Билет 30

① Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины пробега.

а) – расстояние d на которое сближаются центры молекул.

б) λ – длина свободного пробега $\lambda = \frac{\langle v \rangle}{z}$, $\langle v \rangle$ – расстояние, которое проходит молекула за секунду.

z – кол-во столкновений.

Если молекула движется прямо, то она столкнётся со всеми молекулами, центры которых окажутся внутри цилиндра радиуса d;

его объём: $V = \langle v \rangle \pi d^2$, тогда $z = V \cdot n = \langle v \rangle \pi d^2 \cdot n \Rightarrow$

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{\langle v \rangle \pi d^2 n} = \frac{1}{\pi d^2 n}$$

При более строгом рассмотрении необходимо среднюю скорость $\langle v \rangle$ заменить на среднюю относительную скорость $\langle v_{отн} \rangle = \sqrt{2} \langle v \rangle$, тогда

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \quad \text{или} \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n},$$

где $\sigma = \pi d^2$ – эффективное сечение молекулы.

③ Какое кол-во теплоты нужно сообщить 3-м молям кислорода, при $T = 300°K$, чтобы средняя скорость молекул ↑ в 2 раза?

Дано:

$\nu = 3$ моль

O_2

$T_1 = 300°K$

$V = const$

$\frac{v_{ср2}}{v_{ср1}} = 2$

Найти: Q – ?

Решение: Средняя скорость молекул:

$$v_{ср} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}; \quad V = const \Rightarrow A = 0$$

Согласно I началу термодинамики:

$$Q = \Delta U + \underbrace{A}_{0} \Rightarrow Q = \Delta U, \text{ где}$$

$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R \Delta T$, $i = 5$, т.к. 2-хатомный газ.

$$\frac{v_{ср2}}{v_{ср1}} = \frac{\sqrt{\frac{8RT_2}{\pi\mu}}}{\sqrt{\frac{8RT_1}{\pi\mu}}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = 2 \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = 4, \; T_2 = 4T_1$$

$\Delta U = \frac{5}{2}\nu R(4T_1 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R \cdot 3T_1$. Вычислить:

$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot 3 \cdot 8{,}31 \cdot 3 \cdot 300 = 56\,092{,}5$ (Дж) **Ответ:** $Q = 56\,092{,}5$ (Дж)

② Момент импульса М.Т. и М.С. Уравнение моментов М.С (вывод из законов Ньютона). Закон сохранения момента импульса М.С. (вывод из ур-я моментов)

а) Вектор момента импульса МТ: $\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p}$

$L = p \cdot r \cdot \sin \alpha = p \cdot l$ - момент импульса МТ

Момент импульса М.С.: $\bar{L} = \sum_i \bar{L}_i = \sum \bar{r}_i \times \bar{P}_i$

при переходе к другой (·) O_1 радиусы-векторы точек системы преобразуются: $\bar{r}_i = \bar{r}_{1i} + \bar{r}_1$, поэтому

$\bar{L} = \sum_i (\bar{r}_{1i} + \bar{r}_1) \times \bar{P}_i = \sum_i \bar{r}_{1i} \times \bar{P}_i + \bar{r}_1 \times \sum_i \bar{P}_i$,

$\sum_i \bar{P}_i = \bar{P}_c$ - импульс центра масс. =>

$L = \bar{L}_1 + \bar{r}_1 \times \bar{P}_c$

Найдём производную от суммарного момента импульса:

$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum \bar{r}_i \times \frac{d\bar{P}_i}{dt} = \sum_i \bar{r}_i \times \bar{F}_i$; $\bar{F}_i = \bar{F}_i^{внутр} + \bar{F}_i^{внеш}$, тогда

$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_i \bar{r}_i \times F_i^{внутр} + \sum \bar{r}_i \times F_i^{внеш}$, согласно III з-ну Ньютона

$F_i^{внутр} = -F_j^{внутр}$. Для каждой из таких пар сил можно ввести одинаковое плечо $\bar{r}_{ij\perp}$ =>

$\sum_i \bar{r}_i \times \bar{F}_i^{внутр} = \sum_i (\bar{r}_{ij\perp} \times F_i^{внутр} + \bar{r}_{ij\perp} \times F_j^{внутр})$ =>

$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_i \bar{r}_i \times F_i^{внеш} = \sum_i \bar{M}_0 (\bar{F}_i^{внеш})$

Производная от суммарного момента системы равна векторной сумме моментов внешних сил.

б) Если момент внешних сил, действующих на систему, относительно неп. (·) равен нулю, то момент импульса относ. этой (·) сохраняется.

$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_i M_0 (F_i^{внеш}) = \bar{0} \Leftrightarrow \bar{L} = const$