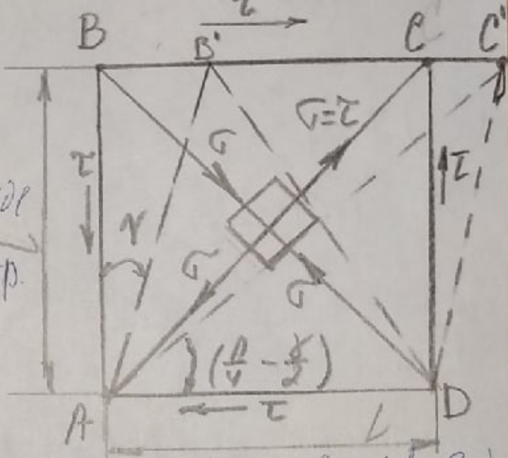
Сергеева Д.К. РК6-36Б (2-подгруппа)

19 - вариант

(14) Определение зависимости между упругими μ, E и G.



Угол наклона диагонали AC после деформации кубика равен $\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\gamma}{2}\right)$, где γ - угол сдвига в плоскости рассматр. грани. Тангенс этого угла равен отношению длин BD и AC после деформации: $tg\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\gamma}{2}\right)=\frac{B'D}{AC'}$ или $tg\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\gamma}{2}\right)=\frac{l\sqrt{2}(1+\varepsilon_{BD})}{l\sqrt{2}(1+\varepsilon_{AC})}$

В сечениях кубика, параллельных рассматриваемым диагоналям будут действовать нормальные напряжения σ, равные по величине касательному напряжению τ на грани кубика, но 1 из них растягивающее, а другое сжимающее $\Rightarrow$ $\varepsilon_{BD}=-\varepsilon_{AC}$; причём согласно закону Гука при двухосном нагружении:

$$\varepsilon_{AC}=\frac{1}{E}(\sigma+\mu\sigma)=\frac{1+\mu}{E}\sigma$$

$$\varepsilon_{BD}=\frac{1}{E}(-\sigma-\mu\sigma)=-\frac{1+\mu}{E}\sigma$$

Применяя формулу тангенса суммы 2-ух углов и заменяя $tg\frac{\gamma}{2}$ по малости γ величиной $\gamma/2$ получаем:

$$\frac{1-\gamma/2}{1+\gamma/2}=\frac{1-\varepsilon_{AC}}{1+\varepsilon_{AC}}$$

$$\Rightarrow \gamma/2=\varepsilon_{AC}=\frac{1+\mu}{E}\sigma$$

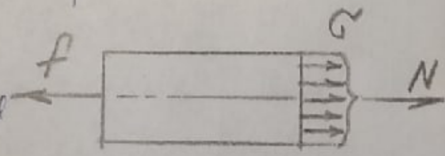
В пределах упругих деформаций, учитывая $\tau = G\gamma$ и $\sigma = \tau$:

$$\gamma = \frac{2(1+\mu)}{E}\tau \quad \text{или} \quad \tau = \frac{E}{2(1+\mu)}\gamma = G\gamma$$

=> между тремя упругими постоянными существует зависимость: $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$

⑥ Определение перемещений при растяжении стержня

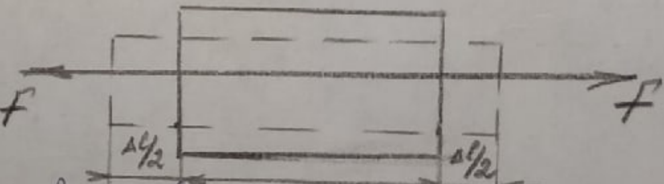
Составляющая внутренних сил N направлена к поперечному сечению, поэтому в сечении действует нормальное напряжение, величина которых с учётом равномерного распределения их по сечению: $\sigma = N/A$



$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ ~ относительная линейная деформация

При упругих деформациях справедлив закон Гука: $\sigma = E \cdot \varepsilon$

Тогда: $\frac{N}{A} = E\frac{\Delta l}{l}$



=> $\Delta l = \frac{Nl}{EA}$ ~ закон Гука в развернутой форме при растяжении

EA – жесткость сечения при растяжении

Для бруса у которого N и A изменяются по длине по непрерывному закону абсолютное удлинение Δl:

$$\Delta(dx) = \frac{N(x)dx}{EA(x)} \quad \Delta l = \int_0^l \frac{N(x)dx}{EA(x)}$$