

D 摊位分配

陈鸿基 / SpiritualKhorosho

Tsinghua University

December 15, 2024

簡要題意

第十七條 選舉標準

將選票轉 \boxed{F} 議席是按下列規則 \boxed{F} 之：

- (一) 分 \boxed{F} 核算每一候選名單的得票數目；
- (二) 將每一候選名單的得票數目順次除以 1、2、4、8 及續後的 2 的乘 \boxed{F} ，所除次數 \boxed{F} 供分配議席的數目；然後，將所有商數由大至小排成一序列，而組成該序列的商數數目相等於議席的數目；
- (三) 議席歸於按上述規則排成的序列中的商數所屬的候選名單，每一候選名單取得本身在序列中所 \boxed{F} 商數數目的議席；
- (四) 如尚有一議席須作分配，而出現屬於不同候選名單但數值相同的商數，該議席歸於尚未取得任何議席的候選名單；如無任何候選名單未取得議席，則該議席歸於得票較多的候選名單；
- (五) 如兩份或以上的候選名單得票相同，議席以公開抽 \boxed{F} 方式分配。

《澳門特別行政區立法會選舉法》

简要题意

给定 T 个权重 u_1, \dots, u_T , 求使用改良汉狄法 (Método d'Hondt modificado) 分配 H 个席位时, 每个权重相应可以分配到多少。

注意使用改良汉狄法时 $u_i/2^j$ 的结果 **不**取整。

$1 \leq T \leq 10^5, 1 \leq H, u_i \leq 10^9$

我会暴力

直接列出 $T \times H$ 个商数，排序后取前 H 大。

显然复杂度无法通过本题。

注意到我们只需求出每个 u_i 分到几个席位，可以想办法求出第 H 大的 $u_i/2^j$ ，然后用其反推每个 u_i 可以分到多少。

我会二分

H 的数据范围暗示，需要高效的算法来确定分界值 u^* 。由于分界值 u^* 和划分出的席位数（即 $u_i/2^j \geq u^*$ 的 (i, j) 对数）之间具有良好的单调关系，可以用二分 u^* 的办法求解。

每次二分 u^* ，对每个 u_i 判断可以分得多少席位。整理不等式可得

$$j \leq \log \frac{u_i}{u^*}$$

故可以分得 $\lfloor \log(u_i/u^*) \rfloor$ 个席位。对每个 u_i 可以 $O(1)$ 求解（假设忽略运算复杂度），则总复杂度为 $O(T \log H)$ ，可以通过本题。

精度问题

直接对 u^* 二分，可能会出现很大的精度问题：每个 u_i 最少分得 H/T 个席位，故

$$u^* \approx \frac{u_i}{2^{H/T}} \rightarrow 0$$

一种解决办法是，对 $v^* = \log u^*$ 进行二分，则可以转化为 $j = \lfloor \log u_i - v^* \rfloor$ ，相对而言精度问题不大。

更进一步地，可以对 v^* 的整数部分和小数部分分开求解。整数部分需要根据是否大于 $\lfloor \max \log u_i \rfloor$ 简单讨论，小数部分直接排序即可。这样可以完全避免精度问题。