

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский
университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)
Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»
Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»

Отчет по лабораторной работе №1
«Прикладная механика»
«Расчет статически-неопределимой балки методом конечных элементов»

Вариант 5

Выполнили: студенты группы РК6-36Б Петраков С.А., Сергеева Д.К.

Проверил: Киселёв И.А.

Москва

2020

Задача: составить конечно-элементную программу для расчета статически-неопределимой балки и проверить корректность ее работы с использованием SiemensNX.

Исходные данные:

Материал балки: сталь (модуль Юнга $E=2e11$ Па).

Сечение балки: прямоугольное (см. рисунок 1).

Геометрические параметры балки: $l=0.2$ м, $b=10$ мм, $h=30$ мм.

Величина нагрузки: $F=30$ Н.

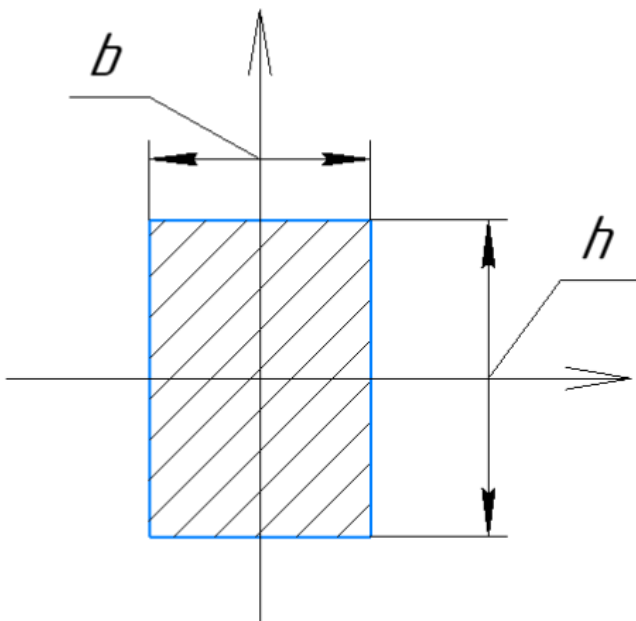
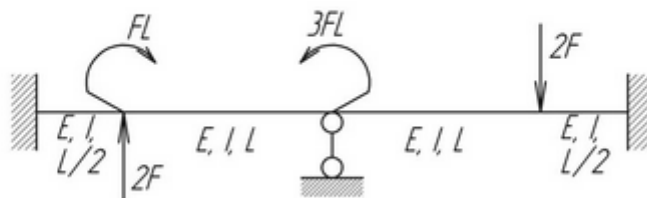


Рисунок 1. Поперечное сечение балки

5



Последовательность выполнения лабораторной работы №2

Работа выполняется в два этапа:

- 1) Составление конечно-элементной программы в Matlab и решение исходной заданной системы.
- 2) Выполнение расчета исходной системы в программе SiemensNX.

1. Составление конечно-элементной программы в Matlab и решение исходной заданной системы

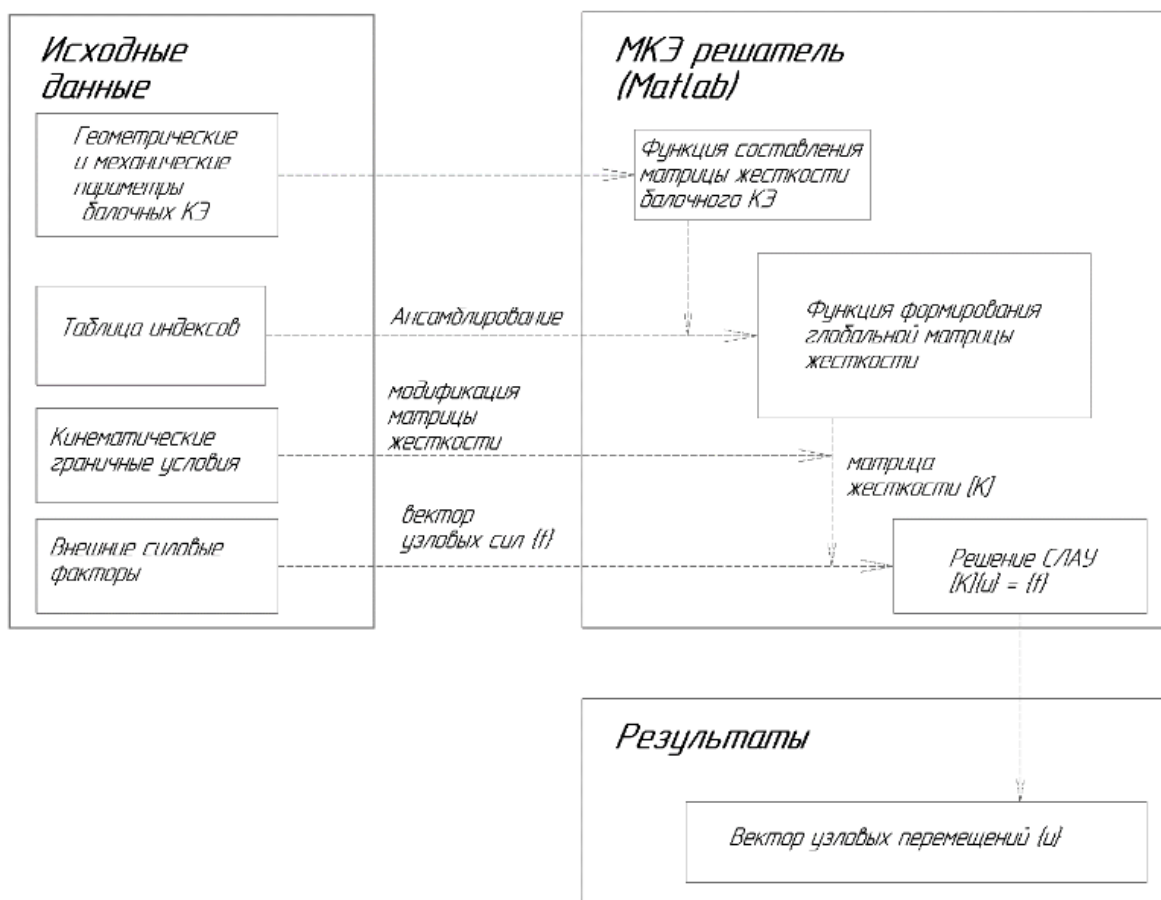


Рисунок 2. Блок-схема конечно-элементной программы в Matlab

Последовательность решения:

- 1) Конечно-элементное разбиение системы.
Выбор глобальной системы координат (с.к), назначение числа балочных конечных элементов(к.э.) системы N_{el} , определение количества узлов N_{node} , общего количества степеней свободы n .
- 2) Составление матриц жесткости отдельных конечных элементов.

Для каждого конечного элемента балки составляется матрица жесткости в его локальной системе координат вида:

$$[K_{elem}^i] = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \dots & \frac{6EI}{l^2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{6EI}{l^2} & \dots & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}_{4 \times 4}$$

Где i —номер текущего к.э., $i=1 \dots N_{el}$;

$[K_{elem}^i]$ —матрица жесткости i -го к.э. в его локальной системе координат;

E, I, l —параметры балочного к.э. (модуль Юнга, длина, геометрический момент инерции, соответственно).

3) Составление таблицы индексов

Для заданной балочной системы составляется таблица индексов вида (составлена для системы, представленной на рисунке 3):

№ конечного элемента	1' (номер первого узла локальной с.к. в глобальной с.к.)	2' (номер второго узла локальной с.к. в глобальной с.к.)
1	1	...
...
i	j	k
...
N_{el}	...	N_{node}

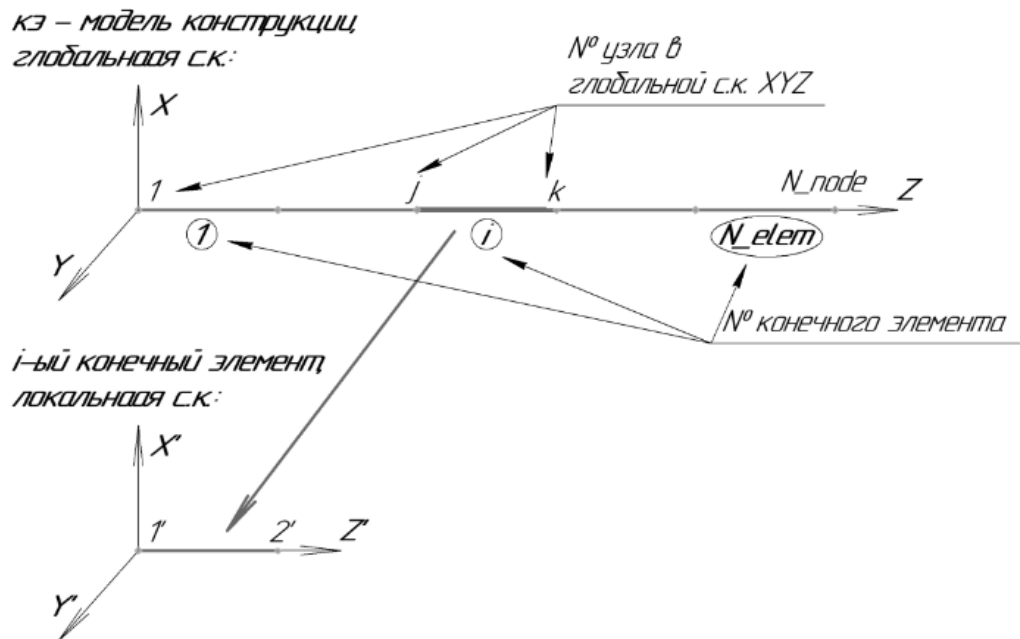


Рисунок 3. Определение номеров узлов в глобальной системе координат для балочного конечного элемента под номером i

4) Операция ансамблирования

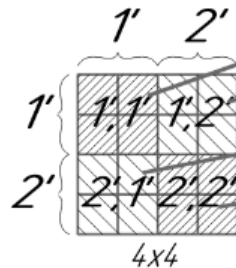
В соответствии с таблицей индексов составляется глобальная матрица жесткости всей конструкции из матриц жесткости отдельных к.э., сформированных в пункте 2). Алгоритм ансамблирования представлен на рисунке 4 на примере конечного элемента балки под номером j из рисунка 3.

Таблица индексов

№ к.з.	1'	2'
...
i	j	k
...

$N_{elem} \times 2$

Матрица жесткости
 i -го к.з. $[K_{elem}^i]$



4x4

Глобальная матрица
жесткости $[K]$

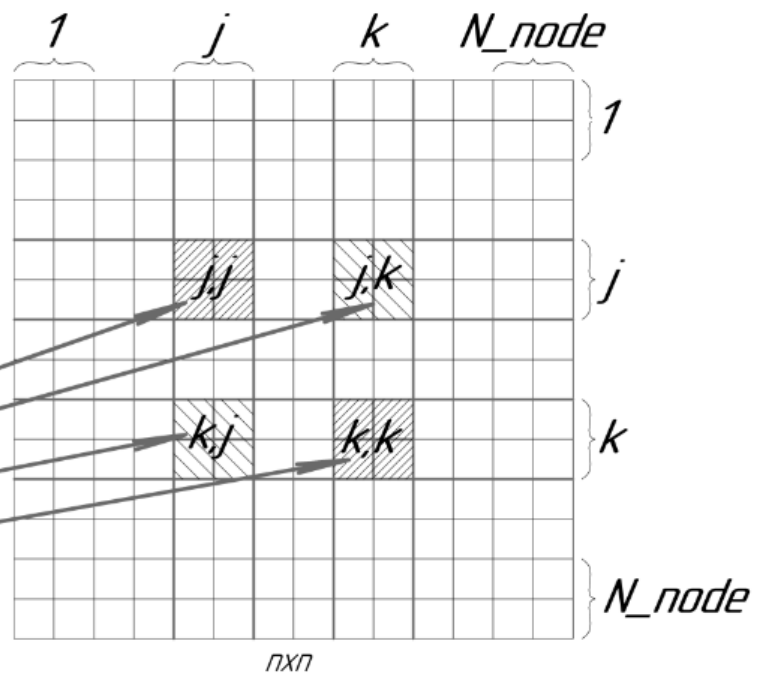


Рисунок 4. Алгоритм операции ансамблирования глобальной матрицы жесткости $[K]$

5) Наложение кинематических граничных условий, модификация матрицы жесткости

Учет кинематических граничных условий (г.у.) проходит согласно следующей последовательности:

- идентифицируются закрепления, представленные в балочной системе (шарниры, заделки, ограничители поворота);
 - определяются номера закрепленных степеней свободы;
 - для каждой из закрепленных степеней свободы производится операция модификации матрицы жесткости согласно алгоритму, представленному на рисунке 5 (точный способ учета кинематических граничных условий).
- Итогом учета кинематических граничных условий является модифицированная матрица жесткости $[K_{mod}]$.

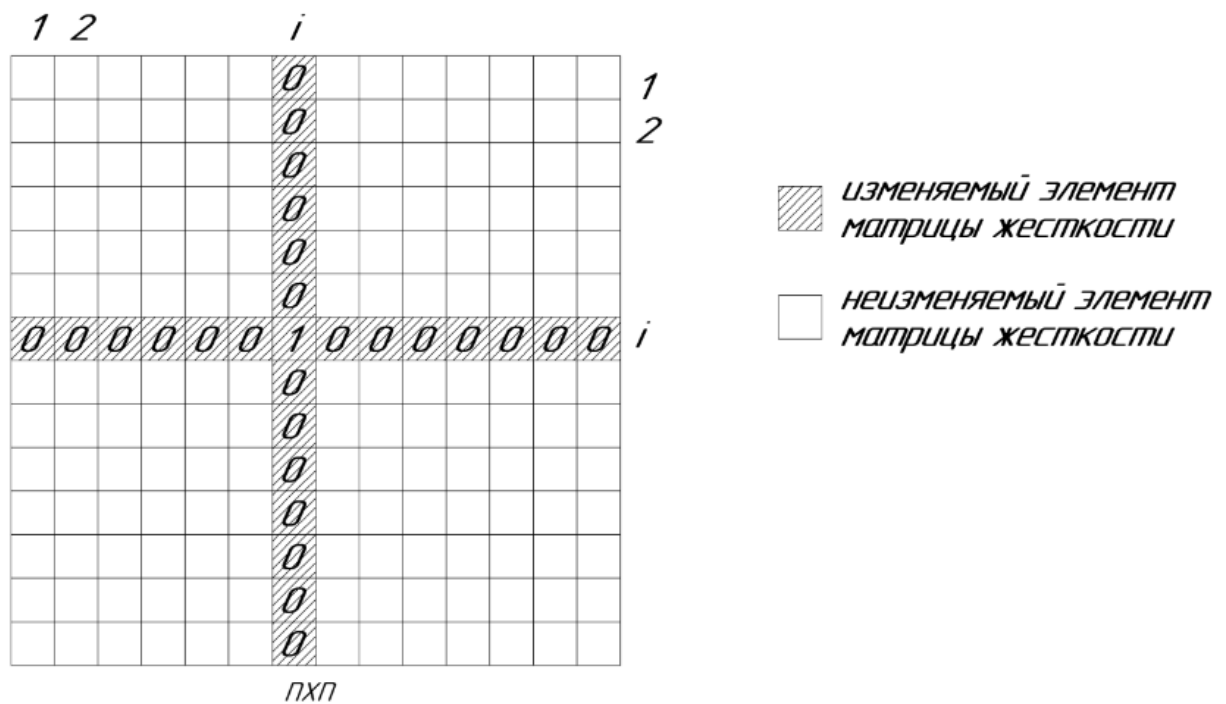


Рисунок 5. Модификация матрицы жесткости, точный метод учета кинематических граничных условий

6) Составление вектора внешних узловых усилий $\{f\}$

Вектор внешних узловых усилий $\{f\}$ – вектор-столбец размерностью $n \times 1$. В данном векторе представлены все силовые факторы (силы и изгибающие моменты), внешние по отношению к системе. Знак элементов, входящих в вектор $\{f\}$, определяется следующим правилам:

- сила положительна, если она направлена по положительному направлению оси глобальной системы координат;
- момент положителен, если он вращает против часовой стрелки относительно положительного направления оси глобальной системы координат.

7) Решение СЛАУ, определение вектора узловых перемещений

Производится решение СЛАУ вида:

$$[K_{mod}] * \{u\} = \{f\}$$

Вектор узловых перемещений определяется как:

$$\{u\} = inv([K_{mod}]) * \{f\}$$

Вектор узловых перемещений $\{u\}$ содержит в себе обобщенные перемещения узлов балочной системы (вертикальные перемещения, углы поворота). При работе в системе СИ вертикальные перемещения имеют размерность метр, углы поворота – радиан.

Текст программы:

```

function main
format long
h = 30;           %высота поперечного сечения% (мм)
b = 10;           %ширина поперечного сечения (мм)
Jy = b*h^3/12;    %момент инерции относительно оси Y (мм^4)
l = 200;          %длина отрезка (мм)
E = 2e11;         %модуль упругости
F = 30;           %сила (Н)
N_el = 4;         %количество конечных элементов
E_sys = [E, E, E, E]; %вектор модулей упругости
l_sys = [l/2, l, l, l/2]; %вектор длин элементов
N_DOFs = 2*(N_el+1); %количество степеней свободы системы
K_g = zeros(N_DOFs); %матрица жёсткости
U_Node = [0, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 1, 0, 0]; %вектор узловых перемещений
F_Node = [0, 0, 60, 6000, 0, -18000, -60, 0, 0, 0]; %вектор узловых сил
K_loc = zeros(4); %локальная матрица жёсткости
Index_M = [1:4,
3:6,
5:8,
7:10];
for k = 1:N_el % Инициализируем локальные матрицы жёсткости
K_loc = K_loc_calc(l_sys(k), E_sys(k), Jy);
% Записываем локальную матрицу жёсткости по координатам из матрицы
индексов
for i=1:N_el
for j=1:N_el
K_g(Index_M(k, i), Index_M(k, j))= K_g(Index_M(k, i), Index_M(k, j)) + K_loc(i, j);
end
end
end
for i = 1:N_DOFs
if (U_Node(i) == 0)
K_g(i, :) = 0;
K_g(:, i) = 0;
K_g(i, i) = 1;
end
end
U = inv(K_g)*F_Node';
for i=2:2:N_DOFs

```



```

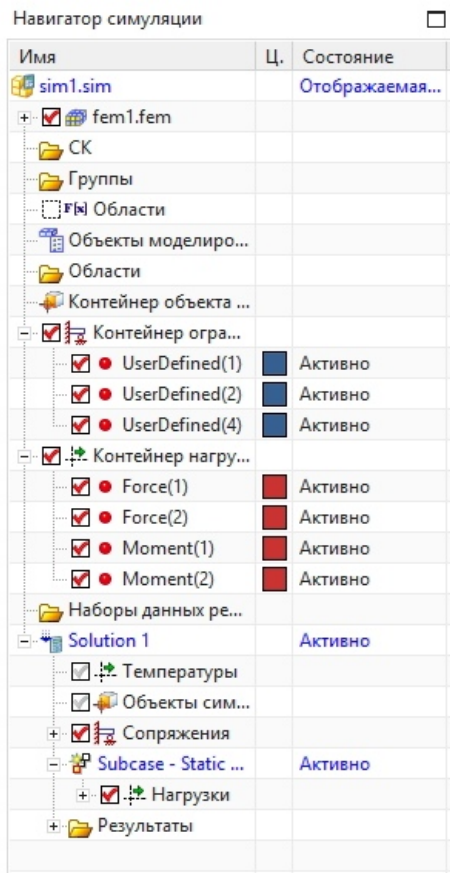
U(i) = rad2deg(U(i));
end
U
end
% ИНИЦИАЛИЗАТОР МАТРИЦЫ ЖЁСТКОСТИ КЭ
function K = K_loc_calc(l, E, J);
K = [12*E*J/(l^3), 6*E*J/(l^2), -12*E*J/(l^3), 6*E*J/(l^2);
6*E*J/(l^2), 4*E*J/l, -6*E*J/(l^2), 2*E*J/l;
-12*E*J/(l^3), -6*E*J/(l^2), 12*E*J/(l^3), -6*E*J/(l^2);
6*E*J/(l^2), 2*E*J/l, -6*E*J/(l^2), 4*E*J/l];
end

```

2. Выполнение расчета исходной системы в программе SiemensNX

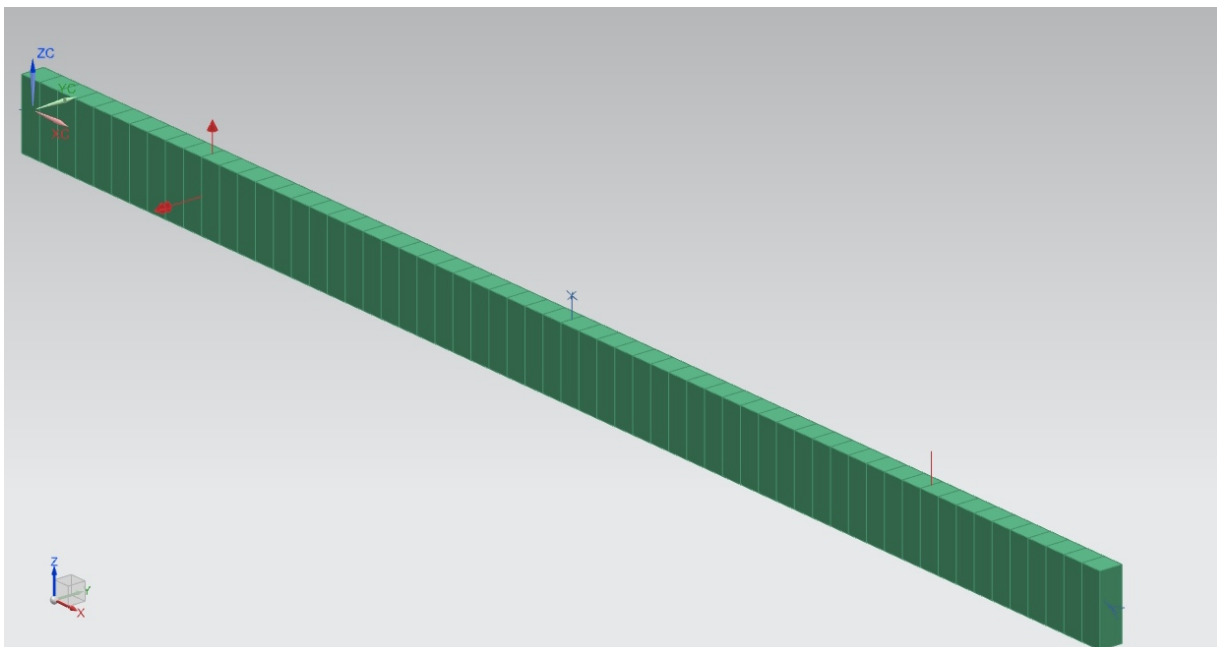
Расчет выполняется с использованием одномерного балочного конечного элемента типа CBEAM.

Создаём модель стержня с конечным числом элементов, учитывая все нужные параметры: тип, размер, материал. Задаём все ограничения и силы. В итоге дерево выглядит следующем образом:

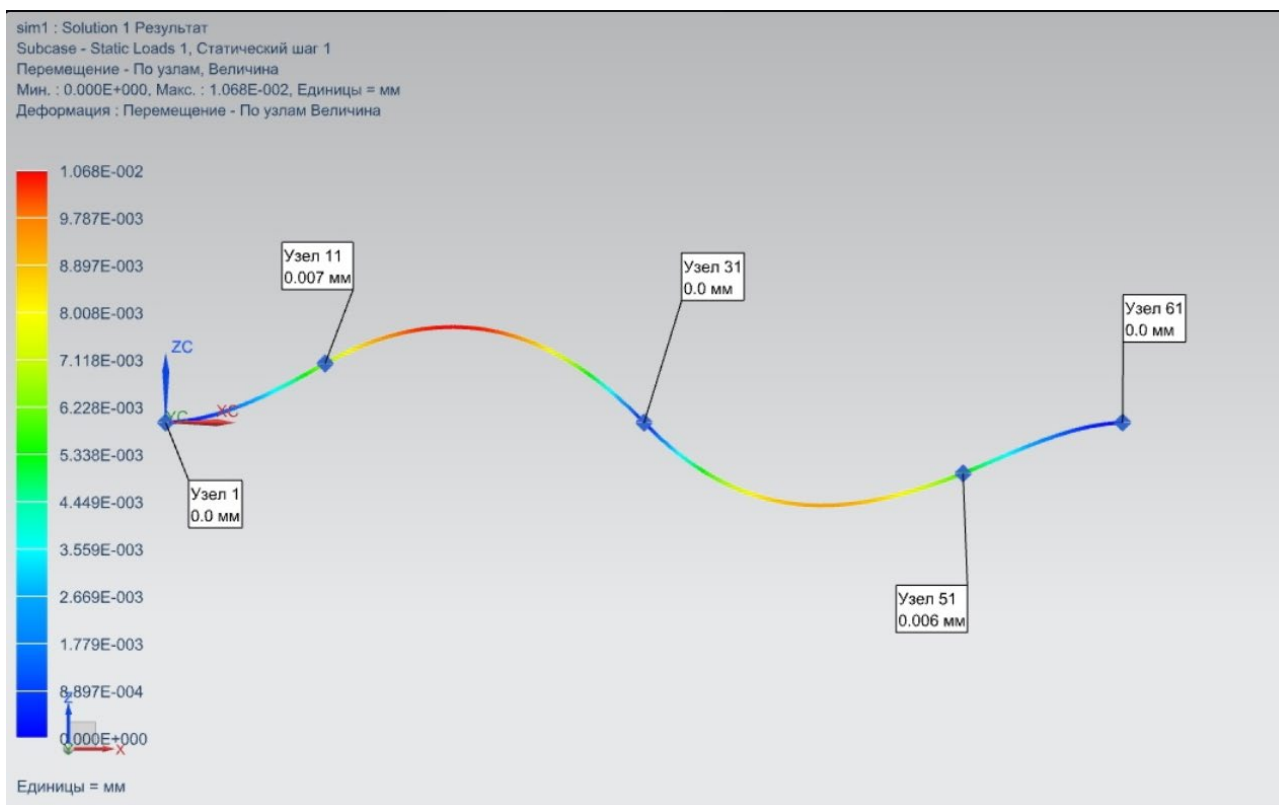


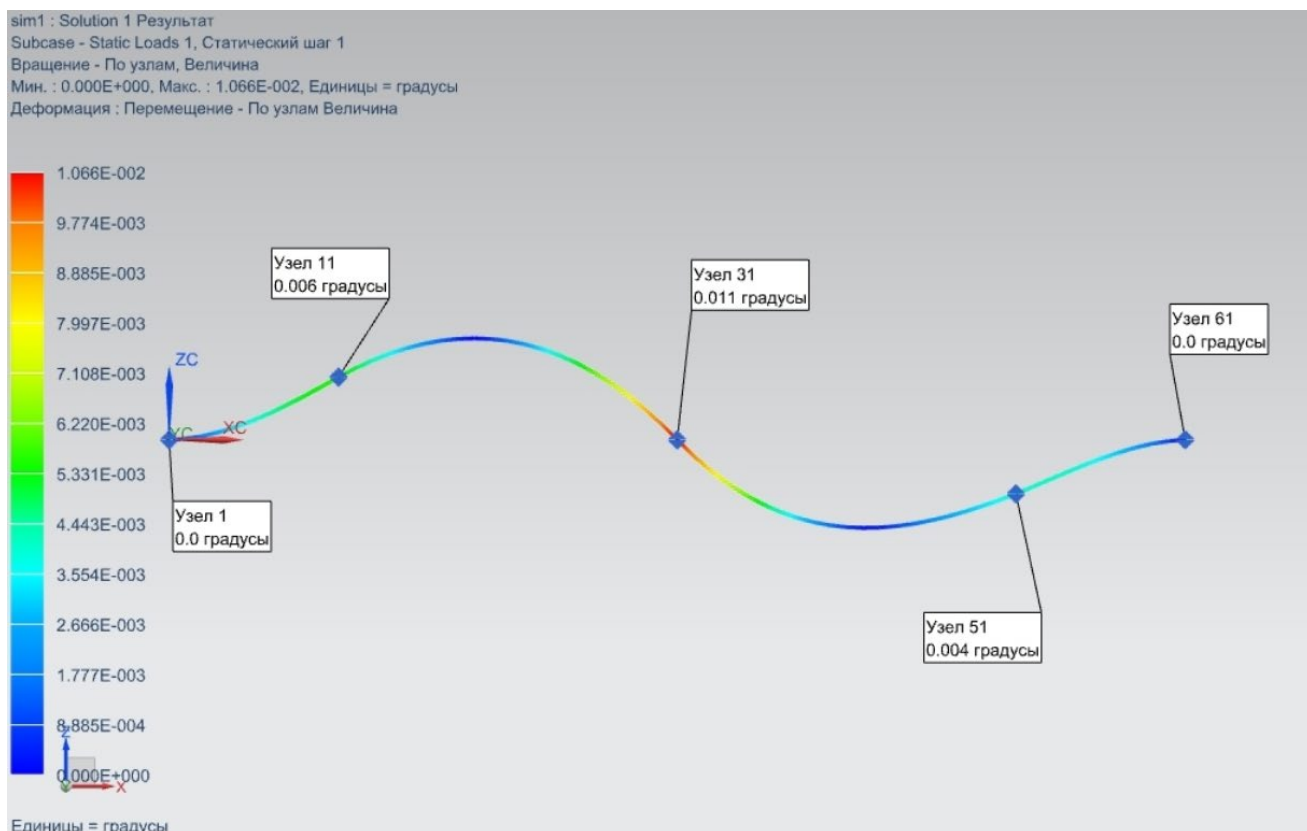
Где значения $\text{Force}(1) = 60$, $\text{Force}(2) = -60$, $\text{Moment}(1)=6000$, $\text{Moment}(2)=-1800$.

UserDefined(1) и UserDefined(4) запрещают все перемещения и вращения, а UserDefined(2) запрещает перемещение по вертикали.



Результаты расчёта:





Результаты для MATLAB и SiemensNX:

Степень свободы	Результаты в MATLAB	Результаты в SiemensNX
U_1	0 мм	0 мм
θ_1	0 градусов	0 градусов
U_2	0.0065 мм	0.007 мм
θ_2	0.0059 градусов	0.006 градусов
U_3	0 мм	0 мм
θ_3	0.0108 градусов	0.011 градусов
U_4	0.0055 мм	0.006 мм
θ_4	0.0042 градусов	0.004 градусов
U_5	0 мм	0 мм
θ_5	0 градусов	0 градусов

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский
университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)
Факультет «Робототехника и комплексная автоматизация»
Кафедра «Системы автоматизированного проектирования»

Отчет по лабораторной работе №2

«Прикладная механика»

«Расчет механизма в твердотельной постановке с выводом результатов за 2
оборота и с учетом его деформирования в определенном положении в
квазистатической постановке»

Вариант 5

Выполнили: студенты группы РК6-36Б Петраков С.А., Сергеева Д.К.

Проверил: Киселёв И.А.

Москва

2020

Задание

Смоделировать два оборота поршневого механизма; смоделировать и проанализировать механизм после поворота на 270 градусов при давлении внутри цилиндра 5 Мпа с использованием Workbench ANSYS.

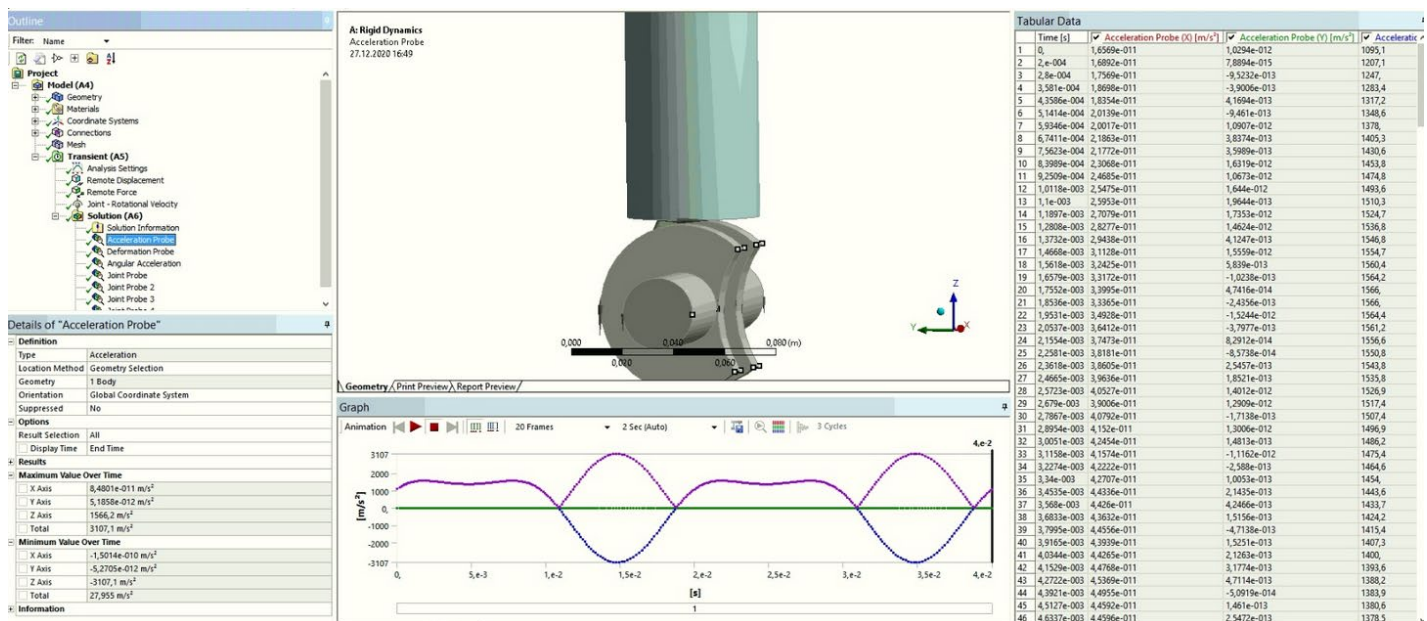
Структура и описание твердотельной модели динамики.

У нас имеется модель поршневого механизма. В Workbench ANSYS задаём для неё геометрию в модули «Rigid Dynamics».

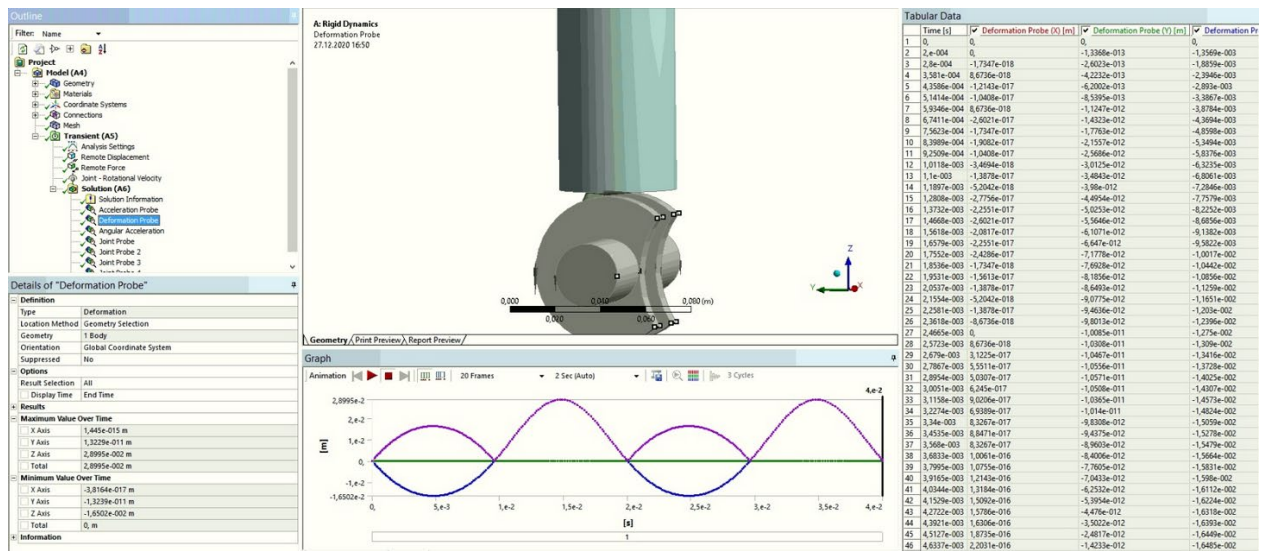
Задаем силу действующую на верхнюю грань поршня. Эту силу вычислим как $F = pS$, где $S = \pi r^2$, $p = 5 \text{ Мпа}$. Закрепляем конструкцию. И задаём угловую скорость 314 радиан в секунду (50 оборотов в секунду). Также необходимо создать связи между элементами и ограничения по степеням свобод для элементов. Ограничения выставляются по тому, как должен двигаться механизм. В след пункте показано какие ограничения были выставлены.

Результаты расчета динамики механизма за 2 оборота.

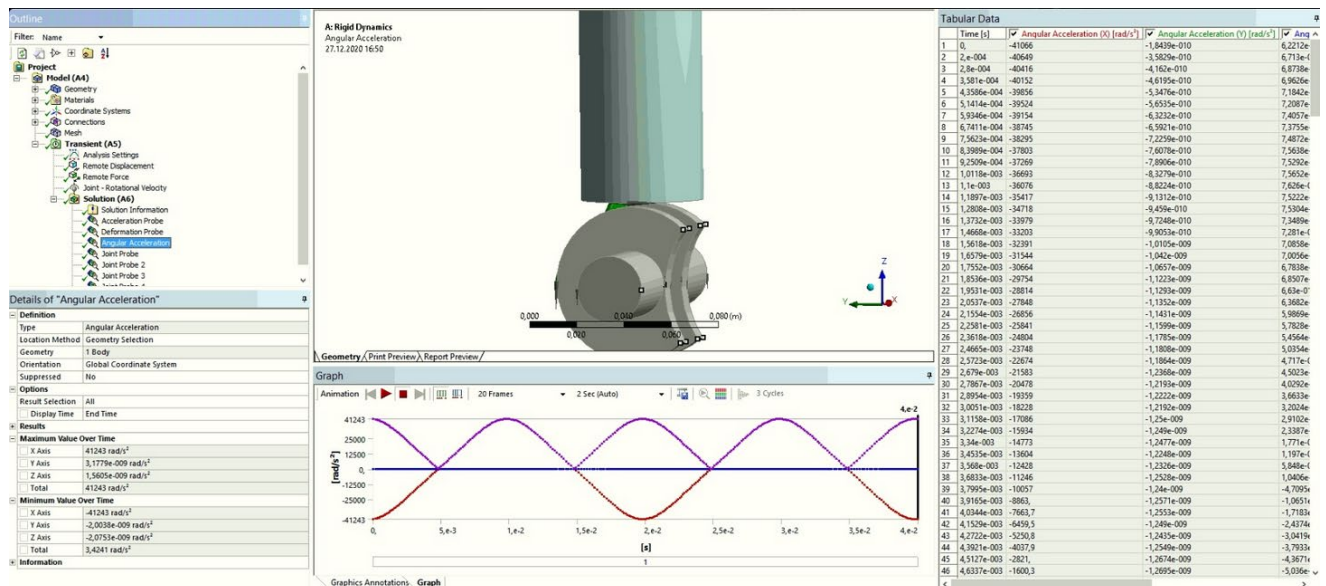
Ускорение поршня при движении внутри цилиндра:

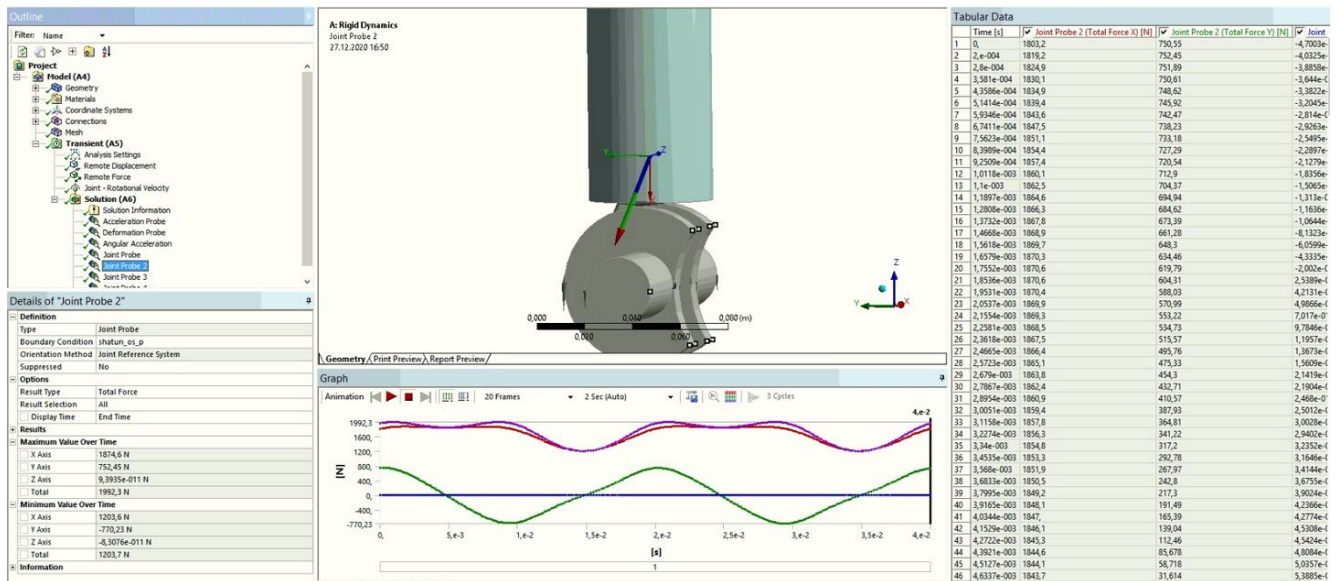


Перемещение поршня при движении внутри цилиндра:

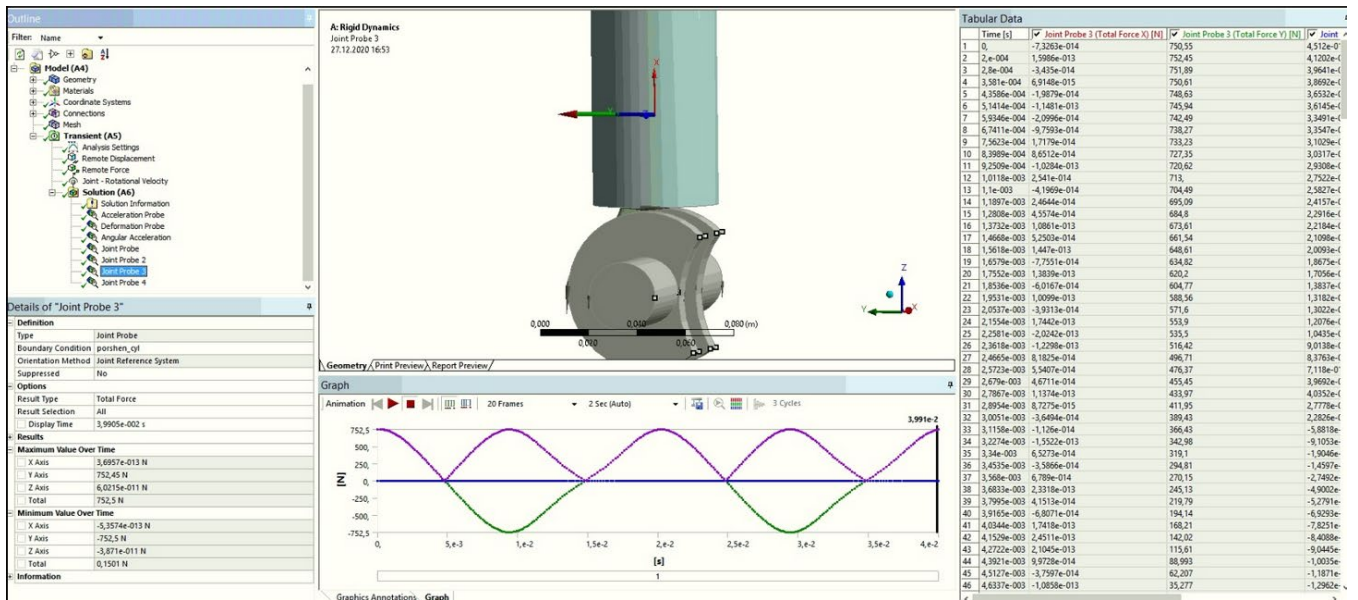


Угловое ускорение шатуна при вращении привода:

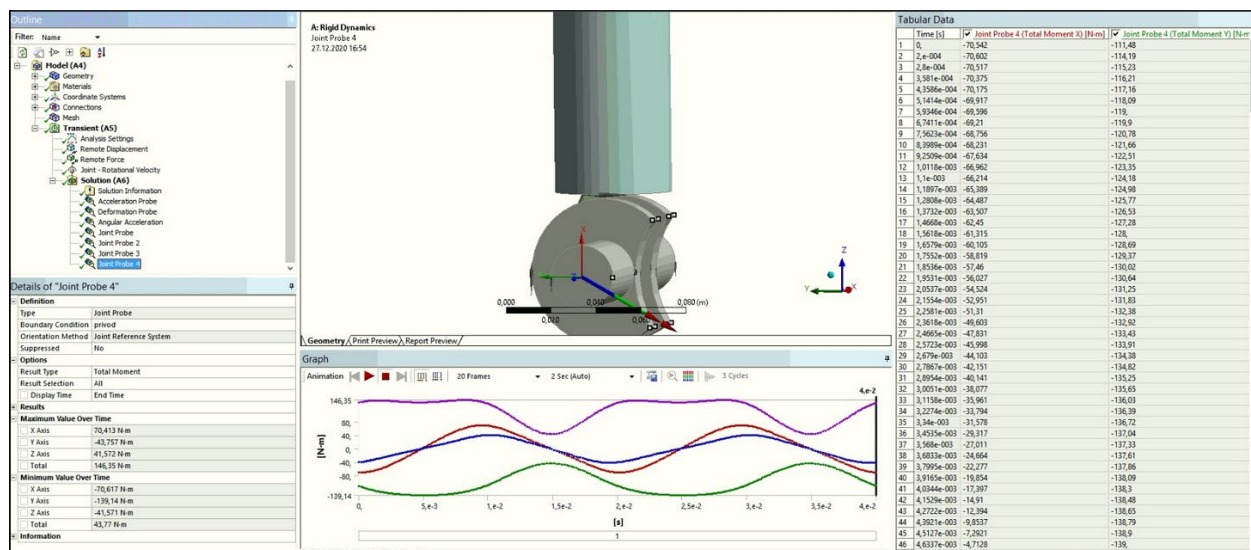




Изменения силы, действующей на элемент – верхнюю грань поршня:



Изменения силы, действующей на указанный элемент:



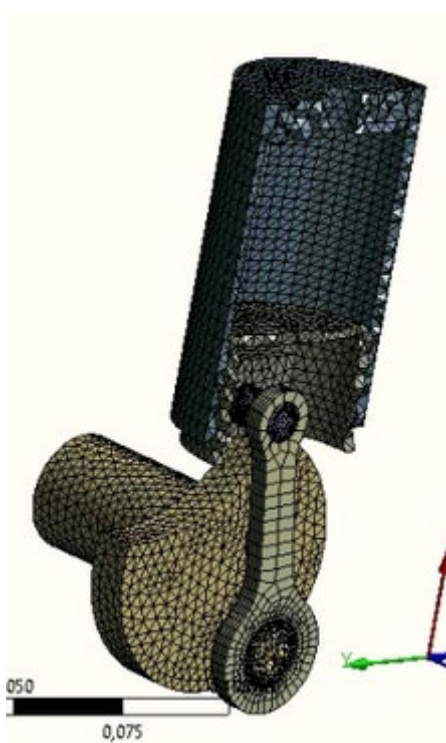
Для поворота на 270 градусов механизма, нам необходимо передать данные о состоянии этой системы и решение модуля “Rigid Dynamics” в модуль “Static Structural”. Мы можем указать время для передачи данных в соответствующем окне. Установим время $t = 0,015$ с – за такой промежуток времени механизм при данной скорости совершит нужный поворот.

	A	B
1	Property	Value
2	General	
3	Component ID	Solution
4	Directory Name	SYS
5	Notes	
6	Notes	
7	Used Licenses	
8	Last Update Used Licenses	Not Applicable
9	System Information	
10	Physics	Structural
11	Analysis	Transient
12	Solver	Rigid Body Dynamics
13	Solution Process	
14	Update Option	Use applicatio...
15	Solve Process Setting	My Computer
16	Queue	
17	Update Settings for Static Structural (Component ID: M	
18	Time	User Defined
19	User Defined Time	0,015

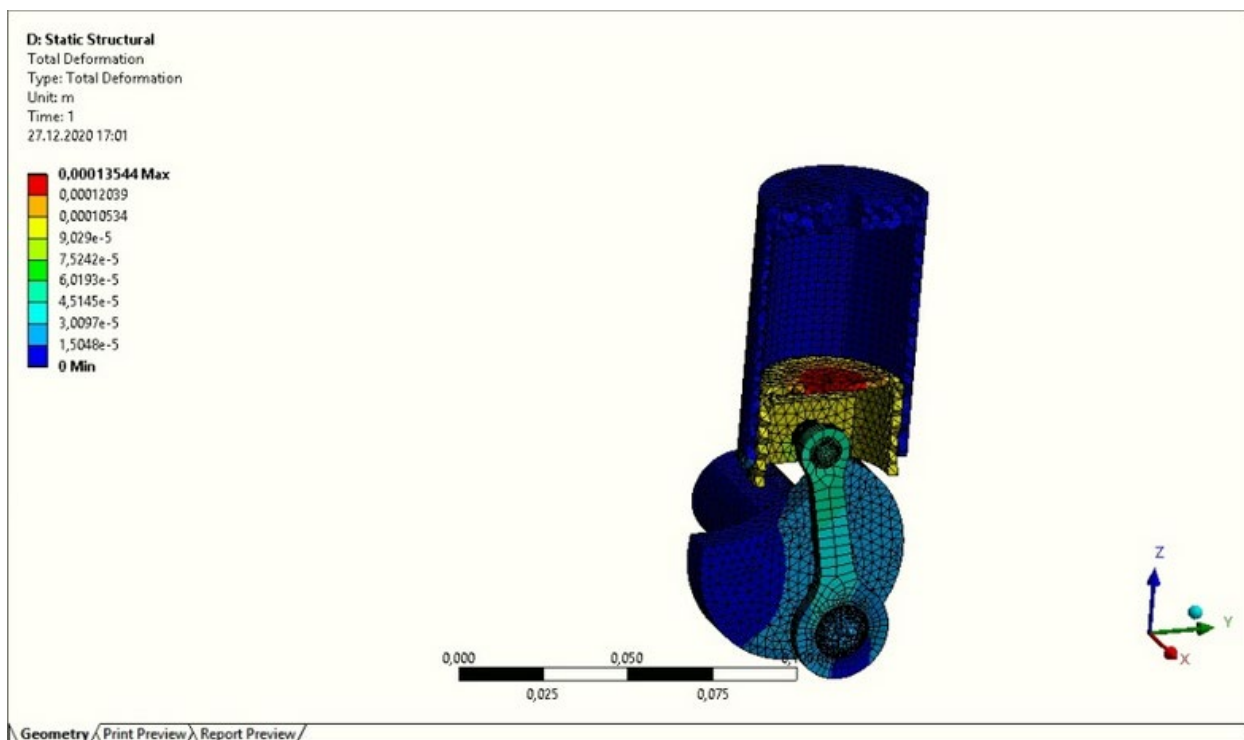
Задаём давление в 5 МПа, выбрав компонент “Pressure”, разрезав цилиндр:



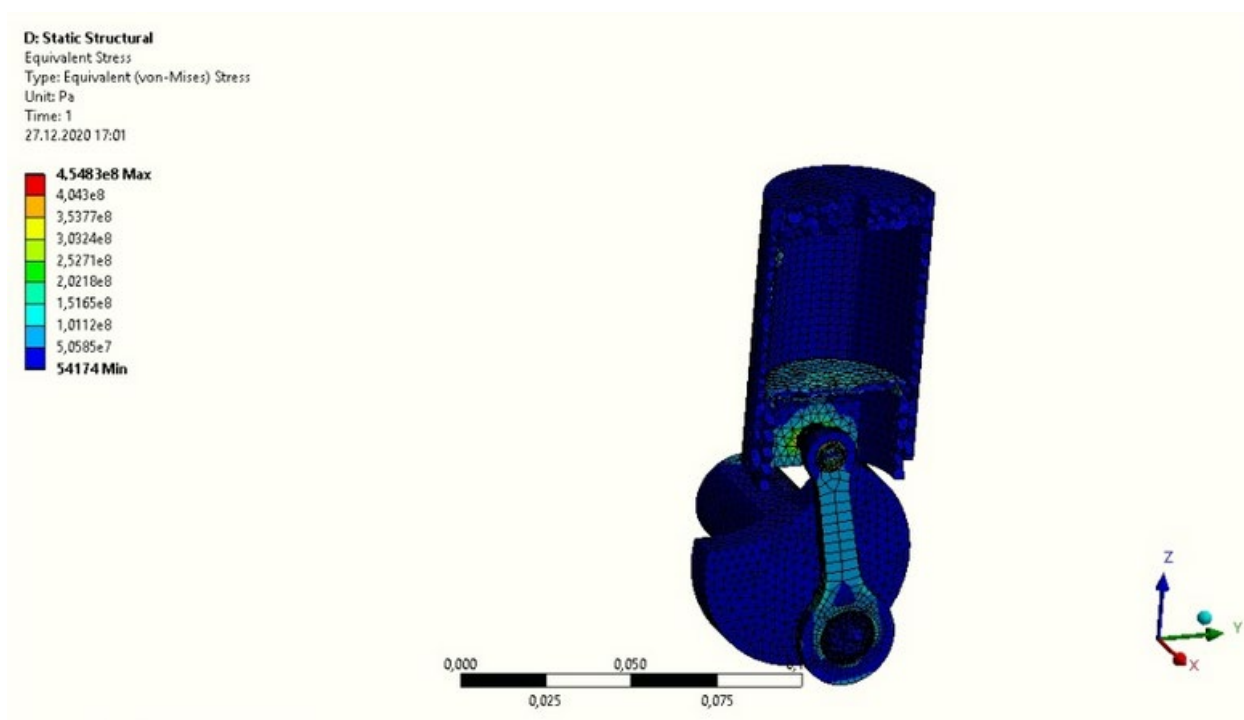
Конечно-элементная сетка:



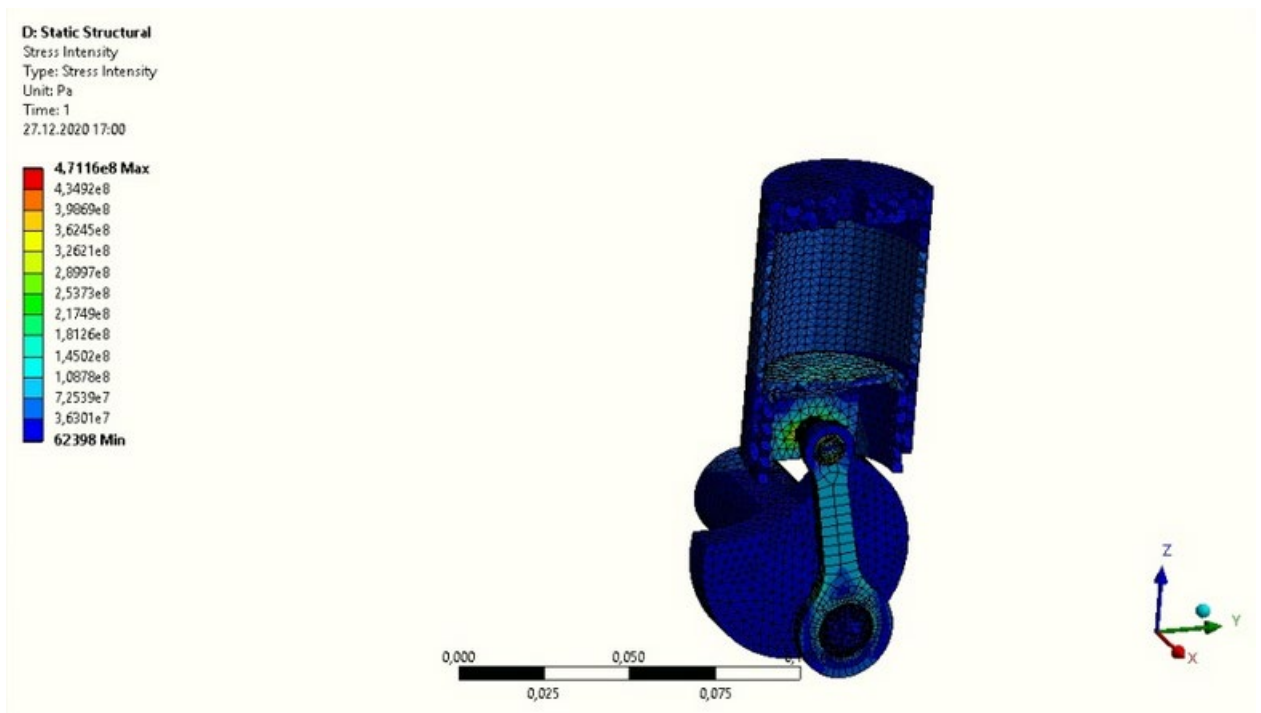
Результаты для эквивалентных напряжений и перемещений



Наибольшие перемещения совершает поршень ближе к центру своей верхней грани, также перемещения совершает ось поршня и, соответственно, шатун. Почти нулевые перемещения наблюдаются у цилиндра и привода вследствие закрепления конструкции.



Наибольшие напряжения у оси поршня ближе к соединению с шатуном, также у самого поршня и шатуна. Наименьшие напряжения наблюдаются у цилиндра и привода.



Опасное место в конструкции – место, где шатун пересекается с осью поршня.

Коэффициент запаса

Рассчитаем коэффициент запаса по текучести нашего механизма для точки с максимальным напряжением.

$$\sigma_m = 250 \text{ МПа}$$

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{\text{ЭКВ}}} = \frac{250 \cdot 10^6}{4.7116 \cdot 10^8} = 0,53$$

Вывод

Так как коэффициент запаса меньше 1, то прочности у используемого материала не хватает. Чтобы избежать поломки детали, нужно использовать более прочный материал для оси поршня, а также и для самого поршня.