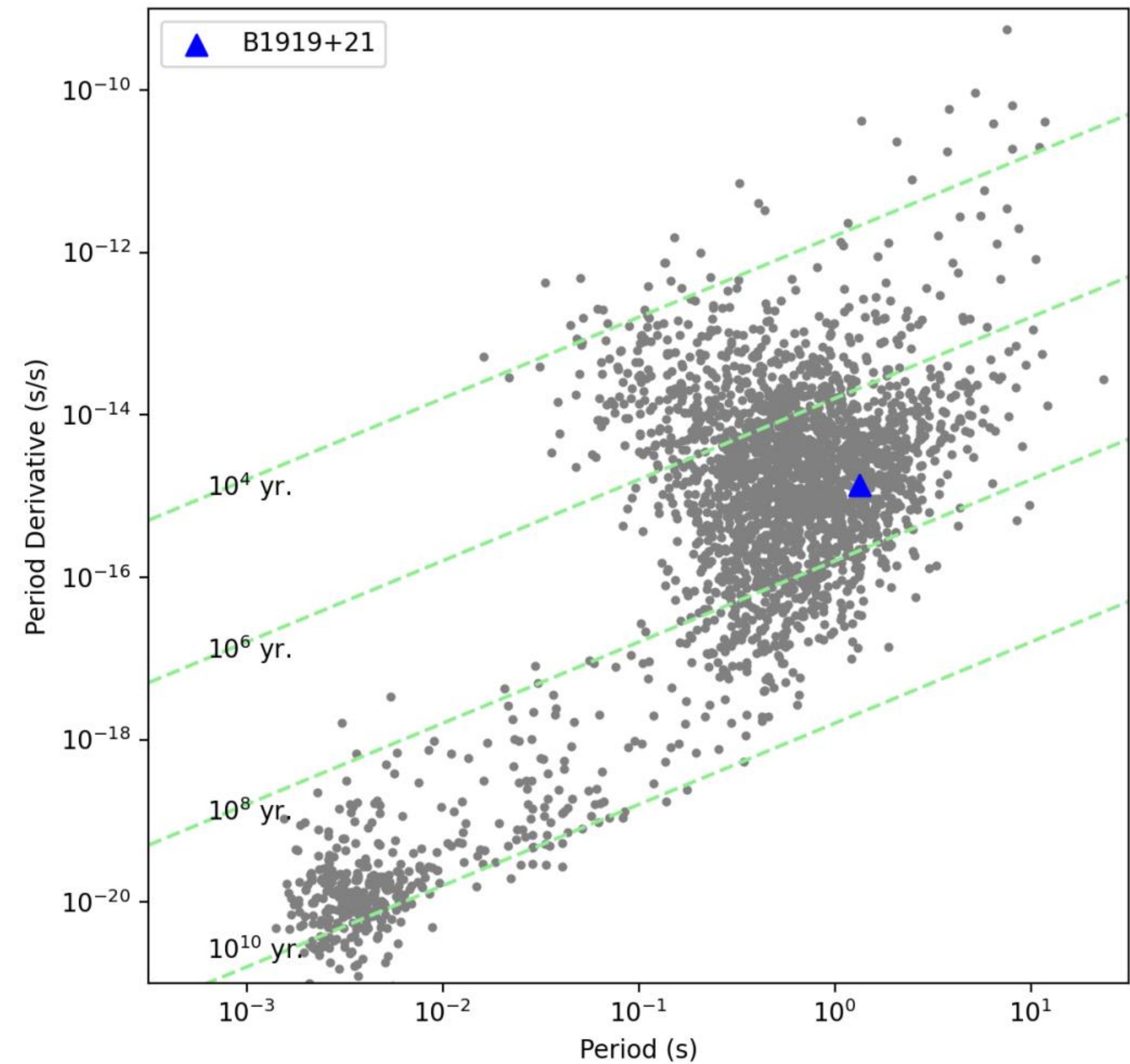
PSR B0329+24的脉冲，摘自Manchester & Taylor 1977.

周期-周期导数图：
(数据来自PSRCAT)

主要的两类脉冲星：
普通脉冲星 & 毫秒脉冲星 (左下角)

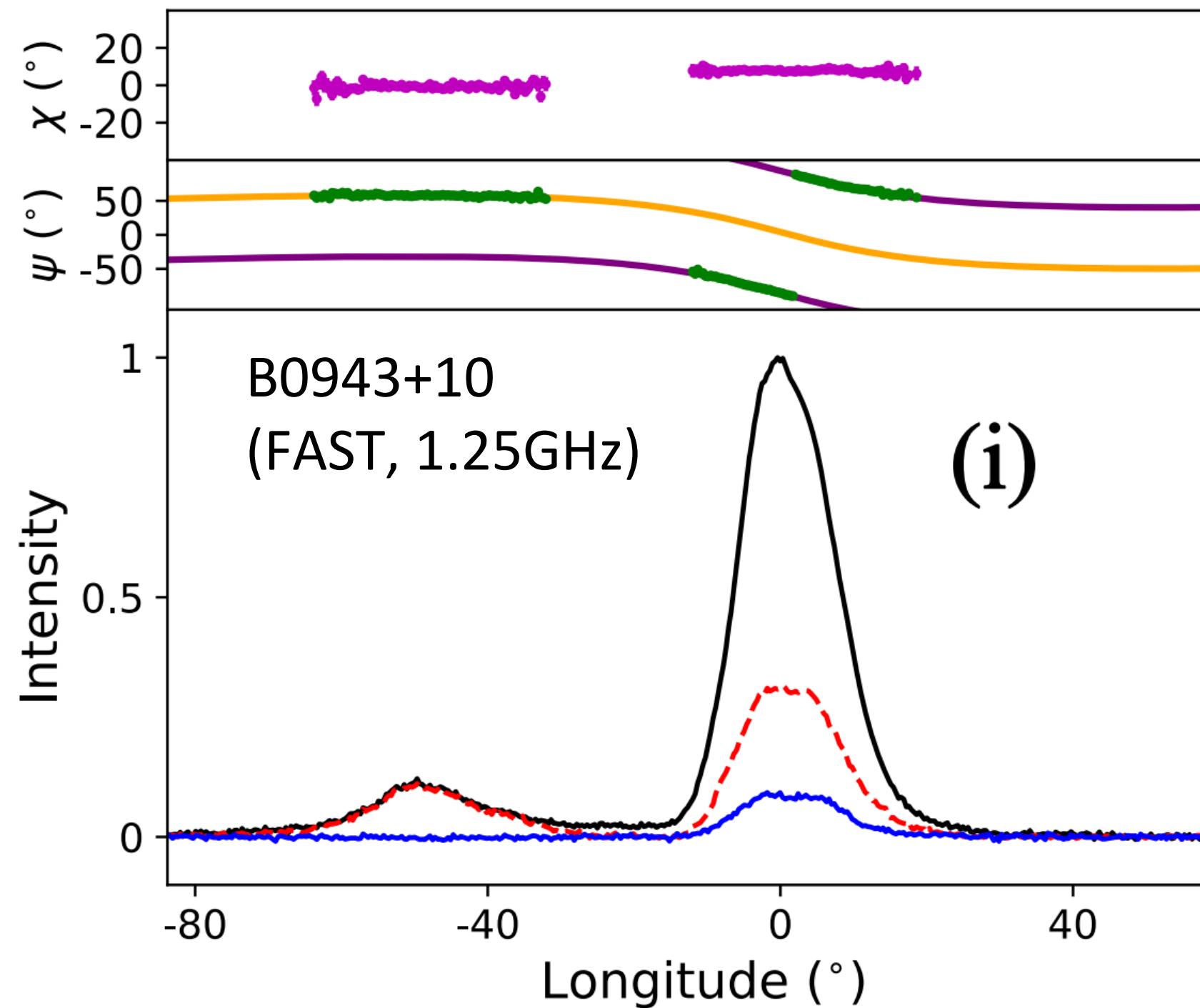
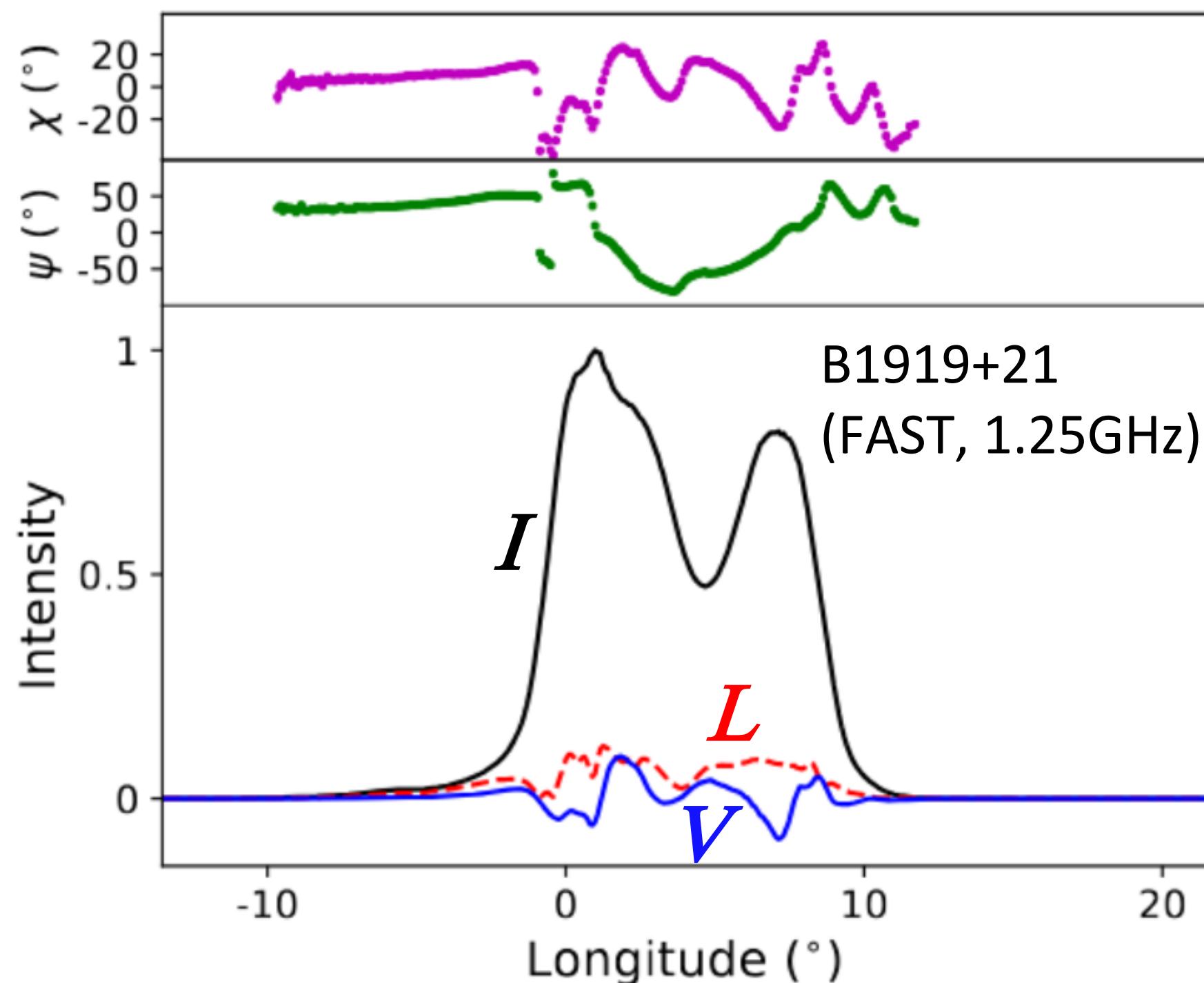
图中的绿色虚线：特征年龄

$$\tau = P/(2\dot{P})$$



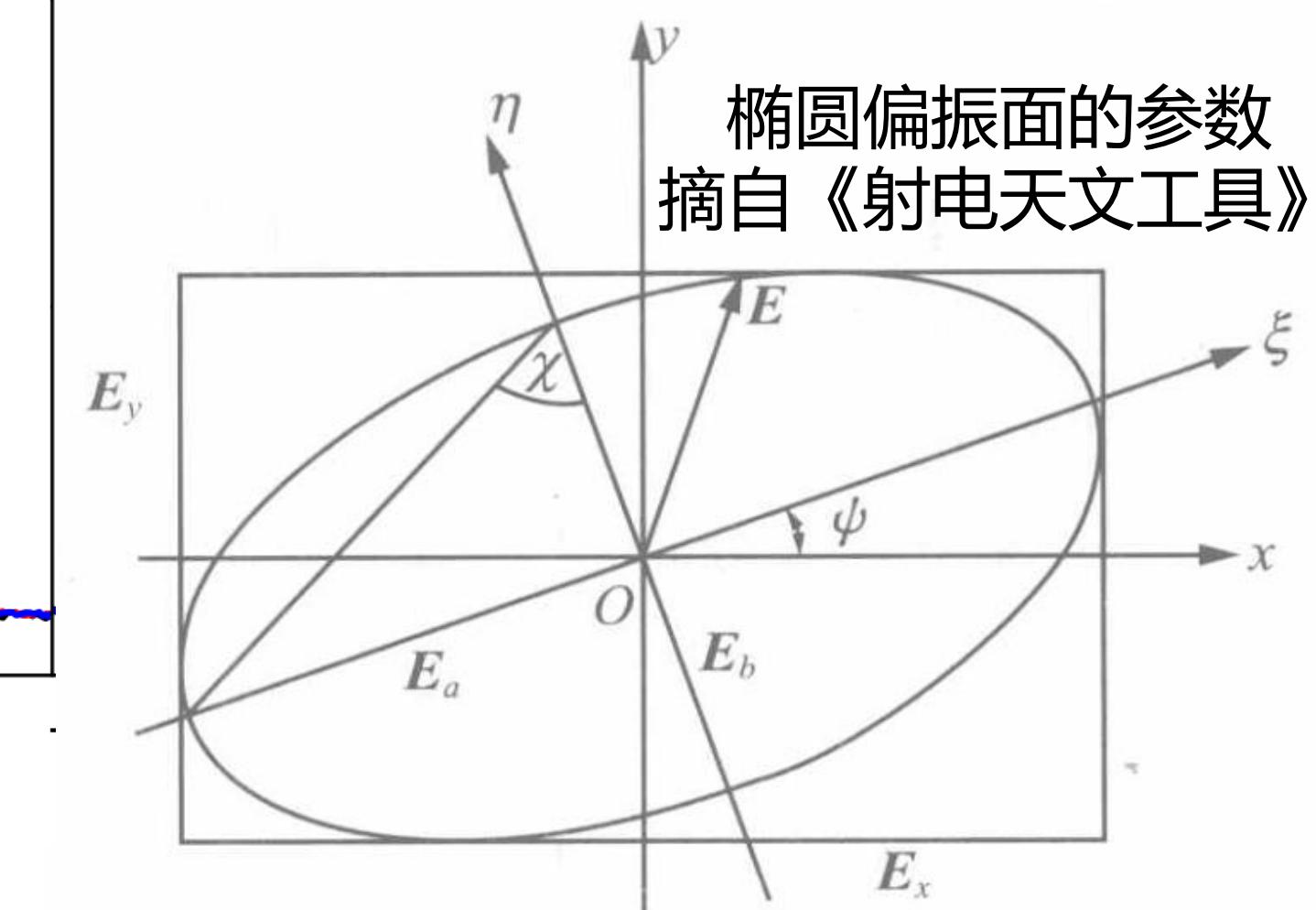
积分轮廓 (Integrated profile): 不同脉冲星的积分轮廓往往很不一样，有的单峰有的多峰。

下图：带偏振的积分轮廓，基于Stokes参数。



$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{V}{\sqrt{U^2 + Q^2 + V^2}}\right)$$

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{U}{Q}\right)$$

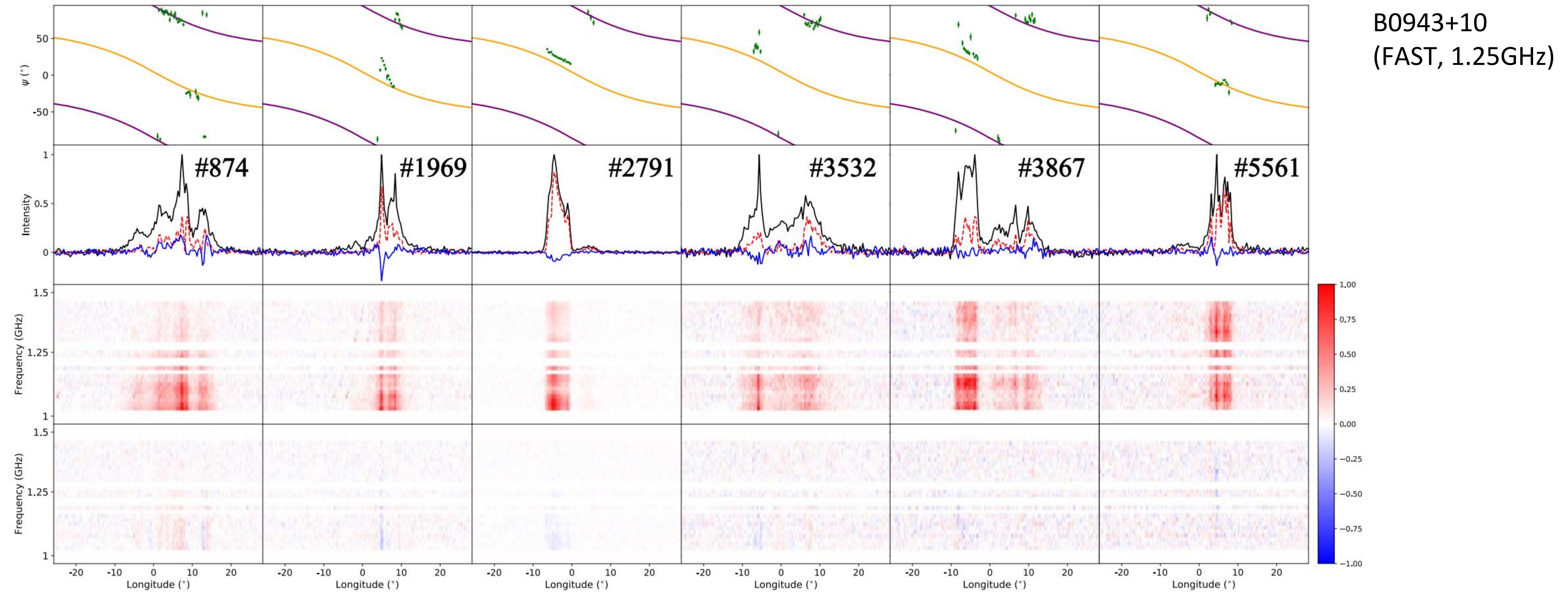


Stokes参数 $IQUV \rightarrow$ 线偏振强度 $L = \sqrt{Q^2 + U^2}$,
总偏振强度 $P = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$.

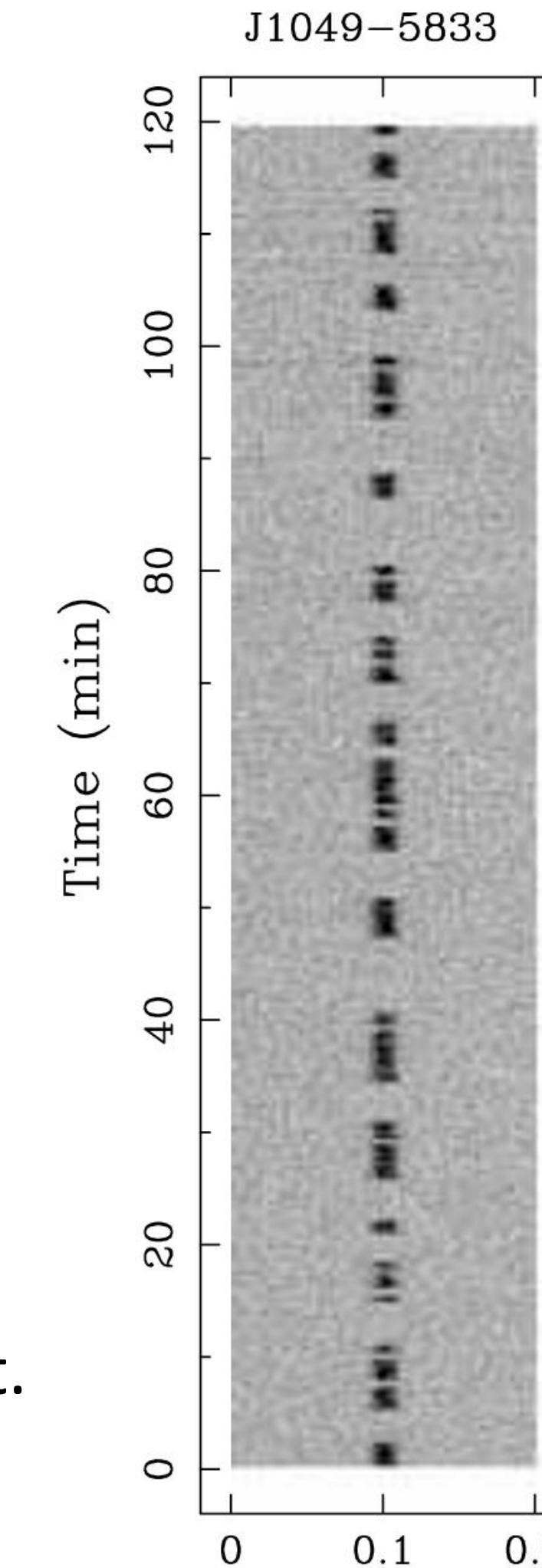
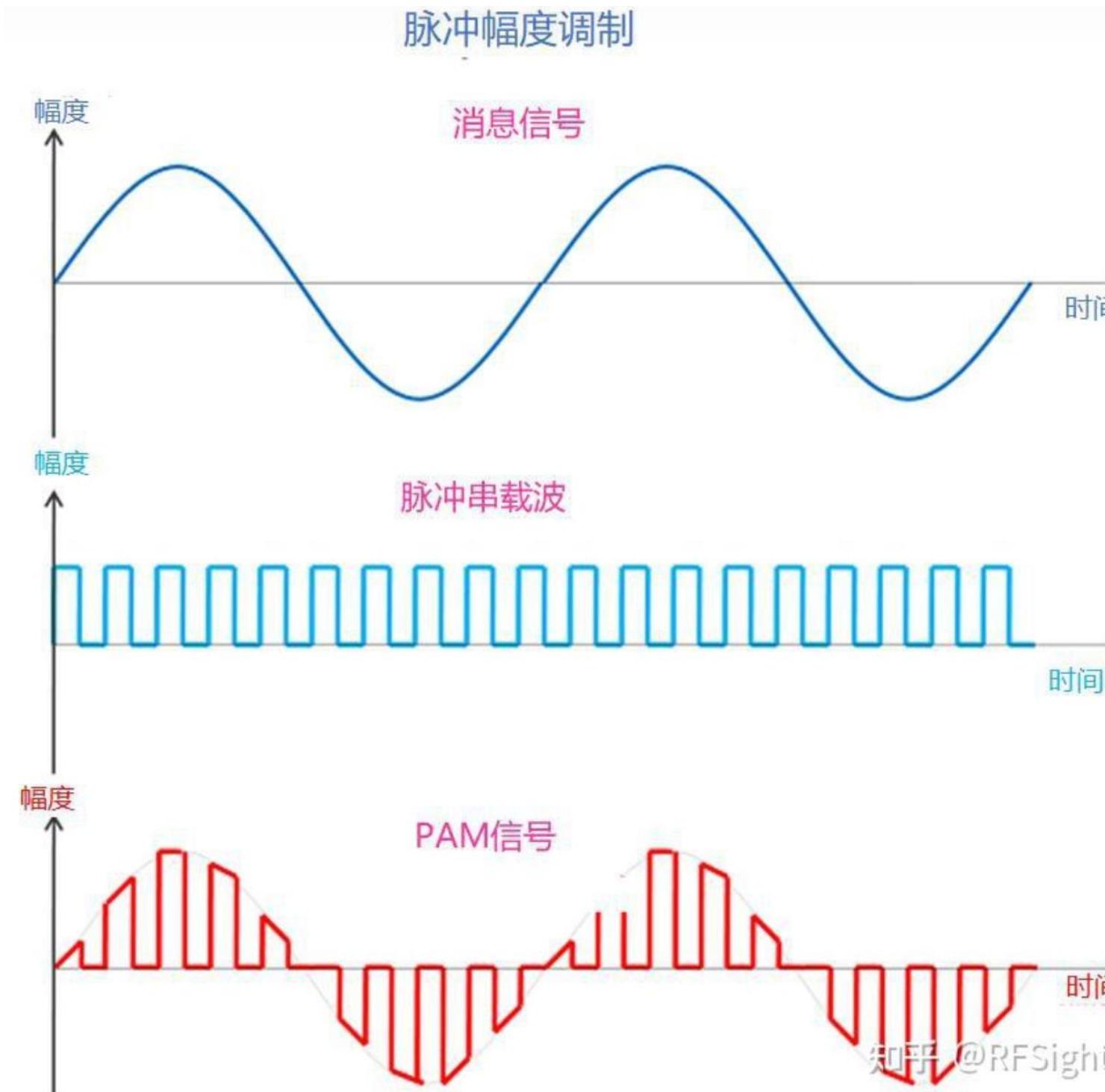
偏振位置角 (PA, ψ) 反映偏振面的位置；
椭圆率角 (EA, χ) 反映圆偏振成分占比。

单脉冲 (single/individual pulses) : 同个脉冲星的单脉冲也可以很不一样。

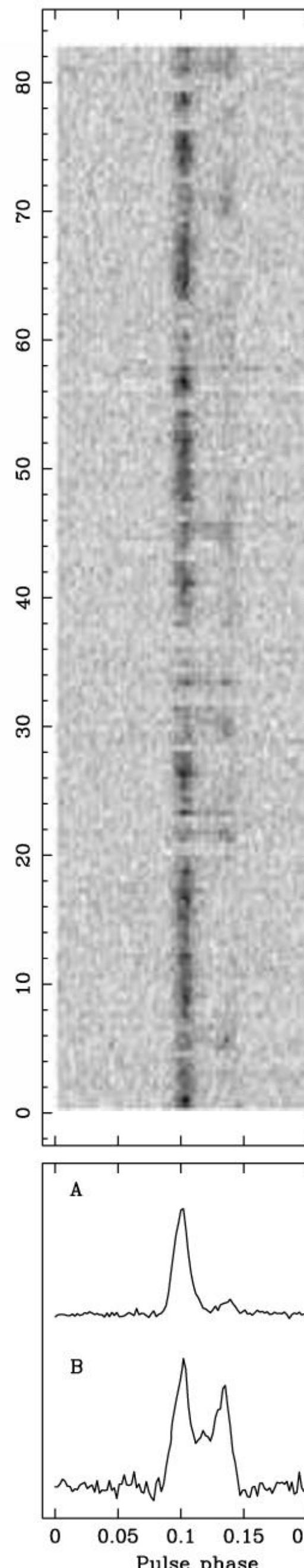
下图：带偏振和频谱的单脉冲示例，基于Stokes参数。



脉冲序列上的各种变化——调制 (modulation) 现象 ——以单脉冲信号为载波，加在上面的各种变化。



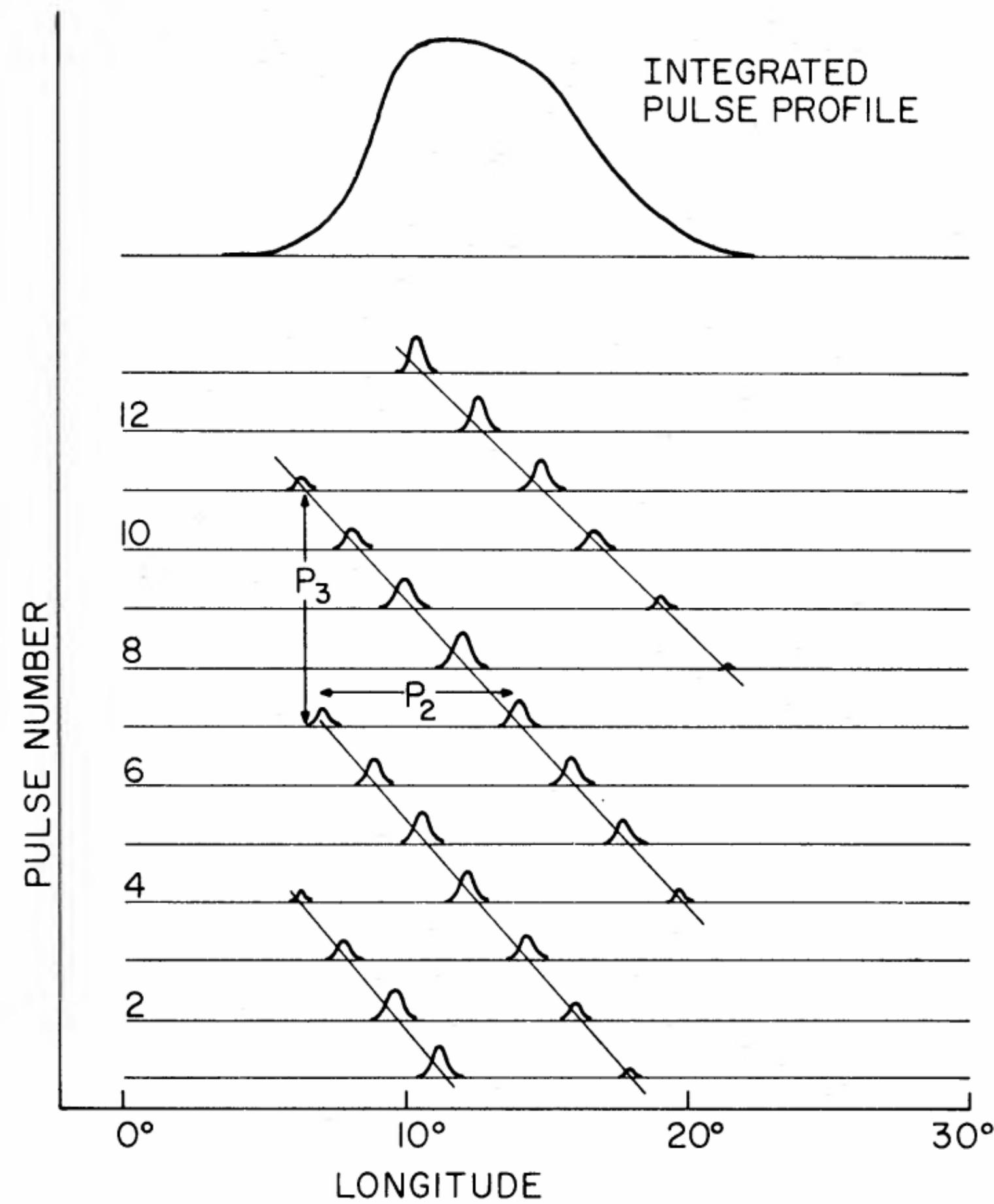
右，模式变换 (mode switch):
脉冲积分轮廓在两个或者
多个态之间转化。



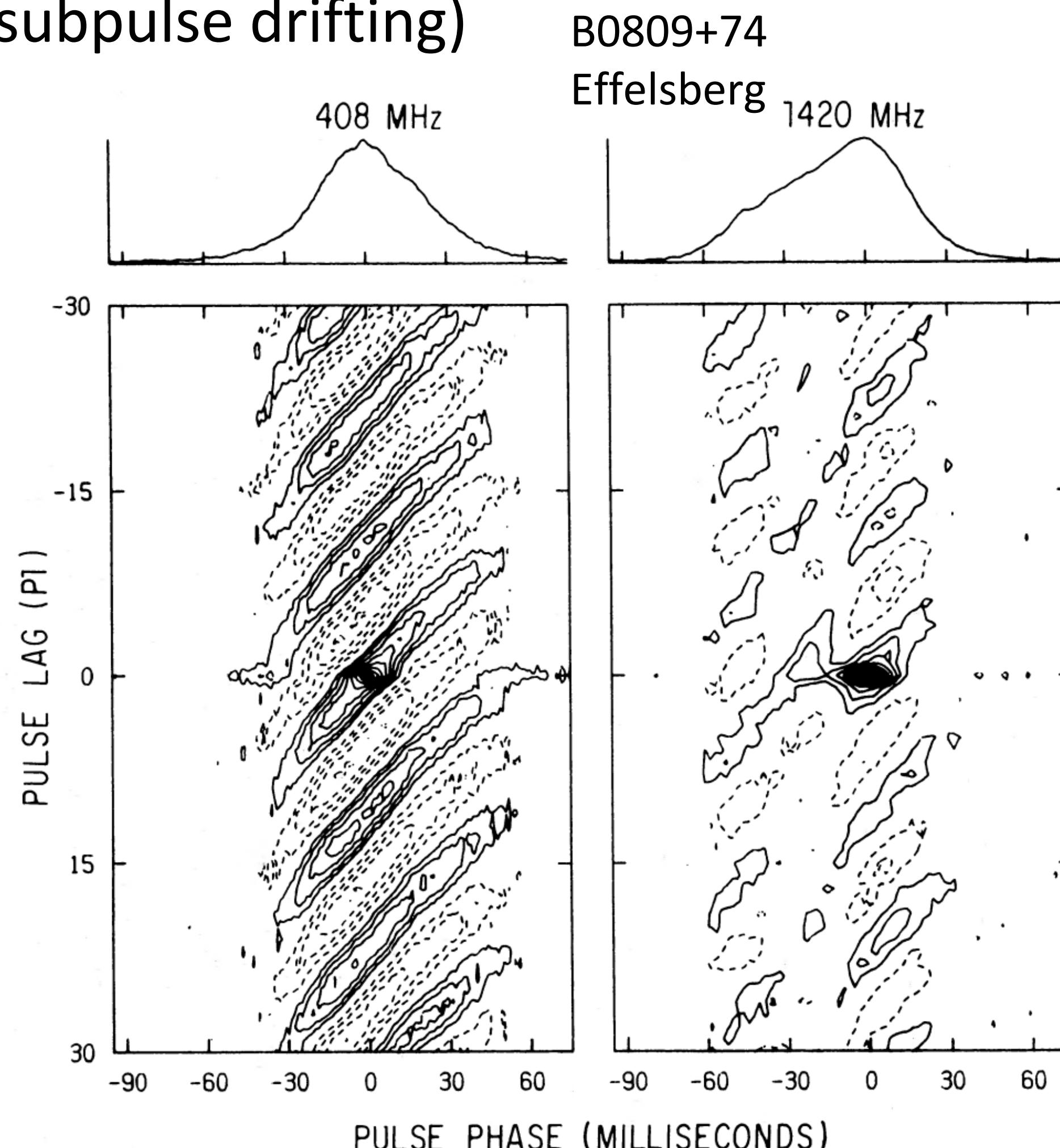
这两张图来自Wang, Manchester & Johnston 2007.

脉冲序列上的各种变化——调制 (modulation) 现象
——以单脉冲信号为载波，加在上面的各种变化。

一种特殊的调制：子脉冲漂移 (subpulse drifting)

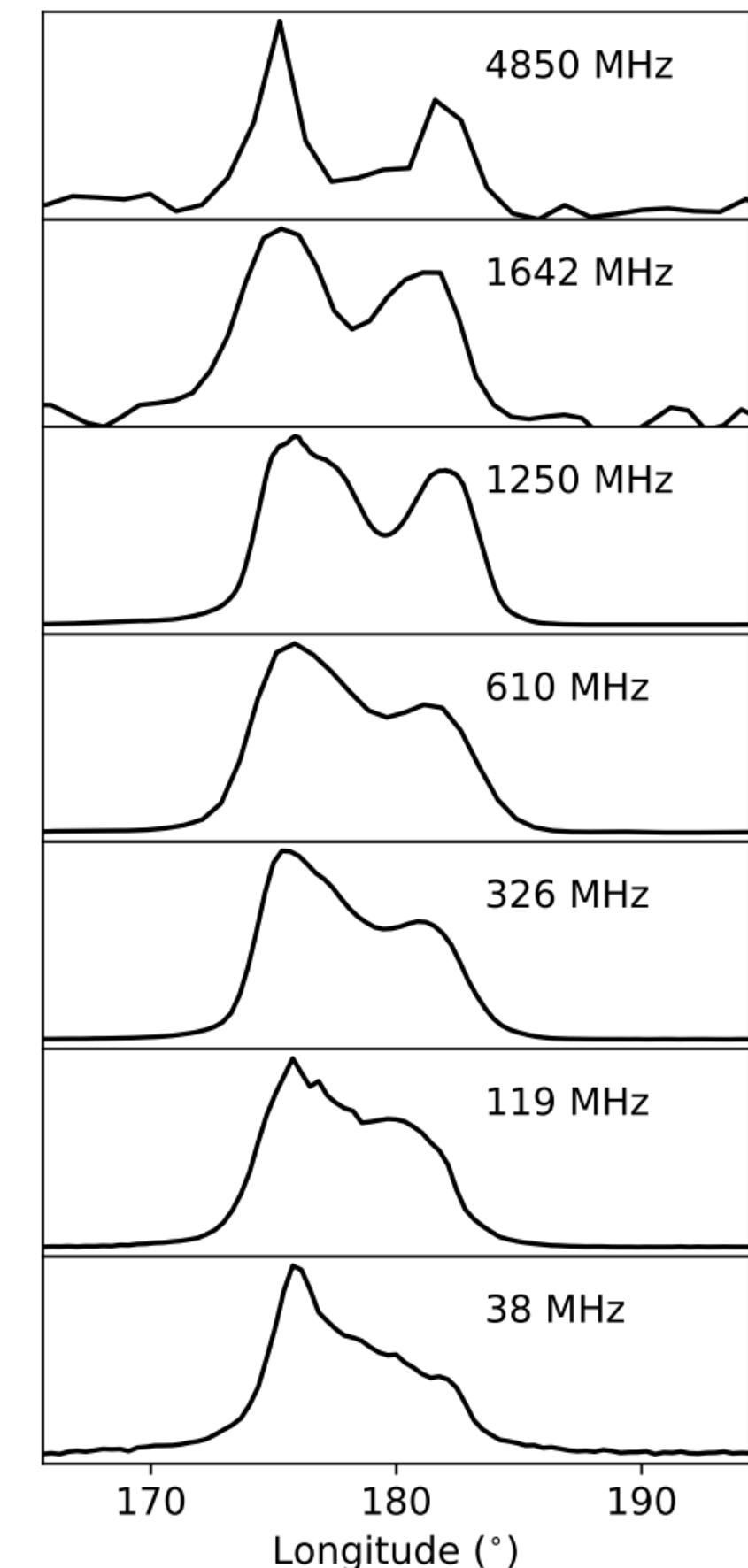


Ruderman & Sutherland 1975



Prószyński & Wolszczan 1986

其他现象：
Glitch
微结构、
巨脉冲、
频率演化...



除了1250 MHz以外的图
来自European pulsar network

III. 脉冲星磁层的基本理论

(3.1) 真空中的球形磁化自转球

最简单的脉冲星“模型”只关心自转周期, 自转减慢, 以及能量释放率。

Ostriker & Gunn (1969a) 首先把脉冲星简化为一个旋转磁偶极子, 将脉冲星的自转减慢归结为磁偶极辐射损失转动动能。

$$W_{\text{tot}}^{(\text{V})} = -I_r \Omega \dot{\Omega} = \frac{1}{6} \frac{B_0^2 \Omega^4 R^6}{c^3} \sin^2 \chi \sim 10^{32} B_{12}^2 P^{-4} \text{ erg s}^{-1}$$

由此可得到脉冲星表面磁感应强度的一个估计 (取中子星半径10km, 质量1.4倍太阳质量):

$$B_{12} \approx (P \dot{P}_{-15})^{1/2}$$

上式以 10^{12} 高斯归一化, 这被认为是脉冲星表面磁场的典型磁感应强度。

Crab pulsar的 $-I_r \Omega \dot{\Omega}$ 与蟹状星云光学波段的光度对得上, 表明脉冲星为超新星遗迹供能。

(3.2) Force-Free共转磁层

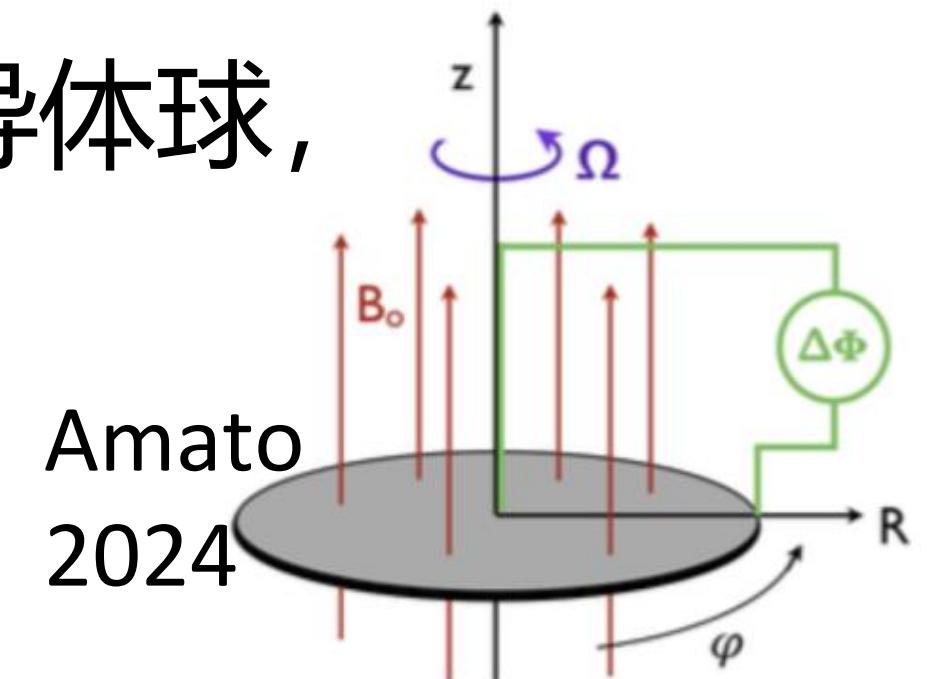
真空中的磁化自转球不能解释脉冲星辐射信号：纯偶极辐射是单频，且频率也对不上。
脉冲星表面附近是真空吗？

Goldreich & Julian (1969) 提出脉冲星应该存在磁层 (Magnetosphere).

简单起见，这里的讨论只考虑脉冲星磁矩方向与自转轴重合的情形 (aligned rotator).

致密星体处在简并态，可以视为良导体。考虑一个在偶极磁场中转动的导体球，其内部应该由于电荷分布的变化产生电场 (类似“法拉第盘”)，满足：

$$E + \frac{(\Omega \times r)}{c} \times B = 0$$



如果这个导体球外面是真空，在球外求解拉普拉斯方程，结合球面边界连续，应得电势：

$$\Phi = \frac{-B_0 \Omega R^5}{3cr^3} P_2(\cos \theta)$$

由此可以计算沿磁场方向的电场力，并与脉冲星表面的引力作对比（以电子为例）：

$$\left| \frac{e\vec{E} \cdot \vec{B}}{\vec{F}_g \cdot \vec{B}} \right| = \frac{e}{c} \frac{B_\star^2 \Omega R_\star}{GM_\star m_e B_\star} \frac{R_\star^2}{P_1} \cos^2 \theta \approx 8 \times 10^{11} \frac{B_{12}}{M_{\star,\odot}} \frac{R_6^3}{P_1} \cos^2 \theta$$

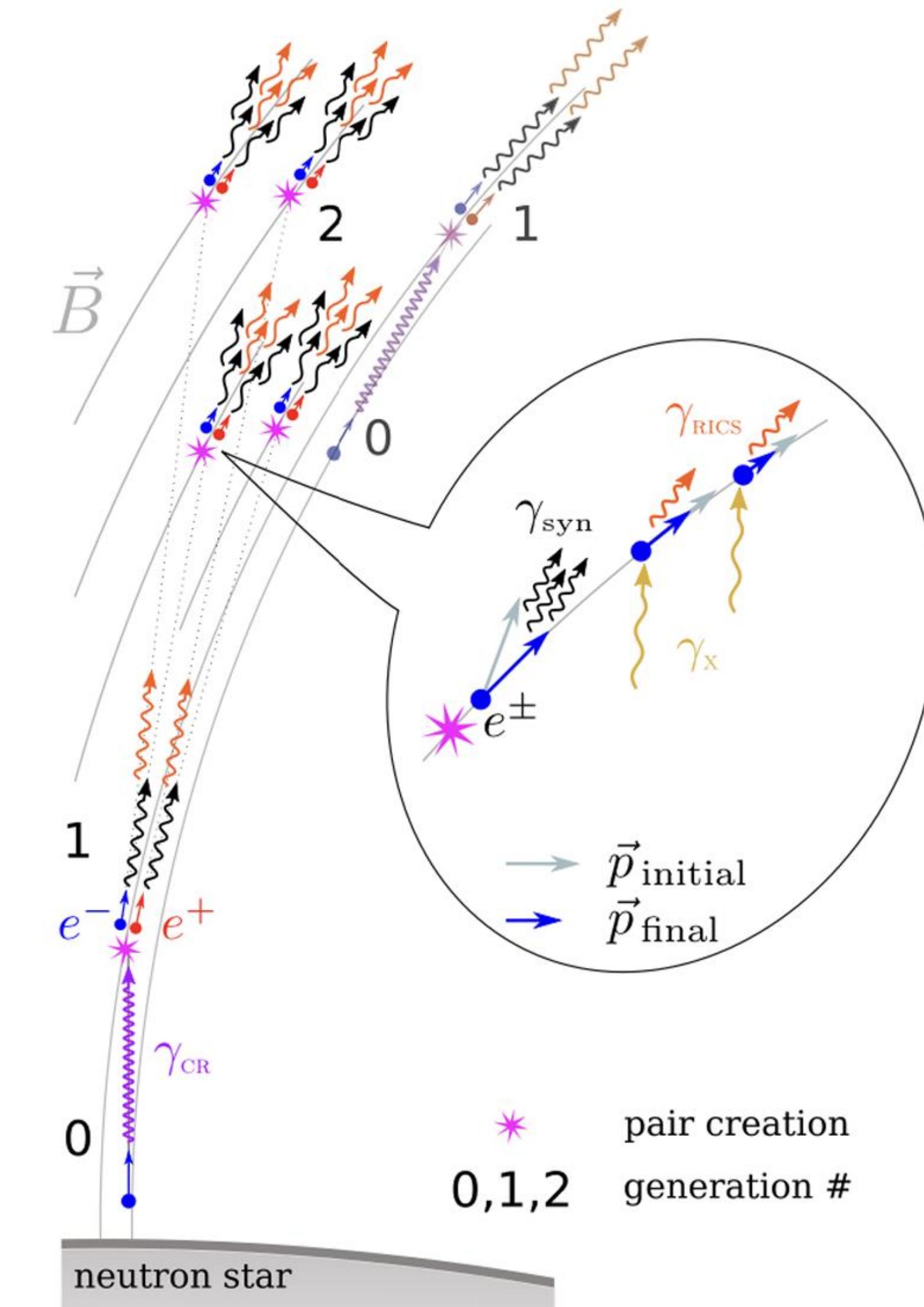
可见电场力大得多，Goldreich & Julian由此认为带电粒子应该被拉出星体表面，填充星体周围的区域，即形成磁层。

注：在Goldreich & Julian 1969原文这部分计算中，他们没有考虑脉冲星表面结构对粒子的束缚。对于电子来说，由于脉冲星表面温度一般都较高 (1e6 K)，电子能逃逸出脉冲星表面，但原子核呢？这就涉及到脉冲星辐射与物态相关的束缚能问题。不同的致密星模型可以有不同的表面特性，不同大小的束缚能决定原子核能否逃逸。本报告对此不多作展开。

除了脉冲星本身供给粒子之外，强磁场中光子的对产生过程也能为磁层提供高能粒子：

如右图所示，
第0代粒子辐射光子
→光子在磁场中转化为电子对（第1代）
→电子对分别被加速
→第1代电子又辐射光子
→光子在磁场中转化为电子对（第2代）
→.....

如此级联过程，可以产生大量高能电子、正电子，
也就是一般理论认为的脉冲星磁层组分。



现在我们已知脉冲星周围有大量带电粒子，他们遵从怎样的分布呢？

首先，由于磁场很强，这些粒子难以跨磁力线运动。

其次，由于存在沿磁场方向的电场，不同电性的粒子朝不同方向被加速。

→粒子分布倾向于**屏蔽**沿磁场方向的电场，达到**Force Free**.

我们来看**静态**的情形，考虑粒子质量很小，应该受力平衡：

$$q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}/c) = 0$$

代入关于电场旋量的麦克斯韦方程得（感应方程）：

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

假设磁场轴对称（可用柱坐标），静态情形认为粒子没有沿磁场的运动，但可以有垂直磁场的运动，于是把粒子速度写成某个角速度乘到自转轴距离的形式：

$$\mathbf{u} = r\Omega(r, z)\hat{\phi}$$

把这个速度形式代入感应方程得：

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = r \nabla \Omega \cdot \mathbf{B} \hat{\phi}$$

静态情况左边是0，于是我们得到：

$$\nabla \Omega \cdot \mathbf{B} = 0$$

这个式子的含义是，沿着磁场方向，角速度不变。此结论被称为Ferraro isorotation law, 由Vincenzo Ferraro在1937年研究太阳时得出。

在轴对称磁场的理想静态脉冲星中，这个结论结合星体表面边界条件，是磁层跟星体共转的一个理论依据（我是这么认为的，读了Michel 1982 review之后）。

注：从上面的推导可以看出，简单的共转好像需要很多理论假设。我个人对这个问题还没有更深入的思考。另一种说法是，磁层共转可以是一个观测事实：有多能段辐射的脉冲星，其不同波段辐射位置理论上不同，但周期却一样，这也说明了脉冲星磁层的共转。

总之，我们暂且接受一个强的共转假设。

在强的共转假设下，可以把粒子运动分解成两部分：沿磁场方向的运动和共转运动

$$\mathfrak{B} = \kappa B + (\Omega r/c) \sin \theta \phi$$

由电磁力平衡得到电场形式为：

$$E = -\frac{\Omega r \sin \theta}{c} \phi \times B_p$$

对其求散度得到电荷密度为：

$$\rho = \frac{\nabla \cdot E}{4\pi} = \frac{-\Omega \cdot B}{2\pi c} \frac{1}{[1 - (\Omega r/c)^2 \sin^2 \theta]}$$

这个公式由Goldreich & Julian (1969)得到，常被称为**GJ电荷密度**。

如果把这个电荷密度直接除以单位电荷，得到的粒子数密度为：

$$n_{GJ} \equiv \rho_{GJ}/e \approx 7 \times 10^{10} \times \left(\frac{B_z}{10^{12} G} \right) \left(\frac{P}{1s} \right)^{-1} \text{cm}^{-3}$$

不过，由于存在正负抵消，真实粒子数密度可以比这个大很多，比例叫**多重数(multiplicity)** κ
(例如，1cc内有11个正电子+10个电子, $\rho=1e/\text{cc}$, $n=21/\text{cc}$, $\kappa=21$.)



GJ部一定是研究脉冲星的吧

当然了，磁层共转速度不可能超光速，所以共转只能发生在“光速圆柱”的半径之内： $|\Omega \times \mathbf{r}| < c$

$$R_{LC} = c/\Omega$$

至此，我们可以对轴对称磁场下的Force-Free共转磁层做简单的区域划分，主要依据是GJ电荷密度的符号，以及磁力线是否能在光速圆柱内闭合。

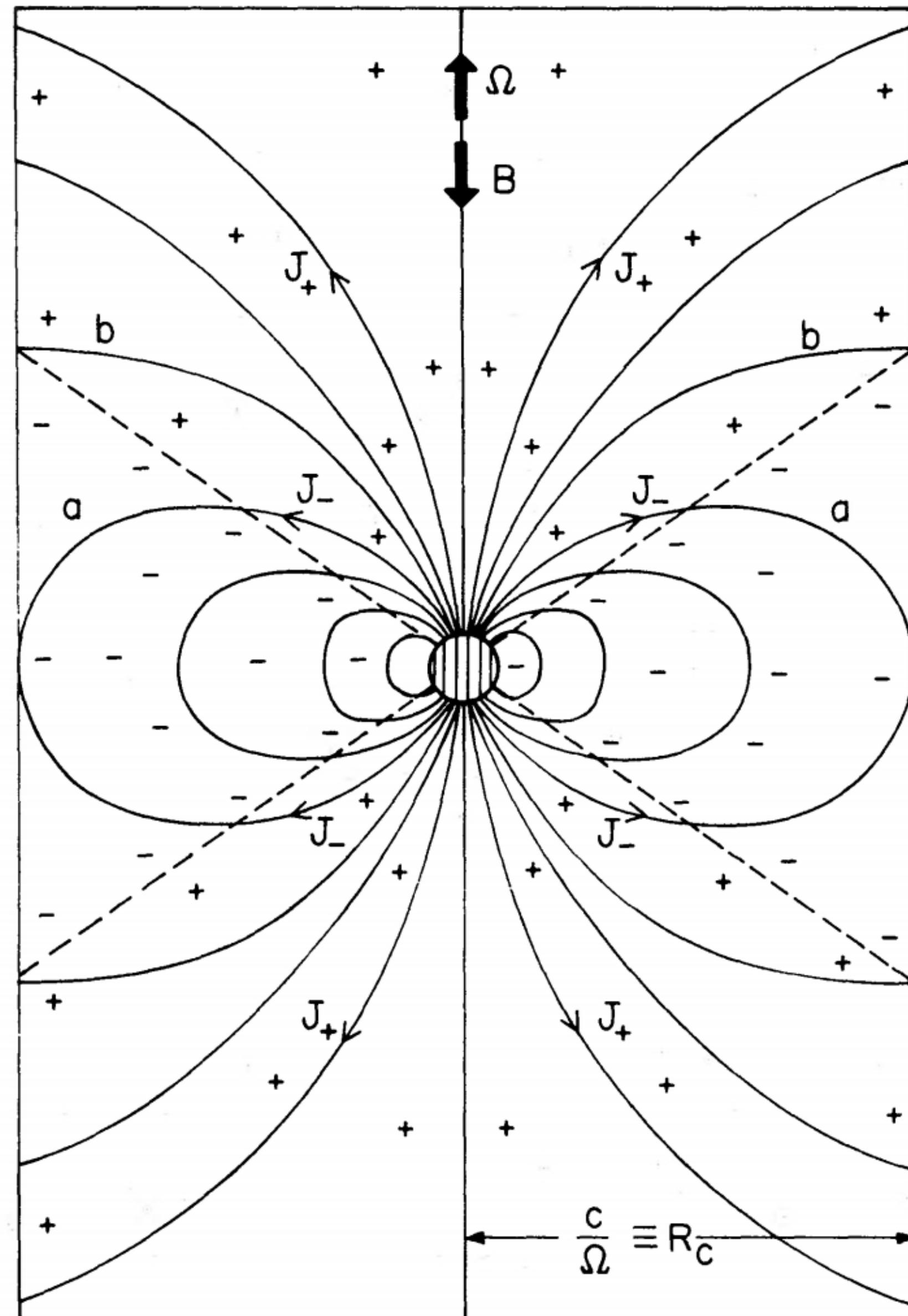
右图中：

线a: 最外开放磁力线 (last open field lines)

虚线: 零电荷面 (zero-charge surface)

线b: 临界磁力线 (critical field lines)

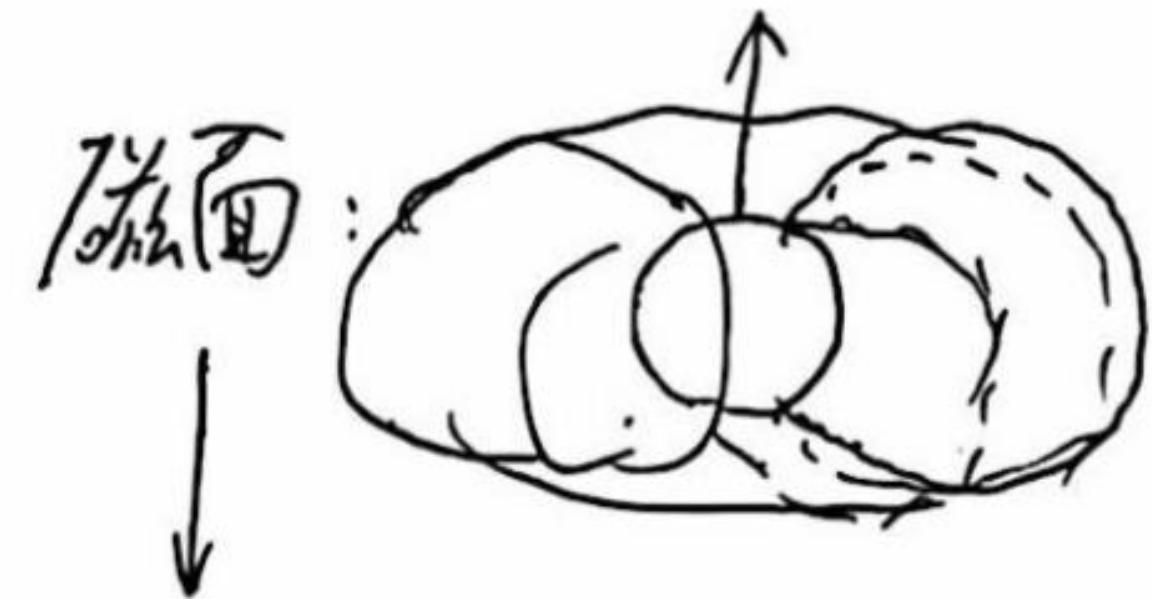
开放磁力线在脉冲星表面划出的区域
——极冠区 (polar cap region)



Ruderman & Sutherland 1975

要得到轴对称磁场的一般形式，可以首先引入磁面的概念：
一圈圈磁力线构成一个个面，每个面的方程可以表示为：

$$\Psi(r, z) = 0$$



由于磁面的轴对称特性，选取关于极角 θ 的任意函数 $\Phi(\theta)$ ，满足：

$$\nabla\Phi \cdot \nabla\Psi = 0$$

根据磁面的定义，磁场垂直磁面，有 $\mathbf{B} \cdot \nabla\Psi = 0$ ，可以把磁场写成：

$$\mathbf{B} = \nabla\Psi \times \nabla\Phi + g\nabla\Phi$$

这种表示称为**欧拉势表示**，轴对称磁场既有轴向分量，也可以有环向分量。

后面采用Michel 1973a, Endean 1974的标记：

$$\mathbf{B} = \nabla f(r, z) \times \nabla\theta + g(r, z)\nabla\theta$$

更详细的对Force-Free共转磁层的描述需要考虑磁层中的电流分布，引入流体的Force-Free条件：

$$\rho \mathbf{E} + (\mathbf{j} \times \mathbf{B})/c = 0$$

代入麦克斯韦方程，改写为：

$$(\nabla \cdot \mathbf{E})\mathbf{E} + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = 0$$

代入理想磁流体(电导率趋于无穷)条件 $\mathbf{E} + r\omega\hat{\theta} \times \mathbf{B} = 0$ 以及上一页的磁场表示，得到：

$$\left(1 - \frac{r^2\omega^2}{c^2}\right)\left(\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}\right) - \left(1 + \frac{r^2\omega^2}{c^2}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + g\frac{dg}{df} = 0$$

这个方程常被称为脉冲星方程(pulsar equation)，最早由F. C. Michel在1973年得到。如果能根据一定的边界条件求解这个方程，我们就能得到Force-Free共转磁层的完整描述。Michel在1973年的另一篇文章里给出了一个共转速度为0的特解，磁场为：

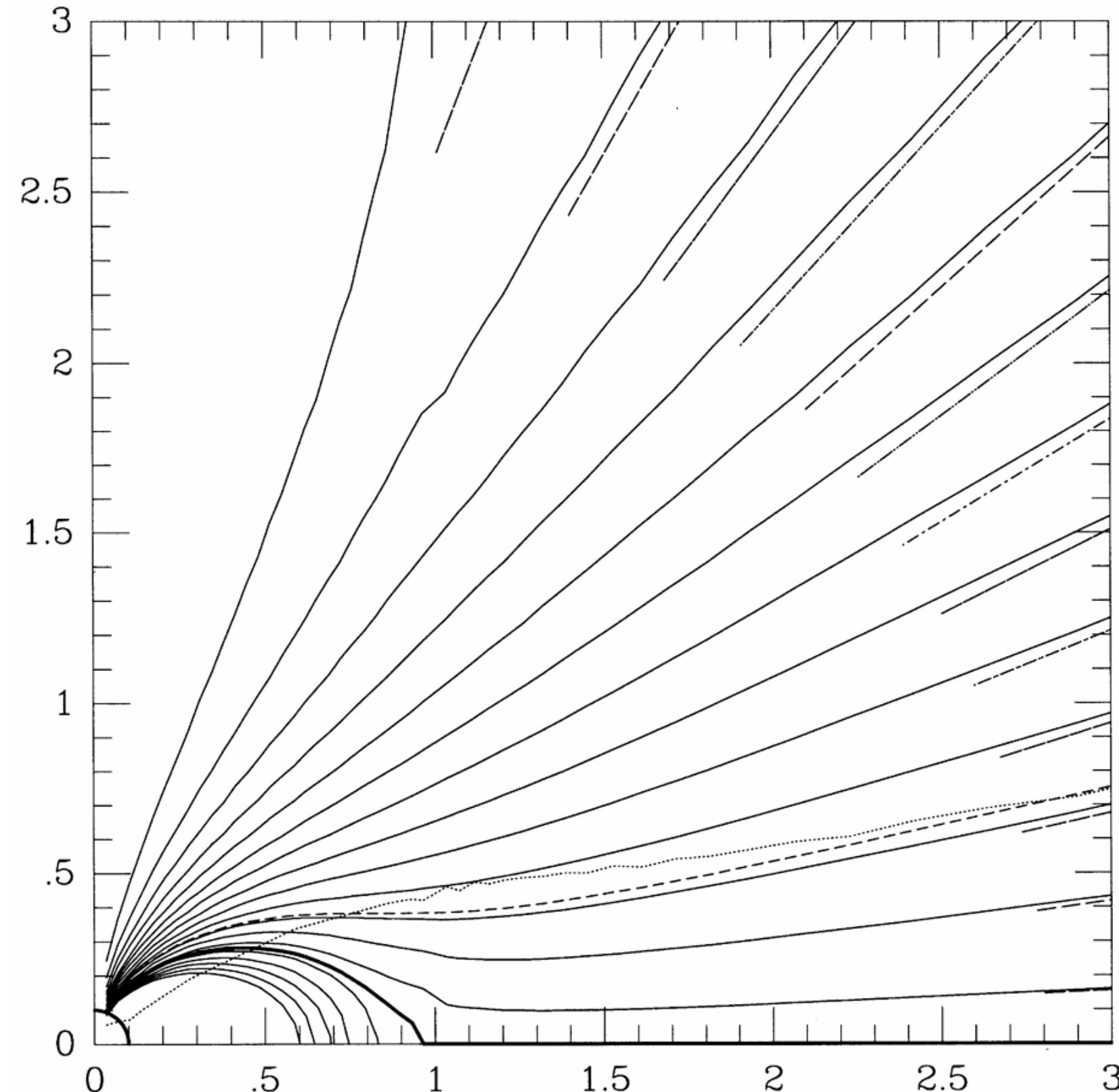
$$B_\theta = \omega f_0 \rho / r^2 c$$

是一个单极的环向场。



F. Curtis Michel (1934-2015)
https://space.skyrocket.de/doc_ast/michel_curtis.htm

随着计算技术的发展，终于在1999年，Contopoulos等人给出了对称Force-free共转脉冲星磁层的第一个完整的脉冲星方程数值解。在光速圆柱之外远处，磁场的形式与Michel的特解接近。

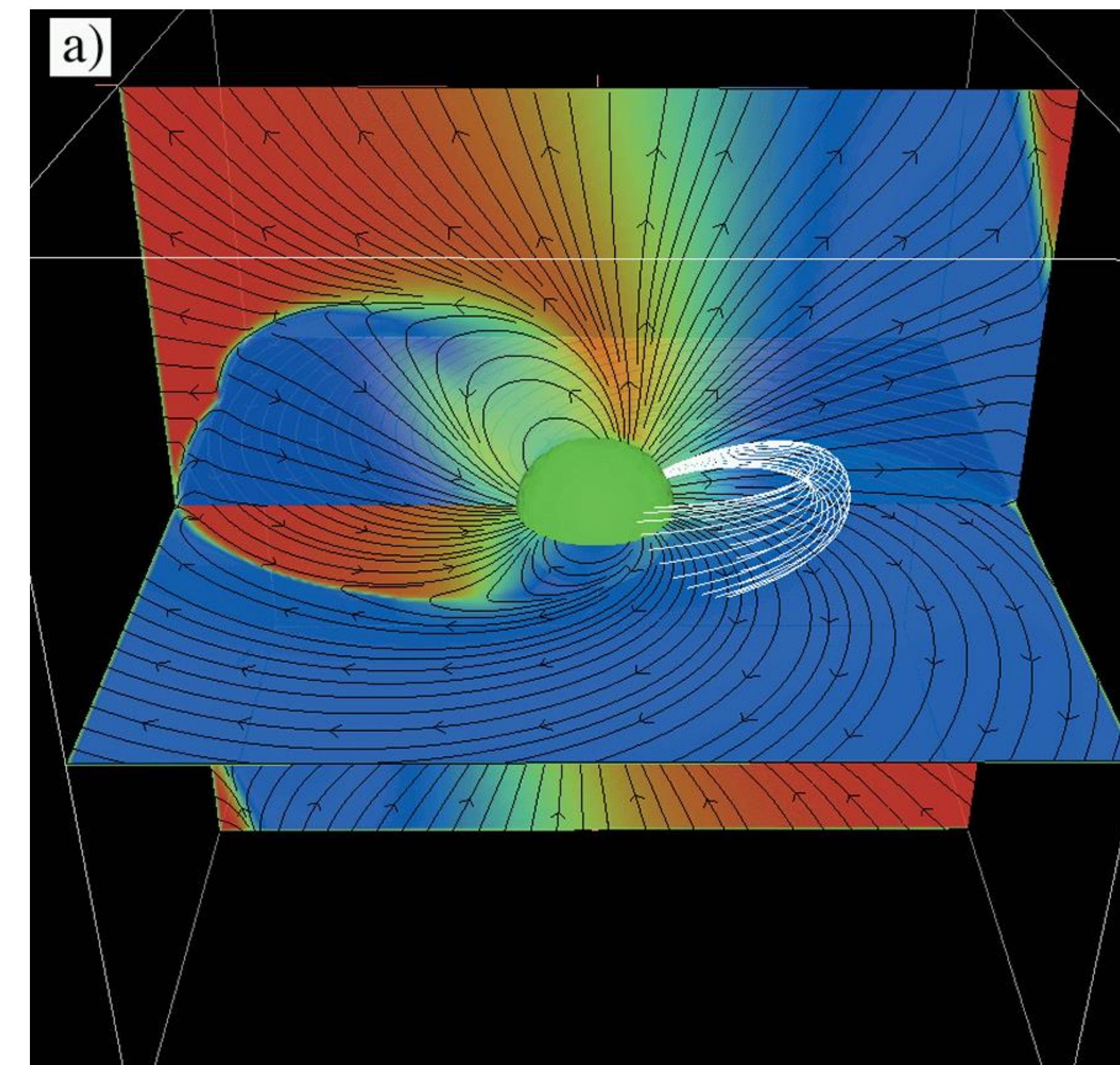


Contopoulos, Kazanas & Fendt 1999



<http://astro.academyofathens.gr/personnel.html>

新千年以来，数值模拟逐渐成为脉冲星磁层研究的主流，例如Spitkovsky在2006年模拟出了磁轴与自转轴不重合的脉冲星磁层的三维结构。



Spitkovsky 2006



<https://www.astro.princeton.edu/~anatoly/>

IV. 脉冲星磁层中的辐射过程简介

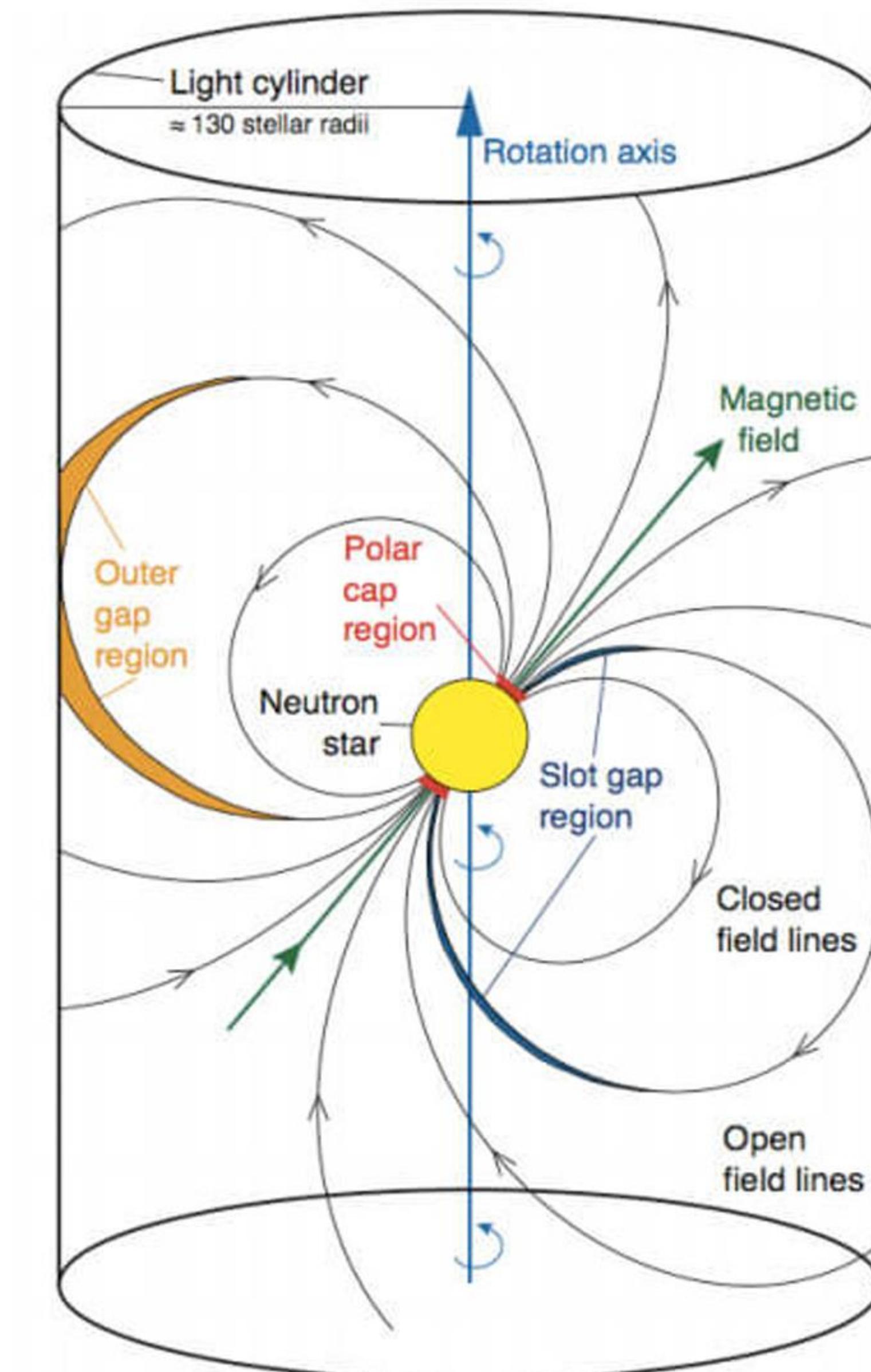
(4.1) 磁层中的加速区

前述Force-Free磁层中，由于不存在平行磁场方向的电场，带电粒子不会被加速。

而一旦磁层中有地方偏离Force-Free，就会发生粒子加速，这些偏离Force-Free的区域一般被称为间隙 (gaps)。

右图展示了一些常见的间隙，出现在脉冲星表面附近、光速圆柱附近、最外开放磁力线附近——这些边界区域，以及乔国俊老师提出的临界磁力线附近的annular gap.

这些加速区可以对应不同能段的辐射，射电一般认为来自较内磁层，伽马则来自较外（这也是观测上，伽马脉冲轮廓一般更宽的原因之一）。



(4.2) 相干辐射机制

相干与非相干辐射的区别，以下是一个简单的例子，出自Rybicki & Lightman的辐射过程书。

对于一个辐射粒子系统， N 个粒子辐射电场关于时间的函数都是 $E_0(t)$
观测者接收到它们辐射的时刻记为 $t_1, t_2, t_3, \dots, t_N$

则观测者接收到的电场可写为： $E(t) = \sum_{i=1}^N E_0(t - t_i)$ 频域上是 $\hat{E}(\omega) = \hat{E}_0(\omega) \sum_{i=1}^N e^{i\omega t_i}$

对于一般的情况，时间平均的功率正比于 N ： $\left| \sum_{i=1}^N e^{i\omega t_i} \right|^2 = N$

但如果这个辐射粒子系统的空间尺度远小于一个波长，可认为它们是同时辐射的，时间平均的功率正比于 N 的平方：

$$E(t) \sim N E_0(t - t_0) \rightarrow \hat{E}(\omega) \sim N \hat{E}_0(\omega) \rightarrow \frac{dW}{dA d\omega} = N^2 \left(\frac{dW}{dA d\omega} \right)_{\text{single pulse}}$$

相干辐射能够有效地提高辐射功率。射电脉冲星的亮温度过高 ($> 10^{30} \text{ K}$)，如果对应一般热平衡粒子系统，粒子能量过高。所以大家普遍相信射电脉冲星需要相干辐射，严重偏离热平衡。

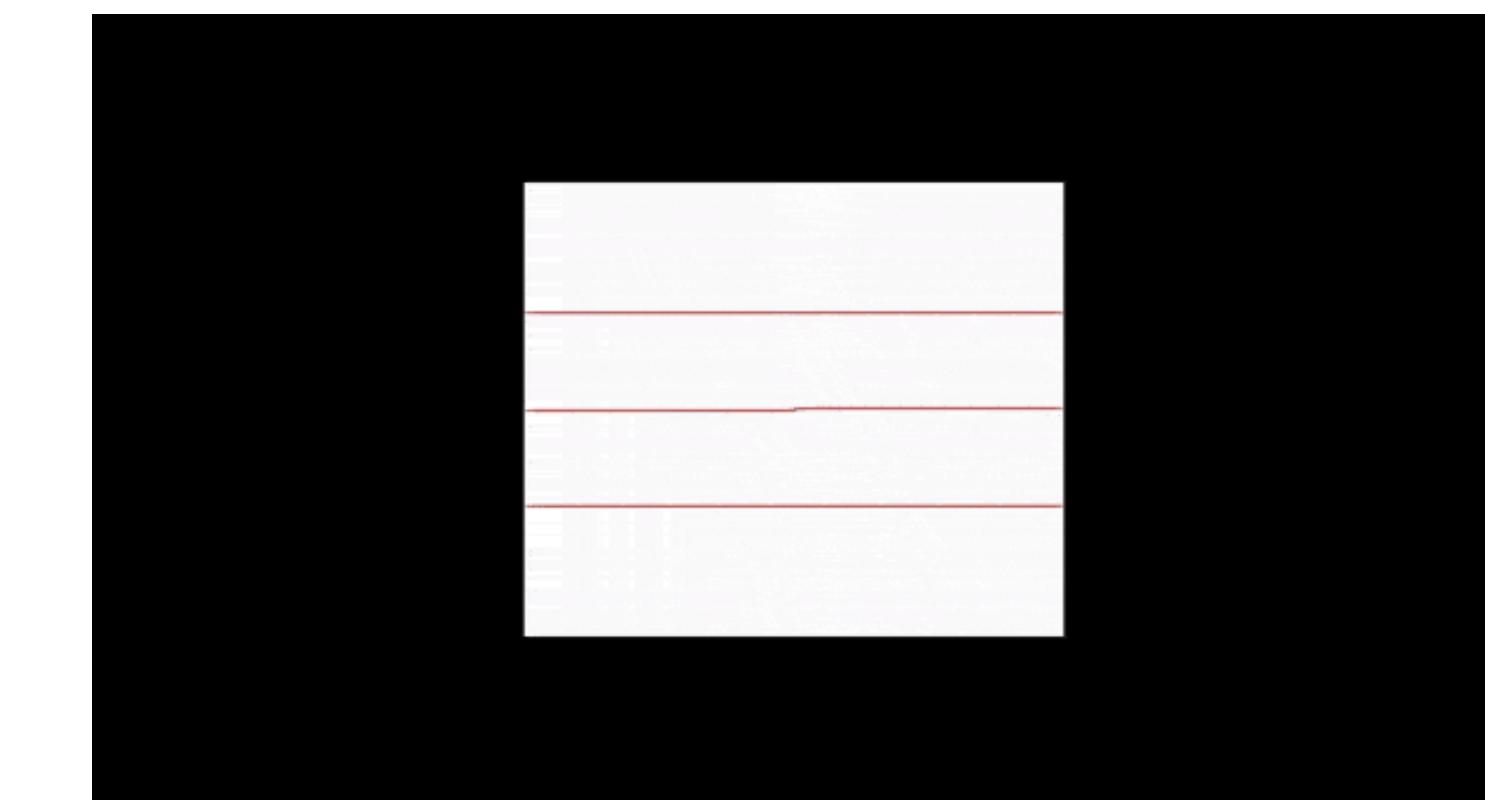
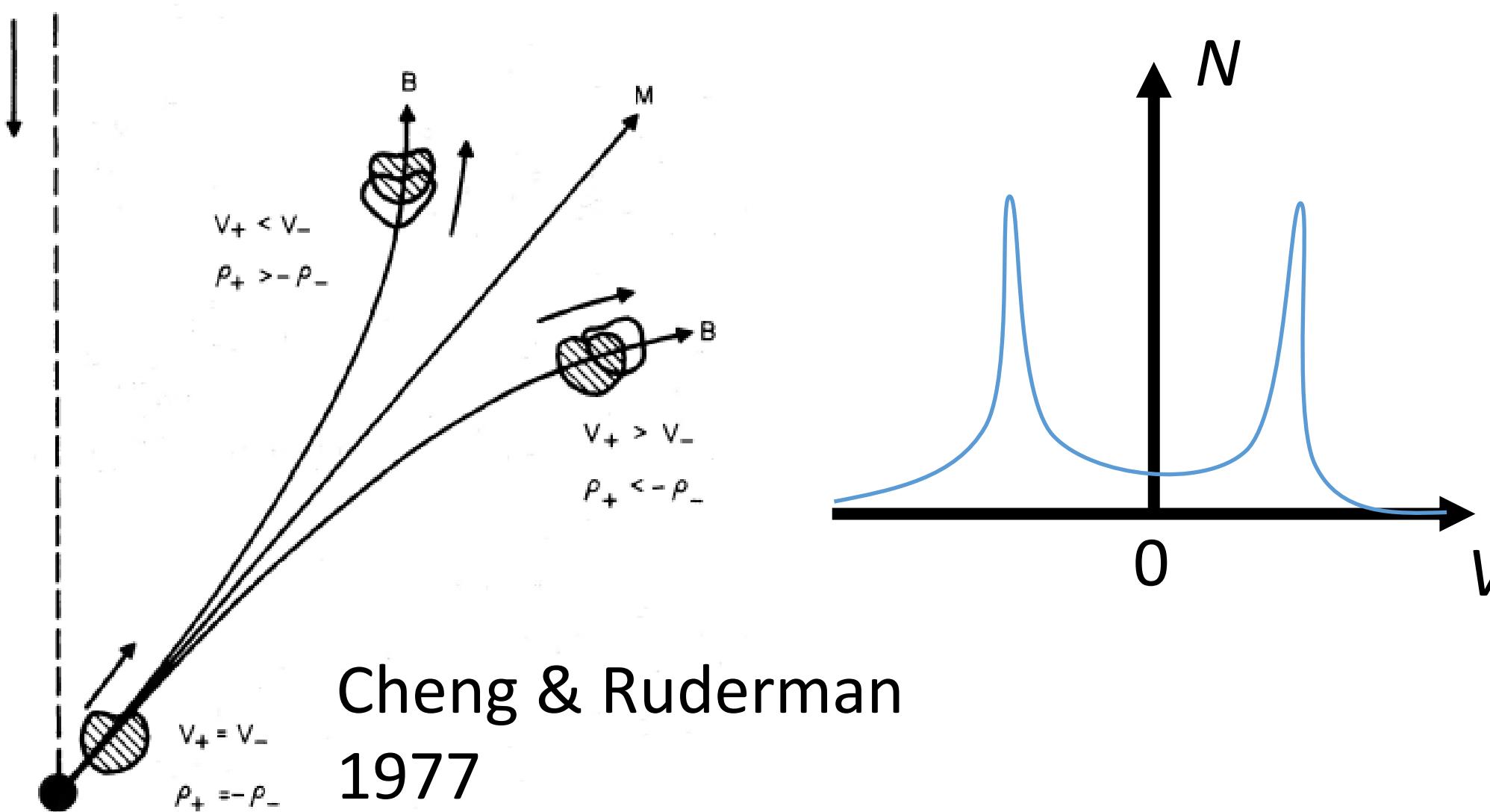
相干辐射机制大致可分为三种 (参考 Michel 1982):

- (1) 由位置空间中粒子分布的非各向同性引起 (例如粒子成团, “bunches”)
- (2) 由速度空间中粒子分布的非各向同性引起 (类似脉泽机制)
- (3) 由真正的能级分布反转导致 (朗道能级中粒子分布的反正)

第二种机制有一个经典的例子，即双流不稳定性 (two-stream instability) 激发波模。

双流不稳定性：简单来说，两束相向运动的带电粒子的流动是不稳定的。可以理解为极端非热的速度分布导致（在一定能量范围内，高能粒子数目远多于低能粒子，极端“负温度”）。

在脉冲星磁层中，为了维持GJ电荷密度，电子和正电子往往有不同的速度，这就为双流不稳定性创造了条件。

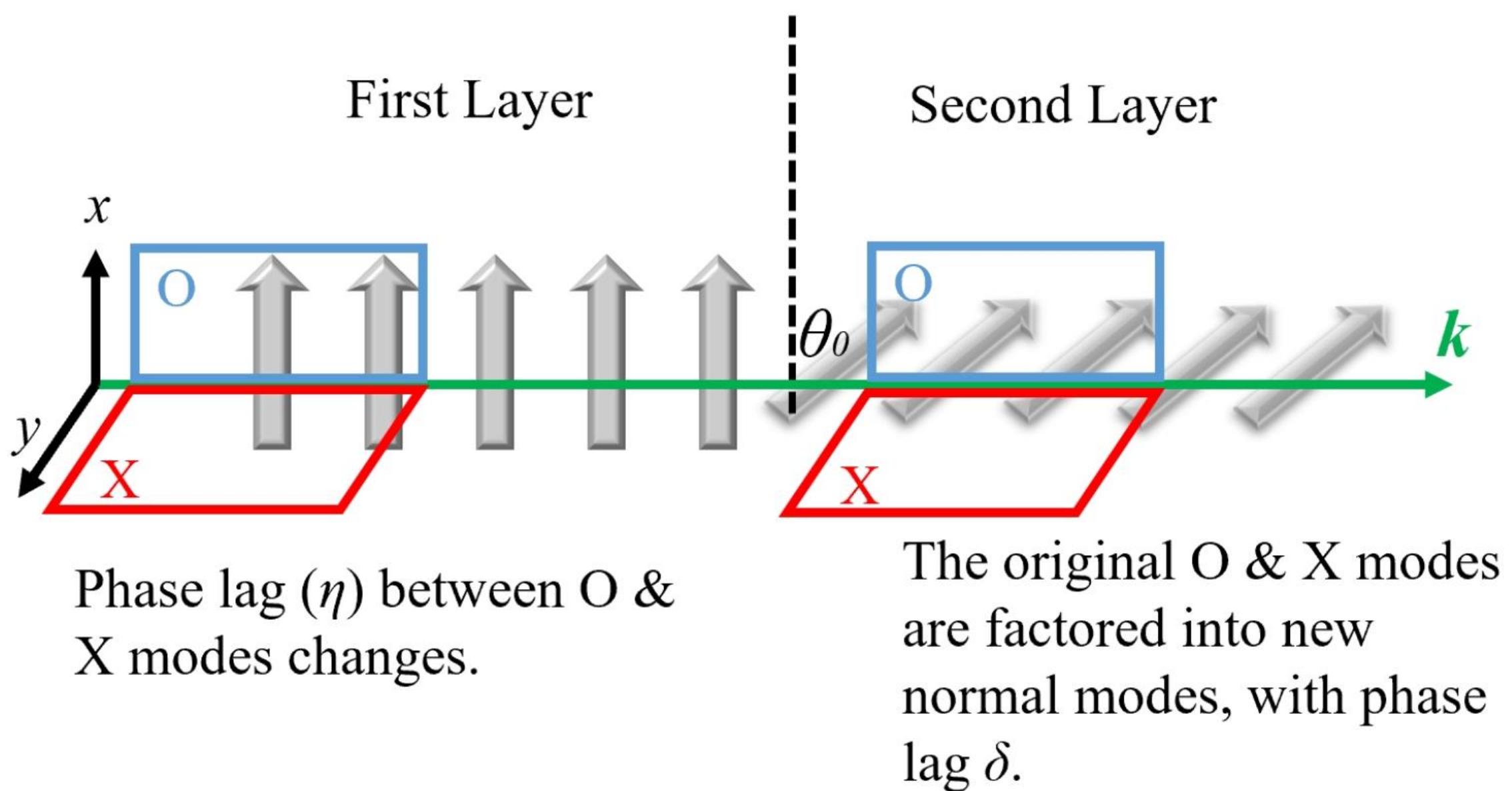


<https://piclas.readthedocs.io/en/latest/usersguide/tutorials/pic-two-stream-instability/pic-two-stream-instability.html>

(4.3) 射电辐射在磁层中的传播过程

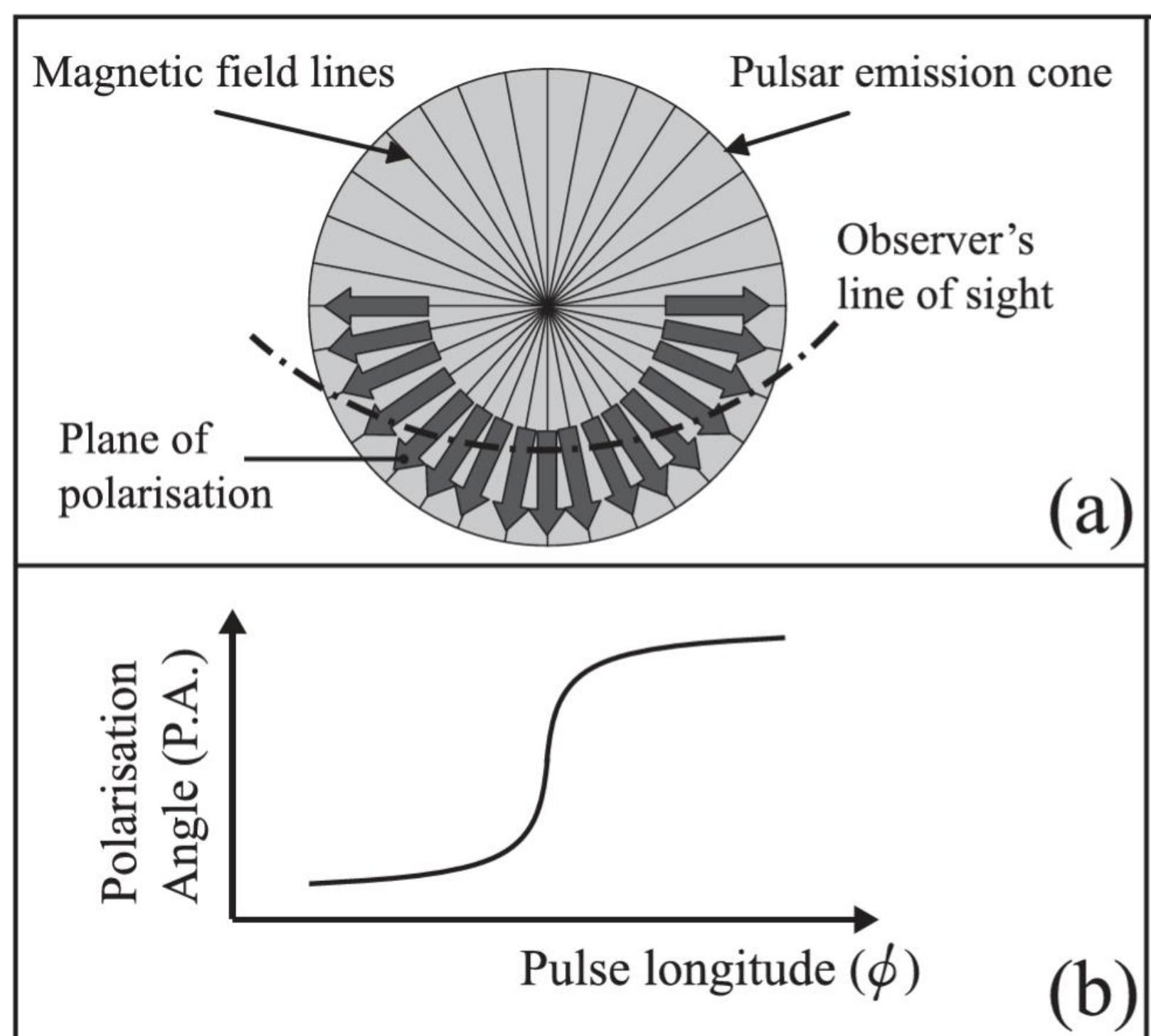
辐射出的电磁波在磁层中会经历多种传播过程，由磁层等离子体的特性决定。传播特性决定了出射电磁波的偏振，一个经典的例子是，脉冲星辐射往往是显著线偏振的。

在极强磁场中，波的模式自然倾向于线偏振：可以把带电粒子看作串在磁力线上的珠子，由于没有回旋运动，波的两个模式分别就对应于平行和垂直磁场的方向。



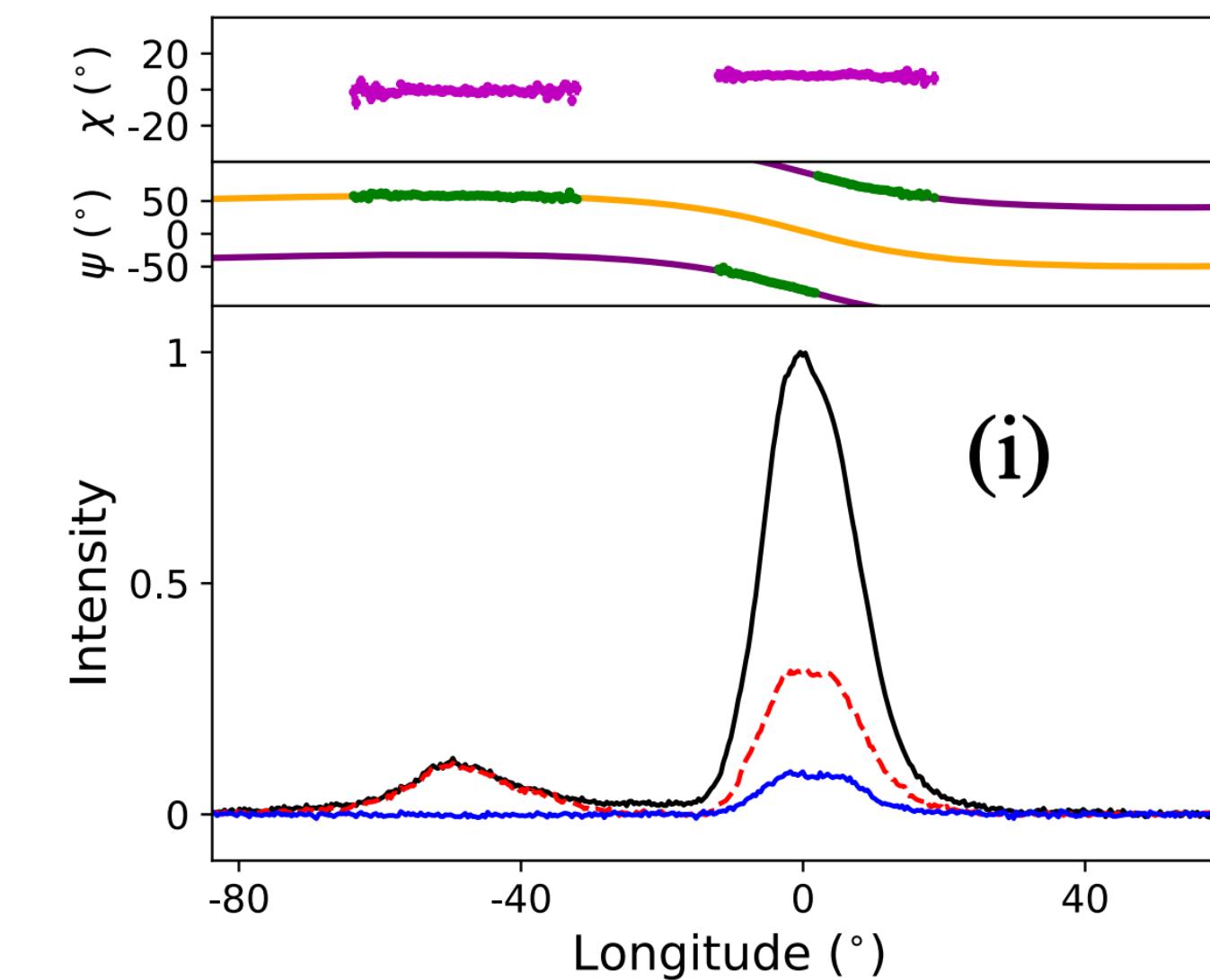
由于磁层并非均匀介质，非均匀的特性会引起波本征模式的改变，这就为产生圆偏振等现象提供机制。

刚刚我们看到，波模可以反映局部磁场的方向，这就为通过偏振测量反推脉冲星磁场位形提供了方法。给定磁场位形，在忽略一些其他传播效应的前提下，可以推出波偏振方向应该满足的形式。一个经典的例子是旋转矢量模型 (rotating vector model, RVM)，由Radhakrishnan & Cooke在1969年提出。



Noutsos et al. 2012

如左图示，轴对称磁场对应深色箭头为波的偏振面方向，导出S形的偏振位置角曲线。



可以解释一些观测现象，上图的黄色紫色线是相差90度的两条RVM曲线。

V. 展望

脉冲星的磁层与辐射有丰富的物理过程，我认为研究意义主要是三方面：

- (1) 脉冲星磁层作为极端条件的等离子体实验室，能应用与检验等离子体理论；
- (2) 脉冲星辐射问题与致密星表面性质相关，可能可以为物态研究提供参考；
- (3) 脉冲星磁层作为高能强场粒子实验室，为粒子探测提供可能的场所；

如今脉冲星辐射过程有很多机制也有很多观测，但我认为它们之间没有很好地被对应与筛选，所以值得进一步研究。

谢谢大家