

ED62A-COM2A

ESTRUTURAS DE DADOS

Aula 06b - Remoção em
Árvores Binárias

Prof. Rafael G. Mantovani

Roteiro

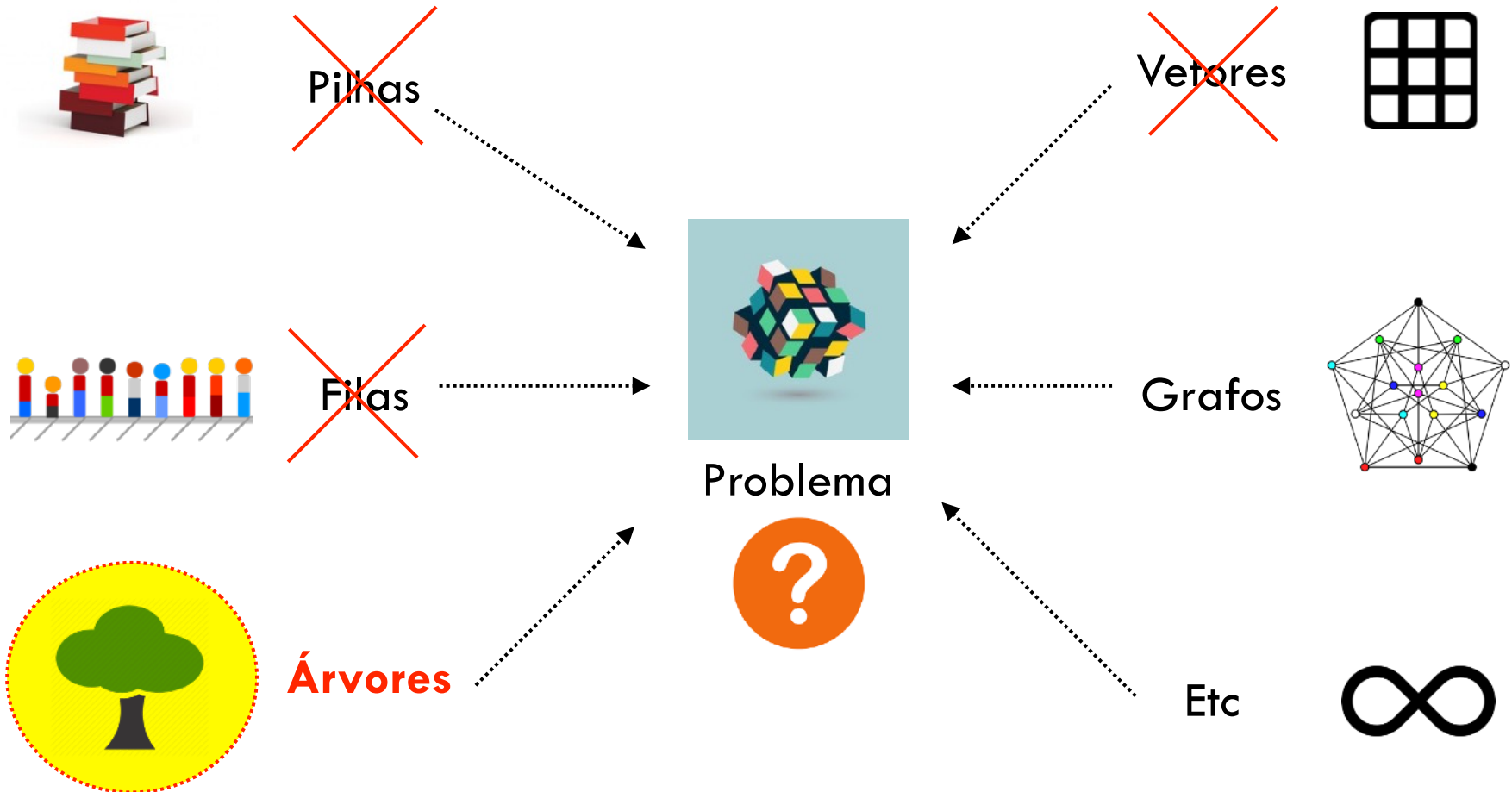


- 1** Tópicos já vistos anteriormente
- 2** Remoção em Árvore Binárias
- 3** Próximos conteúdos
- 4** Referências

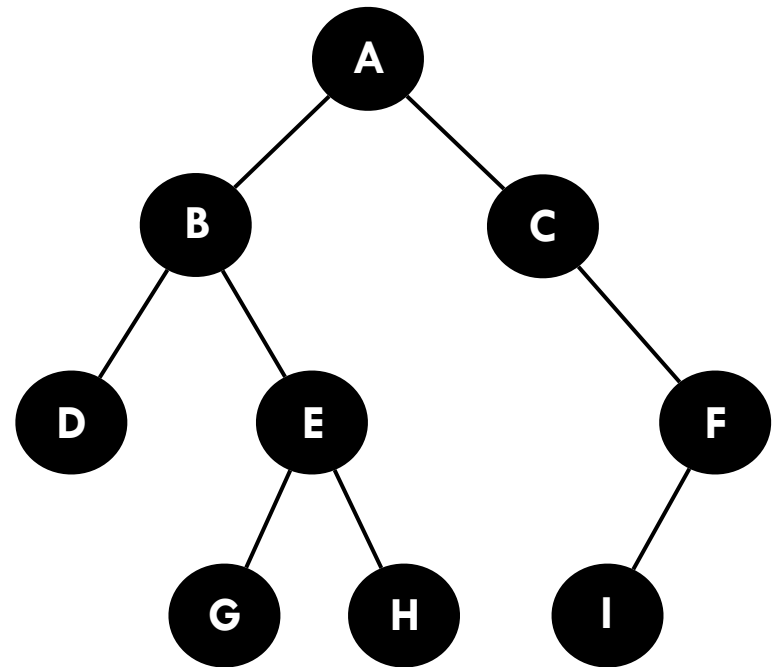
Roteiro

- 1 Tópicos já vistos anteriormente**
- 2 Remoção em Árvore Binárias**
- 3 Próximos conteúdos**
- 4 Referências**

Introdução

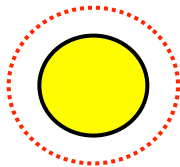


Introdução



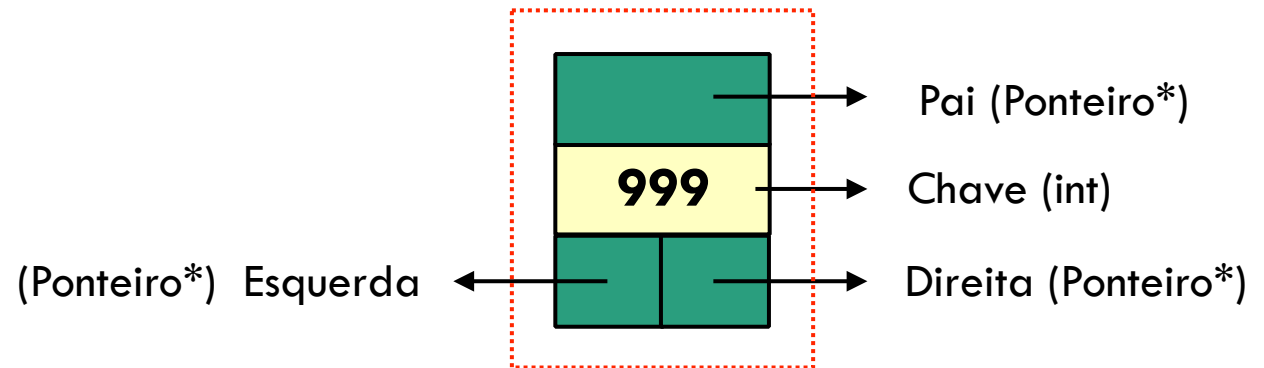
Árvore Binária

NoArvore



Abstração

Struct



Tipo Abstrato
de Dados

Tipos de Árvore Binária

```
typedef struct {
    int chave;
} Objeto;

typedef struct NoArvore *Ponteiro;

typedef struct NoArvore{
    Objeto obj;
    Ponteiro direita;
    Ponteiro esquerda;
} NoArvore;

/* Definir arvore binária na main */

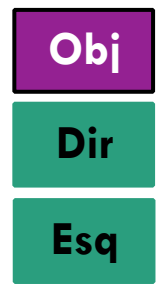
Ponteiro raiz; /* como definir e
                usar árvore */
```

Raiz

***NoArvore**

Arvore Binária

tipo **NoArvore**



Item armazenado

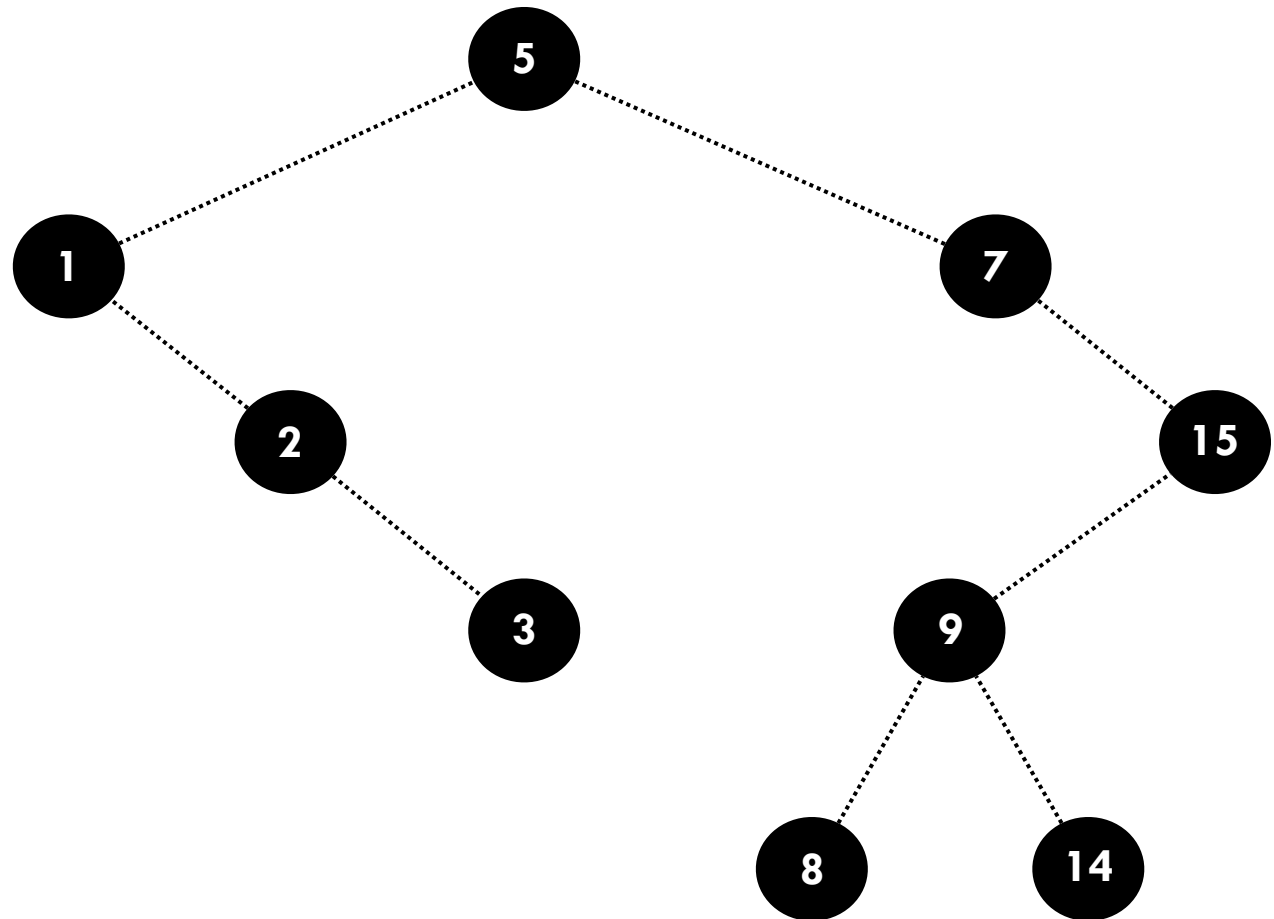
***NoArvore (direita)**

***NoArvore (esquerda)**

Roteiro

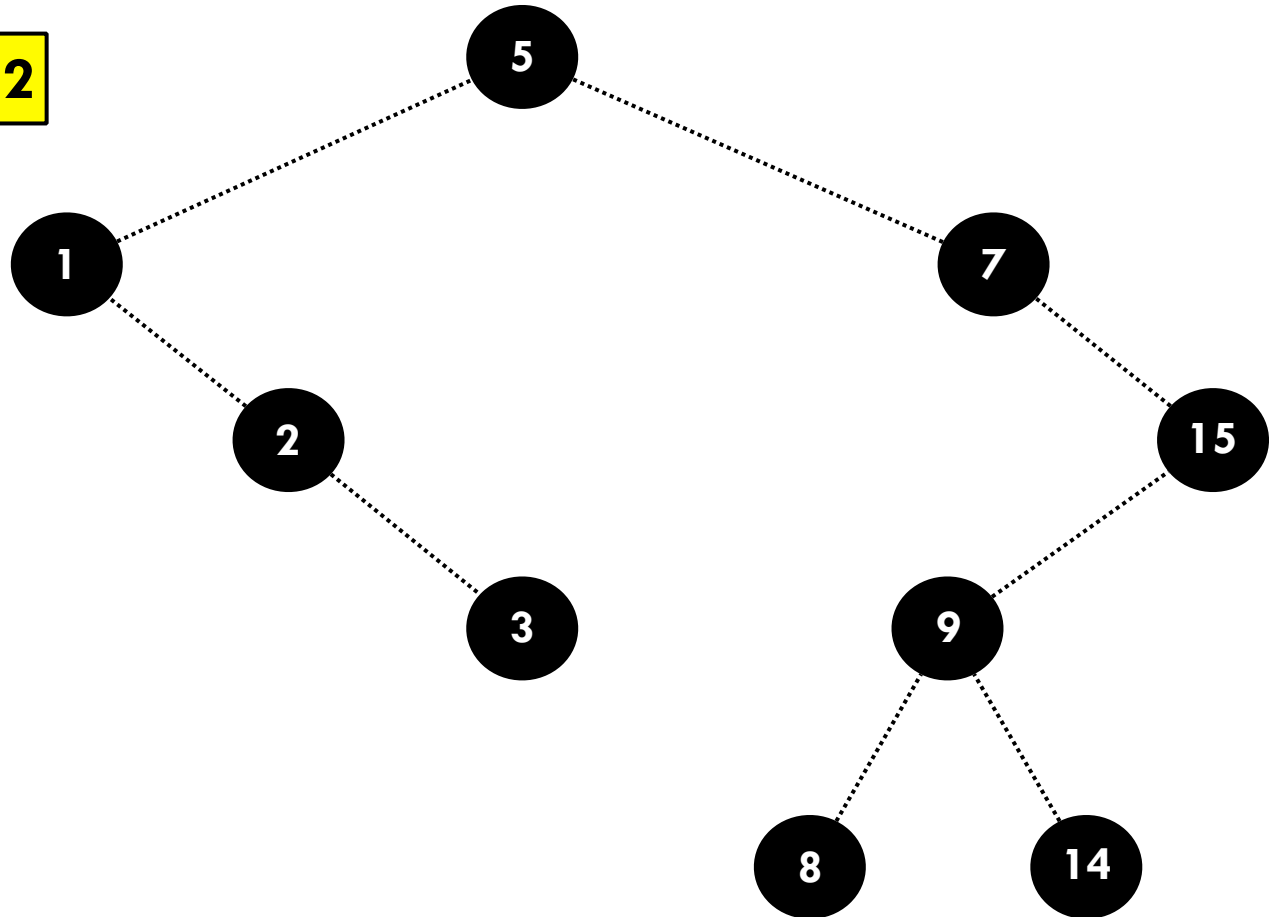
- 1 Tópicos já vistos anteriormente
- 2 Remoção em Árvore Binárias
- 3 Próximos conteúdos
- 4 Referências

Remoção



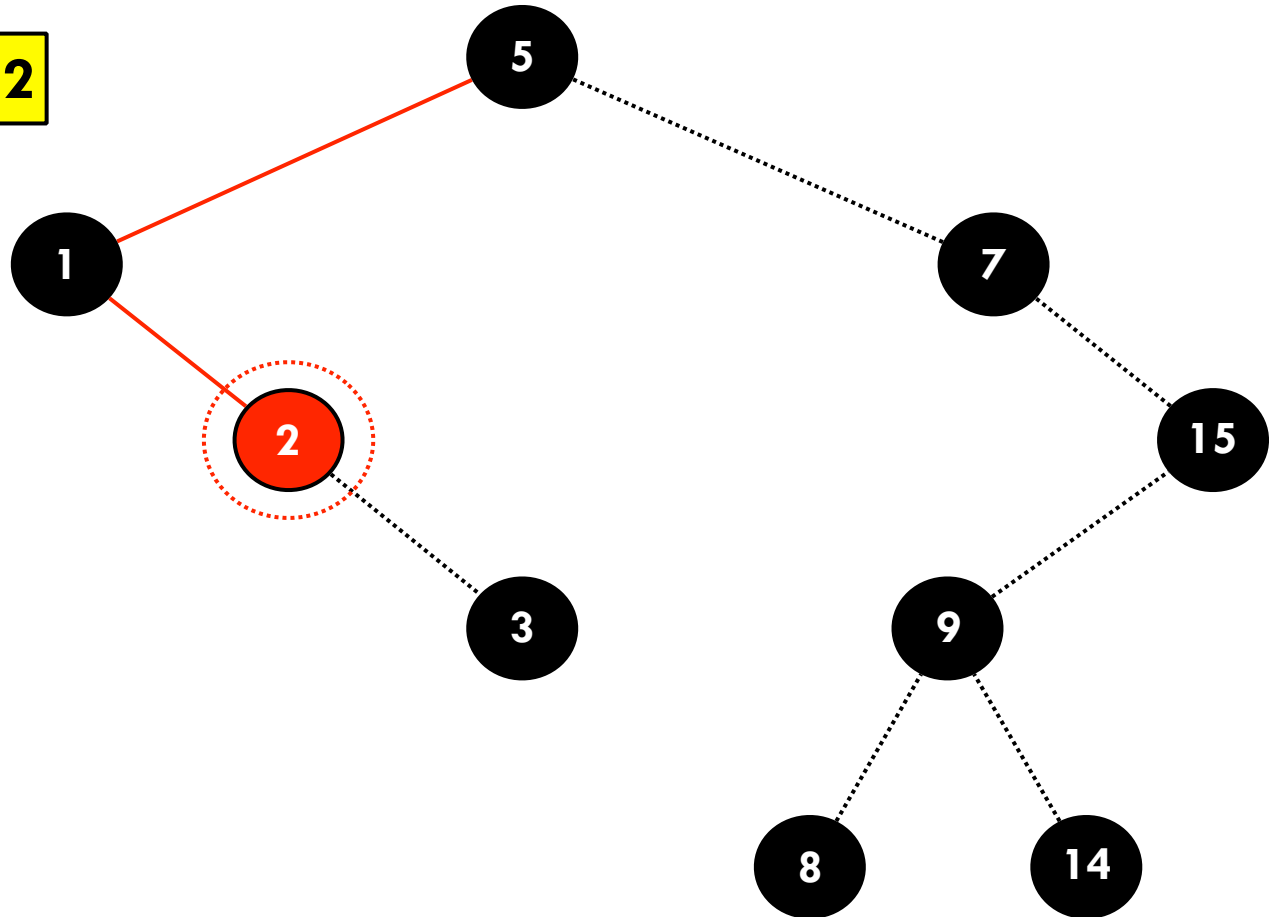
Remoção

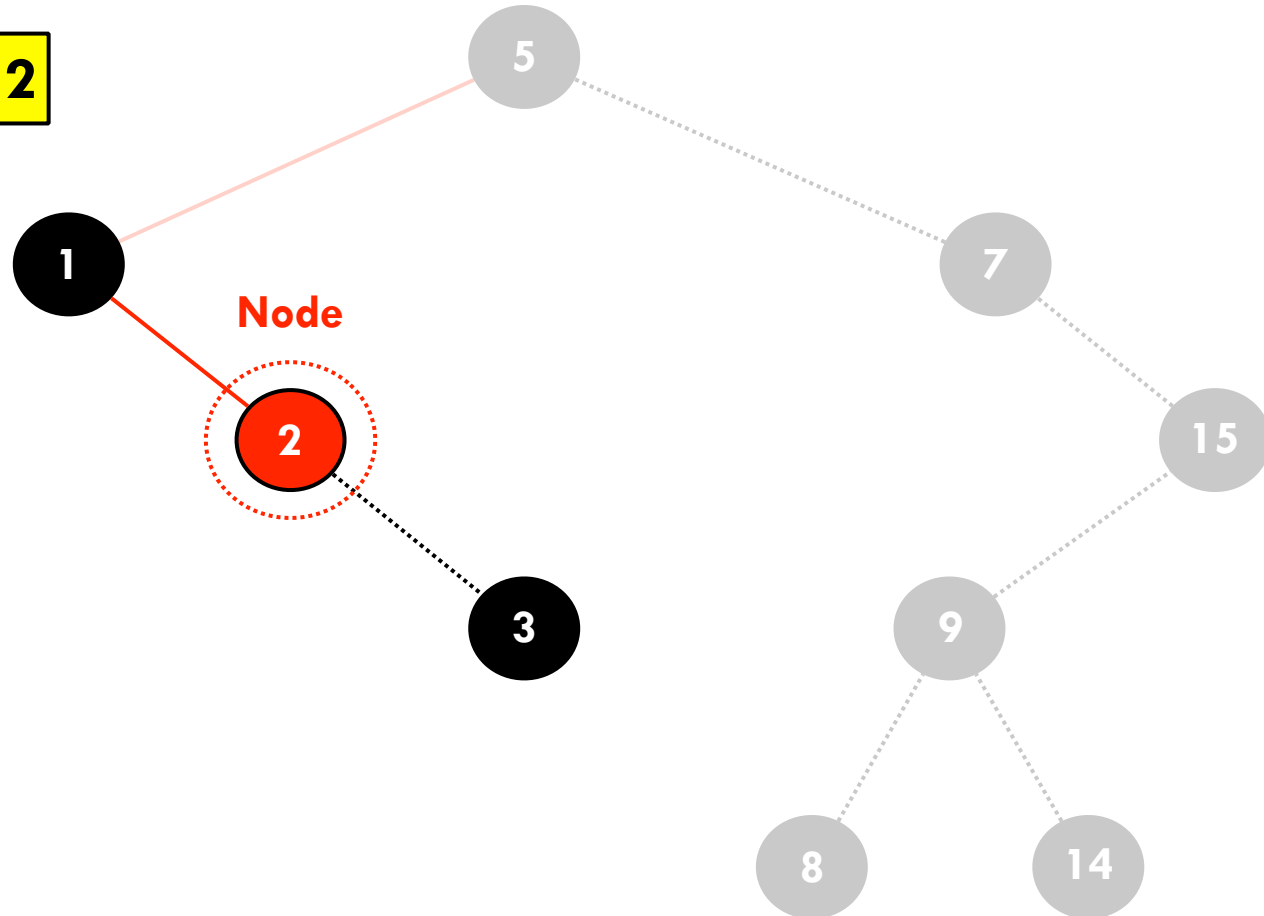
Remover $x = 2$



Remoção

Remover $x = 2$

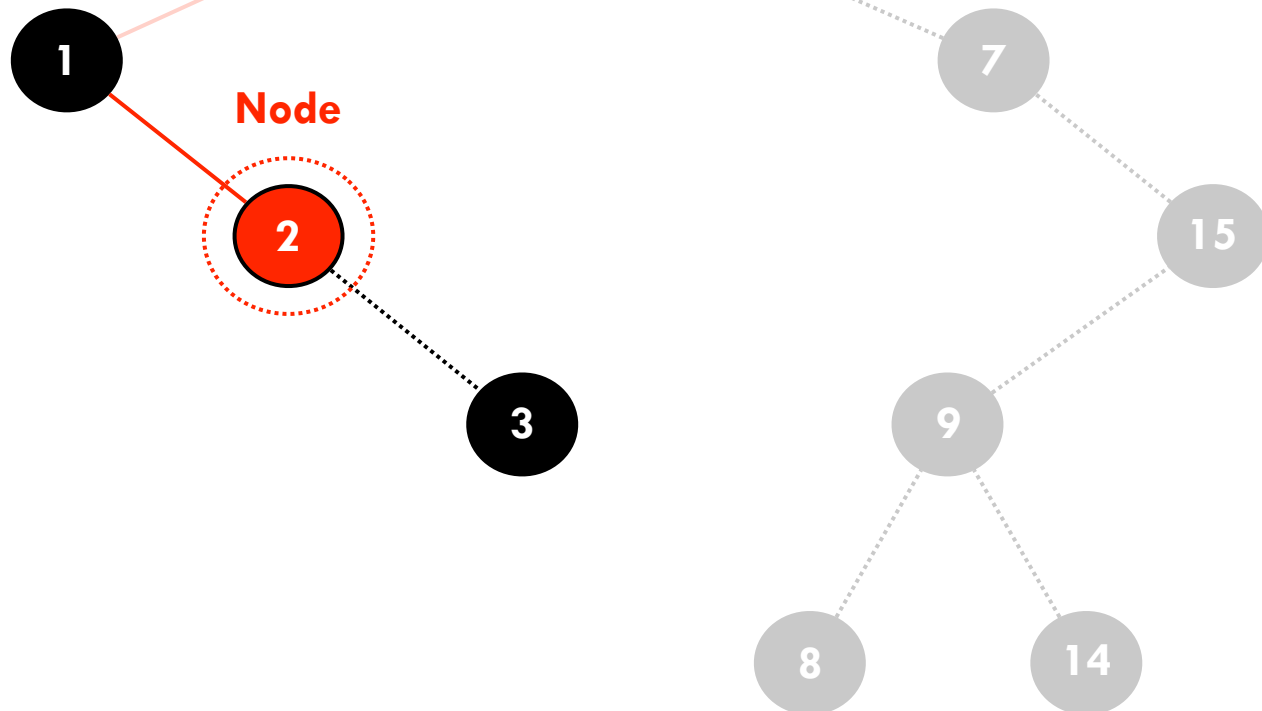


Remover $x = 2$ 

Remoção

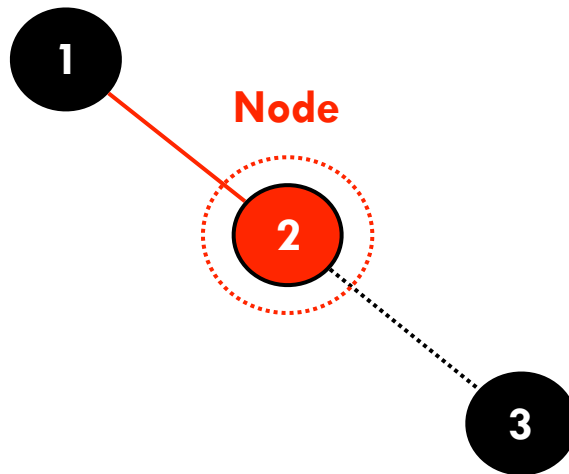
Remover $x = 2$

Caso 1: sub-arvore esquerda é nula
* `node->esquerda == NULL`
`node = node->direita`

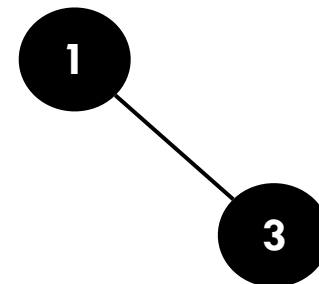


Remoção

Caso 1: sub-arvore esquerda é nula
* node->esquerda == **NULL**
node = node->direita

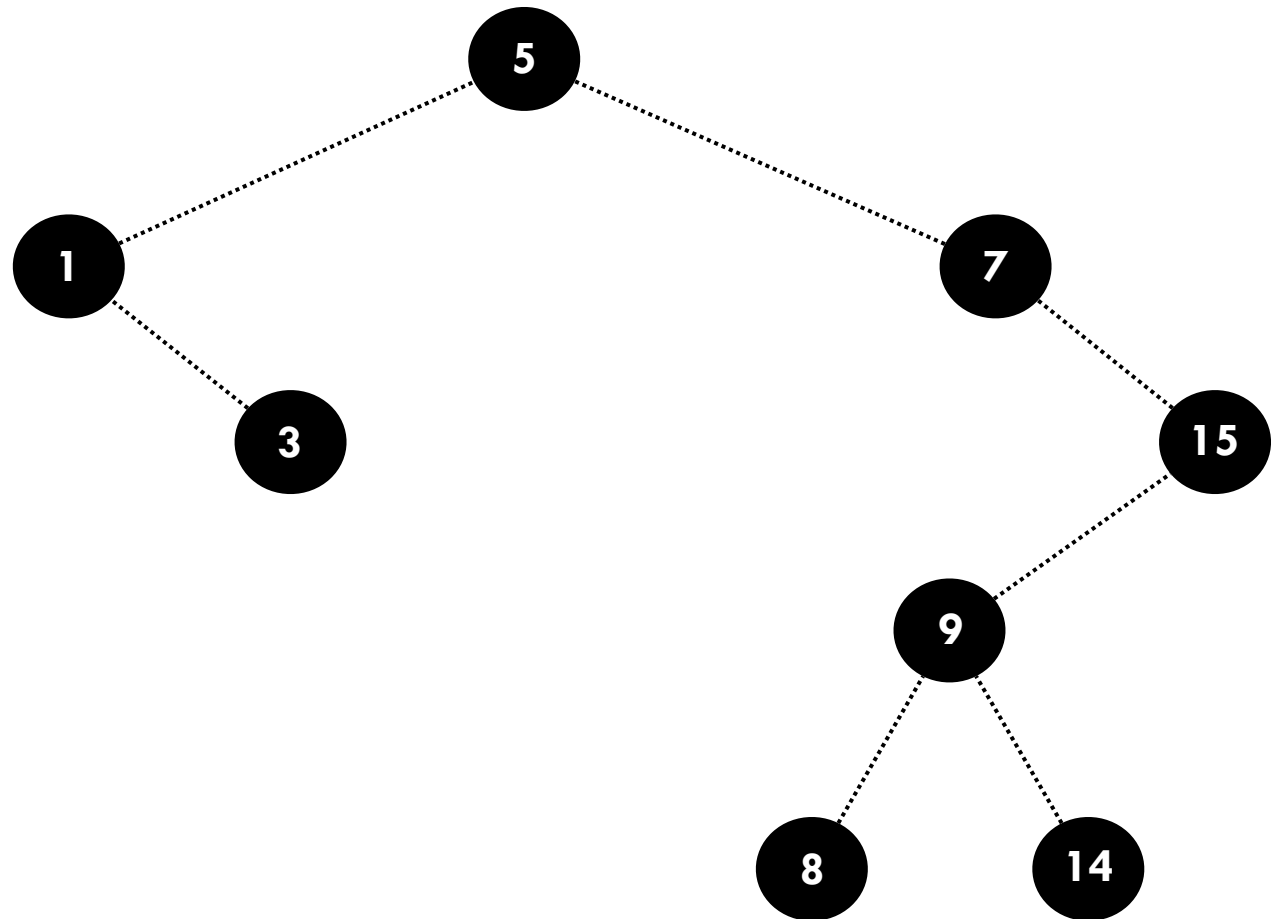


Antes da remoção



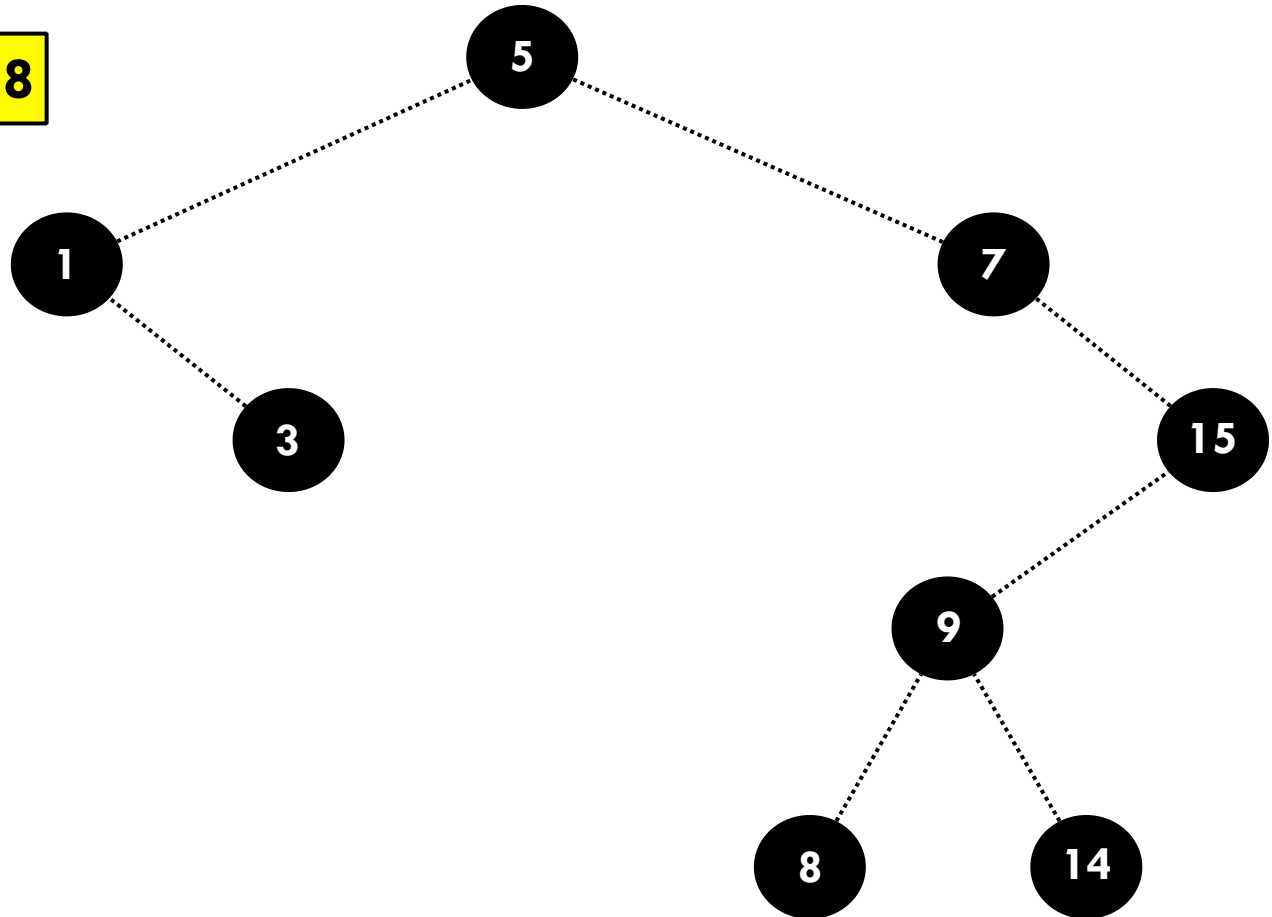
Depois da remoção

Remoção



Remoção

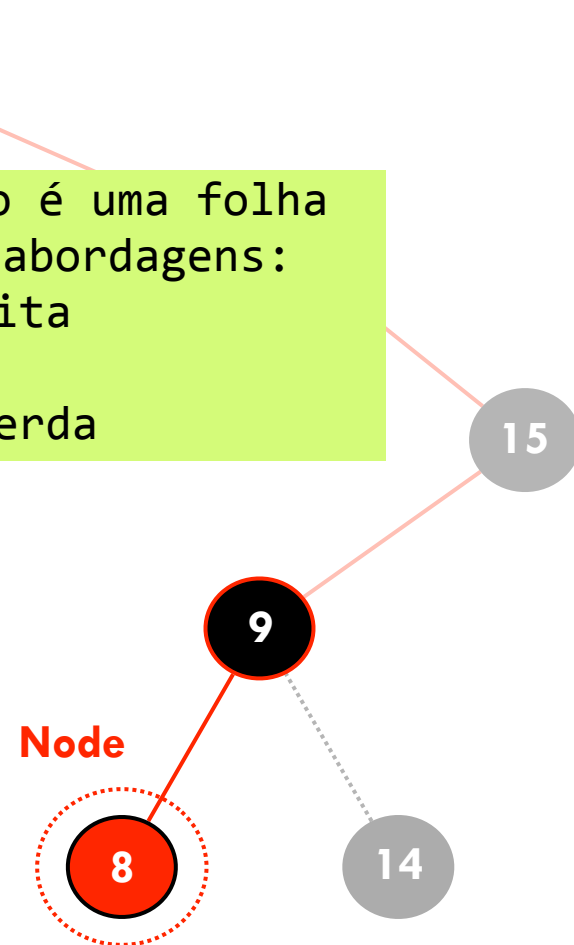
Remover $x = 8$



Remoção

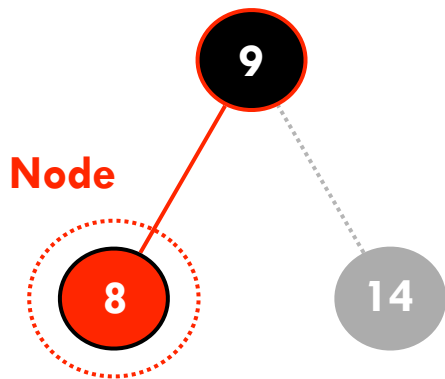
Remover $x = 8$

Caso 2: nó a ser removido é uma folha
* podemos fazer duas abordagens:
node = node->direita
ou
node = node->esquerda

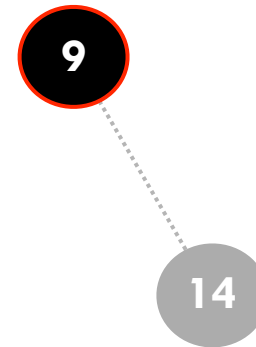


Remoção

Caso 2: nó a ser removido é uma folha
* podemos fazer duas abordagens:
 `node = node->direita`
ou
 `node = node->esquerda`



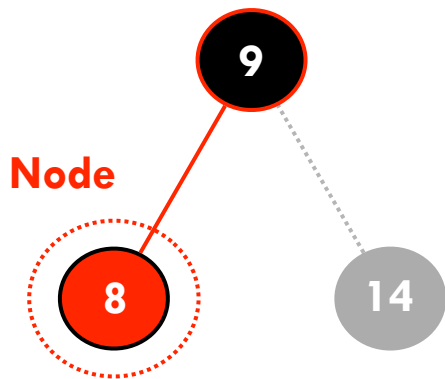
Antes da remoção



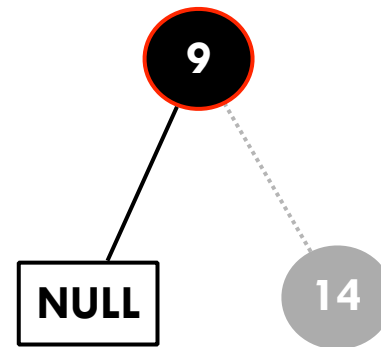
Depois da remoção

Remoção

Caso 2: nó a ser removido é uma folha
* podemos fazer duas abordagens:
 `node = node->direita`
ou
 `node = node->esquerda`

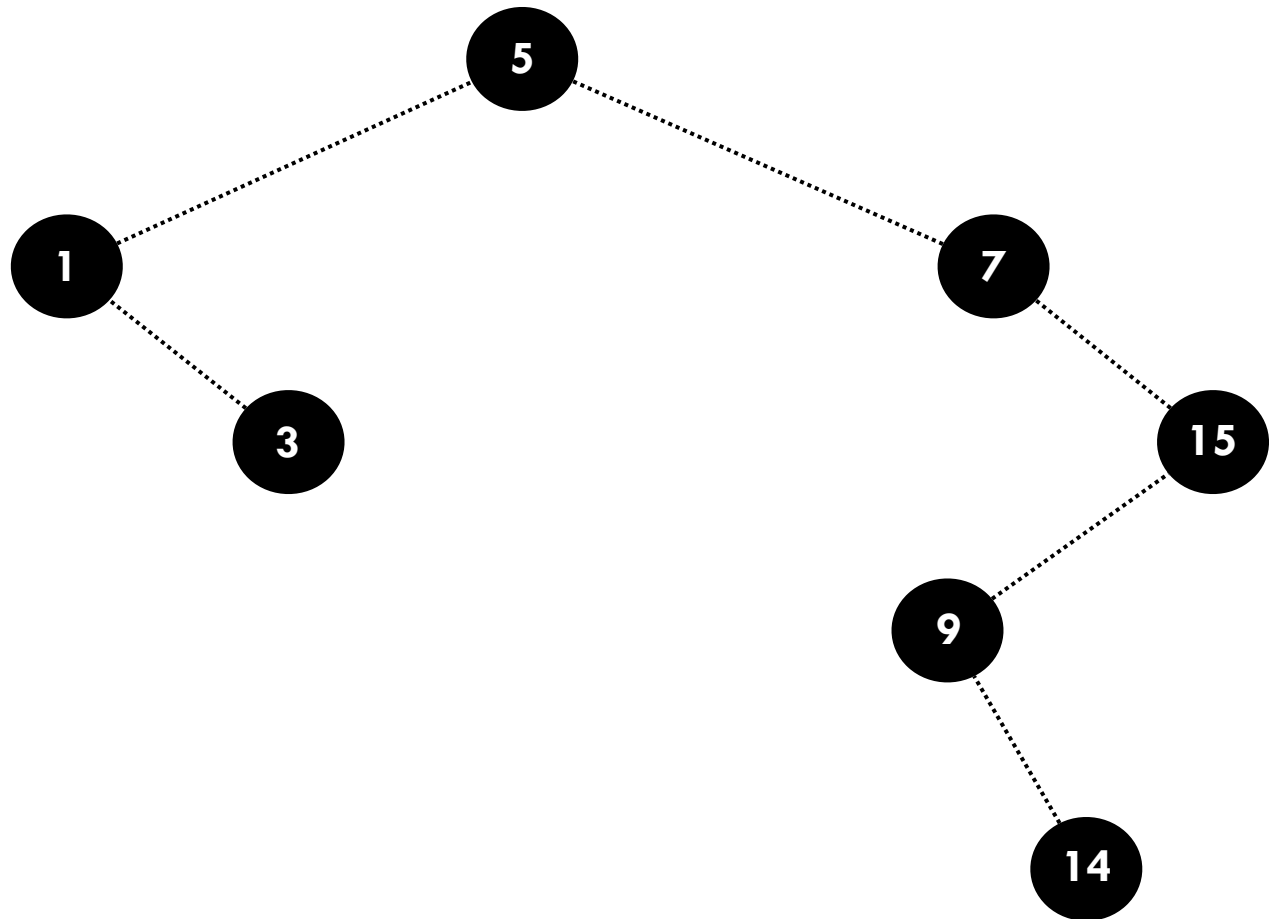


Antes da remoção



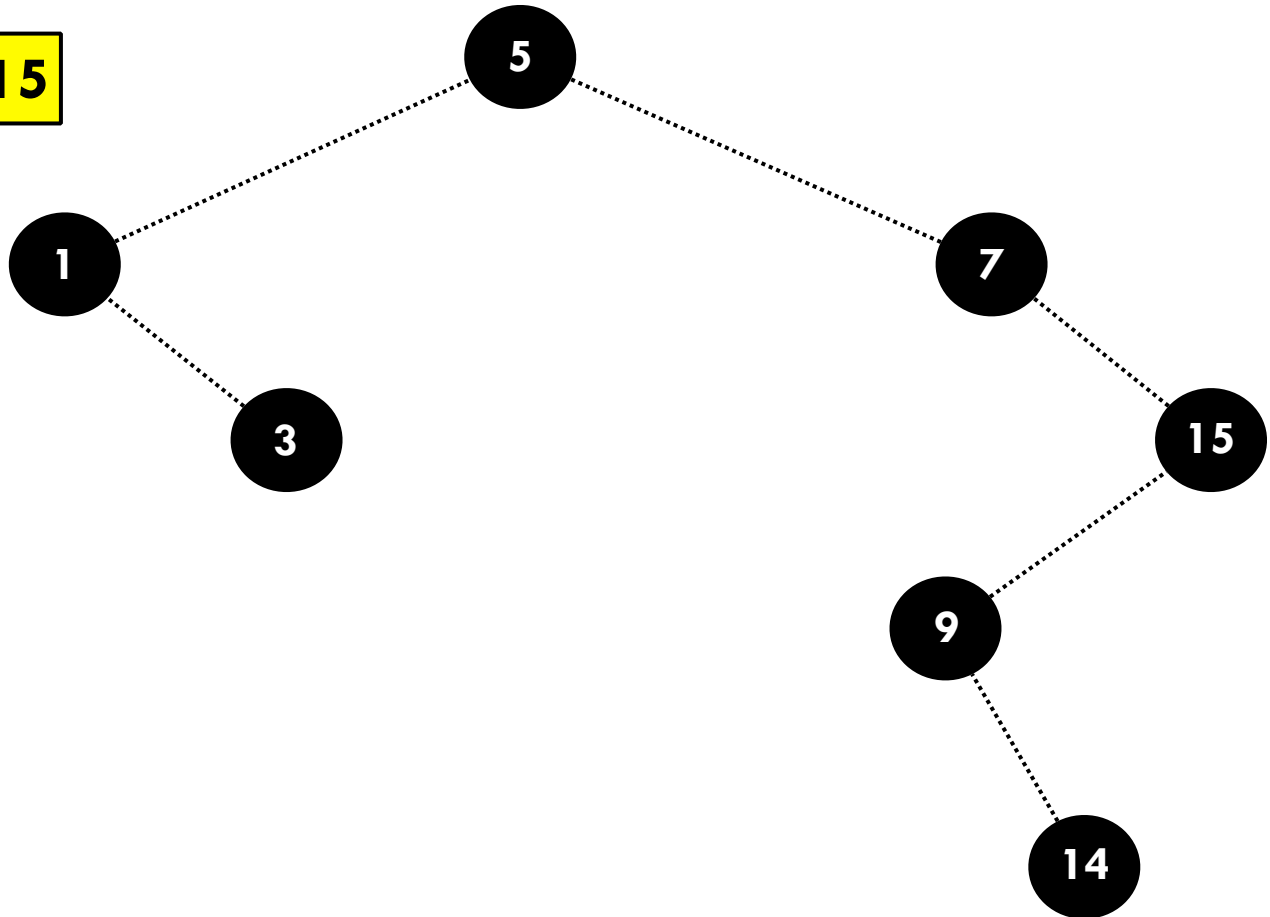
Depois da remoção

Remoção



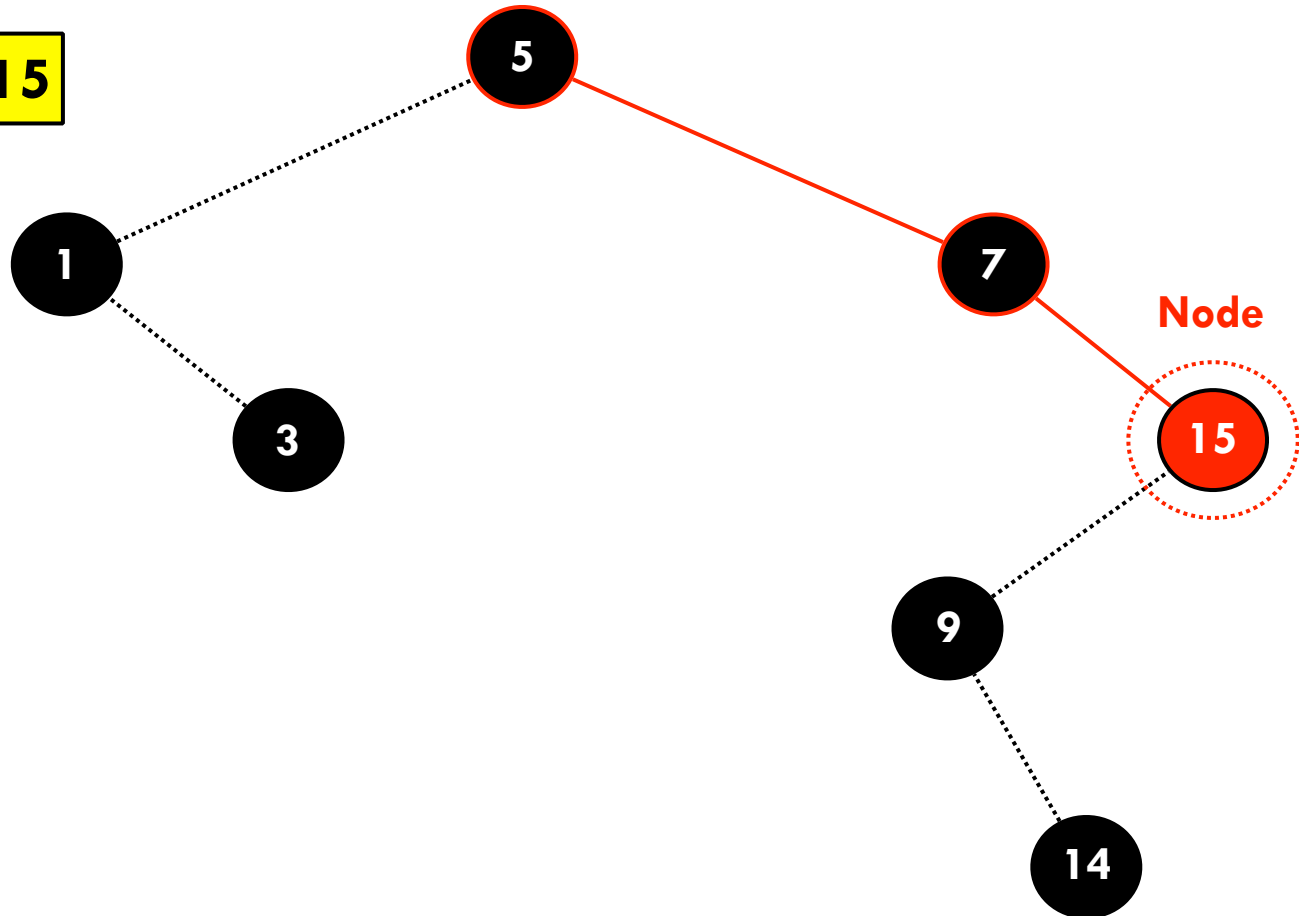
Remoção

Remover $x = 15$



Remoção

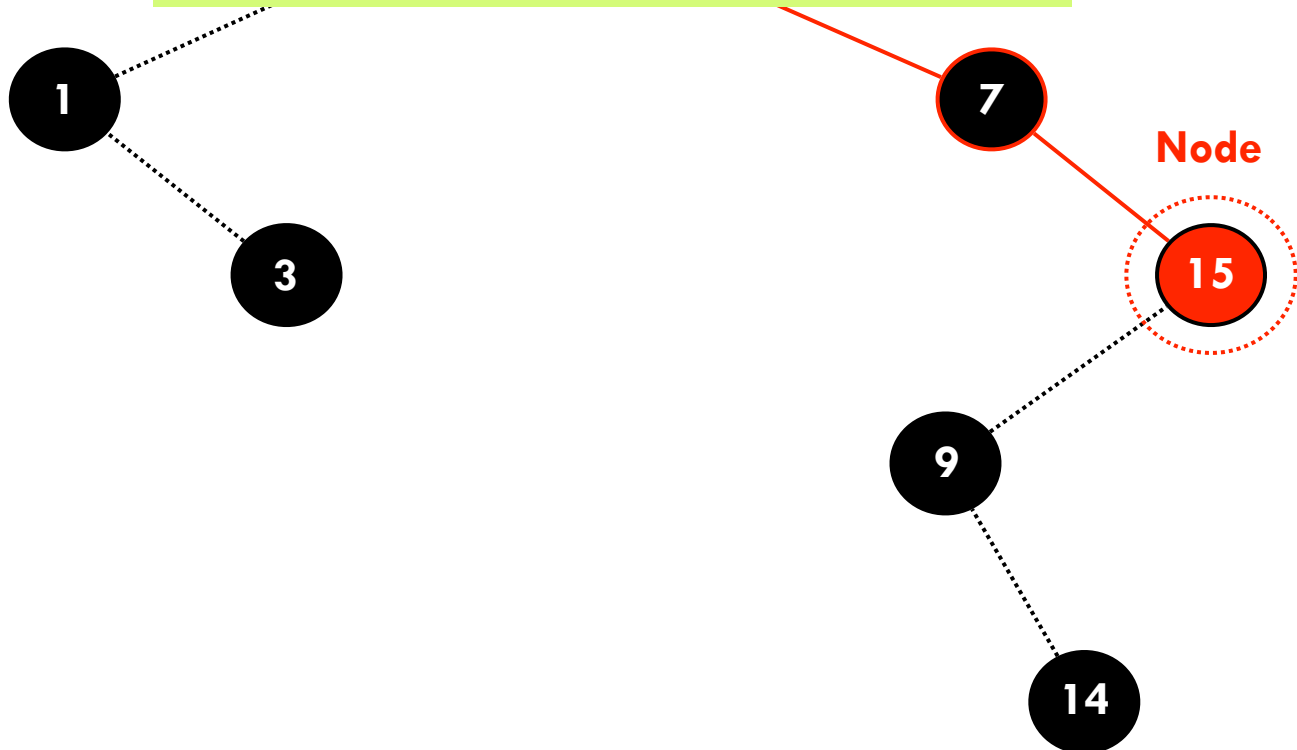
Remover $x = 15$



Remoção

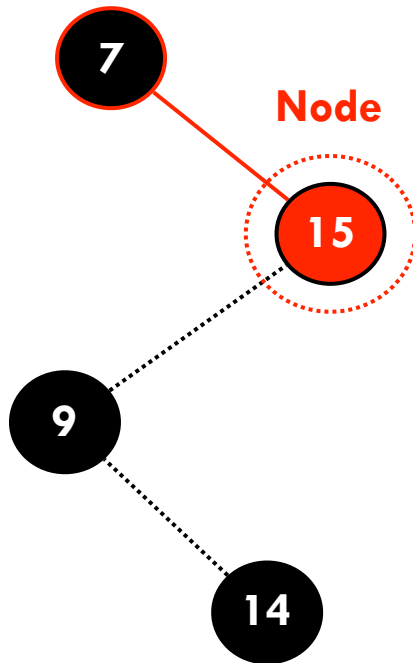
Remover $x = 15$

Caso 3: sub-arvore direita é nula
* $\text{node} \rightarrow \text{direita} == \text{NULL}$
node = node->esquerda

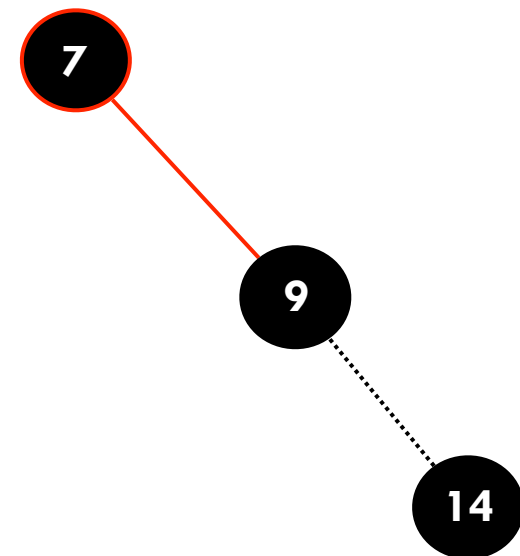


Remoção

Caso 3: sub-arvore direita é nula
* node->direita == NULL
node = node->esquerda

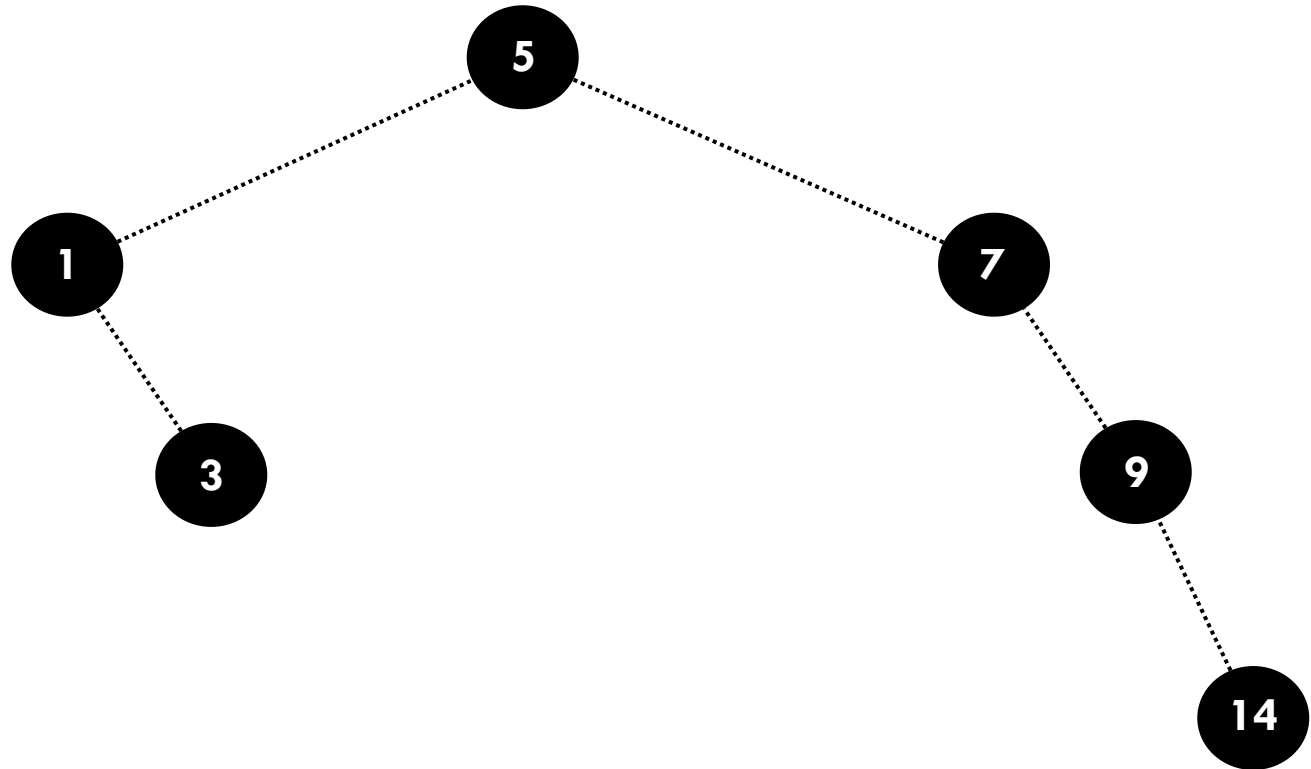


Antes da remoção



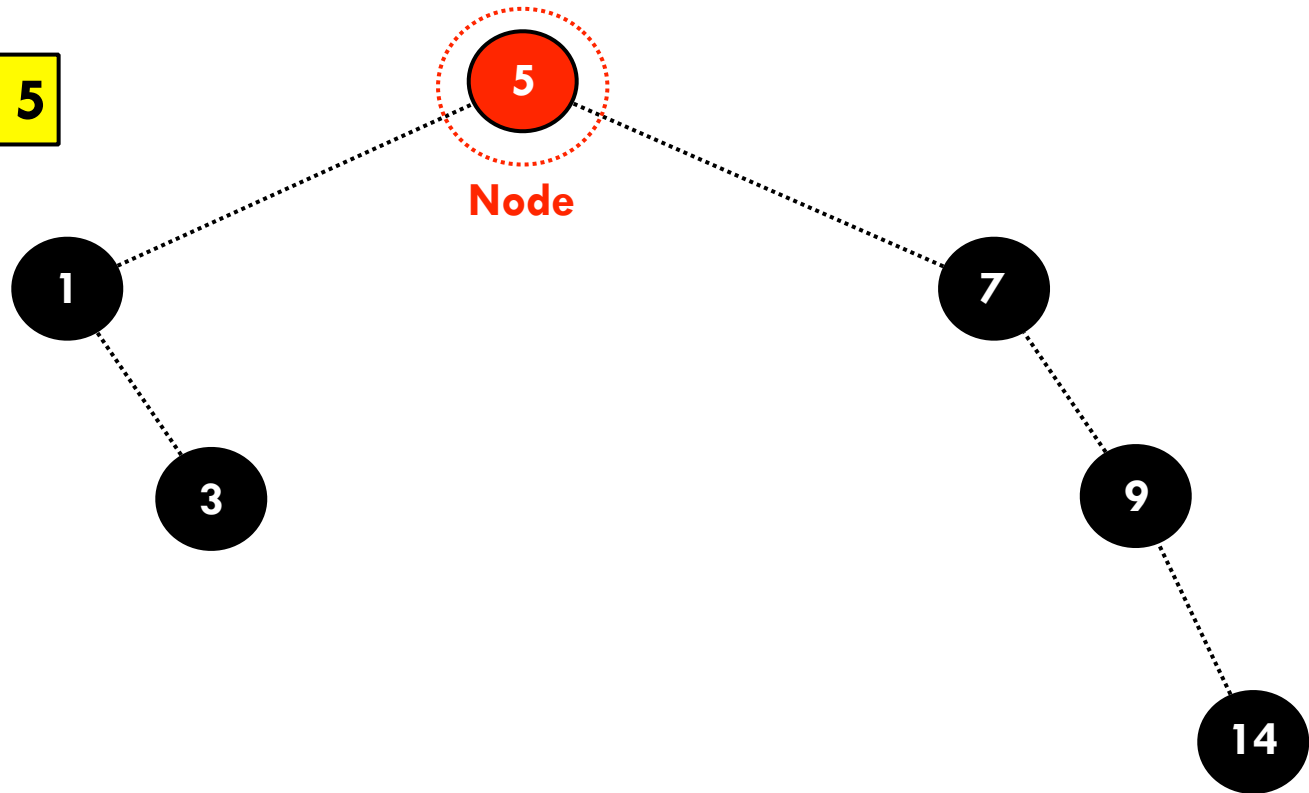
Depois da remoção

Remoção



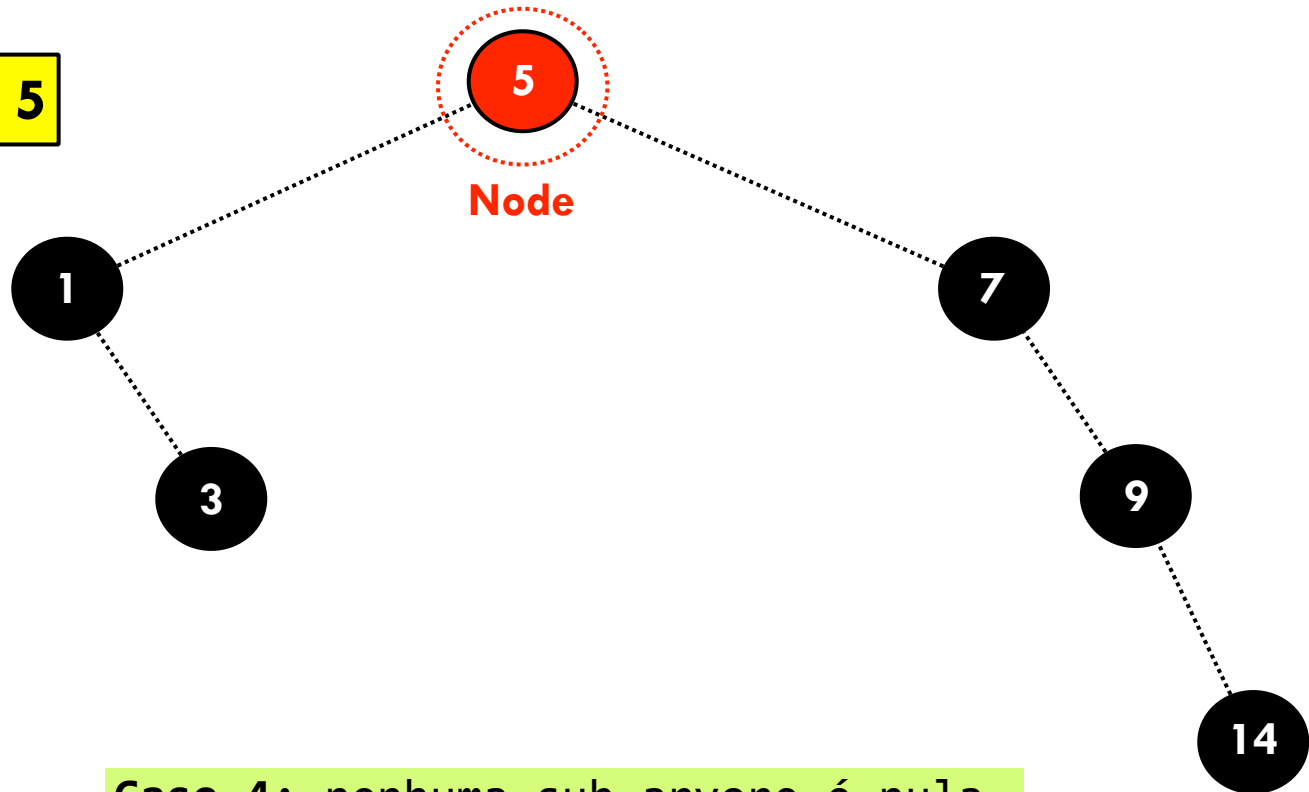
Remoção

Remover $x = 5$



Remoção

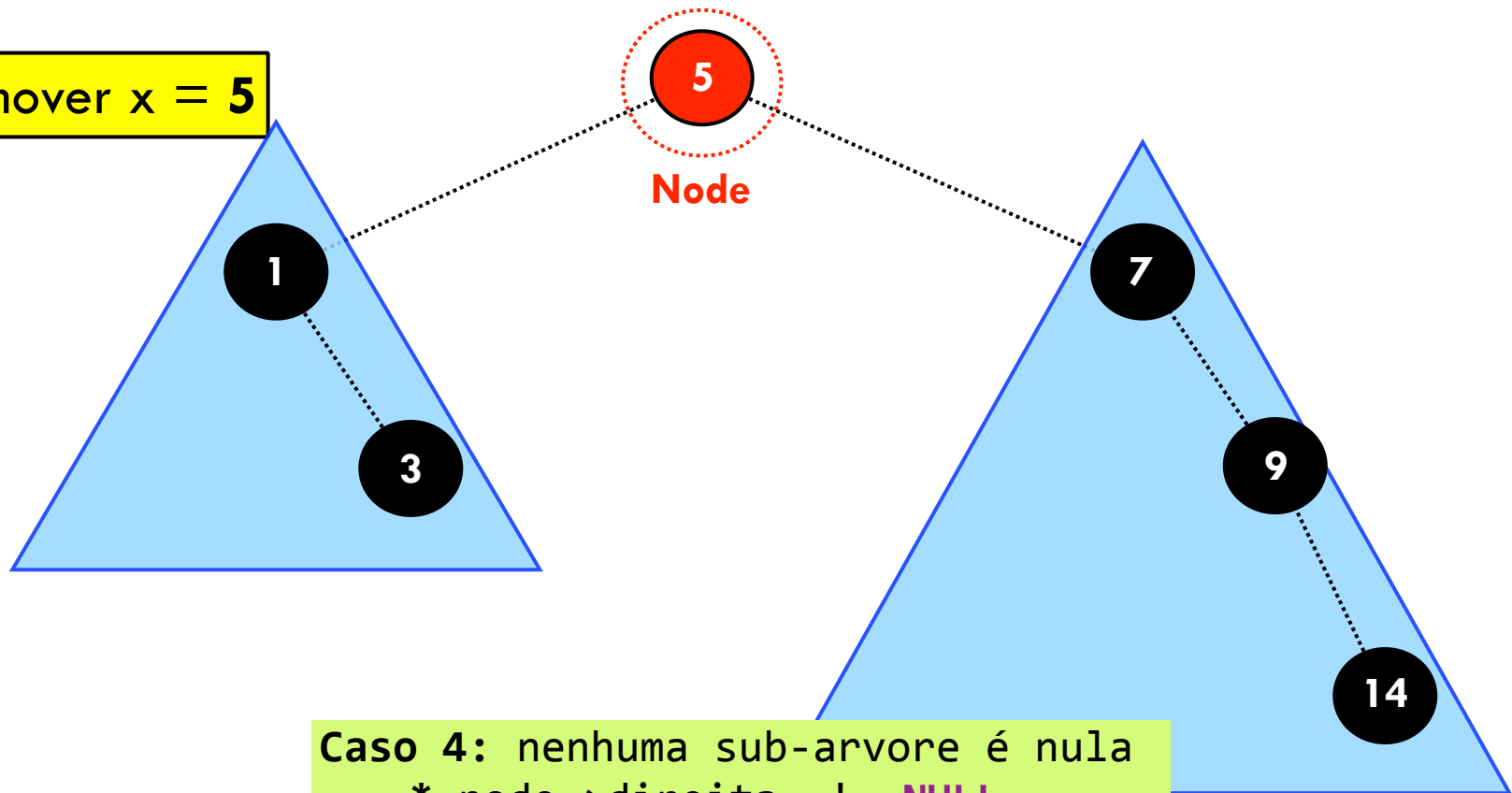
Remover $x = 5$



Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula
* node->direita != NULL
* node->esquerda != NULL

Remoção

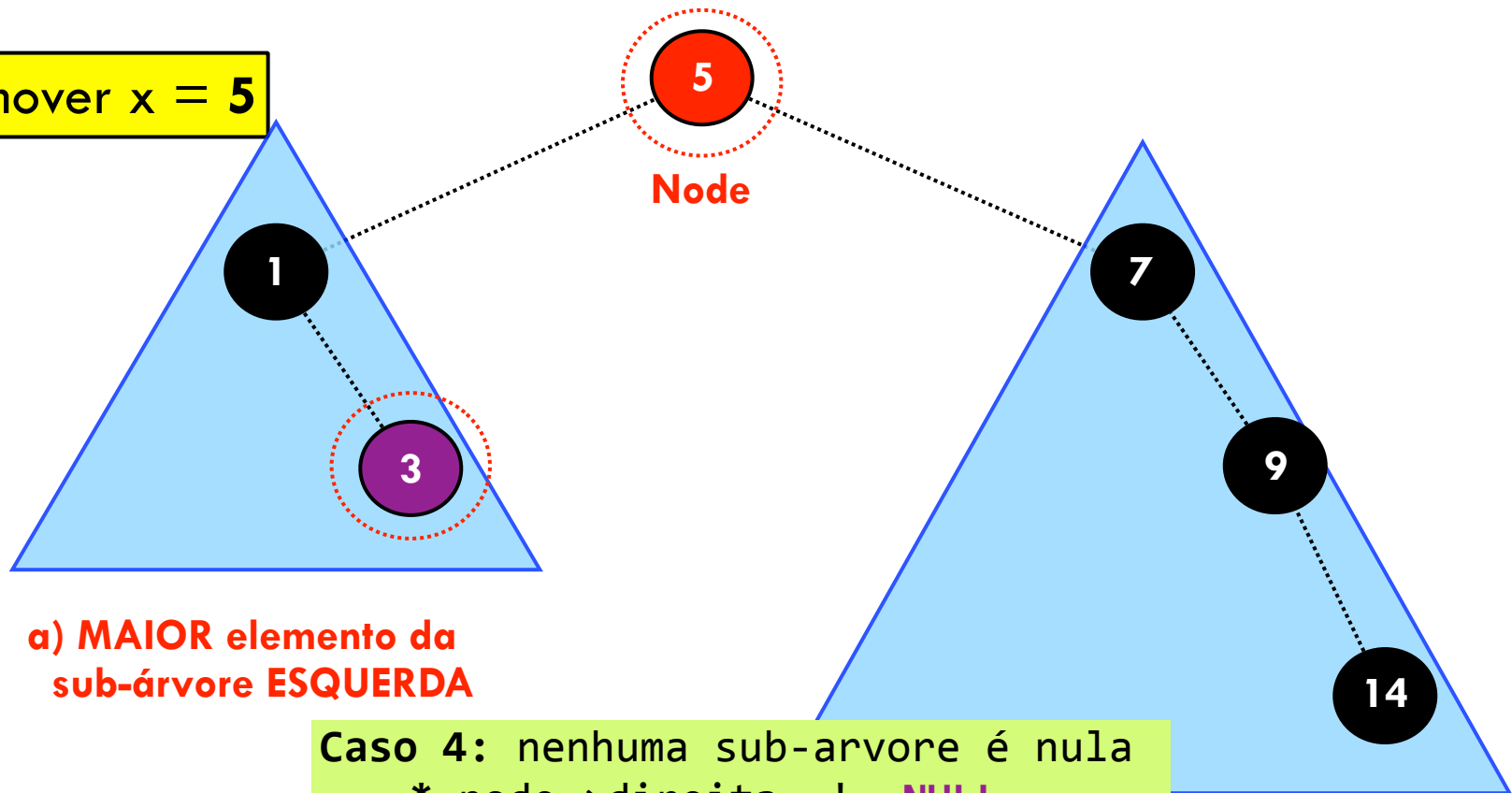
Remover $x = 5$



Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula
* `node->direita` \neq NULL
* `node->esquerda` \neq NULL

Remoção

Remover $x = 5$

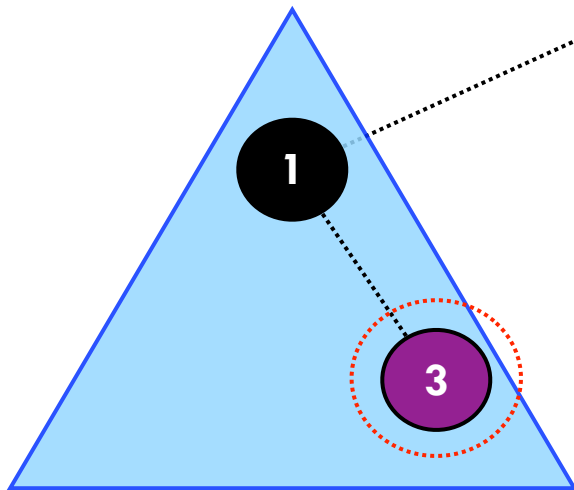


a) **MAIOR** elemento da sub-árvore **ESQUERDA**

Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula
* node->direita != NULL
* node->esquerda != NULL

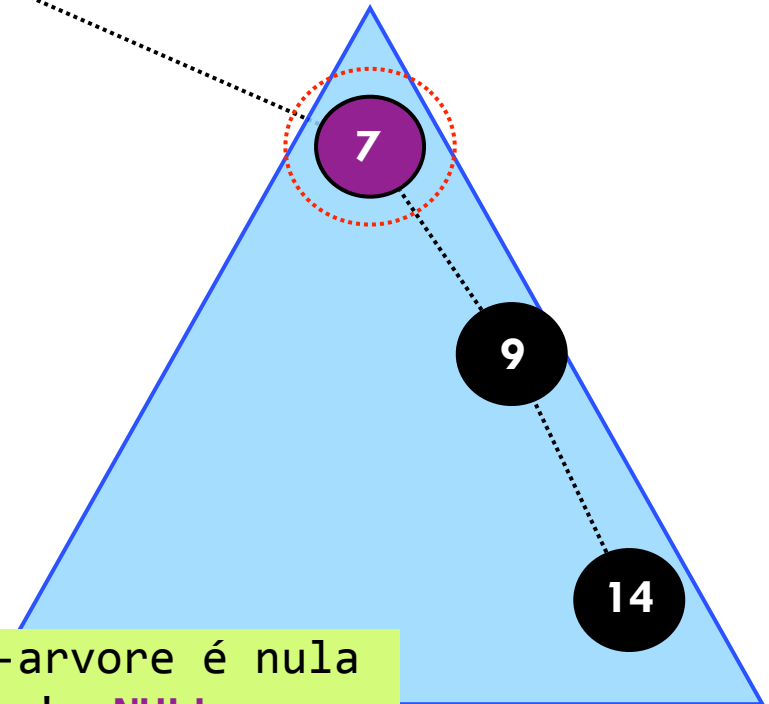
Remoção

a) MAIOR elemento da sub-árvore ESQUERDA



Node

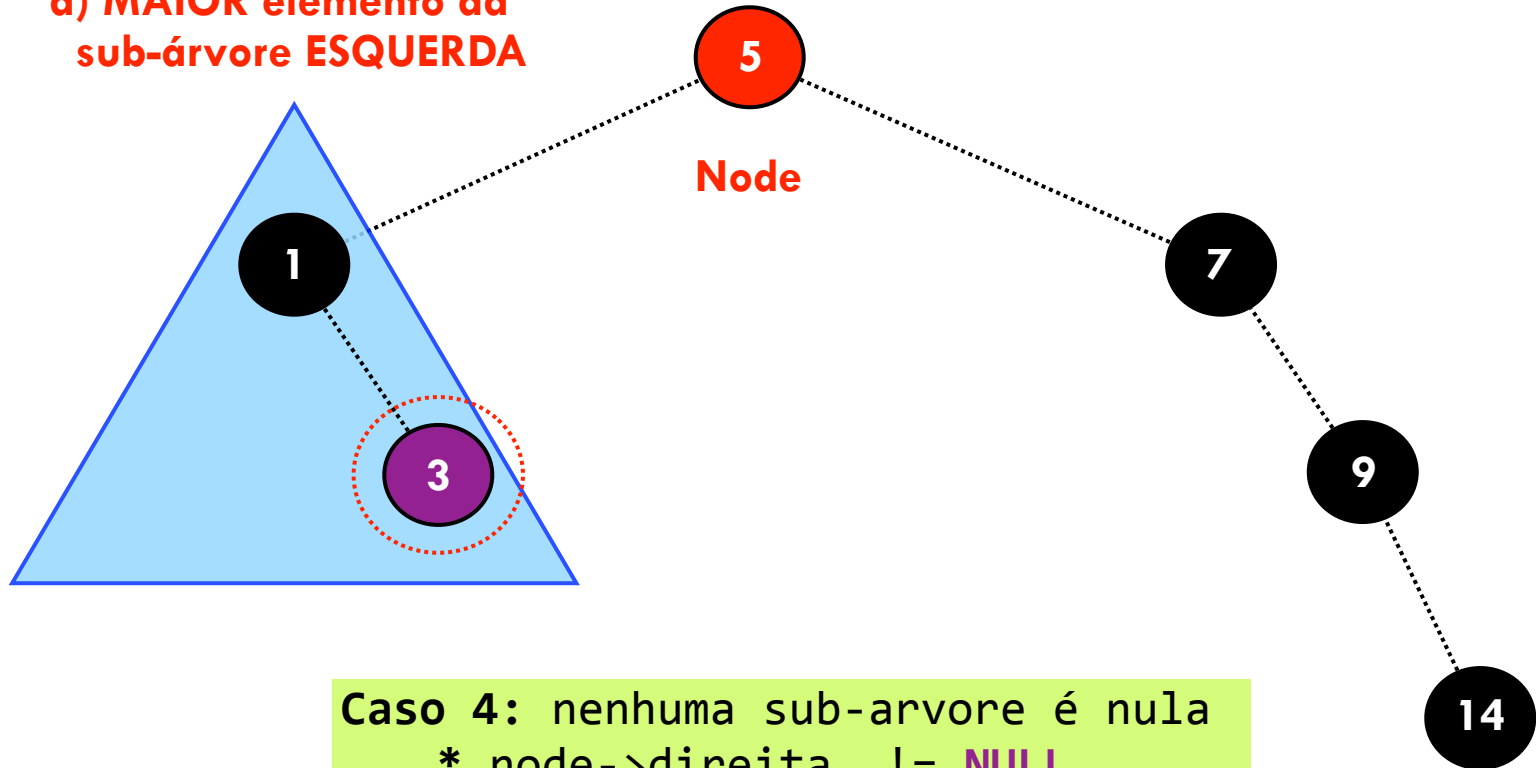
b) MENOR elemento da sub-árvore DIREITA



Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula
* node->direita != NULL
* node->esquerda != NULL

Remoção

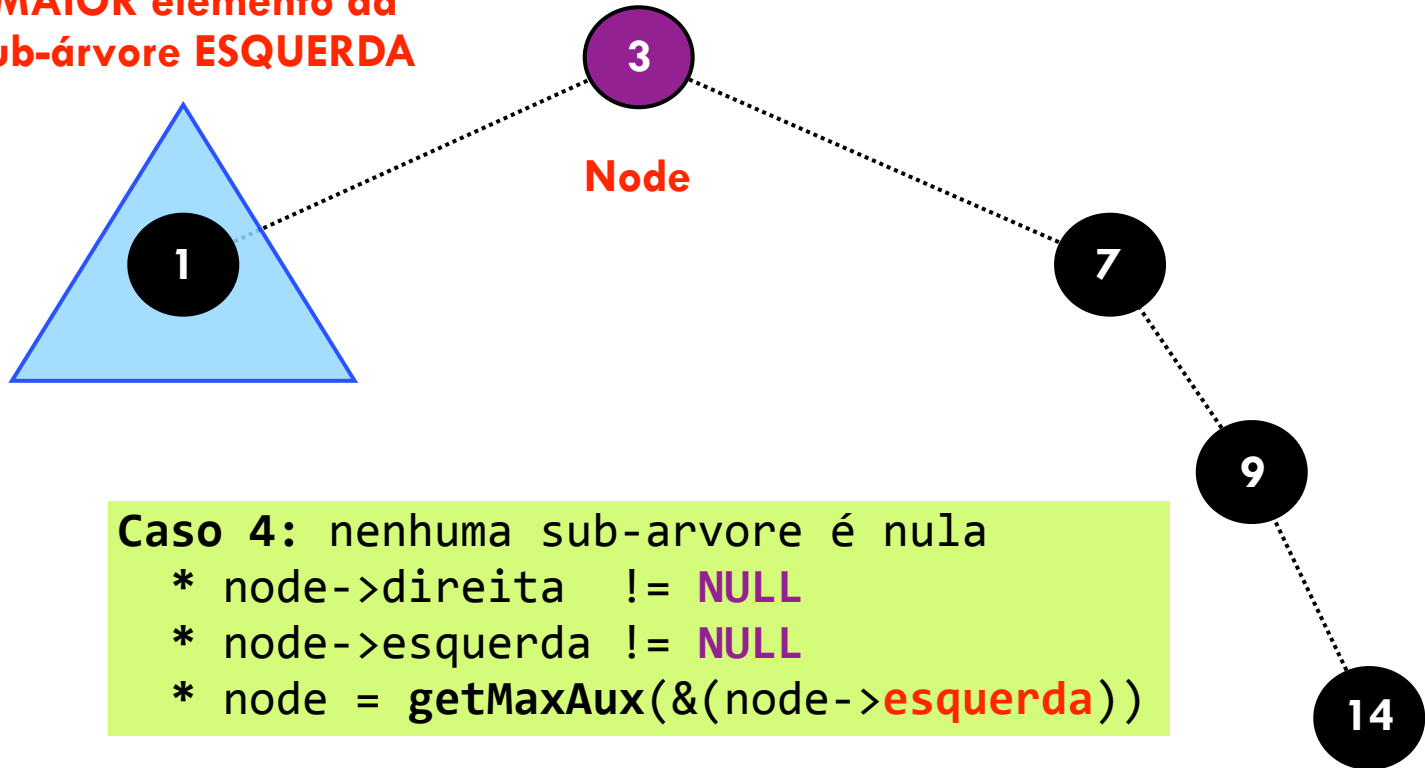
a) MAIOR elemento da sub-árvore ESQUERDA



Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula
* node->direita != NULL
* node->esquerda != NULL

Remoção

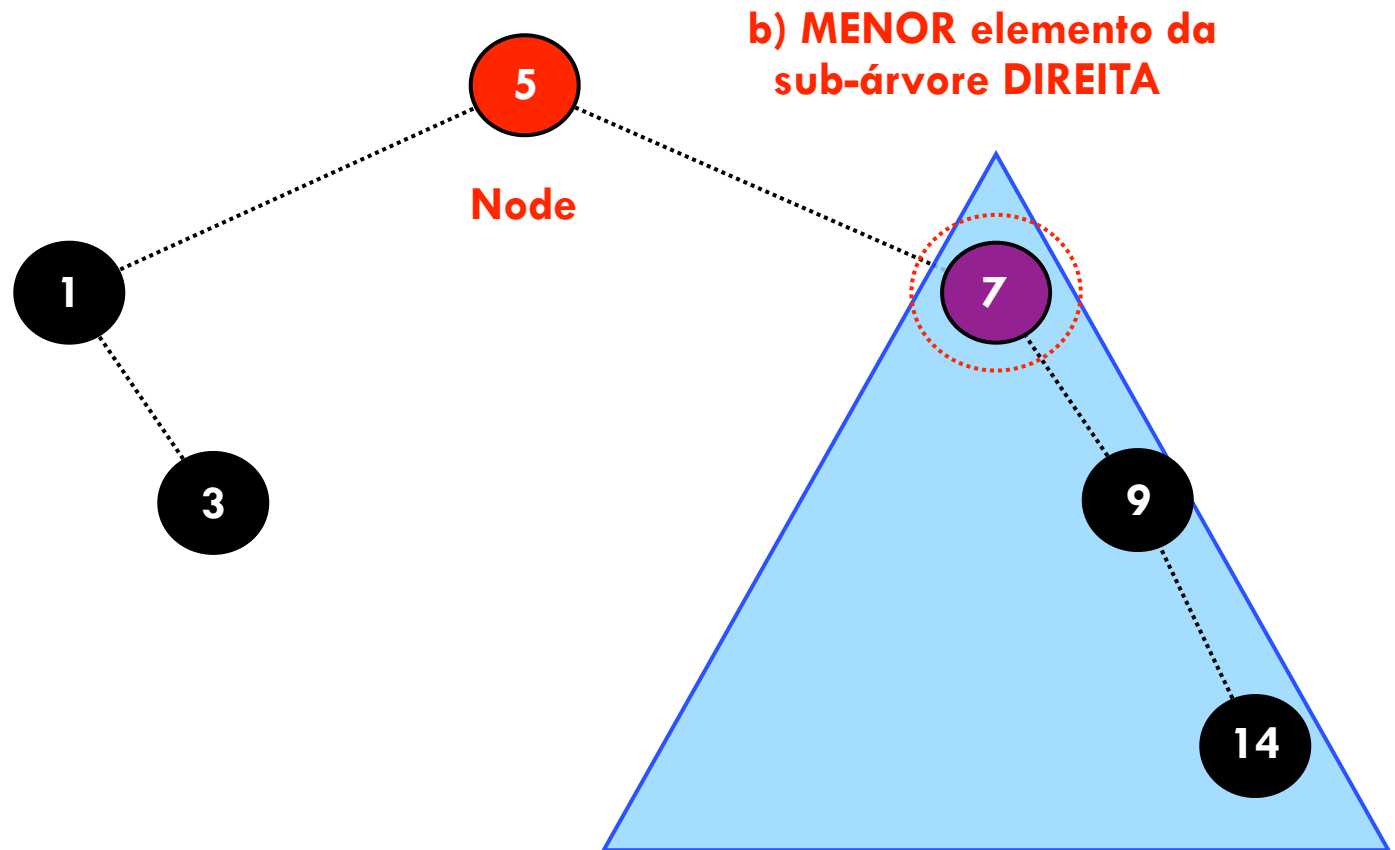
a) MAIOR elemento da sub-árvore ESQUERDA



Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

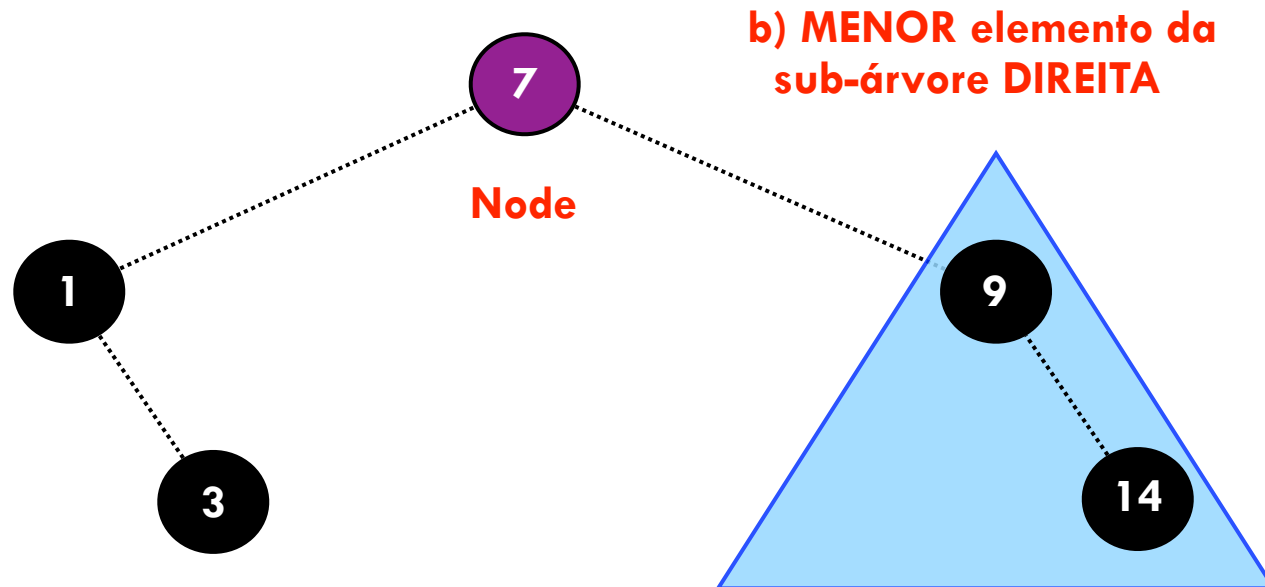
```
* node->direita != NULL  
* node->esquerda != NULL  
* node = getMaxAux(&(node->esquerda))
```

Remoção



Caso 4: nenhuma sub-árvore é nula
* node->direita != NULL
* node->esquerda != NULL

Remoção



Caso 4: nenhuma sub-arvore é nula

```
* node->direita != NULL  
* node->esquerda != NULL  
* node = getMinAux(&(node->direita))
```

Remoção

Remoção (Ponteiro *node, Item x)

1. se *node == NULL, não existe elemento a ser removido
 1. return (**false**);
2. se (*node)->elemento.chave == x.chave
// existe e tem q remover, verificar qual caso é
 1. Caso1: sub-arvore esquerda nula
 2. Caso2: sub-arvore direita nula
 3. Caso3: nó folha
 4. Caso4: existem ambas as sub-arvores
 5. return(**true**);
3. se (*node)->elemento.chave > x.chave
 1. return(Remoção recursivamente p filho da esquerda);
4. senão
 1. return(Remoção recursivamente p filho da direita);

Exercício 01



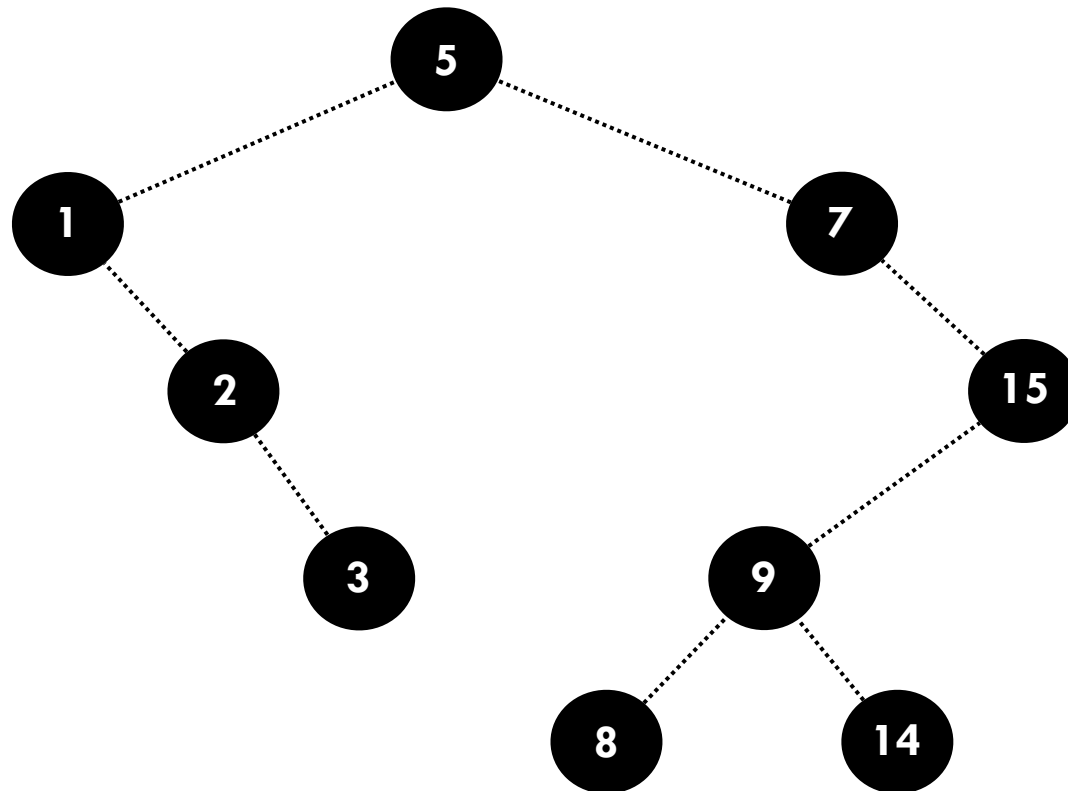
- Implementar a operação de remoção de árvores binárias;

Roteiro

- 1 Tópicos já vistos anteriormente
- 2 Remoção em Árvore Binárias
- 3 Próximos conteúdos
- 4 Referências

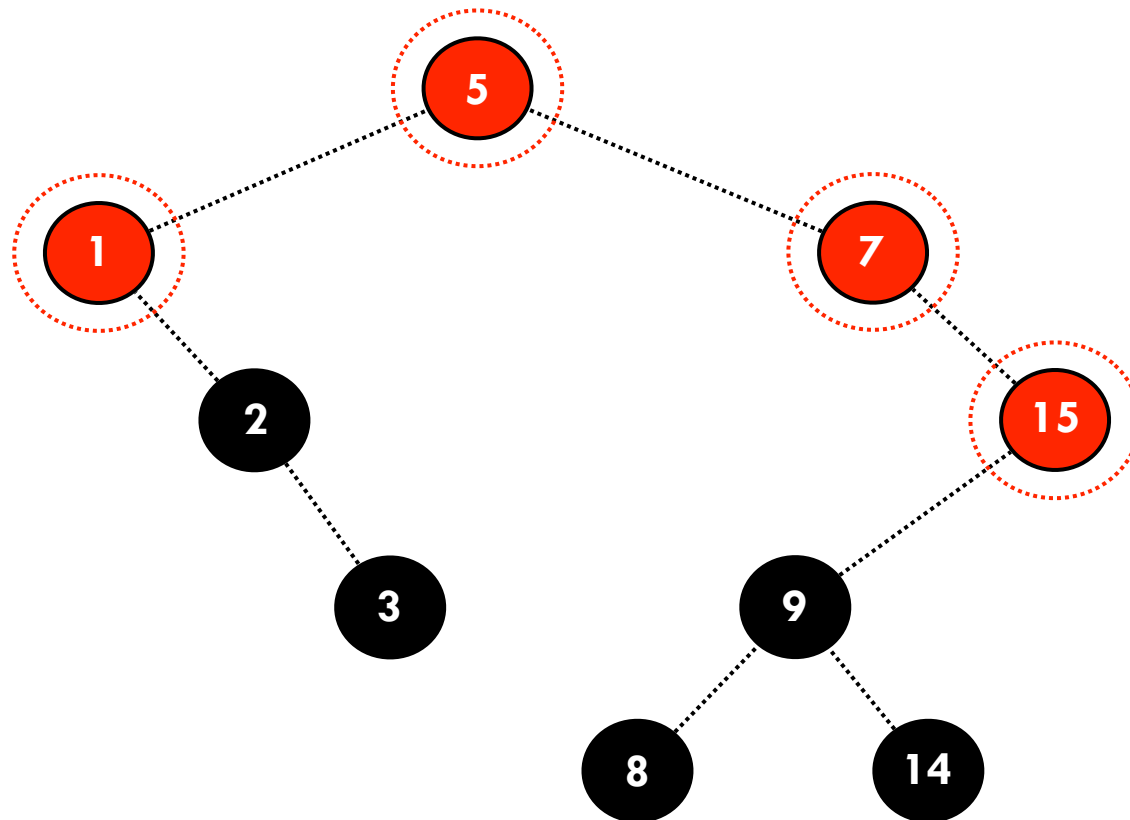
Próximas aulas

□ Desbalanceamentos



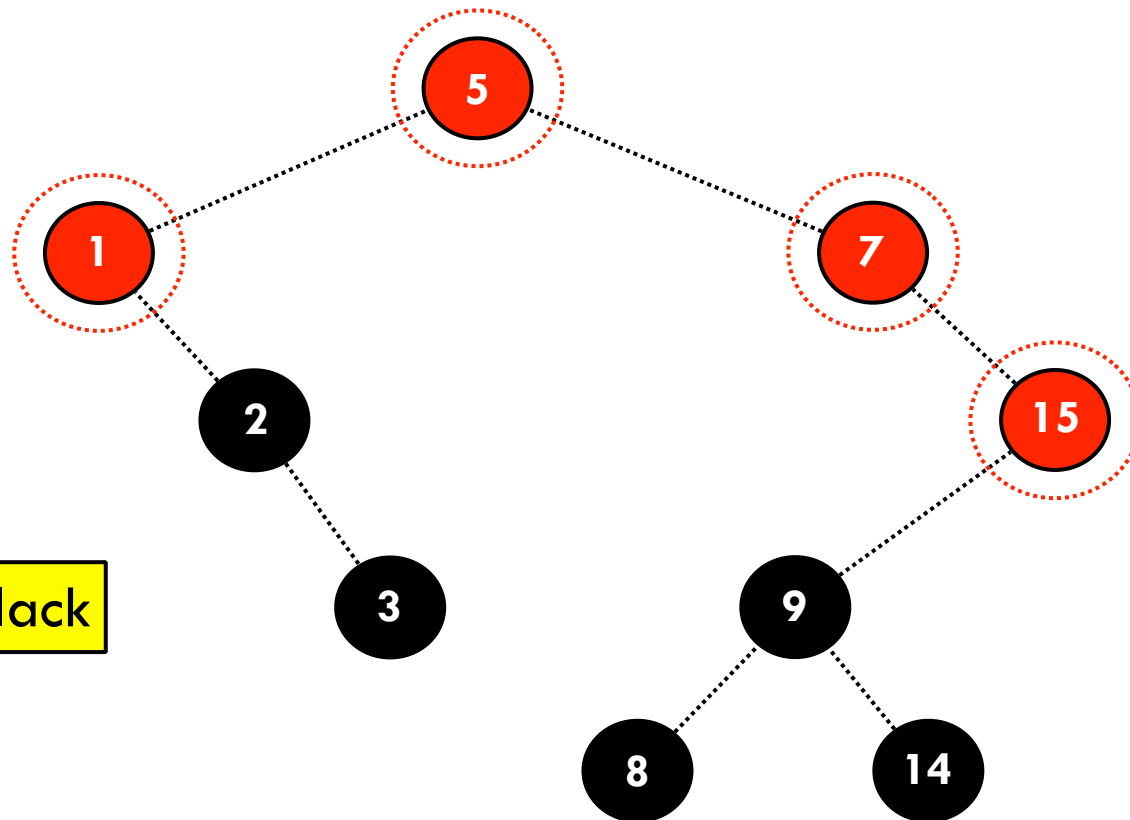
Próximas aulas

□ Desbalanceamentos



Próximas aulas

□ Desbalanceamentos



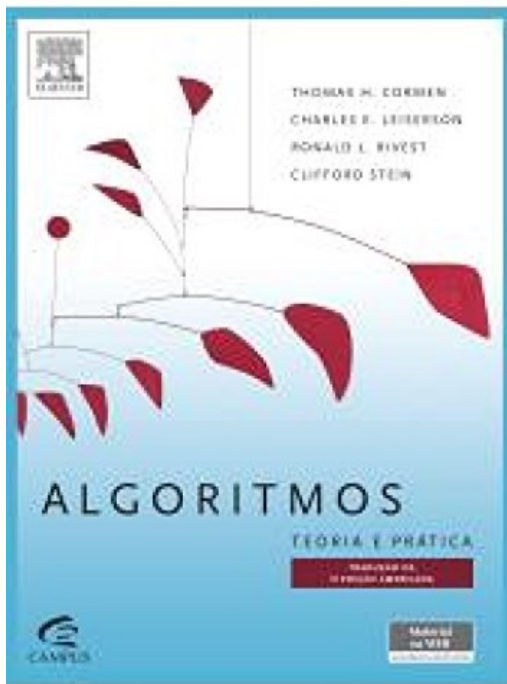
Árvores AVLs

Árvores Red-black

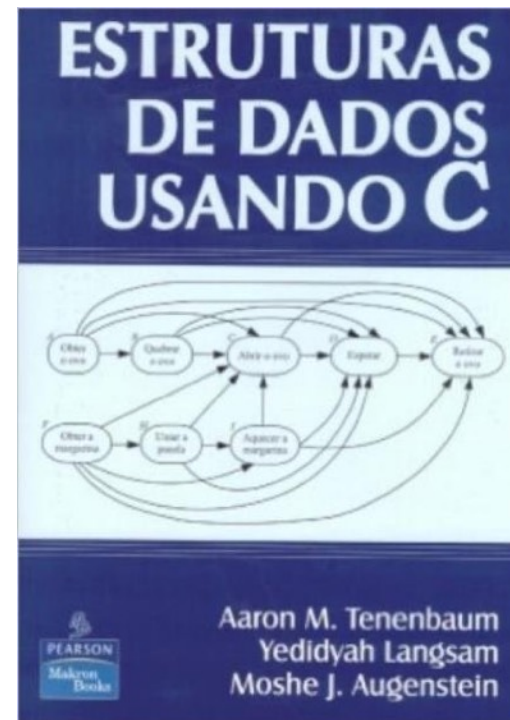
Roteiro

- 1 Tópicos já vistos anteriormente
- 2 Remoção em Árvore Binárias
- 3 Próximos conteúdos
- 4 Referências

Referências sugeridas

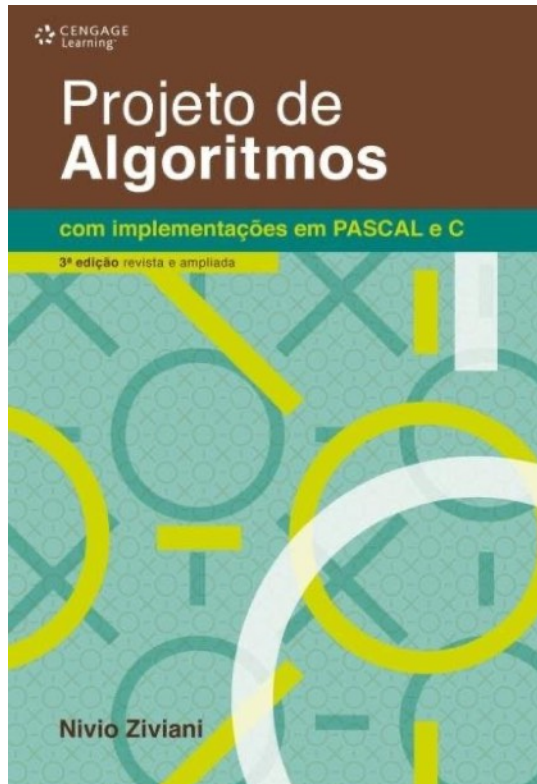


[Cormen et al, 2018]



[Tenenbaum et al, 1995]

Referências sugeridas



[Ziviani, 2010]



[Drozdek, 2017]

Perguntas?

Prof. Rafael G. **Mantovani**

rafaelmantovani@utfpr.edu.br