

Reto Parcial 2 Análisis Numérico

Gabriel Andrés Niño Carvajal - Juliana García Mogollón

19 de abril de 2020

1 Introduccion

El objetivo de esta sección es hacer una breve descripción del contenido del documento. Primero, se describe el problema. Luego, se describe la solución sencilla del problema, es decir, se realizaron graficas sencillas del mortero preocupandose sólo por su contorno. Después, se describe la solución compleja al problema, es decir, se realizaron graficas complejas del mortero preocupandose también por mostrar el volumen del objeto. Finalmente, se describe un conjunto de conclusiones donde se compara el funcionamiento e implementación de los dos métodos empleados para resolver el problema: Splines y Splines de Bezier.

2 Reto de Interpolación

El objetivo propuesto es conseguir dibujar el mortero valenciano (Figure 1) usando superficies de Bezier y otro método (BSplines). Para ello se puede utilizar R (PathInterpolatR, gridBezier,vwline) o Python (griddata, matplotlib).



Figure 1: Mortero Valenciano

Se sugiere dividir la figura en cuatro cuadrantes, de manera que una vez construido uno, el resto puede representarse realizando rotaciones por ejemplo. Tenga en cuenta que la figura no puede representarse mediante una única superficie hay que dividirla de la manera eficiente. Tenga en cuenta que las zonas afiladas. Para el caso de superficies la derivada es obviamente direccional, pero la idea es la misma.

3 Solución Mortero Sencillo

De acuerdo con las instrucciones de la profesora, se eligió un nuevo mortero que se muestra en Figure 2.



Figure 2: Mortero Sencillo

Se busca graficar un mortero sencillo, ya que el mortero valenciano es más difícil de graficar debido a los picos característicos que maneja su figura. A partir de Figure 2 y utilizando el programa Paint 3D se dibujo un "esqueleto" de uno de los cuadrantes del mortero, y se utilizo el programa Paint para dibujar un sistema de coordenadas como se muestra en Figure 3:

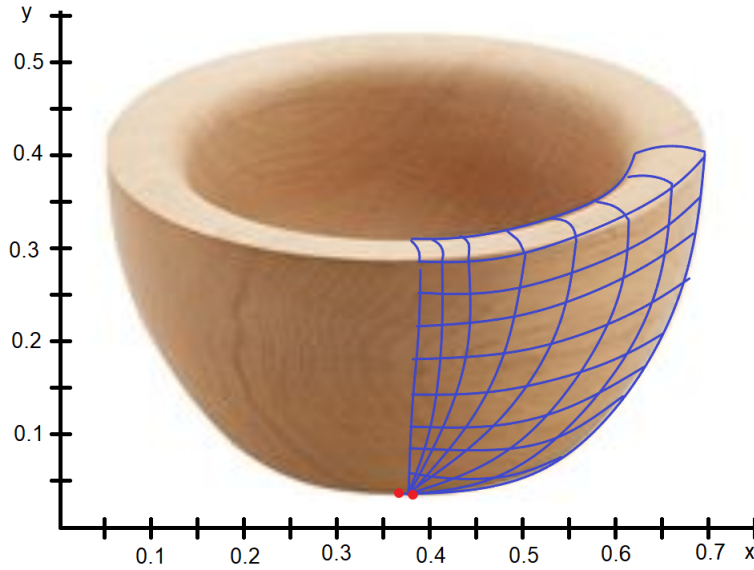


Figure 3: Coordenadas Mortero

El rango de x es $[0, 0.75]$ y el rango de y es $[0, 0.55]$, se manejaron puntos que estuviesen por debajo de 1 debido a que la función de Bezier que se utilizó no gráfica más allá de 1. A partir de Figure 3 se realizaron las mediciones correspondientes para graficar el mortero.

Para que la figura fuera lo más exacta posible a la imagen original, los puntos se midieron haciendo una regla de tres con las coordenadas de los pixeles de la imagen, esto puede determinarse gracias al programa Paint que, dependiendo de donde esté ubicado el cursor, muestra las coordenadas en pixeles. Se utilizaron las siguientes fórmulas de conversión:

$$x = (pixel_x - 142) * 0.75 / 865$$

$$y = (677 - pixel_y) * 0.55 / 638$$

Donde (x, y) representa un punto del mortero dentro del plano cartesiano establecido.

3.1 Solución por Splines de Bezier

Primero se midieron los puntos más importantes para la figura, los puntos que tienen a y b en su nombre son los puntos intermedios que ayudan a formar el polígono de control de cada curva de Bezier.

$Pixel_x$	$Pixel_y$	Punto	x	y
580	636	Base	0.379768786	0.035344828
945	209	p1	0.696242775	0.403448276
794	656	p1a	0.565317919	0.018103448
941	512	p1b	0.692774566	0.142241379
588	346	p8	0.386705202	0.285344828
712	357	p8-1a	0.494219653	0.275862069
912	273	p8-1b	0.667630058	0.348275862
859	212	p9	0.621676301	0.400862069
580	317	p16	0.379768786	0.310344828
689	337	p16-9a	0.474277457	0.293103448
849	258	p16-9b	0.61300578	0.361206897

Table 1: Puntos Bezier Sencillos

En Figure 4 se muestran los polígonos de control:

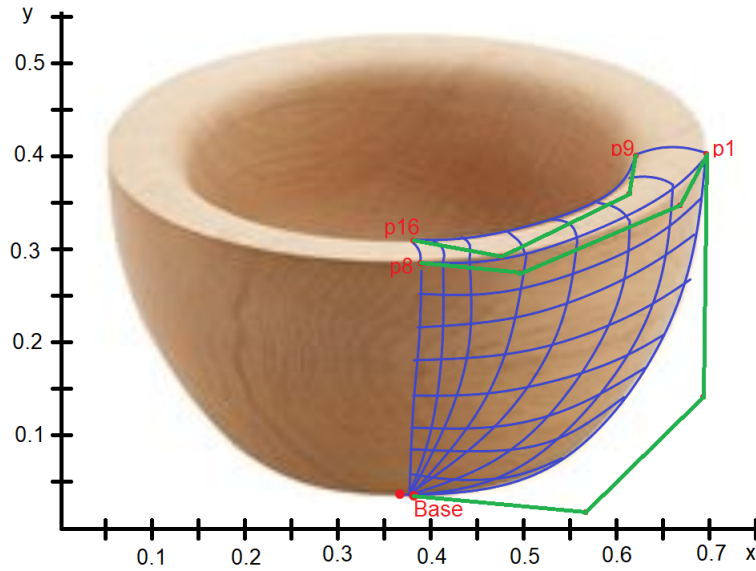


Figure 4: Mortero con Polígonos

Estos puntos representan sólo un cuadrante del mortero, de acuerdo con la sugerencia de la profesora, se utilizó el punto Base para hacer la rotación en x

y se utilizo el punto p1 para hacer la rotación en y .
 Teniendo en cuenta todo lo anterior, se escribió un programa en R para graficar el mortero, se utilizó la libreria gridBezier, el nombre del programa es BezierSencillo.R.

```
rm(list=ls())
#Splines de Bezier para graficar el Mortero
options(digits = 16)
library(grid)
library(gridBezier)
library(vwline)
grid.newpage()
#Punto Base-----
xbase<-0.379768786
ybase<-0.035344828
#Punto p1
xp1<-0.696242775
yp1<-0.403448276
#Lineas Verticales -----
#Base a p1-----
x<-c(xbase,0.565317919,0.692774566,xp1)
y<-c(ybase,0.018103448,0.142241379,yp1)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#-----
#Borde superior-----
#p8 a p1-----
x<-c(0.386705202,0.494219653,0.667630058,xp1)
y<-c(0.285344828,0.275862069,0.348275862,yp1)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p16 a p9-----
x<-c(0.379768786,0.474277457,0.61300578,0.621676301)
y<-c(0.310344828,0.293103448,0.361206897,0.400862069)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
```

```

xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#_-----

```

La gráfica resultante fue la que se muestra en Figure 5:

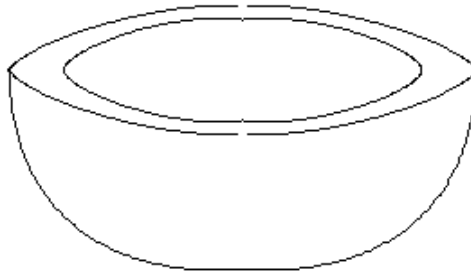


Figure 5: Mortero Sencillo

3.2 Mortero Splines Normales

Para este caso fue necesario utilizar más puntos:

$Pixel_x$	$Pixel_y$	Punto	x	y
580	636	Base	0.379768786	0.035344828
945	209	p1	0.696242775	0.403448276
903	254	p2	0.65982659	0.364655172
847	289	p3	0.611271676	0.334482759
784	316	p4	0.556647399	0.311206897
721	336	p5	0.502023121	0.293965517
652	346	p6	0.442196532	0.285344828
617	347	p7	0.411849711	0.284482759
588	346	p8	0.386705202	0.285344828
859	212	p9	0.621676301	0.400862069
847	240	p10	0.611271676	0.376724138
807	270	p11	0.576589595	0.350862069
755	291	p12	0.53150289	0.332758621
698	306	p13	0.482080925	0.319827586
643	315	p14	0.434393064	0.312068966
606	317	p15	0.402312139	0.310344828
580	317	p16	0.379768786	0.310344828
940	264	p17	0.691907514	0.356034483
934	309	p18	0.686705202	0.317241379
917	373	p19	0.671965318	0.262068966
891	437	p20	0.649421965	0.206896552
870	478	p21	0.631213873	0.171551724
844	515	p22	0.60867052	0.139655172
765	591	p23	0.54017341	0.074137931

Table 2: Puntos Mortero Spline

Los puntos utilizados se muestran Figure 6, se utilizó hasta el punto p23, los 7 puntos restantes no se utilizaron en esta solución:

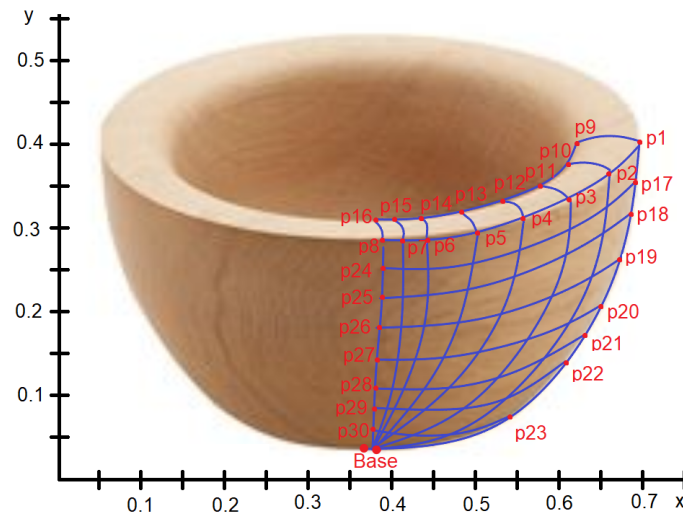


Figure 6: Mortero Sencillo

Nuevamente se hizo un programa en el lenguaje R para graficar el mortero pero esta vez utilizando el método Splines, el nombre del programa es Splines-Mortero.R:

```
rm(list=ls())
options(digits=16)
#Interpolacion Mortero por Splines
#x-----
puntosx<-c(0.379768786,0.696242775,0.65982659
,0.611271676,0.556647399,0.502023121
,0.442196532,0.411849711,0.386705202
,0.621676301,0.611271676,0.576589595
,0.53150289,0.482080925,0.434393064
,0.402312139,0.379768786,0.691907514
,0.686705202,0.671965318,0.649421965
,0.631213873,0.60867052,0.54017341)

puntosy<-c(0.035344828,0.403448276,0.364655172
,0.334482759,0.311206897,0.293965517
,0.285344828,0.284482759,0.285344828
,0.400862069,0.376724138,0.350862069
,0.332758621,0.319827586,0.312068966
,0.310344828,0.310344828,0.356034483
,0.317241379,0.262068966,0.206896552
```



```

,0.171551724,0.139655172,0.074137931)

plot(puntosx,puntosy ,main=paste("Mortero"),xlim=c(0,0.75)
,ylim=c(0,0.55),col="red")
#Punto Base-----
xbase<-0.379768786
ybase<-0.035344828
#Punto p1
xp1<-0.696242775
yp1<-0.403448276
#Lineas Verticales -----
#Base a p1-----
x<-c(xbase,puntosx[18],puntosx[19],puntosx[20]
,puntosx[21],puntosx[22],puntosx[23],puntosx[24],xp1)
y<-c(ybase,puntosy[18],puntosy[19],puntosy[20]
,puntosy[21],puntosy[22],puntosy[23],puntosy[24],yp1)
lines(spline(x, y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4]
,2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7],2*xbase-x[8]
,2*xbase-x[9])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#-----
#Borde superior-----
#p8 a p1-----
x<-c(puntosx[2],puntosx[3],puntosx[4],puntosx[5]
,puntosx[6],puntosx[7],puntosx[8],puntosx[9])
y<-c(puntosy[2],puntosy[3],puntosy[4],puntosy[5]
,puntosy[6],puntosy[7],puntosy[8],puntosy[9])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4]
,2*yp1-y[5],2*yp1-y[6],2*yp1-y[7],2*yp1-y[8])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p16 a p9-----
x<-c(puntosx[10],puntosx[11],puntosx[12],puntosx[13]
,puntosx[14],puntosx[15],puntosx[16],puntosx[17])
y<-c(puntosy[10],puntosy[11],puntosy[12],puntosy[13]
,puntosy[14],puntosy[15],puntosy[16],puntosy[17])

```

```

lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7],
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4],
,2*yp1-y[5],2*yp1-y[6],2*yp1-y[7],2*yp1-y[8])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")

```

La gráfica resultante se muestra en Figure 7:

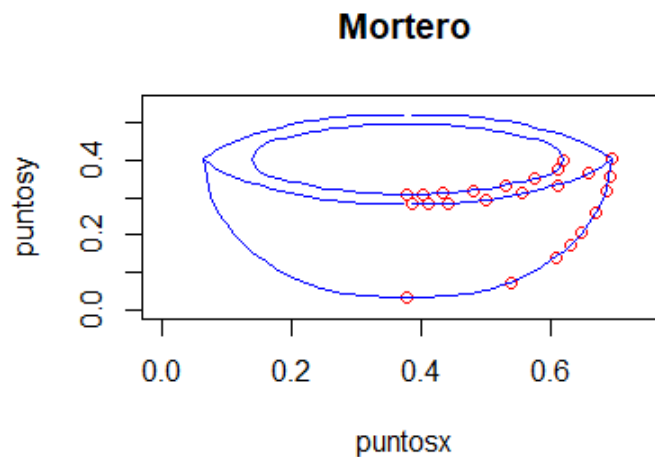


Figure 7: Mortero Splines

4 Solución Mortero con Volumen

4.1 Splines de Bezier con Volumen

Para graficar el mortero con volumen se necesitaron 31 puntos principales y 48 puntos intermedios para formar los polígonos de control de cada curva.

P_{ixel_x}	P_{ixel_y}	Punto	x	y
580	636	Base	0.379768786	0.035344828
945	209	p1	0.696242775	0.403448276
794	656	p1a	0.565317919	0.018103448
941	512	p1b	0.692774566	0.142241379
903	254	p2	0.65982659	0.364655172
746	620	p2a	0.523699422	0.049137931
905	425	p2b	0.661560694	0.217241379
847	289	p3	0.611271676	0.334482759
741	580	p3a	0.519364162	0.08362069
852	427	p3b	0.615606936	0.215517241
784	316	p4	0.556647399	0.311206897
720	529	p4a	0.501156069	0.127586207
780	437	p4b	0.553179191	0.206896552
721	336	p5	0.502023121	0.293965517
694	500	p5a	0.478612717	0.152586207
716	440	p5b	0.497687861	0.204310345
652	346	p6	0.442196532	0.285344828
646	518	p6a	0.43699422	0.137068966
662	444	p6b	0.450867052	0.200862069
617	347	p7	0.411849711	0.284482759
615	527	p7a	0.410115607	0.129310345
624	464	p7b	0.417919075	0.18362069
588	346	p8	0.386705202	0.285344828
712	357	p8-1a	0.494219653	0.275862069
912	273	p8-1b	0.667630058	0.348275862
593	336	p8-16a	0.391040462	0.293965517
590	324	p8-16b	0.388439306	0.304310345
859	212	p9	0.621676301	0.400862069
872	193	p9-1a	0.632947977	0.417241379
912	190	p9-1b	0.667630058	0.419827586
847	240	p10	0.611271676	0.376724138
863	228	p10-2a	0.625144509	0.387068966
899	233	p10-2b	0.656358382	0.382758621
807	270	p11	0.576589595	0.350862069
822	264	p11-3a	0.589595376	0.356034483
841	271	p11-3b	0.606069364	0.35
755	291	p12	0.53150289	0.332758621
776	288	p12-4a	0.549710983	0.335344828
788	299	p12-4b	0.560115607	0.325862069
698	306	p13	0.482080925	0.319827586
712	311	p13-5a	0.494219653	0.315517241
721	321	p13-5b	0.502023121	0.306896552
643	315	p14	0.434393064	0.312068966
650	317	p14-6a	0.440462428	0.310344828
654	328	p14-6b	0.443930636	0.300862069
606	317	p15	0.402312139	0.310344828
620	320	p15-7a	0.414450867	0.307758621
625	334	p15-7b	0.418786127	0.295689655

580	317	p16	0.379768786	0.310344828
689	337	p16-9a	0.474277457	0.293103448
849	258	p16-9b	0.61300578	0.361206897
940	264	p17	0.691907514	0.356034483
934	309	p18	0.686705202	0.317241379
917	373	p19	0.671965318	0.262068966
891	437	p20	0.649421965	0.206896552
870	478	p21	0.631213873	0.171551724
844	515	p22	0.60867052	0.139655172
765	591	p23	0.54017341	0.074137931
589	386	p24	0.387572254	0.250862069
678	400	p24-17a	0.464739884	0.238793103
931	277	p24-17b	0.684104046	0.344827586
588	424	p25	0.386705202	0.218103448
687	445	p25-18a	0.472543353	0.2
870	379	p25-18b	0.631213873	0.256896552
584	467	p26	0.383236994	0.181034483
646	486	p26-19a	0.43699422	0.164655172
878	420	p26-19b	0.638150289	0.221551724
582	511	p27	0.38150289	0.143103448
678	524	p27-20a	0.464739884	0.131896552
850	476	p27-20b	0.613872832	0.173275862
579	551	p28	0.378901734	0.10862069
654	566	p28-21a	0.443930636	0.095689655
779	539	p28-21b	0.552312139	0.118965517
578	580	p29	0.378034682	0.08362069
715	588	p29-22a	0.496820809	0.076724138
776	568	p29-22b	0.549710983	0.093965517
575	607	p30	0.375433526	0.060344828
614	623	p30-23a	0.409248555	0.046551724
702	623	p30-23b	0.485549133	0.046551724

Table 3: Puntos Mortero Bezier con Volumen

En este caso si se utilizarón todos los puntos que se muestran en Figure 8:

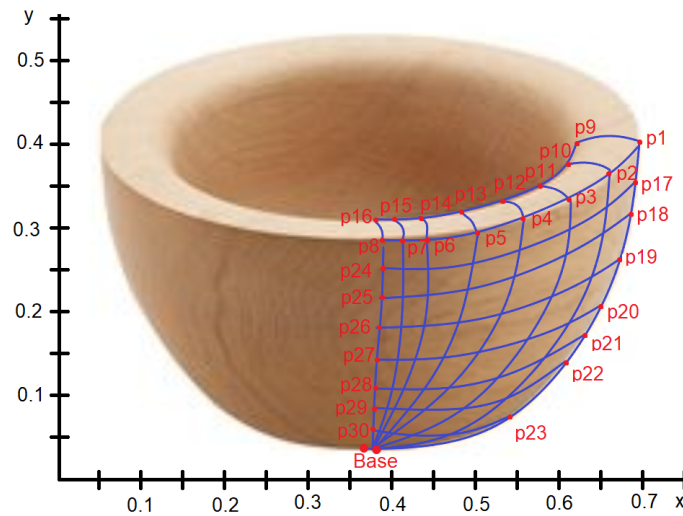


Figure 8: Puntos Mortero

Teniendo en cuenta lo anterior se hizo un programa en el lenguaje R para graficar el mortero utilizando los Splines de Bezier, el nombre del programa es Bezier.R:

```
rm(list=ls())
#Splines de Bezier para graficar el Mortero
options(digits = 16)
library(grid)
library(gridBezier)
library(vwline)
grid.newpage()
#Punto Base-----
xbase<-0.379768786
ybase<-0.035344828
#Punto p1
xp1<-0.696242775
yp1<-0.403448276
#Lineas Verticales -----
#Base a p1-----
x<-c(xbase,0.565317919,0.692774566,xp1)
y<-c(ybase,0.018103448,0.142241379,yp1)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
```

```

xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#-----
#Base a p2-----
x<-c(xbase,0.523699422,0.661560694,0.65982659)
y<-c(ybase,0.049137931,0.217241379,0.364655172)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Base a p3-----
x<-c(xbase,0.519364162,0.615606936,0.611271676)
y<-c(ybase,0.08362069,0.215517241,0.334482759)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Base a p4-----
x<-c(xbase,0.501156069,0.553179191,0.556647399)
y<-c(ybase,0.127586207,0.206896552,0.311206897)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Base a p5-----
x<-c(xbase,0.478612717,0.497687861,0.502023121)
y<-c(ybase,0.152586207,0.204310345,0.293965517)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Base a p6-----
x<-c(xbase,0.43699422,0.450867052,0.442196532)
y<-c(ybase,0.137068966,0.200862069,0.285344828)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Base a p7-----
x<-c(xbase,0.410115607,0.417919075,0.411849711)
y<-c(ybase,0.129310345,0.18362069,0.284482759)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#-----

```

```

#Lineas Horizontales-----
#p24 a p17-----
x<-c(0.387572254,0.464739884,0.684104046,0.691907514)
y<-c(0.250862069,0.238793103,0.344827586,0.356034483)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#p25 a p18-----
x<-c(0.386705202,0.472543353,0.631213873,0.686705202)
y<-c(0.218103448,0.2,0.256896552,0.317241379)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#p26 a p19-----
x<-c(0.383236994,0.43699422,0.638150289,0.671965318)
y<-c(0.181034483,0.164655172,0.221551724,0.262068966)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#p27 a p20-----
x<-c(0.38150289,0.464739884,0.613872832,0.649421965)
y<-c(0.143103448,0.131896552,0.173275862,0.206896552)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#p28 a p21-----
x<-c(0.378901734,0.443930636,0.552312139,0.631213873)
y<-c(0.10862069,0.095689655,0.118965517,0.171551724)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#p29 a p22-----
x<-c(0.378034682,0.496820809,0.549710983,0.60867052)
y<-c(0.08362069,0.076724138,0.093965517,0.139655172)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x

```

```

xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#p30 a p23-----
x<-c(0.375433526,0.409248555,0.485549133,0.54017341)
y<-c(0.060344828,0.046551724,0.046551724,0.074137931)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#-----
#Borde superior-----
#p8 a p1-----
x<-c(0.386705202,0.494219653,0.667630058,0.667630058,0.667630058,0.667630058)
y<-c(0.285344828,0.275862069,0.348275862,0.348275862,0.348275862,0.348275862)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p16 a p9-----
x<-c(0.379768786,0.474277457,0.61300578,0.621676301)
y<-c(0.310344828,0.293103448,0.361206897,0.400862069)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p9 a p1-----
x<-c(0.621676301,0.632947977,0.667630058,0.667630058,0.667630058,0.667630058)
y<-c(0.400862069,0.417241379,0.419827586,0.419827586,0.419827586,0.419827586)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4])

```



```

grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p10 a p2-----
x<-c(0.611271676,0.625144509,0.656358382,0.65982659)
y<-c(0.376724138,0.387068966,0.382758621,0.364655172)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p11 a p3-----
x<-c(0.576589595,0.589595376,0.606069364,0.611271676)
y<-c(0.350862069,0.356034483,0.35,0.334482759)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p12 a p4-----
x<-c(0.53150289,0.549710983,0.560115607,0.556647399)
y<-c(0.332758621,0.335344828,0.325862069,0.311206897)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p13 a p5-----

```

```

x<-c(0.482080925,0.494219653,0.502023121,0.502023121)
y<-c(0.319827586,0.315517241,0.306896552,0.293965517)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p14 a p6-----
x<-c(0.434393064,0.440462428,0.443930636,0.442196532)
y<-c(0.312068966,0.310344828,0.300862069,0.285344828)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p15 a p7-----
x<-c(0.402312139,0.414450867,0.418786127,0.411849711)
y<-c(0.310344828,0.307758621,0.295689655,0.284482759)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#p8 a p16-----
x<-c(0.386705202,0.391040462,0.388439306,0.379768786)
y<-c(0.285344828,0.293965517,0.304310345,0.310344828)
grid.Bezier(x,y)
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],
,2*xbase-x[4])
grid.Bezier(xrx,y)

```

```

#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4])
grid.Bezier(x,yry)
#Reflejo xy
grid.Bezier(xrx,yry)
#-----

```

El resultado se muestra en Figure 9:

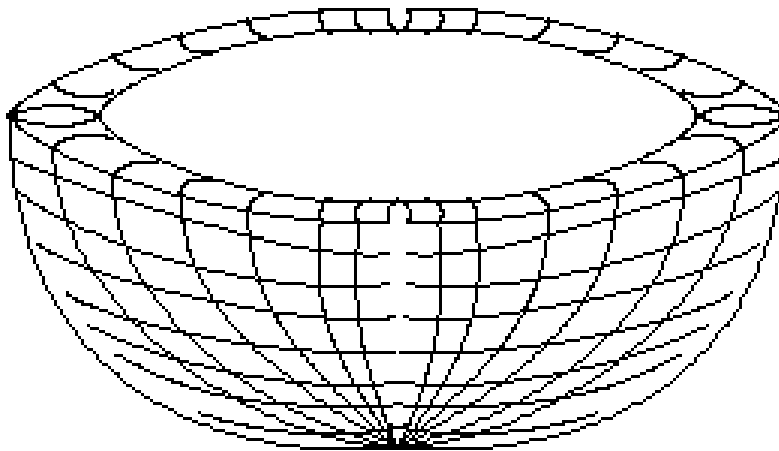


Figure 9: Mortero Splines Bezier

4.2 Splines con volumen

Para graficar el mortero con volumen se necesitaron 31 puntos principales y 50 puntos intermedios para formar las curvas.

$P_{i,j}^x$	$P_{i,j}^y$	Punto	x	y
580	636	Base	0.379768786	0.035344828
945	209	p1	0.696242775	0.403448276
903	254	p2	0.65982659	0.364655172
847	289	p3	0.611271676	0.334482759
784	316	p4	0.556647399	0.311206897
721	336	p5	0.502023121	0.293965517
652	346	p6	0.442196532	0.285344828
617	347	p7	0.411849711	0.284482759
588	346	p8	0.386705202	0.285344828
859	212	p9	0.621676301	0.400862069
847	240	p10	0.611271676	0.376724138
807	270	p11	0.576589595	0.350862069
755	291	p12	0.53150289	0.332758621
698	306	p13	0.482080925	0.319827586
643	315	p14	0.434393064	0.312068966
606	317	p15	0.402312139	0.310344828
580	317	p16	0.379768786	0.310344828
940	264	p17	0.691907514	0.356034483
934	309	p18	0.686705202	0.317241379
917	373	p19	0.671965318	0.262068966
891	437	p20	0.649421965	0.206896552
870	478	p21	0.631213873	0.171551724
844	515	p22	0.60867052	0.139655172
765	591	p23	0.54017341	0.074137931
589	386	p24	0.387572254	0.250862069
588	424	p25	0.386705202	0.218103448
584	467	p26	0.383236994	0.181034483
582	511	p27	0.38150289	0.143103448
579	551	p28	0.378901734	0.10862069
578	580	p29	0.378034682	0.08362069
575	607	p30	0.375433526	0.060344828
900	299	i1	0.657225434	0.325862069
895	336	i2	0.652890173	0.293965517
879	398	i3	0.639017341	0.240517241
848	462	i4	0.612138728	0.185344828
814	511	i5	0.58265896	0.143103448
760	566	i6	0.53583815	0.095689655
682	614	i7	0.468208092	0.054310345
850	331	i8	0.613872832	0.298275862
844	367	i9	0.60867052	0.267241379
823	426	i10	0.590462428	0.21637931
789	485	i11	0.560982659	0.165517241
749	537	i12	0.526300578	0.120689655
703	579	i13	0.486416185	0.084482759
633	617	i14	0.425722543	0.051724138
779	361	i15	0.552312139	0.272413793
772	399	i16	0.546242775	0.239655172
753	449	i17	0.529768786	0.196551724
724	500	i18	0.504624277	0.152586207

680	550	i19	0.466473988	0.109482759
648	580	i20	0.438728324	0.08362069
608	613	i21	0.404046243	0.055172414
714	379	i22	0.495953757	0.256896552
708	416	i23	0.490751445	0.225
694	461	i24	0.478612717	0.186206897
672	510	i25	0.459537572	0.143965517
646	554	i26	0.43699422	0.106034483
626	580	i27	0.419653179	0.08362069
600	611	i28	0.397109827	0.056896552
652	386	i29	0.442196532	0.250862069
651	422	i30	0.44132948	0.219827586
646	467	i31	0.43699422	0.181034483
635	511	i32	0.427456647	0.143103448
619	553	i33	0.413583815	0.106896552
606	581	i34	0.402312139	0.082758621
591	611	i35	0.389306358	0.056896552
618	387	i36	0.412716763	0.25
618	425	i37	0.412716763	0.217241379
616	467	i38	0.410982659	0.181034483
608	512	i39	0.404046243	0.142241379
602	553	i40	0.398843931	0.106896552
593	579	i41	0.391040462	0.084482759
583	610	i42	0.382369942	0.057758621
905	201	j1	0.661560694	0.410344828
880	240	j2	0.639884393	0.376724138
832	274	j3	0.598265896	0.347413793
776	298	j4	0.549710983	0.326724138
711	317	j5	0.493352601	0.310344828
651	326	j6	0.44132948	0.302586207
618	329	j7	0.412716763	0.3
587	330	j8	0.38583815	0.299137931

Table 4: Puntos Mortero Spline

En este caso si se utilizarón todos los puntos que se muestran en Figure 10:

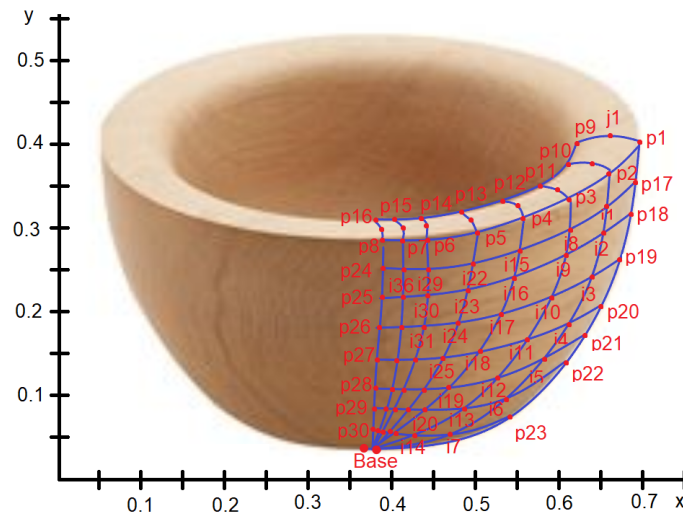


Figure 10: Mortero con muchos puntos

Teniendo en cuenta lo anterior se hizo un programa en el lenguaje R para graficar el mortero utilizando los Splines normales, el nombre del programa es SplinesVolumen.R:

```
rm(list=ls())
options(digits=16)
#Interpolacion Mortero por Splines
#x-----
puntosx<-c(0.379768786,0.696242775,0.65982659
,0.611271676,0.556647399,0.502023121,0.442196532
,0.411849711,0.386705202,0.621676301,0.611271676
,0.576589595,0.53150289,0.482080925,0.434393064
,0.402312139,0.379768786,0.691907514,0.686705202
,0.671965318,0.649421965,0.631213873,0.60867052
,0.54017341 ,0.387572254,0.386705202,0.383236994
,0.38150289,0.378901734,0.378034682,0.375433526
,0.657225434,0.652890173,0.639017341,0.612138728
,0.58265896,0.53583815,0.468208092,0.613872832
,0.60867052,0.590462428,0.560982659,0.526300578
,0.486416185,0.425722543,0.552312139,0.546242775
,0.529768786,0.504624277,0.466473988,0.438728324
,0.404046243,0.495953757,0.490751445,0.478612717
,0.459537572,0.43699422,0.419653179,0.397109827
```

```

,0.442196532,0.44132948,0.43699422,0.427456647
,0.413583815,0.402312139,0.389306358,0.412716763
,0.412716763,0.410982659,0.404046243,0.398843931
,0.391040462,0.382369942,0.661560694,0.639884393
,0.598265896,0.549710983,0.493352601,0.44132948
,0.412716763,0.38583815)
#y-----
puntosy<-c(0.035344828,0.403448276,0.364655172
,0.334482759,0.311206897,0.293965517,0.285344828
,0.284482759,0.285344828,0.400862069,0.376724138
,0.350862069,0.332758621,0.319827586,0.312068966
,0.310344828,0.310344828,0.356034483,0.317241379
,0.262068966 ,0.206896552,0.171551724,0.139655172
,0.074137931,0.250862069,0.218103448,0.181034483
,0.143103448,0.10862069,0.08362069,0.060344828
,0.325862069,0.293965517,0.240517241,0.185344828
,0.143103448,0.095689655,0.054310345,0.298275862
,0.267241379,0.21637931,0.165517241,0.120689655
,0.084482759,0.051724138,0.272413793,0.239655172
,0.196551724,0.152586207,0.109482759,0.08362069
,0.055172414,0.256896552,0.225,0.186206897
,0.143965517,0.106034483,0.08362069,0.056896552
,0.250862069,0.219827586,0.181034483,0.143103448
,0.106896552,0.082758621,0.056896552,0.25
,0.217241379,0.181034483,0.142241379,0.106896552
,0.084482759,0.057758621,0.410344828,0.376724138
,0.347413793,0.326724138,0.310344828,0.302586207
,0.3,0.299137931)

plot(puntosx,puntosy, main=paste("Mortero"),xlim=c(0,0.75),ylim=c(0,0.55)
,col="red")
#Punto Base-----
xbase<-0.379768786
ybase<-0.035344828
#Punto p1
xp1<-0.696242775
yp1<-0.403448276
#Lineas Verticales -----
#Base a p1-----
x<-c(xbase,puntosx[18],puntosx[19],puntosx[20]
,puntosx[21],puntosx[22],puntosx[23],puntosx[24],xp1)
y<-c(ybase,puntosy[18],puntosy[19],puntosy[20]
,puntosy[21],puntosy[22],puntosy[23],puntosy[24],yp1)
lines(spline(x, y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(xbase,2*xbase-x[2],2*xbase-x[3],2*xbase-x[4]

```

```

,2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7],2*xbase-x[8]
,2*xbase-x[9])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Base a p2-----
x<-c(xbase,puntosx[38],puntosx[37],puntosx[36]
,puntosx[35],puntosx[34],puntosx[33],puntosx[32]
,puntosx[3])
y<-c(ybase,puntosy[38],puntosy[37],puntosy[36]
,puntosy[35],puntosy[34],puntosy[33],puntosy[32]
,puntosy[3])
lines(spline(x[1:4],y[1:4]), col = "blue")
linea = spline(y[4:9],x[4:9])
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8],2*xbase-x[9])
lines(spline(xrx[1:4],y[1:4]), col = "blue")
linea = spline(y[4:9],xrx[4:9])
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Base a p3-----
x<-c(xbase,puntosx[45],puntosx[44],puntosx[43]
,puntosx[42],puntosx[41],puntosx[40],puntosx[39]
,puntosx[4])
y<-c(ybase,puntosy[45],puntosy[44],puntosy[43]
,puntosy[42],puntosy[41],puntosy[40],puntosy[39]
,puntosy[4])
#lines(spline(x,y), col = "blue")
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8],2*xbase-x[9])
#lines(spline(xrx,y), col = "blue")
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x

```



```

linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Base a p4-----
x<-c(xbase,puntosx[52],puntosx[51],puntosx[50]
,puntosx[49],puntosx[48],puntosx[47],puntosx[46]
,puntosx[5])
y<-c(ybase,puntosy[52],puntosy[51],puntosy[50]
,puntosy[49],puntosy[48],puntosy[47],puntosy[46]
,puntosy[5])
#lines(spline(x,y), col = "blue")
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8],2*xbase-x[9])
#lines(spline(xrx,y), col = "blue")
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Base a p5-----
x<-c(xbase,puntosx[58],puntosx[57],puntosx[56]
,puntosx[55],puntosx[54],puntosx[53],puntosx[52]
,puntosx[6])
y<-c(ybase,puntosy[58],puntosy[57],puntosy[56]
,puntosy[55],puntosy[54],puntosy[53],puntosy[52]
,puntosy[6])
#lines(spline(x,y), col = "blue")
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8],2*xbase-x[9])
#lines(spline(xrx,y), col = "blue")
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x

```

```

linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Base a p6-----
x<-c(xbase,puntosx[65],puntosx[64],puntosx[63]
,puntosx[62],puntosx[61],puntosx[60],puntosx[59]
,puntosx[7])
y<-c(ybase,puntosy[65],puntosy[64],puntosy[63]
,puntosy[62],puntosy[61],puntosy[60],puntosy[59]
,puntosy[7])
#lines(spline(x,y), col = "blue")
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8],2*xbase-x[9])
#lines(spline(xrx,y), col = "blue")
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Base a p7-----
x<-c(xbase,puntosx[72],puntosx[71],puntosx[70]
,puntosx[69],puntosx[68],puntosx[67],puntosx[66]
,puntosx[8])
y<-c(ybase,puntosy[72],puntosy[71],puntosy[70]
,puntosy[69],puntosy[68],puntosy[67],puntosy[66]
,puntosy[8])
#lines(spline(x,y), col = "blue")
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8],2*xbase-x[9])
#lines(spline(xrx,y), col = "blue")
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x

```

```

linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#-----
#Lineas Horizontales-----
#p17 a p24-----
x<-c(puntosx[18],puntosx[32],puntosx[39],puntosx[46]
,puntosx[53],puntosx[60],puntosx[67],puntosx[25])
y<-c(puntosy[18],puntosy[32],puntosy[39],puntosy[46]
,puntosy[53],puntosy[60],puntosy[67],puntosy[25])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#linea = spline(y,x)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = 1
#lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#linea = spline(y,xrx)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = 1
#lines(linea, col = "blue")
#p18 a p25-----
x<-c(puntosx[19],puntosx[33],puntosx[40],puntosx[47]
,puntosx[54],puntosx[61],puntosx[68],puntosx[26])
y<-c(puntosy[19],puntosy[33],puntosy[40],puntosy[47]
,puntosy[54],puntosy[61],puntosy[68],puntosy[26])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#linea = spline(y,x)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = 1
#lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#linea = spline(y,xrx)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = 1

```

```

#lines(linea, col = "blue")
#p19 a p26-----
x<-c(puntosx[20],puntosx[34],puntosx[41],puntosx[48]
,puntosx[55],puntosx[62],puntosx[69],puntosx[27])
y<-c(puntosy[20],puntosy[34],puntosy[41],puntosy[48]
,puntosy[55],puntosy[62],puntosy[69],puntosy[27])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#linea = spline(y,x)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#linea = spline(y,xrx)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#p20 a p27-----
x<-c(puntosx[21],puntosx[35],puntosx[42],puntosx[49]
,puntosx[56],puntosx[63],puntosx[70],puntosx[28])
y<-c(puntosy[21],puntosy[35],puntosy[42],puntosy[49]
,puntosy[56],puntosy[63],puntosy[70],puntosy[28])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#linea = spline(y,x)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#linea = spline(y,xrx)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#p21 a p28-----
x<-c(puntosx[22],puntosx[36],puntosx[43],puntosx[50]
,puntosx[57],puntosx[64],puntosx[71],puntosx[29])

```

```

y<-c(puntosy[22],puntosy[36],puntosy[43],puntosy[50]
,puntosy[57],puntosy[64],puntosy[71],puntosy[29])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#linea = spline(y,x)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#linea = spline(y,xrx)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#p22 a p29-----
x<-c(puntosx[23],puntosx[37],puntosx[44],puntosx[51]
,puntosx[58],puntosx[65],puntosx[72],puntosx[30])
y<-c(puntosy[23],puntosy[37],puntosy[44],puntosy[51]
,puntosy[58],puntosy[65],puntosy[72],puntosy[30])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#linea = spline(y,x)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#linea = spline(y,xrx)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#p23 a p30-----
x<-c(puntosx[24],puntosx[38],puntosx[45],puntosx[52]
,puntosx[59],puntosx[66],puntosx[73],puntosx[31])
y<-c(puntosy[24],puntosy[38],puntosy[45],puntosy[52]
,puntosy[59],puntosy[66],puntosy[73],puntosy[31])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#linea = spline(y,x)

```

```

#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#linea = spline(y,xrx)
#l = linea$x
#linea$x = linea$y
#linea$y = l
#lines(linea, col = "blue")
#Borde superior-----
#p8 a p1-----
x<-c(puntosx[2],puntosx[3],puntosx[4],puntosx[5]
,puntosx[6],puntosx[7],puntosx[8],puntosx[9])
y<-c(puntosy[2],puntosy[3],puntosy[4],puntosy[5]
,puntosy[6],puntosy[7],puntosy[8],puntosy[9])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4]
,2*yp1-y[5],2*yp1-y[6],2*yp1-y[7],2*yp1-y[8])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p16 a p9-----
x<-c(puntosx[10],puntosx[11],puntosx[12],puntosx[13]
,puntosx[14],puntosx[15],puntosx[16],puntosx[17])
y<-c(puntosy[10],puntosy[11],puntosy[12],puntosy[13]
,puntosy[14],puntosy[15],puntosy[16],puntosy[17])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3]
,2*xbase-x[4],2*xbase-x[5],2*xbase-x[6],2*xbase-x[7]
,2*xbase-x[8])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3],2*yp1-y[4]
,2*yp1-y[5],2*yp1-y[6],2*yp1-y[7],2*yp1-y[8])

```

```

lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p1 a p9-----
x<-c(puntosx[2],puntosx[74],puntosx[10])
y<-c(puntosy[2],puntosy[74],puntosy[10])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p2 a p10-----
x<-c(puntosx[3],puntosx[75],puntosx[11])
y<-c(puntosy[3],puntosy[75],puntosy[11])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p3 a p11-----
x<-c(puntosx[4],puntosx[76],puntosx[12])
y<-c(puntosy[4],puntosy[76],puntosy[12])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p4 a p12-----
x<-c(puntosx[5],puntosx[77],puntosx[13])
y<-c(puntosy[5],puntosy[77],puntosy[13])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")

```

```

#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p5 a p13-----
x<-c(puntosx[6],puntosx[78],puntosx[14])
y<-c(puntosy[6],puntosy[78],puntosy[14])
lines(spline(x,y), col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
lines(spline(xrx,y), col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
lines(spline(x,yry), col = "blue")
#Reflejo xy
lines(spline(xrx,yry), col = "blue")
#p6 a p14-----
x<-c(puntosx[7],puntosx[79],puntosx[15])
y<-c(puntosy[7],puntosy[79],puntosy[15])
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
linea = spline(yry,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo xy
linea = spline(yry,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#p7 a p15-----

```



```

x<-c(puntosx[8],puntosx[80],puntosx[16])
y<-c(puntosy[8],puntosy[80],puntosy[16])
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
linea = spline(yry,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo xy
linea = spline(yry,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#p8 a p16-----
x<-c(puntosx[9],puntosx[81],puntosx[17])
y<-c(puntosy[9],puntosy[81],puntosy[17])
linea = spline(y,x)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en x
xrx<-c(2*xbase-x[1],2*xbase-x[2],2*xbase-x[3])
linea = spline(y,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = l
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo en y
yry<-c(2*yp1-y[1],2*yp1-y[2],2*yp1-y[3])
linea = spline(yry,x)
l = linea$x

```

```

linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")
#Reflejo xy
linea = spline(yry,xrx)
l = linea$x
linea$x = linea$y
linea$y = 1
lines(linea, col = "blue")

```

El resultado se muestra en Figure 11:

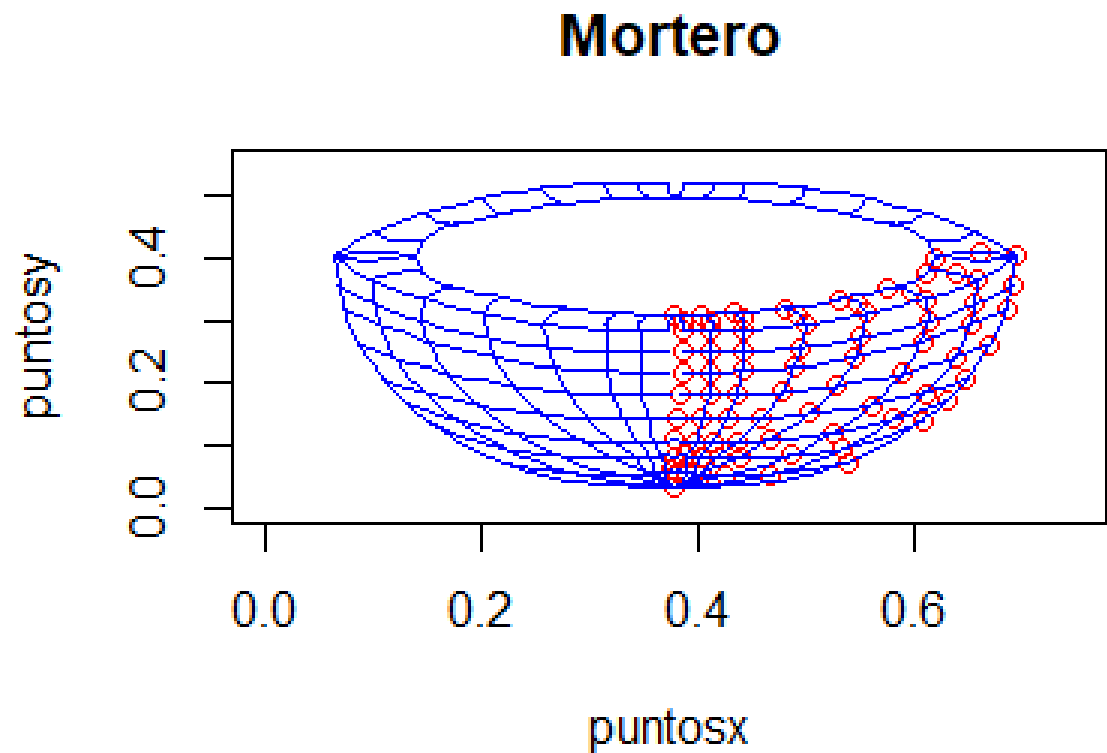


Figure 11: Mortero Splines Bezier

5 Conclusiones

Para comparar los Splines de Bezier y los Splines se tendran en cuenta 3 factores: Cantidad de puntos, facilidad de comprensión e implementación.

5.1 Cantidad de puntos

En las graficas sencillas Para el método de Splines de Bezier sólo se necesitaron 11 puntos mientras que en el método de Splines se necesitaron 24 puntos para generar la misma figura.

En las graficas con volumen para el método de Splines de Bezier se necesitaron 79 puntos mientras que en el método de Splines se necesitaron 81 puntos para generar la misma figura.

Teniendo en cuenta lo anterior, se concluye que el método de Splines de Bezier es más eficiente porque requiere de menos puntos para obtener un resultado muy similar.

5.2 Facilidad de comprensión

El método de Splines de Bezier es más complejo de aplicar ya que la gráfica final depende del polígono de control y es difícil ubicarlo para obtener la línea deseada, mientras que en el método de Splines simplemente hay que colocar los puntos por donde se quiere que pase la línea.

Teniendo en cuenta lo anterior se concluye que el método de Splines es más facil de comprender que los Splines de Bezier.

5.3 Implementación

Los para utilizar la función de Bezier sólo se necesita manejar los cuatro puntos del polígono de control. Para los Splines normales sólo hay que poner los puntos por donde se quiere que pase la línea, sin embargo, hay que tener cuidado con el manejo de la función pues muchas veces falla y retorna líneas sin sentido que dañan la figura.

Teniendo en cuenta lo anterior, se concluye que los Splines de Bezier son más fáciles de implementar que los Splines normales

5.4 Conclusión final

Finalmente se concluye que el mejor método para graficar es el de Splines de Bezier ya que una vez que se entiende la teoría es fácil de implementar y requiere de menos puntos para obtener una gráfica.