Рассмотрим движение тела вблизи положения равновесия и под действием квазиупругой силы

$$\boldsymbol{F}_{\text{в}} = \boldsymbol{F_0 cos}\Omega t$$

Перепишем второй закон Ньютона $ma = -kx - rv + F_{\text{в}}$ в виде
$\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\Omega t + \varphi_0)$, где
$2\beta = \dfrac{r}{m}$, $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$, $f_0 = \dfrac{F}{m}$.

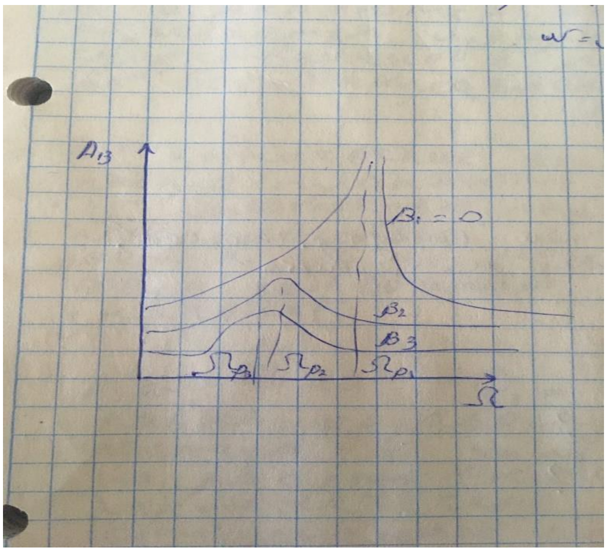
Это уравнение называется уравнением вынужденных колебаний.
Решением этого ДУ будет являться сумма решения Однородного ДУ
С частным неоднородным решением:
Однородное : $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$
Неоднородное: $\ddot{x} + 2\beta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\Omega t + \varphi_0)$

$$A_{\text{в}} = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$

$-$ амплитуда вынужденных колебаний
Механический резонанс

$$A_{\text{в}} = max, \text{если} \begin{cases} \Omega_{\text{р}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \\ \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \end{cases} => \Omega_{\text{р}} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$-$для колебаний затух. системы с затух. $\Omega_{\text{р}}$ зависит от β и уменьшается с увеличением β



$C_{\text{тела}}$ - теплоемкость тела, которая числено равна Q количеству теплоты, необходимого для повышения T температуры тела на единицу градуса.

$$\delta Q = C_{\text{тела}} dT$$

Удельная и молярная C теплоемкости тела:

$$c = \frac{C_{\text{тела}}}{M}; C = \frac{C_{\text{тела}}}{\nu}$$

При $V = Const$ и $\delta A = 0$

$$\delta Q = dU => dU = C_\nu \nu \mathrm{dT}$$

$$dU = C_\nu \left(\frac{M}{\mu}\right) dT => C_\nu = \frac{dU}{\nu} dT$$

$$\int dU = C_\nu (\frac{M}{\mu}) \int dT \quad => \mathrm{U} = \mathrm{C}_\nu \left(\frac{M}{\mu}\right) T + C_0$$

$$\mathrm{C}_\nu \mathrm{T} = \frac{\mathrm{iRT}}{2} \rightarrow \mathrm{C}_\nu = \frac{\mathrm{iR}}{2}$$

$$\delta Q = dU + \delta A \rightarrow C_{\text{тела}} dt = dU + P dV_\mu \rightarrow C_{\text{тела}} = \frac{\left(dU + P dV_\mu\right)}{dt}$$

$$C_p = C_v + P \left(\frac{\partial V_M}{\partial \mathrm{T}}\right)_p$$

$$PV_M = RT \rightarrow \left(\frac{\partial V_M}{\partial \mathrm{T}}\right)_p = \frac{R}{P}$$

$$C_p = C_v + R$$

$$Cp = \frac{(i+2)R}{2}$$

Согласно соотношению Майера молярная Cp теплоемкость идеального газа при постоянном P давлении больше Cv молярной теплоемкости идеального газа при постоянном V объёме.

$\frac{p_0}{p} = 2$ Решение задачи.

Дано:
$\mu = 29 \frac{г}{моль}$
$R = 6400 км$
~~$p = 1$~~
$p_0 = 10^5 Па$
~~$p = 1$~~
$T = const$

$m - ?$

Решение

$$p_0 = \frac{F}{4\pi R^3} \quad (1)$$

$$F = m \cdot g \quad (2)$$

$$(2) \to (1) \quad p_0 = \frac{m \cdot g}{4\pi R^3}$$

~~$m = \frac{p_0 \cdot 4\pi R^2}{g}$~~

~~$m = \frac{10^5 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 40960000}{9{,}81} = 5{,}2442161 \cdot 10^5 = 5{,}2 \cdot 10^{12} кг.$~~

$$m = \frac{p_0 \cdot 4\pi R^2}{g} \quad ; (3)$$

~~$p = p_0 \cdot e^{\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)}$~~

~~$h = \frac{RT}{\mu g} \ln$~~

$$p = p_0 \cdot e^{\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)}$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)}$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = ~~t \frac{\mu g h}{RT}~~ \quad ~~\frac{RT}{\mu g h}~~$$

~~$h = \frac{RT}{\mu g h} \cdot \ln \frac{p}{p_0}$~~

$$\ln \frac{p}{p_0} = -\frac{\mu g h}{RT}$$

$$h = \frac{-RT}{\mu g} \cdot \ln \frac{p}{p_0}$$

$$m = \frac{10^5 \cdot 4 \cdot 3{,}14 \cdot 40960000}{9{,}81} = 5{,}2 \cdot 10 \text{ кг}$$

$$h = \frac{-8{,}31 \cdot 273\text{К}}{0{,}029\frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 9{,}81 \cdot (-0{,}7)} = 11{,}3 \text{ км}$$

Ответ: $m = 5{,}2 \cdot 10^{12}$ кг

$h = 11{,}3$ кг.