# Билет 1

**1.** Механическая система и её центр масс. Уравнение изменения импульса механической системы.

Механическая система – совокупность материальных точек берущихся в рассмотрение, (движущихся согласно законам классической механики, и взаимодействующих друг с другом и с телами, не включенными в эту совокупность)

Центр масс – особая точка механической системы, ускорение которой определяется только внешними силами, действующими на систему, а масса которой равна массе всей системы.

$$\bar r_c = \frac{1}{m}\sum m_i \bar r_i$$

C – центр инерции системы

m – масса всей системы $m = \sum m_i$

Продифференцируем по dt:

$$\frac{d\bar r_c}{dt} = \frac{1}{m}\sum \frac{d}{dt}(m_i \bar r_i)$$

$$\bar v_c = \frac{1}{m}\sum m_i \bar v_i \qquad \sum m_i \bar v_i = \sum \bar p_i$$

$$\bar v_c = \frac{1}{m}\sum \bar p_i$$

$$\boxed{m\bar v_c = \sum \bar p_i}$$ – импульс всей системы

Уравнение изменения импульса м. с-мы:

$$\bar p = \sum_i m_i \bar v_i$$

$$\Delta \bar p_c = \int_{t_{нач}}^{t_{конеч}} \bar F_{внеш}\, dt$$

* Центр масс любой системы движется так, как двигалась бы мат. точка, имеющая массу всей системы, если бы к ней были приложены все внешние силы. $\bar a_c$ не зависит от точк приложения внешних сил

Уравнение движения центра масс:

$$m\frac{d\bar v_c}{dt} = \frac{d\bar p}{dt}$$

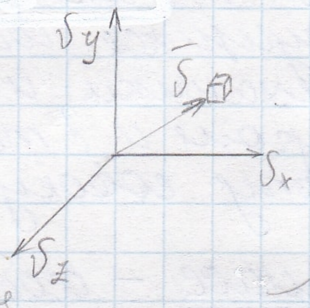
$$m\bar a_c = \bar F_{внеш}.$$

* для справок

## 2. Максвелловское распределение молекул по скоростям.

Распределение по скоростям (или импульсам) молекул системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия.

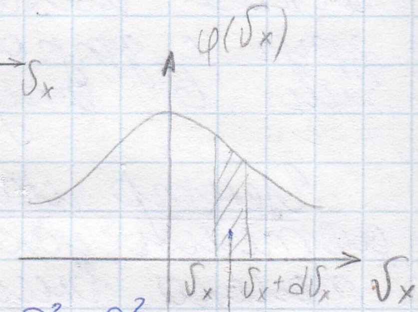
$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{mv^2}{2kT}} \qquad dV = dv_x dv_y dv_z$$




$$\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$$

$$\varphi(v_y) = \text{— · —}$$

$$\varphi(v_z) = \text{— · —}$$




ф-ции распределения

$$f(v_x, v_y, v_z) = \varphi(v_x)\varphi(v_y)\varphi(v_z)$$

$$f(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}, \text{ где } v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

$\varphi(v_x)dv_x$ — вер-ть того, что $v$ частицы вдоль оси $v_x$

$$dP(v) = \underbrace{f(v) 4\pi v^2}_{\parallel} dv$$

$$\frac{dP(v)}{dv} = F(v)$$

$$\boxed{F(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}}$$

**3.** Найти потенциальную энергию тела массой $m = 10^3$ кг на расстоянии $r = 10^8$ м от центра Земли. Величину потенциальной энергии тела на бесконечно большом расстоянии считать равной нулю. Радиус Земли $R = 6{,}4 \cdot 10^3$ км

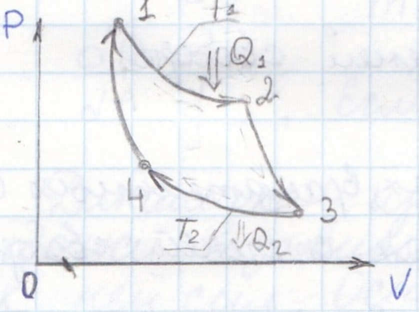
$$E_п = -G\frac{mM_з}{r}$$

$$g = \frac{GM_з}{R_з^2} \Rightarrow M_з = \frac{gR_з^2}{G}$$

$$E_п = -\cancel{G}\frac{m}{r}\cdot\frac{gR_з^2}{\cancel{G}} = -\frac{mgR_з^2}{r}$$

$$E_п = -\frac{10^3 \cdot 9{,}8 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6}{10^{11}} = -\frac{62{,}72}{10^2} \approx -6{,}3 \text{ мДж}$$

**4.** Изобразите цикл Карно в P-V координатах, а затем в V-T координатах. Напишите формулы, отвечающие процессам цикла Карно в P-V и V-T координатах.

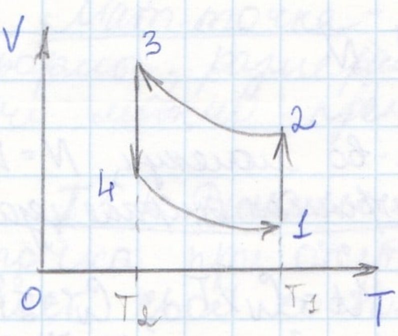



1-2: изотерм. процесс, газ получает тепло $Q_1$ от нагревателя, расширяясь при постоянной температуре.

2-3: адиабатический: газ расширяется без теплообмена

3-4: изотермический: газ отдаёт тепло холодильнику ($Q_2' = Q_1$), сжимается при постоянной температуре $T_2$

4-1. адиабат. процесс: газ сжимается без теплообмена.




1-2 и 3-4: $T = const$

2-3 и 4-1: $TV^{\gamma-1} = const$

($\gamma$ - показатель адиабаты)

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$