iii) Show that

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

$$\frac{(n+1)!}{(r+1)!(n-r)!}$$

Solution

$$\frac{n!}{r!(n-r)!} + \frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!}$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} + \left[\frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!} \times \frac{(n-r)}{(n-r)}\right]$$

$$= \frac{n!}{r!(n-r)!} + \left[\frac{n!(n-r)}{(r+1)!(n-r)!}\right]$$

$$= \frac{n!(r+1)}{r!(n-r)!(r+1)} + \frac{n!(n-r)}{(r+1)!(n-r)!}$$

$$= \frac{n!(r+1)}{(r+1)!(n-r)!} + \frac{n!(n-r)}{(r+1)!(n-r)!}$$

$$= \frac{n!\left[(r+1) + (n-r)\right]}{(r+1)!\,(n-r)!}$$

$$= \frac{n!\,(n+1)}{(r+1)!\,(n-r)!}$$

$$= \frac{(n+1)!}{(r+1)!\,(n-r)!}$$

$$= \binom{n+1}{r+1}$$

<u>ANSWER</u>