## Lista de Exercícios "Árvores, AVL, Hash"

Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Apucarana Curso de Engenharia de Computação Disciplina de Estrutura de Dados - ED62A - 1°Semestre 2019 Prof. Dr. Rafael Gomes Mantovani

- Exercício 1. Suponha que um conjunto dinâmico S seja representado por uma tabela de endereços diretos T de comprimento m. Descreva um procedimento que determine o elemento máximo de S. Qual é o desempenho do pior caso do seu procedimento?
- Exercício 2. Sugira como implementar uma tabela de endereços diretos na qual as chaves de elementos armazenados não precisem ser distintas e os elementos possam ter dados satélites. Todas as três operações de dicionário (INSERT, DELETE e SEARCH) devem ser executadas no tempo O(1). Não esqueça que DELETE adota como argumento um ponteiro para um objeto a ser eliminado, não uma chave).
- **Exercício 3.** Demonstre o que acontece quando inserimos as chaves  $\{5, 28, 19, 15, 20, 33, 12, 17, 10\}$  em uma tabela de espalhamento com colisões resolvidas por encadeamento com nove posições e a função hash  $h(k) = k \mod 9$ .
- **Exercício 4.** Um professor apresenta a hipótese de que podemos obter ganhos substanciais de desempenho modificando o esquema de encadeamento para manter cada lista em sequência ordenada. Como a modificação do professor afeta o tempo de execução para pesquisas malsucedidas, bem sucedidas, inserções e eliminações?
- **Exercício 5.** Considere uma tabela de espalhamento de tamanho m = 1000, e uma função hash correspondente  $h(k) = \lfloor ((k*A) \bmod 1) \rfloor$ , para  $A = (\sqrt{5}-1)/2$ . Calcule as localizações para as quais são mapeadas as chaves  $\{61, 62, 63, 64, 65\}$ .
- Exercício 6. Desenhe o conteúdo da tabela hash resultante da inserção de registros com as chaves  $\{Q, U, E, S, T, A, O, F, C, I, L\}$ , nesta ordem, em uma tabela inicialmente vazia de tamanho 13 (treze), usando endereçamento aberto com hashing linear para a escolha de localizações alternativas. Use a função hash  $h(k) = k \mod 13$ , para a k-ésima letra do alfabeto.
- Exercício 7. Quais as características de uma boa função hash?
- Exercício 8. Um dos métodos utilizados para organizar dados é pelo uso de tabelas hash.
  - a) Em que situações a tabela hash deve ser utilizada?

b) Descreva dois mecanismos diferentes para resolver o problema de colisões de várias chaves em uma mesma posição de memória. Quais são as vantagens e desvantagens de cada mecanismo?

Exercício 9. Trace árvores de busca binária de alturas 2, 3, 4, 5 e 6 para o conjunto de chaves {1, 4, 5, 10, 16, 17, 21}.

Exercício 10. Qual é a principal propriedade de uma árvore binária de pesquisa?

Exercício 11. Dê um algoritmo não recursivo que execute um percurso em árvore em ordem. Sugestão: usar uma pilha como estrutura de dados auxiliar.

Exercício 12. Suponha que temos números entre 1 e 1000 em uma árvore de busca binária e queremos procurar o elemento 363. Qual das seguintes sequências não poderia ser a sequência de nós examinados?

- a) 2, 252, 401, 398, 330, 344, 397, 363
- b) 924, 220, 911, 244, 898, 258, 362, 363
- c) 925, 202, 911, 240, 912, 245, 363
- d) 2, 399, 387, 219, 266, 382, 381, 278, 363
- e) 935, 278, 347, 621, 299, 392, 358, 363

Exercício 13. Escreva versões recursivas para Tree-Minimum e Tree-Maximum.

Exercício 14. Dê uma versão recursiva do procedimento Tree-Insert.

Exercício 15. Como podemos ordenar um conjunto de n elementos por meio de uma árvore binária de busca? Faça um programa que resolva este problema.

Exercício 16. A operação de remoção em uma árvore binária é "comutativa" no sentido de que eliminar x e depois y de uma árvore de busca resulta na mesma árvore que eliminar y e depois x? Mostre porque ou dê um contra-exemplo.

**Exercício 17.** Quantas árvores binárias de pesquisa diferentes podem armazenar as chaves { 1, 2, 3, 4}?

**Exercício 18.** Implemente rotinas para realizar as operações de rotações simples em AVLs, e rotinas de rotação dupla usando estas funções de rotações simples. Fazer para ambos os casos: direita e esquerda.

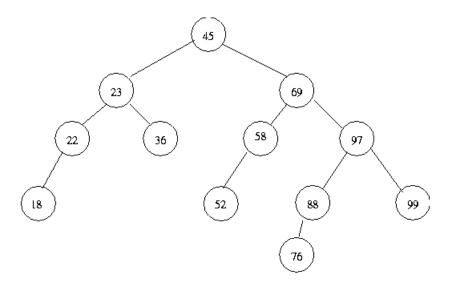
Exercício 19. Insira em uma árvore AVL as chaves apresentadas em cada item, na ordem em que aparecem. Desenhe a árvore resultante da inserção, desenhando uma nova árvore toda vez que ocorrer uma rotação. Indique também qual rotação foi realizada.

a) 30, 40, 24, 58, 48, 26, 11, 13, 14

- b) 20, 15, 25, 10, 30, 24, 17, 12, 5, 3
- c) 40, 30, 50, 45, 55, 52
- d) 20, 15, 25, 12, 17, 24, 30, 10, 14, 13
- e) 20, 15, 25, 12, 17, 30, 26

Exercício 20. Dada uma árvore binária T, proponha um algoritmo que determine se T é uma árvore AVL (lembrando-se das restrições de altura e de árvore de busca).

Exercício 21. Mostre os estados inicial, intermediários e final após as remoções das chaves = {36, 23, 5, 99, 88, 76}, em sequencia, da arvore AVL mostrada abaixo.



Exercício 22. Aplique os percursos preordem(), emordem() e posordem() à arvore inicial do exercício anterior.

**Exercício 23.** Considere duas listas ordenadas de números. Determine se cada elemento da lista menor está presente também na lista maior. Pode assumir que não existem duplicações em nenhuma das duas listas