Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 0.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;0;-1;-2;1)$, $\boldsymbol{a}_2(-2;1;0;-1;1)$, $\boldsymbol{a}_3(4;-1;-2;-3;1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-4;5;-8)$, $\boldsymbol{e}_2(-3;5;-5)$, $\boldsymbol{e}_3(0;-1;-1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-7;-2;-23)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-3;-4;1)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(1;-1;-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(2;-1;-1;-3;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;-2;3;4;-4)$, $\boldsymbol{e}_4(1;1;-1;-2;1)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a}\cdot \text{Пр}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{x}$, где $\boldsymbol{a}(2;6;-5)$, $\boldsymbol{b}(1;2;0)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 4 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 8 & -12 & 19 \\ -4 & 7 & -12 \\ -7 & 11 & -18 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x_1^2-4x_1x_2-4x_1x_3-5x_2^2+2x_2x_3-9x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-3x^2+6xz-3y^2+12yz-7z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $9x^2+2xy+9y^2=6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 1.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-1;0;-1;3;-2)$, $\boldsymbol{a}_2(-4;5;6;2;-3)$, $\boldsymbol{a}_3(0;1;2;-2;1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(0;-3;1)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;2;1)$, $\boldsymbol{e}_3(1;0;-1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(8;-17;-1)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(1;0;-5)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(1;0;2;1;3)$, $\boldsymbol{e}_2(1;-1;1;0;2)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;1;-2;-1;-4)$, $\boldsymbol{e}_4(-2;1;-3;-1;-5)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x},\boldsymbol{a})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-6;-2;-6)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 2 & -2 & -8 \\ 2 & 8 & 12 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x^2+6xy+12xz-5y^2-4yz-23z^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-2x^2-4xz-2y^2-6yz-14z^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $3x^2+6xy-5y^2=4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 2.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(5;0;4;-1;-1)$, $\boldsymbol{a}_2(3;-1;3;-1;0)$, $\boldsymbol{a}_3(1;-2;2;-1;1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-1;0;1)$, $\boldsymbol{e}_2(4;2;-1)$, $\boldsymbol{e}_3(-6;-3;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(13;6;-4)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-1;1;5)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;0;-1;-1;1)$, $\boldsymbol{e}_2(1;2;-1;3;-1)$, $\boldsymbol{e}_3(3;-1;4;2;-3)$, $\boldsymbol{e}_4(1;1;1;2;-2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{a},\boldsymbol{x})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-2;2;-6)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -8 & 8 & -4 \\ -3 & 4 & -1 \\ 19 & -16 & 10 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 6 \\ 0 & -4 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 4xy + 4xz - 4y^2 + 12yz - 11z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-7x^2 - 12xy - 6xz - 2y^2 - 4yz + z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $6x^2 - 4xy + 9y^2 = 2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 3.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(9;-5;-4;1;-7)$, $\boldsymbol{a}_2(-3;2;1;-1;1)$, $\boldsymbol{a}_3(-2;1;1;0;2)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(4;-3;2)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;1;0)$, $\boldsymbol{e}_3(6;-5;3)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(18;-13;13)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-3;3;0)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;-1;-1;-2;-3)$, $\boldsymbol{e}_2(2;1;2;3;5)$, $\boldsymbol{e}_3(2;0;1;1;2)$, $\boldsymbol{e}_4(-2;-1;-1;-2;-3)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{a},\boldsymbol{x})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-3;-6)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 5 & -10 \\ -6 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ -4 & 4 & -16 \\ -2 & 4 & -12 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-x_1^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 3x_2^2 - 6x_2x_3 - 5x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $6x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 3x_2^2 - 4x_2x_3 + 6x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $5x^2 - 4xy + 8y^2 = 36$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 4.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(2;-7;-5;8;3)$, $\boldsymbol{a}_2(1;-1;0;9;-1)$, $\boldsymbol{a}_3(0;1;1;2;-1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-2;-3;-3)$, $\boldsymbol{e}_2(1;2;2)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;-3;-4)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(10;16;16)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(1;-6;-6)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-3;2;2;3;4)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;-1;-1;1;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;1;2;3;3)$, $\boldsymbol{e}_4(1;-2;-2;-1;-4)$.

4. В базисе $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ вектор $\boldsymbol{x}$ имеет координаты $\boldsymbol{x}=(a;b;c)$. Оператор A переводит вектор $\boldsymbol{x}$ в вектор $A(\boldsymbol{x})=(-8a-5b+5c;6a-9b-8c;a+4b+7c)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в этом базисе.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A=\begin{pmatrix}-6 & 3 & -2\\ -7 & -3 & 9\\ -3 & 1 & -1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}-4 & 11 & -13\\ 2 & -5 & 6\\ 4 & -4 & 9\end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x_1^2-6x_1x_2-6x_1x_3-7x_2^2+2x_2x_3-9x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-5x^2-8xy+12xz-5y^2+12yz-10z^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $-x^2-8xy+5y^2=7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 5.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;1;-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{a}_2(0;-1;2;1;-1)$, $\boldsymbol{a}_3(2;-1;4;-1;-5)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(-3;-2;-1)$, $\boldsymbol{e}_3(1;1;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-22;-12;-10)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(4;1;3)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;-1;1;-1;0)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;0;-3;2;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(2;2;-1;1;1)$, $\boldsymbol{e}_4(-3;-2;-1;0;-2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{a}\cdot\text{Пр}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{x}$, где $\boldsymbol{a}(1;-2;2)$, $\boldsymbol{b}(2;2;-5)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A=\begin{pmatrix}6 & 3 & -2\\ -2 & 0 & 0\\ 3 & 2 & 0\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}-2 & -4 & 4\\ -4 & 4 & 2\\ -2 & -11 & 7\end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-4x_1^2+8x_1x_2+8x_1x_3-7x_2^2+4x_2x_3-18x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-x_1^2+8x_1x_2+6x_1x_3-7x_2^2-12x_2x_3-13x_3^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $9x^2-4xy+6y^2=10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 6.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(5;-2;-3;5;7)$, $\boldsymbol{a}_2(7;-2;-1;3;1)$, $\boldsymbol{a}_3(-3;1;1;-2;-2)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(1;-6;0)$, $\boldsymbol{e}_2(0;-2;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;5;3)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-9;4;22)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-2;-4;-5)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;2;1;2;-2)$, $\boldsymbol{e}_2(1;-3;-1;-1;2)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;1;2;5;-3)$, $\boldsymbol{e}_4(1;-3;0;1;1)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{P}_2[t]$ многочленов степени не выше второй задан соотношением $A(f(t)) = -\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}f(t) + 4\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t) - 2f(t)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{1, t, t^2\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 14 & -6 & 12 \\ -11 & 0 & -6 \\ -18 & -6 & -6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 6 & -6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 12 & 12 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x_1^2 + 12x_1x_2 + 6x_1x_3 - 16x_2^2 + 4x_2x_3 - 23x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $3x^2 + 12xz + 3y^2 - 6yz + 7z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $-2x^2 - 4xy + y^2 = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 7.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;2;3;3;4)$, $\boldsymbol{a}_2(7;-4;-3;9;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(0;-3;-4;-2;-5)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-5;3;8)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;3;0)$, $\boldsymbol{e}_3(-6;5;7)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(15;-21;-2)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-4;1;-5)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(1;-1;1;-1;0)$, $\boldsymbol{e}_2(1;0;1;-2;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;4;-1;-1;2)$, $\boldsymbol{e}_4(-3;1;-3;5;-2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-1;6)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 2 \\ 0 & 9 & -6 \\ 2 & 7 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 14 \\ -6 & -4 & -12 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-4x^2 + 8xy + 16xz - 7y^2 - 10yz - 22z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-7x^2 + 6xy - 12xz + y^2 + 4yz - 2z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $9x^2 - 2xy + 9y^2 = 4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 8.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;2;4;6;1)$, $\boldsymbol{a}_2(4;3;8;9;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(0;3;5;8;3)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(6;5;7)$, $\boldsymbol{e}_2(3;3;4)$, $\boldsymbol{e}_3(-7;-5;-7)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(0;-1;-2)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-2;0;-5)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;-1;-2;3;3)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;2;1;3;0)$, $\boldsymbol{e}_3(1;0;1;-3;-2)$, $\boldsymbol{e}_4(1;1;1;-2;-2)$.

4. В базисе $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ вектор $\boldsymbol{x}$ имеет координаты $\boldsymbol{x}=(a;b;c)$. Оператор A переводит вектор $\boldsymbol{x}$ в вектор $A(\boldsymbol{x})=(-3a+5b-c;-a+6b-c;-3a-7b-9c)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в этом базисе.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A=\begin{pmatrix}-7&-17&11\\0&-1&-2\\-2&-5&-1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}4&-9&-3\\6&-11&-2\\6&-8&-5\end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-x_1^2+2x_1x_2+4x_1x_3-2x_2^2-2x_2x_3-6x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-3x_1^2+4x_1x_2-2x_1x_3-3x_2^2-2x_2x_3-2x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $9x^2-6xy+9y^2=16$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 9.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-5;1;-1;0;3)$, $\boldsymbol{a}_2(-2;4;5;9;3)$, $\boldsymbol{a}_3(3;-1;0;-1;-2)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(5;0;3)$, $\boldsymbol{e}_2(6;-1;4)$, $\boldsymbol{e}_3(0;-3;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-15;3;-10)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(5;1;1)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;2;-1;2;0)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;1;0;3;1)$, $\boldsymbol{e}_3(1;-3;1;-1;1)$, $\boldsymbol{e}_4(0;4;-1;-2;-3)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x})=[\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}]$, где $\boldsymbol{a}(-5;4;5)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A=\begin{pmatrix}10&-17&12\\0&1&-1\\-8&15&-11\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}-4&-1&2\\-6&-3&4\\-6&-2&3\end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-x_1^2+6x_1x_2+2x_1x_3-10x_2^2-2x_2x_3-7x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $3x^2-2xy+4xz+3y^2-4yz+6z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $-4x^2+6xy+4y^2=5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 10.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;1;-2;0;5)$, $\boldsymbol{a}_2(-2;2;-1;-1;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(-3;5;-4;-2;1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(3;-1;3)$, $\boldsymbol{e}_2(8;-3;7)$, $\boldsymbol{e}_3(1;0;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-9;2;-7)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(6;5;1)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(2;-5;3;-3;1)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;2;-1;1;0)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;4;-3;3;-2)$, $\boldsymbol{e}_4(-1;2;-2;1;-1)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}]$, где $\boldsymbol{a}(6;2;-6)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 6 & -6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 10 & 20 & -4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ 1 & -4 & 5 \\ 1 & -10 & 10 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x_1^2-4x_1x_2+8x_1x_3-4x_2^2+4x_2x_3-13x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $3x_1^2+4x_1x_2-2x_1x_3+6x_2^2-4x_2x_3+3x_3^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $9x^2-4xy+6y^2=20$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 11.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-1;0;1;-2;-3)$, $\boldsymbol{a}_2(0;1;2;-1;-1)$, $\boldsymbol{a}_3(2;3;4;1;3)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(3;-4;1)$, $\boldsymbol{e}_2(3;-1;0)$, $\boldsymbol{e}_3(1;-3;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(15;-21;5)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-5;-2;1)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(1;0;1;-1;1)$, $\boldsymbol{e}_2(2;1;2;-1;3)$, $\boldsymbol{e}_3(-3;-2;-1;1;-3)$, $\boldsymbol{e}_4(2;-2;3;-4;1)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a}\cdot \text{Пр}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{x}$, где $\boldsymbol{a}(5;3;4)$, $\boldsymbol{b}(3;-3;6)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -6 \\ -5 & -13 & 15 \\ -3 & -6 & 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -8 & 11 & 2 \\ -4 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x_1^2+6x_1x_2-6x_1x_3-5x_2^2+10x_2x_3-8x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $3x_1^2-2x_1x_3+3x_2^2+4x_2x_3-x_3^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $-x^2-4xy+2y^2=2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 12.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-5;2;2;2;0)$, $\boldsymbol{a}_2(-7;5;3;1;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(-2;2;1;0;-1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(1;-1;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(5;-7;2)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;2;-3)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-5;2;18)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-2;2;-1)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(1;-1;0;1;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;-1;-1;-3;-1)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;0;-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{e}_4(2;1;1;5;0)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{P}_2[t]$ многочленов степени не выше второй задан соотношением $A(f(t)) = (3t-5)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t) - 6f(t)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{t^2, t, 1\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 14 & -12 \\ -20 & -18 & 0 \\ 8 & -16 & 20 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & 10 & -4 \\ -2 & -3 & 2 \\ -2 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3 - 3x_2^2 + 8x_2x_3 - 8x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $6x^2 - 8xy + 2xz + 4yz + 2z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $5x^2 + 4xy + 5y^2 = 3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 13.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;-1;-1;2;0)$, $\boldsymbol{a}_2(2;1;7;1;-3)$, $\boldsymbol{a}_3(1;0;2;1;-1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(1;-8;-4)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;7;3)$, $\boldsymbol{e}_3(1;-4;-1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(0;20;16)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(0;5;-5)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;2;2;1;2)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;-1;-2;-3;-3)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;0;-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{e}_4(2;-3;-2;0;-1)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a} \cdot \text{Пр}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{x}$, где $\boldsymbol{a}(4;1;6)$, $\boldsymbol{b}(-4;-4;-5)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -9 & -4 \\ -2 & -4 & -4 \\ 6 & 18 & 14 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 9 & 15 & -6 \\ -8 & -13 & 4 \\ 10 & 13 & -7 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-4x_1^2 - 8x_1x_2 - 8x_1x_3 - 6x_2^2 - 15x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $3x^2 - 4xy - 4xz + 3y^2 - 4yz - z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $7x^2 - 6xy + 7y^2 = 6$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 14.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-4;7;2;1;-7)$, $\boldsymbol{a}_2(-5;7;-1;3;0)$, $\boldsymbol{a}_3(-2;3;0;1;-1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(4;7;2)$, $\boldsymbol{e}_2(-3;-6;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(3;8;3)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-5;-14;-5)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-5;2;-5)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(1;0;2;-3;1)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;-3;-1;0;1)$, $\boldsymbol{e}_3(1;1;2;-2;1)$, $\boldsymbol{e}_4(-1;-1;-1;1;0)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x},\boldsymbol{a})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-5;-5;-2)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -6 \\ -6 & 0 & 6 \\ 12 & -6 & -15 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -14 & 8 \\ 1 & 16 & -7 \\ 0 & 12 & -3 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x_1^2+8x_1x_2+4x_1x_3-10x_2^2-11x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-x^2-4xy-4xz-y^2-4yz-5z^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $4x^2-10xy+4y^2=9$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 15.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-3;0;1;-1;-3)$, $\boldsymbol{a}_2(-3;3;2;1;0)$, $\boldsymbol{a}_3(-1;2;1;1;1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-3;3;-4)$, $\boldsymbol{e}_2(7;-8;8)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;1;-1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-12;16;-9)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-4;-6;-6)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(1;-1;-3;1;-2)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;1;2;0;1)$, $\boldsymbol{e}_3(1;0;2;-4;3)$, $\boldsymbol{e}_4(-2;1;2;2;0)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a}\cdot \text{Пр}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{x}$, где $\boldsymbol{a}(6;-6;-1)$, $\boldsymbol{b}(-1;1;-4)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 9 \\ 0 & -4 & 5 \\ 2 & -8 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 15 & -3 \\ -1 & 9 & -1 \\ -3 & 15 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-4x^2+8xy-8xz-7y^2+14yz-9z^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $10x^2+6xy+12xz+2y^2+4yz+5z^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $x^2+xy+y^2=2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 16.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;-4;-2;-5;7)$, $\boldsymbol{a}_2(-3;7;1;5;-6)$, $\boldsymbol{a}_3(0;-1;-1;-2;3)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-7;4;-2)$, $\boldsymbol{e}_2(-8;6;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;1;-1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(7;-1;9)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-5;4;5)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(0;1;-2;-2;1)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;-1;2;4;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(2;1;1;-3;3)$, $\boldsymbol{e}_4(-2;-1;-2;2;-3)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{P}_2[t]$ многочленов степени не выше второй задан соотношением $A(f(t)) = 4\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}f(t) - 3\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t) + 5f(t)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{1, t, t^2\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 4 \\ -10 & -9 & 0 \\ -5 & -3 & -3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x_1^2 - 6x_1x_2 - 6x_1x_3 - 6x_2^2 - 10x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $2xz - 8yz + 16z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $-6x^2 + 6xy + 2y^2 = 3$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 17.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;-1;0;-1;1)$, $\boldsymbol{a}_2(-3;3;2;2;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(-4;3;1;-4;-4)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-2;-4;1)$, $\boldsymbol{e}_2(-3;-7;4)$, $\boldsymbol{e}_3(2;5;-3)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-5;-7;-5)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-2;-6;-2)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;-1;-1;-2;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;-1;-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;1;1;2;-1)$, $\boldsymbol{e}_4(3;2;1;3;2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-1;-2;1)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -15 & 13 & 13 \\ -13 & 13 & 19 \\ 0 & -4 & -14 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 10 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \\ -3 & -18 & -11 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-4x^2 + 16xy - 8xz - 20y^2 + 8yz - 11z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $3x^2 + 4xz + 3y^2 + 8yz + 4z^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $7x^2 - 6xy + 7y^2 = 10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 18.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;2;-3;1;1)$, $\boldsymbol{a}_2(-5;-1;0;-2;1)$, $\boldsymbol{a}_3(-1;1;-2;0;1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-1;1;0)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;-2;3)$, $\boldsymbol{e}_3(3;4;-5)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-13;1;9)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(2;0;-2)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(1;2;3;5;1)$, $\boldsymbol{e}_2(0;1;1;2;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;-2;-2;-4;-1)$, $\boldsymbol{e}_4(2;2;3;5;0)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{a},\boldsymbol{x}]$, где $\boldsymbol{a}(3;6;1)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -11 & 16 & -1 \\ -4 & 4 & 0 \\ -7 & 8 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 3 & -4 & 6 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x_1^2 + 12x_1x_2 - 6x_1x_3 - 16x_2^2 + 4x_2x_3 - 10x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-14x^2 + 8xy - 8xz + y^2 + 2yz + z^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $3x^2 + 2xy + 3y^2 = 2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 19.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-9;3;7;2;5)$, $\boldsymbol{a}_2(5;-2;-5;-1;-6)$, $\boldsymbol{a}_3(1;-1;-3;0;-7)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(5;2;0)$, $\boldsymbol{e}_2(-7;-7;2)$, $\boldsymbol{e}_3(3;-1;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(12;5;0)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(6;-4;1)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;1;-1;0;-2)$, $\boldsymbol{e}_2(0;1;-2;-2;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;1;-1;1;-3)$, $\boldsymbol{e}_4(-2;2;-3;-1;-5)$.

4. В базисе $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ вектор $\boldsymbol{x}$ имеет координаты $\boldsymbol{x} = (a;b;c)$. Оператор A переводит вектор $\boldsymbol{x}$ в вектор $A(\boldsymbol{x}) = (5a + 9c; 7a - 5b - 9c; -3a + 4b + 9c)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в этом базисе.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 1 \\ 2 & -6 & -2 \\ -4 & 4 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 \\ -7 & 5 & -4 \\ 11 & -2 & 10 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 4xy + 4xz - 3y^2 + 6yz - 5z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $x^2 + 4xy + 8xz - 2y^2 + 4yz + z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $7x^2 + 10xy + 7y^2 = 2$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 20.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-7;0;-1;7;-5)$, $\boldsymbol{a}_2(1;-6;1;5;-1)$, $\boldsymbol{a}_3(8;1;1;-9;6)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(1;-4;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(2;-3;0)$, $\boldsymbol{e}_3(-4;8;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(12;-17;-1)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-3;0;-5)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(1;1;0;-2;1)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;-2;-1;3;-4)$, $\boldsymbol{e}_3(1;-1;1;-1;5)$, $\boldsymbol{e}_4(1;0;1;-1;4)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{a},\boldsymbol{x})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;6;-2)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 2 & -2 & 3 \\ -12 & -18 & -11 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -13 & 5 & -11 \\ -6 & 0 & -7 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-x^2+4xy+2xz-5y^2-2yz-3z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $x_1^2+12x_1x_3+x_2^2-12x_2x_3+2x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $10x^2+8xy+10y^2=7$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 21.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(1;0;9;3;3)$, $\boldsymbol{a}_2(-2;-1;10;-4;2)$, $\boldsymbol{a}_3(-1;-1;3;-2;0)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(1;2;-3)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;-3;3)$, $\boldsymbol{e}_3(1;1;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-1;5;-24)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(5;-5;-1)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(1;-1;1;0;3)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;1;0;-1;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;-2;1;-2;2)$, $\boldsymbol{e}_4(0;1;-1;1;-2)$.

4. В базисе $\{\boldsymbol{e}_1,\boldsymbol{e}_2,\boldsymbol{e}_3\}$ вектор $\boldsymbol{x}$ имеет координаты $\boldsymbol{x}=(x;y;z)$. Оператор A переводит вектор $\boldsymbol{x}$ в вектор $A(\boldsymbol{x}) = (6x+9y+7z; y+8z; -8x+6y+9z)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в этом базисе.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 15 & -7 \\ -4 & -2 & 1 \\ -8 & 10 & -5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -7 & 8 & 14 \\ -2 & -2 & 4 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x_1^2+8x_1x_2+8x_1x_3-9x_2^2-12x_2x_3-13x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-x_1^2-16x_1x_3-x_2^2-4x_2x_3-14x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $6x^2+4xy+9y^2=50$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 22.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(0;-1;1;-5;-2)$, $\boldsymbol{a}_2(3;-4;-2;4;1)$, $\boldsymbol{a}_3(-4;5;3;-7;-2)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(3;3;1)$, $\boldsymbol{e}_2(8;4;3)$, $\boldsymbol{e}_3(3;2;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-10;3;-5)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(3;-5;-5)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(3;2;-4;3;-2)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;-1;2;-2;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;-3;3;1;0)$, $\boldsymbol{e}_4(0;-3;1;5;-2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{a}, \boldsymbol{x}]$, где $\boldsymbol{a}(-5;-5;-2)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -4 & 5 & -1 \\ 13 & -7 & 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 \\ 0 & -5 & 6 \\ -6 & -8 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-x_1^2+4x_1x_2+4x_1x_3-5x_2^2-4x_2x_3-9x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $4x_1^2-2x_1x_2+4x_1x_3+4x_2^2-4x_2x_3+7x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $9x^2-4xy+6y^2=10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 23.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-2;-1;1;-1;0)$, $\boldsymbol{a}_2(1;-1;2;-5;-1)$, $\boldsymbol{a}_3(5;1;0;-3;-1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(3;-2;0)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;3;-1)$, $\boldsymbol{e}_3(7;-6;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(22;-23;6)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(0;-1;-6)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(1;1;3;-3;-2)$, $\boldsymbol{e}_2(1;1;4;-4;-3)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;-1;-2;2;1)$, $\boldsymbol{e}_4(1;0;1;-2;-2)$.

4. В базисе $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ вектор $\boldsymbol{x}$ имеет координаты $\boldsymbol{x} = (x;y;z)$. Оператор A переводит вектор $\boldsymbol{x}$ в вектор $A(\boldsymbol{x}) = (3x+8y+5z; 6x+y+9z; -4y-z)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в этом базисе.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} -16 & 8 & 3 \\ -19 & 9 & 4 \\ -18 & 10 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 \\ -6 & 5 & 4 \\ 9 & -6 & -5 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x_1^2+6x_1x_2+12x_1x_3-6x_2^2-6x_2x_3-19x_3^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $3x_1^2-4x_1x_3+3x_2^2+2x_2x_3+7x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $8x^2+4xy+5y^2=4$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 24.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(4;-1;1;1;5)$, $\boldsymbol{a}_2(-1;-1;-1;0;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(-2;-7;-5;1;-7)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(5;2;3)$, $\boldsymbol{e}_2(3;1;-1)$, $\boldsymbol{e}_3(3;1;-2)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-8;-2;18)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(0;5;1)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(1;0;2;-3;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(-3;1;-3;5;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-3;2;-2;3;-1)$, $\boldsymbol{e}_4(2;-2;1;-1;2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{a},\boldsymbol{x})\boldsymbol{a}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-1;2)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 14 & -2 \\ -2 & -6 & 1 \\ -4 & -10 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 6 & 13 & -5 \\ -2 & -5 & 3 \\ -4 & -13 & 7 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x^2-4xy+8xz-4y^2+12yz-13z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $x_1^2-4x_1x_2-4x_1x_3-2x_2^2+2x_2x_3-2x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $5x^2-2xy+5y^2=10$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 25.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-2;1;-1;0;-5)$, $\boldsymbol{a}_2(-1;0;-3;1;2)$, $\boldsymbol{a}_3(-4;1;-7;2;-1)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(2;-2;5)$, $\boldsymbol{e}_2(1;-2;0)$, $\boldsymbol{e}_3(-4;5;-8)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-9;11;-17)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-4;-3;4)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;-2;1;-1;-3)$, $\boldsymbol{e}_2(1;1;-2;3;0)$, $\boldsymbol{e}_3(1;1;0;-1;2)$, $\boldsymbol{e}_4(2;2;-1;0;3)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{P}_2[t]$ многочленов степени не выше второй задан соотношением $A(f(t)) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}f(t) + 2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t) - f(t)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{t^2,t,1\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 19 & -7 \\ -1 & -8 & 2 \\ -2 & -11 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -5 & 6 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \\ -2 & 4 & -4 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-x_1^2+6x_1x_2-2x_1x_3-11x_2^2+18x_2x_3-21x_3^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $x_1^2+8x_1x_3+x_2^2-8x_2x_3+5x_3^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $9x^2-4xy+6y^2=30$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 26.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(3;1;-1;-1;1)$, $\boldsymbol{a}_2(-4;-1;3;5;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(2;1;1;3;0)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(1;1;2)$, $\boldsymbol{e}_2(-2;-3;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;-3;-3)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-13;-17;-23)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-2;0;2)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-2;1;1;2;2)$, $\boldsymbol{e}_2(1;-2;-1;-5;-3)$, $\boldsymbol{e}_3(-3;0;1;-1;1)$, $\boldsymbol{e}_4(-1;-2;0;-5;-2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{P}_2[t]$ многочленов степени не выше второй задан соотношением $A(f(t)) = (t+5)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f(t) + 6f(t)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{1, t, t^2\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 9 \\ -5 & 0 & -6 \\ -8 & -1 & -9 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -6 \\ 6 & -8 & -9 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-x^2 + 6xy + 6xz - 10y^2 - 16yz - 12z^2$ к диагональному виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 12xz - 2y^2 - 6yz + 2z^2$ к каноническому виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $4x^2 + 6xy - 4y^2 = 5$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 27.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-3;5;-3;-4;8)$, $\boldsymbol{a}_2(1;1;-1;-2;-2)$, $\boldsymbol{a}_3(-1;3;-2;-3;3)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-2;-1;-1)$, $\boldsymbol{e}_2(3;-3;1)$, $\boldsymbol{e}_3(2;0;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(9;-16;3)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(-6;-6;2)$.

3. Построить ортонормированный базис в линейной оболочке системы векторов $\boldsymbol{e}_1(-3;1;1;2;3)$, $\boldsymbol{e}_2(2;-1;-1;-1;-2)$, $\boldsymbol{e}_3(-4;1;1;3;4)$, $\boldsymbol{e}_4(1;-2;-3;2;-2)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = (\boldsymbol{x}, \boldsymbol{a})\boldsymbol{b}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-1;5)$, $\boldsymbol{b}(2;3;4)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 17 & 7 & 19 \\ -2 & 2 & -4 \\ -10 & -5 & -10 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ -3 & -12 & 7 \\ -3 & -15 & 8 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 4xy + 12xz - 6y^2 - 4yz - 25z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $x^2 + 4xy - 4xz - 2y^2 - 2yz - 2z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $2x^2 + 2xy + 2y^2 = 1$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 28.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(7;-1;5;-2;9)$, $\boldsymbol{a}_2(-1;-1;1;2;5)$, $\boldsymbol{a}_3(3;1;0;-3;-4)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(0;3;1)$, $\boldsymbol{e}_2(1;6;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-1;-2;0)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(0;-1;-2)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(2;0;5)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(3;-1;-1;-1;0)$, $\boldsymbol{e}_2(-5;2;2;1;1)$, $\boldsymbol{e}_3(-2;2;1;-1;2)$, $\boldsymbol{e}_4(1;2;0;-3;3)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{a}\cdot \text{Пр}_{\boldsymbol{b}}\boldsymbol{x}$, где $\boldsymbol{a}(-3;-4;-5)$, $\boldsymbol{b}(-6;-2;-5)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -4 & -6 & 0 \\ 8 & 14 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 4 & 8 & 2 \\ -6 & -15 & 5 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x^2+12xy+6xz-14y^2-25z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-7x^2-8xz-7y^2+8yz-3z^2$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $5x^2+6xy+5y^2=20$.

Индивидуальное ДЗ по курсу «Линейная алгебра» 2015. Группа РК 9-21.

Вариант 29.

1. Найти нетривиальную линейную комбинацию векторов $\boldsymbol{a}_1$,$\boldsymbol{a}_2$,$\boldsymbol{a}_3$, равную ноль-вектору (если она существует). Сделать вывод относительно их линейной зависимости или независимости. $\boldsymbol{a}_1(-5;-9;7;4;-3)$, $\boldsymbol{a}_2(1;0;4;1;-3)$, $\boldsymbol{a}_3(0;-1;3;1;-2)$.

2. Доказать, что векторы $\boldsymbol{e}_1(-2;1;4)$, $\boldsymbol{e}_2(-1;2;0)$, $\boldsymbol{e}_3(0;-1;1)$ образуют базис в $\mathbb{R}^3$. Найти координаты вектора $\boldsymbol{b}$ в этом базисе и вектора $\boldsymbol{c}$ в исходном, если в исходном базисе $\boldsymbol{b}(-17;17;24)$, в новом базисе $\boldsymbol{c}(2;-5;5)$.

3. Ортогонализовать систему векторов $\boldsymbol{e}_1(-1;1;3;-3;2)$, $\boldsymbol{e}_2(1;0;-1;2;-1)$, $\boldsymbol{e}_3(1;-1;-2;2;-2)$, $\boldsymbol{e}_4(1;1;-2;4;0)$.

4. Оператор A в пространстве $\mathcal{V}$ задан соотношением $A(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{x},\boldsymbol{a}]$, где $\boldsymbol{a}(2;1;-3)$. Доказать линейность оператора A и найти его матрицу в базисе $\{\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}\}$.

5. Найти собственные значения и собственные векторы операторов A и B. Привести матрицу каждого оператора к диагональному виду, если это возможно. В последнем случае записать матрицу перехода.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -12 & -18 \\ -1 & 4 & 9 \\ 1 & -6 & -11 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 11 & -4 & 6 \\ 14 & -3 & 11 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Привести квадратичную форму $-3x^2+6xy-6xz-6y^2+12yz-8z^2$ к каноническому виду методом Лагранжа и указать новый базис. Записать матрицу перехода к новому базису.

7. Привести квадратичную форму $-3x_1^2-16x_1x_2-4x_1x_3-15x_2^2-8x_2x_3$ к диагональному виду ортогональным преобразованием. Записать матрицу преобразования.

8. Построить кривую $x^2+3xy+y^2=2$.