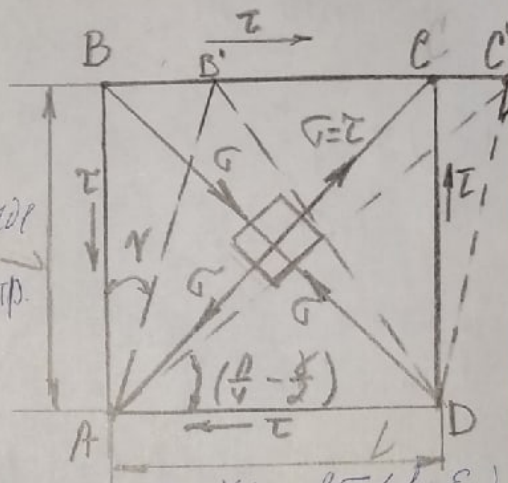


Сергеева Д.К. РКБ-365 (2-подфунна)

19 - вариант

⑭ Определение зависимости между упругими μ , E и G .

Угол наклона диагонали AC после деформации кубика равен $(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2})$, где γ - угол сдвига в плоскости рассматр. грани. Тангенс этого угла равен отношению длин BD и AC после деформации:



$$\text{Деформации: } \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{B'D}{AC'} \text{ или } \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}(1+\epsilon_{BD})}{\sqrt{2}(1+\epsilon_{AC})}$$

В сечении кубика, параллельных рассматриваемым диагоналям будут действовать нормальные напряжения σ , равные по величине касательному напряжению τ на грани кубика, но 1 из них растягивающее, а другое сжимающее $\Rightarrow \epsilon_{BD} = -\epsilon_{AC}$; причем согласно закону Гука при двухосном нагружении:

$$\epsilon_{AC} = \frac{1}{E} (\sigma + \mu\sigma) = \frac{1+\mu}{E} \sigma$$

$$\epsilon_{BD} = \frac{1}{E} (-\sigma - \mu\sigma) = -\frac{1+\mu}{E} \sigma$$

Применив формулу тангенса суммы 2^{ух} углов и заменив $\tan \frac{\gamma}{2}$ по малости γ величиной $\gamma/2$ получаем:

$$\frac{1 - \gamma/2}{1 + \gamma/2} = \frac{1 - \epsilon_{AC}}{1 + \epsilon_{AC}}$$

$$\Rightarrow \gamma/2 = \epsilon_{AC} = \frac{1+\mu}{E} \sigma$$

В пределах упругих деформаций, учитывая $\tau = G\gamma$ и $\sigma = \tau$:

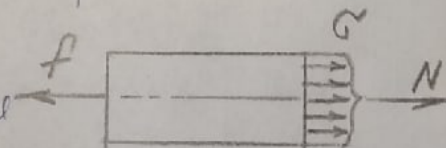
$$\gamma = \frac{2(1+\mu)}{E} \tau \quad \text{или} \quad \tau = \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma = G\gamma$$

\Rightarrow между тремя упругими постоянными существует зависимость: $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

⑥ Определение перемещений при растяжении стержня

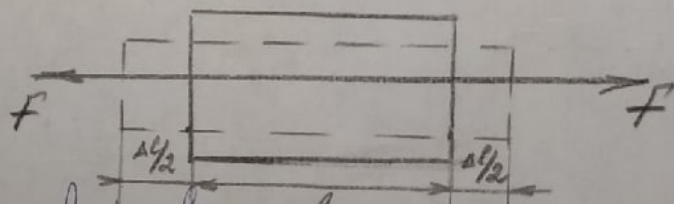
Составляющая внутренних сил N направлена к поперечному сечению, поэтому в сечении действует нормальное напряжение, величина которых с учётом равномерного распределения их по сечению: $\sigma = N/A$

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \sim \text{относительная линейная деформация}$$



При упругих деформациях справедлив закон Гука: $\sigma = E \cdot \epsilon$

Тогда: $\frac{N}{A} = E \frac{\Delta l}{l}$



$\Rightarrow \Delta l = \frac{Nl}{EA}$ ~ закон Гука в развернутой форме при растяжении

EA - жесткость сечения при растяжении

Для бруса у которого N и A изменяются по длине по непрерывному закону абсолютное удлинение

$$\Delta l: \Delta(dx) = \frac{N(x)dx}{EA(x)} \quad \Delta l = \int_0^l \frac{N(x)dx}{EA(x)}$$

