

Metaheurísticas Poblacionales

Rosas Francisco, Gurruchaga Luciano

6 de julio de 2022

Resumen

El objetivo de este documento será el estudio, análisis y comparación de dos algoritmos metaheurísticos poblacionales, Algoritmo Genético **GA** y Evolución Diferencial **DE**. Los mismos serán sometidos a una serie de pruebas en funciones complejas conocidas *Ackley 1*, *Ackley 2*, *Ackley 3* y *Ackley 4* con variación en el tamaño de las dimensiones. Luego, se verá el desempeño de dichos algoritmos descubriendo cual es el método más adecuado para la resolución de problemas en un espacio grande de soluciones complejas de optimizar. Debido a esta problemática, se comenzará con la definición de conceptos básicos necesarios, alguna mención del estado del arte al día de la fecha, y expondremos las implementaciones y consideraciones de las soluciones. Finalmente se procederá a la comparación de los resultados del objeto de estudio y por que **DE** es novedoso.

1. Introducción

1.1. GA- Algoritmo Genético

Los Algoritmos Genéticos conocidos como GA por sus siglas en inglés Genetic Algorithm, son una analogía a la selección natural, es decir, que están inspirados en ella.

Se trabaja con un conjunto de soluciones al que llamaremos **población**, cada solución particular o **individuo** es representada por medio de un vector de valores discretos llamado **cromosomas**. A los símbolos que conforman dichos vectores se les llama **genes**. Los cromosomas evolucionan a lo largo de distintas iteraciones, las llamadas **generaciones**. En cada generación, los cromosomas son evaluados usando alguna medida de aptitud o función objetivo. Las siguientes generaciones, nuevos cromosomas, son generados aplicando operadores genéticos repetidamente a la generación actual, siendo estos los operadores de selección (selection), cruzamiento (crossover), mutación (mutation) y reemplazo.

1.2. DE- Evolución Diferencial

En la computación evolutiva (Familia de algoritmos de optimización global inspirados en la evolución biológica - rama de la Inteligencia Artificial) [2], evolución diferencial es un método que optimiza un problema intentando mejorar

una solución candidata iterativamente con respecto a una medida de calidad determinada. Estos métodos son comúnmente conocidos como "Metaheurísticas", ya que no hace ninguna suposición (o muy pocas) sobre el problema que se está optimizando y puede buscar espacios muy grandes de soluciones candidatas. Sin embargo, las metaheurísticas como DE no garantizan encontrar la solución óptima.

DE es usado para funciones multidimensionales de valores Reales, sin utilizar el "gradiente" del problema a ser optimizado, en otras palabras, **DE** no requiere o no necesita que el problema a optimizar sea diferenciable, como en el clásico caso del método de "descenso del gradiente" [3] o "Quasi-Newton method" [4]. Por lo tanto, la evolución diferencial también puede utilizarse en problemas de optimización que ni siquiera son continuos, son ruidosos, cambian con el tiempo, etc. La ED optimiza un problema manteniendo una población de soluciones candidatas y creando nuevas soluciones candidatas combinando las existentes según sus sencillas fórmulas, y quedándose con la solución candidata que tenga la mejor puntuación o aptitud en el problema de optimización en cuestión. De este modo, el problema de optimización se trata como una caja negra que simplemente proporciona una medida de calidad dada una solución candidata y, por tanto, el gradiente no es necesario.

La ED fue introducida por Storn y Price en la década de 1990. Se han publicado libros sobre los aspectos teóricos y prácticos del uso de la ED en la computación paralela, la optimización multiobjetivo y la optimización restringida, y muchos otros estudios en diversas áreas de aplicación.

1.3. Funciones Akcley

Las funciones de prueba son importantes para validar y comparar el rendimiento de los algoritmos de optimización. En la literatura se han publicado muchas funciones de prueba o de referencia; Sin embargo, no existe una lista o conjunto estándar de funciones de referencia. Lo ideal es que las funciones de prueba deben tener diversas propiedades para que puedan ser realmente útiles para probar nuevos algoritmos de una forma imparcial.

En general, los problemas sin restricciones pueden clasificarse en dos categorías: funciones de prueba y los problemas del mundo real.

Las funciones de prueba son problemas artificiales, y pueden utilizarse para evaluar el comportamiento de un algoritmo en situaciones a veces diversas y difíciles. Los problemas artificiales pueden incluir un único mínimo global, uno o varios mínimos globales en presencia de muchos mínimos locales, valles largos y estrechos, efectos de espacio nulo y superficies planas. Por otro lado, los problemas del mundo real se originan en diferentes campos como la física, la química ingeniería, matemáticas, etc. Estos problemas son difíciles de manipular y pueden contener expresiones algebraicas o diferenciales complicadas y pueden requerir una cantidad significativa de datos para compilarlos.

Una función con más de un óptimo local se denomina multimodal. Estas

funciones se utilizan para probar la capacidad de un algoritmo para escapar de cualquier mínimo local. Si el proceso de exploración de un algoritmo está mal diseñado entonces no puede buscar en el paisaje de funciones de manera efectiva. Esto, a su vez, hace que un algoritmo se quede atascado en un mínimo local. Las funciones multimodales con muchos mínimos locales se encuentran entre la clase de problemas más difícil para muchos algoritmos. Las funciones con superficies planas suponen una dificultad para los algoritmos, ya que la planitud de la función no da al algoritmo ninguna información para dirigir el proceso de búsqueda hacia los mínimos.

Entonces, la comprobación del comportamiento, la fiabilidad, la eficiencia y la validación de los algoritmos de optimización se lleva a cabo con frecuencia utilizando un conjunto elegido de puntos de referencia estándar comunes o funciones de prueba de la literatura.[5]

2. Descripción del Problema

En este breve trabajo de estudio de algoritmos metaheurísticos, utilizaremos los dos enfoques o modelos algorítmicos descritos en la sección previa. Que son el algoritmo genético y de evolución diferencial los cuales construiremos y pondremos a prueba frente a un conjunto acotado de funciones de prueba extraídas de la bibliografía[5], para, luego de extraer los resultados obtenidos, realizar un análisis comparativo de su comportamiento frente a diversos aspectos.

2.1. Conjunto de funciones Ackley a utilizar

$$f_1(x) = -20e^{-0,02} \sqrt{D^{-1} \sum_{i=1}^D x_i^2 - e^{D^{-1} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)}} + 20 + e$$

$$-35 \leq x_i \leq 35, f(x^*) = 0$$

$$f_2(x) = -200e^{-0,02} \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$$

$$-32 \leq x_i \leq 32, f(x^*) = -200$$

$$f_3(x) = 200e^{-0,02} \sqrt{x_1^2 + x_2^2} + 5e^{\cos(3x_1) + \sin(3x_2)}$$

$$-32 \leq x_i \leq 32, x^* = (0, \approx -0,4), f(x^*) \approx -219,1418$$

$$f_4(x) = \sum_{i=1}^D (e^{-0,2} \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2} + 3(\cos(2x_i) + \sin(2x_{i+1})))$$

$$-35 \leq x_i \leq 35, x = f(\{-1,479252, -0,739807\}, \{1,479252, -0,739807\}), f(x^*) \approx -3,917275$$

3. Propuesta algorítmica

3.1. El algoritmo Genetico

Un algoritmo genetico es una metaheurística poblacional inspirada en el proceso de la selección natural.

Contamos con una población P , dicha población está formada por un conjunto de soluciones individuos I , cada individuo I está representado por un conjunto de cromosomas, los cuales a su vez están formados una secuencia de genes g_i de valor discreto, que representan una solución al problema, formalmente:

$$P = \{i_0, i_1, \dots, i_n\}$$
$$I = \{(g_0, g_1, \dots, g_n)_0, (g_0, g_1, \dots, g_n)_1, \dots, (g_0, g_1, \dots, g_n)_n\}$$

Se toman todos los individuos de la población $I \in P$, se obtiene una medida de "desempeño" de cada solución I , aquellos con mejor desempeño son más propensos a reproducirse, como sucede en la selección natural donde los más aptos sobreviven y tienen más posibilidades de transmitir sus genes.

Existen distintas formas de seleccionar que individuos se reproducen, nosotros utilizaremos la "*selección basada en torneos*" la cual consiste en seleccionar de forma aleatoria dos individuos distintos de la población, y, aquel con mejor desempeño será quien pueda reproducirse y por tanto sus genes serán "heredados" en la siguiente población P . Sumado a esto existe una probabilidad de cruce y mutación de los genes al reproducirse.

Para la primera utilizaremos el operador de cruce **PMX** o *cruce por emparejamiento parcial*. Consiste en elegir un subsegmento de los genes de uno de los progenitores y cruzarlos preservando el orden y la posición de la mayor cantidad de genes posible del otro manteniendo la coherencia. En cuanto a la mutación utilizaremos una *permutación simple* entre dos genes aleatorios g_i, g_j del mismo individuo.

A medida que avanzan las generaciones, en cada población irán quedando aquellos individuos que cuentan con los "mejores" genes de generaciones anteriores, por tanto los de mejor desempeño. Recuperando al mejor individuo histórico (de todas las generaciones) obtenemos una solución aproximada aceptable.

3.2. El algoritmo Evolucion Diferencial

En nuestro caso particular contaremos con diferentes (R, W) por archivo. Los cuales representan un W y serie de rectángulos $r_i \in R$ donde R es el conjunto de rectángulos totales que conforman nuestro problema. Si tomamos una secuencia ordenada de rectángulos particular $S_i = (r_0, r_1, \dots, r_n)$, la cual representa el orden de inserción de los rectángulos a la hora de realizar el corte, obtendremos así una solución o individuo si tomamos dicha secuencia S_i como un cromosoma de I_i , la posición de cada rectángulo en el cromosoma es un gen:

$$\begin{aligned}
I_i &= S_i \\
S_i &= (r_0, r_1, \dots, r_n) \\
I_i &= \{(r_0, r_1, \dots, r_n)\}
\end{aligned}$$

En nuestro problema particular veremos la diferencia entre aplicar un enfoque sin rotacion y con rotacion, para la representacion del estado de cada rectangulo en la solucion (girado o no girado) utilizaremos nuevo cromosoma con la forma de un vector mascara Mr el cual estara formado por una secuencia de valores booleanos (b_0, b_1, \dots, b_n) donde b_i indica si $r_i \in I$ esta rotado o no, luego la solucion

$$I_i$$

es un par ordenado de la forma:

$$\begin{aligned}
I_i &= \{S_i, Mr_i\} \\
S_i &= (r_0, r_1, \dots, r_n) \\
Mr_i &= (m_0, m_1, \dots, m_n)
\end{aligned}$$

Por ejemplo, si tuvieramos un conjunto de rectangulos $r_0 = (2, 2), r_1 = (5, 2), r_2 = (3, 5), r_3 = (3, 1), r_4 = (2, 4) \in R$, un ancho de tira $W = 7$, la solucion $I_0 = \{S_0, Mr_0\}$ con la forma $S_0 = (r_0, r_1, r_2, r_4, r_3), Mr_0 = (0, 0, 1, 0, 1)$ es:

Evaluaremos el desempeño de las soluciones en base a la menor altura de dicha solucion, por ejemplo, si tomamos la solucion I_0 , su desempeño seria $f(I_0) = 9$ en cambio una solucion $I_1 = \{S_1, Mr_1\}$ con la forma $S_1 = (r_1, r_2, r_0, r_3, r_4), Mr_1 = (0, 0, 0, 0, 0)$, tendria un desempeño $f(I_1) = 11$, con dicho criterio de evaluacion podemos decir que I_0 es mejor solucion al problema que I_1 y por tanto es mas probable de ser seleccionada para reproducirse y volverse progenitora de individuos en siguientes generaciones.

Supongamos ahora que vamos a reproducir ambas soluciones I_0, I_1 . Recordemos que existia una probabilidad asociada a la mutacion como al evolucionar. Si dichas probabilidades no se cumplen (los hijos no evolucionan ni mutan) simplemente heredaran los genes de sus progenitores, el hijo $H_0 = I_0, H_1 = I_1$, los progenitores "pasarían" a la siguiente generacion sin cambios.

En caso de que se produzca un cruce (evolucion) el operador PMX trabajara con ambos progenitores de la siguiente forma: Se toma un intervalo aleatorio en el cromosoma de la solucion, por ejemplo $b = [1, 3]$ en I_0 el rango abarcaria $S_0[1, 2] = (r_0, r_1), Mr_0[1, 2] = (0, 0)$ y en I_1 , $S_1[1, 3] = (r_1, r_2), Mr_1[1, 2] = (0, 0)$.

Generamos dos hijos $H_0 = I_0, H_1 = I_1$, tomamos los genes del intervalo

$$H_0[1, 2] = \{(r_0, r_1), (0, 0)\}, H_1[1, 2] = \{(r_1, r_2), (0, 0)\}$$

Intercambiamos los genes con el progenitor opuesto:

$$H_0[1, 2] = I_1[1, 2] = \{(r_1, r_2), (0, 0)\}, H_1[1, 2] = I_0[1, 2] = \{(r_0, r_1), (0, 0)\}$$

Los hijos nos quedan de la forma:

$$H_0 = \{(r_1, r_2, r_2, r_4, r_3), (0, 0, 1, 0, 1)\}, H_1 = \{(r_0, r_1, r_0, r_3, r_4), (0, 0, 0, 0, 0)\}$$

Podemos ver que los rectangulos r_2, r_0 se encuentran repetidos en H_0 y H_1 respectivamente, para corregir esto tomamos aquellos genes repetidos que quedaron fuera del intervalo b en este caso el tercer gen de cada cromosoma y lo reemplazamos por un rectangulo aleatorio faltante r_0, r_2 respectivamente, obteniendo como resultado:

$$H_0 = \{(r_1, r_2, r_0, r_4, r_3), (0, 0, 0, 0, 1)\}, H_1 = \{(r_0, r_1, r_2, r_3, r_4), (0, 0, 0, 0, 0)\}$$

Ahora dado que al recuperar el rectangulo faltante en cada hijo, lo insertamos por defecto, es decir, sin rotar, tomaremos el tercer gen del cromosoma Mr_i y lo reemplazaremos por un valor booleano aleatorio, nos quedaria de la siguiente forma:

$$H_0 = \{(r_1, r_2, r_0, r_4, r_3), (0, 0, 0, 0, 1)\}, H_1 = \{(r_0, r_1, r_2, r_3, r_4), (0, 0, 1, 0, 0)\}$$

Suponiendo una mutacion en alguno de los hijos, H_0 , simplemente permutamos dos genes y su valor booleano respectivo, por ejemplo intercambiamos r_1, r_3 y m_0, m_4 en H_0 obteniendo:

$$H_0 = \{(r_3, r_2, r_0, r_4, r_1), (1, 0, 0, 0, 0)\}$$

Tambien mutaremos el cromosoma M_0 independiente de S_0 , por ejemplo m_0, m_1 :

$$H_0 = \{(r_3, r_2, r_0, r_4, r_1), (0, 1, 0, 0, 0)\}$$

Con estas bases podemos encarar el problema de forma general, recordando: Un problema, $R = \{r_0, r_1, \dots, r_n\}$ Una poblacion inicial $P_0 = i_0, i_1, \dots, i_k$ donde cada individuo es de la forma: $I_i = \{S_i, Mr_i\}$ donde $S_i = (r_0, r_1, \dots, r_n)$, $Mr_i = (m_0, m_1, \dots, m_n)$, $|R| = |S_i| = |Mr_i|$

A cada individuo $I_j \in P_i$ se lo evaluara en funcion a su altura total (se considerara o no el valor booleano respectivo a cada rectangulo, para evaluarlo rotado o no dependiendo si permitimos rotaciones en el algoritmo). Se los hara competir entre si de forma aleatoria, solo la mitad de la poblacion podra reproducirse, la nueva generacion obtenida P_{i+1} tendra como individuos a los hijos de los progenitores que lograron reproducirse en la generacion anterior (algunos mutados o con cruzamiento).

De esta manera la mayoria de individuos existentes son hijos de aquellos con mejor desempeño, aquellos con menor desempeño tendran menos probabilidades de reproducirse, pero nunca 0% con esto evitamos la desaparicion de ciertas combinaciones interesantes logrando mas variedad en la poblacion que puede resultar en mejores soluciones inesperadas que no hubiesen ocurrido de haber descartado los individuos con menor desempeño.

El GA ira guardando la mejor solucion historica y los mejores puntajes de cada generacion, asi podemos ver como fue .evolucionando" la poblacion y cual fue la mejor solucion de todas. Una implementacion en Python de dicho algoritmo podemos encontrar en el apendice del informe, en esta implementacion podemos indicar si queremos o no habilitar la posibilidad de rotar los rectangulos.

4. Resultados y estadísticas

Probamos el algoritmo en seis instancias diferente del problema, cada instancia fue ejecutada 20 veces con diferentes semillas $i = 0, 1, \dots, 19$. A continuacion presentamos las estadísticas de las mejores soluciones sin rotacion y con rotacion:

En esta seccion mostraremos algunos resultados obtenidos de las multiples ejecuciones de diferentes instancias del problema. También, posteriormente un analisis, comparación y evaluación de estos resultados

4.1. Resultados instancia

Problema :

Algoritmo:

Podemos observar como el permitir rotaciones de rectangulos se aprovecha mejor es espacio de la tira para todas las instancias, reduciendo asi la cantidad de desperdicio de forma sustancial. Para este tipo de problemas de alta complejidad vemos que los algoritmos geneticos tienen un desempeño mas que aceptable, siendo una excelente forma de encarar este tipo de problemas.

5. Conclusiones

Dada la simpleza de los algoritmos y su desempeño a la hora de encontrar una solucion eficiente, las metaheurísticos poblacionales, en este caso Algoritmos Geneticos, son una excelente forma de atacar problemas de complejidad NP hard cuya funcion de evaluacion sea simple (minimo valor posible) como es el caso de SPP, problema que surge en distintas areas ademas de las obvias como pueden ser aprovechamiento de material (madera, vidrio, metal, etc) como en la computacion donde se modelan jobs que requieren una parte contigua de la memoria durante un período de tiempo determinado entre otros.

Por ultimo, los GA, son una prometedora herramienta para la industria.

Agradecimientos

Prof. Guillermo Leguizamon

Referencias

- [1] .[Clinton Sheppard, 2018] Genetic Algorithms with Python
- [2] .[Wikipedia] https://en.wikipedia.org/wiki/Genetic_algorithm
- [3] .[Wikipedia] https://en.wikipedia.org/wiki/Evolutionary_computation

- [4] .[Wikipedia]https://en.wikipedia.org/wiki/Gradient_descent
- [5] .[Wikipedia]https://en.wikipedia.org/wiki/Quasi-Newton_method
- [6] .[Cornell University - Ithaca, New York]<https://arxiv.org/abs/1308.4008v1> A Literature Survey of Benchmark Functions For Global Optimization Problems

6. Código del Algoritmo

```
def genetiquear():  
    while(not finish):  
        print("codeando")  
return "code"
```


Índice

| | |
|--|----------|
| 1. Introducción | 1 |
| 1.1. GA- Algoritmo Genético | 1 |
| 1.2. DE- Evolución Diferencial | 1 |
| 1.3. Funciones Akcley | 2 |
| 2. Descripción del Problema | 3 |
| 2.1. Conjunto de funciones Ackley a utilizar | 3 |
| 3. Propuesta algorítmica | 4 |
| 3.1. El algoritmo Genetico | 4 |
| 3.2. El algoritmo Evolucion Diferencial | 4 |
| 4. Resultados y estadísticas | 7 |
| 4.1. Resultados instancia | 7 |
| 5. Conclusiones | 7 |
| 6. Código del Algoritmo | 8 |