第二章：

1. 化简下列各信号的表达式。

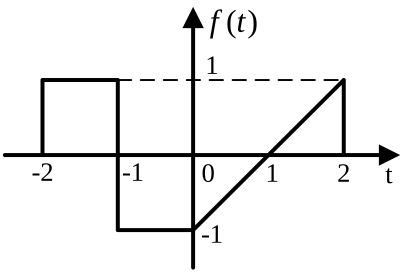
$$1.\int_{-\infty}^{\infty}4\sin t\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t \qquad 2.\int_{-\infty}^{t}4\sin(\tau)\delta(\tau-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}\tau$$

解：

$$1、\int_{-\infty}^{\infty}4\sin t\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}4\sin\frac{\pi}{6}\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t=2\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t=2$$

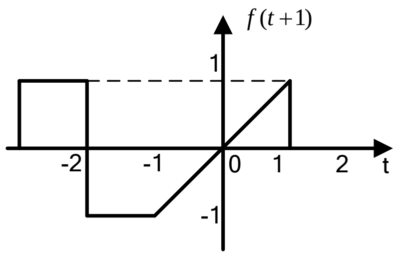
$$2、\int_{-\infty}^{t}4\sin(\tau)\delta(\tau-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}4\sin\frac{\pi}{6}\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t=2\int_{-\infty}^{t}\delta(t-\frac{\pi}{6})\mathrm{d}t=2\mathrm{u}(t-\frac{\pi}{6})$$

2. 已知信号 $f(t)$ 的波形如图所示，试绘出信号 $f(-\frac{t}{3}+1)$ 的波形。




信号 $f(t)$ 波形

解：



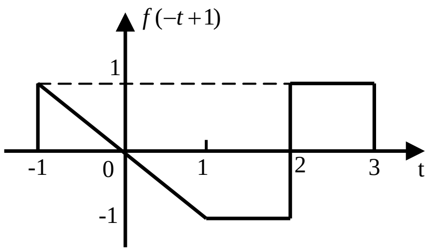




图 1　$f(t+1)$ 的波形　　　　图 2　$f(-t+1)$ 的波形

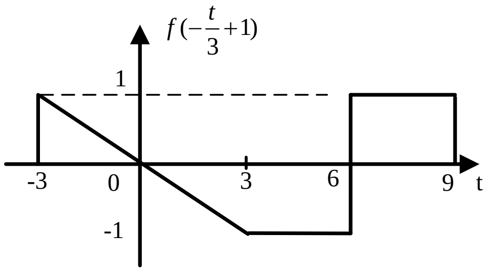



图 3　$f(-\frac{t}{3}+1)$的波形

第三章：

1．已知一 LTI 系统对激励为 $f_1(t)=u(t)$ 时的完全响应为 $y_1(t)=2e^{-t}u(t)$，对激励为 $f_1(t)=3u(t)$ 时的完全响应为 $y_2(t)=3e^{-t}u(t)+2e^{-2t}u(t)$，试求

（1）该系统的零输入响应 $y_x(t)$；

（2）该系统的阶跃响应 $g(t)$

解：设系统的零输入响应为 $y_x(t)$，　$f_1(t)=u(t)$ 作用下的零状态响应为 $y_f(t)$，则有

$$y_1(t)=y_x(t)+y_f(t)=2e^{-t}u(t)$$

$$y_2(t)=y_x(t)+3y_f(t)=3e^{-t}u(t)+2e^{-2t}u(t)$$

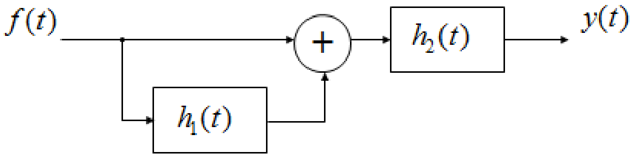
联立解得　　$y_f(t)=0.5e^{-t}u(t)+e^{-2t}u(t)$

$$y_x(t)=1.5e^{-t}u(t)-e^{-2t}u(t)$$

$f_1(t)=u(t)$ 作用下的零状态响应 $y_f(t)$ 即为阶跃响应 $g(t)$

2．已知如图所示系统的两个子系统的冲激响应分别为

$$h_1(t)=\delta(t-1),h_2(t)=\mathrm{u}(t)$$




系统框图

试求系统的单位冲激响应 $h(t)$。

解:

$$\begin{aligned}x(t)&=\delta(t)+\delta(t)*h_1(t)\\&=\delta(t)+h_1(t)\\&=\delta(t)+\delta(t-1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h(t)&=[\delta(t)+\delta(t-1)]*\mathrm{u}(t)\\&=\mathrm{u}(t)+\mathrm{u}(t-1)\end{aligned}$$

第四章:

1.一个稳定的 LTI 系统的微分方程如下

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2}+3\frac{dy(t)}{dt}+2y(t)=f(t)$$

试求 1. 系统函数 $H(j\omega)$ 。

2. 单位冲激响应 $h(t)$ 。

3. 当输入 为 $f(t)=e^{-3t}u(t)$ 时的零状态响应。

解:1. 方程两边进行傅立叶变换,令 $y(t)\leftrightarrow Y(j\omega)$ $f(t)\leftrightarrow F(j\omega)$

$$(j\omega)^2Y(j\omega)+3j\omega Y(j\omega)+2Y(j\omega)=F(j\omega)$$

则: $H(j\omega)=\dfrac{Y(j\omega)}{F(j\omega)}=\dfrac{1}{(j\omega)^2+3j\omega+2}$

2. $h(t)=FT^{-1}[H(j\omega)]$

因为 $H(j\omega)=\dfrac{1}{(j\omega)^2+3j\omega+2}=\dfrac{1}{(j\omega+1)(j\omega+2)}=\dfrac{1}{j\omega+1}-\dfrac{1}{j\omega+2}$

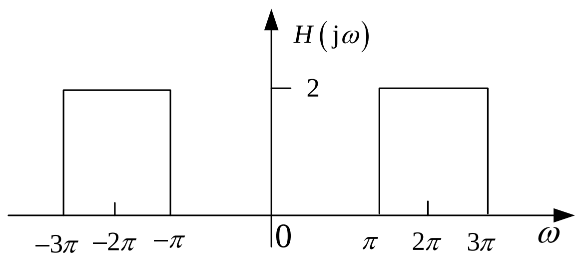
所以 $h(t)=e^{-t}u(t)-e^{-2t}u(t)$

$$Y(j\omega)=H(j\omega)F(j\omega) \quad =\frac{1}{(j\omega+1)(j\omega+2)(j\omega+3)}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}}{j\omega+1}+\frac{-1}{j\omega+2}+\frac{\frac{1}{2}}{j\omega+3}$$

$$y_f(t)=FT^{-1}[Y(j\omega)]=\frac{1}{2}e^{-t}u(t)-e^{-2t}u(t)+\frac{1}{2}e^{-3t}u(t)$$

2. 已知信号 $f(t)=1+2\cos(2t)+3\cos(3t)+5\cos(5t)$ 通过某个系统，该系统的频率特性如图所示，试求输出信号 $y_f(t)$




连续系统的频率特性图

解:

$$F(j\omega)=2\pi\delta(\omega)+2\pi[\delta(\omega+2)+\delta(\omega-2)]+$$
$$3\pi[\delta(\omega+3)+\delta(\omega-3)]+5\pi[\delta(\omega+5)+\delta(\omega-5)]$$

$$Y_f(j\omega)=F(j\omega)H(j\omega)=5\pi[\delta(\omega+5)+\delta(\omega-5)]\times 2=10\pi[\delta(\omega+5)+\delta(\omega-5)]$$

所以 $y_f(t)=10\cos(5t)$

第五章:

1．已知线性系统的微分方程为: $y''(t)+4y'(t)+3y(t)=2f'(t)+f(t)$ ，$f(t)=e^{-2t}u(t), y(0^-)=1, y'(0^-)=1$ 。求系统的零输入响应 $y_x(t)$ 、零状态响应 $y_f(t)$ 。

解:对系统微分方程取单边拉氏变换,根据单边拉氏变换的时域微分性质:

$$[s^2Y(s)-sy(0^-)-y'(0^-)]+4[sY(s)-y(0^-)]+3Y(s)=2sF(s)+F(s)$$

$$Y(s)=\frac{(s+4)y(0^-)+y'(0^-)}{s^2+4s+3}+\frac{2s+1}{s^2+4s+3}F(s)$$

$$Y_x(s)=\frac{(s+4)y(0^-)+y'(0^-)}{s^2+4s+3}, \qquad Y_f(s)=\frac{2s+1}{s^2+4s+3}F(s)$$

把$y(0^-)$、$y'(0^-)$代入$Y_x(s)$，

$$Y_x(s)=\frac{s+5}{s^2+4s+3}=\frac{2}{s+1}-\frac{1}{s+3} \quad y_x(t)=2e^{-t}-e^{-3t} \quad t\ge 0$$

$f(t)$的单边拉氏变换为： $F(s)=\dfrac{1}{s+2}$

$$Y_f(s)=\frac{2s+1}{s^2+4s+3}F(s)=\frac{2s+1}{(s+1)(s+2)(s+3)}=\frac{1.5}{s+2}-\frac{2.5}{s+3}-\frac{0.5}{s+1}$$

$$y_f(t)=(1.5e^{-2t}-2.5e^{-3t}-0.5e^{-t})u(t)$$

2. 已知三个线性连续系统的系统函数分别为：

$$H_1(s)=\frac{s+2}{s^4+2s^3+3s^2+5}$$
$$H_2(s)=\frac{2s+1}{s^5+3s^4-2s^3-3s^2+2s+1}$$
$$H_3(s)=\frac{s+1}{s^3+2s^2+3s+2}$$

判断三个系统是否为稳定系统。

解：$H_1(s)$的分母多项式的系数 $a_1=0$，$H_2(s)$分母多项式的系数符号不完全相同，所以 $H_1(s)$和 $H_2(s)$对应的系统为不稳定系统。

$H_3(s)$的分母多项式无缺项且系数全为正值，因此，进一步用 R-H 准则判断。

**$H_3(s)$**的分母为 $A_3(s)=s^3+2s^2+3s+2$

$A_3(s)$的系数组成的罗斯阵列的行数为 $n+1=4$，罗斯阵列为：

| | |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 2 |
| $c_2$ | $c_0$ |
| $d_2$ | $d_0$ |

$$c_2=\frac{-1}{2}\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix}=2 \qquad c_0=\frac{-1}{2}\begin{vmatrix}1 & 0\\ 2 & 0\end{vmatrix}=0$$

$$d_2=\frac{-1}{2}\begin{vmatrix}2 & 2\\ 2 & 0\end{vmatrix}=2 \qquad d_0=\frac{-1}{2}\begin{vmatrix}2 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}=0$$

因为 $A_3(s)$系数的罗斯阵列第一列元素全大于零，所以根据 R-H 准则，$H_3(s)$对应的系统为稳定系统。

第 6 章：

1. 已知离散信号

$$f_1(n)=\begin{cases}1 & n=0\\ 3 & n=1\\ 2 & n=2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

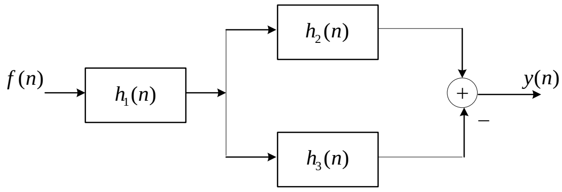
$$f_2(n)=\begin{cases}4-n & n=0,1,2,3\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

求卷积和$f_1(n)*f_2(n)$。

$$\begin{array}{rrrrrrl}
 & & 4 & 3 & 2 & 1 & n=3\\
\times & & & 1 & 3 & 2 & n=2\\
\hline
 & & 8 & 6 & 4 & 2 & n=5\\
 & 12 & 9 & 6 & 3 & & \\
4 & 3 & 2 & 1 & & & \\
\hline
4 & 15 & 19 & 13 & 7 & 2 & n=5
\end{array}$$

$$f(n)=f_1(n)*f_2(n)=\{\underset{\substack{\uparrow\\ n=0}}{4}\quad 15\quad 19\quad 13\quad 7\quad 2\}$$

2. 求如图所示离散系统的单位脉冲响应$h(n)$和单位阶跃响应$g(n)$。其中，$h_1(n)=\delta(n)$，$h_2(n)=\mathrm{u}(n)$，$h_3(n)=\mathrm{u}(n-1)$。




离散系统框图

解：根据系统框图可得：$h(n)=h_1(n)*[h_2(n)-h_3(n)]$

所以：$h(n)=\delta(n)*[h_2(n)-h_3(n)]=u(n)\text{-}u(n-1)$

根据阶跃响应的定义得：

$$g(n)=u(n)*h(n)=u(n)*[u(n)-u(n-1)]$$

由于 $u(n)*u(n)=(n+1)u(n)$，

根据卷积和时移特性可得：

$$u(n)*u(n-1)=(n+1)u(n)|_{n=n-1}=nu(n-1)$$

所以 $g(n)=(n+1)u(n)+nu(n-1)$

第 8 章：

1．已知某离散系统的阶跃响应为 $g(n)=\left[5\cdot(0.5)^n-4\cdot(0.4)^n\right]\mathrm{u}(n)$。

求：（1）求该系统的系统函数 $H(z)$；

（2）该系统的差分方程。

解：阶跃响应的象函数为：$G(z)=\dfrac{5z}{z-0.5}-\dfrac{4z}{z-0.4}=\dfrac{z^2}{z^2-0.9z+0.2}$

因为系统的单位脉冲响应与阶跃响应之间的关系为：

$$g(n)=u(n)*h(n)$$

并且 $$u(n)\leftrightarrow\frac{z}{z-1}\quad |z|>1$$

根据 Z 变换的卷积定理：

$$G(z)=\frac{z}{z-1}\cdot H(z)$$

所以系统函数：

$$H(z)=G(z)\cdot\frac{z-1}{z}=\frac{z^2-z}{z^2-0.9z+0.2}$$

该系统的差分方程为

$$y(n)-0.9y(n-1)+0.2y(n-2)=f(n)-f(n-1)$$

2. 已知一离散时间系统的差分方程为 $y(n)-\frac{1}{2}y(n-1)=f(n)$，试用Z变换法：

（1）求系统的系统函数 $H(z)$；

（2）求系统的单位脉冲响应 $h(n)$；

（2）当系统零状态响应为 $y(n)=u(n)-(\frac{1}{2})^n u(n)$ 时，求激励信号 $f(n)$。

解：（1）对等式两边求 Z 变换，得到

$$Y(z)-\frac{1}{2}Z^{-1}Y(z)=F(z)$$

所以，$H(z)=\dfrac{z}{z-\frac{1}{2}}$

（2）所以，系统单位序列响应 $h(n)$ 为 $h(n)=(\frac{1}{2})^n u(n)$

（3）因为

$$Y(z)=\frac{z}{z-1}-\frac{z}{z-\frac{1}{2}}=\frac{\frac{1}{2}z}{(z-1)(z-\frac{1}{2})}$$

则 $F(z)=\dfrac{Y(z)}{H(z)}=\dfrac{\frac{1}{2}}{z-1}=\dfrac{\frac{1}{2}z}{z-1}\cdot z^{-1}$

所以 $f(n)=\frac{1}{2}u(n-1)$