«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Кафедра ФН-4 «ФИЗИКА»
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 26
по курсу «Физика» для всех специальностей, семестр № 2

1. Кинетическая энергия релятивистской частицы (выведите, считая известным основное уравнение релятивистской динамики). Полная энергия и энергия покоя в СТО.

2. Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины свободного пробега молекул идеального газа.

3. Идеальный двухатомный газ расширяется, подчиняясь уравнению $p=\frac{\beta}{\sqrt{V}}$, где β – известная постоянная. Начальное давление равно p_0.

Найдите работу, совершаемую газом при увеличении его объёма в 2 раза.

Билет рассмотрен и утвержден на заседании кафедры ФН-4	21.05.2020 г. (число, месяц, год)
Заведующий кафедрой ФН-4	А.Н. Морозов

1)Кинетическая энергия релятивистской частицы (выведите, считая известным основное уравнение релятивисткой динамики).Полная энергия и энергия покоя в СТО.

$$\bar{F} = \frac{d\bar{P}}{dt}$$

В СТО: $\bar{F} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m\bar{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\right)$ $\qquad a = \frac{F}{m}\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$

$A = \int F\,dx = \int F\,v\,dt = \int \frac{mav\,dt}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$ Так как $adt = dv$

$$E_k = A = \int_0^{v_0} \frac{mv\,dv}{\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$E_k = E - E_0 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2$; $\quad E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ **– полная энергия;**

$$E_0 = mc^2 - \text{энергия покоя}$$

2) Понятие эффективного диаметра молекулы. Вывод формулы для длины свободного пробега идеального газа

Эффективный диаметр молекулы — минимальное расстояние, на которое сближаются при соударении центры двух **молекул**.

Длина свободного пробега идеального газа

Если λ - длина свободного пробега, то время между двумя последовательными столкновениями не зависит от системы отсчета. Пусть <v> - средняя скорость молекул, тогда

$$\Delta t = \frac{L}{v_{OTH}} = \frac{\lambda}{\langle v \rangle}, \text{ откуда } \lambda = \frac{\langle v \rangle}{v_{OTH}} L. \qquad L = \frac{1}{\pi d^2 n}.$$

Относительная скорость двух молекул $\vec{v}_{OTH} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, поэтому

$$(\vec{v}_{OTH})^2 = (\vec{v}_2 - \vec{v}_1, \vec{v}_2 - \vec{v}_1) = v_2^2 + v_1^2 - 2v_1 v_2 \cos\alpha$$

Усредняем это выражение

$$\langle (\vec{v}_{OTH})^2 \rangle = \langle v_2^2 \rangle + \langle v_1^2 \rangle - 2\langle v_1 v_2 \rangle \langle \cos\alpha \rangle$$

Для среднего значения должно выполняться $\int_0^{2\pi} \langle \cos\alpha \rangle d\alpha = \int_0^{2\pi} \cos\alpha d\alpha = 0$, откуда $\langle \cos\alpha \rangle = 0$.

Поэтому $\langle (\vec{v}_{OTH})^2 \rangle = \langle v_2^2 \rangle + \langle v_1^2 \rangle = 2\langle v^2 \rangle$, так как по предположению $\langle v_2^2 \rangle = \langle v_1^2 \rangle = \langle v^2 \rangle$.

Вообще-то, $\langle v^2 \rangle \neq \langle v \rangle^2$, но в грубом приближении можно записать $\langle v_{OTH} \rangle \approx \sqrt{2} \langle v \rangle$.

Окончательно, для длины свободного пробега молекул получаем формулу $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$.

Величина $\sigma = \pi d^2$ называется *эффективным сечением взаимодействия* молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n}.$$

Т.к. $n = \frac{P}{kT}$. **,то получаем** $\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma p}$

3)Задача

Билет 26.

№3.

Идеальный двухатомный газ расширяется, подчиняясь уравнению $p = \frac{\beta}{\sqrt{V}}$, где β - известная постоянная. Начальное давление равно P_0. Найдите работу, совершаемую газом при увеличении его объема в 2 раза.

Дано:

$p = \frac{\beta}{\sqrt{V}}$

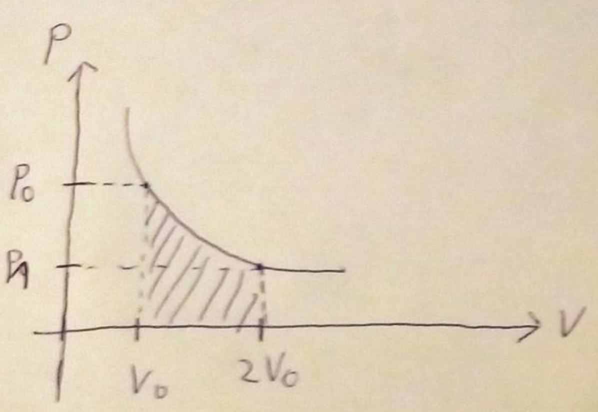
P_0

$i = 5$

$V_1 = 2V_0$

$A - ?$

Решение:



$$A = \int_{V_0}^{2V_0} \frac{\beta}{\sqrt{V}}\,dV = 2\beta\sqrt{V}\Big|_{V_0}^{2V_0} = 2\beta(\sqrt{2V_0} - \sqrt{V_0}) =$$

$$= 2\beta\sqrt{V_0}(\sqrt{2} - 1), \quad P_0 = \frac{\beta}{\sqrt{V_0}} \Rightarrow V_0 = \frac{\beta^2}{P_0^2}$$

$$A = \frac{2\beta^2}{P_0}(\sqrt{2} - 1)$$

Ответ: $A = \frac{2\beta^2}{P_0}(\sqrt{2} - 1)$