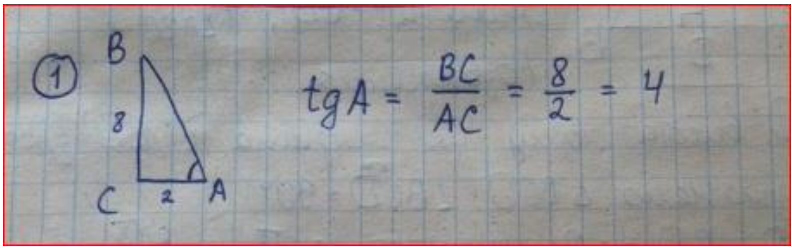
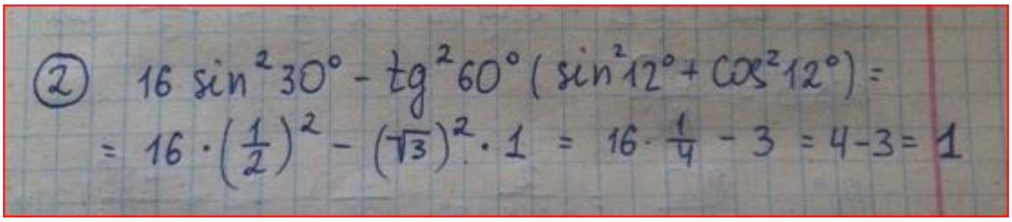
Геометрія 8, СР 14.05

Варіант 1

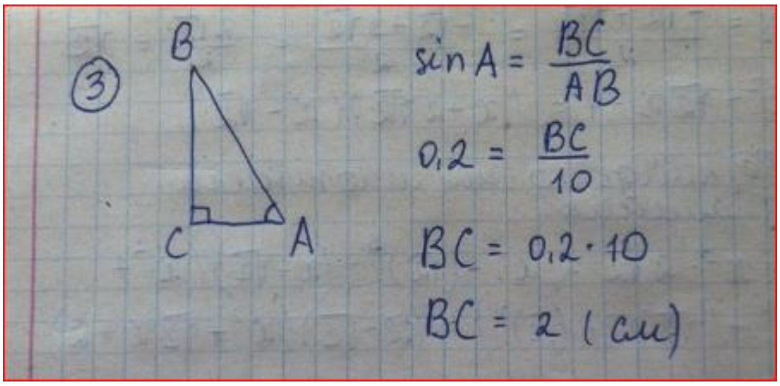
1. (2б) Катети прямокутного трикутника дорівнюють 2 см і 8 см. Знайдіть тангенс кута, прилеглого до меншого катета.



2. (2б) Знайдіть значення виразу $16\sin^2 30^o - \text{tg}^2 60^o\,(\sin^2 12^o + \cos^2 12^o)$.

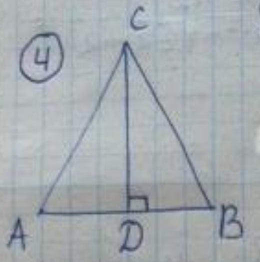


3. (2б) У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^o$. Знайдіть сторону BC, якщо $\sin A = 0{,}2$ і $AB = 10$ см.



4. (3б) Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 4 см, а кут при основі - 30^o. Знайдіть висоту трикутника, проведену до основи, і периметр трикутника.

4



Дано: ΔABC, $AC = BC$,
$AB = 4$ см, $\angle B = 30^\circ$
CD - висота.

Знайти: CD, $P_{\Delta ABC}$.

Розв'язання.

CD-висота, тому CD-медіана і $BD = \frac{1}{2}AB = 2$ см

Розглянемо ΔBCD ($\angle BDC = 90^\circ$)

$$CD = BD \cdot tg B = 2 \cdot tg 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (см)}$$

$$\cos B = \frac{BD}{BC}$$

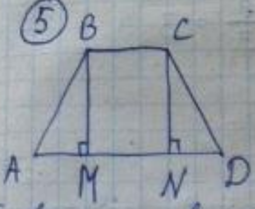
$$BC = \frac{BD}{\cos B} = \frac{2}{\cos 30^\circ} = \frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ (см)}$$

$$P_{\Delta ABC} = 4 + 2 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = 4 + \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ (см)}$$

Відповідь: $CD = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ см, $P = 4 + \frac{8\sqrt{3}}{3}$ см

5. (3б) Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 12 см і 20 см, а площа – 48 см^2. Знайдіть синус кута при більшій основі трапеції.

5



Дано: $ABCD$ - трапеція, $AD \parallel BC$,
$AB = CD$, $BC = 12$ см, $AD = 20$ см
$S_{ABCD} = 48$ см^2

Знайти: $\sin A$.

Розв'язання.

Проведемо висоти трапеції BM і CN.

$\Delta ABM = \Delta DCN$ ($AB = CD$, $BM = CN$, $\angle AMB = \angle CND$)
за катетом і гіпотенузою, тому $AM = ND$.

$BCMN$ - прямокутник, $BC = MN$, і

$$AM = \frac{1}{2}(AD - BC) = \frac{1}{2}(20 - 12) = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4 \text{ (см)}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BM$$

$$48 = \frac{1}{2}(20 + 12) \cdot BM;$$

$$48 = 16\,BM, \quad BM = 3 \text{ (см)}$$

З ΔABM ($\angle AMB = 90^\circ$) за теоремою Піфагора

$$AB^2 = AM^2 + BM^2$$

$$AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (см)}$$

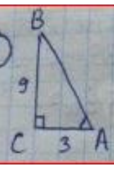
$$\sin A = \frac{BM}{AB} = \frac{3}{5}$$

Відповідь: $\frac{3}{5}$

Варіант 2

1. (2б) Катети прямокутного трикутника дорівнюють 9 см і 3 см. Знайдіть тангенс кута, протилежного до більшого катета.

①



$tg\,A = \frac{BC}{AC} = \frac{9}{3} = 3$

2. (2б) Знайдіть значення виразу $16\sin^2 45^o + 3\ \text{tg}^2\, 30^o\,(\sin^2 83^o + \cos^2 83^o)$.

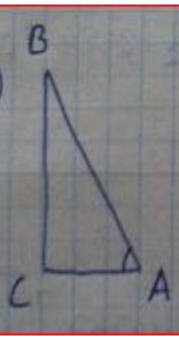
② $16\sin^2 45^\circ + 3\,tg^2\,30^\circ\,(\sin^2 83^\circ + \cos^2 83^\circ) =$

$= 16\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 3\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\cdot 1 =$

$= 16\cdot\frac{2}{4} + 3\cdot\frac{3}{9} = 8 + 1 = 9$

3. (2б) У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^o$. Знайдіть сторону AC, якщо $\cos A = 0{,}25$ і $AB = 12$ см.

③

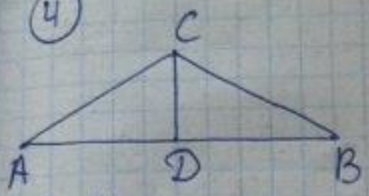


$AC = AB\cdot\cos A$

$AC = 12\cdot 0{,}25 = 3$ (см)

4. (3б) Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 10 см, а кут при основі - 30^o. Знайдіть висоту трикутника, проведену до основи, і периметр трикутника.

④



Дано: ΔABC, $AC = BC$,
$AB = 10$ см, CD - висота
$\angle B = 30^\circ$

Знайти: CD, $P_{\Delta ABC}$.

Розв'язання.

CD-висота, тому CD-медіана і $BD = \frac{1}{2}AB = 5$(см)

Розглянемо ΔBCD ($\angle BDC = 90^\circ$)

$CD = BD\cdot tg B = 5\,tg\,30^\circ = 5\cdot\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ (см)

$\cos B = \frac{BD}{BC}$, $\quad BC = \frac{BD}{\cos B}$,

$BC = \frac{5}{\cos 30^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ (см)

$P_{\Delta ABC} = 10 + 2\cdot\frac{10\sqrt{3}}{3} = 10 + \frac{20\sqrt{3}}{3}$ (см)

Відповідь: $CD = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ см, $P = 10 + \frac{20\sqrt{3}}{3}$ см

5. (3б) Основи рівнобічної трапеції дорівнюють 2 см і 8 см, а площа – 20 $см^2$. Знайдіть косинус кута при більшій основі трапеції.

5

Дано: $ABCD$ - трапеція,
$AD \parallel BC$, $AB = CD$,
$BC = 2$ см, $AD = 8$ см,
$S_{ABCD} = 20$ см²

Знайти: $\cos A$

Розв'язання.

Проведемо висоти трапеції BM і CN.

$\triangle ABM = \triangle DCN$ ($AB = CD$, $BM = CN$, $\angle AMB = \angle CND = 90°$) за катетом і гіпотенузою, тому $AM = ND$

$BCMN$ - прямокутник, $BC = MN$,

$AM = \frac{1}{2}(AD - BC) = \frac{1}{2}(8-2) = 3$ (см)

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BM$;

$20 = \frac{1}{2}(8+2) \cdot BM$;

$20 = 5\,BM$;

$BM = 4$ (см)

З $\triangle ABM$ ($\angle AMB = 90°$) за теоремою Піфагора

$AB = \sqrt{AM^2 + BM^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ (см)

$\cos A = \frac{AM}{AB} = \frac{3}{5}$

Відповідь: $\frac{3}{5}$

Геометрія 8, ДЗ 07.05

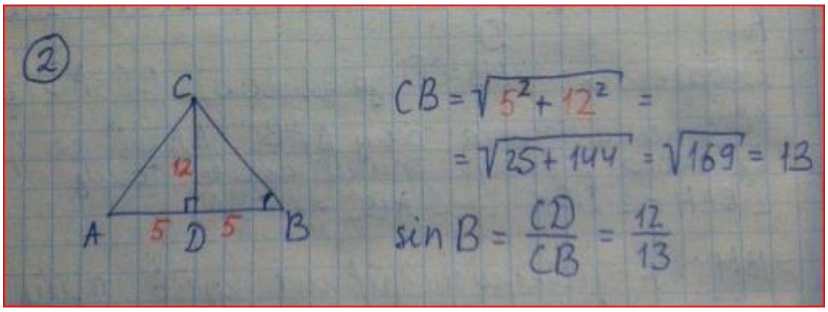
1. Знайдіть значення виразу $\operatorname{tg} 60^o \cdot \cos 30^o - \sin^2 50^o - \cos^2 50^o$.

1

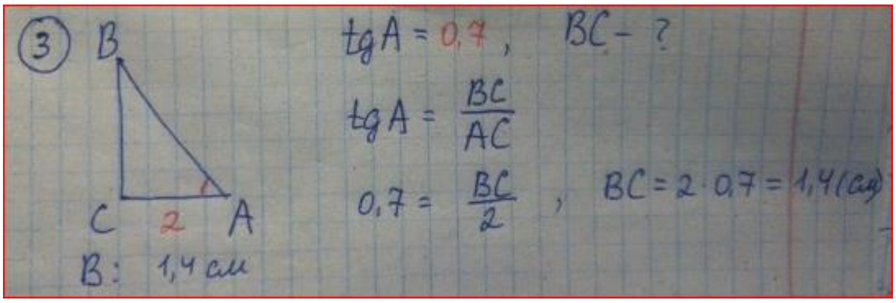
$\operatorname{tg} 60° \cdot \cos 30° - \sin^2 50° - \cos^2 50° =$
$= \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - (\sin^2 50° + \cos^2 50°) =$
$= \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

2. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 10 см, а проведена до основи висота – 12 см. Знайдіть синус кута при основі трикутника. Вкажіть правильну відповідь.

1. $\frac{10}{12}$
2. $\frac{5}{13}$
3. $\frac{5}{12}$
4. $\frac{12}{13}$
5. $\frac{13}{12}$
6. $\frac{12}{5}$

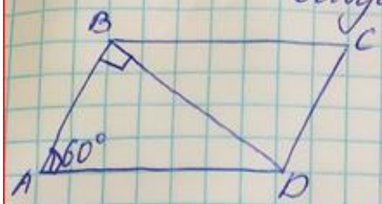


3. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^{\text{o}}$, $AC = 2$ см, $\text{tg}A = 0{,}7$. Знайдіть сторону BC.



4. Діагональ паралелограма перпендикулярна до його сторони і дорівнює 12 см. Знайдіть сторони паралелограма, якщо один з його кутів дорівнює 60^{o}.

Завдання 4



Дано: ABCD- паралелограм

BD-діагональ = 12 см

$BD \perp AB$, $\angle A = 60°$

Знайти: AB=CD, BC=AD

Розв'язання:

Розглянемо $\triangle ABD$, де $\angle ABD = 90°$, $\angle A = 60°$

$tg\angle A = \frac{BD}{AB}$

$AB = \frac{BD}{tg\angle A} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}} = \frac{\cancel{12}^{4}\sqrt{3}}{\cancel{3}} = 4\sqrt{3}$ (см)

За теоремою Піфагора:

$AD = \sqrt{BD^2 + AB^2} = \sqrt{12^2 + (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 + 16\cdot 3} =$

$= \sqrt{144+48} = \sqrt{192} = \sqrt{64\cdot 3} = 8\sqrt{3}$ (см)

Оскільки ABCD- паралелограм, то

$AB = CD = 4\sqrt{3}$ (см)

$AD = BC = 8\sqrt{3}$ (см)

Відповідь: $4\sqrt{3}$ см; $8\sqrt{3}$ см.