

# Engenharia de Computação Fundamentos de Computação

Aula 13 – Recursividade

**Prof. Fernando Barreto** 



- Aciona/Chama a própria função
  - A cada chamada, o estado atual da função (variáveis e valores) é suspenso e um novo estado é criado para a nova chamada.
- Deve-se ter um critério de parada, denominado caso-base
- Ideia de "dividir para conquistar"
  - Solução de problemas menores....
- Chamar a própria função com parâmetro diferente para que, em algum momento, o caso-base ocorra...
- Deve analisar se a recursividade pode ser aplicada ou vale a pena...

```
void recursao(int a) {
  if (a>0) {
     printf("%i ",a);
     recursao(a-1);
     printf("%i ", a);
  else printf("\n");
int main() {
    recursao(4);
    return 0;
```

- O tipo **void** usado indica que não tem possui retorno, para facilitar o exemplo.... OBS: <u>função recursiva pode ter valor de retorno !!!</u>
- Veja análise no próximo slide





```
void recursao(int a) {
  if (a>0) {
     printf("%i ",a);
     recursao(a-1);
     printf("%i ", a);
  else printf("\n");
int main() {
    recursao(4);
   return 0;
   SAÍDA: 4321
           1234
```

```
Estado: e1 if(a>0){
int a==4 printf("%i ",a);
recursao(a-1);
printf("%i ",a);
}
```





Tela:

```
void recursao(int a) {
  if (a>0) {
     printf("%i ",a);
     recursao(a-1);
     printf("%i ", a);
  else printf("\n");
int main() {
    recursao(4);
   return 0;
   SAÍDA: 4321
           1234
```

```
Estado: e1 if(a>0){
int a==4 printf("%i ",a);
recursao(a-1);
printf("%i ",a);
}
```





Tela:

4

```
void recursao(int a) {
  if (a>0) {
     printf("%i ",a);
     recursao(a-1);
     printf("%i ", a);
  else printf("\n");
int main() {
    recursao(4);
   return 0;
   SAÍDA: 4321
           1234
```

```
Estado: e1 if(a>0){
int a==4 printf("%i ",a);
recursao(a-1);
printf("%i ",a);
}
```



Tela:

43

4

```
void recursao(int a) {
  if (a>0) {
     printf("%i ",a);
     recursao(a-1);
     printf("%i ", a);
  else printf("\n");
int main() {
    recursao(4);
   return 0;
   SAÍDA: 4321
           1234
```

```
Estado: e1
                    if(a>0){}
                         printf("%i ",a);
      int a==4
                         recursao(a-1);
                         printf("%i ",a);
          Estado: e2
                        if(a>0){
          int a==3
                             printf("%i ",a);
                             recursao(a-1);
Tela:
                             printf("%i ",a);
```



```
Estado: e1
                                                 if(a>0){
void recursao(int a) {
                                                      printf("%i ",a);
                                    int a==4
   if (a>0) {
                                                      recursao(a-1);
                            Tela:
      printf("%i ",a);
                                                     printf("%i ",a);
                            4
      recursao(a-1);
      printf("%i ", a);
                                       Estado: e2
                                                     if(a>0){
                                       int a==3
                                                         printf("%i ",a);
                                                         recursao(a-1);
   else printf("\n");
                              Tela:
                                                         printf("%i ",a);
                              43
                                                        if(a>0){
                                           Estado: e3
int main() {
                                                             printf("%i ",a);
                                           int a==2
    recursao(4);
                                                             recursao(a-1);
                                  Tela:
    return 0;
                                                             printf("%i ",a);
                                 432
   SAÍDA: 4321
            1234
```



```
Caminho Ida
                                    Estado: e1
                                                 if(a>0){
void recursao(int a) {
                                                                            Caminho Volta
                                                      printf("%i ",a);
                                    int a==4
   if (a>0) {
                                                      recursao(a-1);
                            Tela:
      printf("%i ",a);
                                                      printf("%i ",a);
                            4
      recursao(a-1);
      printf("%i ", a);
                                        Estado: e2
                                                     if(a>0){
                                                          printf("%i ",a);
                                        int a==3
                                                          recursao(a-1);
   else printf("\n");
                              Tela:
                                                          printf("%i ",a);
                              43
                                                         if(a>0){
                                           Estado: e3
int main() {
                                           int a==2
                                                             printf("%i ",a);
    recursao(4);
                                                             recursao(a-1);
                                  Tela:
    return 0;
                                                             printf("%i ",a);
                                  432
                                                             if(a>0){
                                               Estado: e4
   SAÍDA: 4321
                                                                 printf("%i ",a);
                                               int a==1
            1234
                                                                 recursao(a-1);
                                     Tela:
                                                                 printf("%i ",a);
                                     4321
```



```
Caminho Ida
                                     Estado: e1
                                                  if(a>0){
void recursao(int a) {
                                                                             Caminho Volta
                                                       printf("%i ",a);
                                    int a==4
   if (a>0) {
                                                       recursao(a-1);
                            Tela:
      printf("%i ",a);
                                                      printf("%i ",a);
                            4
      recursao(a-1);
      printf("%i ", a);
                                        Estado: e2
                                                      if(a>0){
                                                          printf("%i ",a);
                                        int a==3
                                                          recursao(a-1);
   else printf("\n");
                               Tela:
                                                          printf("%i ",a);
                               43
                                                         if(a>0){
                                            Estado: e3
int main() {
                                                              printf("%i ",a);
                                            int a==2
    recursao(4);
                                                              recursao(a-1);
                                  Tela:
    return 0;
                                                              printf("%i ",a);
                                  432
                                                Estado: e4
                                                             if(a>0){}
   SAÍDA: 4321
                                                                  printf("%i ",a);
                                                int a==1
            1234
                                                                  recursao(a-1);
                                     Tela:
                                                                  printf("%i ",a);
                                     4321
                                                    Estado: e5
                                                                  if(a>0){//não entra}
                                       Tela:
                                                                  else printf("\n");
                                                    int a==0
                                       4 3 2 1 '\n'
```



```
Caminho Ida
                                    Estado: e1
                                                  if(a>0){
void recursao(int a) {
                                                                             Caminho Volta
                                                      printf("%i ",a);
                                    int a==4
   if (a>0) {
                                                      recursao(a-1);
                            Tela:
      printf("%i ",a);
                                                      printf("%i ",a);
                            4
      recursao(a-1);
      printf("%i ", a);
                                        Estado: e2
                                                     if(a>0){
                                                          printf("%i ",a);
                                        int a==3
                                                          recursao(a-1);
   else printf("\n");
                              Tela:
                                                          printf("%i ",a);
                              43
                                                         if(a>0){
                                            Estado: e3
int main() {
                                                              printf("%i ",a);
                                           int a==2
    recursao(4);
                                                              recursao(a-1);
                                  Tela:
    return 0;
                                                              printf("%i ",a);
                                  432
                                               Estado: e4
                                                             if(a>0){
   SAÍDA: 4321
                                                                                        Tela:
                                                                  printf("%i ",a);
                                               int a==1
            1234
                                                                                        4321
                                                                  recursao(a-1);
                                     Tela:
                                                                  printf("%i ",a);
                                     4321
                                                    Estado: e5
                                                                 if(a>0){//não entra}
                                       Tela:
                                                                 else printf("\n");
                                                    int a==0
                                       4 3 2 1 '\n'
```



```
Caminho Ida
                                    Estado: e1
                                                  if(a>0){
void recursao(int a) {
                                                                            Caminho Volta
                                                      printf("%i ",a);
                                    int a==4
   if (a>0) {
                                                      recursao(a-1);
                            Tela:
      printf("%i ",a);
                                                      printf("%i ",a);
                            4
      recursao(a-1);
      printf("%i ", a);
                                        Estado: e2
                                                     if(a>0){
                                                          printf("%i ",a);
                                        int a==3
                                                          recursao(a-1);
   else printf("\n");
                              Tela:
                                                          printf("%i ",a);
                              43
                                                         if(a>0){
                                           Estado: e3
int main() {
                                           int a==2
                                                             printf("%i ",a);
                                                                                     Tela:
    recursao(4);
                                                             recursao(a-1);
                                                                                     4321
                                  Tela:
    return 0;
                                                             printf("%i ",a)
                                                                                     12
                                  432
                                               Estado: e4
                                                             if(a>0){
   SAÍDA: 4321
                                                                                        Tela:
                                                                 printf("%i ",a);
                                               int a==1
            1234
                                                                                        4321
                                                                 recursao(a-1);
                                     Tela:
                                                                 printf("%i ",a);
                                     4321
                                                                 if(a>0){//não entra}
                                                    Estado: e5
                                       Tela:
                                                                 else printf("\n");
                                                   int a==0
                                       4 3 2 1 '\n'
```



```
Caminho Ida
                                    Estado: e1
                                                  if(a>0){
void recursao(int a) {
                                                                            Caminho Volta
                                                      printf("%i ",a);
                                    int a==4
   if (a>0) {
                                                      recursao(a-1);
                            Tela:
      printf("%i ",a);
                                                      printf("%i ",a);
                            4
      recursao(a-1);
      printf("%i ", a);
                                        Estado: e2
                                                     if(a>0){
                                                          printf("%i ",a);
                                        int a==3
                                                                                    Tela:
                                                          recursao(a-1);
   else printf("\n");
                              Tela:
                                                                                    4321
                                                          printf("%i ",a);
                              43
                                                                                    123
                                                         if(a>0){
                                           Estado: e3
int main() {
                                           int a==2
                                                             printf("%i ",a);
                                                                                     Tela:
    recursao(4);
                                                             recursao(a-1);
                                                                                     4321
                                  Tela:
    return 0;
                                                             printf("%i ",a);
                                                                                     12
                                  432
                                               Estado: e4
                                                             if(a>0){
   SAÍDA: 4321
                                                                                        Tela:
                                                                 printf("%i ",a);
                                               int a==1
            1234
                                                                                        4321
                                                                 recursao(a-1);
                                     Tela:
                                                                 printf("%i ",a);
                                     4321
                                                                 if(a>0){//não entra}
                                                    Estado: e5
                                       Tela:
                                                                 else printf("\n");
                                                   int a==0
                                       4 3 2 1 '\n'
```



```
Caminho Ida
                                    Estado: e1
                                                 if(a>0){
void recursao(int a) {
                                                                            Caminho Volta
                                                      printf("%i ",a);
                                    int a==4
   if (a>0) {
                                                      recursao(a-1);
                                                                              Tela:
                            Tela:
      printf("%i ",a);
                                                      printf("%i ",a)
                                                                              4321
                            4
      recursao(a-1);
                                                                              1234
      printf("%i ", a);
                                        Estado: e2
                                                     if(a>0){
                                       int a==3
                                                         printf("%i ",a);
                                                                                  Tela:
                                                         recursao(a-1);
   else printf("\n");
                              Tela:
                                                                                  4321
                                                         printf("%i ",a);
                              43
                                                                                  123
                                                        if(a>0){
                                           Estado: e3
int main() {
                                           int a==2
                                                             printf("%i ",a);
                                                                                    Tela:
    recursao(4);
                                                             recursao(a-1);
                                                                                    4321
                                  Tela:
    return 0;
                                                             printf("%i ",a);
                                                                                    12
                                  432
                                                            if(a>0){}
                                               Estado: e4
   SAÍDA: 4321
                                                                                       Tela:
                                                                 printf("%i ",a);
                                               int a==1
            1234
                                                                                       4321
                                                                 recursao(a-1);
                                    Tela:
                                                                 printf("%i ",a);
                                    4321
                                                                 if(a>0){//não entra}
                                                   Estado: e5
                                       Tela:
                                                                 else printf("\n");
                                                   int a==0
                                       4 3 2 1 '\n'
```



### Função recursiva com valor de retorno

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

main() com x==5 mostra crescente(x)



### Função recursiva com valor de retorno

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

main() com x==5 mostra\_crescente(x)

Estado: e0 , int inicio==5 mostra\_crescente(inicio-1) return inicio



### Função recursiva com valor de retorno

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra_crescente(x)
```

Estado: e0 , int inicio==5 mostra\_crescente(inicio-1) return inicio

Estado: e1 , int inicio==4 mostra\_crescente(inicio-1) return inicio



```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra_crescente(x)

Estado: e0 , int inicio==5
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio

Estado: e1 , int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio

Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
```



```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
```



### Função recursiva com valor de retorno

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra crescente(x));
   return 0;
```

SAÍDA: 012345

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e4, int inicio==1
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
```



```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e4, int inicio==1
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e5, int inicio==0
return 0
```



## Função recursiva com valor de retorno

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e4, int inicio==1
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e5, int inicio==0
```

return 0



```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra_crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e4 , int inicio==1
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e5, int inicio==0
return 0
```

### USIFPR UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i ", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2, int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e3 , int inicio==2
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e4 , int inicio==1
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e5, int inicio==0
return 0
```

**Campus Apucarana** 

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e4 , int inicio==1
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e5, int inicio==0
return 0
```

**Campus Apucarana** 

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e4 , int inicio==1
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e5, int inicio==0
return 0
```



**Campus Apucarana** 

```
int mostra crescente(int inicio) {
   if (inicio > 0) {
     printf("%i", mostra_crescente(inicio-1));
     return inicio;
   else return 0;
int main() {
   int x=5;
   printf("%i\n", mostra_crescente(x));
   return 0;
           SAÍDA: 012345
```

```
main() com x==5
mostra crescente(x)
Estado: e0 , int inicio==5
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e1, int inicio==4
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e2 , int inicio==3
mostra_crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e3, int inicio==2
mostra crescente(inicio-1
return inicio
Estado: e4 , int inicio==1
mostra_crescente(inicio-1)
return inicio
Estado: e5, int inicio==0
return 0
```



#### **Exercícios**

Qual o resultado do programa abaixo e por que?

```
int analisar(int num) {
  if (num == 1)
    return 1;
  if (num % 2 == 0)
    return analisar(num/2);
  return analisar((num-1)/2) + analisar((num+1)/2);
}
int main() {
  printf("%i", analisar(7));
  return 0;
}
```



#### Exercícios

#### • Utilizando Recursão:

- Crie uma função que receba um número inteiro e gere todo os números em ordem decrescente até 0
- Crie uma função que retorne x\*y através de operação de soma. A função recebe x e y por parâmetro
- Crie uma função que retorne x<sup>y</sup> através de operação de multiplicação. A função recebe x e y por parâmetro
- Crie uma função que retorne o fatorial de um número passado por parâmetro. A ideia do fatorial está abaixo:

$$F(n) = \begin{cases} 1 & \text{if } n = 0, \ n = 1 \\ nF(n-1) & \text{if } n > 1 \end{cases}$$

– Faça uma função recursiva que retorne o n-ésimo termo da sequência de Fibonacci, sendo que n é recebido por parâmetro. Utilize essa função para desenvolver um programa que mostre no main() os n termos dessa sequência na tela, a partir do valor de n recebido pelo teclado. Sabe-se que o 1º termo é 0 e o 2º termo é 1.