

نشان دهید در مدل relax برای مساله پوشش گره (node covering) کران بالا برای متغیرها (≤ 1) ضروری نیست.

برای نوشتن مدل Relax برای مساله پوشش گره، می‌توانیم از مفهوم مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی استفاده کنیم. در اینجا، متغیرهای تصمیم‌گیری x_i را به عنوان یک متغیر متصل (continuous variable) تعریف می‌کنیم، به این معنی که x_i می‌تواند هر مقداری از بازه‌ی $[0,1]$ را به عنوان مقدار خود در نظر بگیرد. سپس مدل زیر برای مساله‌ی پوشش گره بدست می‌آوریم:

$$\text{minimize } \sum x_i * w_i$$

subject to:

$$\forall (i,j) \quad x_i + x_j \geq 1$$

$$\forall x_i \in [0,1]$$

در اینجا، تابع هدف کمینه‌سازی مجموع $x_i * w_i$ را داریم که هدف آن پیدا کردن بردار x_i با کمترین هزینه برای پوشش گره‌ها است. سپس قیدهای $x_i \geq 0$ و $x_i \leq 1$ نشان می‌دهند که هر x_i باید در بازه‌ی $[0,1]$ باشد. در نهایت، قید $x_i + x_j \geq 1$ نشان می‌دهد که حداقل یکی از x_i و x_j باید برابر یک باشد، به این معنی که حداقل یک گره باید پوشش داده شود.

این مدل Relax نیست، زیرا قیدهایی که $x_i \leq 1$ را جزء قیدهای اولیه‌ی مساله قرار نمی‌دهیم و اجازه می‌دهیم x_i مقدارهای بین ۰ و ۱ را اتخاذ کند؛ در نتیجه، این روش را برای حل مساله‌ی پوشش گره با استفاده از برنامه‌ریزی خطی Relaxation می‌نامیم. حال می‌توانیم جواب سوال را با اطلاعات بالا بدهیم:

به علت اینکه مساله مینیمم سازی هست وقتی که x_i در بازه‌ی $[0,1]$ باشد و مساله جواب دارد اگر در این بازه هم نباشد خودش بخاطر مینیمم سازی x_i های کوچکتر مساوی ۱ را جواب میدهد. (ما به دنبال x_i هایی هستیم که به طور مکرر کوچک شوند و هرچقدر x_i هامون کوچک باشند میدونیم که محدودیت cover بودنمون ارضا میشه پس نتیجه میگیریم که x_i هامون هیچوقت بزرگتر از ۱ نمیشن چون مسئله مینیمم سازیه)

در مدل relax برای مساله پوشش گره، کران بالا برای متغیرها (≤ 1) ضروری نیست. زیرا در مدل ما، متغیرها به عنوان متغیرهای متصل تعریف شده‌اند، به این معنی که می‌توانند هر مقداری بین ۰ و ۱ را اتخاذ کنند. در نتیجه، مقدار بزرگتر از ۱ برای متغیرها در این مدل ناممکن است و نیازی به اعمال کران بالا برای آن‌ها نیست.